UFRRJ
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL – PROFMAT

DISSERTAÇÃO

Lógica Matemática e estratégias para a Solução de Problemas Matemáticos

Pablo Vieira Carvalho Silva

2016

UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL – PROFMAT

LÓGICA MATEMÁTICA E ESTRATÉGIAS PARA A SOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS

PABLO VIEIRA CARVALHO SILVA

Sob a Orientação do Professor

André Luiz Martins Pereira

Dissertação submetida como requisito parcial para obtenção de grau de **Mestre em Matemática**, no Curso de Pós-Graduação em Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, Área de Concentração em Matemática.

Seropédica, RJ

Junho de 2016

UFRRJ / Biblioteca Central / Divisão de Processamentos Técnicos

511.3
S586l
T

Silva, Pablo Vieira Carvalho, 1982-
Lógica matemática e estratégias para a solução de problemas matemáticos / Pablo Vieira Carvalho Silva. – 2016.
100 f.: il.

Orientador: André Luiz Martins Pereira.

Dissertação (mestrado) – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional.
Bibliografia: f. 69.

1. Lógica simbólica e matemática - Teses. 2. Lógica simbólica e matemática – Estudo e ensino - Teses. 3. Lógica simbólica e matemática – Problemas, questões, exercícios – Teses. 5. Matemática – Teses. I. Pereira, André Luiz Martins, 1980- II. Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro. Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional. III. Título.

UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL – PROFMAT

PABLO VIEIRA CARVALHO SILVA

Dissertação submetida como requisito parcial para obtenção do grau de **Mestre**, no curso de Pós-Graduação em Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, área de Concentração em Matemática.

DISSERTAÇÃO APROVADA EM 30/06/2016

André Luiz Martins Pereira - Doutor em Matemática - UFRRJ
(Orientador)

Cláudio Cesar Saccomori Júnior - Doutor em Matemática – UFRRJ

Alex Farah Pereira - Doutor em Matemática– UFF

AGRADECIMENTOS

Primeiramente agradeço a Deus por estar sempre comigo e ter me conduzido a mais uma conquista em minha vida.

A minha família pelos incentivos e apoio em minhas decisões.

A minha noiva Larissa, por ser mais que uma companheira compreensiva, mas também guerreira. Por estar ao meu lado, não apenas com palavras motivadoras, mas também estudando e contribuindo cognitivamente com esta caminhada.

Aos meus amigos de turma, pelos desafios vencidos. Em especial aos amigos Alecsandro Correa, Edson Patrício e Tiago Loyo, pelos incansáveis dias de estudo, descontrações, puxões de orelha e lição de vida. Não importando as dificuldades sempre estiveram ao meu lado abdicando de família e outras vivências, e me mostrando o quanto devo ser forte e obstinado.

Ao professor André Luiz Martins Pereira pela orientação indispensável, e pela grande contribuição para o desenvolvimento deste trabalho.

À CAPES pelo auxílio financeiro que me proporcionou a conclusão desse mestrado.

A todos os professores que convivemos durante o curso, que foram tão importantes na minha vida acadêmica e no desenvolvimento deste trabalho.

““Se consegui ver mais longe é porque estava aos ombros de gigantes””

(Isaac Newton)

RESUMO

A lógica matemática há algum tempo foi retirada e esquecida do currículo mínimo do ensino básico da educação brasileira, mesmo diante dos claros benefícios que a mesma pode acrescentar ao cognitivo do educando não só no estudo da matemática como em tomadas de decisões do seu dia a dia. Este trabalho tem por finalidade resgatar a discussão de sua importância para o estudo nas séries básicas, não o fazendo por vias tradicionais, mas sim através de técnicas de resolução de problemas utilizando também para isso as fases de Polya. Junto deste trabalho, apresentamos atividades aplicadas ao primeiro ano do ensino médio de uma escola estadual do Rio de Janeiro.

Palavras-Chave: Educação, Lógica Matemática, Resolução de Problemas

ABSTRACT

The mathematical logic has been removed and forgotten from the curriculum minimum of basic education for some time, despite the clear benefit that it can add to the student's cognitive not only in mathematics study but also in his day by day decision-making. This study aims to rescue the discussion of its importance to the study in the basic levels, not doing it by traditional ways, but through problem solving techniques also using the Polya phases. Joining to this work, there are activities that were applied to a first year group of high school at a public school in Rio de Janeiro.

Key-words: Education, Mathematical logic, Problems solving

Sumário

INTRODUÇÃO

Acredita-se que a matemática ajuda no desenvolvimento do pensamento lógico, entretanto o que podemos reparar é que aqueles que apresentam um melhor raciocínio lógico é que conseguem obter os maiores êxitos dentro da matemática.

Apesar dessa vantagem trazida pela lógica, a mesma vem sendo deixada cada vez mais de lado. Até os educadores da área dão pouco valor a esta matéria que acaba ficando esquecida da grade curricular. Isto talvez se de pelo modo tradicional em que a mesma é apresentada em livros didáticos, onde primeiro é jogado os conceitos para depois o amadurecermos. Este processo se traduz de forma falha, uma vez que o educando é obrigado a aceitar a ideia e mesmo assim reproduzi-la, sem que haja um verdadeiro entendimento.

A fim de tentar mudar essa realidade, espera-se com este texto voltar a trabalhar o conteúdo da lógica matemática no ensino básico e quebrar com o paradigma do método tradicional buscando através do método de resolução de problemas um maior significado dos conceitos. Desta forma ao invés de uma aceitação do conceito, o mesmo será construído, tendo um maior significado para o aluno.

No capítulo 1 abordaremos a lógica proposicional focada no ensino básico, dando ao professor um apoio direto do que será tratado na pesquisa sobre lógica matemática introduzida a um nível elementar para alunos do ensino básico.

O capítulo 2 terá seu início com uma breve história do ensino da matemática na educação brasileira mostrando peculiaridades das diferenças do ensino tradicional e do uso da técnica de resolução de problemas. O mesmo será finalizado com uma breve ilustração dos 4 passos do método de Polya sobre como abordar a resolução de problemas em sala de aula.

No capítulo 3 trataremos de algumas sugestões de atividades que possam auxiliar o professor diretamente com o ensino da lógica proposicional utilizando técnicas de resolução de problemas, centrando o ensino através de atividades colaborativas onde os conceitos não serão passados diretamente aos alunos e sim construídos junto deles.

No capítulo 4 ilustraremos alguns exercícios tomando como método de solução os 4 passos sugeridos por Polya. Em cada exercício ilustrado neste capítulo, sua solução será tratada com um diálogo idealizado entre professor e aluno, ilustrando a forma como será tratada a solução dos mesmos e de outros exercícios em sala de aula.

O capítulo 5 será dedicado ao relato de como foi feita a aplicação dessas atividades em sala de aula, para isso, esta atividade será aplicada a uma turma de 36 alunos do primeiro ano do ensino médio da escola estadual CIEP 306 Deputado David Quinderé em São Gonçalo no Rio de Janeiro.

CAPITULO 1 – LÓGICA PROPOSICIONAL

Nesta seção será abordada apenas uma síntese sobre lógica proposicional aplicada a educação básica com o intuito de dar apoio ao professor. Desta forma o educador que por ventura quiser aprofundar os conhecimentos em lógica matemática poderá aventurar-se por algum dos livros destinado a lógica em nossas referências.

1.1 Proposições

Uma proposição é uma frase afirmativa a qual pode ser atribuída, sem ambiguidade um dos valores lógicos verdadeiro ou falso e satisfaz os princípios:

(I) <u>Princípio da não contradição</u>: Uma proposição não pode ser verdadeira e falsa ao mesmo tempo.

(II) <u>Princípio do terceiro excluído</u>: Toda a proposição ou é verdadeira ou é falsa, isto é, verifica-se sempre um destes casos e nunca um terceiro.

Exemplos:
a: Brasília é a capital do Brasil.
b: 2+3 = 5
c: Todo número ímpar é primo.
d: 1 + 1 = 5

Observe que em nossos exemplos interligamos cada proposição a uma letra minúscula do nosso alfabeto. Desta forma podemos assim afirmar que as proposições "*a*" e "*b*" possuem valor lógico verdadeiro e as proposições "*c*" e "*d*" valores lógicos falsos.

As sentenças:

i. 6+1
ii. 7+1=8?
iii. 2*x*+5=6
iv. Ele é brasileiro.

Não são considerados proposições pelos seguintes motivos:

O item “i” não possui a característica de afirmação não podendo assim ser avaliado como verdadeiro ou falso.

O item “ii” possui a pontuação de interrogação não sendo também uma afirmação. Para que a mesma vire uma proposição seria necessário retirar a interrogação.

Os itens “iii” e “iv” são sentenças abertas onde só poderão ser avaliados como verdadeiros ou falsos se soubermos o valor de suas variáveis “x” e “Ele” ou quantificando as mesmas.

1.2 Quantificadores e negação

As sentenças abertas podem ser transformadas em proposições se atribuirmos valores as suas variáveis ou se conseguirmos quantificá-las.

O quantificador universal (∀) quer dizer “para todo”, “qualquer que seja”.

Exemplo

$$\forall x \in \mathbb{N}, x + 1 = -8$$

(que se lê “para todo x pertencente aos naturais temos $x + 1 = -8$).

Como não existe um número natural que somado a um resultaria em um número negativo podemos considerar esta sentença falsa.

Outro quantificador usado é o quantificador existencial (∃) que se lê “existe algum” ou “existe pelo menos um”.

Exemplo

$$\exists x \in \mathbb{Z}, x + 1 > -8$$

(que se lê “existe algum x pertencente aos inteiros onde temos $x + 1 > -8$).

Neste caso existem infinitos números inteiros que satisfazem essa condição. Logo esta sentença é verdadeira.

Podemos mudar o valor lógico das proposições negando as mesmas.

Exemplo

p: A terra é redonda (V)

~p: A terra não é redonda (F)

q: Quatro é múltiplo de cinco. (F)

~q: Quatro não é múltiplo de cinco. (V)

r: Todo múltiplo de quatro é múltiplo de dois. (V)

~r: Algum múltiplo de quatro não é múltiplo de dois. (F)

s: Existe algum número par maior que 7. (V)

~s: Nenhum número par é maior que 7. (F)

Uma confusão normalmente cometida pelos iniciantes nos estudos de lógica ocorre na negação dos quantificadores. É comum vê-los negando proposições do tipo "Todo político é corrupto" com "Nenhum político é corrupto". Um contra exemplo nesses casos ajuda a entender os motivos do porque o mesmo não satisfaz a sentença negativa. "É possível afirmar que 'Todo político é corrupto' é uma verdade, caso encontremos um político que não seja corrupto?"

1.3 Conectivos, Proposições Simples, Compostas e Tabela Verdade

Podemos a partir de proposições simples e algumas palavras (conectivos) formarmos novas proposições as quais denominamos proposições compostas.

Exemplos

A partir das proposições simples como p: "Maurício foi ao parque" e q: "Helena foi a praia", podemos formar proposições como:

R: Maurício foi ao parque e Helena foi à praia

S: Maurício foi ao parque ou Helena foi à praia

T: Se Maurício foi ao parque, então Helena foi à praia.

U: Maurício foi ao parque se, e somente se, Helena foi à praia.

As proposições compostas são normalmente representadas por uma letra maiúscula do nosso alfabeto.

Cada um desses conectivos possui um símbolo específico que o traduz para a linguagem simbólica da matemática.

Operação	Conectivo	Símbolo
Conjunção	E	$\wedge$
Disjunção	Ou	$\vee$
Negação	Não	$\sim$ ou $\neg$
Condicional	se...então	$\rightarrow$
Bicondicional	se, e somente se,	$\leftrightarrow$

A julgar pelos princípios I e II, cada proposição deve assumir valores lógicos verdadeiros ou falsos excluindo uma terceira possibilidade e não podendo assumir ambas ao mesmo tempo. Desta forma devemos julgar os valores lógicos das proposições compostas a partir de combinações dos valores lógicos das proposições simples. Para esta combinação utilizamos tabelas as quais denominamos tabelas verdades.

<u>Negação</u>: Inverte o valor lógico das proposições:

$\boldsymbol{p}$	$\boldsymbol{\sim p}$
V	F
F	V

<u>Conjunção</u>: Assume valor verdadeiro apenas se ambas as proposições forem verdadeiras.

$\boldsymbol{p}$	$\boldsymbol{q}$	$\boldsymbol{p \wedge q}$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Disjunção: Assume valor falso apenas se ambas as proposições forem falsas.

p	q	$p \vee q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Condicional: Assume valor falso apenas se o antecedente for verdadeiro e o consequente for falso.

p	q	$p \rightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Bicondicional: Assume valores verdadeiros apenas quando ambos forem verdadeiro ou ambos forem falsos.

p	q	$p \leftrightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Um conectivo especial não abordado em geral no ensino de lógica para o ensino básico é o conectivo para o ou exclusivo. Esse conectivo surgiu a partir da colocação da linguagem coloquial onde seu emprego é utilizado para enfatizar a impossibilidade de acontecer duas ações simultâneas. "Você vai à praia ou ao shopping?", "Ou viaja de carro ou viaja de moto.".

Dijunção Exclusiva: Assume valores falsos quando ambos forem verdadeiro ou ambos forem falso.

p	q	$p \veebar q$
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

1.4 Tautologia, Contradição e Contingência

Uma proposição composta será chamada de tautologia quando independente dos valores lógicos das proposições simples que a compõe, seu valor lógico será sempre verdadeiro. Já uma proposição composta será chamada de contradição quando independente dos valores lógicos das proposições que a compõe, seu valor lógico será sempre falso.

Ex.:

$p \wedge q \longrightarrow p \vee q$ *(Tautologia)*

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \wedge q \longrightarrow p \vee q$
V	V	V	V	V
V	F	F	V	V
F	V	F	V	V
F	F	F	F	V

$\sim p \wedge (p \wedge \sim q)$ *(Contradição)*

p	q	**~q**	$p \wedge \sim q$	**~p**	**~p**$\wedge (p \wedge \sim q)$
V	V	F	F	F	F
V	F	V	V	F	F
F	V	F	F	V	F
F	F	V	F	V	F

A contingência ocorre quando a atribuição do valor lógico da proposição composta fica a caráter dos valores lógicos das proposições mais simples que a compõe, podendo ser ora verdadeiro ora falso.

1.5 Equivalência

Duas proposições são ditas equivalentes caso tenham a mesma tabela verdade.

Ex.:

p	q	$p \to q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

$\sim q$	$\sim p$	$\sim q \to \sim p$
F	F	V
V	F	F
F	V	V
V	V	V

Duas proposições compostas serão equivalentes caso a bicondicional entre elas for uma tautologia.

$p \to q$	$\sim q \to \sim p$	$(p \to q) \leftrightarrow (\sim q \to \sim p)$
V	V	V
F	F	V
V	V	V
V	V	V

Desta forma dizemos que $(p \to q) \equiv (\sim q \to \sim p)$.

Podemos utilizar da tabela verdade a fim de identificarmos as negações de proposições compostas.

Conjunção $\sim(\boldsymbol{p} \wedge \boldsymbol{q}) \equiv \sim\boldsymbol{p} \vee \sim\boldsymbol{q}$

$\boldsymbol{p}$	$\boldsymbol{q}$	$(\boldsymbol{p} \wedge \boldsymbol{q})$	$\sim(\boldsymbol{p} \wedge \boldsymbol{q})$	$\sim\boldsymbol{p}$	$\sim\boldsymbol{q}$	$\sim\boldsymbol{p} \vee \sim\boldsymbol{q}$
V	V	V	F	F	F	F
V	F	F	V	F	V	V
F	V	F	V	V	F	V
F	F	F	V	V	V	V

Disjunção $\sim(\boldsymbol{p} \vee \boldsymbol{q}) \equiv \sim\boldsymbol{p} \wedge \sim\boldsymbol{q}$

$\boldsymbol{p}$	$\boldsymbol{q}$	$(\boldsymbol{p} \vee \boldsymbol{q})$	$\sim(\boldsymbol{p} \vee \boldsymbol{q})$	$\sim\boldsymbol{p}$	$\sim\boldsymbol{q}$	$\sim\boldsymbol{p} \wedge \sim\boldsymbol{q}$
V	V	V	F	F	F	F
V	F	V	F	F	V	F
F	V	V	F	V	F	F
F	F	F	V	V	V	V

Condicional $\sim(p \rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$

$\boldsymbol{p}$	$\boldsymbol{q}$	$(\boldsymbol{p} \rightarrow \boldsymbol{q})$	$\sim(\boldsymbol{p} \rightarrow \boldsymbol{q})$	$\sim\boldsymbol{q}$	$\boldsymbol{p} \wedge \sim\boldsymbol{q}$
V	V	V	F	F	F
V	F	F	V	V	V
F	V	V	F	F	F
F	F	V	F	V	F

Bicondicional $\sim(p \leftrightarrow q) \equiv (p \wedge \sim q) \vee (q \wedge \sim p)$

$\boldsymbol{p}$	$\boldsymbol{q}$	$(\boldsymbol{p} \leftrightarrow \boldsymbol{q})$	$\sim(\boldsymbol{p} \leftrightarrow \boldsymbol{q})$
V	V	V	F
V	F	F	V
F	V	F	V
F	F	V	F

$\sim p$	$\sim q$	$(p \wedge \sim q)$	$(q \wedge \sim p)$	$(p \wedge \sim q) \vee (q \wedge \sim p)$
F	F	F	F	F
F	V	V	F	V
V	F	F	V	V
V	V	F	F	F

CAPÍTULO 2 – METODOLOGIA POR RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

2.1 - Matemática e a educação brasileira tradicional.

O estudo dos conteúdos matemáticos no Brasil passou por diversas mudanças. Até a década de 1930, ela era estudada de forma compartimentalizada por meio das disciplinas: aritmética, álgebra, geometria e trigonometria.

A partir de 1931 com a reforma Francisco Campos, criou-se um equilíbrio maior entre o ensino das matérias humanistas e científicas e neste equilíbrio, por fim, houve uma fusão das 4 disciplinas mencionadas anteriormente surgindo assim a disciplina de matemática. Por volta da década de 1960, influenciados pelo movimento da matemática moderna, houve mais uma reestruturação do currículo escolar inspirados na tendência formalista moderna.

Estas tendências priorizavam o uso preciso da linguagem matemática, o rigor e as justificativas das transformações algébricas visando não a formação do cidadão, mas a formação especialista do matemático. Este movimento obteve muitas críticas e muito pouco êxito (SILVA; FILHO, 2011).

Por volta da década de 1990 foram criados os Parâmetros curriculares nacionais (PCNs), com o objetivo de orientar os professores na busca de novas abordagens e metodologia para o ensino de todas as matérias. Porém mesmo com todas essas reformulações, muitas coisas não mudaram no ensino da matemática.
Para Silva e Filho (2011), a relação professor-aluno no processo de ensino aprendizagem não houve significativas mudanças. O ensino continuou sempre centrado no professor e o aluno sempre passivo reprodutor da linguagem e do raciocínio lógico estrutural.

A metodologia tradicional quase sempre ainda é estruturada da seguinte forma:
1º Uma breve explicação do que consiste o conteúdo estudado;
2º Resolução de algumas atividades exemplos realizada pelo professor;
3º Repetições de exercícios simples de aplicações são explorados esperando assim que o aluno “aprenda” suas técnicas para em seguida poder aplicá-las em problemas.

Porém este método não se mostra muito eficaz na maioria dos casos.

Segundo Walle (2009), com essa experiência as crianças estabelecem a visão de que a matemática consiste em uma série de regras arbitrárias, obtida pelo professor que se apresenta como sua única fonte do saber. Desta forma muitos não se acham com autonomia suficiente em obterem êxitos sozinhos.

Assim ao se depararem com um problema que foge um pouco das características dos exercícios de repetições realizados anteriormente, o aluno apresenta muita dificuldade, e até mesmo é comum que os mesmos desistam de solucioná-los antes de tentar, assumindo para si que não é capaz.

> É muito comum que os alunos saibam efetuar todos os algoritmos (as “continhas” de adição, subtração, multiplicação e divisão), conheçam muitas formulas, mas não consigam resolver um problema que envolva um ou mais desses algoritmos ou formulas (DANTE, 2011, p12).

Segundo o PCN (2000), aprender Matemática deve ser mais do que memorizar resultados dessa ciência e que a aquisição do conhecimento matemático deve estar vinculada ao domínio de um saber fazer Matemática e de um saber pensar matemático.

2.2 - Fazer Matemática

Embora muitos reconheçam a importância da matemática e sua aplicabilidade no meio social, poucos conseguem entender e utilizá-la. A matemática não costuma aparecer no dia a dia das pessoas como exercícios simples a serem resolvidos diretos. Nós a encontramos em situações problemas onde são exigidos reflexões, esforços cognitivos e uso de estratégias para a busca de soluções.

O ato de dar um troco, decidir (usando decisões lógicas) qual o melhor procedimento para atravessar a rua ou até mesmo na escolha de legumes e frutas na feira são ações onde nós fazemos matemática. A matemática sempre se apresenta, mesmo sem percebermos, em forma de problemas em toda nossa vida.

Fazer matemática (em sala de aula) requer ainda mais esforço e dedicação. É necessário provocar o educando a fim de tirá-lo do estado passivo e passá-lo para o estado ativo. “As ideias matemáticas não podem ser ‘despejadas’ em um estudante passivo. As crianças devem estar mentalmente ativas para que a aprendizagem aconteça (WALLE, 2009, p.43).”

O professor deve encorajar seu aluno a refletir sobre suas ações adquirindo um senso crítico a ponto de não só questionar suas ideias, mas também as dos demais envolvidos na resolução do problema.

Para Dante (2011, p.17) a formulação e resolução de problemas é a principal razão de se aprender e ensinar matemática, por que é por meio dela que se inicia o aluno no modo de pensar matemático e nas aplicações dessa disciplina.

2.3 - Resolução de Problemas

Devemos ter muita atenção a forma em que ensinamos matemática através de resolução de problemas em nossas aulas.

Para Itacarambi (2010, p.13) o que normalmente acontece é que os problemas são trabalhados como algo que não gera dúvida, não exigindo tentativas ou elaborações de estratégias. O aluno comumente aprende a solução e a repete em situações semelhantes mas não aprendem a resolver problemas.

Desta forma apresentar um problema para que possamos fazer matemática através de sua resolução perde o seu total sentido se remetendo assim ao método de ensino tradicional.

> O documento *Princípios e Padrões* deixa muito claro que há um momento e um lugar para a prática de exercícios, mas que os exercícios nunca devem vir antes da compreensão. Exercícios repetitivos de conteúdos isolados e compartimentados da matemática não são “fazer matemática” e nunca resultarão em compreensão. Os exercícios podem, em curto prazo, produzir bons resultados em testes tradicionais, mas os seus efeitos têm produzido, em longo prazo, uma nação de cidadãos felizes em admitir que não conseguem fazer ou compreender matemática (WALLE, 2009, p.32)

Segundo Walle (2009, p.33) a visão tradicionalista de seguir as regras dominando apenas as técnicas de cálculos com o objetivo puro e simplista de se chegar a resposta correta é uma brutal distorção da real essência da matemática. Pode ser que exista estudantes que sejam bons em aprender regras e prosperam nas séries seguintes, porém estes não são necessariamente, os melhores pensadores em sala de aula. O sistema tradicional recompensa a aprendizagem de regras, mas oferece poucas oportunidades para realmente fazer matemática.

Ensinar a fazer matemática através de resolução de problemas não é algo sem complicações. O professor tem que estar sempre atento com argumentos certos e ponderados para que a construção do conhecimento não seja prejudicada.

> O estudante deve adquirir experiência pelo trabalho independente quanto lhe for possível. Mas se ele for deixado sozinho, sem ajuda ou com auxílio insuficiente, é possível que não experimente qualquer progresso. Se for ajudado demais, nada restará para o aluno fazer. (Polya, 2006, p.1).

Sempre que possível deve ser deixado ao aluno a sensação de trabalho independente. Desta forma ele cria uma referência de que é possível conseguir sozinho êxito na solução de novas questões, desfazendo bloqueios de que não possui a capacidade.

Para Poffo (2011) a resolução de problemas consiste em permitir que os alunos utilizem seus conhecimentos e desenvolvam a capacidade de administrar as informações ao seu redor, adquirindo assim a oportunidade de ampliar seu conhecimento, desenvolver seu raciocínio lógico, enfrentar novas situações e conhecer aplicações matemáticas.

> A solução de problemas baseia-se na apresentação de situações abertas e sugestivas que exijam dos alunos uma atitude ativa ou um esforço para buscar suas próprias respostas, seu próprio conhecimento. O ensino baseado na solução de problemas pressupõe promover nos alunos o domínio de procedimentos, assim como a utilização dos conhecimentos disponíveis, para dar resposta a situações variáveis e diferentes. (POZO; ECHEVERRÍA, 1988 apud SOARES; PINTO, 2001)

Para este ato cabe ao professor mediar a ação convidando ao aluno a um processo estimulante, usando se possível, problemas motivados pelo cotidiano da comunidade local. Desta formar acredita-se que a ação de solucionar problemas em cima de novos conceitos pode estimular a construção e formação dos mesmos.

> Quando se ensina através da resolução de problemas, ajuda-se os alunos a desenvolver sua capacidade de aprender a aprender, habituando-os a determinar por si próprios respostas às questões que os inquietam, sejam elas questões escolares ou da vida cotidiana, ao

> invés de esperar uma resposta já pronta dada pelo professor ou pelo livro-texto (SOARES; PINTO 2001, p. 1).

2.4 - Método de Polya

Com o objetivo de criar um novo panorama para a aprendizagem em sala de aula, Polya (2006) quebra com os paradigmas do ensino tradicional e constrói novos conceitos de como ensinar matemática de uma forma que se torne mais significativa a aprendizagem, utilizando para isso resolução de problemas.

Caso o problema venha a desafiar a curiosidade e puser em prova as faculdades inventivas, quem o resolver por seus próprios meios experimentará a tensão e gozará o triunfo da descoberta (POLYA, 2006).

Para isso, em aula o professor deixará de ser o centro das atenções e passa o protagonismo ao educando. Cabe agora ao mestre apenas auxiliá-los na resolução dos problemas através de indagações e sugestões, sempre de forma natural e discreta. O aluno deve no fim, ter o sentimento que foi pelo seu trabalho que o problema foi resolvido, “se o aluno conseguir resolver o problema que lhe é apresentado, terá acrescentado alguma coisa a sua capacidade de resolver problemas” (POLYA, 2006, p3).

Polya (2006) divide seu método em 4 fases conduzidas pelo professor através de uma lista de indagações ou sugestões que possuem como finalidade focar a atenção do aluno na incógnita. Essas devem ser dirigidas de forma que produza dois tipos de ações aos docentes: auxiliá-los a resolver o problema que lhe é apresentado e desenvolver no estudante a capacidade de resolver futuros problemas por si próprio.

> Não devemos, então, esquecer de que as nossas indagações são genéricas, aplicáveis a muitos casos. Se a mesma indagação for proveitosamente repetida, dificilmente o estudante deixará de notá-la e será induzido a formular, ele próprio, essa indagação em situação semelhante. (POLYA, 2006, p.3)

As quatro fases desenvolvida pelo autor são as seguintes:

1º Compreensão do Problema

Antes de ser resolvido o problema deve ser bem compreendido, “é uma tolice responder a uma pergunta que não tenha sido compreendida.” (POLYA, 2006, p.5). Se necessário deve ser feita uma releitura até que todas as suas partes sejam bem entendidas.

A escolha do Problema deve ser feita com muito cuidado, nem muito fácil e nem tão difícil, deve ser natural e interessante. “O aluno deve conseguir também identificar as partes principais do problema, a incógnita, os dados, a condicionante.” (POLYA, 2006, p.5).

2º Estabelecer um Plano;

Para obtermos um plano devemos compreender bem o problema e assim identificarmos sua incógnita, porém normalmente só isso não basta. Nem sempre a ideia para resolver um problema surgirá de forma luminosa em nossas mentes. Muitas vezes ela aparecerá gradualmente.

“As boas ideias são baseadas na experiência passada e em conhecimentos previamente adquiridos.” (POLYA, 2006, p.7). Desta forma podemos muitas vezes começar um trabalho indagando aos alunos *Conhece um problema parecido?*

Se ainda assim a resposta for negativa, podemos tentar reformular o problema dividindo-o em partes e assim analisá-las com mais cuidado. Essa reformulação pode levá-lo a um problema auxiliar onde consiga algum êxito que possa contribuir na solução do problema maior.

3º Colocar o plano em prática;

Para a execução do plano é necessário muita atenção a cada detalhe do mesmo. Devemos estar inteiramente convencido de que cada passo dado esteja sendo feito corretamente.

Caso o aluno tenha feito parte para geração do plano de resolução, o professor não terá muito trabalho nesta fase. Um risco que poderá acontecer quando o aluno recebe o plano de fora ou aceita o mesmo por influência do professor é de que ele esqueça parte desse plano, tendo assim uma maior dificuldade para a sua execução (POLYA, 2006).

4º Comprovar os resultados.

Após o término da resolução do problema, é importante o aluno verificar sempre cada passo. Com isso ele pode consolidar o conhecimento, aperfeiçoando sua capacidade de resolver problemas (POLYA, 2006).

É importante também o educador passar ao seu docente o conceito de que nenhum problema fica esgotado, deixando sempre algo que possa ser feito a mais. Caso um problema seja longo e complexo, é normal que em sua resolução possa haver pequenos erros que com a revisão possa ser concertados (POLYA, 2006).

É interessante indagar ao aluno se existe uma outra solução. Além de conferir a veracidade da resposta, podem ser expandido conceitos explorando novas formas de soluções que podem ser usadas para resolver futuros problemas.

CAPÍTULO 3 – LÓGICA PROPOSICIONAL EM AULA

Atividade 1 - Proposições

Observe as frases abaixo.

i. O Planeta Terra é redondo.
ii. Onde está Wally?
iii. Ela é muito carinhosa.
iv. Bill Gates é Brasileiro.
v. 2 + 4 = 6.
vi. 2+3.
vii. 3 – 5 = 2.
viii. Faça-o entrar no carro.

Uma proposição é uma frase afirmativa a qual pode ser atribuída, sem ambiguidade um dos valores lógicos: verdadeiro (V) ou falso (F). Quais frases acima podemos chamar de proposições?

O Planeta Terra é redondo

Bill Gates é Brasileiro

2 + 4 = 6

3 – 5 = 2

É comum simplificarmos a escrita das proposições associando as mesmas a uma letra do nosso alfabeto.

Exemplo:

p: A terra é o terceiro planeta mais distante do sol.

q: Brasil foi campeão da copa de 2014.

Escreva cinco proposições representando-as por uma letra:

____

____

____

____

____

Objetivos e Comentários
Atividade 1 Objetivos: • Identificar proposição como uma sentença declarativa fechada. Comentários: 1. Comentar sobre o porquê do item 3 não fazer parte de uma proposição, sendo assim uma sentença aberta. O pronome “Ela” na frase se torna uma variável, onde caso indicarmos a quem “Ela” se refere, pode se tornar uma sentença fechada e assim tornando-se uma proposição.

Atividade 2 – Negação e Quantificadores

Analisemos o valor lógico das seguintes proposições:

p: Vitória é a capital do estado do Espirito Santo.

q: Obama é o presidente do Brasil.

p
V

q
F

Escreva as proposições acima em sua forma negativa.

~p: Vitória não é a capital do Espirito Santo

~q: Obama não é o presidente do Brasil

Houve mudança nos valores lógicos das frases?

Sim

p	~p
V	F

q	~q
F	V

Qual seria a negação das proposições fornecidas na atividade 1?

____

____

____

____

____

Voltemos a analisar as proposições.

É possível que a proposição “p” seja verdadeira e falsa ao mesmo tempo?

Não

É possível que alguma proposição seja verdadeira e falsa ao mesmo tempo?

Não

Existe a possibilidade da proposição “p” não seja verdadeira e não seja falsa?

Não

É possível que alguma proposição não seja verdadeira e não seja falsa ao mesmo tempo?

Não

(I) Principio da não contradição: Uma proposição não pode ser verdadeira e falsa ao mesmo tempo.

(II) Princípio do terceiro excluído: Toda a proposição ou é verdadeira ou é falsa, isto é, verifica-se sempre um destes casos e nunca um terceiro.

Analise as proposições abaixo indicando seu valor lógico.

p: Todo número par é múltiplo de dois.

q: Existe ao menos um mamífero que voa.

r: Todo brasileiro é baiano.

s: Existe ao menos uma palavra proparoxítona que não é acentuada.

p	q	r	s
V	V	F	F

Rescreva as proposições acima em sua forma negativa

~p: Existe ao menos um número par que não é múltiplo de dois.

~q: Todo mamífero não voa.

~r: Existe ao menos um brasileiro que não é baiano.

~s: Toda palavra proparoxítona é acentuada.

Complete o quadro abaixo:

p	~p	q	~q	r	~r	s	~s
V	F	V	F	F	V	F	V

Objetivos e Comentários
Atividade 2 Objetivos: • Introduzir o conectivo de negação. • Identificar que a negação de uma frase inverte seu valor lógico. • Empregar corretamente os diferentes tipos de notações. • Introduzir os princípios da não contradição e do terceiro excluído. • Identificar a importância dos quantificadores, suas notações e contradições. Comentários: 1. O professor deve intervir de forma sutil averiguando se todos conseguiram alcançar o entendimento dos princípios. 2. Na atividade “Rescreva as proposições acima em sua forma negativa” É importante a intervenção do professor para que os alunos entendam quais as respectivas negações dos quantificadores para todo (∀) e existe ao menos um (∃). Assim como os símbolos usados em suas representações.

Atividade 3 - Proposições simples e proposições compostas

As proposições abaixo são formadas por outras proposições mais simples.

p: Marcos trabalha na radio e gosta de escrever. q: Marcia foi ao salão ou ao shopping. r: Se Antônio estudar então ele vai tirar boas notas. s: Marta irá viajar se, e somente se comprar a passagem.

Quais seriam essas proposições simples?

Marcos trabalha na radio.
Marcos gosta de escrever.
Marcia foi ao salão.
Marcia foi ao shopping.
Antônio estuda.
Antônio vai tirar boas notas.
Marta irá viajar.
Marta irá comprar a passagem.

Ao juntarmos proposições simples (possui apenas um predicado) utilizando algumas palavras (conectivos) formaremos outras proposições denominadas proposições compostas. Utilizando as proposições simples das atividades 1 e 2, e os conectivos "e", "ou", "se... então" e "se, e somente se" formem proposições compostas.

____
____
____
____
____
____
____

Objetivos e Comentários
Atividade 3 Objetivo: • Identificar proposições compostas como àquela formada por proposições mais simples unidas por palavras que denominamos conectivo.

ATIVIDADE 4 - CONECTIVOS LÓGICOS E TABELA VERDADE

3.4.1 Conectivo "e" conjunção ($\wedge$)

Quatro amigas, Alana, Bernadete, Catia e Danila se aprontaram para ir a uma festa. Alana vestia uma blusa vermelha e sapatos pretos, Bernadete uma blusa vermelha e sapatos brancos, Catia uma blusa azul e sapatos pretos, Danila uma blusa azul e sapatos brancos. Ao chegar à portaria se depararam com a seguinte placa. "Permitida à entrada somente de pessoas de blusa vermelha e sapatos pretos."

A quem foi permitida a entrada? Por que?
Alana. Por que vestia blusa vermelha e sapato preto.

Qual foi a ideia transmitida pelo conectivo *e* na frase "Permitida à entrada somente de pessoas de blusa vermelha e sapatos pretos."
Só era permitida a entrada na festa de pessoas que possuía os dois requisitos simultaneamente.

Dadas as proposições abaixo, analisem quais delas são verdadeiras ou falsas.

Vitória é a capital do ES.	V
Salvador é a capital da Bahia.	V

Brasil faz fronteira com Chile.	F
Brasil faz fronteira com Uruguai.	V

O fumo pode causar câncer.	V
2 + 3 = 7.	F

Uma semana tem 8 dias.	F
7 < 5.	F

i - Vitória é a capital do Espirito Santo e Salvador é a capital da Bahia.	V
ii - O Brasil faz fronteira com Chile e Uruguai.	F
iii - O fumo pode causar câncer e 2 + 3 = 7.	F
iv - Uma semana tem 8 dias e 7<5.	F

Baseado no que foi discutido, complete a tabela abaixo:

p	q	p Λ q
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Explique com suas palavras quando que uma conjunção será verdadeira ou falsa.

A conjunção será verdadeira somente no caso em que as proposições simples forem ambas verdadeiras.

3.4.2 Conectivo "ou" Disjunção (V)

Quatro amigas, Alana, Bernadete, Catia e Danila se aprontaram para ir a uma festa. Alana vestia uma blusa vermelha e sapatos pretos, Bernadete uma blusa vermelha e sapatos brancos, Catia uma blusa azul e sapatos pretos, Danila uma blusa azul e sapatos brancos. Ao chegar à portaria se depararam com a seguinte placa. "Permitida à entrada somente de pessoas de blusa vermelha ou sapatos pretos."

A quem foi permitida a entrada? Por quê?

Alana, Bernadete e Catia. Por que elas possuíam uma das duas vestes

Qual foi a ideia transmitida pelo conectivo *ou* na frase "Permitida à entrada somente de pessoas de blusa vermelha ou sapatos pretos."

A ideia transmitida seria de que bastava apenas que um requisito (blusa vermelha ou sapatos pretos) fosse cumprido para garantir a ação.

Dadas as proposições abaixo, analisem quais delas são verdadeiras ou falsas.

i - Vitória é a capital do Espirito Santo ou Salvador é a capital da Bahia.	V
ii - O Brasil faz fronteira com Chile ou Uruguai.	V
iii - O fumo pode causar câncer ou 2 + 3 = 7.	V
iv - Uma semana tem 8 dias ou 7<5.	F

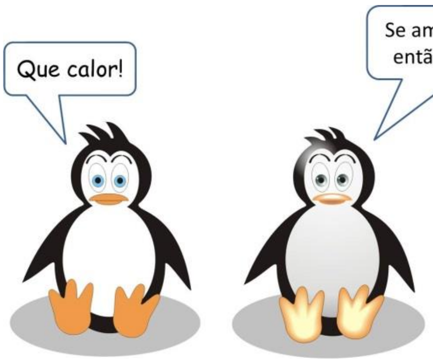
Baseado no que foi discutido, complete a tabela abaixo:

p	q	p ∨ q
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Explique com suas palavras quando que uma disjunção será verdadeira ou falsa.

A disjunção será falsa somente no caso em que as proposições simples que a compõe forem ambas falsas

3.4.3 Conectivo "se..., então" condicional (⟶)



Analise a charge acima e responda.

O que é suficiente a ação de ir à praia?

Fazer sol.

Qual a consequência caso faça sol.

O pinguim ir à praia.

Se fizer sol e o pinguim for à praia ele estaria dizendo a verdade?

Sim.

Se fizer sol e o pinguim não for à praia ele estaria dizendo a verdade?

Não.

Se não fizer sol e o pinguim for à praia. É possível afirmar que ele mentiu?

Não.

Se não fizer sol e o pinguim não for à praia. É possível afirmar que ele mentiu?

Não.

Baseado no que foi discutido, complete a tabela abaixo:

p	q	p → q
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Explique com suas palavras quando que uma condicional será verdadeira ou falsa.

Uma proposição condicional terá valor falso apenas quando o antecedente for verdadeiro e seu consequente for falso.

3.4.4 Conectivo "se, e somente se" bicondicional (↔)

Dadas as proposições. Explique com suas palavras qual ideia o autor gostaria de passar ao leitor?

Que o Nhonho só daria um sanduiche de presunto ao chaves se o mesmo brincasse com ele, e que o chaves so brincaria com ele se o mesmo lhe desse um sanduiche de presunto. Caso uma das ações não acontecesse (sendo falsa nesse caso) a outra também não ocorreria.

Complete a tabela verdade no seguinte caso:

p: Chaves brinca com Nhonho.

q: Nhonho dá um sanduiche de presunto ao chaves.

$(p \to q)$ "Se Chaves brincar com Nhonho, então Nhonho dará um sanduiche ao Chaves."

$(q \to p)$ "Se o Nhonho der um sanduiche de presunto, então Chaves brinca com o Nhonho."

p	q	p → q	q → p	p → q ∧ q → p
V	V	V	V	V
V	F	F	V	F
F	V	V	F	F
F	F	V	V	V

p	q	p↔q
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Explique com suas palavras quando que uma bicondicional será verdadeira ou falsa.

Uma bicondicional será verdadeira somente quando as duas proposições simples forem ambas verdadeira ou ambas falsas. Isso se deve ao fato de que a bicondicional ser formada por duas condicionais onde as proposições simples invertem suas posições e o conectivo "e" que une as duas condicionais.

Obs.: Conectivos são palavras usadas na formação de novas proposições, logo a palavra usada na negação de uma proposição também é considerada conectivo.

Operação	Conectivo	Símbolo
Conjunção	e	$\wedge$
Disjunção	ou	$\vee$
Negação	não	$\sim$
Condicional	se...então	$\rightarrow$
Bicondicional	se, e somente se	$\leftrightarrow$

Objetivos e Comentários
Atividade 4 Objetivos: • Transmitir ao aluno que o conectivo "e" passa a ideia de simultaneidade e que a proposição composta pelo conectivo "e" é denominada conjunção. • Transmitir ao aluno que o conectivo "ou" abrange a possibilidade em que ao menos uma proposição simples ocorra, podendo ocorrer também as duas. E que a proposição composta formada pelo conectivo ou é denominada disjunção. • Transmitir ao aluno que o conectivo " se...então" só expressará valor lógico falso se o antecedente for verdadeiro e o consequente for falso. E que a proposição composta formada pelo conectivo se...então é denominada condicional. • Transmitir ao aluno que o conectivo " se, somente se" apresenta valor lógico verdade apenas quando as proposições forem ambas verdadeiras ou ambas falsas. E que a proposição composta formada pelo conectivo se, somente se é denominada bicondicional. • Construir a tabela verdade de cada conectivo lógico. Comentário: 1. Mostrar aos alunos, com outros exemplos se necessário, a caracterização do antecedente e consequente e quando que uma condicional será falsa.

ATIVIDADE 5 – TAUTOLOGIA, CONTRADIÇÃO E CONTINGÊNCIA.

Dada a proposição abaixo:

Se Paulo é professor e Queiroz é medico então Paulo é professor ou Queiroz é médico.

Quais proposições simples a compõe e qual a sua estrutura lógica?

p: Paulo é professor.

q: Queiroz é médico.

$p \wedge q \longrightarrow p \vee q$

Construa a tabela verdade

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \wedge q \longrightarrow p \vee q$
V	V	V	V	V
V	F	F	V	V
F	V	F	V	V
F	F	F	F	V

Mude as proposições simples “p” e “q” (construindo novas afirmações) formando uma nova proposição composta com a mesma estrutura $p \wedge q \longrightarrow p \vee q$.

r: ____

s: ____

$r \wedge s \longrightarrow r \vee s$: ____

____

Construa a tabela verdade r$\wedge s \longrightarrow r \vee s$:

r	s	$r \wedge s$	$r \vee s$	$r \wedge s \longrightarrow r \vee s$
V	V	V	V	V
V	F	F	V	V
F	V	F	V	V
F	F	F	F	V

Houve alguma diferença entre as tabelas verdade?

Apesar de serem formadas por proposições simples diferentes, elas possuem a mesma estrutura lógica e a mesma tabela verdade.

Considerando a proposição p: Larissa foi à praia. Construa a tabela verdade:

p	~p	$p \wedge \sim p$
V	F	F
F	V	F

Se trocarmos a proposição "Larissa foi à praia" por "Marcelo não dormiu", mudaria o resultado final da tabela verdade?

Não

Proposições composta que, independente das proposições simples que a compõe, são sempre verdadeira, chamamos de tautologia. Em contra partida, as que possuem valor lógico sempre falso são chamadas de contradição. As proposições que não são tautologia e contradição são chamadas de contingência. Com base nessas informações classifique as proposições a seguir em tautologia, contradição e contingência.

a) $\sim p(\,p\ \wedge \sim p)$
b) $p \vee \sim\ (\,p\ \wedge q\ )$
c) $(p \wedge q) \wedge \sim\ (p \vee q)$
d) $p \vee q \longrightarrow p \wedge q$
e) $p \vee (q \wedge \sim\ q) \longleftrightarrow p$

Objetivos e Comentários
Atividade 5 Objetivo: • Identificar e diferenciar tautologia, contradição e contingência. • Exercitar a construção de tabelas verdades mais complexas.

Atividade 6 – Equivalência.

Duas proposições são equivalentes se tem a mesma tabela de valores lógicos. Dadas as proposições, quais delas são equivalentes?

a)

i. Marcos não comprou lápis e borracha.
ii. Marcos não comprou lápis mas comprou borracha.
iii. Marcos não comprou lápis ou não comprou borracha.
iv. Marcos comprou lápis ou borracha.

b)

i. Se Marcos marcou a letra “a” então Marcos errou.
ii. Se Marcos não marcou a letra “a” então Marcos não errou.
iii. Se Marcos não errou então ele não Marcou a letra “a”.
iv. Se Marcos não acertou então ele Marcou a letra “a”

a)

p: Marcos comprou lápis.

q: Marcos comprou borracha.

i

p	q	$p \wedge q$	$\sim (p \wedge q)$
V	V	V	F
V	F	F	V
F	V	F	V
F	F	F	V

ii

p	q	$\sim p$	$\sim p \wedge q$
V	V	F	F
V	F	F	F
F	V	V	V
F	F	V	F

iii

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \vee \sim q$
V	V	F	F	F
V	F	F	V	V
F	V	V	F	V
F	F	V	V	V

iv

p	q	$p \vee q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Logo a afirmação i é equivalente a afirmação iii.

b)

p: Marcos marcou a letra “a”.

q: Marcos errou.

i

p	q	$p \rightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

ii

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \rightarrow \sim q$
V	V	F	F	V
V	F	F	V	V
F	V	V	F	F
F	F	V	V	V

iii

p	q	$\sim q$	$\sim p$	$\sim q \rightarrow \sim p$
V	V	F	F	V
V	F	V	F	F
F	V	F	V	V
F	F	V	V	V

iv

p	q	$q \rightarrow p$
V	V	V
V	F	V
F	V	F
F	F	V

Logo a afirmação i é equivalente a afirmação iii e a afirmação ii e equivalente a iv.

Objetivos e Comentários
Atividade 6 Objetivo: • Identificar a equivalência entre proposições através da tabela-verdade.

CAPÍTULO 4 – MÉTODO DE APLICAÇÃO

Neste capitulo estabeleceremos como foco exemplos práticos do uso do método em sala de aula. Assim como na obra de Polya, iremos usar de uma lista de indagações que guiará o professor e seus alunos pelas quatro fases estabelecidas em sua obra. Esta lista não tem um caráter de ser definitiva, podendo assim ser modificada por cada professor tendo como referência as peculiaridades de cada turma.

Lista

Compreendendo o Problema	Qual a incógnita? Qual a condicionante? Quais são os dados?
Estabelecimento de um Plano	Conhece algum problema parecido? É possível reformular o problema? Utilizou todos os dados?
Execução do plano	Ao executar seu plano de resolução, verifique cada passo.
Retrospecto	É possível verificar o resultado? É possível verificar o argumento? É possível chegar ao resultado por um método diferente?

Para os exemplos práticos também serão utilizados diálogos idealizados entre professor e alunos de modo a dar uma ideia de como o método seria aplicado em sala de aula.

4.1 Proposições e quantificadores

Exemplo 1

[Sá, pag35] (ICMS – SP/1997) Todos os marinheiros são republicanos. Assim sendo,

a) O conjunto dos marinheiros contém o conjunto dos republicanos.
b) Nenhum marinheiro é republicano.

c) Todos republicanos são marinheiros.
d) Algum marinheiro não é republicano.
e) O conjunto dos republicanos contém o conjunto dos marinheiros.

Para discutirmos esse exercício, seria necessário que os estudantes já tivessem estudados as atividade 1 (Proposições) e atividade 2 (Negação e quantificadores).

- Compreendendo o Problema

É importante aqui, que o aluno consiga compreender o problema em sua completude, elabore desenhos ou catalogue os dados se necessário. Não é conveniente o aluno elaborar um plano sem ter entendido bem o problema.

[P] Qual a condicionante que o problema estabelece?

[A] Que todos os marinheiros são republicanos.

[P] O que está sendo pedido?

[A] Qual das opções abaixo satisfaz a condicionante.

- Estabelecimento de um Plano

Após ter entendido bem o problema, fica mais fácil do aluno estabelecer um plano. Porém ainda assim o professor deve estar preparado para silêncios desconcertantes provinda dos educandos. Desta forma o professor deve apresentar novamente as indagações com modificações para aquelas onde não obteve alguma resposta.

[P] Conhece algum problema parecido?

[A] Os problemas sobre quantificadores da atividade 3 tem uma certa semelhança.

[P] É possível aplicar algum conceito para podermos visualizar a incógnita do problema por outro ângulo?

[A] Podemos desenha-lo em forma de um conjunto representando-o pelo diagrama de Venn.

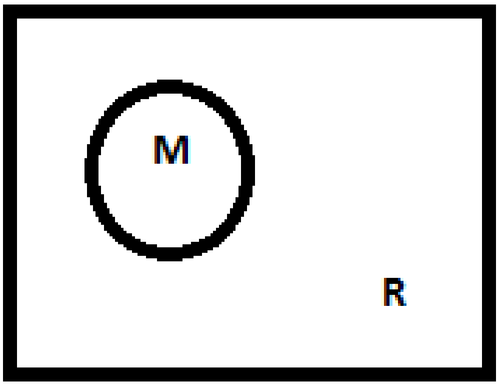
[P] Como este diagrama pode ajudá-lo na resolução do problema?

[A] Poderemos comparar as alternativas a fim de encontrar uma que satisfaça.

[P] Ok. Já temos um plano estabelecido. Podemos resolver o problema.

- *Execução do plano*

É importante que o professor evite interromper o aluno na execução do plano. No geral deve-se apenas alertá-los de verificar cada passo.



[A] Letra "a" é falsa, pois não temos garantia de que todos os republicanos serão marinheiros.

[A] Letra "b", como todos os marinheiros são republicanos, a frase de que nenhum marinheiro é republicano seria falsa.

[A] Letra "c" é falsa pela mesma razão descrita na letra "a".

[A] Letra "d" é falsa, pois se existir um marinheiro que não seja republicano a condicionante do problema seria falsa.

[A] Letra "e" é verdadeira, como é possível observar pelo diagrama e pela condicionante.

➢ *Retrospecto*

Normalmente após a resolução do problema, os alunos passam para o próximo ou abandonam o problema. É importante o professor passar aos seus alunos que um problema nunca está totalmente resolvido, sempre tendo algo mais a fazer ou verificar.

Reexaminando cada passo da solução e resultado final do problema em busca de erros, podemos consolidar conhecimentos e aperfeiçoá-los.

[P] É possível verificar o resultado?
[P]Por que o item "a" não pode ser a resposta?
[P]Por que o item "b" não pode ser a resposta?
[P]Por que o item "c" não pode ser a resposta?
[P]Por que o item "d" não pode ser a resposta?

Exemplo 2

[González, Norton pag 220] Considere os seguintes conjuntos de premissas e conclusões:

i. Algum avô é economista. Logo, algum economista é avô.
ii. Nenhum arquiteto é cantor. Logo, nenhum cantor é arquiteto.
iii. Todo advogado é poeta. Logo, todo poeta é advogado.

Qual(is) argumento(s) é(são) válidos(s)?

a) Somente i
b) Somente ii
c) Somente i e ii
d) Somente ii e iii
e) Todos

- Compreendendo o Problema

[P] Qual a condicionante?

[A] Algum avô é economista. Logo, algum economista é avô.
Nenhum arquiteto é cantor. Logo, nenhum cantor é arquiteto.
Todo advogado é poeta. Logo, todo poeta é advogado.

[P] O que está sendo pedido?

[A] Julgar os argumentos verificando a veracidade das conclusões.

- Estabelecimento de um Plano

[P] Conhece algum problema parecido?

[A] O problema do exemplo 1 tem uma certa semelhança ao termos que julgar as alternativas afim de verificar sua veracidade.

[P] É possível aplicar algum conceito para podermos visualizar a incógnita do problema por outro ângulo?

[A] É possível fazer o diagrama de Venn para cada opção a ser analisada.

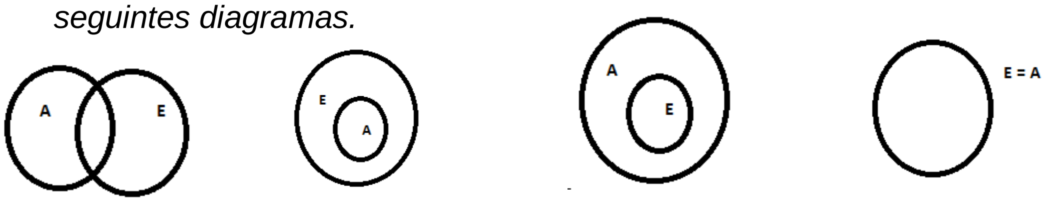
[P] Como este diagrama pode ajuda-lo na resolução do problema?

[A] Poderemos analisar as condicionantes e a conclusão de cada item a fim de verificar sua veracidade.

[P] Ok. Já temos um plano estabelecido. Podemos resolver o problema.

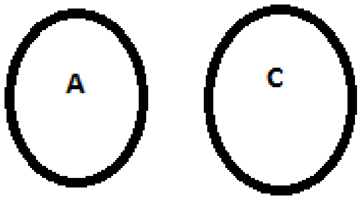
- Execução do plano

[A] Ao afirmar que algum avô é economista, podemos formar os seguintes diagramas.

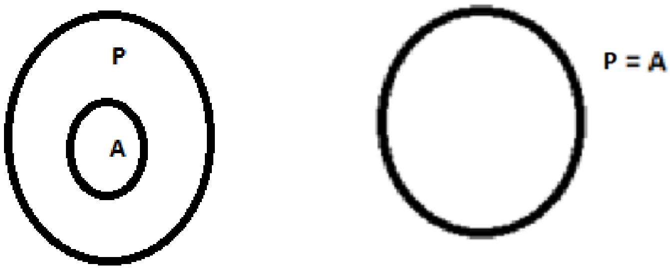


Note que em nenhum deles a conclusão é negada. Portando a conclusão é verdadeira.

[A] Note que ao afirmar que "Nenhum arquiteto é cantor" se tivermos algum cantor que seja arquiteto teremos imediatamente algum arquiteto que seja cantor contrariando assim a condição inicial.



[A] Para afirmarmos que todo advogado é um poeta, estamos assumindo que o conjunto dos advogados é um subconjunto dos Poetas. Porém podemos afirmar que o conjunto dos poetas é subconjunto dos advogados. Portanto temos uma falsidade.



Desta forma somente o item "i" e "ii" serão verdadeiros.

- *Retrospecto*

  [P] É possível verificar o resultado?

  [P] É possível dar um contra-exemplo para o item "iii"?

4.2 Proposições simples, compostas, conectivos lógicos e tabela verdade.

Exemplo 3

[IBFC Docas – PB 2015] O valor lógico da proposição composta (2/5 de 40 = 16) ou (30% de 150 = 60) é:

a) Verdadeiro
b) Falso

- Compreendendo o Problema

  [P] Qual a incógnita?

  [A] O valor lógico de "2/5 de 40 = 16 ou 30% de 150 = 60".

  [P] Quais são os dados?

  [A] "2/5 de 40 = 16" e "30% de 150 = 60".

- Estabelecimento de um Plano

  [P] Conhece algum problema parecido?

  [A] Sim. O problema sobre o conectivo "ou" na atividade 4.2 do capítulo 3.

  [P] Que conceitos então podemos aplicar a fim de descobrirmos o valor lógico da proposição?

  [A] Utilizarmos a tabela verdade do conectivo "ou".

  [P] Ok. Já temos um plano estabelecido. Podemos resolver o problema.

- Execução do plano

  [A] 2/5 de 40 = 16 é verdade.

  30% de 150 = 60 é falso pois 30% de 150 = 45.

  Pela tabela verdade temos que (V) ou (F) implica (V).

  Logo é verdadeiro. Opção "a".

- *Retrospecto*

  [P] É possível verificar o resultado?

Exemplo 4

[CESPE TRE-GO 2015]Se P, Q e R forem proposições simples e se T for a proposição composta falsa $[P \wedge (\neg Q)] \rightarrow R$, então, necessariamente, P, Q e R serão proposições verdadeiras.

a) Certo
b) Errado

- Compreendendo o Problema

  [P] Qual a incógnita?

  [A] O valor lógico de P, Q e R

  [P] Quais são os dados?

  [A] T = $([P \wedge (\neg Q)] \rightarrow R)$ onde T é falso

- Estabelecimento de um Plano

  [P] Conhece algum problema parecido?

  [A] Problemas relacionados aos conectivos do capítulo 3.

  [P] Que conceitos então podemos aplicar a fim de descobrirmos o valor lógico da proposição?

  [A] Negação de uma proposição, tabela verdade do conectivo "e" e tabela verdade do conectivo condicional.

  [P] Ok. Já temos um plano estabelecido. Podemos resolver o problema.

- Execução do plano

  [A] Como T é uma proposição falsa, pela tabela verdade da condicional temos que $[P \wedge (\neg Q)]$ é verdade e R é falso. Como R é falso podemos afirmar que a resposta seria letra "b" errado.

- *Retrospecto*

  [P] É possível verificar o resultado?

4.3 Equivalência

Exemplo 5

[VUNESP PC-SP 2014] Considerando a proposição $\neg(p \vee q)$, assinale a alternativa que apresenta uma proposição que lhe seja equivalente.

a) $\neg p \wedge \neg q$
b) $p \vee q$
c) $\neg p \vee q$
d) $\neg p$
e) $\neg q$

- Compreendendo o Problema

  [P] Qual a incógnita?

  [A] A proposição equivalente a $\neg(p \vee q)$.

  [P] Quais são os dados?

  [A] $\neg(p \vee q)$

- Estabelecimento de um Plano

  [P] Conhece algum problema parecido?

  [A] Sim. Os problemas da atividade 6 do capítulo 3.

  [P] Que conceitos então podemos aplicar a fim de descobrirmos um resultado equivalente?

  [A] Como na atividade 6, uma forma seria a de construir a tabela verdade da proposição $\neg(p \vee q)$ e comparar com a tabela verdade das proposições da resposta.

[P] Ok. Já temos um plano estabelecido. Podemos resolver o problema.

- Execução do plano

  [A] Primeiro construímos a tabela verdade de ¬(p ∨ q).

p	q	p ∨ q	¬ (p ∨ q)
V	V	V	F
V	F	V	F
F	V	V	F
F	F	F	V

Note que o item "d" e o item "e" não possui o mesmo número de linhas que a tabela de ¬(p ∨ q). Desta forma podemos descarta-la.
Construindo as tabelas de "¬ p ∧ ¬ q", "p ∨ q" e "¬ p ∨ q" teremos:

p	q	¬p	¬q	¬ p ∧ ¬ q	*p ∨ q*	*¬ p ∨ q*
V	V	F	F	F	V	V
V	F	F	V	F	V	F
F	V	V	F	F	V	V
F	F	V	V	V	F	V

Logo a opção seria letra "a".

- *Retrospecto*

  [P] É possível verificar o resultado?

Exemplo 6

[FUNCAB ANS 2016] A negação de afirmação condicional “Se o beneficiário estiver acima do peso, ele é sedentário" é:

a) o beneficiário não está acima do peso e ele é sedentário.
b) se o beneficiário não estiver acima do peso, ele é sedentário.
c) o beneficiário não está acima do peso e ele não é sedentário.
d) o beneficiário está acima do peso e ele não é sedentário.
e) se o beneficiário estiver acima do peso, ele não é sedentário.

- Compreendendo o Problema

  [P] Qual a incógnita?

  [A] A negação da afirmação condicional.

  [P] Quais são os dados?

  [A] “Se o beneficiário estiver acima do peso, ele é sedentário"

- Estabelecimento de um Plano

  [P] Conhece algum problema parecido?

  [A] Sim. Os problemas da atividade 6 do capítulo 3 e o problema [VUNESP PC-SP 2014].

  [P] Que conceitos então podemos aplicar a fim de descobrirmos um resultado equivalente?

  [A] Uma forma seria a de construir a tabela verdade da proposição e comparar com as respostas.

  [P] Ok. Já temos um plano estabelecido. Porém antes de começarmos, existe alguma forma de facilitarmos a visualização das proposições e trabalharmos de uma forma mais genérica?

  [A] Sim. Como descrito na primeira atividade do capitulo 3, cada proposição poderemos associar a uma letra.

  [P] Ok. Executem o plano de vocês.

➢ Execução do plano

[P] *p = "O beneficiário estiver acima do peso."*

q = "O beneficiário é sedentário."

Portanto temos no enunciado (p→q). Nas opções:

a) ~p∧q
b) ~p→q
c) ~p∧~q
d) p∧~q
e) p→~q

Construindo as tabelas verdades teremos:

p	q	p → q	~(p → q)
V	V	V	F
V	F	F	V
F	V	V	F
F	F	V	F

p	q	~p	~q	~p∧q	~p→q	~p∧~q	p∧~q	p→~q
V	V	F	F	F	V	F	F	F
V	F	F	V	F	V	F	V	V
F	V	V	F	V	V	F	F	V
F	F	V	V	F	F	V	F	V

Logo a negação de ~(p → q) seria p∧~q.

➢ *Retrospecto*

[P] É possível verificar o resultado?

[P] É possível generalizar o resultado para todas as negativas proposicionais escrita da forma p → q.

[A] Sim. Assim como neste exercício, podemos generalizar representando as proposições simples na forma p e q. Desta forma podemos concluir que a negação de todas as condicionais ($p \rightarrow q$) podem ser escritos da forma $p \wedge \sim q$.

[P] Esta linha de raciocínio pode ser aplicado a algum outro exercício?

[A] Sim. No exercício anterior, trabalhamos com a negação de $p \vee q$. Desta forma todas proposições que escrevermos desta forma, podemos afirmar que sua negação será da forma $\neg p \wedge \neg q$.

4.4 Problemas Lógico e Raciocínio Matemático

Exemplo 7

(ESAF) Sócrates encontra-se em viagem por um distante e estranho país, formado por apenas duas aldeias, uma grande e outra pequena. Os habitantes entendem perfeitamente o português, mas falam apenas o idioma local, desconhecido por Sócrates. Ele sabe, contudo, que os habitantes da aldeia menor sempre dizem a verdade, e os da aldeia maior sempre mentem. Sabe, também, que Milango e Nabungo são as palavras no idioma local que significam “sim” e “não”, mas não sabe qual delas significa “sim” e nem, consequentemente, qual significa “não”. Um dia, Sócrates encontra um casal acompanhado de um jovem. Dirigindo-se a ele, e apontando para o casal, Sócrates pergunta:

– Meu bom jovem, é a aldeia desse homem maior do que a dessa mulher?

– Milango – responde o jovem.

– E a tua aldeia é maior do que a desse homem? – voltou Sócrates a perguntar.

– Milango – tornou o jovem a responder.

– E, dize-me ainda, és tu da aldeia maior? – perguntou Sócrates.

– Nabungo – disse o jovem.

Sócrates, sorrindo, concluiu corretamente que:

a) o jovem diz a verdade, e o homem é da aldeia grande e a mulher da grande.
b) o jovem mente, e o homem é da aldeia grande e a mulher da pequena.
c) o jovem mente, e o homem é da aldeia pequena e a mulher da pequena.
d) o jovem diz a verdade, e o homem é da aldeia pequena e a mulher da pequena.
e) o jovem mente, e o homem é da aldeia grande e a mulher da grande.

- Compreendendo o Problema

  [P] Qual a incógnita?

  [A] Descobrir o significado de Milango e Nabungo.

  [P] Quais são os dados?

  [A] Os habitantes da aldeia menor sempre dizem a verdade e os habitantes da aldeia maior sempre mentem. E as perguntas de Sócrates ao jovem que acompanha um casal.

- Estabelecimento de um Plano

  [P] Conhece algum problema parecido?

  [A] ...

  [P] É possível descobrirmos quem é da aldeia pequena e da aldeia grande?

  [A]. Acho que sim. Não tenho muita certeza.

  [P] Parece que o problema é um pouco mais difícil do que esperávamos. Se não podemos no momento resolver o problema como um todo, que tal tentar satisfazer parte da condicionante? É possível descobrirmos os significados de Milango e Nabungo?

  [A] Podemos tentar analisar as respostas do jovem a fim de descobrirmos o que quer dizer Milango e Nabungo.

- Execução do plano

  [P] É possível descobrirmos o significado de Milango com a resposta de "-Meu bom jovem, é a aldeia desse homem maior do que a dessa mulher?".

  [A] Não.

  [P] É possível descobrirmos o significado de Milango com a resposta de "-E a tua aldeia é maior do que a desse homem?".

  [A] Não.

  [P] É possível descobrirmos o significado de Nabungo com a resposta de "és tu da aldeia maior?".

  [A] ... . Sim. Se o Jovem for da aldeia maior ele mentiria e responderia não. Se ele for da aldeia menor ele responderia a verdade e afirmaria não. Logo Nabungo quer dizer não. Desta forma Milango quer dizer sim.

  Portanto, a aldeia do jovem e do homem deverá ser a maior, pois como o jovem disse Milango para a pergunta "E a tua aldeia é maior do que a desse homem?", caso ele fosse da aldeia menor ele responderia Nabungo independente da aldeia do homem. E se ele fosse da maior e o homem da menor ele também responderia Nabungo.

  Assim pela primeira pergunta podemos concluir que a mulher também é da aldeia maior, pois ao responder Milango para a frase "Meu bom jovem, é a aldeia desse homem maior do que a dessa mulher?" ele estaria mentindo. Assim ela não pode ser da aldeia menor. Desta forma podemos afirmar que a resposta correta seria a letra "e".

- *Retrospecto*

  [P] É possível verificar o resultado?

  [A] Basta substituir Milando por sim e Nabungo por não que concluiremos a consistência da resposta.

Exemplo 8

[FGV, CODEBA, 2016] João e Maria estão em uma fila e Maria está à frente de João. Há 8 pessoas à frente de Maria, e 14 pessoas atrás dela. Há 7 pessoas atrás de João.
O número de pessoas que está à frente de João é

a) *13.*
b) *14.*
c) *15.*
d) *16.*
e) *17.*

- Compreendendo o Problema

  [P] Qual a incógnita?

  [A] O número de pessoas que está a frente de João.

  [P] Quais são os dados?

  [A] Maria está a frente de João.
  Há 8 pessoas à frente de Maria, e 14 pessoas atrás dela. Há 7 pessoas atrás de João.

- Estabelecimento de um Plano

  [P] Conhece algum problema parecido?

  [A] Não.

  [P] É possível descobrirmos o número de pessoas que está a frente de João?

  [A] Acredito que sim. Podemos fazer um desenho do ocorrido.

- Execução do plano

Sabemos que a frente de Maria tem 8 pessoas e atrás dela tem 14 pessoas. Contando com ela podemos concluir que na fila existem 23 pessoas. Como existem 7 pessoas atrás de João, podemos concluir que na frete dele existe 23 – (7+1) pessoas. Logo existem 15 pessoas a frente dele.

- *Retrospecto*

  [P] É possível verificar o resultado por um método diferente?

  [A] Sim podemos elaborar um desenho neste caso da situação e contar.

  [P] Façam então o desenho.

  [A] Vamos simbolizar a fila da esquerda para a direita onde desenharemos João por um quadrado e Maria por um circulo. E os demais serão representados por uma barra vertical.

| | | | | | | | ⊙ | | | | | | ⊡ | | | | | | |

CAPÍTULO 5 – APLICAÇÃO E CONCLUSÕES

Esta seção é dedicada ao relatório da aplicação do estudo de lógica matemática sob o foco de resolução de problemas para o ensino básico.

A aplicação foi realizada em uma turma de 36 alunos do primeiro ano do ensino médio no colégio estadual CIEP 306 Deputado David Quinderé em São Gonçalo, Rio de Janeiro. A aplicação foi planejada para ser realizada nos dias 05, 06, 11 e 12 de abril, porém foi necessária a utilização de mais dois dias, 18 e 19 de abril, para o fechamento das aulas. Em cada dia foram utilizados dois tempos de aulas (50 minutos em cada tempo).

Dia 05/04

Os alunos receberam duas apostilas, uma contendo atividades conceituais (presente no capítulo 3) e uma lista de exercícios (presente no apêndice 2). Apesar de cada um ter seu próprio material de estudo, os mesmos foram organizados em duplas de modo a incentivar a interação entre eles e no andamento da aula.

As primeiras atividade tiveram um início tímido com poucas interações para os questionamentos realizados pelo professor, mas à medida que iriam entendendo a proposta das atividades, os mesmos se tornaram participativos da aula dando opiniões e não tendo medo de fazerem questionamento e tirarem dúvidas. A grande maioria dos alunos teve uma participação mais ativa, diferente do estado passivo das aulas tradicionais. Um ponto negativo foi que, com o aumento da participação, se tornou mais notório as brincadeiras entre os mesmos e pontos de dispersões.

Foram realizadas as atividades 1 e 2 da apostila de atividades, e os exercícios do 1 ao 4 da apostila de exercícios. Foi combinado que os mesmos fariam em casa os exercícios do 5 ao 12.

Apesar do início tímido, os alunos não apresentaram dificuldades na construção do conceito de uma proposição. Não houve também muita dificuldade ao entendimento dos dois princípios fundamentais da lógica deixando a entender que os mesmos não foram introduzidos e sim descobertos como algo óbvio e lógico.

Dia 06/04

Diferente do dia 05/04, os alunos foram organizados de forma individual.

Os exercícios deixados para serem feitos em casa foram corrigidos em conjunto com os alunos, utilizando os passos de Polya. Devido a nova organização, houve um menor número de participação do que foi apresentado no dia anterior, porém o número de dispersões também se abrandaram. Ainda assim, tanto a participação como a dispersão foi maior do que apresentado em uma aula tradicional, tornando assim o trabalho mais desgastante para o professor em comparação a uma aula tradicional.

Foi estudado a atividade 3 da apostila de atividades conceituais. Neste dia não foram deixadas atividades extraclasse ou feito alguma atividade na apostila de exercícios, devido ao tempo tomado pela correção dos exercícios do dia 05/04 e da apresentação da atividade 3. Uma maior autonomia é observada nos alunos em sala de aula, os números de perguntas do tipo “Como se faz” ou “O que tem que fazer” feitas pelo educando antes mesmo dele ler o problema diminuiu significativamente de uma forma natural.

Dia 11/04

Assim como na aula do dia 06 de abril, os alunos foram organizados de forma individual. Foi estudada a atividade 4 e realizados os exercícios do 13 ao 20, e foi deixado para casa os exercícios do 21 ao 24.

As perguntas presentes nas atividades dos conectivos “ou” e “e” foram respondidas rapidamente e sem intervenções.

As perguntas presentes nas atividades dos conectivos condicional e bicondicional precisaram de uma intervenção maior do professor. Houve certa dificuldade por parte de alguns alunos em identificar se o pinguim estaria ou não mentindo em sua afirmação nos casos “Se não fizer sol e o pinguim for à praia” e “Se não fizer sol e o pinguim não for à praia”, esta dificuldade foi sanada com uma segunda atividade realizada pelo professor.

Um político fez a seguinte afirmação. “Se eu for eleito então asfaltarei essa rua”

Se político fosse eleito ele estaria mentindo caso...

- ...ele asfaltasse a rua?
- ...ele não asfaltasse a rua?

Se o político não fosse eleito ele estaria mentindo caso

- ...ele asfaltasse a rua?
- ...ele não asfaltasse a rua?

Dia 12/04

Organizando os alunos de forma individual, foram corrigidos os exercícios do 21 ao 24 e estudado a atividade 5, que fala sobre Tautologia, contingência e contradição.

Não houve muita dificuldade na assimilação do conteúdo estudado. Os alunos já estavam mais habituado na construção da tabela verdade e apenas acharam curioso o fato de independente das diferentes proposições simples, a estrutura lógica retornar sempre ao mesmo resultado final (tautológico ou contradição) da tabela verdade.

Da apostila de exercícios foram realizados e corrigidos os exercícios 25, 26 e 27, com destaque para o exercício 26 onde os alunos demoraram um pouco mais para traduzir as proposições para a linguagem matemática.

Dia 18/04

Os alunos foram organizados de forma individual e assim realizado a atividade 6, equivalência, da apostila de atividades conceituais.

A partir desta atividade os alunos conseguiram perceber que independente do problema proposto a estrutura lógica para a resolução do mesmo mantém-se inalterada, ou seja, mantendo o mesmo padrão e desta forma poderia ser possível que estruturas diferentes poderiam retornar resultados equivalentes.

Foram corrigidos os exercícios 28 ao 39, onde foi dado também um destaque maior para as negações das proposições compostas. Conforme os exercícios iam sendo feitos ou corrigidos, os alunos percebiam que era possível observar um padrão em suas equivalências, não precisando sempre montar as estruturas lógicas e resolver por meio da construção da tabela verdade.

Os exercícios do 28 ao 32 tiveram uma grande importância no entendimento dos padrões das negações de conjunções e disjunções.

Na solução da questão 33 foi necessária a construção da tabela verdade. Para uma melhor assimilação da negação da condicional, antes da solução da questão 33 talvez fosse melhor a solução das questões 34 e 35, invertendo assim a ordem da dificuldade desses exercícios. Os demais exercícios foram deixados para casa e sua correção foi deixada para a aula do dia 19/04.

Dia 19/04

Neste dia, os alunos permaneceram organizados de forma individual. Devido ao pouco tempo de aula e a grande quantidade de exercício, não foi possível corrigir todos os exercícios, sendo assim selecionados alguns para o debate dos mesmos. A questão 48 teve um caráter bem cativante para alguns alunos que fizeram uma menção a sua solução, com as de filmes de hollywood, como por exemplo "Sherlock Holmes".

Conclusão

Prós

- Os alunos tiveram uma ação mais ativa ajudando a enriquecer a aula e construindo os conceitos necessários para o estudo de lógica matemática.
- Houve uma maior autonomia dos educandos consequentemente uma menor dependência para a leitura e resolução de diversos problemas em contextos não tecnicistas. Desta forma tornaram-se mais proativas formulando suas próprias hipóteses, formando conjecturas e elaborando diferentes estratégias para a solução de um problema.
- As indagações e sugestões para a contribuição da resolução de problemas deu um formato mais informal a aula, fazendo com que a mesma tivesse uma aparência de dialogo entre professor-aluno e aluno-aluno fazendo com que até os discentes com históricos de menor participação não tivessem o medo de dar uma sugestão para a solução do problema proposto.

Contra

- Houve um aumento de brincadeiras e uma maior dificuldade para manter o foco dos alunos nas atividades, aumentando assim e muito o desgaste do educador para a realização das aulas.
- Atualmente o cenário das escolas públicas e privadas apresentam salas de aula com uma grande quantidade alunos. A média de alunos no desenvolver das aulas ocorreu em torno de 35 a 40 alunos, onde uma aula com essas características dinâmicas proporcionou um desgaste muito grande do docente (com perda de voz e tempo para manter o controle e foco da turma). Desta forma para a utilização do método de resolução de problemas, o ideal seria o desenvolver das aulas com um número reduzido de alunos, onde tenho como sugestão um máximo de 20 alunos por turma.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Utilizando-se da lógica matemática os alunos podem se tornar cada vez mais independente na hora de tomada de decisões e resolução de exercícios. Infelizmente com o tempo esses conteúdos foram retirados ou deixados de lado no currículo mínimo de nossa educação básica, esquecendo assim seus benefícios e importância dentro e fora da matemática.

É esperado com este trabalho, o resgaste da discussão sobre a importância do estudo do mesmo na educação básica. Porém, com uma forma diferenciada de sua abordagem o fazendo através de técnicas diferentes das convencionais, mudando a forma da abordagem tradicional do ensino, para uma forma de resolução de problemas. Assim tornando o aluno um ser participante em sala de aula deixando de lado uma posição passiva de depósito de conhecimento e tornando-se um ser ativo de construtor de conhecimento.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRAFIA

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs).** Matemática. Ensino Médio. Brasília: MEC/SEF 2000.

DANTE, L. R. **Formulação e resolução de problemas de matemática:** teoria e pratica. 1. ed. São Paulo: Atica, 2011.

FURTADO, E. M. **Raciocínio lógico para concursos**, 1 ed., Curitiba: IESD BRASIL, 2010.

GONZÁLEZ, Norton. **Questões de Lógica**: quantitativo e analítico. 1 ed. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2009.

ITACARAMBI, R. R. **Resolução de problemas:** nos anos iniciais do ensino fundamental. 1. ed. São Paulo: Livraria da Física, 2010.

OLIVEIRA, Krerley I. M.; FERNÁNDEZ, Adán J. C. **Iniciação à Matemática**: um curso com problemas e soluções. 2 ed. Rio de Janeiro: SBM, 2010.

POFFO, Elaine Maria. **A resolução de problemas como metodologia de ensino: uma análise a partir das contribuições de Vygotsky**. In: II SERP: II Seminário de Resolução de Problemas, 2011, São Paulo. Disponível em: <http://www2.rc.unesp.br/gterp/?q=serp2011/trabalhos>. Acessado em: 10 abr. 2015.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas:** 2. ed. Rio de Janeiro: Interciência. 2006.

SÁ, Alydio P. de. **Raciocínio lógico**: concurso público formação de professores. 1 ed. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2008.

SILVA, C.M.S da ; FILHO, M. G. S. **Matemática:** resolução de problemas. 1. ed. Brasília: Lider Livro. 2011.

SOARES, Maria T C; PINTO, Neusa B. Metodologia de resolução de problemas, Grupo de trabalho GT19, Caxambu, out./nov. 2001. Disponível em: <http://www.ufrrj.br/emanped/paginas/conteudo_producoes/docs_24/metodologia.pdf > Acessado em: 10 abr. 2015

WALLE, J. A. V. **Matemática no ensino fundamental:** Formação de professores e aplicações em sala de aula. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

APÊNDICES

Apêndice 1:

Atividade 1 - Proposições

Observe as frases abaixo.

ix. O Planeta Terra é redondo
x. Onde está Wally?
xi. Ela é muito carinhosa
xii. Bill Gates é Brasileiro
xiii. 2 + 4 = 6
xiv. 2+3
xv. 3 – 5 = 2
xvi. Faça-o entrar no carro

Uma proposição é uma frase afirmativa a qual pode ser atribuída, sem ambiguidade um dos valores lógicos: verdadeiro (V) ou falso (F). Quais frases acima podemos chamar de proposições?

____

____

____

____

____

É comum simplificarmos a escrita das proposições associando as mesmas a uma letra do nosso alfabeto

Exemplo

p: A terra é o terceiro planeta mais distante do sol.

q: Brasil foi campeão da copa de 2014.

Escreva cinco proposições representando-as por uma letra:

____

____

Atividade 2 – Negação e Quantificadores

Analisemos o valor lógico das seguintes proposições:

p: Vitória é a capital do estado do Espirito Santo.

q: Obama é o presidente do Brasil.

p

q

Escreva as proposições acima em sua forma negativa.

~p: ____

~q: ____

Os valores lógicos mudaram?

____

p	~p

q	~q

Qual seria a negação das proposições fornecidas na atividade 1?

____

____

____

____

____

Voltemos a analisar a proposições.

É possível que a proposição “p” seja verdadeira e falsa ao mesmo tempo?

____

É possível que alguma proposição seja verdadeira e falsa ao mesmo tempo?

____

Existe a possibilidade da proposição “p” não seja verdadeira ou não seja falsa?

____

É possível que alguma proposição não seja verdadeira ou não seja falsa ao mesmo tempo?

____

(III) Principio da não contradição: ____________________________________

____

(IV) Princípio do terceiro excluído: ____________________________________

____

Analise as proposições abaixo indicando seu valor lógico.

p: Todo número par é múltiplo de dois.

q: Existe ao menos um mamífero que voa.

r: Todo brasileiro é baiano.

s: Existe ao menos uma palavra proparoxítona que não é acentuada.

p	q	r	s

Rescreva as proposições acima em sua forma negativa

~p: ____

~q: ____

~r: ____

~s: ____

Complete o quadro abaixo:

p	~p	q	~q	r	~r	s	~s

Atividade 3 - Proposições simples e proposições compostas

As proposições abaixo são formadas por outras proposições mais simples.

p: Marcos trabalha na radio e gosta de escrever.

q: Marcia foi ao salão ou ao shopping.

r: Se Antônio estudar então ele vai tirar boas notas.

s: Marta irá viajar se, e somente se comprar a passagem.

Quais seriam essas?

Ao juntarmos proposições simples (possui apenas um predicado) utilizando algumas palavras (conectivos) formaremos outras proposições denominadas proposições compostas. Utilizando as proposições simples das atividades 1 e 2, e os conectivos “e”, “ou”, “se... então” e “se, e somente se” formem proposições compostas.

Atividade 4 - Conectivos Lógicos e tabela verdade

4.1 Conectivo "e" conjunção ($\wedge$)

Quatro amigas, Alana, Bernadete, Catia e Danila se aprontaram para ir a uma festa. Alana vestia uma blusa vermelha e sapatos pretos, Bernadete uma blusa vermelha e sapatos brancos, Catia uma blusa azul e sapatos pretos, Danila uma blusa azul e sapatos brancos. Ao chegar na portaria se depararam com a seguinte placa. "Permitida a entrada somente de pessoas de blusa vermelha e sapatos pretos."

A quem foi permitida a entrada? Por que?

____

Qual foi a ideia transmitida pelo conectivo *e* na frase "Permitida a entrada somente de pessoas de blusa vermelha e sapatos pretos."

____

____

Dadas as proposições abaixo, analisem quais delas são verdadeiras ou falsas.

Vitória é a capital do ES	
Salvador é a capital da Bahia	

Brasil faz fronteira com Chile	
Brasil faz fronteira com Uruguai	

O fumo pode causar câncer	
2 + 3 = 7	

Uma semana tem 8 dias	
7 < 5	

i - Vitória é a capital do Espirito Santo e Salvador é a capital da Bahia	

ii - O Brasil faz fronteira com Chile e Uruguai	
iii - O fumo pode causar câncer e 2 + 3 = 7	
iv - Uma semana tem 8 dias e 7<5	

Baseado no que foi discutido, complete a tabela abaixo:

p	q	$p \wedge q$
V	V	
V	F	
F	V	
F	F	

Explique com suas palavras quando que uma conjunção será verdadeira ou falsa.

4.2 Conectivo “ou” conjunção ($\vee$)

Quatro amigas, Alana, Bernadete, Catia e Danila se aprontaram para ir a uma festa. Alana vestia uma blusa vermelha e sapatos pretos, Bernadete uma blusa vermelha e sapatos brancos, Catia uma blusa azul e sapatos pretos, Danila uma blusa azul e sapatos brancos. Ao chegar na portaria se depararam com a seguinte placa. “Permitida a entrada somente de pessoas de blusa vermelha ou sapatos pretos.”

A quem foi permitida a entrada? Por que?

Qual foi a ideia transmitida pelo conectivo *ou* na frase "Permitida a entrada somente de pessoas de blusa vermelha ou sapatos pretos."

____

____

Dadas as proposições abaixo, analisem quais delas são verdadeiras ou falsas.

i - Vitória é a capital do Espirito Santo ou Salvador é a capital da Bahia	
ii - O Brasil faz fronteira com Chile ou Uruguai	
iii - O fumo pode causar câncer ou 2 + 3 = 7	
iv - Uma semana tem 8 dias ou 7<5	

Baseado no que foi discutido, complete a tabela abaixo:

p	q	p V q
V	V	
V	F	
F	V	
F	F	

Explique com suas palavras quando que uma disjunção será verdadeira ou falsa.

____

____

____

____

____

____

____

____

____

4.3 Conectivo “se... então” condicional ($\longrightarrow$)

Analise a charge acima e responda.

O que é suficiente a ação de ir a praia?

____

Qual a consequência caso faça sol.

____

Se fizer sol e o pinguim for a praia ele estaria dizendo a verdade?

____

Se fizer sol e o pinguim não for a praia ele estaria dizendo a verdade?

____

Se não fizer sol e o pinguim for a praia. É possível afirmar que ele mentiu?

____

Se não fizer sol e o pinguim não for a praia. É possível afirmar que ele mentiu?

____

Baseado no que foi discutido, complete a tabela abaixo:

p	q	$p \rightarrow q$
V	V	
V	F	
F	V	
F	F	

Explique com suas palavras quando que uma condicional será verdadeira ou falsa.

____

____

____

____

____

____

4.4 Conectivo "se, e somente se" bicondicional ($\leftrightarrow$)

Dadas as proposições

Explique com suas palavras qual ideia o autor gostaria de passar ao leitor?

____

____

____

____

Complete a tabela verdade no seguinte caso:

p: "Se Chaves brincar com Nhonho então Nhonho dará um sanduiche ao Chaves."

q: "Se o Nhonho der um sanduiche de presunto então Chaves brinca com o Nhonho."

p	q	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow p$
V	V		
V	F		
F	V		
F	F		

p	q	$p \leftrightarrow q$
V	V	
V	F	
F	V	
F	F	

Explique com suas palavras quando que uma bicondicional será verdadeira ou falsa.

____

____

____

____

____

____

Obs.: Conectivos são palavras usadas na formação de novas proposições, logo a palavra usada na negação de uma proposição também é considerada conectivo.

Operação	Conectivo	Símbolo
Conjunção	e	$\land$
Disjunção	ou	$\lor$
Negação	não	$\sim$
Condicional	se...então	$\rightarrow$
Bicondicional	se, e somente se	$\leftrightarrow$

Atividade 5 – Tautologia, Contradição e Contingência.

Dada a proposição abaixo:

Se Paulo é professor e Queiroz é medico então Paulo é professor ou Queiroz é médico.

Quais proposições simples a compõe e qual a sua estrutura lógica?

p: ____.

q: ____.

Construa a tabela verdade

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \wedge q \longrightarrow p \vee q$

Mude as proposições simples “p” e “q” (construindo novas afirmações) formando uma nova proposição composta com a mesma estrutura $p \wedge q \longrightarrow p \vee q$?

r: ____

s: ____

$r \wedge s \longrightarrow r \vee s$: ____

____

Construa a tabela verdade r$\wedge s \longrightarrow r \vee s$:

r	s	$r \wedge s$	$r \vee s$	$r \wedge s \longrightarrow r \vee s$

Houve alguma diferença entre as tabelas verdade?

____.

Considerando a proposição p: Larissa foi a praia. Construa a tabela verdade:

p	~p	$p \wedge \sim p$

Se trocarmos a proposição "Larissa foi a praia" por "Marcelo não dormiu", mudaria o resultado final da tabela verdade?

____

Proposições composta que independente das proposições simples que a compôs, são sempre verdadeiras, chamamos de tautologia. Em contra partida, as proposições compostas cujo valor lógico serão sempre falso independente das mais simples serão chamada de contradição. As proposições que não são tautologia e contradição são chamadas de contingência. Classifique as proposições a seguir em tautologia, contradição e contingência.

f) $\sim p(\, p \wedge \sim p)$
g) $p \vee \sim (\, p \;\wedge q\,)$
h) $(p \wedge q) \wedge \sim (p \vee q)$
i) $p \vee q \longrightarrow p \wedge q$
j) $p \vee (q \wedge \sim q) \leftrightarrow p$

Atividade 6 – Equivalência.

Duas proposições são equivalentes se tem a mesma tabela de valores lógicos. Dadas as proposições, quais delas são equivalentes.

a)

v. Marcos não comprou lápis e borracha
vi. Marcos não comprou lápis mas comprou borracha
vii. Marcos não comprou lápis ou não comprou borracha
viii. Marcos comprou lápis ou borracha

b)

v. Se Marcos marcou a letra “a” então Marcos errou.
vi. Se Marcos não marcou a letra “a” então Marcos não errou.
vii. Se Marcos não errou então ele não Marcou a letra “a”.
viii. Se Marcos não acertou então ele Marcou a letra “a”

Apêndice 2

Capítulo 4 – Lista de Exercícios

1. [FUNIVERSA, SAPeJUS – GO, 2015] Considerando que uma proposição corresponde a uma sentença bem definida, isto é, que pode ser classificada como verdadeira ou falsa, excluindo-se qualquer outro julgamento, assinale a alternativa em que a sentença apresentada corresponde a uma proposição.

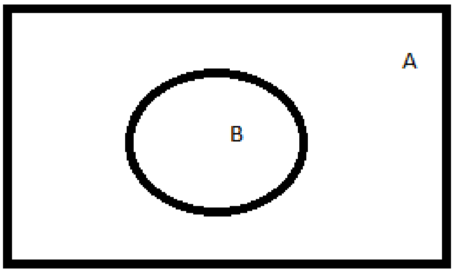
   a) Ele foi detido sem ter cometido crime algum?
   b) Aquela penitenciária não oferece segurança para o trabalho dos agentes prisionais
   c) Os agentes prisionais da penitenciária de Goiânia foram muito bem treinados.
   d) Fique alerta a qualquer movimentação estranha no pátio do presídio.
   e) Houve fuga de presidiários, que tragédia!

2. Carlos faz parte de uma rede social secreta de matemáticos. Para fazer login nessa rede era necessário digitar uma chave que consistia na negação da frase do dia. As frases eram
   - Dias pares: A terra é redonda
   - Dias impares: O lápis é preto

   Qual opção abaixo ilustra corretamente essas chaves?

   a) A terra é quadrada; o lápis é branco
   b) A terra não e quadrada; o lápis não é branco
   c) A terra não e redonda; o lápis e branco
   d) A terra é quadrada; o lápis não é branco
   e) A terra não e redonda; o lápis não é preto.

3. Dado o diagrama abaixo, qual proposição melhor se enquadra.



a) Todo A é B.
b) Todo B é A.
c) Existe um B que não é A.

d) Nem todo B é A.
e) Nenhum B é A.

4. [Sá, pag 25] (ICMS – SP/1997) Todos os marinheiros são republicanos. Assim sendo,

    f) O conjunto dos marinheiros contém o conjunto dos republicanos.
    g) Nenhum marinheiro é republicano.
    h) Todos republicanos são marinheiros.
    i) Algum marinheiro não é republicano.
    j) O conjunto dos republicanos contém o conjunto dos marinheiros.

5. [Sá, pag27]Todo cavalo é um animal. Logo,
    a) Toda cabeça de animal é cabeça de cavalo.
    b) Toda cabeça de cavalo é cabeça de animal.
    c) Todo animal é cavalo.
    d) Nem todo cavalo é animal.
    e) Nenhum animal é cavalo.

6. [Gonzales, modificado pag225 n492]Considere as seguintes proposições:
    - "Todas as pessoas ricas são cultas."
    - "Nenhum pescador é culto."
    - "Hugo é rico."

    Uma conclusão que poderíamos tomar seria:

    a) "Todo pescador é culto."
    b) "Hugo não é culto."
    c) "Hugo não é pescador."
    d) "Hugo não é rico."
    e) "Hugo é um pescador culto."

7. Todo A é B. A negação para esta proposição é,
    a) Todo B é A.
    b) Algum A não é B.
    c) Nenhuma A é B.
    d) Nenhuma B é A
    e) Não existe um A que não seja B.

8. Ao chegar em sala de aula um professor pergunta ao representante da turma se a turma havia feito o dever de casa. O mesmo respondeu "Ao menos um aluno não fez". Sabendo que esta afirmação era falsa podemos concluir que:
    a) Nenhum aluno fez.
    b) Todos os alunos fizeram.

c) Somente um aluno não fez.
d) Somente um aluno fez.
e) NDA

9. [Sá, pag26] (ICMS – SP/1997) Todo A é B, e todo C não é B, portanto,
    a) algum A é C.
    b) nenhum A é C.
    c) nenhum A é B.
    d) algum B é C.
    e) nenhum B é A.

10. [Gonzales, pag 220]Considere os seguintes conjuntos de premissas e conclusões:
    i. Algum avô é economista. Logo, Algum economista é avô.
    ii. Nenhum arquiteto é cantor. Logo, nenhum cantor é arquiteto.
    iii. Todo advogado é poeta. Logo, todo poeta é advogado.

    Qual(is) argumento(s) é(são) válidos(s)?

    a) Somente i
    b) Somente ii
    c) Somente i e ii
    d) Somente ii e iii
    e) Todos

11. [Gonzales, pag 222]Das proposições “Nenhuma fruta marrom é doce” e “Algum abacaxi é doce”, conclui-se que:
    a) “Algum abacaxi não é marrom.”
    b) “Todo abacaxi é marrom.”
    c) “Nenhum abacaxi é marrom.”
    d) “Algum abacaxi é marrom.”
    e) “Todo abacaxi não é marrom.”

12. [CESGRANRIO, Petrobras, 2012]A negação da proposição “Todo professor de matemática usa óculos” é:
    a) Nenhum professor de matemática usa óculos.
    b) Ninguém que usa óculos é professor de matemática.
    c) Todos os professores de Matemática não usam óculos.
    d) Existe alguma pessoa que usa óculos e não é professor de matemática.
    e) Existe algum professor de matemática que não usa óculos.

13. [INSTITUTO AOCP, EBSERH, 2015]Considere as proposições: p = “João gosta de maçãs”, q = “Está chovendo aqui”. Assinale a alternativa que corresponde à proposição (~p ^ ~q).

    a) “João gosta de maçãs ou está chovendo aqui”.

b) “João não gosta de maçãs ou não está chovendo aqui”.
c) “João gosta de maçãs e está chovendo aqui”.
d) “João não gosta de maçãs e não está chovendo aqui”.
e) “Se João gosta de maçãs, então não está chovendo aqui”.

14. [FUNDATEC BRDE, 2015]Supondo que:

- P representa a sentença declarativa: Maria tem salário líquido maior que R$ 2.500,00.
- Q representa a sentença declarativa: Maria desconta imposto de renda na fonte.
- R representa a sentença declarativa: Maria recebe auxílio refeição.

A alternativa que representa, em linguagem natural, a fórmula $(P \wedge Q \rightarrow \sim R)$ para as respectivas sentenças declarativas é:

a) Se Maria tem salário líquido maior que R$ 2.500,00 e desconta imposto de renda na fonte, então Maria recebe auxílio refeição.
b) Maria tem salário líquido maior que R$ 2.500,00. E, se desconta imposto de renda na fonte, então Maria não recebe auxílio refeição.
c) Maria tem salário líquido maior que R$ 2.500,00. E, se desconta imposto de renda na fonte, então Maria recebe auxílio refeição.
d) Se Maria tem salário líquido maior que R$ 2.500,00 e não desconta imposto de renda na fonte, então Maria não recebe auxílio refeição.
e) Se Maria tem salário líquido maior que R$ 2.500,00 e desconta imposto de renda na fonte, então Maria não recebe auxílio refeição.

15. [IBFC, SEPLAG-MG, 2013]Se o valor lógico de uma proposição P é verdadeiro e o valor lógico de uma proposição Q é falso, então é correto afirmar que:
a) o condicional entre P e Q , nessa ordem, é verdade.
b) a disjunção entre P e Q é verdade.
c) a conjunção entre P e Q, nessa ordem, é verdade.
d) o bicondicional entre P e Q, nessa ordem, é verdade.

16. Considerando como verdadeiras as proposição p = “Marcos sabe dirigir” e q = “Bia é pintora” marque a alternativa que representa uma falsidade.

a) Se Marcos não sabe dirigir então Bia é pintora.
b) Marcos não sabe dirigir se, e somente se Bia não é pintora.
c) Marcos não sabe dirigir ou bia é pintora.
d) Marcos sabe dirigir e bia não é pintora.
e) Se Marcos não sabe dirigir, bia não é pintora.

17. [IBFC, SAEB-BA, 2015]Dentre as afirmações:

I. Se duas proposições são falsas, então a conjunção entre elas é verdadeira.

II. Se duas proposições são verdadeiras, então a disjunção entre elas é verdadeira.

III. Se duas proposições são falsas, então o bicondicional entre elas é verdadeiro.

IV. Se duas proposições são falsas, então o condicional entre elas é verdadeiro.

Pode-se afirmar que são corretas:

a) Somente uma delas.
b) Somente duas delas.
c) Somente três delas.
d) Todas.
e) Nenhuma.

18. [IBFC, Docas – PB, 2015] O valor lógico da proposição composta (2/5 de 40 = 16) ou (30% de 150 = 60) é:
a) Verdade
b) Falso

19. [EC4 material do professor] (ESAF, SEFAZ-SP, 2009)
Assinale a opção verdadeira
a) 3 = 4 e 3 + 4 = 9
b) Se 3 = 3, então 3 + 4 = 9
c) Se 3 ≠ 4, então 3 + 4 = 9
d) 3 = 4 ou 3 + 4 = 9
e) 3 = 3 se e somente 3 + 4 = 9

20. [IBFC, SAEB-BA, 2015]Se o valor lógico de uma proposição "p" é verdade e o valor lógico de uma proposição "q" é falso, então o valor lógico da proposição composta $[(q \rightarrow r) \wedge p]$ é:

a) Falso.
b) Inconclusivo.
c) Valor lógico da proposição r.
d) Negação do valor lógico da proposição r.
e) Verdade.

21. [IBFC, PC-SE, 2014] Se o valor lógico de uma proposição é verdade e o valor lógico de outra proposição é falso, então é correto afirmar que o valor lógico:

a) do bicondicional entre elas é falso.
b) do condicional entre elas é verdade.
c) da disjunção entre elas é falso.
d) da conjunção entre elas é verdade.

22. [Gonzales pag177] (Cespe/UnB) Considere que as letras P, Q, R e T representem proposições e que os símbolos ~, ∧, ∨, e → sejam operadores lógicos que constroem novas proposições e significam não, e, ou e então, respectivamente. Na lógica proposicional, cada proposição assume um

único valor (valor-verdade), que pode ser verdadeiro (V) ou falso (F), mas nunca ambos.

Com base nas informações apresentadas no texto acima, julgue os itens a seguir.

(1) Se as proposições P e Q são ambas verdadeiras, então a proposição (~P) ∨ (~Q) também é verdadeira. (   )
(2) Se a proposição T é verdadeira e a proposição R é falsa, então a proposição R → (~T) é falsa (   )
(3) Se a proposição P e Q são verdadeiras e a proposição R é falsa, então a proposição (P∧R) →(~Q) é verdadeira. (   )

23. [CESPE, TRE-GO, 2015]Se P, Q e R forem proposições simples e se T for a proposição composta falsa [P∧(¬Q)] →R, então, necessariamente, P, Q e R serão proposições verdadeiras.
(   ) Certo
(   ) Errado

24. [EC1, material do professor] (MPOG ESAF 2009)
Ente as opções abaixo, a única com o valor lógico verdadeiro é:
a) Se Roma é a capital da Itália, Londres é a capital da França.
b) Se Londres é a capital da Inglaterra, Paris não é a capital da França.
c) Roma é a capital da Itália e Londres é a capital da França ou Paris é a capital da França.
d) Roma é a capital da Itália e Londres é a capital da França ou Paris é a capital da Inglaterra.
e) Roma é a capital da Itália e Londres não é a capital da Inglaterra.

25. [VUNESP, PC-SP, 2014]Assinale a alternativa que apresenta uma tautologia.
a) $p \vee \neg q$
b) $p \wedge \neg p$
c) $\neg p \wedge q$
d) $p \vee \neg p$
e) $p \wedge \neg q$

26. [EC5 material do professor] (ESAF, Fiscal Trabalho 1998)
Um exemplo de Tautogia é:
a) Se João é alto, então João é alto ou Guilherme é gordo.
b) Se João é alto, então João é alto e Guilherme é gordo.
c) Se João é alto ou Guilherme é gordo, então Guilherme é gordo.
d) Se João é alto ou Guilherme é gordo, então João é alto e Guilherme é gordo.
e) Se João é alto ou não é alto, então Guilherme é gordo.

27. [VUNESP, PC-SP, 2014]Considerando a proposição $\neg(p \vee q)$, assinale a alternativa que apresenta uma proposição que lhe seja equivalente.

a) $\neg p \wedge \neg q$
b) $p \vee q$
c) $\neg p \vee q$
d) $\neg p$
e) $\neg q$

28. [RJ, RJ, 2016] Em uma matéria jornalística, uma pessoa afirmou em entrevista que “este transporte é irregular ou não houve fiscalização adequada”. A negação dessa afirmação é a seguinte:

a) esse transporte não é irregular ou houve fiscalização adequada
b) esse transporte não é irregular e houve fiscalização adequada
c) esse transporte é irregular ou houve fiscalização adequada
d) esse transporte é irregular e houve fiscalização adequada

29. [INSTITUTO AOCP, EBSERH, 2015] Considere as proposições: p = “Ana gosta de frutas" e q = “A lâmpada está acesa". Assim, a proposição $\sim (p \vee q)$ é equivalente a

a) Ana não gosta de frutas e a lâmpada está acesa.
b) Ana gosta de frutas, mas a lâmpada não está acesa.
c) Ana gosta de frutas e a lâmpada não está acesa.
d) Ana não gosta de frutas ou a lâmpada está acesa.
e) Ana não gosta de frutas e a lâmpada não está acesa.

30. [FGV, TJ-PI, 2015]Considere a afirmação:
“Mato a cobra e mostro o pau"
A negação lógica dessa afirmação é:
a) não mato a cobra ou não mostro o pau;
b) não mato a cobra e não mostro o pau;
c) não mato a cobra e mostro o pau;
d) mato a cobra e não mostro o pau;
e) mato a cobra ou não mostro o pau.

31. [(AFC - 2002 / ESAF)]Dizer que não é verdade que Pedro é pobre e que Alberto é alto, é logicamente equivalente a dizer que é verdade que:
a) Pedro não é pobre ou Alberto não é alto.
b) Pedro é pobre e Alberto não é alto
c) Pedro é pobre ou Alberto não é alto
d) Se Pedro não é pobre, então Alberto é alto
e) Se Pedro não é pobre, então Alberto não é alto.

32. [FUNCAB, ANS, 2016] A negação de afirmação condicional “Se o beneficiário estiver acima do peso, ele é sedentário" é:

f) o beneficiário não está acima do peso e ele é sedentário.
g) se o beneficiário não estiver acima do peso, ele é sedentário.
h) o beneficiário não está acima do peso e ele não é sedentário.
i) o beneficiário está acima do peso e ele não é sedentário.
j) se o beneficiário estiver acima do peso, ele não é sedentário.

33. [FGV, MRE, 2016]Considere a sentença:
“Corro e não fico cansado".
Uma sentença logicamente equivalente à negação da sentença dada é:

a) Se corro então fico cansado.
b) Se não corro então não fico cansado.
c) Não corro e fico cansado.
d) Corro e fico cansado.
e) Não corro ou não fico cansado.

34. [Prefeitura do RJ, Prefeitura de Rio de Janeiro, 2016]Uma proposição logicamente equivalente a “se eu não posso pagar um táxi, então vou de ônibus” é a seguinte:

a) se eu não vou de ônibus, então posso pagar um táxi
b) se eu posso pagar um táxi, então não vou de ônibus
c) se eu vou de ônibus, então não posso pagar um táxi
d) se eu não vou de ônibus, então não posso pagar um táxi

35. [INSTITUTO, AOCP EBSERH, 2015] Sabendo que a implicação “Se a canoa não virar, eu chego lá" é falsa, então,

a) “A canoa vira".
b) “Eu chego, independente da canoa".
c) “A canoa vira e eu chego".
d) “A canoa não virou e eu não cheguei".
e) “Se não virar a canoa, eu não chego".

36. [FUNCEFET, Prefeitura de Vila Velha – ES, 2014]A expressão “Mauricio é arquiteto ou Antônia não é professora" é logicamente equivalente a:

a) Se Antônia é professora, então Mauricio não é arquiteto.
b) Mauricio não é arquiteto e Antônia é professora.
c) Mauricio é arquiteto e Antônia não é professora.
d) Se Mauricio é arquiteto, então Antônia não é professora.
e) Se Mauricio não é arquiteto, então Antônia não é professora.

37. [Gonzales, pag219] Sejam as proposições p: “O cão é bravo” e q: “O gato é branco”. A linguagem simbólica equivalente à proposição “Não é verdade que o cão é bravo ou o gato não é branco” é:

a) $\sim p \wedge \sim q$
b) $\sim p \vee \sim q$
c) $p \rightarrow q$
d) $\sim p \vee q$
e) $p \vee \sim q$

38. [IBFC, Docas – PB, 2015]Diz-se que uma proposição composta é equivalente a outra:

a) Se o condicional entre as duas proposições for contingência.
b) Se o bicondicional entre as duas proposições for tautologia.
c) Se o bicondicional entre as duas proposições for contradição.
d) Se o condicional entre as duas proposições for contradição.

39. [CESP, TCN-RN, 2015] Em campanha de incentivo à regularização da documentação de imóveis, um cartório estampou um cartaz com os seguintes dizeres: “O comprador que não escritura e não registra o imóvel não se torna dono desse imóvel”.

A partir dessa situação hipotética e considerando que a proposição P: “Se o comprador não escritura o imóvel, então ele não o registra" seja verdadeira, julgue o item seguinte.

A proposição do cartaz é logicamente equivalente a “Se o comprador não escritura o imóvel ou não o registra, então não se torna seu dono".

a) Certo
b) Errado

40. [FURTADO, pag113] Por meio da tabela-verdade, mostre que as proposições “Se sou amigo do Rei, não tenho medo” e “Se tenho medo, não sou amigo do Rei” são equivalentes.

41. [FGV, MRE, 2016]João olhou as dez bolas que havia em um saco e afirmou: “Todas as bolas desse saco são pretas".
Sabe-se que a afirmativa de João é falsa.
É correto concluir que:

a) nenhuma bola desse saco é preta;
b) pelo menos nove bolas desse saco são pretas;
c) pelo menos uma bola desse saco é preta;
d) pelo menos uma bola desse saco não é preta;
e) nenhuma bola desse saco é branca.

42. [INSTITUTO AOCP, EBSERH, 2015]A proposição $p \rightarrow q$ é equivalente a:
a) $\sim p \rightarrow \sim q$
b) $\sim p \vee q$.
c) $\sim q \wedge p$.
d) $q \rightarrow p$.
e) $\sim p \rightarrow q$.

43. [CESPE, ANCINE, 2012] A proposição "Um engenheiro de som é desnecessário em um filme se, e somente se, o filme em questão é mudo" é logicamente equivalente a "Um engenheiro de som é desnecessário e o filme em questão é mudo ou um engenheiro de som é necessário e o filme em questão não é mudo".
a) Certo
b) Errado

44. [VUNESP, DCTA2013]Uma negação lógica para a proposição a Terra é redonda se e somente se o céu não é azul ,pode ser dada por:

a) o céu é azul e a Terra é redonda, ou a Terra é redonda e o céu não é azul.
b) a Terra é redonda e o céu não é azul
c) o céu não é azul e a Terra não é redonda, ou a Terra é redonda e o céu é azul
d) a Terra não é redonda ou o céu não é azul.
e) O céu não é azul e a Terra não é redonda.

45. [FDRH, IGP-RS, 2008]A negação da proposição "Alfredo vai ao médico se, e somente se, está doente" é a da alternativa:

a) "Se Alfredo não vai ao médico, então ele não está doente".
b) "Alfredo vai ao médico e não está doente".
c) "Ou Alfredo vai ao médico, ou Alfredo está doente".
d) "Alfredo está doente e não vai ao médico".
e) "Alfredo vai ao médico ou não está doente e está doente ou não vai ao médico".

46. [CESGRANRIO, FINEP, 2014] No contexto do Cálculo Proposicional, é verdadeira a afirmação

a) $(\sim p \wedge q)$ é equivalente a $\sim(p \vee q)$

b) ~(p ^ q) é equivalente a (p → ~q)
c) (p ᵛ q) é equivalente a ~(p ^ q)
d) (p → q) é equivalente a (p ^ ~q)
e) ~(p → q) é equivalente a (~p ᵛ q)

47. [QRLQA pag177] Considere as sentenças abaixo:
(I) Fumar deve ser proibido, mas muitos europeus fumam.
(II) Fumar não deve ser proibido e fumar faz bem a saúde.
(III) Se fumar não faz bem a saúde, deve ser proibido.
(IV) Se fumar não faz bem a saúde e não é verdade que muitos europeus fumam, então fumar deve ser proibido.
(V) Tanto é falso que fumar não faz bem à saúde como falso que fumar deve ser proibido; consequentemente, muitos europeus fumam.

Considere também que P, Q, R e T representem as sentenças listadas na tabela a seguir.

P	Fumar deve ser proibido.
Q	Fumar deve ser encorajado.
R	Fumar não faz bem a saúde.
T	Muitos europeus fumam.

Com base nas informações acima e considerando a notação introduzida no texto, julgue os itens a seguintes.

(1) A sentença I pode ser corretamente representada por P ∧ (~T).
(2) A sentença II pode ser corretamente representada por (~P) ∧ (~R).
(3) A sentença III pode ser corretamente representada por R → P.
(4) A sentença IV pode ser corretamente representada por (R ∧ (~T)) →P
(5) A sentença V pode ser corretamente representada por T→((~R)∧(~P))

48. [Gonzales](ESAF) Sócrates encontra-se em viagem por um distante e estranho país, formado por apenas duas aldeias, uma grande e outra pequena. Os habitantes entendem perfeitamente o português, mas falam apenas o idioma local, desconhecido por Sócrates. Ele sabe, contudo, que os habitantes da aldeia menor sempre dizem a verdade, e os da aldeia maior sempre mentem. Sabe, também, que Milango e Nabungo são as palavras no idioma local que significam “sim” e “não”, mas não sabe qual delas significa “sim” e nem, consequentemente, qual significa “não”. Um dia, Sócrates encontra um casal acompanhado de um jovem. Dirigindo-se a ele, e apontando para o casal, Sócrates pergunta:
– Meu bom jovem, é a aldeia desse homem maior do que a dessa mulher?
– Milango – responde o jovem.

– E a tua aldeia é maior do que a desse homem? – voltou Sócrates a perguntar.
– Milango – tornou o jovem a responder.
– E, dize-me ainda, és tu da aldeia maior? – perguntou Sócrates.
– Nabungo – disse o jovem.

Sócrates, sorrindo, concluiu corretamente que:
a) o jovem diz a verdade, e o homem é da aldeia grande e a mulher da grande.
b) o jovem mente, e o homem é da aldeia grande e a mulher da pequena.
c) o jovem mente, e o homem é da aldeia pequena e a mulher da pequena.
d) o jovem diz a verdade, e o homem é da aldeia pequena e a mulher da pequena.
e) o jovem mente, e o homem é da aldeia grande e a mulher da grande.

49. [EC3 material do professor] (SEFAZ) O reino está sendo atormentado por um terrível dragão. O mago diz ao rei: “O dragão desaparecerá amanhã se e somente se Aladim beijou a princesa ontem”. O rei, tentando compreender melhor as palavras do mago, faz as seguintes perguntas ao lógico da corte:

I. Se a afirmação do mago é falsa e se o dragão desaparecer amanhã, posso concluir corretamente que Aladim beijou a princesa ontem?
II. Se a afirmação do mago é verdadeira e se o dragão desaparecer amanhã, posso concluir corretamente que Aladim beijou a princesa ontem?
III. Se a afirmação do mago é falsa e se Aladim não beijou a princesa ontem, posso concluir que o dragão desaparecerá amanhã?

O lógico da corte, então, diz acertadamente que as respostas logicamente corretas para as três perguntas são, respectivamente:

a) Não, sim, não
b) Não, não, sim
c) Sim, sim, sim
d) Não, sim, sim
e) Sim, não, sim

50. [FCC, DPE-SP, 2015] Ana, Bete e Ciça conversam sobre suas idades dizendo:

Ana: − Tenho 22 anos, dois a menos do que Bete, e um ano a mais do que Ciça.
Ciça: − Tenho 27 anos, Ana tem 22 anos, e Bete tem 28 anos.
Bete: − Ciça tem 7/8 da minha idade, a mais velha de nós tem 4 anos a mais do que a mais nova; Ciça disse apenas uma mentira.

Sabendo que Ana sempre diz a verdade, é correto afirmar que

a) Ciça disse apenas uma mentira.
b) Ciça disse três mentiras.
c) Bete disse três mentiras.
d) Bete disse apenas verdades.
e) Bete disse apenas uma verdade.

51. [FCC, TCE-CE, 2015]Em uma família de 6 pessoas, um bolo foi dividido no jantar. Cada pessoa ficou com 2 pedaços do bolo. Na manhã seguinte, a avó percebeu que tinham roubado um dos seus dois pedaços de bolo. Indignada, fez uma reunião de família para descobrir quem tinha roubado o seu pedaço de bolo e perguntou para as outras 5 pessoas da família: “Quem pegou meu pedaço de bolo?"
As respostas foram:

Guilherme: “Não foi eu"

Telma: “O Alexandre que pegou o bolo".

Alexandre: “A Caroline que pegou o bolo".

Henrique: “A Telma mentiu"

Caroline: “O Guilherme disse a verdade".

A avó, sabendo que uma pessoa estava mentindo e que as outras estavam falando a verdade, pôde concluir que quem tinha pegado seu pedaço de bolo foi

a) Guilherme.
b) Telma.
c) Alexandre.
d) Henrique.
e) Caroline.

52. [FCC, METRÔ-SP, 2015]Três amigos fazem as seguintes afirmações:

André: − Beto é mentiroso.

Beto: − Carlos diz a verdade.

Carlos: − André e Beto são mentirosos.

Do ponto de vista lógico, é possível que

a) André e Beto estejam dizendo a verdade.
b) André esteja mentindo.
c) Carlos esteja mentindo. §
d) André e Carlos estejam mentindo.
e) Beto esteja dizendo a verdade.

53. [CESPE, TRE-GO, 2015]Um eleitor deverá escolher um entre os candidatos A, B, C e D. Ele recebeu, de seus amigos, as quatro seguintes mensagens a respeito desses candidatos:

- Os candidatos A e B são empresários.
- Exatamente dois entre os candidatos A, B e C são empresários.
- O candidato A é empresário.
- O candidato C é empresário.

Com base nas informações apresentadas, julgue o próximo item, considerando que o eleitor sabe que exatamente uma das mensagens é falsa e que exatamente um dos candidatos não é empresário.

As informações são suficientes para se concluir que o candidato D é empresário.

a) Certo
b) Errado

54. [FGV, CODEBA, 2016]João e Maria estão em uma fila e Maria está à frente de João. Há 8 pessoas à frente de Maria, e 14 pessoas atrás dela. Há 7 pessoas atrás de João.
O número de pessoas que está à frente de João é

a) 13.
b) 14.
c) 15.
d) 16.
e) 17.

55. [Prefeitura do RJ, Prefeitura do RJ 2016]Em uma empresa, sabe-se que:

- alguns funcionários que têm nível superior também possuem mestrado;
- nenhum gerente possui mestrado.

Dessa forma, é necessariamente verdadeiro que:

a) algum gerente tem nível superior
b) nenhum gerente tem nível superior

c) nenhuma pessoa com nível superior é gerente
d) alguma pessoa com nível superior não é gerente

56. [CGM-RJ 2015]Com referência às ocupações dos moradores de determinada cidade, são verdadeiras as seguintes proposições:

- todo artesão é baixista;

- todo decorador é competente;

- nenhum baixista é competente.

Dessa forma, com relação a essa cidade, pode-se concluir que necessariamente:

a) nenhum baixista é artesão
b) algum artesão é competente
c) algum decorador é baixista
d) nenhum artesão é decorador

57. [FGV, CODEBA, 2016] Um menino queria comprar uma mochila que custava 84 reais e seu pai teve com ele o seguinte diálogo:

— Pai: Você tem a quantia suficiente para comprar a mochila?

— Filho: Não.

— Pai: Quanto falta?

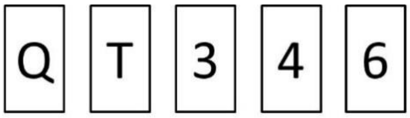
— Filho: Falta menos do que a metade do que eu tenho.

Nessa ocasião o filho tinha

a) 28 reais ou menos.
b) exatamente 42 reais.
c) mais que 42 e menos que 56 reais.
d) exatamente 56 reais.
e) mais que 56 reais.

58. [VUNESP, MPE-SP 2016]João e Maria fizeram uma viagem de carro e percorreram um total de 1 304 km. Para cada quilômetro que João dirigiu, Maria dirigiu três quilômetros. Nessa viagem, Maria dirigiu a mais do que João, em quilômetros,
a) 652.
b) 638.
c) 660.
d) 676.
e) 644.

59. Numa mesa há 5 cartas:



Cada carta tem de um lado um número natural e do outro lado uma letra. João afirma: “Qualquer carta que tenha uma vogal tem um número par do outro lado”. Pedro provou que João mente virando somente uma das cartas. Qual das 5 cartas foi a que Pedro virou?

a) Q
b) T
c) 3
d) 4
e) 6

60. Numa cidade existe uma pessoa **X** que sempre mente terças, quintas e sábados e é completamente sincera o resto dos dias da semana. Felipe chega um certo dia na cidade e mantem o seguinte dialogo com a pessoa **X**:

-Felipe: Que dia é hoje?

-**X**: Sábado.

-Felipe: Que dia será amanhã?

-**X**: Quarta feira.

Em qual dia da semana foi mantido esse dialogo?

Respostas:

1- C
2- E
3- B
4- E
5- B
6- C
7- A
8- B
9- B
10- C
11- A
12- E
13- D
14- E
15- B
16- D
17- C
18- A
19- C
20- E
21- A
22- (1) F
(2) V
(3) V
23- E
24- C
25- D
26- A
27- A
28- B
29- E
30- A
31- A
32- D
33- A
34- A
35- D
36- E
37- B
38- B
39- A

40

p	q	p→q
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

~p	~q	~q→~p
F	F	V
F	V	F
V	F	V
V	V	V

41- D
42- B
43- A
44- C
45- C
46- B

47- I) F
II) V
III) V
IV) V
V) F

48- E
49- D
50- E
51- E
52- C
53- B
54- C
55- D
58- A
59- C
60- B