

UFRRJ

**INSTITUTO DE EDUCAÇÃO
INSTITUTO MULTIDISCIPLINAR**

**CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO,
CONTEXTOS CONTEMPORÂNEOS E DEMANDAS
POPULARES**

DISSERTAÇÃO

**Visualização em sala de aula utilizando recursos
didáticos variados**

Thaís Fernanda de Oliveira Settimy

2018



**UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO / INSTITUTO MULTIDISCIPLINAR
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO, CONTEXTOS
CONTEMPORÂNEOS E DEMANDAS POPULARES**

**VISUALIZAÇÃO EM SALA DE AULA UTILIZANDO RECURSOS
DIDÁTICOS VARIADOS**

THAÍS FERNANDA DE OLIVEIRA SETTIMY

Sob a orientação do Professor Doutor
Marcelo Almeida Bairral

Dissertação submetida como requisito parcial para obtenção do grau de **Mestre em Educação**, no Curso de Pós-Graduação em Educação, Contextos Contemporâneos e Demandas Populares, Área de Concentração em Educação, Contextos Contemporâneos e Demandas Populares

Seropédica, RJ
Dezembro de 2018

Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
Biblioteca Central / Seção de Processamento Técnico

Ficha catalográfica elaborada
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

S495v Settimy, Thaís Fernanda de Oliveira, 1993-
 Visualização em sala de aula utilizando recursos
 didáticos variados / Thaís Fernanda de Oliveira
 Settimy. - 2018.
 130 f.: il.

 Orientador: Marcelo Almeida Bairral.
 Dissertação (Mestrado). -- Universidade Federal Rural
 do Rio de Janeiro, Curso de Pós-Graduação em Educação,
 Contextos Contemporâneos e Demandas Populares, 2018.

 1. Visão espacial. 2. Geometria Espacial. 3.
 Vistas. 4. Ensino Fundamental. I. Bairral, Marcelo
 Almeida, 1969-, orient. II Universidade Federal
 Rural do Rio de Janeiro. Curso de Pós-Graduação em
 Educação, Contextos Contemporâneos e Demandas Populares
 III. Título.

"O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001"

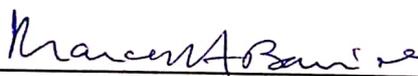
"This study was financed in part by the Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) Finance Code 001"

**UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO / INSTITUTO MULTIDISCIPLINAR
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO, CONTEXTOS CONTEMPORÂNEOS E
DEMANDAS POPULARES**

THAÍS FERNANDA DE OLIVEIRA SETTIMY

Dissertação submetida como requisito parcial para obtenção do grau de **Mestre em Educação**, no Programa de Pós-Graduação em Educação, Contextos Contemporâneos e Demandas Populares, área de Concentração em Educação, Contextos Contemporâneos e Demandas Populares.

DISSERTAÇÃO APROVADA EM 12/12/2018



Dr. Marcelo Almeida Bairral, UFRRJ
(Orientador)



Dr. Bruno Matos Vieira, UFRRJ



Dr. Marcelo de Oliveira Dias, UFF

DEDICATÓRIA

À memória de minha tia Maria José (falecida em Novembro de 2016), que deixou este mundo no dia da minha entrevista do Mestrado. Praticamente foi minha segunda mãe. Uma pessoa incrível que jamais irei esquecer.

À memória de meu tio Elias (falecido em Outubro de 2016), que também será lembrado por todos com muito carinho.

À memória de minha avó Josefa (falecida em Dezembro de 2017), um dos pilares da família Oliveira e que certamente estará presente em nossos corações.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus por me guiar e me dar forças em momentos que eu acreditei que tudo estava perdido.

Só de pensar em agradecer minha mãe eu já me emociono. Sem dúvida é a pessoa que mais me incentiva e encoraja a seguir em busca dos meus sonhos. Graças a ela eu acredito que o conhecimento é capaz de mudar vidas assim como mudou a minha.

Ao meu grande amor Vinícius pelo constante apoio, carinho e pelas contribuições valiosas para esta dissertação.

Ao meu padrasto Adelson por sempre estar disponível em ajudar no que fosse possível.

Ao Ezio, pelo amor e companheirismo que só um cachorro tem.

Às minhas primas Yasmin e Bruna pelas risadas e momentos divertidos que passamos.

A todos os meus familiares que mesmo diante da dor e sofrimento pelas perdas sempre permaneceram unidos. Em especial, ao meu padrinho e tio Josemilton, pois cheguei ao Mestrado graças a sua ajuda financeira no início da graduação.

À Gilda e demais familiares de Teresópolis pelo caloroso acolhimento e por sempre torcerem pelo meu sucesso.

À psicóloga Izabele por ajudar a reconstruir minha saúde mental. Uma pessoa incrível que me orientou neste difícil processo de me aceitar e de controlar meu turbilhão de emoções e pensamentos. Sempre lembrarei com carinho das sessões de terapia.

Ao meu orientador Marcelo Bairral pela confiança e por contribuir em minha formação como professora e pesquisadora. Sempre com as palavras certas para nortear e diminuir minhas inquietações.

Agradeço aos professores Bruno Vieira e Marcelo Dias por aceitarem participar como banca e pelas valiosas contribuições para este trabalho.

À família GEPETICEM pelas contribuições, dicas e sugestões valiosas para esta dissertação. Sou grata por fazer parte de um grupo tão acolhedor.

À Prefeitura Municipal de Angra dos Reis por autorizar a realização da pesquisa em meu local de trabalho.

Aos companheiros de trabalho da E.M. Cacique Cunhãbebe pelos momentos descontraídos mesmo diante de dias difíceis e cansativos. À equipe diretiva por autorizar a realização desta pesquisa na escola e aos meus alunos do 6F de 2017 por aceitarem participar como sujeitos.

Aos meus colegas da turma de 2017 do Mestrado do PPGEduc com quem compartilhei conhecimento e boas risadas.

Aos professores José Henrique dos Santos e Fernando Gouvêa pelas aulas ministradas com extrema qualidade.

RESUMO

SETTIMY, T. F. O. 2018. 130 p. **Visualização em sala de aula utilizando recursos didáticos variados.** Dissertação (Mestrado em Educação, Contextos Contemporâneos e Demandas Populares). Instituto de Educação / Instituto Multidisciplinar, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, RJ. 2018.

A Geometria possibilita o desenvolvimento da experimentação, da representação e da argumentação como também estimula a imaginação e a criatividade. Assim, seu papel no currículo de Matemática deve ser refletido, pois muitas aulas ainda estão focadas na identificação e nomenclatura das formas planas e no uso de figuras estáticas, sendo que outros tipos de formas, principalmente as em três dimensões, aparecem em nosso cotidiano. O presente estudo tem como foco a visualização e objetiva a análise do aprendizado dos participantes em atividades de Geometria Espacial, utilizando recursos variados como papel e lápis, planificações articuladas, sólidos em acrílico e um vídeo gerado a partir do GeoGebra. A pesquisa foi desenvolvida na própria prática mediante uma intervenção pedagógica com atividades variadas. A implementação ocorreu ao longo do ano letivo de 2017 em uma turma de 6º ano do Ensino Fundamental com alunos de faixa etária entre 11 e 14 anos de uma escola pública do município de Angra dos Reis (RJ). A visualização, como uma habilidade importante do pensamento matemático, consiste em um processo individual que não é inato e, portanto, precisa ser ensinado. Desta forma, acreditamos que a utilização de recursos didáticos variados em sala de aula traz diferentes contribuições de modo a estimular e enriquecer o pensamento visual particular de cada sujeito. Todavia, é importante ressaltar que não é apenas a elaboração de tarefas com a utilização de recursos que garantirá o aprimoramento na visualização dos alunos. É imprescindível que a dinâmica de aula seja interativa de modo que os sujeitos possam constantemente comunicar suas formas (representar, descrever, construir, manipular etc.) de raciocinar visualmente. Resultados revelam duas categorias de análise intituladas de Dificuldades e Descobertas, ambas atreladas às habilidades de Geometria 3D envolvidas em atividades vivenciadas por eles, o que mostra a necessidade de implementação de atividades que explorem mais o raciocínio visual no currículo de matemática.

Palavras-chave: Visão Espacial; Geometria Espacial; Vistas, Ensino Fundamental.

ABSTRACT

SETTIMY, T. F. O. 2018. 130 p. **Visualization in the classroom using varied didactic resources**. Dissertation (Master of Education, Contemporary Contexts and Popular Demand). Institute of Education / Multidisciplinary Institute, Rural Federal University of Rio de Janeiro, Seropédica, RJ. 2018.

Geometry enables the development of experimentation, representation and argumentation as well as stimulates imagination and creativity. Thus, its role in the Mathematics curriculum must be reflected, since many classes are still focused on the identification and nomenclature of flat forms and on the use of static figures, and other types of forms, especially those in three dimensions, appear in our daily. The present study focuses on the visualization and objective analysis of the students' learning in Space Geometry activities, using various resources such as paper and pencil, articulated plans, acrylic solids and a video generated from GeoGebra. The research was developed in the practice itself through a pedagogical intervention with varied activities. The implementation took place during the academic year of 2017 in a class of 6th year of Elementary School with students aged between 11 and 14 years of a public school in the city of Angra dos Reis (RJ). Visualization, as an important skill in mathematical thinking, consists of an individual process that is not innate and therefore needs to be taught. In this way, we believe that the use of varied didactic resources in the classroom brings different contributions in order to stimulate and enrich the visual thinking of each subject. However, it is important to emphasize that it is not only the elaboration of tasks with the use of resources that will guarantee the improvement in the visualization of the students. It is imperative that the classroom dynamics be interactive so that the subjects can constantly communicate their forms (represent, describe, construct, manipulate, etc.) of visual reasoning. We identified two categories of analysis entitled Difficulties and Discoveries, both linked to the 3D Geometry skills involved in their activities, which shows the need to implement activities that explore more visual reasoning in the mathematics curriculum. Results reveal two categories of analysis entitled Difficulties and Discoveries, both linked to 3D Geometry abilities involved in activities experienced by them, which shows the need to implement activities that explore more visual reasoning in the mathematics curriculum.

Key words: Space Vision; Spatial Geometry; Views, Elementary School.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Questão 144 do caderno azul (dia 2) da área de Matemática e suas Tecnologias	27
Figura 2 – Questão 17 do caderno azul (dia 1 – 1ª aplicação) da área de Ciências Humanas e suas Tecnologias.....	28
Figura 3 – Questão 155 do caderno azul (dia 2 – 1ª aplicação) da área de Matemática e suas Tecnologias.....	29
Figura 4 – Questão 146 do caderno amarelo (dia 2 – 1ª aplicação) da área de Matemática e suas Tecnologias.....	30
Figura 5 – Exemplo de demonstração visual.....	31
Figura 6 – Visualização em uma linha do tempo	34
Figura 7 – Atividade adaptada de Gorgorió et al. (2000).....	37
Figura 8 – Atividade das vistas das figuras espaciais.....	37
Figura 9 – Ficha de Questões 1	40
Figura 10 – Atividades 1 e 2.....	41
Figura 11 – Ficha de questões 2	42
Figura 12 – Aluno utilizando paralelepípedo em acrílico	43
Figura 13 – Aluno utilizando planificação articulada do prisma de base pentagonal	44
Figura 14 – Ficha de Opinião	45
Figura 15 – Mini teste 1.....	46
Figura 16 – Mini teste 2.....	46
Figura 17 – Exemplo de resposta de um aluno considerando o elemento mais evidente na análise da categoria Descobertas	49
Figura 18 – Primeiro exemplo de resposta do primeiro grupo.....	50
Figura 19 – Segundo exemplo de resposta do primeiro grupo.....	50
Figura 20 – Exemplo 1 de Maneiras de representar	51
Figura 21 – Exemplo 2 de Maneiras de representar	52
Figura 22 – Exemplo 3 de Maneiras de representar	53
Figura 23 – Exemplo 4 de Maneiras de representar	54
Figura 24 – Primeiro exemplo de resposta do segundo grupo	54
Figura 25 – Segundo exemplo de resposta do segundo grupo	55
Figura 26 – Exemplo de poliedro do livro didático.....	55

Figura 27 – Exemplo 1 de Maneiras de conceituar, exemplificar e associar formas da aluna Diana.....	56
Figura 28 – Exemplo 2 de Maneiras de conceituar, exemplificar e associar formas	57
Figura 29 – Exemplo 3 de Maneiras de conceituar, exemplificar e associar formas	57
Figura 30 – Exemplo 1 de Maneiras de conceituar, exemplificar e associar formas da aluna Mariana.....	57
Figura 31 – Exemplo 5 de Maneiras de conceituar, exemplificar e associar formas	58
Figura 32 – Exemplo 6 de Maneiras de conceituar, exemplificar e associar formas	58
Figura 33 – Exemplo 7 de Maneiras de conceituar, exemplificar e associar formas	59
Figura 34 – Exemplo 2 de Maneiras de conceituar, exemplificar e associar formas da aluna Mariana.....	59
Figura 35 – Exemplo 1 de Maneiras de conceituar, exemplificar e associar formas do aluno Nilton.....	59
Figura 36 – Exemplo 10 de Maneiras de conceituar, exemplificar e associar formas ...	60
Figura 37 – Exemplo 11 de Maneiras de conceituar, exemplificar e associar formas ...	60
Figura 38 – Exemplo 3 de Maneiras de conceituar, exemplificar e associar formas da aluna Mariana.....	60
Figura 39 – Exemplo 13 de Maneiras de conceituar, exemplificar e associar formas ...	61
Figura 40 – Exemplo 14 de Maneiras de conceituar, exemplificar e associar formas ...	62
Figura 41 – Exemplo 15 de Maneiras de conceituar, exemplificar e associar formas ...	62
Figura 42 – Exemplo 16 de Maneiras de conceituar, exemplificar e associar formas ...	62
Figura 43 – Exemplo 1 de Maneiras de conceituar, exemplificar e associar formas do aluno Henrique	63
Figura 44 – Gabarito da Atividade Vistas da casa.....	63
Figura 45 – Exemplo de Maneiras de conceituar, exemplificar e associar formas da aluna Juliana.....	66
Figura 46 – Exemplo 19 de Maneiras de conceituar, exemplificar e associar formas ...	67
Figura 47 – Exemplo 2 de Maneiras de conceituar, exemplificar e associar formas da aluna Diana.....	68
Figura 48 – Exemplo 2 de Maneiras de conceituar, exemplificar e associar formas do aluno Henrique	69
Figura 49 – Resposta de Mariana na Ficha de questões 1 e 2 (1ª pergunta)	70
Figura 50 – Exemplo 1 de resposta na Ficha de questões 2 (1ª pergunta)	70
Figura 51 – Exemplo 2 de resposta na Ficha de questões 2 (1ª pergunta)	70

Figura 52 – Exemplo 2 de resposta na Ficha de questões 2 (1ª pergunta)	71
Figura 53 – Exemplo da aluna Diana na Ficha de questões 2 (1ª pergunta)	71
Figura 54 – Resposta de Henrique na Ficha de questões 2 (1ª pergunta).....	72
Figura 55 – Resposta de Juliana na Ficha de questões 2	73
Figura 56 – Exemplo 29 de Maneiras de conceituar, exemplificar e associar formas ...	74
Figura 57 – Exemplo 30 de Maneiras de conceituar, exemplificar e associar formas ...	74
Figura 58 – Exemplo 31 de Maneiras de conceituar, exemplificar e associar formas ...	74
Figura 59 – Exemplo 32 de Maneiras de conceituar, exemplificar e associar formas ...	74
Figura 60 – Exemplo 33 de Maneiras de conceituar, exemplificar e associar formas ...	75
Figura 61 – Exemplo 3 de Maneiras de conceituar, exemplificar e associar formas da aluna Diana.....	75
Figura 62 – Exemplo 35 de Maneiras de conceituar, exemplificar e associar formas ...	76
Figura 63 – Exemplo 35 de Maneiras de conceituar, exemplificar e associar formas ...	76
Figura 64 – Exemplo 4 de Maneiras de conceituar, exemplificar e associar formas da aluna Diana.....	76
Figura 65 – Exemplo 2 de Maneiras de conceituar, exemplificar e associar formas do aluno Nilton	77
Figura 66 – Exemplo 1 de resposta Ficha de questões 2 (2ª pergunta)	78
Figura 67 – Exemplo 2 de resposta da Ficha de questões 2 (2ª pergunta)	78
Figura 68 – Exemplo 3 de resposta da Ficha de questões 2 (2ª pergunta)	78
Figura 69 – Resposta de Mariana na Ficha de questões 2 (2ª pergunta)	78
Figura 70 – Resposta de Henrique na Ficha de questões 2 (2ª pergunta).....	79
Figura 71 – Exemplo 6 de Expressões de envolvimento e motivação	80
Figura 72 – Exemplo 1 de Expressões de envolvimento e motivação da aluna Mariana	80
Figura 73 – Exemplo de Expressões de envolvimento e motivação do aluno Henrique	80
Figura 74 – Exemplo de Expressões de envolvimento e motivação da aluna Diana	81
Figura 75 – Exemplo 2 de Expressões de envolvimento e motivação da aluna Mariana	81
Figura 76 – Exemplo de resposta da questão 1	81
Figura 77 – Exemplo 1 de resposta da questão 2	82
Figura 78 – Exemplo 2 de resposta da questão 2	82
Figura 79 – Exemplo de resposta de um aluno considerando o elemento mais evidente na análise da categoria Dificuldades	84
Figura 80 – Exemplo de Reconhecer e representar figuras geométricas planas e espaciais do aluno Henrique	85

Figura 81 – Exemplo 2 de Reconhecer e representar figuras geométricas planas e espaciais	86
Figura 82 – Exemplo de Reconhecer e representar figuras geométricas planas e espaciais da aluna Diana	86
Figura 83 – Exemplo de identificar e comparar o tamanho das faces da aluna Juliana .	87
Figura 84 – Exemplo 2 de identificar e comparar o tamanho das faces	87
Figura 85 – Exemplo de Escrever ideias e/ou conceitos matemáticos	88
Figura 86 – Exemplo 1 de Representar vistas	89
Figura 87 – Exemplo 2 de Representar vistas	90
Figura 88 – Exemplo 3 de Representar vistas	91
Figura 89 – Exemplo de Representar vistas da aluna Mariana	92
Figura 90 – Exemplo 5 de Representar vistas	93
Figura 91 – Exemplo de Representar vistas da aluna Diana	93
Figura 92 – Exemplo 7 de Representar vistas	94
Figura 93 – Exemplo 8 de Representar vistas	94
Figura 94 – Exemplo 8 de Representar vistas	95
Figura 95 – Exemplo 9 de Representar vistas	95
Figura 96 – Exemplo 11 de Representar vistas	96
Figura 97 – Exemplo 12 de Representar vistas	97
Figura 98 – Exemplo 13 de Representar vistas	98
Figura 99 – Exemplo 14 de Representar vistas	99
Figura 100 – Vistas do prisma de base pentagonal	99
Figura 101 – Exemplo 15 de Representar vistas	100
Figura 102 – Exemplo 16 de Representar vistas	100
Figura 103 – Exemplo 17 de Representar vistas	101

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Os cinco tipos de imagens visuais segundo Presmeg (1986)	24
Quadro 2 – Cinco tipos de raciocínios em Geometria 3D.....	33
Quadro 3 – Objetivos das atividades implementadas.....	38
Quadro 4 – Categoria Descobertas, sua descrição e subcategorias	49
Quadro 5 – Categoria Dificuldades, sua descrição e subcategorias	84

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Acertos e erros na Atividade Vistas da casa.....	64
---	----

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 – Comparação entre acertos e erros em cada vista na Atividade Vistas da casa.....64

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO.....	17
CAPÍTULO I: ALGUNS ESTUDOS SOBRE VISUALIZAÇÃO.....	19
1.1 Visualização com recursos variados.....	19
1.2 Visualização como estratégia de ensino.....	20
CAPÍTULO II: O ENSINO DE GEOMETRIA E O PROCESSO DE VISUALIZAR .	22
2.1 A geometria no currículo escolar e a visualização.....	22
2.2 A visualização em avaliações de larga escala.....	26
2.3 Algumas dificuldades relacionadas à visualização.....	31
2.4 Habilidades relacionadas à visualização.....	32
2.5 Visualizando uma linha do tempo.....	33
CAPÍTULO III: VISUALIZANDO A METODOLOGIA.....	35
3.1 A intervenção pedagógica e a pesquisa na própria prática.....	35
3.2 Contexto da pesquisa.....	35
3.3 Cenário e produção de dados da pesquisa.....	36
3.4 A pesquisa, o ensino e a aprendizagem em aula.....	39
3.5 Descrição das atividades implementadas.....	40
Situação 1 – Porta é poliedro?.....	41
Situação 2 – Escada é poliedro?.....	41
CAPÍTULO IV: ANÁLISE DE DESCOBERTAS.....	48
4.1 Significados emergentes.....	49
4.2 Maneiras de representar.....	50
4.3 Maneiras de conceituar, exemplificar e associar formas.....	54
4.4 Expressões de envolvimento e motivação.....	77
CAPÍTULO V: ANÁLISE DE DIFICULDADES.....	83
5.1 Reconhecer e representar figuras geométricas planas e espaciais.....	85
5.2 Identificar e comparar o tamanho das faces.....	86
5.3 Escrever ideias e/ou conceitos matemáticos.....	87
5.4 Representar vistas.....	88
UM OLHAR SOBRE AS CONSIDERAÇÕES.....	107
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	111
APÊNDICES.....	115
Apêndice A: Sugestão de plano de aulas.....	115

Apêndice B: Ficha de questões 1.....	116
Apêndice C: Ficha de questões 2.....	117
Apêndice D: Atividade – Vistas das figuras espaciais	118
Apêndice E: Texto de divulgação dos resultados da pesquisa para a Prefeitura Municipal de Angra dos Reis e a E. M. Cacique Cunhãbebe.....	120
ANEXOS.....	123
ANEXO A – Atividades 1 e 2	123
ANEXO B – Atividades 4 a 8	124
ANEXO C – Atividades 10 a 12	125
ANEXO D – Atividades 13 e 14	126
ANEXO E – Atividades 15 a 17.....	127
ANEXO F – Atividades 19 a 21	128
ANEXO G – Atividade 23.....	129
ANEXO H – Habilidades relacionadas à unidade temática de Geometria do 6º ano na Base Nacional Curricular Comum	130

INTRODUÇÃO

Ainda é comum encontrar aulas de Matemática voltadas para uma metodologia tradicional baseada na exposição dos conteúdos e na proposta de exercícios que estimulam a mecanização e aplicação de fórmulas dentro de um contexto exclusivamente matemático. Os alunos estão sujeitos a realizar sempre as mesmas tarefas. Isso se reflete nos corriqueiros exercícios de calcular, obter, armar e efetuar. Quase tudo consiste em aplicar as fórmulas certas em contextos que são exclusivamente matemáticos.

Essa pesquisa de mestrado é continuidade de Settimy (2014), fruto de um trabalho de Iniciação Científica (IC) desenvolvido no âmbito do Grupo de Estudos e Pesquisas das Tecnologias da Informação e Comunicação em Educação Matemática (GEPETICEM), sob coordenação do Prof. Dr. Marcelo Almeida Bairral, que objetivou elaborar e implementar situações para a melhoria do aprendizado de Geometria Espacial na Educação Básica mediante atividades voltadas para a visualização de planificações e cortes (seções planas) do cubo. O trabalho desenvolvido me permitiu refletir a respeito do ensino de Geometria, visto que em toda minha trajetória escolar esta área da Matemática foi apresentada somente por meio de cálculo de áreas e volumes, estimulando apenas a memorização de fórmulas.

No ano de 2016 comecei a atuar como professora de Matemática na Prefeitura Municipal de Angra dos Reis (RJ), lecionando para turmas do 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental. Neste período compreendido entre o fim da graduação e o início da minha carreira docente no município, sempre mantive o desejo de cursar mestrado e dar continuidade aos estudos realizados na IC. Em 2017, fui aprovada no Mestrado em Educação do Programa de Pós-Graduação em Educação, Contextos Contemporâneos e Demandas Populares (PPGEduc) da Universidade Federal Rural Rio Janeiro e passei a reintegrar o GEPETICEM, tendo novamente o professor Marcelo Bairral como orientador.

Era meu desejo levar de alguma forma aos meus alunos as experiências positivas que adquiri durante a graduação. Dessa forma, a pesquisa passou a ter como público alvo os alunos do 6º ano da escola municipal na qual leciono em Angra. Tendo em vista que a pesquisa seria desenvolvida em uma escola pública onde a tecnologia informática era praticamente inexistente, nascia o desafio de tornar possível realizar um trabalho com os recursos oferecidos na instituição e que estavam ao meu alcance.

Nesse sentido, a investigação está orientada pela seguinte questão: que contribuições o uso de diferentes recursos pode trazer para o desenvolvimento da visualização de alunos do 6º ano do Ensino Fundamental? A partir dessa questão, temos como objetivo geral refletir sobre a

importância da visualização no desenvolvimento do pensamento geométrico. Particularmente, analisar aspectos relacionados ao desenvolvimento da visualização de estudantes do 6º ano de uma escola pública em atividades de geometria espacial utilizando recursos didáticos variados¹ (papel e lápis, planificações articuladas, sólidos em acrílico e um vídeo gerado no *software* GeoGebra).

No primeiro capítulo apresento pesquisas que versam sobre os temas em comum da pesquisa de modo a promover reflexões sobre a visualização sendo desenvolvida com recursos variados e atuando como estratégia no processo de ensino e aprendizagem de conceitos geométricos.

No segundo capítulo exponho um panorama do ensino de Matemática dando ênfase à geometria no currículo escolar e apresentando autores que tratam das dificuldades referentes ao seu ensino e aprendizagem. Neste contexto utilizo as teorias encontradas na literatura que tratam do desenvolvimento do processo de visualização e das habilidades visuais que podem ser potencializadas visando minimizar as dificuldades relacionadas a este processo.

O foco do terceiro capítulo é situar o cenário, os sujeitos e a produção de dados da pesquisa, além de como ocorreu a elaboração e seleção de atividades para as implementações. O delineamento metodológico foi escolhido visando o desenvolvimento do processo de visualização a partir de atividades que exploram conceitos de Geometria Espacial.

O quarto e quinto capítulos, referentes à análise de dados, têm como intuito analisar, respectivamente, aspectos a respeito de Descobertas e Dificuldades atreladas às habilidades de Geometria 3D envolvidas em atividades vivenciadas por eles.

Nas considerações finais reflito sobre as análises e sobre a intervenção realizada, mostrando a importância de um trabalho voltado para o desenvolvimento do pensamento visual que se utiliza de recursos didáticos variados e se preocupa em trazer diferentes contribuições ao aprendizado geométrico dos estudantes.

¹ Neste trabalho, recursos são entendidos como materiais didáticos manipulativos elaborados ou utilizados nos processos de ensino e de aprendizagem matemática.

CAPÍTULO I: ALGUNS ESTUDOS SOBRE VISUALIZAÇÃO

Este capítulo apresenta alguns estudos que tratam de temas em comum e que promovam reflexões para a minha pesquisa de mestrado, concretamente, sobre a visualização sendo desenvolvida com recursos variados e atuando como estratégia no processo de ensino e aprendizagem de conceitos geométricos.

1.1 Visualização com recursos variados

Pensar em formas diferenciadas de abordagens de conteúdo foi uma preocupação de Izar (2014), que realizou uma intervenção em uma turma de 6º e 7º anos do Ensino Fundamental nas quais atuava como regente. Seu estudo apresentou uma proposta para a abordagem do tema homotetia utilizando recursos didáticos variados, tais como pantógrafos, *applets*, xerox, editores de imagens, retângulos e quadrados de EVA e o *software* GeoGebra. Seu objetivo era fazer com que os alunos pudessem desenvolver o tema escolhido utilizando recursos dinâmicos, manipulando objetos físicos ou virtuais, que favorecessem a visualização das características e propriedades das figuras geométricas estudadas em conteúdos programáticos da disciplina Desenho Geométrico. A investigação favoreceu aos estudantes a compreensão de elementos e características da transformação como também a forma e o tamanho da figura transformada.

A pesquisa de Fassio (2011) se concentrou em uma proposta de ensino de geometria sobre o tema Construções Básicas, pautada na utilização de diferentes recursos: cartolina, lápis, régua, caleidoscópio, esquadro, compasso, *software*, entre outros. Perpassando pelos diferentes materiais a ideia era explorar conceitos, como por exemplo, transporte de segmento, transportes de ângulos, perpendiculares, ponto médio, paralela e bissetriz. A autora constatou que trabalhar com diversos materiais manipulativos e a utilização do *software* GeoGebra por meio de atividades investigativas podem contribuir para minimizar as dificuldades no ensino e aprendizagem de Geometria.

A utilização de diferentes recursos nas pesquisas mencionadas anteriormente demonstra a possibilidade de implementação de tais materiais nas aulas de Desenho Geométrico e de Construções Básicas e contribuem para o ensino e aprendizagem de conceitos relacionados à Geometria, visando diminuir as dificuldades relacionadas à visualização.

1.2 Visualização como estratégia de ensino

O estudo de Levandoski (2002) propôs a utilização de geoplanos e sólidos confeccionados em acrílico ou madeira como estratégia para o ensino de Geometria voltado para a visualização dos elementos de um sólido geométrico (faces, arestas e vértices). Segundo o autor, a utilização de recursos didáticos diversos proporciona um aprendizado mais significativo em Geometria, visto que o livro didático utiliza imagens bidimensionais para representação de objetos tridimensionais.

Um dos objetivos de Barbosa (2009) era de analisar qual o papel da visualização como estratégia para a resolução de problemas que envolvem a generalização de padrões, tendo como sujeitos de pesquisa alunos do 6º ano do Ensino Fundamental. Sua pesquisa observou que a visualização foi útil sempre que os alunos conseguiram analisar a estrutura do padrão como uma configuração de objetos relacionados entre si por uma propriedade invariante.

Oliveira (2016) utilizou um sistema de câmeras de segurança para trabalhar os conceitos de Geometria Descritiva a partir da observação e representação gráfica de objetos, sendo a visualização um importante componente a ser desenvolvido neste processo. O autor destaca a importância de apostar em uma prática visando estimular o ato de ver, visto que sua pesquisa foi construída tendo como sujeitos jovens de 14 a 17 anos que estão inseridos em um mundo permeado por aspectos visuais.

A pesquisa de Moniz (2013) se preocupou com o ensino da visualização espacial por meio de uma nova proposta de sequência didática para a disciplina de Geometria Descritiva, tendo início no estudo dos sólidos, depois do plano, da reta e do ponto. Sua estratégia seguiu um caminho contrário ao tradicional modelo de estudos dos cursos de Geometria Descritiva, possibilitando aos sujeitos (alunos de um Curso Técnico em Edificações) oportunidades de desenvolverem suas capacidades e ampliarem sua aprendizagem.

Insuela Garcia (2007) analisou as inter-relações entre a visualização e a representação e de que forma estes processos influenciam a constituição do conhecimento matemático em um contexto didático-pedagógico. A principal motivação para o desenvolvimento da pesquisa emergiu da própria prática docente da pesquisadora, que considera relevante

[...] a visualização no processo de construção e exploração dos conceitos matemáticos, assim como sua função cognitiva em proporcionar outras relações mentais, possibilitando, muitas vezes, a construção de conceitos novos que levarão a outros conceitos e, assim, sucessivamente (INSUELA GARCIA, 2007, p. 12).

A investigação de Miskulin (1994) utilizou o desenvolvimento histórico da Matemática ao longo das civilizações, relacionando-os com a Geometria da Tartaruga (implícita no Sistema Computacional Logo), na forma bidimensional para a exploração da Geometria Plana e tridimensional para a exploração da Geometria Espacial. O objetivo da utilização do Logo Tridimensional, em particular, é integrar as figuras projetadas no mundo real por meio da descrição espacial dos objetos e de sua visualização no plano, proporcionando um contexto favorável ao desenvolvimento de conceitos geométricos, no qual o aluno realiza na tela do computador comandos simples de posição e direção para tentar resolver os problemas propostos a ele.

O trabalho realizado com a Geometria da Tartaruga, sem dúvida, se caracteriza como uma Matemática que é distinta da Matemática tradicional e enriquece o ensino e aprendizagem de geometria, assim como os estudos apresentados mostram a habilidade de visualização como uma estratégia importante para o aprendizado geométrico dos estudantes, permitindo o estudo de propriedades e elementos importantes de figuras planas e espaciais. No entanto, como viabilizar este trabalho na escola pública que, em sua grande maioria, não oferece uma infraestrutura adequada? Mesmo que o trabalho de Miskulin (1994) seja uma pesquisa antiga, o problema da visualização, o descaso da geometria e dificuldades de infraestrutura com tecnologias ainda são presentes nos dias atuais e, portanto, realizar pesquisas que permeiam estas temáticas ainda são muito pertinentes.

CAPÍTULO II: O ENSINO DE GEOMETRIA E O PROCESSO DE VISUALIZAR

Neste capítulo exponho um panorama do ensino de Matemática, dando ênfase à geometria no currículo escolar e apresento autores que tratam das dificuldades referentes ao seu ensino e aprendizagem. Neste contexto utilizo as teorias encontradas na literatura que tratam do desenvolvimento do processo de visualização e das habilidades visuais que podem ser potencializadas, visando minimizar as dificuldades relacionadas a este processo.

2.1 A geometria no currículo escolar e a visualização

Grande parte dos estudantes possuem dificuldades em perceber a Matemática como uma ciência organizada (LELLIS; IMENES, 2001). “Aprender matemática deve ser mais do que memorizar resultados dessa ciência, e a aquisição do conhecimento matemático deve estar vinculada com o domínio de um saber pensar matemático” (OLIVEIRA; VELASCO, 2007, p. 4). Trabalhar com Geometria, em particular, nos permite entender as representações geométricas que fazem parte do nosso cotidiano e assim podemos desenvolver habilidades de experimentar, representar, descrever e argumentar, assim como estimular a imaginação e a criatividade. Bastos (1999) nos diz que através da Geometria é possível interpretar, entender e intervir no espaço em que vivemos. Ela inclui a visualização de objetos e a sua representação, a manipulação dessas representações e a criação de novos objetos. Inclui, também, a resolução de problemas de aplicação da Geometria em situações da vida real ou da própria matemática.

No entanto, da maneira como os conceitos geométricos vêm sendo apresentados e trabalhados no contexto educacional, a Geometria tem sido vista como um tópico da Matemática que tem provocado um sentimento forte de aversão aos que com ela convivem (MISKULIN, 1994, p. 37). Pavanello (2004) destaca que a Geometria é praticamente excluída do currículo escolar ou passa a ser, em alguns casos restritos, desenvolvida de uma forma muito mais formal. A autora afirma que ressaltar o papel da Geometria não significa minimizar o da Álgebra. Sendo assim, devemos estimular e desenvolver tanto o pensamento visual, dominante na Geometria, quanto o sequencial, preponderante na Álgebra, pois ambos são essenciais à educação matemática. Priorizar somente a Álgebra tanto na pesquisa como no ensino de

Matemática acarretou no desenvolvimento de apenas um tipo de pensamento. Portanto, é necessário reaver o ensino de Geometria como forma de restabelecer o equilíbrio.

O trabalho realizado com Geometria ainda prioriza o espaço plano, principalmente, abordando as figuras planas e os polígonos mais conhecidos. No entanto, outros tipos de formas aparecem em nosso cotidiano (BAIRRAL, 2009). Mais especificamente, quando se trata do ensino de Geometria Espacial Rogenski e Pedroso (2009, p. 5) afirmam que

[...] os alunos têm amplas dificuldades, primeiramente com relação à visualização e representação, pois reconhecem poucos conceitos da geometria básica e, por conseguinte da geometria espacial. Também apresentam problemas de percepção das relações existentes entre os objetos de identificação das propriedades das figuras que formam os sólidos, dentre outros conceitos.

A visualização, assim como a Geometria, está presente em outros ramos (álgebra, cálculo etc.) da matemática. É multifacetada e enraizada na matemática, possuindo importantes aspectos históricos, filosóficos, psicológicos, pedagógicos e tecnológicos. Em matemática, a visualização não é um fim em si, mas um meio para um fim, que é a compreensão (ZIMMERMANN; CUNNINGHAM, 1991). O termo visualização pode assumir diferentes conotações e, de acordo com Costa (2002), ele está muitas vezes restrito à mente do aluno, outras está restrito a algum meio e ainda pode ser um processo que transita entre estes dois domínios.

Como não há um consenso geral para a terminologia a ser utilizada, existe uma diversidade de termos empregados pelos autores, tais como imagens visuais, pensamento visual, raciocínio² visual e visualização que, aparentemente, possuem o mesmo sentido. A literatura escolhida para nortear a pesquisa vai ao encontro do que considero como visualização³ e leva também em conta os diferentes sinônimos utilizados para defini-la e os quais considero como equivalentes⁴.

Veloso (1998) destaca que visualizar não é somente o ato de ver um objeto, como se não existisse nesse momento nenhum tipo de raciocínio ou cognição. A visualização em matemática é um tipo de atividade de raciocínio baseado no uso de elementos visuais ou

² Pittalis e Christou (2010) consideram que raciocínio refere-se a um conjunto de processos e habilidades que atuam como uma ferramenta viável na resolução de problemas e nos permitem ir além das informações fornecidas.

³ Acredito que o pensamento visual inter-relaciona as representações 2D e 3D de um objeto. É um processo que transita em diferentes dimensões (plana ou espacial), sem priorização de uma delas.

⁴ Mariotti *apud* Costa (2002) induz a distinção entre visualização, que considera trazer à mente imagem de coisas visíveis e pensamento visual como o pensar sobre coisas abstratas que originalmente podem não ser espaciais, mas que podem ser representadas na mente de alguma forma espacial. Este é um exemplo que não se aproxima dos interesses da pesquisa, pois não faço distinção entre estes termos.

espaciais, seja mental ou físico, realizado para resolver problemas ou provar propriedades (GUTIÉRREZ, 1996).

A visualização como um processo importante em Geometria também é defendida por Kaleff (1998). Trata-se, segundo a autora, de uma habilidade a ser desenvolvida. No entanto, visualizar não é um processo simples e consiste em uma habilidade de caráter individualizado, pois essa capacidade envolve muitos aspectos, tais como, interpretar e fazer desenhos, formar imagens mentais e visualizar movimentos e mudanças de formas (LEMOS; BAIRRAL, 2010). Em sintonia com estes autores, Zimmermann e Cunningham (1991) a descrevem como o processo de formação de imagens (mentalmente, com lápis e papel, ou com a ajuda da tecnologia), usando essas imagens de forma eficaz para descoberta e compreensão matemática.

Presmeg (1986) tem uma concepção mais ampla e associa visualização a imagem conceitual. A autora conceitua imagem visual como um esquema mental que ilustra informação visual ou espacial, mas não especifica se é exigida a presença de um objeto ou de outra representação externa. O quadro 1 ilustra os cinco tipos de imagens visuais no raciocínio matemático identificados pela autora.

Quadro 1 – Os cinco tipos de imagens visuais segundo Presmeg (1986)

Imagens concretas e pictóricas	“Figuras na mente”, mas não a mesma para todos.
Imagens de padrões	Representam relações matemáticas abstratas de forma visual.
Imagens de fórmulas	Alguns alunos podem "ver" em suas mentes uma fórmula, pois foi escrita no quadro ou no livro didático.
Imagens cinestésicas	São criadas, transformadas ou transmitidas com a ajuda de movimentos físicos (gestos ou outras expressões corporais etc.).
Imagens dinâmicas	Envolve a capacidade de mover ou transformar uma imagem visual concreta.

Fonte: Elaboração da autora

De acordo com Dreyfus (1991), quando os currículos passaram a contemplar atividades envolvendo o raciocínio visual, muitas vezes é apresentado pelos professores em aula com um tratamento introdutório, acessório ou auxiliar. Essa abordagem, segundo o autor, pode ser devida ao fato dos especialistas, matemáticos, desenvolvedores curriculares ou professores não atribuírem relevância e *status* matemático para o raciocínio visual. A partir dessa atitude de

descaso os alunos podem concluir que realmente não precisam saber e usar os argumentos visuais. Esta é uma situação preocupante que também é ratificada por Zimmermann e Cunningham (1991), visto que a visualização não envolve uma intuição superficial e vaga de uma ideia matemática. Ela também dá profundidade e significado à compreensão dos objetos e propriedades matemáticas, serve como um guia confiável para resolução de problemas e inspira descobertas criativas.

A Base Nacional Curricular Comum (BNCC) é um documento que define um conjunto de aprendizagens essenciais que os estudantes devem adquirir ao longo da Educação Básica brasileira. Essas aprendizagens essenciais devem convergir para o desenvolvimento de dez competências gerais. De acordo com a BNCC, competência é

[...] a mobilização de conhecimentos (conceitos e procedimentos), habilidades (práticas, cognitivas e socioemocionais), atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana, do pleno exercício da cidadania e do mundo do trabalho (BRASIL, 2017, p. 8).

O documento propõe cinco unidades temáticas, correlacionadas, que orientam a formulação de habilidades a serem trabalhadas no Ensino Fundamental. A Geometria em particular, envolve o estudo de um amplo conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento. Nessa unidade temática as ideias matemáticas fundamentais estão associadas à construção, representação e interdependência. O estudo de posição e deslocamentos no espaço, formas e relações entre elementos de figuras planas e espaciais pode desenvolver o pensamento geométrico dos alunos, necessário para investigar propriedades, fazer conjecturas e produzir argumentos geométricos convincentes (BRASIL, 2017, p. 269).

No entanto, ao avaliar os objetos de conhecimento relacionados diretamente com as figuras geométricas (planas e espaciais) do 1º ao 6º ano do Ensino Fundamental, desenhar aparece apenas como uma habilidade a ser desenvolvida somente no 5º ano para a representação de figuras geométricas planas e no 9º ano para a representação de figuras espaciais em perspectiva. No 6º ano, em particular, a visualização é estimulada por meio da contagem de vértices, faces e arestas de prismas e pirâmides para estudar a Relação de Euler, enquanto a Geometria Plana se limita a reconhecer, nomear e comparar polígonos. Portanto, a Geometria é tratada na BNCC como uma área na qual o aluno não desenvolve sua autonomia no que diz respeito às construções de suas próprias representações (vistas, planificações, etc.). A proposta é que o estudante associe as características dos objetos geométricos às representações já dadas em atividades.

2.2 A visualização em avaliações de larga escala

A visualização, sendo um processo importante do pensamento matemático (como demonstrar, simular, identificar regularidades, aplicar fórmulas etc.), tem ganhado cada vez mais espaço em avaliações de larga escala, como o Exame Nacional do Ensino Médio⁵ (ENEM). Constitui, portanto, um aspecto cognitivo imprescindível para a compreensão das questões que envolvem a identificação de características das figuras planas e espaciais ou que demandam leitura e representação da realidade. Em 2014, uma das questões (Figura 1) exigia que o candidato conhecesse as propriedades de um cone circular reto e sua respectiva representação plana de sua superfície lateral, que abrangia sua base até a metade de sua altura.

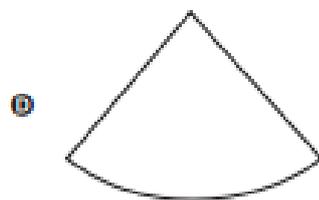
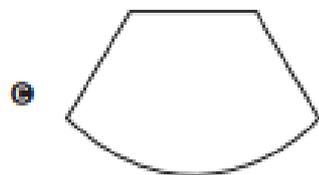
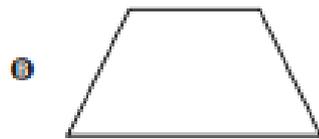
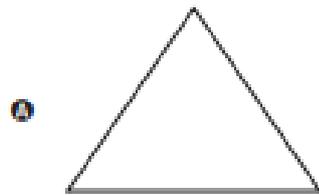
⁵ Embora existam outras avaliações em larga escala, o ENEM foi escolhido por se tratar de uma prova que envolve um conteúdo matemático mais elaborado, que traz uma perspectiva voltada para o mundo do trabalho e marca uma terminalidade da Educação Básica.

Figura 1 – Questão 144 do caderno azul (dia 2) da área de Matemática e suas Tecnologias

QUESTÃO 144

Um sinalizador de trânsito tem o formato de um cone circular reto. O sinalizador precisa ser revestido externamente com adesivo fluorescente, desde sua base (base do cone) até a metade de sua altura, para sinalização noturna. O responsável pela colocação do adesivo precisa fazer o corte do material de maneira que a forma do adesivo corresponda exatamente à parte da superfície lateral a ser revestida.

Qual deverá ser a forma do adesivo?



Fonte: ENEM, 2014, p. 21.

No ano de 2016 a visualização surgiu como um meio para a resolução de uma questão da área de Ciências Humanas e suas Tecnologias (Figura 2) na qual se deveria identificar a

figura que ilustrava o modelo de projeção cartográfica do logotipo da Organização das Nações Unidas (ONU). Visualizar foi, portanto, uma estratégia para resolver uma questão que não era da área de Matemática.

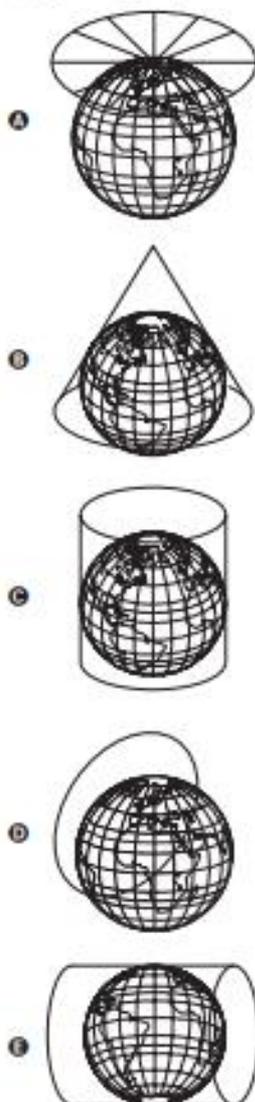
Figura 2 – Questão 17 do caderno azul (dia 1 – 1ª aplicação) da área de Ciências Humanas e suas Tecnologias

QUESTÃO 17



Disponível em: www.un.org. Acesso em: 9 ago. 2013.

A ONU faz referência a uma projeção cartográfica em seu logotipo. A figura que ilustra o modelo dessa projeção é:



Fonte: ENEM, 2016, p. 7.

No mesmo ano, a questão da área de Matemática e suas Tecnologias (Figura 3) era de identificar a vista lateral de uma cadeira quando estava fechada.

Figura 3 – Questão 155 do caderno azul (dia 2 – 1ª aplicação) da área de Matemática e suas Tecnologias

QUESTÃO 155

Os alunos de uma escola utilizaram cadeiras iguais à da figura para uma aula ao ar livre. A professora, ao final da aula, solicitou que os alunos fechassem as cadeiras para guardá-las. Depois de guardadas, os alunos fizeram um esboço da vista lateral da cadeira fechada.



Qual é o esboço obtido pelos alunos?



Fonte: ENEM, 2016, p. 23.

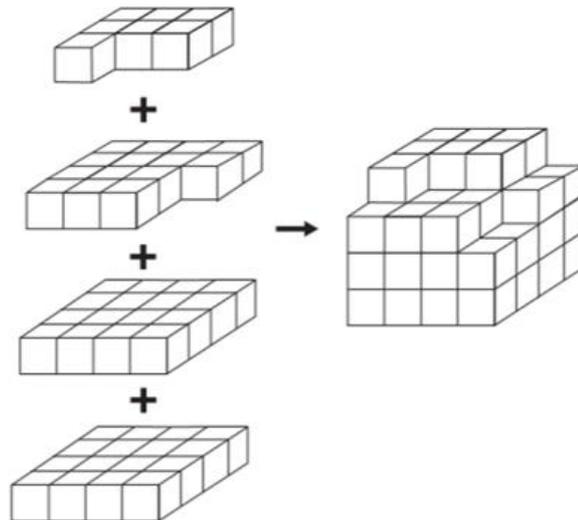
Em 2018, na questão 146 de Matemática e suas Tecnologias os alunos deveriam identificar a peça para completar o cubo com dimensões $4 \times 4 \times 4$.

Figura 4 – Questão 146 do caderno amarelo (dia 2 – 1ª aplicação) da área de Matemática e suas Tecnologias

QUESTÃO 146

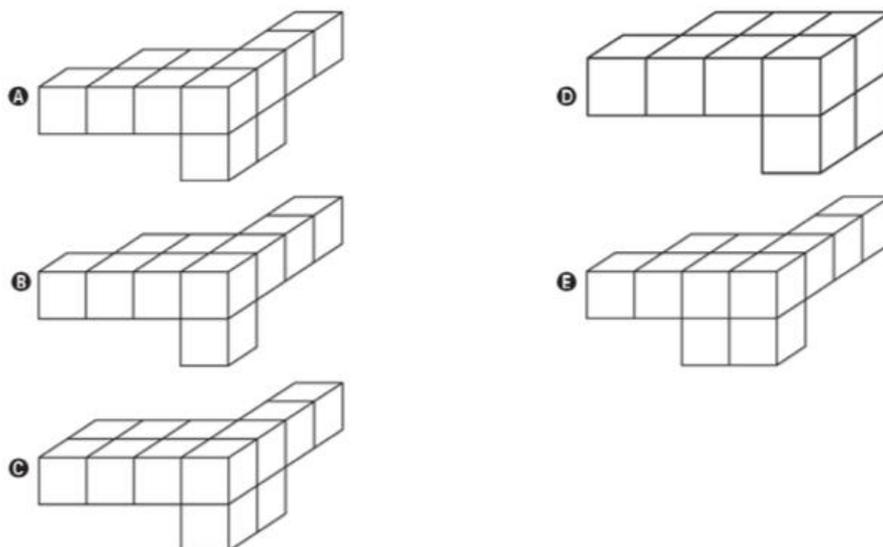
Minecraft é um jogo virtual que pode auxiliar no desenvolvimento de conhecimentos relacionados a espaço e forma. É possível criar casas, edifícios, monumentos e até naves espaciais, tudo em escala real, através do empilhamento de cubinhos.

Um jogador deseja construir um cubo com dimensões $4 \times 4 \times 4$. Ele já empilhou alguns dos cubinhos necessários, conforme a figura.



Os cubinhos que ainda faltam empilhar para finalizar a construção do cubo, juntos, formam uma peça única, capaz de completar a tarefa.

O formato da peça capaz de completar o cubo $4 \times 4 \times 4$ é



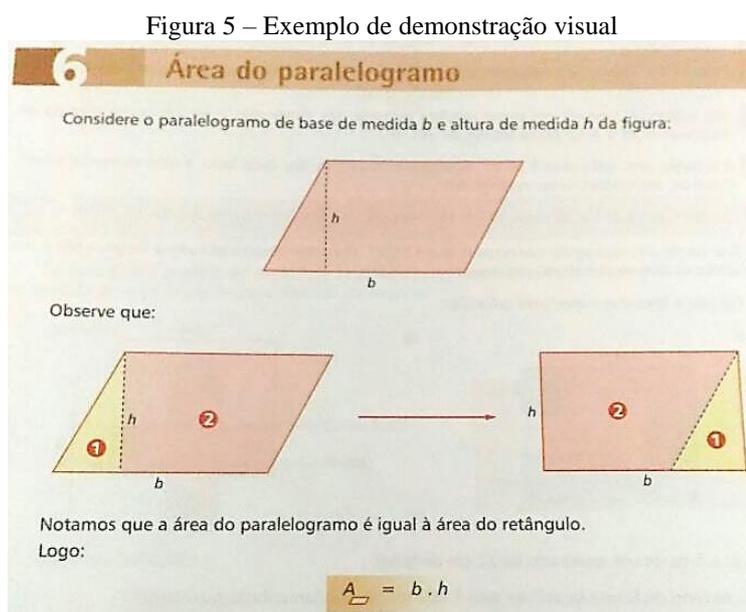
Fonte: ENEM, 2018, p. 19.

As questões do ENEM ilustradas anteriormente indicam a relevância de implementar atividades em sala de aula que explorem o raciocínio visual dos estudantes. Por acreditar e defender o desenvolvimento do pensamento visual destaco a importância de se utilizar recursos

variados no processo de ensino e aprendizagem em Geometria. Conforme observei com colegas em estudo anterior os sujeitos tinham ciência da ideia matemática envolvida nas atividades, porém apresentaram dificuldades em representar o que visualizavam (BAIRRAL, SETTIMY; HONORATO, 2013).

2.3 Algumas dificuldades relacionadas à visualização

Arcavi (2003) propõe três categorias de dificuldades em torno da visualização: cultural, sociológica e cognitiva. A dificuldade cultural se refere às crenças e valores que se têm sobre o que a matemática e o fazer matemática significariam, o que é legítimo ou aceitável e o que não é. É o caso das demonstrações visuais (Figura 5), as quais são rejeitadas pela comunidade matemática e seus principais representantes. Crenças como estas provavelmente permearão a sala de aula por meio de materiais curriculares, formação de professores etc. e, como consequência, não há espaço suficiente para incorporação e valorização da visualização nas aulas de matemática.



Fonte: Silveira; Marques, p. 320, 2007.

As dificuldades sociológicas destacadas por Arcavi (2003) podem ser associadas à frase “visual é difícil de ensinar”, isto é, quando o conhecimento é adaptado do seu caráter científico-acadêmico ao conhecimento curricular, este processo lineariza, compartimentaliza e, possivelmente, também algoritmiza o conhecimento, o que acarreta a perda de ricas interconexões. Como isso, o autor acredita que muitos professores podem sentir que as representações analíticas, que são de natureza sequencial, parecem ser mais pedagogicamente apropriadas e eficientes no ensino.

Outro tipo de dificuldade de caráter sociológico (conforme destacou Arcavi) é a tendência das escolas, em geral, ensinar matemática a estudantes de diferentes origens culturais. Alguns são oriundos de culturas visualmente ricas (grafiteiros, indígenas, serigrafeiros etc.) que apresentam maior familiaridade com a visualização. Infelizmente, a prática escolar em Geometria desperdiça essa oportunidade.

As dificuldades culturais e sociológicas, embora tenham importância no contexto do ensino de Geometria, não foram observadas por Arcavi (2003). O foco foi destinado às dificuldades cognitivas ("visual" é mais fácil ou mais difícil?, sublinha o autor). Quando a visualização atua sobre imagens conceitualmente ricas, a demanda cognitiva é certamente alta, gerando desconforto e insegurança nos alunos em relação aos procedimentos adotados para a representação. Um exemplo de dificuldade cognitiva é quando o sujeito visualiza um cubo e seus componentes (vértices, faces, arestas, diagonais etc.), mas apresenta erros para representar suas seções planas (cortes) (SETTIMY, 2014).

2.4 Habilidades relacionadas à visualização

Um interessante ponto de partida visando minimizar as dificuldades cognitivas seria identificar as habilidades relacionadas à visualização e traçar estratégias de modo a desenvolvê-las. Bishop⁶ *apud* Costa (2002) reconhece duas habilidades na visualização: a capacidade de interpretar informação figural (IFI) e a capacidade de processamento visual de figuras (VP). IFI envolve o conhecimento do "vocabulário geométrico" e capacidade de ler e interpretar imagens visuais, a fim de obter informações relevantes que possam ajudar a resolver uma atividade. VP é a capacidade de manipular e transformar imagens mentais e abrange a visualização e a tradução de relações abstratas e de informação não figural em termos visuais.

Arcavi (2003) levantou dificuldades e, Pittalis e Christou (2010), também preocupados com a visualização, propuseram um modelo que abrange cinco tipos de raciocínio no intuito de descrever as habilidades dos estudantes em Geometria 3D, sendo eles: manipular diferentes modos de representação de objetos 3D, reconhecer e construir planificações, estruturar matrizes 3D de cubos, reconhecer as propriedades das formas 3D e comparar as formas 3D e calcular o volume e a área de sólidos. O quadro 2 apresenta a descrição detalhada de cada tipo de raciocínio, que, na visão dos autores, refere-se a um conjunto de processos e habilidades que

⁶ BISHOP, A. Review of research on visualization in mathematics education. **Focus on Learning Problems in Mathematics**, 11(1), 7-15, 1989.

atuam como uma ferramenta viável na resolução de problemas e permitem ir além das informações fornecidas nos objetos.

Quadro 2 – Cinco tipos de raciocínios em Geometria 3D

<p>Manipular diferentes modos de representação de objetos 3D</p>	<p>As representações planas são as mais utilizadas para representar objetos 2D na matemática escolar, no entanto os estudantes apresentam grandes dificuldades em desenhar objetos 3D, principalmente porque não se trata de algo trivial e que não é ensinado na escola. Como consequência, os alunos podem interpretar mal um desenho e não entender se ele representa um objeto 2D ou 3D.</p>
<p>Reconhecer e construir planificações</p>	<p>A construção de uma rede pressupõe a coordenação entre a representação mental do objeto como um todo e a decomposição de suas partes componentes. Exige a capacidade dos alunos para fazer traduções de objetos 3D para planificações 2D, focalizando as partes componentes dos objetos em ambos os modos de representação.</p>
<p>Estruturar matrizes 3D de cubos</p>	<p>Significa identificar quantos cubos de menor aresta cabem no cubo maior. O desenvolvimento desta habilidade não é simples, pois exige que os alunos estabeleçam um modelo mental que forneça diferentes visões da estrutura.</p>
<p>Reconhecer as propriedades das formas 3D e comparar as formas 3D</p>	<p>Mesmo que qualquer tipo de poliedro seja composto pelas mesmas partes, seu tamanho, número e forma definem as particularidades de cada poliedro. É entender como os elementos do sólido estão inter-relacionados e que esta compreensão pode se referir ao mesmo objeto ou entre objetos diferentes. Os alunos devem entender que cada objeto 3D tem uma série de propriedades geométricas invariantes e variantes com base nas propriedades das partes componentes isoladas e suas próprias propriedades como uma estrutura unificada.</p>
<p>Calcular o volume e a área de sólidos</p>	<p>O pensamento de geometria tridimensional está intimamente ligado à capacidade dos estudantes de calcular o volume e a área de superfície de um sólido. Os alunos tendem a se concentrar principalmente nas fórmulas e nas operações numéricas necessárias para calcular o volume ou a superfície de um sólido e ignorar completamente a estrutura das medidas da unidade.</p>

Fonte: Elaboração da autora a partir de Pittalis; Christou (2010)

2.5 Visualizando uma linha do tempo

A partir do referencial teórico foi possível elaborar uma linha temporal (Figura 6), destacando a preocupação dos estudos a respeito da visualização.

Figura 6 – Visualização em uma linha do tempo



Fonte: Elaboração da autora

Por meio desta organização é possível inferir que o foco inicial era elaborar uma definição de visualização na qual não se especificava a utilização de outros recursos para potencializá-la. À medida que os estudos foram avançando, a visualização passou a ser vinculada a processos cognitivos e, em seguida, compreendida como um meio para a resolução de problemas aliada a materiais, como papel e lápis e outros recursos tecnológicos. Posteriormente, a atenção se destinou às dificuldades provenientes do visualizar, pois envolvia muitos aspectos como formar imagens mentais e interpretar desenhos, e dependiam do recurso didático que estava em mediação. Estudos mais recentes convergem para o resgate de habilidades relacionadas ao raciocínio geométrico e estratégias que podem contribuir para o seu desenvolvimento valorizando, inclusive, possibilidades variadas.

CAPÍTULO III: VISUALIZANDO A METODOLOGIA

O objetivo deste capítulo é apresentar o cenário, os sujeitos e a produção de dados da pesquisa assim como ocorreu a elaboração e seleção de atividades para as implementações. O delineamento metodológico foi escolhido visando o desenvolvimento do processo de visualização a partir de atividades que exploram conceitos de Geometria Espacial.

O capítulo é composto por cinco subitens: a intervenção pedagógica e a pesquisa na própria prática; contexto da pesquisa; cenário e produção de dados da pesquisa; a pesquisa, o ensino e a aprendizagem em aula e descrição das atividades implementadas.

3.1 A intervenção pedagógica e a pesquisa na própria prática

A pesquisa de intervenção (SPINILLO; LAUTERT, 2008), também assumida por nós como intervenção pedagógica (DAMIANI et al. 2013) e na própria prática docente, envolve ação do pesquisador para a construção do conhecimento e como sujeito que intervém sobre os indivíduos. Pesquisas desta natureza proporcionam o desenvolvimento, pois atuam como fator gerador de mudanças. A possibilidade de mudança só se torna possível mediante reflexões acerca do *quando* ensinar e *como* ensinar. O primeiro se refere ao momento em que um determinado conceito pode ser entendido ou uma dada habilidade pode ser desenvolvida, enquanto o segundo corresponde à natureza da situação de intervenção (SPINILLO; LAUTERT, 2008).

Segundo Damiani et al. (2013, p. 1), a intervenção pedagógica

[...] envolve o planejamento e a implementação de interferências (mudanças, inovações pedagógicas) – destinadas a produzir avanços, melhorias, nos processos de aprendizagem dos sujeitos que delas participam – e a posterior avaliação dos efeitos dessas interferências.

3.2 Contexto da pesquisa

Segundo Spinillo e Lautert (2008) pesquisas de intervenção realizadas em sala de aula contam com a interação constante entre todos os sujeitos (alunos e professores). Uma intervenção pedagógica também envolve a elaboração e implementação de atividades, visando o aprendizado e o desenvolvimento cognitivo de todos os sujeitos implicados, necessitando de que o pesquisador tenha criatividade e saiba dialogar com a teoria para compreender a realidade

e para a implementação da intervenção (DAMIANI et al. 2013). Pesquisas desta natureza tem um planejamento prévio, há uma produção de conhecimento que é observado ao longo do processo e que se modifica conforme a dinâmica de interação, podendo alterar o fluxo da intervenção.

3.3 Cenário e produção de dados da pesquisa

A estruturação do trabalho de campo se baseou nos seguintes procedimentos: elaboração, seleção e organização de tarefas, implementação e análise dos dados. O critério de seleção foi definido de acordo com as atividades que melhor se adequavam à proposta da pesquisa e do conteúdo a ser trabalhado em sala de aula. Posteriormente, observei as habilidades de Geometria 3D, descritas por Pittalis e Christou (2010), envolvidas em cada uma. Os dados foram produzidos mediante observação durante a realização das atividades, de respostas dadas em uma atividade preliminar e em três fichas avaliativas, registros fotográficos e notas de campo.

As implementações ocorreram ao longo do ano letivo de 2017 em uma turma de 6º ano do Ensino Fundamental do turno da tarde da Escola Municipal Cacique Cunhãbebe, localizada no município de Angra dos Reis (RJ). Eu era a professora da turma e realizei ao todo 10 aulas com 45 minutos cada, totalizando cinco encontros. A turma tinha 24 alunos na faixa etária entre 11 e 14 anos.

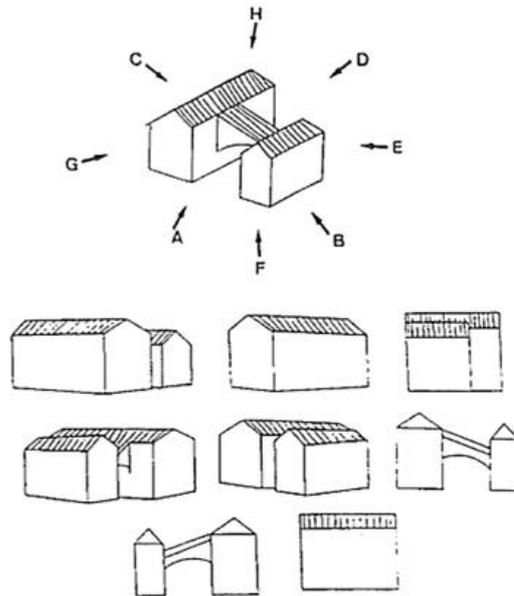
A abordagem do conteúdo de Geometria Espacial foi orientada pelo livro didático adotado na escola. A estruturação do trabalho de campo se deu a partir de 19 atividades⁷ selecionadas do livro, a atividade de vistas da casa (Figura 7) adaptada de Gorgorió et al. (2000) e uma situação sobre as vistas (frontal, lateral e superior) das figuras espaciais (Figura 8) elaborada por mim.

⁷ As atividades foram nomeadas conforme sua respectiva numeração no livro didático.

Figura 7 – Atividade adaptada de Gorgorió et al. (2000)

Atividade – Vistas da casa

Nesta situação, determine os pontos de vista que correspondem a cada posição.



Fonte: Gorgorió et al. (2000)

Figura 8 – Atividade das vistas das figuras espaciais

Atividade – Vista das figuras espaciais

Desenhe as vistas frontal, lateral e superior de cada uma das figuras espaciais. Considere a parte pintada sendo a frente.

Figura espacial	Vista frontal	Vista lateral	Vista superior

Fonte: Elaboração da autora

A dinâmica das aulas foi pensada desde o primeiro dia de implementação sempre com o intuito de relacionar as figuras geométricas espaciais a serem estudadas com objetos encontrados no cotidiano dos alunos. Com exceção da atividade realizada no auditório da escola, pois a ideia era focar apenas na utilização da TV, os estudantes puderam utilizar os materiais disponíveis como recurso (papel e lápis, planificações articuladas e sólidos em acrílico) em todas as atividades.

Os registros escritos de todas as atividades contendo as respostas dos alunos foram recolhidos para posterior análise. O quadro a seguir apresenta os objetivos de todas as atividades que foram realizadas durante a implementação e as habilidades de Geometria 3D envolvidas, de acordo com Pittalis e Christou (2010).

Quadro 3 – Objetivos das atividades implementadas

Atividades	Objetivos	Habilidades em Geometria 3D envolvidas de acordo com Pittalis e Christou (2010)
Atividade 1	- Associar poliedros e não poliedros a objetos do cotidiano	<ul style="list-style-type: none"> • Reconhecer as propriedades das formas 3D • Comparar as formas 3D
Atividade 2	- Associar objetos do cotidiano a poliedros e não poliedros	
Atividade 4	- Associar objetos do cotidiano a paralelepípedos	
Atividade 5	- Identificar o número de vértices, faces e arestas de um paralelepípedo	<ul style="list-style-type: none"> • Reconhecer as propriedades das formas 3D
Atividade 6	- Identificar as dimensões de um paralelepípedo - Explorar o volume do paralelepípedo através de objeto do cotidiano	<ul style="list-style-type: none"> • Reconhecer as propriedades das formas 3D e comparar as formas 3D • Calcular o volume e a área de sólidos
Atividade 7	- Interpretar e associar a planificação ao cubo	<ul style="list-style-type: none"> • Reconhecer planificações
Atividade 8	- Associar o paralelepípedo a sua planificação	
Atividade 10	- Associar objetos do cotidiano à prismas e pirâmides	<ul style="list-style-type: none"> • Reconhecer as propriedades das formas 3D • Comparar as formas 3D
Atividade 11	- Identificar o poliedro (prisma ou pirâmide) e quantificar seus vértices, faces e arestas	<ul style="list-style-type: none"> • Reconhecer as propriedades das formas 3D

Atividade 12	- Associar prismas e pirâmides às suas respectivas planificações	<ul style="list-style-type: none"> • Reconhecer planificações
Atividade 13	- Identificar e comparar as características dos sólidos geométricos (prismas e pirâmides) por meio da interpretação de dados de um gráfico	
Atividade 14	- Associar objetos do cotidiano a um prisma - Identificar e nomear um prisma - Trabalhar a contagem de objeto do cotidiano associado ao prisma	<ul style="list-style-type: none"> • Reconhecer as propriedades das formas 3D • Comparar as formas 3D
Atividade 15	- Associar objetos do cotidiano ao cone, cilindro e esfera	
Atividade 16	- Associar objetos do cotidiano à esfera	
Atividade 17	- Identificar as partes planas e não planas dos sólidos geométricos	
Atividade 19	- Identificar as vistas de um objeto do cotidiano	<ul style="list-style-type: none"> • Manipular diferentes modos de representação de objetos 3D
Atividade 20	- Identificar as diferentes vistas dos sólidos - Comparar as vistas de um sólido entre si	
Atividade 21	- Identificar e desenhar as vistas de um objeto formado por uma pilha de cubos	<ul style="list-style-type: none"> • Manipular diferentes modos de representação de objetos 3D • Estruturar matrizes 3D de cubos
Atividade 23	- Identificar a vista superior de uma paisagem	
Vistas das figuras espaciais	- Identificar e desenhar as vistas de figuras espaciais	<ul style="list-style-type: none"> • Manipular diferentes modos de representação de objetos 3D
Atividade da casa	- Identificar e associar as direções definidas de uma casa às suas respectivas vistas	

Fonte: Elaboração da autora

3.4 A pesquisa, o ensino e a aprendizagem em aula

A pesquisa foi desenvolvida na própria prática, com caráter de intervenção e pautada em situações de ensino. Apliquei uma atividade preliminar como forma de identificar os conhecimentos prévios dos alunos em relação à habilidade de visualização a ser desenvolvida

por meio do estudo de figuras geométricas espaciais. Quatro fichas avaliativas⁸ foram respondidas pelos alunos em momentos diferentes da intervenção com o objetivo de avaliar seus progressos em relação aos conteúdos trabalhados. A primeira ficha foi aplicada no primeiro dia, a segunda ocorreu depois da intervenção realizada no auditório da escola e as duas últimas foram aplicadas duas semanas após a atividade feita no auditório. A análise dos dados se baseia no transcorrer das intervenções, evidenciando o desenvolvimento do processo de visualização.

3.5 Descrição das atividades implementadas

O primeiro encontro aconteceu em 28 de Agosto de 2017. Iniciei com a aplicação da atividade preliminar denominada Ficha de questões 1 (Figura 9), cujo objetivo era investigar o que alunos entendiam por figura geométrica espacial e poliedro.

Figura 9 – Ficha de Questões 1

Nome: _____
<u>Ficha de questões 1</u>
Questão 1: Escreva o que você entende por forma geométrica espacial e dê exemplo com um desenho.
Questão 2: Desenhe um objeto que, na sua opinião, não seja uma figura geométrica espacial.
Questão 3: Escreva o que você entende por poliedro e dê exemplo com um desenho.
Questão 4: Desenhe um objeto que, na sua opinião, não seja um poliedro.

Fonte: Elaboração da autora

Após a aplicação, recolhi a Ficha de Questões 1 e dei início ao segundo momento da aula, que consistiu em apresentar sólidos geométricos em acrílico e associá-los a objetos do cotidiano trazidos por mim (cubo mágico, copo, caixa do meu microfone), como forma de introdução ao conceito de poliedros e não poliedros. Terminada a exposição dos conceitos e dos materiais, solicitei aos alunos que realizassem as Atividades 1 e 2 do livro didático (Figura 10), fazendo o registro de suas respostas em folha separada a ser posteriormente recolhida.

⁸ Considero como fichas avaliativas a Ficha de questões 2, Ficha de Opinião, Mini teste 1 e Mini teste 2, que serão descritas detalhadamente na seção seguinte.

Figura 10 – Atividades 1 e 2

1. Uma loja oferece as seguintes embalagens para presentes.

I)  II)  III)  IV)  V) 

Quais dessas embalagens podem ser associadas a poliedros? E a não poliedros? **II e III; I, IV e V**

2. Escreva o nome de três objetos que podem ser associados a poliedros e de três que podem ser associados a não poliedros. *Resposta pessoal.*

Fonte: Souza; Pataro, 2015, p. 15.

Durante a realização destas atividades fiz uma gravação em áudio da aluna Diana⁹, pois suas estratégias de resolução me chamaram a atenção. A gravação teve duração de 1 minuto e 26 segundos e contou com duas situações, das quais uma delas teve a participação do aluno Nilton. Suas transcrições estão ilustradas a seguir.

Situação 1 – Porta é poliedro?

Eu¹⁰: Pode falar

Diana: É porque eu queria saber se a porta é poliedro

Eu: Então, eu tô te perguntando...a porta tem estrutura (de poliedro)?

Diana: Ela tem, mas ela é fina

Eu: Mas ela é fina, mas tem...de certa forma. Não tem? Você falou...mesmo sendo fina

Diana: É poliedro

Eu: É poliedro?

Diana: É...porque ela tem pontas

Eu: Só, sem a maçaneta? Ou com a maçaneta?

Diana: Sem a maçaneta

Eu: Sem a maçaneta

Situação 2 – Escada é poliedro?

Eu: Primeiro, que tipo de escada a gente está falando?

Diana: [inaudível]

⁹ Para preservar a identidade dos alunos, foram utilizados pseudônimos nas transcrições.

¹⁰ O termo “eu” em negrito significa quem está falando (professora-pesquisadora).

Eu: Sei, é igual tem no exemplo que você lembrou aqui do livro, né? Esse quarto exemplo

Diana: É

Eu: Então...ué e por que que não seria?

Diana: Não sei

Eu: Não sabe?

Nilton: Só porque ela fica junto da parede?

Eu: É...mas é um objeto, que te lembra

Diana: É...ela vai subindo assim, assim, assim

O último momento da aula consistiu na aplicação da Ficha de questões 2 (Figura 11), que objetivava investigar novamente como os alunos concebiam uma figura geométrica espacial e um poliedro, após as exposições dos conteúdos e materiais feitas anteriormente.

Figura 11 – Ficha de questões 2

Nome: _____
<u>Ficha de questões 2</u>
A partir do que foi visto na aula, e do que escreveu sobre poliedro, o que você escreveria novamente sobre poliedro?
Qual atividade de hoje você mais gostou? Por quê?

Fonte: Elaboração da autora

O segundo encontro aconteceu em 29 de Agosto de 2017. Primeiramente, utilizei os sólidos em acrílico para mostrar os elementos de um cubo e de um paralelepípedo, apresentando seus vértices, faces e arestas, e destacando semelhanças e diferenças entre estes dois poliedros. Solicitei aos alunos a realização de exercícios do livro didático referentes a este conteúdo e que a entrega das resoluções fossem feitas em uma folha separada. Todos os alunos estavam livres para utilizar os recursos disponíveis (planificações articuladas do paralelepípedo e do cubo e cubo e paralelepípedo em acrílico) para auxiliá-los nas atividades, como mostra a Figura 12.

Figura 12 – Aluno utilizando paralelepípedo em acrílico



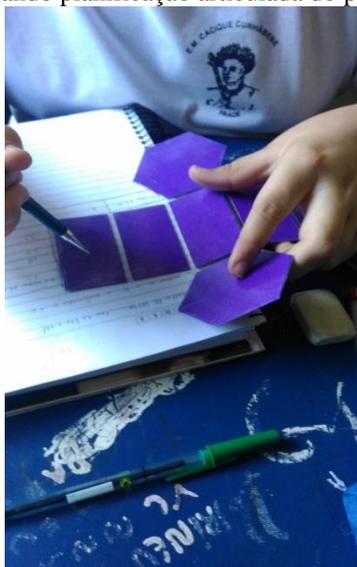
Fonte: Elaboração da autora

Os discentes realizaram as atividades em um tempo menor do que planejei; então, decidi iniciar o conteúdo de prismas e pirâmides que estava previsto para a aula seguinte. Sendo assim, foi necessário buscar esses poliedros de acrílico que estavam guardados na sala dos professores.

Mostrei prismas e pirâmides utilizando tanto as planificações quanto os sólidos para que os alunos observassem alguma semelhança e/ou diferença entre os objetos, principalmente em relação às suas bases e seus vértices, faces e arestas. Apesar de o tempo ter permitido a introdução do conteúdo, não foi suficiente para que os alunos concluíssem todas as atividades que o livro didático que havia pedido. Então os exercícios que ficaram pendentes seriam feitos na próxima aula.

O terceiro encontro ocorreu em 4 de Setembro de 2017 com a retomada das definições de prisma e pirâmide utilizando os sólidos em acrílico, mais especificamente o tetraedro e o prisma de base triangular. Também utilizei as planificações articuladas da pirâmide de base quadrada e do prisma de base hexagonal. Prossegui a aula com as atividades do livro didático referentes a este conteúdo que ficaram pendentes, nas quais os alunos poderiam utilizar estes mesmos materiais como recurso para a realização das atividades (Figura 13).

Figura 13 – Aluno utilizando planificação articulada do prisma de base pentagonal



Fonte: Elaboração da autora

Mesmo tendo esses recursos disponíveis, alguns alunos se recusaram a utilizá-los. Mais uma vez, a turma realizou as atividades em um tempo menor que o previsto, mas desta vez havia me preparado para caso isso acontecesse. Assim, iniciei o conteúdo de cilindro, cone e esfera, utilizando o material em acrílico dos referidos sólidos. Relembrei o conteúdo da primeira aula, na qual trabalhei o conceito de poliedro e não poliedro. Os alunos prontamente responderam que esses três sólidos se tratavam de não poliedros porque possuíam alguma parte arredondada.

Além disso, mostrei as planificações do cilindro e do cone, falando sobre o porquê de a esfera não ter planificação. Como as atividades do livro referentes a este conteúdo eram em um número reduzido em comparação aos conteúdos anteriores, os alunos conseguiram terminar e entregar-las em folha separada, conforme eu havia solicitado.

O quarto encontro, realizado no dia 5 de setembro de 2017, tinha o objetivo de trabalhar as vistas dos poliedros e não poliedros estudados anteriormente, assim como objetos do cotidiano. Expliquei sobre os tipos de vistas por meio do exemplo do livro didático e, como forma de enriquecer o conteúdo, representei no quadro branco as vistas frontal, lateral e superior da sala de aula me considerando como a observadora.

O segundo momento da implementação foi a realização das atividades selecionadas do livro didático, que foram entregues novamente em folha separada. No terceiro momento apliquei as atividades “Vistas das figuras espaciais” e “Vistas da casa”, sendo a segunda atividade adaptada de Gorgorió et al. (2000). Para as atividades das vistas das figuras espaciais

os alunos também podiam recorrer aos sólidos em acrílico e planificações articuladas e utilizá-los como recurso.

O quinto e último dia de implementação ocorreu no dia 11 de Setembro de 2017 e foi realizado no auditório da escola. O objetivo da aula era trabalhar a atividade “Vistas das figuras espaciais” através da exibição de um vídeo da tela do GeoGebra¹¹ que mostrava as vistas frontal, lateral e superior dos mesmos sólidos que constavam na atividade. O intuito do vídeo era proporcionar aos alunos uma revisão desta atividade, confrontando seus erros e acertos em relação às representações, além de trabalhar a questão das vistas das figuras por meio do *software*.

Pedi que os alunos anotassem em seus cadernos as vistas frontal, lateral e superior do sólido geométrico que estava sendo exibido na tela da TV e, em seguida, reproduzi o vídeo lhes mostrando as respectivas vistas. O caso do cone gerou muita discussão, pois os alunos acreditavam que a vista frontal era uma espécie de triângulo com base arredondada. O vídeo implicou na representação correta da vista frontal do cilindro, sem as bases arredondadas. Após a exibição, apliquei uma ficha avaliativa de duas questões (Figura 14) como forma de identificar a opinião dos alunos a respeito da utilização dos recursos em sala de aula para realizar as atividades.

Figura 14 – Ficha de Opinião

1) Escreva o que você achou do uso dos materiais (livro didático, lápis e papel, planificações, sólidos em acrílico e TV) para estudar poliedros e não poliedros.
2) Teve algum material que você gostou mais? Por quê?

Fonte: Elaboração da autora

Dois semanas após a atividade na qual utilizei a TV do auditório, apliquei mais duas fichas avaliativas aos alunos denominadas Mini testes. O primeiro (Figura 15) era de classificar as afirmações como verdadeira ou falsa e o outro (Figura 16) consistia em identificar as figuras como poliedro ou não poliedro, assinalando a resposta correta.

¹¹ Disponível para download em <https://www.geogebra.org/download>

Figura 15 – Mini teste 1

Nome: _____

Responda V (verdadeiro) ou F (falso) para cada uma das afirmações:

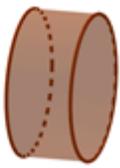
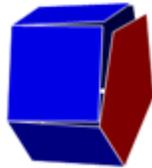
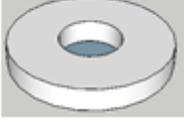
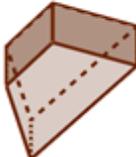
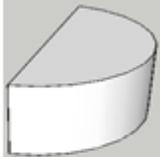
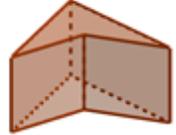
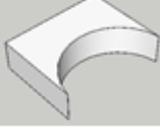
- () Todo poliedro é uma figura fechada.
- () Uma pirâmide possui duas bases.
- () Existe poliedro que não possui faces.
- () O cubo é um caso particular de paralelepípedo.
- () Todo poliedro deve possuir face arredondada.

Fonte: Elaboração da autora

Figura 16 – Mini teste 2

Nome: _____

Classifique as figuras em poliedro ou não poliedro, marcando com X.

 <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content;"> <input type="checkbox"/> Poliedro <input type="checkbox"/> Não poliedro </div>	 <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content;"> <input type="checkbox"/> Poliedro <input type="checkbox"/> Não poliedro </div>
 <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content;"> <input type="checkbox"/> Poliedro <input type="checkbox"/> Não poliedro </div>	 <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content;"> <input type="checkbox"/> Poliedro <input type="checkbox"/> Não poliedro </div>
 <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content;"> <input type="checkbox"/> Poliedro <input type="checkbox"/> Não poliedro </div>	 <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content;"> <input type="checkbox"/> Poliedro <input type="checkbox"/> Não poliedro </div>
 <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content;"> <input type="checkbox"/> Poliedro <input type="checkbox"/> Não poliedro </div>	 <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content;"> <input type="checkbox"/> Poliedro <input type="checkbox"/> Não poliedro </div>
 <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content;"> <input type="checkbox"/> Poliedro <input type="checkbox"/> Não poliedro </div>	 <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content;"> <input type="checkbox"/> Poliedro <input type="checkbox"/> Não poliedro </div>
 <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content;"> <input type="checkbox"/> Poliedro <input type="checkbox"/> Não poliedro </div>	 <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content;"> <input type="checkbox"/> Poliedro <input type="checkbox"/> Não poliedro </div>

Fonte: Elaboração da autora

Ambas as atividades foram criadas por mim e as imagens do Mini teste 2 foram geradas nos *softwares* GeoGebra, Poly¹² e *SketchUp*¹³. Meu intuito era avaliar se o aprendizado dos alunos permaneceu mesmo depois de duas semanas desde a última intervenção.

¹² O Poly permite a investigação de sólidos, sendo possível movimentá-los, gerar suas planificações e observá-las. Disponível em <http://www.peda.com/polypro/>

¹³ O SketchUp é um *software* desenvolvido para a criação de modelos 3D. Disponível online em <https://app.sketchup.com/app?hl=pt-BR#>

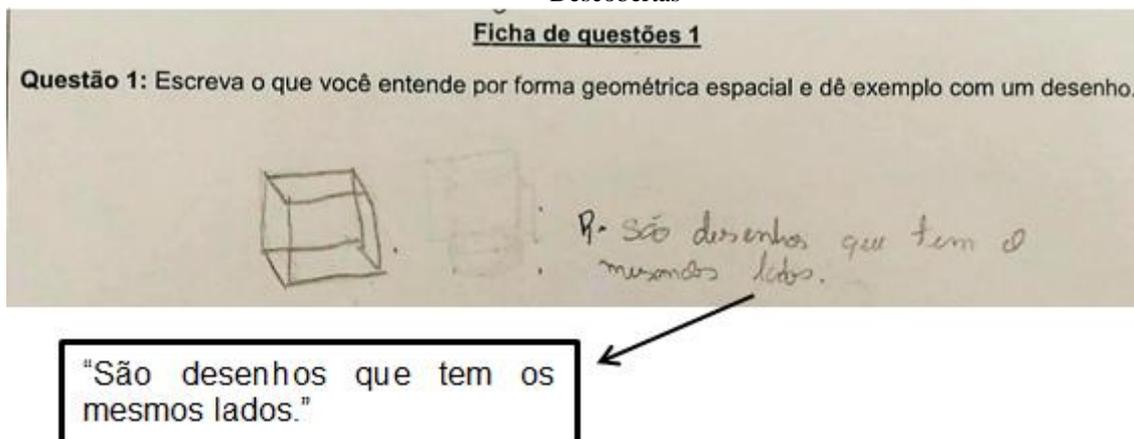
CAPÍTULO IV: ANÁLISE DE DESCOBERTAS

Este capítulo tem como intuito analisar aspectos a respeito de descobertas atreladas às habilidades de Geometria 3D envolvidas em atividades vivenciadas por eles (PITTALIS; CHRISTOU, 2010). Esses aspectos foram organizados em categorias e subcategorias, emergentes ao longo da análise dos dados.

A categoria Descobertas engloba as experiências vivenciadas pelos alunos no decorrer das implementações. Dela emergiram quatro subcategorias: significados emergentes; maneiras de representar; Maneiras de conceituar, exemplificar e associar formas e expressões de envolvimento e motivação. Significados emergentes trata de palavras nas quais os estudantes adotaram diferentes significados, o que conduziu a diversas interpretações do que constava no enunciado e que conseqüentemente interferiram em suas respostas. Maneiras de representar é uma subcategoria que envolve as representações dos estudantes em atividades que requeriam a representação figural. Maneiras de conceituar, exemplificar e associar formas aborda os diferentes modos adotados pelos alunos para conceituar, dar exemplos e fazer associações de formas. Em expressões de envolvimento e motivação os estudantes evidenciavam algo positivo em relação à atividade que realizou, destacando o quanto ela foi divertida e/ou fácil para ele ou destacavam algo que considerou importante para seu aprendizado.

Cabe ressaltar que estas categorias não são excludentes. Por exemplo, na Figura 17 está ilustrado um exemplo de resposta no qual uma aluna representou um cubo e descreveu o que considerava como forma geométrica espacial. Neste caso, a análise vai se concentrar em sua maneira de conceituar e não de representar, pois foi considerado como o elemento em maior evidência.

Figura 17 – Exemplo de resposta de um aluno considerando o elemento mais evidente na análise da categoria Descobertas



Fonte: Dados de pesquisa

O Quadro 4 sintetiza a categoria Descobertas e as subcategorias que a compõem.

Quadro 4 – Categoria Descobertas, sua descrição e subcategorias

Categoria	Descrição	Subcategorias
Descobertas	Experiências vivenciadas pelos estudantes ao longo das implementações	<ul style="list-style-type: none"> • Significados emergentes • Maneiras de representar • Maneiras de conceituar, exemplificar e associar formas <ul style="list-style-type: none"> ▪ Aprimoramento da “escrita matemática” • Expressões de envolvimento e motivação

Fonte: Elaboração da autora

4.1 Significados emergentes

Esta subcategoria trata de palavras que os estudantes atribuíram diferentes significados, o que conduziu a diversas interpretações do que constava no enunciado e que conseqüentemente interferiram em suas respostas.

Bastos (1999) afirma que a Geometria a ser ensinada ao longo de todo processo de escolarização deve ser aquela nos possibilita o entendimento e a intervenção no espaço em que vivemos. A Atividade 2 tinha como objetivo associar objetos do cotidiano a poliedros e não

poliedros e envolvia a habilidade de reconhecer as propriedades das formas 3D e comparar as formas 3D (PITTALIS; CHRISTOU, 2010).

Observei que foram adotados pelos discentes diferentes significados para a palavra “objeto”. Um grupo de alunos considerou que esta palavra se referia às figuras geométricas espaciais (Figuras 18 e 19), sendo que o esperado para esta atividade era escrever objetos de seu cotidiano.

Figura 18 – Primeiro exemplo de resposta do primeiro grupo

2. POLIEDRO		NÃO POLIEDRO	
“Poliedro Prisma Paralelepípedo Pirâmide”	PRISMA PARALELEPIPEDO PIRAMIDE	ESFERA CILINDRO CONE	“Não poliedro Esfera Cilindro Cone”

Fonte: Dados de pesquisa

Figura 19 – Segundo exemplo de resposta do primeiro grupo

Poliedro → Paralelepípedo, Pirâmide quadrangular, Prisma pentagonal.	“Poliedro → paralelepípedo, pirâmide quadrangular, prisma pentagonal.”
Não Poliedro → Cilindro, Esfera, Cone.	“Não poliedro → cilindro, esfera, cone.”

Fonte: Dados de pesquisa

4.2 Maneiras de representar

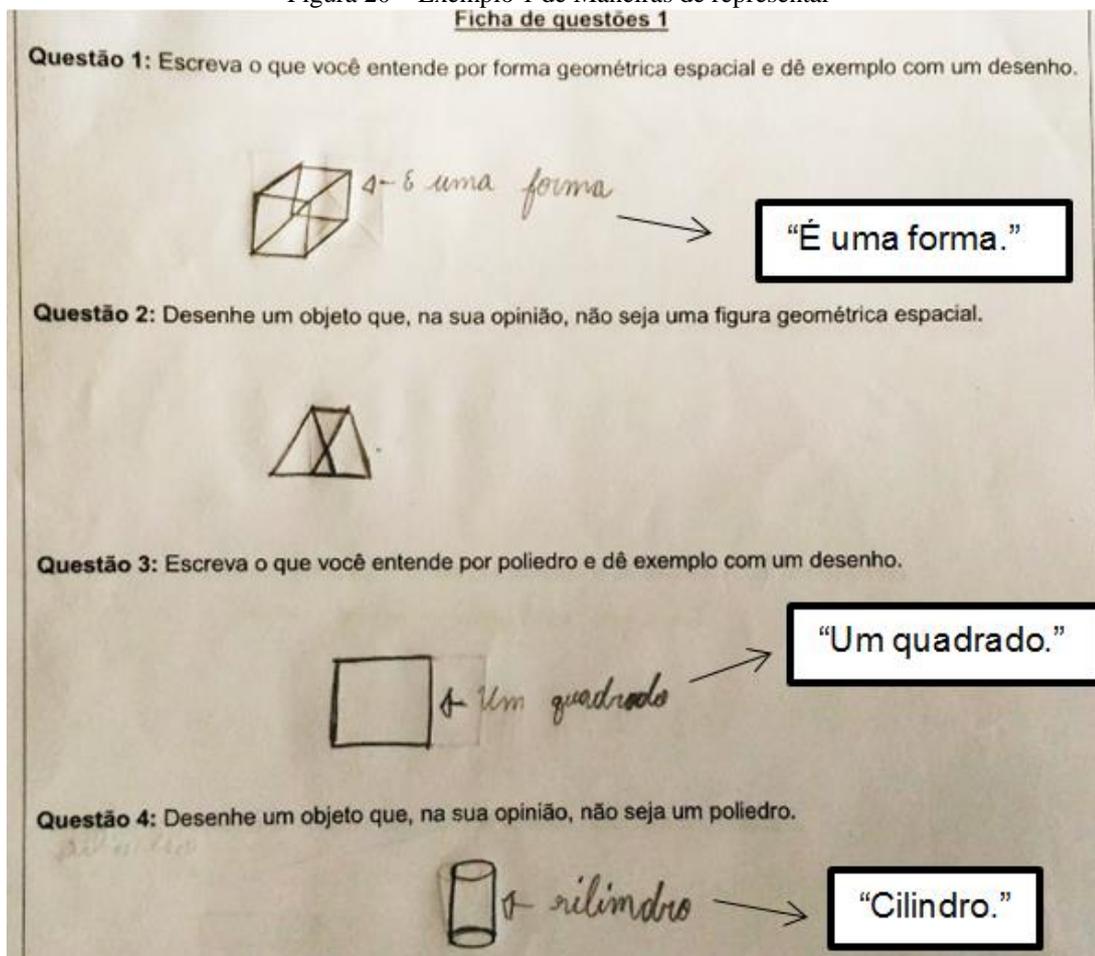
Esta seção tem como objetivo apresentar uma análise acerca das respostas dos discentes em atividades que requeriam a representação figural. Para Veloso (1998), a visualização deve estar interligada com a representação.

Na Ficha de questões 2, identifiquei um aluno que definiu figura geométrica espacial como “uma forma”, desenhando ao lado a figura de um cubo. Em seu primeiro desenho já foi possível inferir que o discente apresenta alguma noção de representação de figuras tridimensionais. Além disso, demonstra certa dificuldade para representar a parte não visível do objeto.

Na questão 2, o aluno desenhou uma figura que remete a um trapézio com um “x” em seu interior ou a um prisma de base triangular. Na questão 3 o quadrado é utilizado como exemplo de poliedro. Mesmo que seu exemplo não esteja correto, ele indicou que possui conhecimento em relação à nomenclatura de uma figura plana. Essa é a única questão que ele não escreve nada, o que pode indicar que se trata de um conceito que não possuía tanta

familiaridade. Por fim, o cilindro foi apresentado na questão 4 como um exemplo correto de objeto que não era um poliedro (Figura 20).

Figura 20 – Exemplo 1 de Maneiras de representar

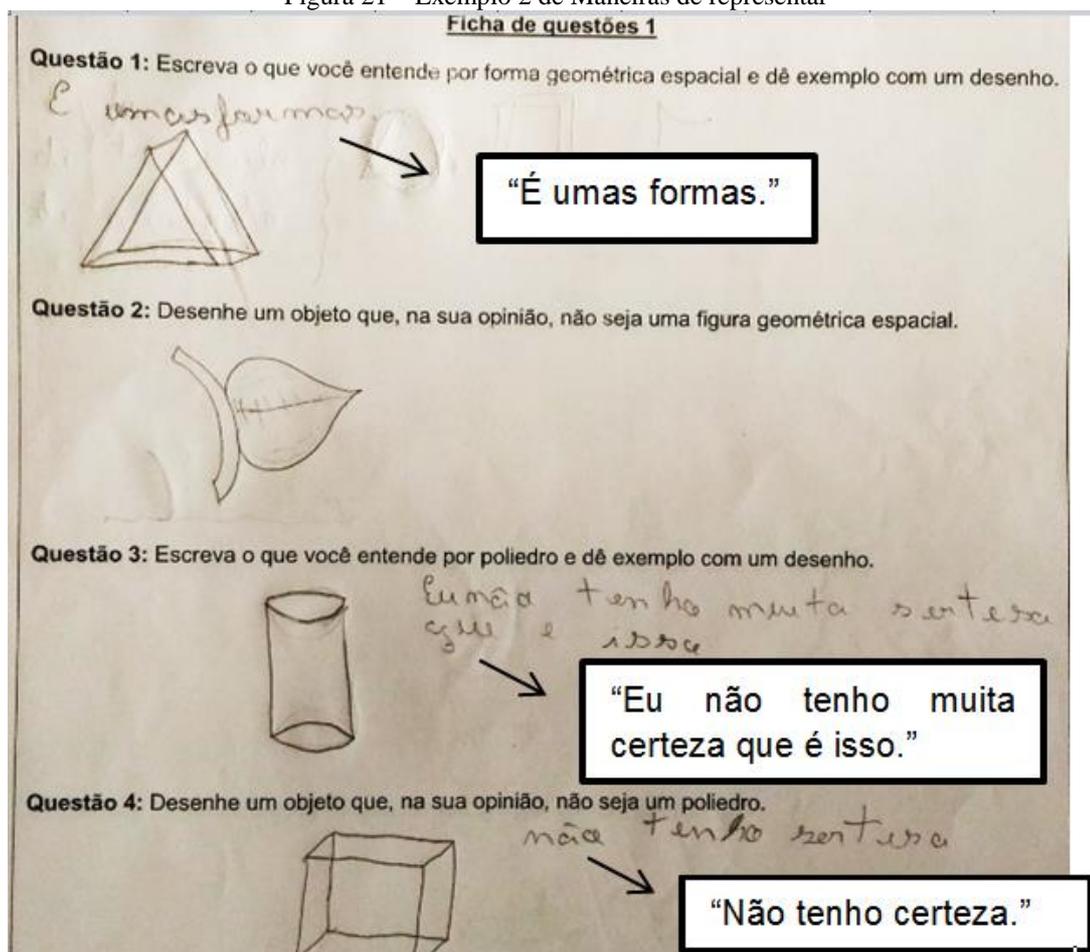


Fonte: Dados de pesquisa

Uma aluna também definiu figura geométrica espacial como “uma forma” e desenhou como exemplo um objeto que remete a um prisma de base triangular, demonstrando ter a mesma dificuldade apresentada no exemplo anterior no que diz respeito à representação da parte de trás da figura tanto nessa questão quanto na questão 4.

O segundo questionamento foi respondido corretamente por ela, que desenhou uma figura que lembra a folha de uma planta para exemplificar um objeto que não era uma figura geométrica espacial. Mesmo demonstrando insegurança (“não tenho certeza”) em suas respostas, a aluna desenhou as representações de um cilindro e um cubo (Figura 21), embora não tenha respondido corretamente em ambos os casos.

Figura 21 – Exemplo 2 de Maneiras de representar

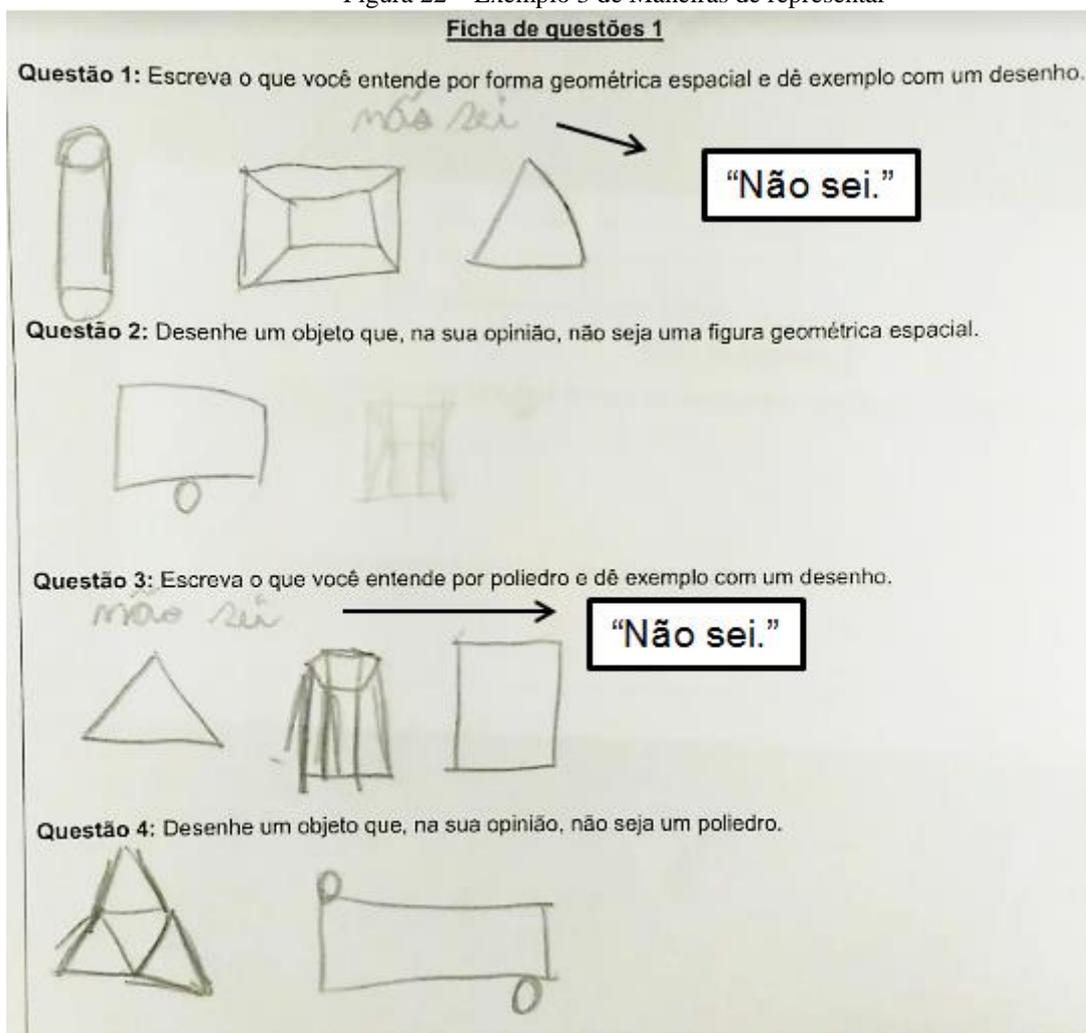


Fonte: Dados de pesquisa

Em outro caso (Figura 22) um aluno escreveu que não sabia o que era uma figura geométrica espacial, mas desenhou um cilindro, um triângulo e uma figura semelhante a um cubo na qual o retângulo menor representa o fundo do objeto. Foi uma situação curiosa, visto que seu desenho dá indícios de uma tentativa de representar a profundidade do poliedro.

Na questão 2, a figura desenhada foi muito parecida com a planificação de um cilindro. Ele também escreveu na questão 3 que não sabe o que é poliedro e desenhou tanto objetos bidimensionais (triângulo e retângulo) quanto tridimensionais (figura que lembra um prisma de base pentagonal). E, mais uma vez, as planificações (do tetraedro e do cilindro) apareceram como exemplo de objetos que não são poliedros, demonstrando que o discente apresentou conhecimentos prévios acerca deste conteúdo.

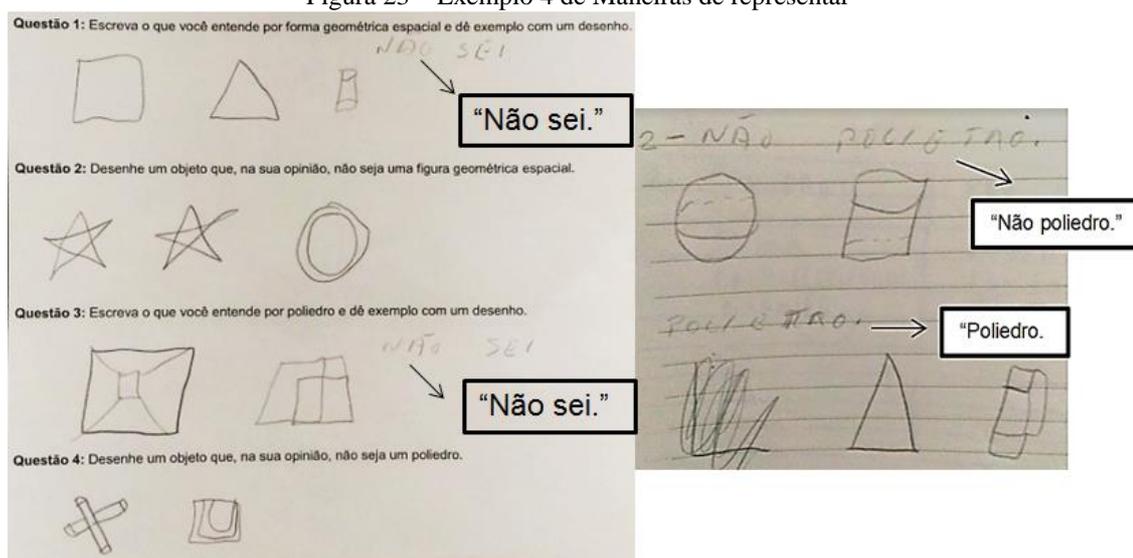
Figura 22 – Exemplo 3 de Maneiras de representar



Fonte: Dados de pesquisa

A Figura 23 mostra que na Ficha de questões 1 o aluno não sabia definir figura geométrica espacial nem poliedro. É possível observar que em todas as questões ele transitou entre dois modos de representação (plana e espacial). Na Atividade 2 surgiram elementos interessantes, tais como a representação de uma esfera e de um cilindro (que já havia representado anteriormente na questão 1) e seu exemplo de poliedro no canto inferior direito lembrou a planificação de um paralelepípedo.

Figura 23 – Exemplo 4 de Maneiras de representar



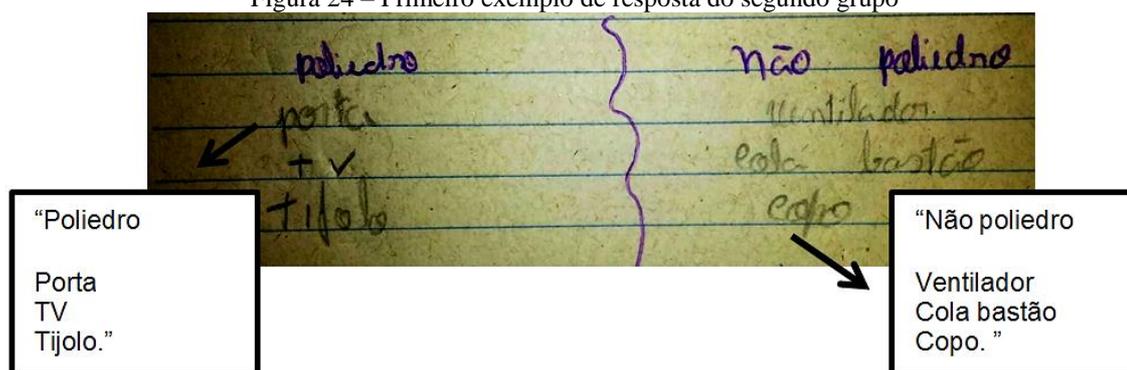
Fonte: Dados de pesquisa

4.3 Maneiras de conceituar, exemplificar e associar formas

Esta seção tem o intuito de analisar as diferentes formas adotadas pelos alunos para conceituar, dar exemplos e fazer associações.

Na seção 4.1 foi discutido o significado de “objeto” que emergiu da Atividade 2 por um grupo de alunos. Outro grupo considerou que a palavra “objeto” correspondia às formas espaciais encontradas em seu cotidiano, o que era de fato o objetivo esperado para esta atividade. Na Figura 24 foram citados porta, TV e tijolo para representar os poliedros, enquanto ventilador, cola bastão e copo foram exemplos de não poliedros.

Figura 24 – Primeiro exemplo de resposta do segundo grupo

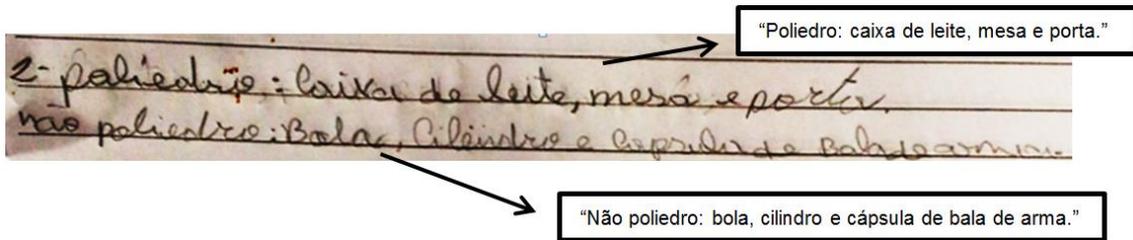


Fonte: Dados de pesquisa

Caixa de leite, mesa e porta também apareceram como exemplos de poliedro (Figura 25). Assim como a bola e o cilindro foram objetos classificados como não poliedros, a cápsula de bala de arma de fogo¹⁴ surgiu como uma resposta inusitada.

¹⁴ No período em que a pesquisa foi realizada, o bairro onde a escola se situa (que é o mesmo em que a maioria dos alunos reside) estava passando por problemas de intensa violência.

Figura 25 – Segundo exemplo de resposta do segundo grupo



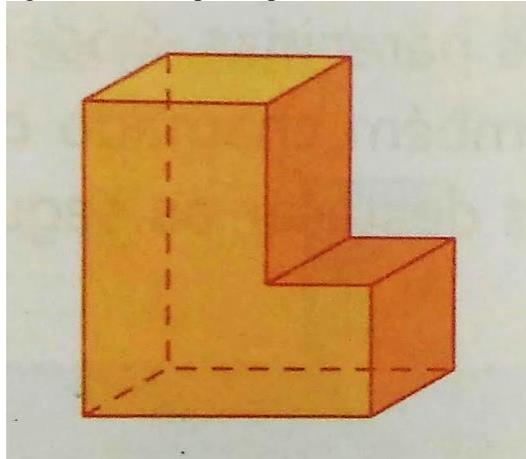
Fonte: Dados de pesquisa

Inicialmente Diana utilizou o retângulo como exemplo de poliedro, mas ele na verdade se trata de uma figura plana. Sua resposta na Atividade 2 (porta com maçaneta, caderno e escada) demonstra uma evolução no que diz respeito à percepção dos objetos tridimensionais. Suas respostas foram baseadas nas discussões que tivemos em sala (Situação 1 e Situação 2), as quais foram transcritas no Capítulo III.

Na Situação 1, foi possível observar que Diana ponderou a respeito da espessura da porta e se esta característica influenciaria em classificá-la como um poliedro ou não. Ela destaca também que a porta “tem pontas”, se referindo na verdade aos vértices do referido objeto. Na Situação 2, que contou com a participação do aluno Nilton, Diana também tinha dúvida se a escada era poliedro ou não.

Em nossa conversa, tive a preocupação em fazer a aluna especificar o tipo de escada que ela estava se referindo. No livro didático utilizado a estudante identificou um exemplo muito semelhante à escada que ela havia imaginado (Figura 26). Durante a realização de atividades, o docente é o condutor da aprendizagem e sem sua adequada intervenção existe a possibilidade de que os alunos não aprendam (GORGORIÓ et al., 2000).

Figura 26 – Exemplo de poliedro do livro didático

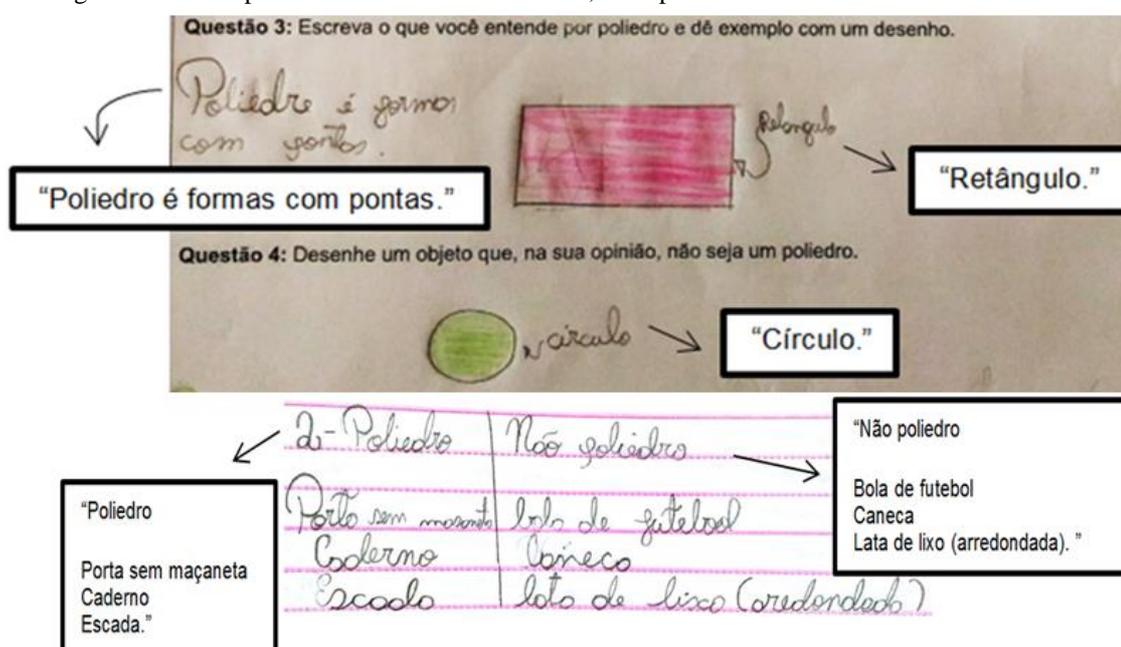


Fonte: Souza; Pataro, 2015, p. 15.

Nilton a questionou se esse tipo de escada só seria um poliedro porque estava junto da parede. Neste momento, decidi intervir na discussão para reforçar que mesmo assim se tratava de um objeto que lembrava as características de um poliedro. Diana reforça que a escada “vai subindo assim, assim, assim” e sua fala evidencia sua percepção em relação às partes planas que compõem a escada.

Além disso, a estudante que antes associou o círculo a não poliedro passou a considerar os objetos bola de futebol, caneca e lata de lixo (destacando a forma arredondada) como exemplos.

Figura 27 – Exemplo 1 de Maneiras de conceituar, exemplificar e associar formas da aluna Diana



Fonte: Dados de pesquisa

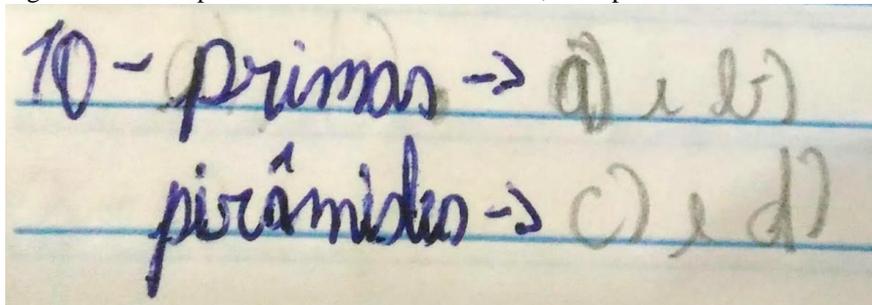
Nas Atividades 10, 12, 14, 15 e 16 os discentes deveriam fazer algum tipo de associação, seja relacionando objetos do cotidiano a figuras geométricas espaciais, seja relacionando essas mesmas figuras a sua planificação.

A Atividade 10 tinha como objetivo associar as imagens de quatro objetos (caixa de presente, cubo mágico, embalagem de presente em forma de tetraedro e barraca) a prismas ou pirâmides. A embalagem em forma de tetraedro era o único caso de pirâmide.

Mais da metade dos estudantes associaram a barraca a uma pirâmide. É possível inferir que isto ocorreu pelo fato de que a imagem mostra apenas a parte da frente, ou seja, a base em

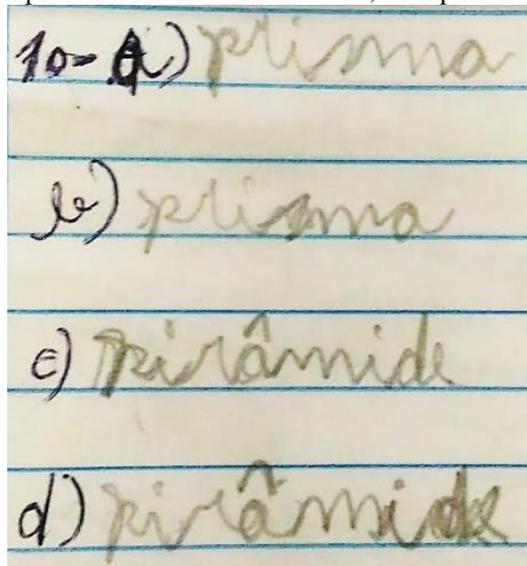
formato triangular. Eles não consideraram que a parte de trás¹⁵ também teria a mesma forma. Nas Figuras 28 e 29 estão ilustradas dois exemplos de resposta.

Figura 28 – Exemplo 2 de Maneiras de conceituar, exemplificar e associar formas



Fonte: Dados de pesquisa

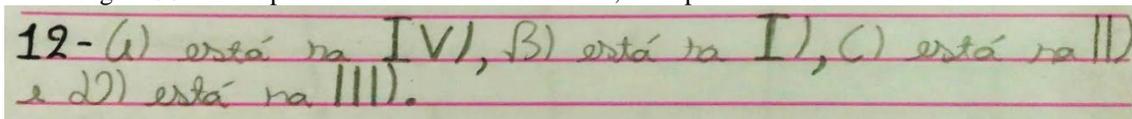
Figura 29 – Exemplo 3 de Maneiras de conceituar, exemplificar e associar formas



Fonte: Dados de pesquisa

Na Atividade 12 os alunos deveriam fazer a associação de cada poliedro a sua planificação. Todos os que responderam essa atividade acertaram as respostas. Curiosamente, Mariana (Figura 30) utilizou a expressão “está na” como forma de relacionar o sólido e a planificação.

Figura 30 – Exemplo 1 de Maneiras de conceituar, exemplificar e associar formas da aluna Mariana

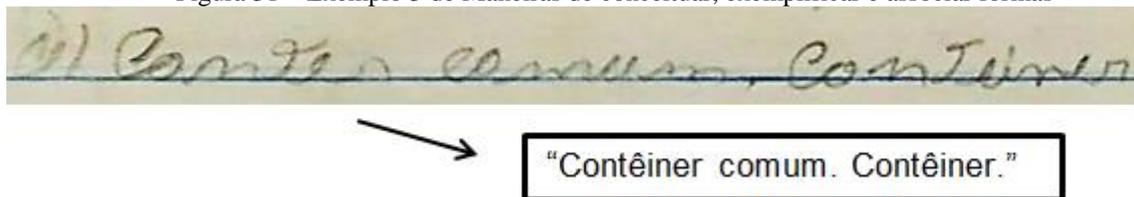


Fonte: Dados de pesquisa

¹⁵ Essas respostas também poderiam estar presentes na categoria Dificuldades, mais especificamente na subcategoria de Movimentar objetos mentalmente que será apresentada na próxima seção. No entanto, achei mais pertinente inseri-las nesta subcategoria

A Atividade 14 apresentava dois modelos de contêineres e o aluno deveria determinar o modelo que poderia ser associado a um prisma e, em seguida, nomear esse prisma. Todos os alunos presentes acertaram, com exceção de um que nomeou o prisma de forma incorreta. Por meio de sua resposta (Figura 31) foi possível inferir que ele teve dificuldade em entender o que seria nomear um prisma.

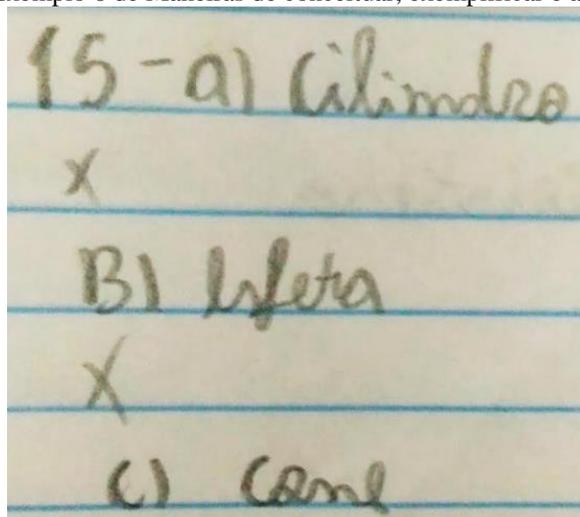
Figura 31 – Exemplo 5 de Maneiras de conceituar, exemplificar e associar formas



Fonte: Dados de pesquisa

Na Atividade 15 os alunos deveriam associar imagens de paisagens e classificar as formas dos elementos ilustrados em cone, cilindro ou esfera. A primeira imagem era de silos para armazenamento de grãos (cilindro), a segunda era de uma escultura no jardim do Vaticano (esfera) e a terceira imagem de torres de iluminação (cone). Esta atividade é um exemplo que mostra que nossa vida é cercada e moldada pela Geometria (SUSILAWATI; SURYADI; DAHLAN, 2017). Todos os alunos que responderam fizeram a classificação de forma correta e na Figura 32 está ilustrado um exemplo de resposta.

Figura 32 – Exemplo 6 de Maneiras de conceituar, exemplificar e associar formas

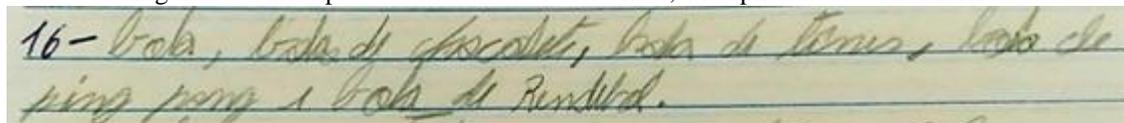


Fonte: Dados de pesquisa

O objetivo da Atividade 16 consistia em citar cinco objetos que podiam ser associados a esferas. Como os alunos deveriam mencionar objetos que conheciam, as respostas apresentaram elementos interessantes. O ensino de Matemática deve estar voltado para a

valorização da compreensão dos aspectos espaciais que fazem parte da vida do estudante (SUSILAWATI; SURYADI; DAHLAN, 2017). No primeiro exemplo de resposta (Figura 33), o aluno considera bolas de diversos tipos (de chocolate, de tênis, etc).

Figura 33 – Exemplo 7 de Maneiras de conceituar, exemplificar e associar formas

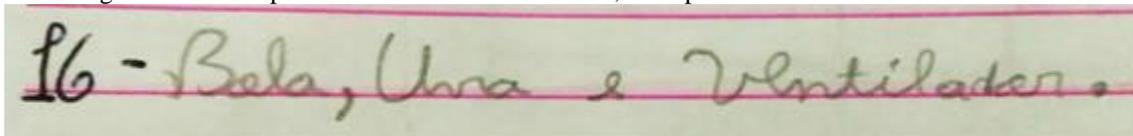


“Bola, bola de chocolate, bola de tênis, bola de pingue-pongue e bola de handebol.”

Fonte: Dados de pesquisa

Mariana e Nilton apresentaram semelhanças nos exemplos apresentados por eles. Ela citou ventilador e ele pneu. Em ambos os exemplos, os objetos possuem a forma achatada e o pneu, em particular, tem a forma de toro. Essas duas respostas indicam que os discentes provavelmente pensaram no círculo ao invés da esfera ou consideraram o objeto cuja vista formava um círculo, sem se atentar como seriam suas outras vistas.

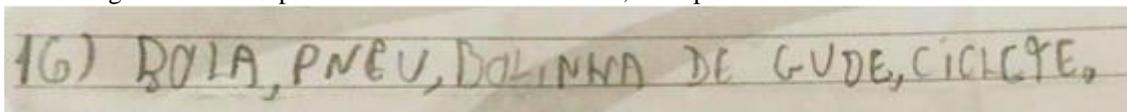
Figura 34 – Exemplo 2 de Maneiras de conceituar, exemplificar e associar formas da aluna Mariana



“Bola, uva e ventilador.”

Fonte: Dados de pesquisa

Figura 35 – Exemplo 1 de Maneiras de conceituar, exemplificar e associar formas do aluno Nilton

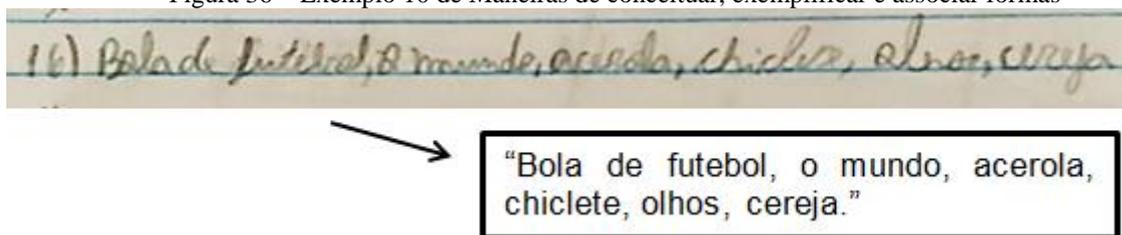


“Bola, pneu, bolinha de gude, chiclete.”

Fonte: Dados de pesquisa

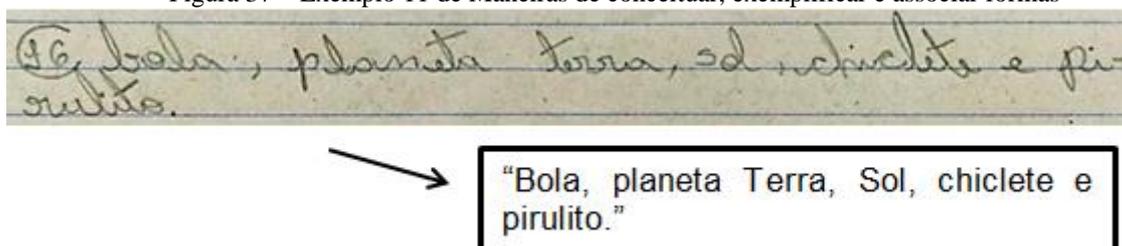
O chiclete foi citado por muitos alunos. Esse doce era consumido com muita frequência por eles e por meio de suas respostas foi possível identificar que perceberam um objeto presente em suas vidas que se assemelhava com o não poliedro em questão. Também mencionaram objetos presentes na natureza, como a Terra, o Sol e os olhos.

Figura 36 – Exemplo 10 de Maneiras de conceituar, exemplificar e associar formas



Fonte: Dados de pesquisa

Figura 37 – Exemplo 11 de Maneiras de conceituar, exemplificar e associar formas

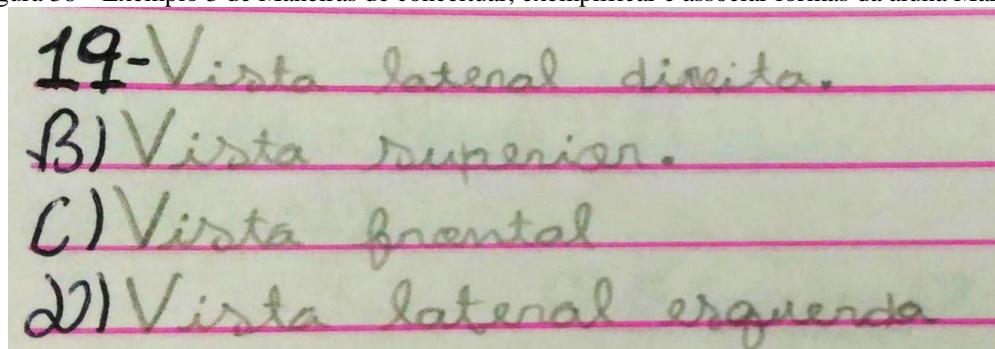


Fonte: Dados de pesquisa

As Atividades 19, 20, 23 e Vistas da casa tiveram um foco maior em associar figuras geométricas, objetos do cotidiano e paisagens as suas vistas. Atividades voltadas para a visualização de vistas exigem uma atividade mental do aluno que se torna importante para sua aprendizagem (VELOSO, 1998).

Na Atividade 19 havia a figura de um computador na qual o aluno deveria escrever a vista correspondente a cada uma das quatro imagens ilustradas. A maioria classificou corretamente cada vista. Dentre os que não o fizeram, Mariana confundiu a vista lateral esquerda com a direita e vice-versa (Figura 38). Provavelmente ela não se atentou aos outros elementos da imagem, como o teclado e o monitor.

Figura 38 – Exemplo 3 de Maneiras de conceituar, exemplificar e associar formas da aluna Mariana

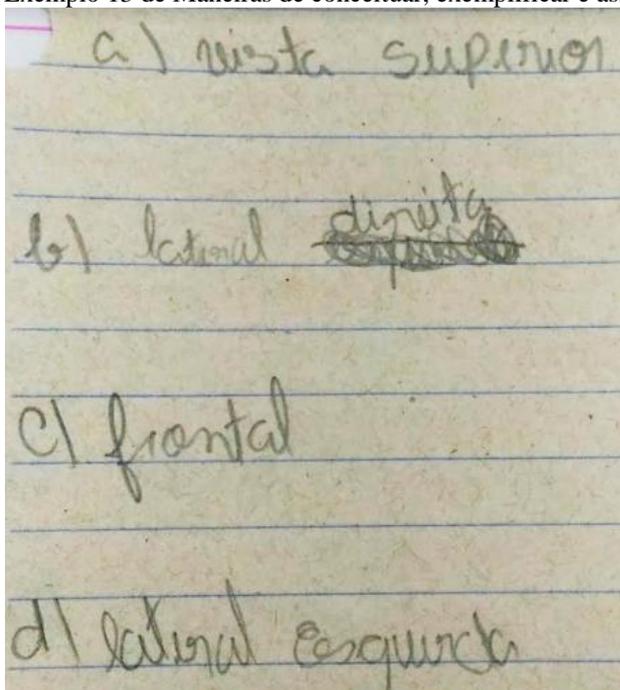


Fonte: Dados de pesquisa

A Figura 39 ilustra a resposta de outra aluna que teve bastante dificuldade em identificar as vistas, acertando apenas a vista frontal. A primeira imagem, que consistia na vista lateral

esquerda, foi classificada por ela como a vista superior. A segunda imagem representava a vista superior e ela considerou como a lateral direita. A quarta e última imagem ilustrava a vista lateral direita, mas ela escreveu que era a vista lateral esquerda. Este exemplo de resposta evidencia o quanto o trabalho voltado para a visualização deve ser reforçado de modo a diminuir as dificuldades dos estudantes.

Figura 39 – Exemplo 13 de Maneiras de conceituar, exemplificar e associar formas



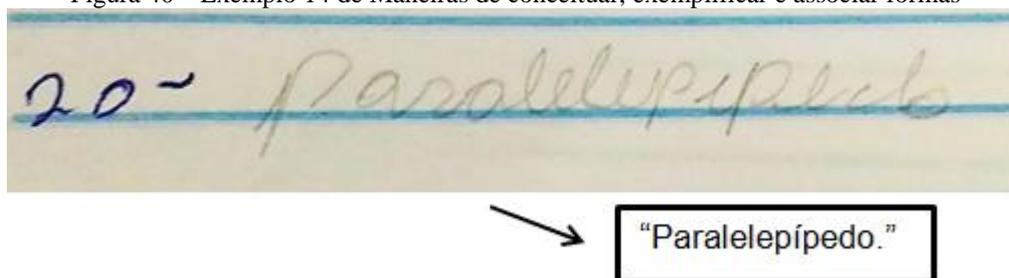
Fonte: Dados de pesquisa

O objetivo da Atividade 20 consistia em identificar qual das figuras geométricas espaciais ilustradas (cilindro, paralelepípedo, esfera e pirâmide) iria ter a mesma representação em qualquer que fosse a vista, ou seja, aquela na qual as vistas seriam todas iguais. A única forma de ocorrer essa possibilidade era na esfera, que possui todas as suas vistas representadas por um círculo.

A Figura 40 ilustra um dos poucos casos que foi respondido de forma incorreta, onde o estudante considerou que o paralelepípedo tem as vistas todas iguais. Possivelmente ele acreditou que o paralelepípedo tinha todas as arestas com a mesma medida¹⁶, isto é, que se tratava na verdade de um cubo.

¹⁶ As respostas incorretas para esta atividade também poderiam estar presentes na categoria Dificuldades, mais especificamente na subcategoria de Identificar e comparar o tamanho das faces que será apresentada no próximo capítulo.

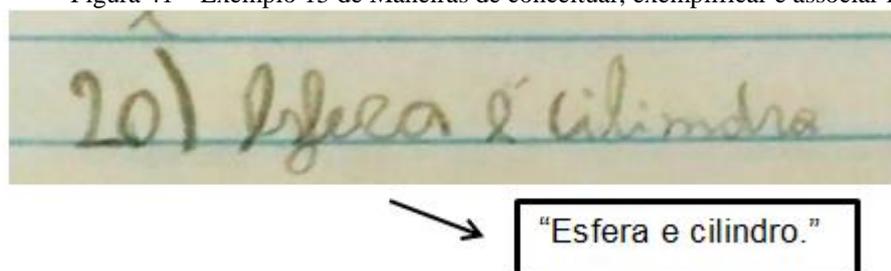
Figura 40 – Exemplo 14 de Maneiras de conceituar, exemplificar e associar formas



Fonte: Dados de pesquisa

Em outro exemplo de resposta (Figura 41) uma aluna identificou que a esfera e o cilindro são as figuras geométricas espaciais que possuem a mesma representação para suas vistas independentemente da posição. É possível inferir que a estudante também tenha considerado o cilindro pois suas vistas laterais e frontal de fato vão ser representadas da mesma maneira, mas o mesmo não acontece com sua vista superior.

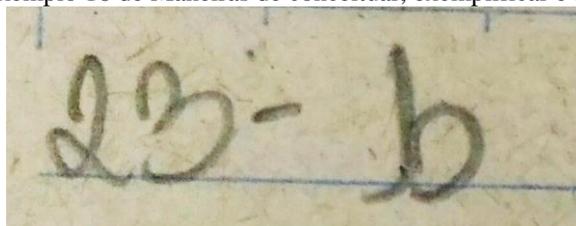
Figura 41 – Exemplo 15 de Maneiras de conceituar, exemplificar e associar formas



Fonte: Dados de pesquisa

Na Atividade 23 estava ilustrada a figura de uma praça na qual os alunos deveriam identificar sua vista superior a partir de quatro alternativas disponíveis, sendo a terceira alternativa a correta. Apenas dois alunos da turma responderam esta atividade de forma incorreta. Uma aluna considerou que a alternativa d representava a vista superior da praça. Possivelmente ela escolheu esta opção e não se atentou que a árvore era o único elemento que não estava na posição correta.

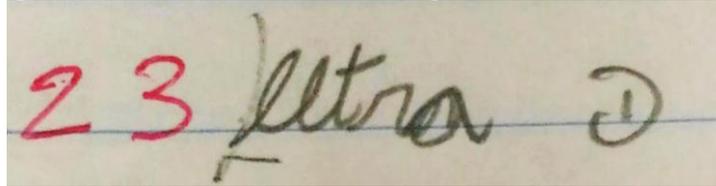
Figura 42 – Exemplo 16 de Maneiras de conceituar, exemplificar e associar formas



Fonte: Dados de pesquisa

No segundo caso, o aluno Henrique escolheu a última alternativa. Assim como sua colega, ele também não identificou que um dos elementos (banco) estava fora do lugar. Esses dois exemplos de resposta apontam a necessidade de se atentar aos detalhes e, ao mesmo tempo, fixar um referencial que o auxilie a encontrar a representação correta.

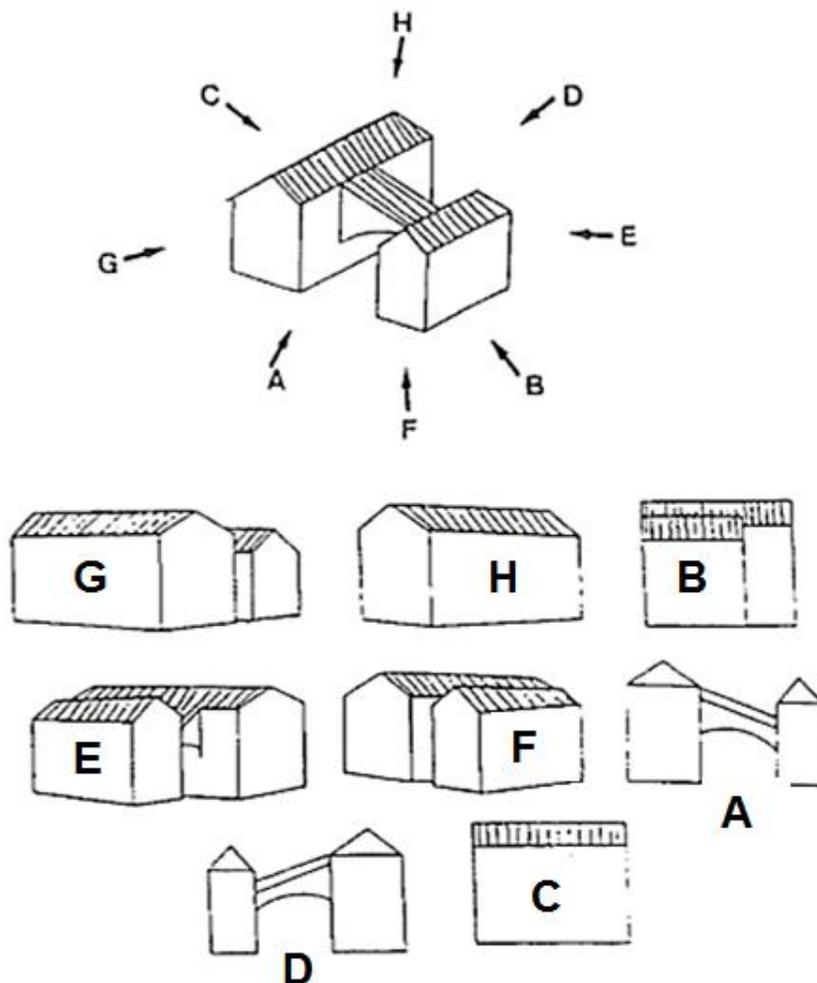
Figura 43 – Exemplo 1 de Maneiras de conceituar, exemplificar e associar formas do aluno Henrique



Fonte: Dados de pesquisa

Na Atividade Vistas da casa os alunos deveriam identificar cada direção que estava indicada com uma letra e associar a respectiva vista da casa. A Figura 44 ilustra o gabarito da atividade.

Figura 44 – Gabarito da Atividade Vistas da casa



Fonte: Elaboração da autora

Já que haviam oito vistas para os discentes fazerem as devidas associações, as respostas foram muito variadas. Visando uma melhor organização, os dados foram organizados em uma tabela, que está ilustrada a seguir, como forma de quantificar os acertos e erros para cada vista.

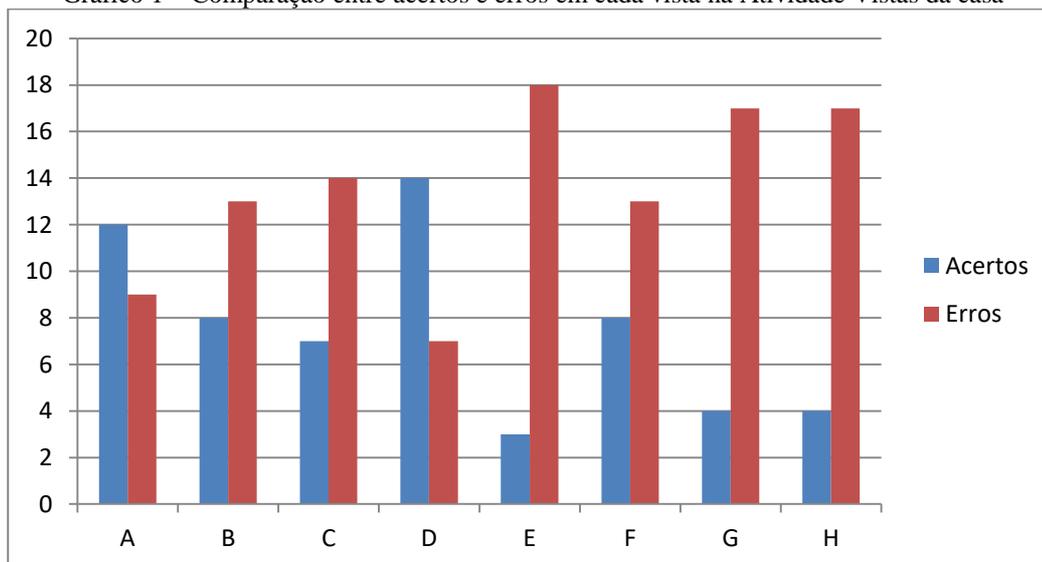
Tabela 1 – Acertos e erros na Atividade Vistas da casa

Vistas	Acertos	Erros
A	12	9
B	8	13
C	7	14
D	14	7
E	3	18
F	8	13
G	4	17
H	4	17

Fonte: Elaboração da autora

A partir da Tabela 1 foi gerado o Gráfico 1, que possibilitou observar três aspectos presentes nas respostas dos alunos para esta atividade: as vistas A e D tiveram o maior número de acertos; as vistas E, G e H tiveram o maior número de erros e a quantidade de erros para a vista F.

Gráfico 1 – Comparação entre acertos e erros em cada vista na Atividade Vistas da casa



Fonte: Dados de pesquisa

Com relação ao primeiro aspecto, é possível inferir que a quantidade de acertos para as vistas A e D se deve ao fato de que a direção A está com seus elementos ilustrados na figura da atividade, o que pode ter ajudado para que os discentes fizessem a associação correta. A vista D representa um “espelho” da vista A e conseqüentemente foi a segunda vista que os estudantes mais acertaram. Além disso, a vista B teve mais acertos do que a vista A e este fato foi muito curioso, pois a previsão era de que acontecesse o contrário justamente porque a direção que indicava a vista A estava aparente.

O segundo aspecto se refere ao número de erros para as vistas E, G e H. Nesses três casos as direções E, G e H indicam vistas as quais as representações mostram mais de um lado da casa, que pode estar parcial ou totalmente não visível na ilustração. Essa atividade exige do estudante uma habilidade de visualização mais refinada, na qual uma das maiores dificuldades consiste em representar em duas dimensões as imagens tridimensionais formadas em sua mente (VELOSO, 1998).

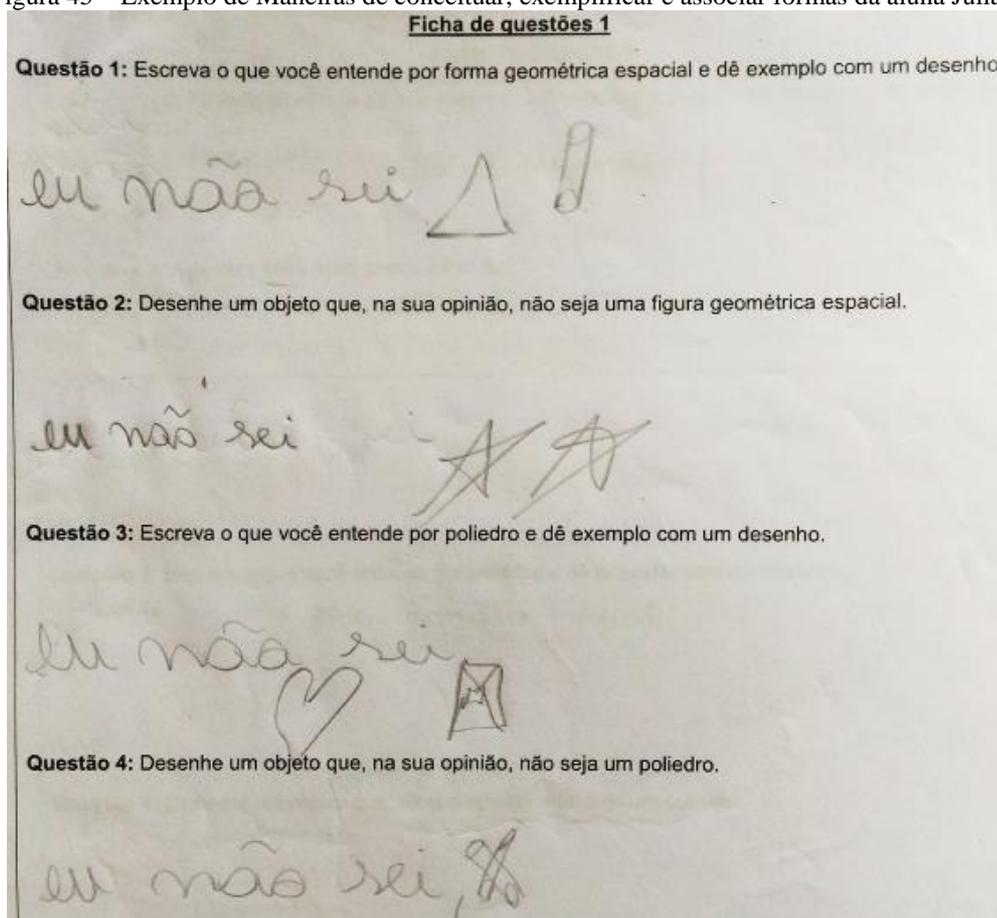
O terceiro e último aspecto está relacionado ao número de erros para a vista F. A disposição da casa na ilustração foi considerada por mim um fator que facilitaria a identificação da vista, mas não foi o que ocorreu.

Em algumas atividades implementadas durante os encontros, solicitei aos alunos a justificativa de suas resoluções. Foram elas: Fichas de questões 1 e 2, Atividades 7, 8 e 17. Convidar o discente a escrever e expressar suas ideias e interpretações sobre determinado assunto faz com que ele passe a ressignificar, recriar e reconstruir suas ideias prévias (DOS SANTOS; BAIRRAL, 2015).

Ao analisar as respostas¹⁷ da Ficha de questões 1, sete dos vinte alunos presentes utilizaram a resposta “não sei” para as questões propostas. A Figura 45 ilustra o exemplo de resposta da aluna Juliana. Percebi que muitos dos estudantes não apresentavam conhecimentos prévios a respeito de figura geométrica espacial, poliedro e não poliedro.

¹⁷ As respostas dos alunos serão transcritas na forma em que foram dadas. Decidimos apenas em corrigir gramaticalmente algumas delas, desde que a retificação não alterasse o significado.

Figura 45 – Exemplo de Maneiras de conceituar, exemplificar e associar formas da aluna Juliana



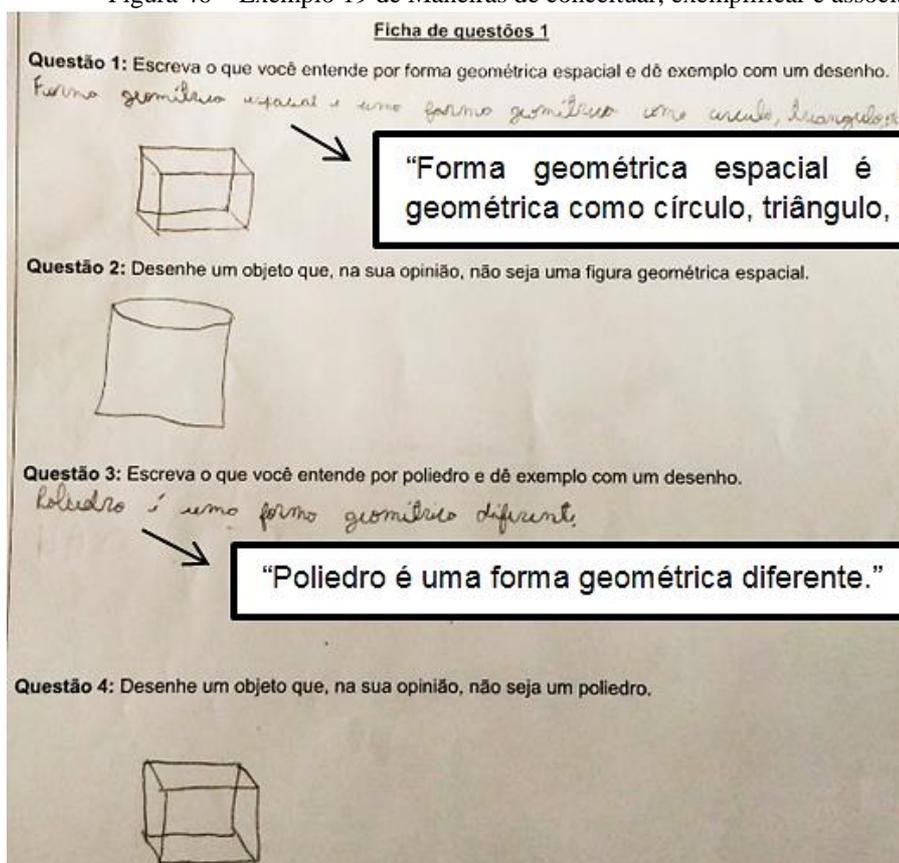
Fonte: Dados de pesquisa

Por outro lado, alguns alunos apresentaram definições a respeito de figura geométrica espacial e poliedro. Além disso, possuíam noções de nomenclaturas do campo geométrico (círculo e triângulo) e de representação de alguns objetos, como o cubo e o cilindro (Figura 46). Os alunos também deveriam apresentar desenhos de exemplos ou contraexemplos em todas as questões. Pittalis e Christou (2010) destacam que

[...] representar objetos 3D é essencial para conceitualizar propriedades matemáticas em representações 2D de objetos 3D e, ao mesmo tempo, conceitualizar propriedades matemáticas pode contribuir para uma melhor compreensão dos modos representacionais de objetos 3D (PITTALIS; CHRISTOU, 2010, p. 208)¹⁸.

¹⁸ [...] representing 3D objects is essential in conceptualising mathematical properties in 2D representations of 3D objects and at the same time conceptualising mathematical properties may contribute to a better understanding of the representational modes of 3D objects.

Figura 46 – Exemplo 19 de Maneiras de conceituar, exemplificar e associar formas



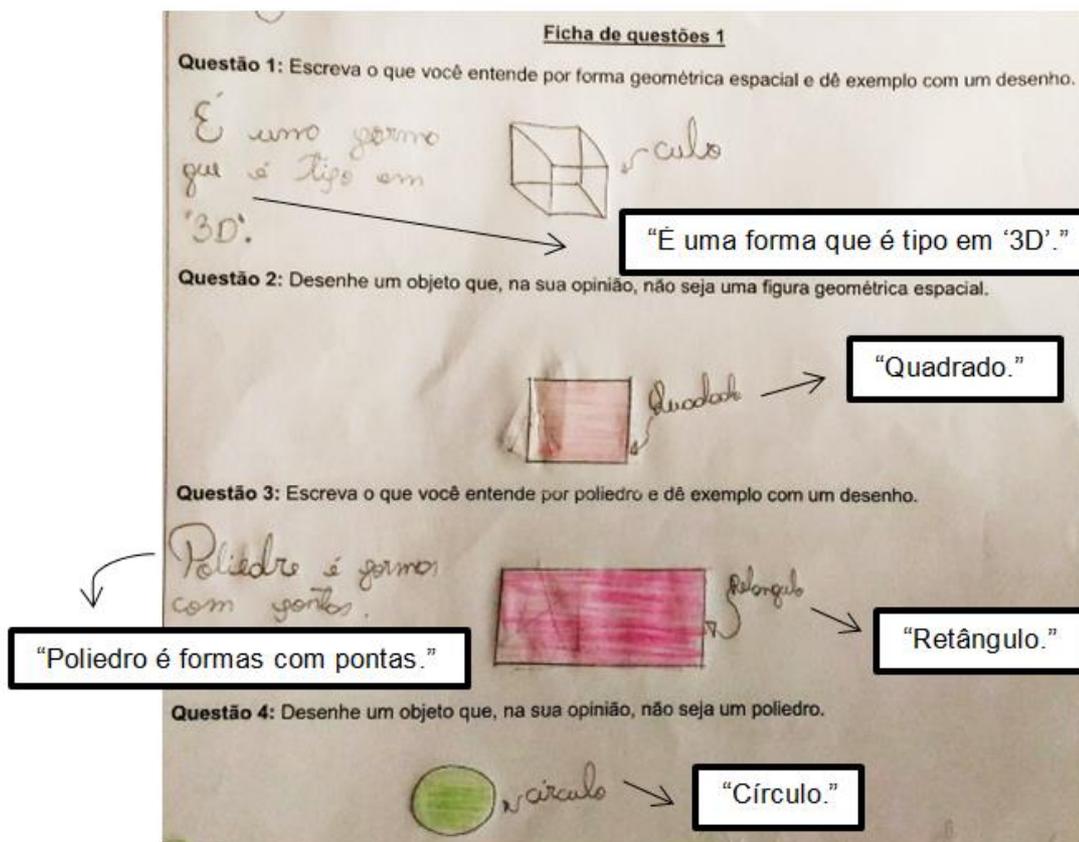
“Forma geométrica espacial é uma forma geométrica como círculo, triângulo, etc.”

“Poliedro é uma forma geométrica diferente.”

Fonte: Dados de pesquisa

A estudante Diana definiu figura geométrica espacial como “uma forma que é tipo em 3D” e fez a representação de um cubo (Figura 47). Sua resposta evidencia tanto o seu conhecimento a respeito da forma tridimensional quanto sua capacidade em representar e classificar o objeto, o que configura a habilidade de manipular diferentes modos de representação de objetos 3D (PITTALIS; CHRISTOU, 2010).

Figura 47 – Exemplo 2 de Maneiras de conceituar, exemplificar e associar formas da aluna Diana



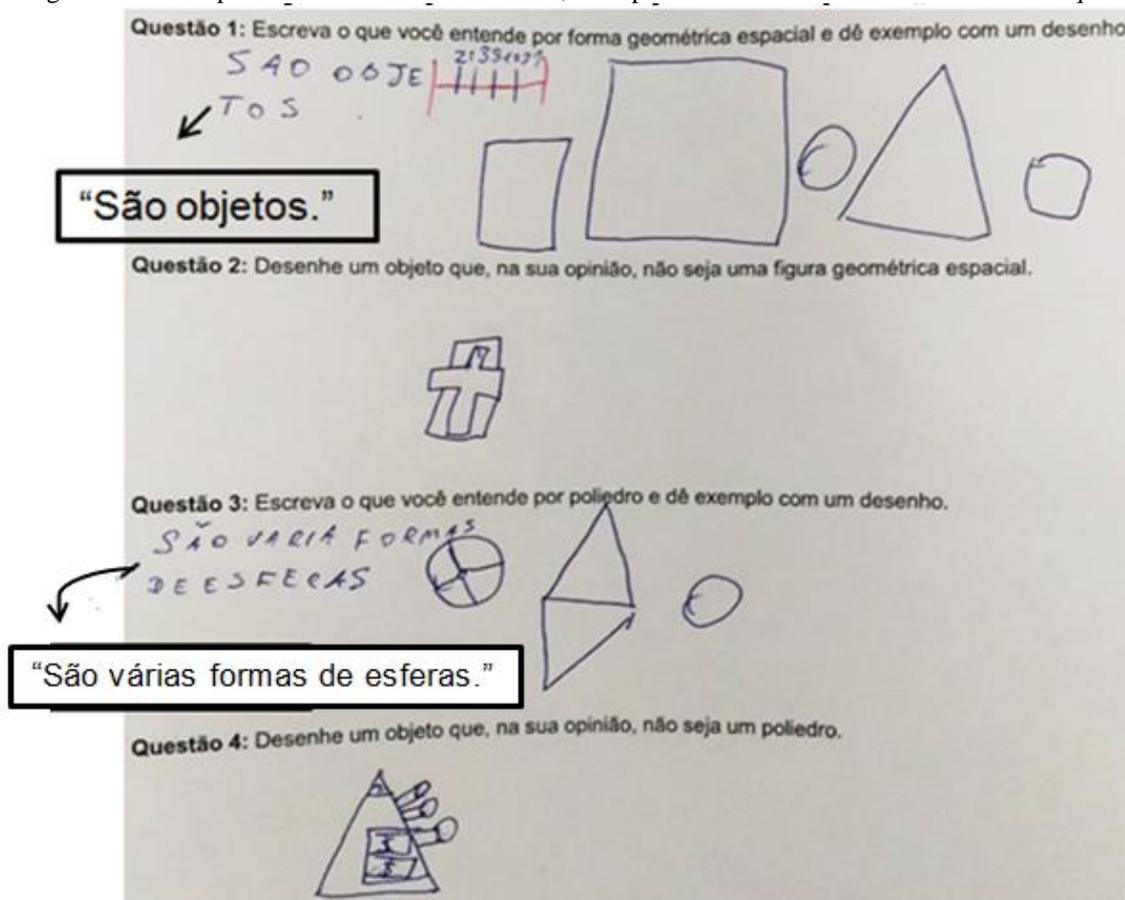
Fonte: Dados de pesquisa

“São objetos” foi a frase escrita pelo aluno Henrique para definir figura geométrica espacial (Figura 48). Seus exemplos na questão 1 representavam figuras semelhantes a retângulos, um triângulo, círculos e algo que se parece uma escala.

Na questão 2 ele também utiliza uma figura plana como exemplo de objeto que não é figura espacial, lembrando um retângulo com uma “cruz” em seu interior. Ele considera poliedro como “várias formas de esferas”, o que dá indícios de que possivelmente conhece a representação do sólido, pois uma figura semelhante a uma bola aparece como exemplo.

O objeto desenhado na questão 4 para representar um não poliedro foi um exemplo inusitado, pois cédulas de dinheiro estão em seu interior. Por isso é tão importante que o ensino de Geometria valorize as experiências visuais vivenciadas pelos estudantes fora da escola (PITTALIS; CHRISTOU, 2010).

Figura 48 – Exemplo 2 de Maneiras de conceituar, exemplificar e associar formas do aluno Henrique



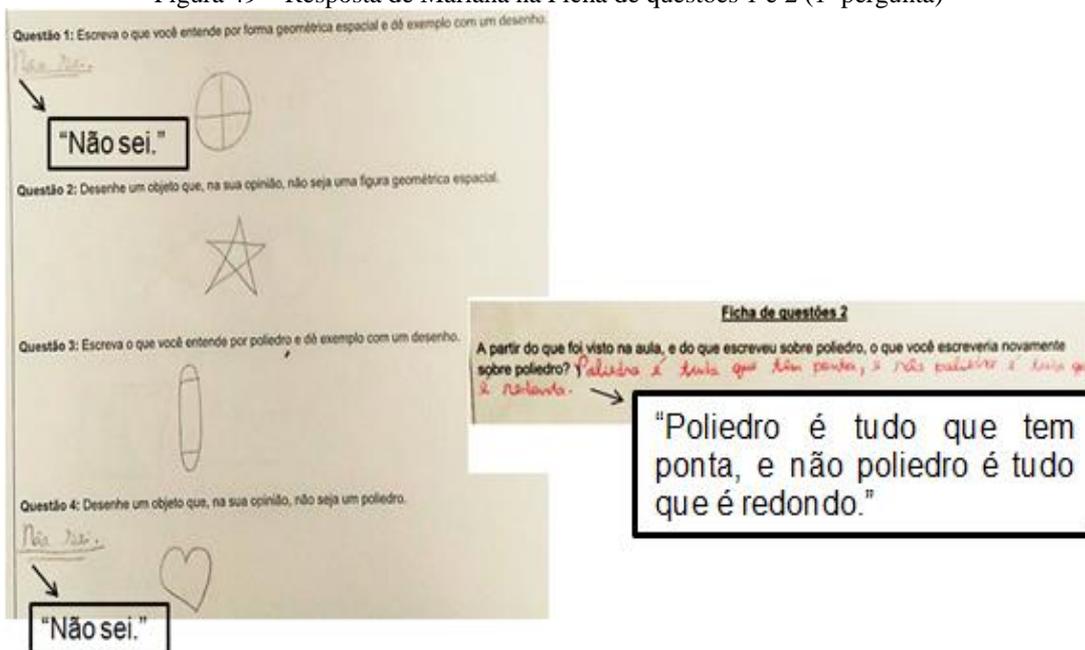
Fonte: Dados de pesquisa

Com base na Ficha de questões 2, observei a dificuldade que os alunos apresentaram para explicar um conceito matemático por meio de seus registros escritos. Gorgorió et. al (2000) destacam que na maioria das vezes os estudantes são incapazes de descrever de forma rigorosa seus processos de resolução, possivelmente porque não são conscientes deles.

A primeira questão dessa ficha tratava dos conceitos e atividades desenvolvidas na aula, sobre o que haviam registrado acerca de poliedro e o que escreveriam novamente sobre o mesmo assunto. Se na aplicação da Ficha de questões 1 grande parte dos alunos respondeu “não sei”, os registros da ficha avaliativa possibilitaram observar uma aparente ressignificação conceitual.

Um exemplo foi o caso da aluna Mariana (Figura 49) que anteriormente desenhava figuras planas em seus exemplos da Ficha de questões 1 e, posteriormente, na Ficha de questões 2 definiu poliedro como “tudo que tem ponta”, o que mostra a observação inicial de um dos elementos do poliedro (vértice) e, além disso, considerou que não poliedro é “tudo que é redondo”, fazendo referência às faces não planas. A resposta de Mariana dá indícios de uma compreensão, mesmo que de forma parcial, acerca dos conceitos de poliedro e não poliedro.

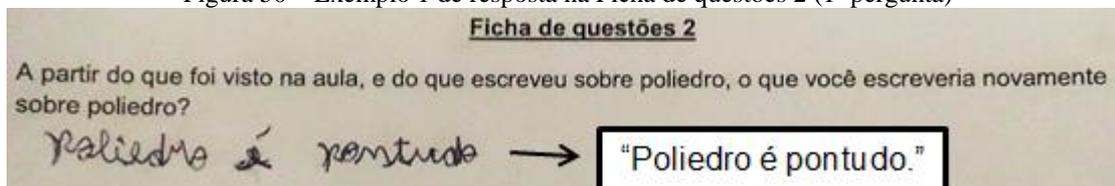
Figura 49 – Resposta de Mariana na Ficha de questões 1 e 2 (1ª pergunta)



Fonte: Dados de pesquisa

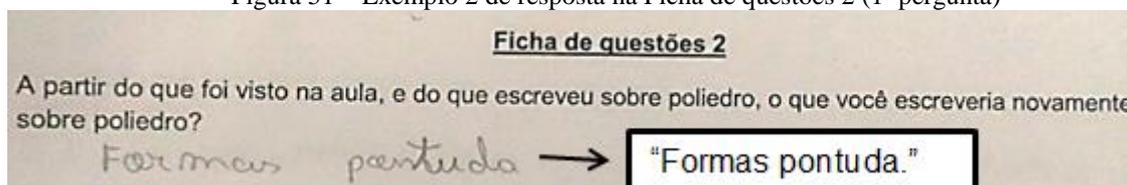
Definir poliedro como um objeto pontudo ou que está associado a formas pontudas também foi adotado por outros estudantes, como ilustram as Figuras 50 e 51. Esses termos foram utilizados para possivelmente se referir aos vértices.

Figura 50 – Exemplo 1 de resposta na Ficha de questões 2 (1ª pergunta)



Fonte: Dados de pesquisa

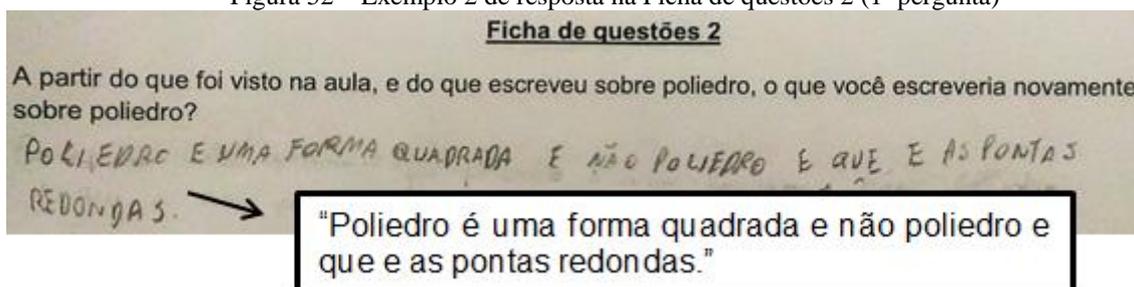
Figura 51 – Exemplo 2 de resposta na Ficha de questões 2 (1ª pergunta)



Fonte: Dados de pesquisa

Ao tentar distinguir poliedro de não poliedro (Figura 52), um aluno escreveu que o primeiro é uma “forma quadrada”, o que possivelmente indica que ele está também tratando dos vértices e que o segundo tem “as pontas redondas”, fazendo referência às partes não planas do não poliedro.

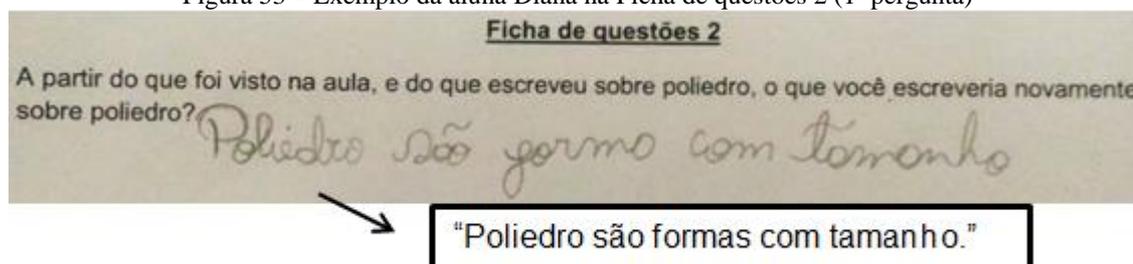
Figura 52 – Exemplo 2 de resposta na Ficha de questões 2 (1ª pergunta)



Fonte: Dados de pesquisa

Outro caso interessante foi proveniente da aluna Diana, que descreveu poliedro como “formas com tamanho”. Por meio de sua frase é possível inferir que ela estava tentando descrever a existência de volume do sólido, que se trata de uma importante característica que o distingue das figuras planas.

Figura 53 – Exemplo da aluna Diana na Ficha de questões 2 (1ª pergunta)

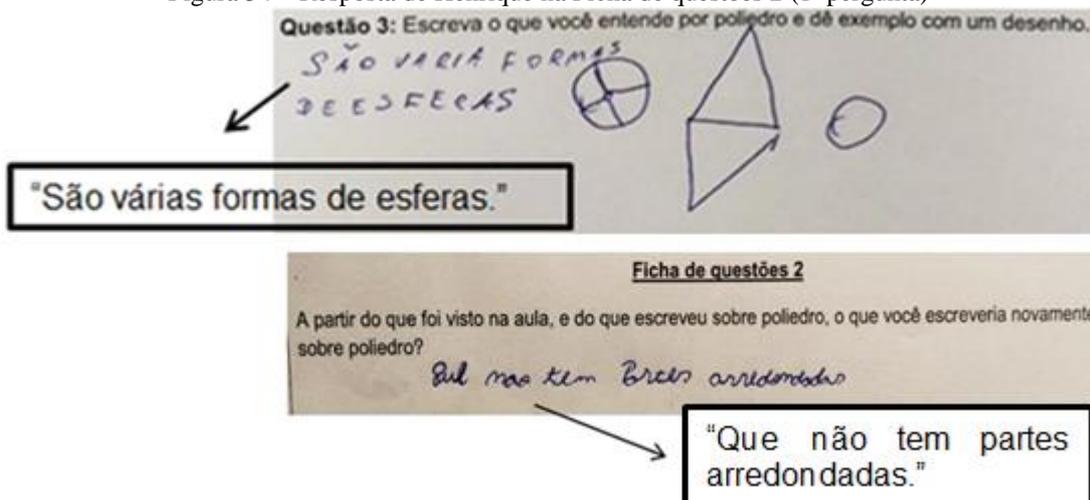


Fonte: Dados de pesquisa

Ao descrever as características de objetos tridimensionais, a visualização dos alunos pode ser aprimorada, pois este tipo de prática incentiva o estudante a fazer representações mentais das formas 3D, explorá-las por meio da visualização e entender suas propriedades (PITTALIS; CHRISTOU, 2010).

Na Figura 54, o aluno Henrique demonstrou progressos no decorrer das atividades, principalmente em relação ao desenvolvimento do conceito de poliedro, pois na Ficha de questões 1 ele definiu como “várias formas de esferas” e, posteriormente, respondeu na Ficha de questões 2 que “não possui partes arredondadas”. É importante ressaltar que no primeiro dia de implementação não houve preocupação em apresentar uma definição de vértices, arestas e faces de um poliedro, sendo utilizada uma linguagem mais próxima do aluno. Mesmo assim, as respostas dos alunos apresentaram elementos interessantes.

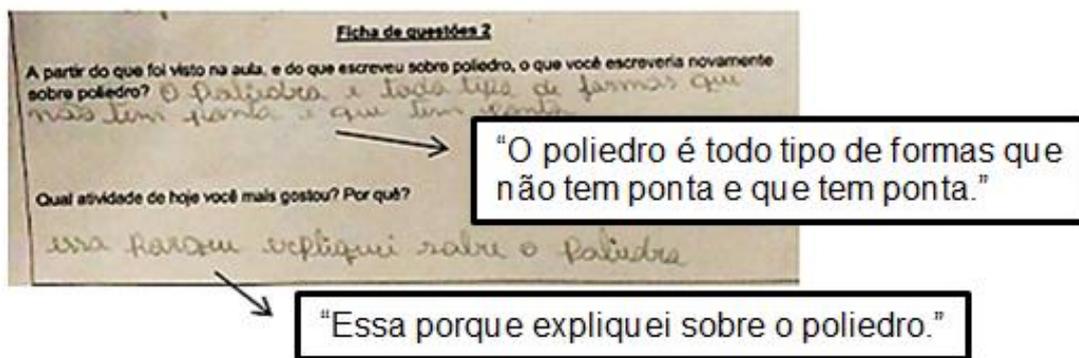
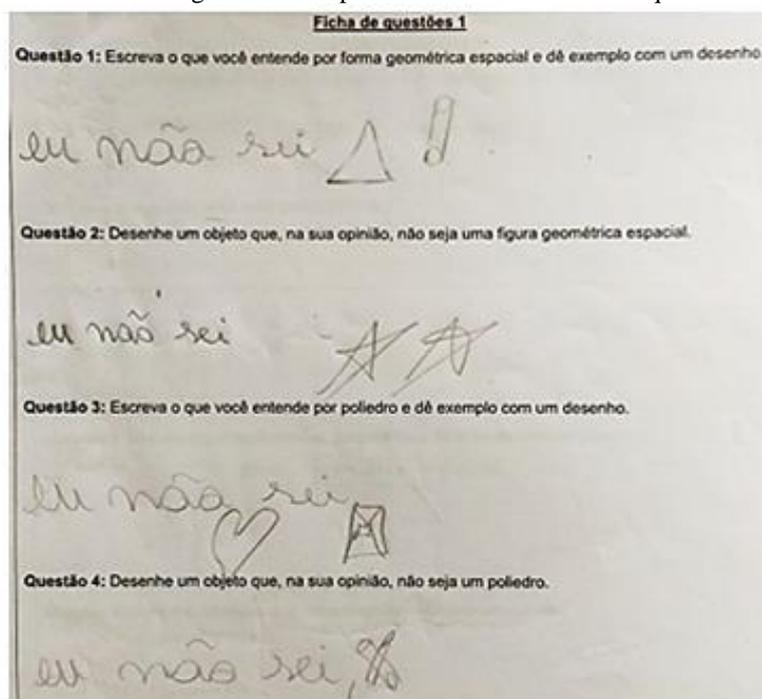
Figura 54 – Resposta de Henrique na Ficha de questões 2 (1ª pergunta)



Fonte: Dados de pesquisa

O segundo questionamento da Ficha de questões 2 perguntava qual atividade que os alunos mais gostaram e por quê. A aluna Juliana, que inicialmente respondeu “não sei” a todas as perguntas da primeira ficha, refletiu sobre seu aprendizado, pois considerou que após a realização das atividades teve capacidade de escrever algo sobre poliedro (Figura 55). Embora sua definição ainda se apresente de forma confusa, considero que houve avanços em relação à construção do conceito explorado.

Figura 55 – Resposta de Juliana na Ficha de questões 2

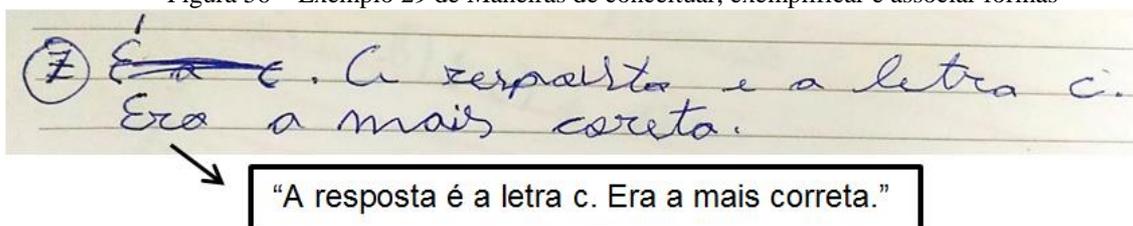


Fonte: Dados de pesquisa

A Atividade 7 consistia em identificar o cubo formado a partir da planificação apresentada, cujas faces estavam nomeadas de A a F. Nessa questão, a alternativa correta era a letra “c” e, apesar de ser uma questão de múltipla escolha com quatro alternativas, solicitei aos alunos que justificassem o porquê de sua resposta, como forma de investigar o raciocínio utilizado por eles. Essa atividade envolvia a habilidade de reconhecer planificações (PITTALIS; CHRISTOU, 2010).

Cerca de quatro estudantes justificaram a escolha de sua resposta pelo fato da alternativa c “ser a mais correta”. Um desses casos está ilustrado na Figura 56. No entanto, como esse tipo de resposta não fornece detalhes acerca do raciocínio utilizado, é possível fazer apenas inferências. Assim, essa frase pode indicar que eles testaram algumas possibilidades de respostas, encontrando a alternativa que julgavam ser a correta.

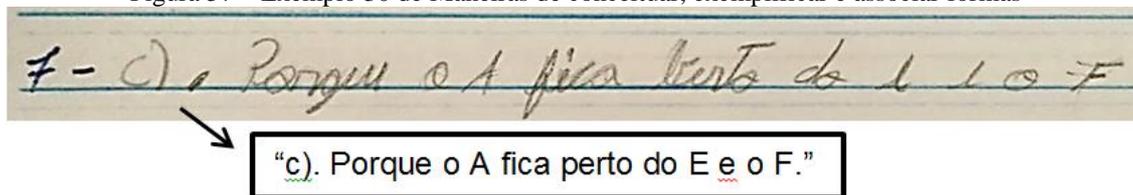
Figura 56 – Exemplo 29 de Maneiras de conceituar, exemplificar e associar formas



Fonte: Dados de pesquisa

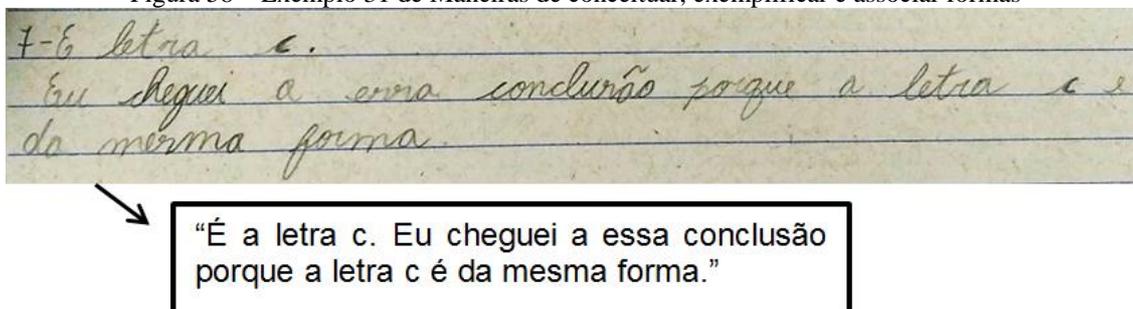
Outras estratégias de resolução adotadas pelos discentes foram por meio da observação das faces: identificando uma letra e as que estavam próximas a ela (Figura 57), analisando apenas uma letra (Figura 58) ou relacionando uma letra por vez (Figura 59). Neste último exemplo, a palavra “pensando” remete ao processo de visualização visto que o aluno recorreu a seu pensamento para elaborar e definir sua resposta.

Figura 57 – Exemplo 30 de Maneiras de conceituar, exemplificar e associar formas



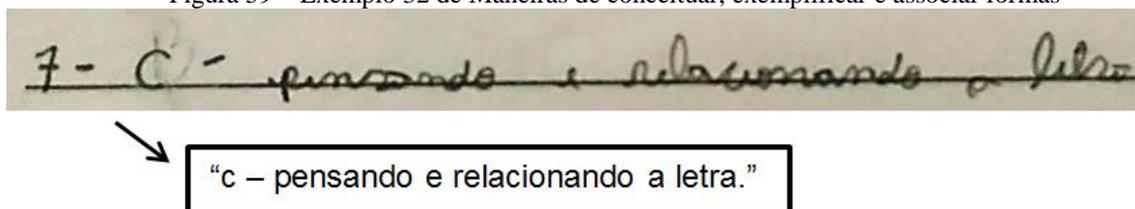
Fonte: Dados de pesquisa

Figura 58 – Exemplo 31 de Maneiras de conceituar, exemplificar e associar formas



Fonte: Dados de pesquisa

Figura 59 – Exemplo 32 de Maneiras de conceituar, exemplificar e associar formas

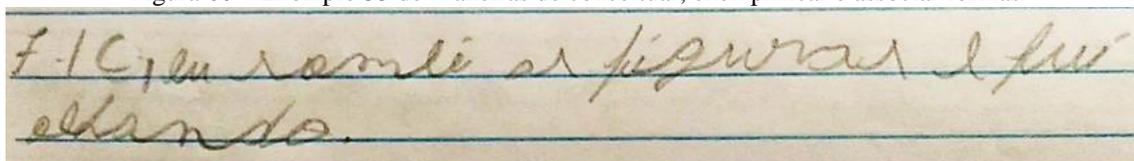


Fonte: Dados de pesquisa

Em outros casos foi possível observar os processos de criação de imagens mentais do cubo que iria ser gerado a partir da planificação ilustrada. Na Figura 60, um estudante justificou

que encontrou a resposta correta “somando as figuras e olhando”, indicando que olhar a “soma de figuras” se trata de visualizar o cubo e suas faces.

Figura 60 – Exemplo 33 de Maneiras de conceituar, exemplificar e associar formas

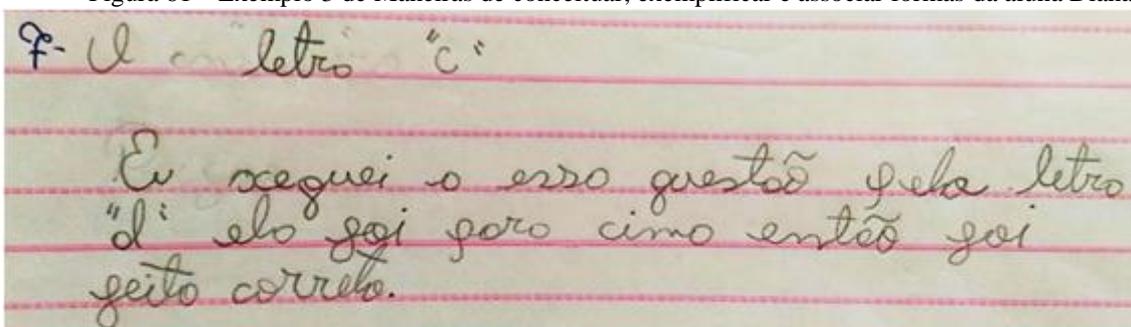


“C, eu somei as figuras e fui olhando.”

Fonte: Dados de pesquisa

Na Figura 61, a aluna Diana explica que sua resolução foi feita com base na face que continha a letra “D” e que esta “foi para cima”. Por meio deste exemplo é possível notar o papel da visualização, a qual não se necessita obrigatoriamente da presença de objetos físicos para se pensar sobre eles (PRESMEG, 1986). A aluna na verdade se utiliza de imagens mentais para compor o cubo e esse movimento de “vai para cima” representa a manipulação de uma figura 2D (planificação) para outra 3D (cubo).

Figura 61 – Exemplo 3 de Maneiras de conceituar, exemplificar e associar formas da aluna Diana



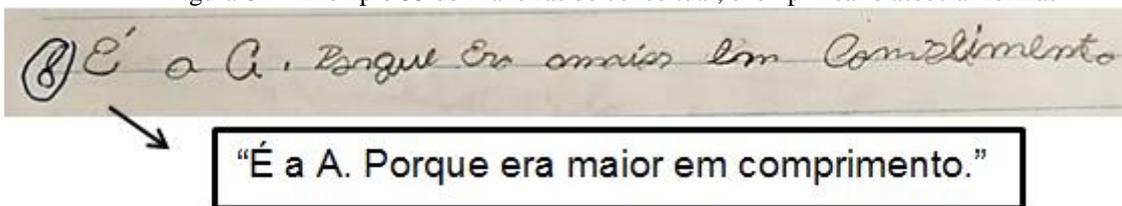
“A letra ‘c’. Eu cheguei a essa questão pela letra ‘d’ ela foi para cima então foi o jeito correto.”

Fonte: Dados de pesquisa

Na Atividade 8 os alunos deveriam fazer o oposto da atividade anterior, isto é, associar a figura de um paralelepípedo a sua respectiva planificação, ou seja, envolvia a habilidade de reconhecer planificações (PITTALIS; CHRISTOU, 2010). Era uma questão de múltipla escolha com três alternativas, cuja resposta correta era a opção “a”. Uma das estratégias utilizada foi verificar o tamanho das arestas da planificação. O aluno identifica a letra “a” como a correta,

pois era “a maior em comprimento”. Sua resposta evidencia sua capacidade em diferenciar as planificações a partir da medida das arestas.

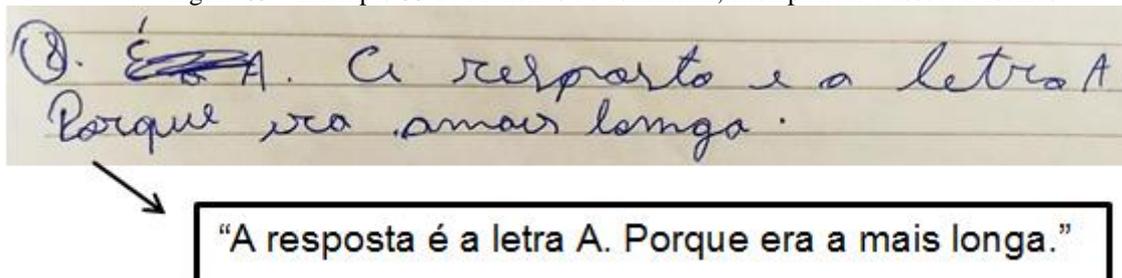
Figura 62 – Exemplo 35 de Maneiras de conceituar, exemplificar e associar formas



Fonte: Dados de pesquisa

Nesta mesma linha de raciocínio, outro aluno realizou o mesmo tipo de comparação ao escrever que a letra “a” era a resposta correta, pois “era mais longa” (Figura 63). Sua estratégia foi similar à ilustrada anteriormente, pois estabelece comparações em relação às medidas de comprimento das arestas de cada planificação apresentada.

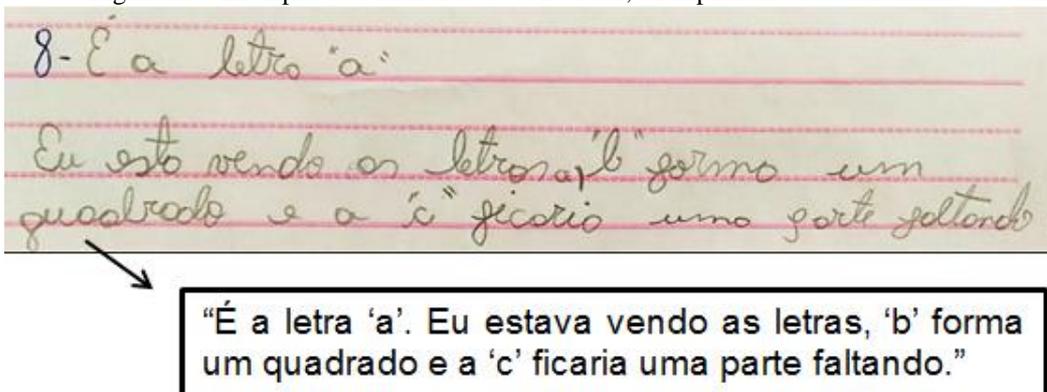
Figura 63 – Exemplo 35 de Maneiras de conceituar, exemplificar e associar formas



Fonte: Dados de pesquisa

Diana também analisou alternativa por alternativa e escreveu que a opção “b” formaria um quadrado e a letra “c” teria uma parte faltando. Na realidade, o sólido gerado seria um cubo e, nesse caso, o quadrado seria a forma de sua face. Por meio da resposta apresentada, ela percebeu que a terceira planificação geraria um sólido com uma face faltando.

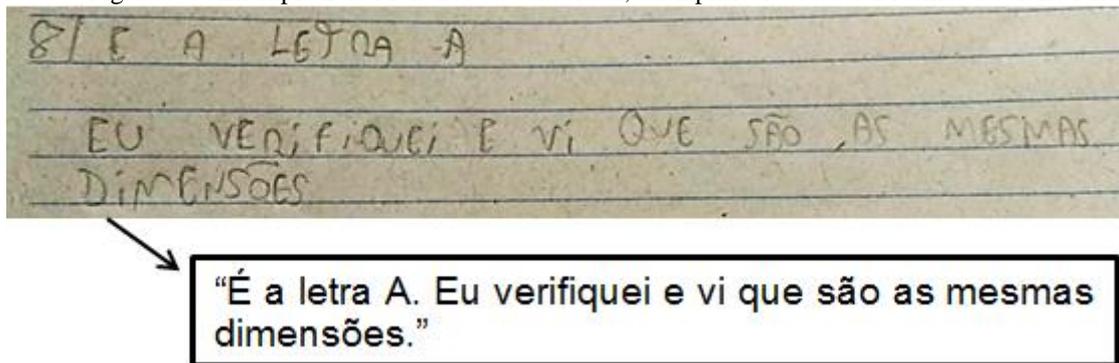
Figura 64 – Exemplo 4 de Maneiras de conceituar, exemplificar e associar formas da aluna Diana



Fonte: Dados de pesquisa

A resposta de Nilton evidenciou a verificação por meio da visualização das dimensões do paralelepípedo e da planificação. Com a resposta escrita pelo discente é possível inferir que ele comparou cada planificação ao paralelepípedo e constatou que a letra “a” era a resposta correta. É necessário que o aprendizado em Geometria seja responsável pelo desenvolvimento do pensamento geométrico, a fim de enriquecer a compreensão dos alunos (PITTALIS; CHRISTOU, 2010).

Figura 65 – Exemplo 2 de Maneiras de conceituar, exemplificar e associar formas do aluno Nilton



Fonte: Dados de pesquisa

Por meio da análise foi possível observar a dificuldade dos estudantes para expor suas ideias e seus respectivos processos de resolução por meio da escrita. Em muitos momentos a visualização figurou como uma habilidade importante na qual os alunos recorriam para descrever propriedades de objetos geométricos, tais como os poliedros e não poliedros.

Segundo Lemos e Bairral (2010), a visualização se torna uma forma mais efetiva para uma melhor compreensão da matemática apesar da língua verbal e escrita ser a mais utilizada em sala de aula. Em sintonia com os autores, acredito que desenvolver a visualização assim como incentivar o discente a descrever suas resoluções contribui para a construção de um conhecimento matemático mais significativo e que valoriza o pensamento geométrico.

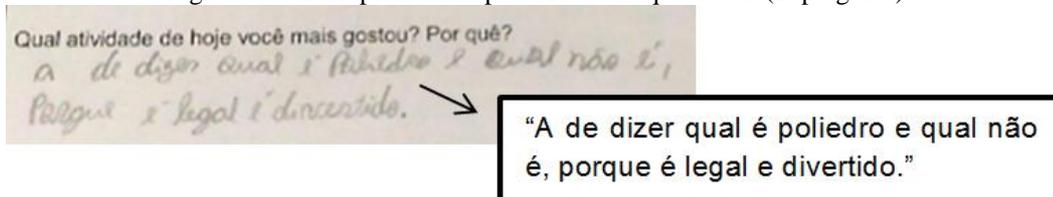
4.4 Expressões de envolvimento e motivação

A presente seção tem o objetivo de analisar as respostas dos discentes que apresentaram elementos que representavam expressões de envolvimento e motivação nas atividades. Nelas os estudantes evidenciavam algo positivo em relação à atividade que realizou, destacando o quanto ela foi divertida e/ou fácil para ele ou destacavam o que considerou importante para seu aprendizado.

A Atividade 1 foi uma das preferidas dos alunos, seja porque eles a consideravam divertida de resolver (Figura 66), seja por se mostrar agradável quanto às formas (Figuras 67 e 68), pois ilustrava objetos que possivelmente tinham alguma familiaridade (embalagens de

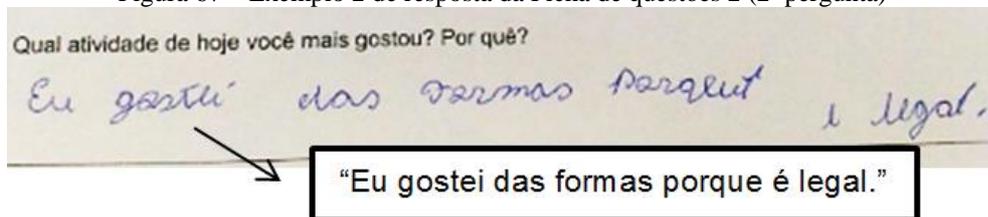
presente). A frase “porque é legal” aparece como justificativa com frequência e indica que os estudantes não têm muita prática em explicitar suas ideias.

Figura 66 – Exemplo 1 de resposta Ficha de questões 2 (2ª pergunta)



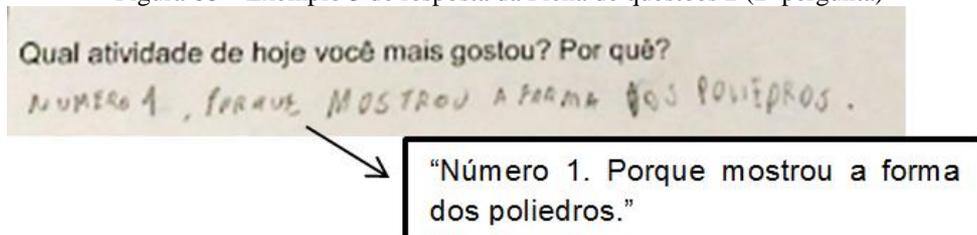
Fonte: Dados de pesquisa

Figura 67 – Exemplo 2 de resposta da Ficha de questões 2 (2ª pergunta)



Fonte: Dados de pesquisa

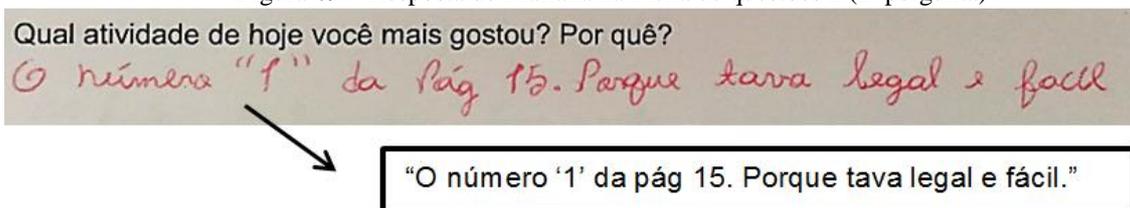
Figura 68 – Exemplo 3 de resposta da Ficha de questões 2 (2ª pergunta)



Fonte: Dados de pesquisa

Mariana considerou a Atividade 1 como sendo sua preferida (Figura 69) pois, segundo ela, foi legal e fácil de responder. Esta aluna realmente não teve problemas para distinguir os poliedros dos não poliedros nesta atividade.

Figura 69 – Resposta de Mariana na Ficha de questões 2 (2ª pergunta)

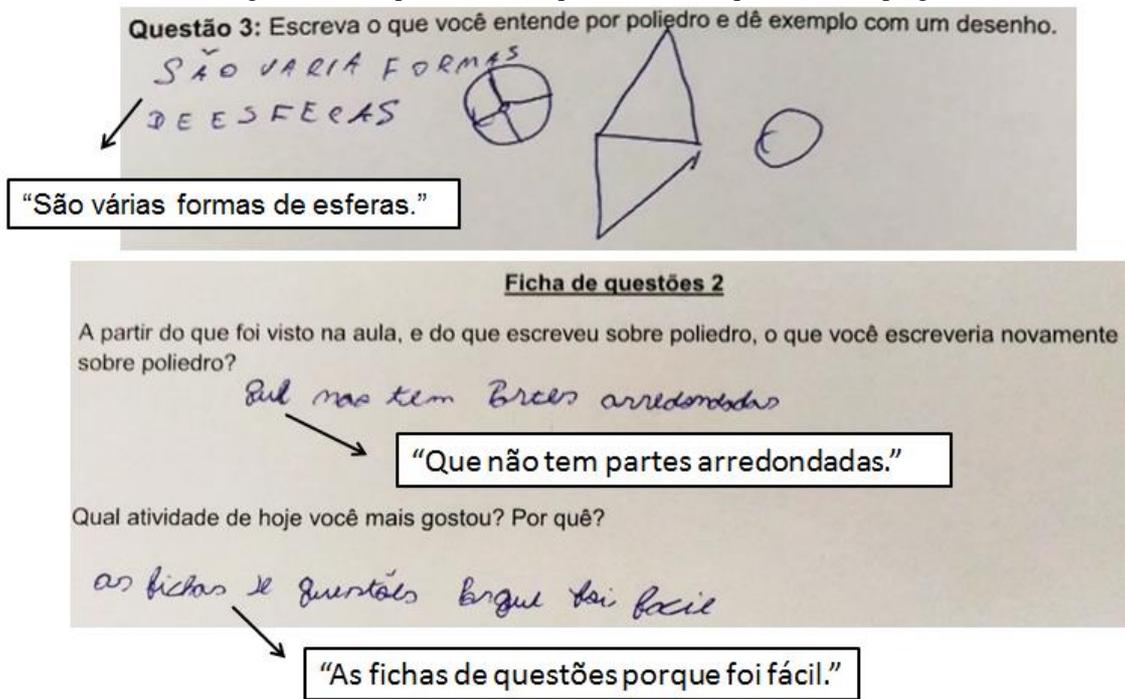


Fonte: Dados de pesquisa

As Fichas de questões foram as que o aluno Henrique mais gostou (Figura 70), pois as considerou fáceis. Este aluno demonstrou progressos no decorrer das atividades, principalmente em relação ao desenvolvimento do conceito de poliedro, pois na Ficha de questões 1 ele definiu como “várias formas de esferas” e, posteriormente, respondeu na Ficha de questões 2 que “não

possui partes arredondadas”. Provavelmente foi o motivo de ter as considerado como suas preferidas.

Figura 70 – Resposta de Henrique na Ficha de questões 2 (2ª pergunta)

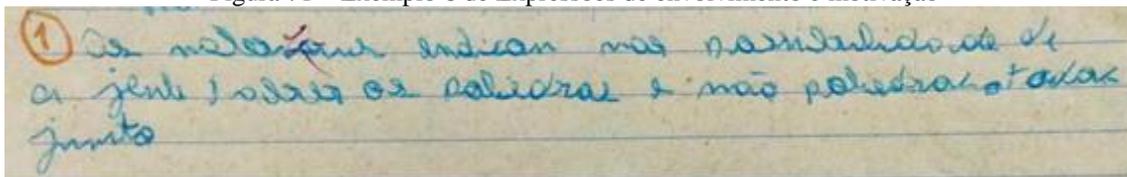


Fonte: Dados de pesquisa

Outra situação na qual os alunos utilizaram expressões que demonstraram envolvimento nas implementações foi no dia em que foi utilizado o auditório da escola. Ao final da aula, solicitei aos alunos que respondessem a Ficha de Opinião como forma de identificar suas concepções a respeito da utilização dos recursos em sala de aula para realizar as atividades e qual material eles mais gostaram.

Na Figura 71, uma aluna escreveu em sua resposta para a primeira questão que os materiais possibilitaram o aprendizado a respeito dos poliedros e não poliedros. É possível inferir que os materiais contribuíram para o estudo de ambos os casos de figuras geométricas espaciais.

Figura 71 – Exemplo 6 de Expressões de envolvimento e motivação

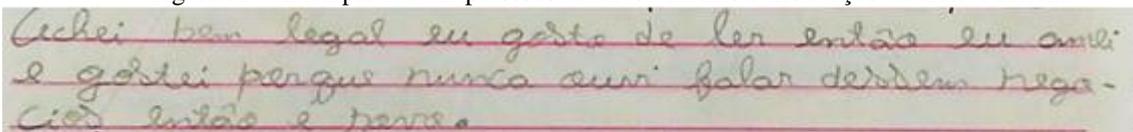


“Os materiais indicam a possibilidade de a gente saber os poliedros e não poliedros todos juntos.”

Fonte: Dados de pesquisa

Mariana achou “bem legal” e considerou que o gosto pela leitura tenha influenciado em sua avaliação positiva. Ela nunca teve contato anterior com o conteúdo estudado e tudo foi considerado como algo novo.

Figura 72 – Exemplo 1 de Expressões de envolvimento e motivação da aluna Mariana

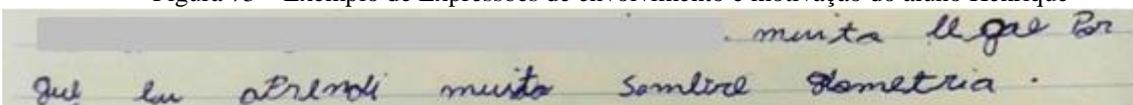


“Achei bem legal eu gosto de ler então eu amei e gostei porque nunca ouvi falar desses negócios então é novo.”

Fonte: Dados de pesquisa

O aluno Henrique avaliou que os materiais utilizados nas aulas influenciaram muito em seu aprendizado a respeito de Geometria.

Figura 73 – Exemplo de Expressões de envolvimento e motivação do aluno Henrique



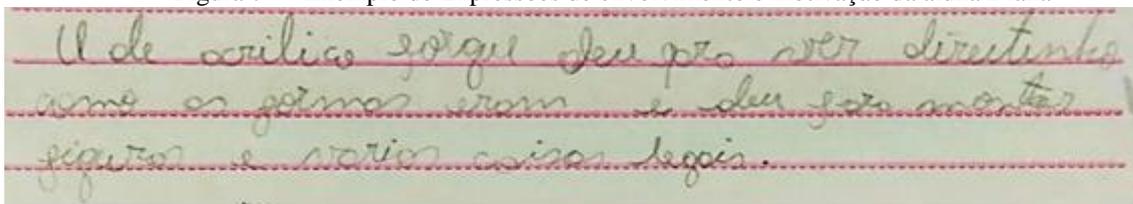
“Muito legal porque eu aprendi muito sobre geometria.”

Fonte: Dados de pesquisa

Na segunda questão os discentes deveriam escrever o material que mais gostaram. Diana escolheu os sólidos em acrílico, pois por meio deles foi possível “ver direitinho” como era cada forma e montar figuras (Figura 74). A resposta da aluna evidencia o papel dos materiais concretos, que permitem observar os objetos e seus elementos em diferentes ângulos. Ao

utilizar e manipular tais materiais nas aulas, o desenvolvimento da visualização dos alunos surge como consequência (VELOSO, 1998).

Figura 74 – Exemplo de Expressões de envolvimento e motivação da aluna Diana

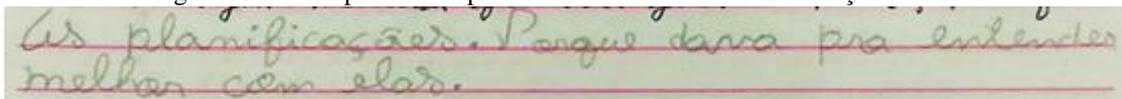


“O de acrílico porque deu para ver direitinho como as formas eram e deu para montar figuras e várias coisas legais.”

Fonte: Dados de pesquisa

Na Figura 75, Mariana escreveu que as planificações articuladas foram o recurso que ela mais gostou, pois a aluna considerou que elas permitiram que pudesse compreender melhor.

Figura 75 – Exemplo 2 de Expressões de envolvimento e motivação da aluna Mariana



“As planificações. Porque dava para entender melhor com elas.”

Fonte: Dados de pesquisa

De todos os recursos utilizados, a TV foi o preferido. Nela foi reproduzido um vídeo mostrando as vistas dos sólidos da Atividade Vista das figuras espaciais. A utilização de software permite a representação do sólido na tela em diferentes posições e contribui para o enriquecimento de suas imagens mentais (GUTIÉRREZ, 1996). Na Figura 76, o discente se refere ao movimento das figuras geométricas espaciais exibidas no vídeo.

Figura 76 – Exemplo de resposta da questão 1

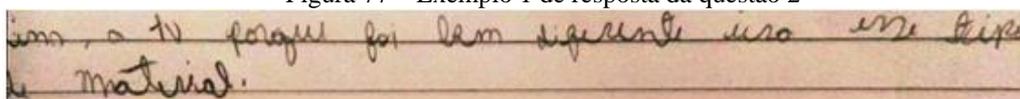


“A TV porque tinha movimento.”

Fonte: Dados da pesquisa

A TV foi considerada por um estudante como um recurso diferenciado (Figura 77). Provavelmente para ele foi significativo ter vivenciado uma situação envolvendo este tipo de recurso.

Figura 77 – Exemplo 1 de resposta da questão 2

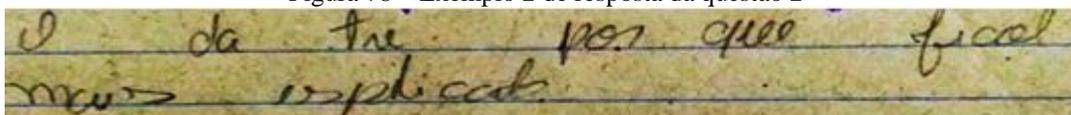


“Sim, a TV porque foi bem diferente usar esse tipo de material.”

Fonte: Dados da pesquisa

Outro aluno escreveu que a TV contribuiu para o enriquecimento de seu aprendizado (Figura 78), pois para ele o conteúdo ficou mais explicado. De fato, recursos informáticos criam novas possibilidades para o entendimento das formas geométricas que são geradas no plano da tela do computador (KALEFF, 2016).

Figura 78 – Exemplo 2 de resposta da questão 2



“O da TV porque ficou mais explicado.”

Fonte: Dados de pesquisa

As respostas dos alunos dão indícios de que é possível o investimento em uma arquitetura de aula interativa e voltada ao desenvolvimento do raciocínio visual por meio da utilização de recursos didáticos variados, com o intuito de que a visualização também, juntamente com a parte algébrica (uso de fórmulas) e numérica (exploração de medidas), ocupe um lugar no ensino da Geometria.

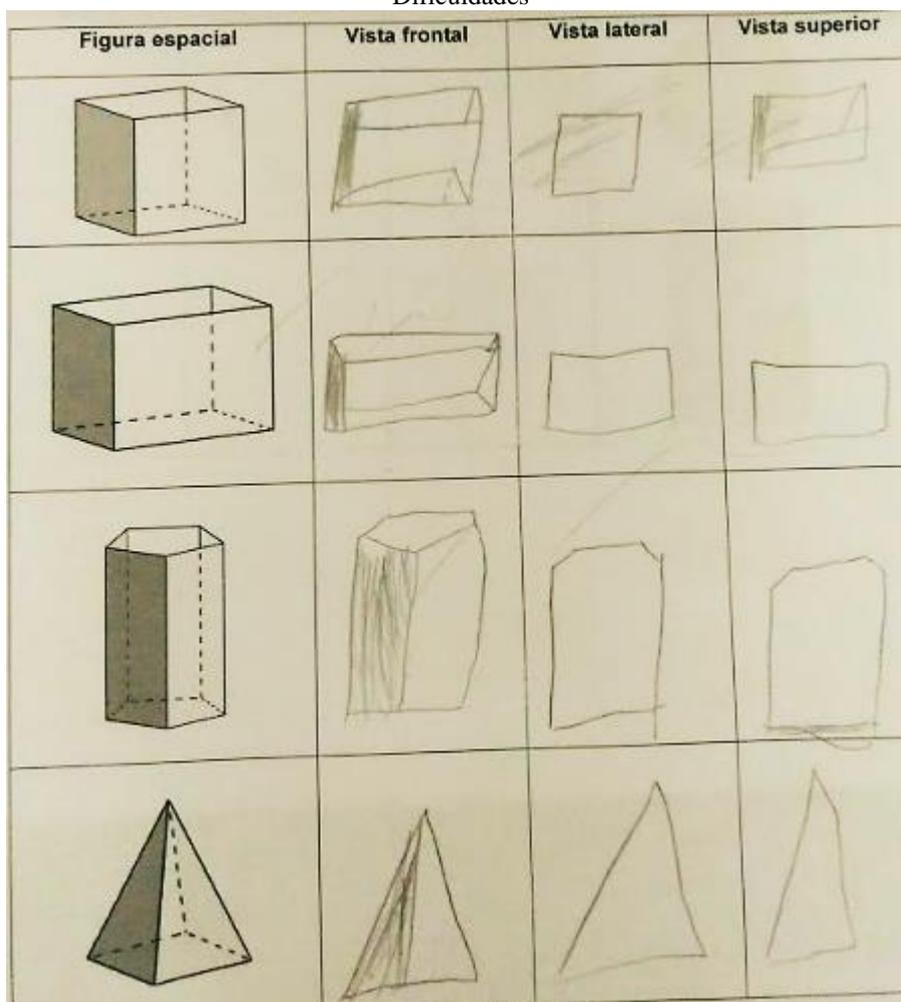
CAPÍTULO V: ANÁLISE DE DIFICULDADES

Este capítulo tem como intuito analisar aspectos a respeito de dificuldades atreladas às habilidades de Geometria 3D envolvidas nas atividades realizadas (PITTALIS; CHRISTOU, 2010). A categoria Dificuldades se refere às dúvidas encontradas por eles na realização das atividades.

Desta categoria emergiram cinco subcategorias: reconhecer e representar figuras geométricas planas e espaciais; identificar e comparar o tamanho das faces; escrever ideias e/ou conceitos matemáticos; representar vistas e movimentar objetos mentalmente. Reconhecer e representar figuras geométricas planas e espaciais é uma subcategoria que está ligada às dificuldades em torno da identificação e representação de figuras geométricas planas e espaciais. Identificar e comparar o tamanho das faces trata das dúvidas dos discentes para discernir o tamanho das faces de objetos tridimensionais e compara-las. A subcategoria escrever ideias e/ou conceitos matemáticos envolve a dificuldade dos estudantes em expressar por meio da escrita as suas ideias em relação a conceitos matemáticos. Representar vistas engloba as dificuldades de representar vistas de figuras geométricas espaciais por não movimentar mentalmente os objetos e pela dificuldade em visualizar suas partes não visíveis.

Estas subcategorias também não são excludentes. Na análise foi considerado o elemento de maior destaque, como no caso da Figura 79 em que o aluno teve dúvidas para representar figuras planas, mas o elemento que se sobressaiu foi sua dificuldade em representar vistas.

Figura 79 – Exemplo de resposta de um aluno considerando o elemento mais evidente na análise da categoria Dificuldades



Fonte: Dados de pesquisa

No Quadro 5 está ilustrado de forma sintetizada a descrição desta categoria e de suas respectivas subcategorias.

Quadro 5 – Categoria Dificuldades, sua descrição e subcategorias

Categoria	Descrição	Subcategorias
Dificuldades	Dúvidas encontradas pelos estudantes durante a realização das atividades	<ul style="list-style-type: none"> • Reconhecer e representar figuras geométricas planas e espaciais. • Identificar e comparar o tamanho das faces de objetos tridimensionais • Escrever ideias e/ou conceitos matemáticos

		<ul style="list-style-type: none"> • Representar vistas <ul style="list-style-type: none"> ▪ Movimentar objetos mentalmente ▪ Visualizar partes não visíveis de figuras
--	--	---

Fonte: Elaboração da autora

5.1 Reconhecer e representar figuras geométricas planas e espaciais

Esta subcategoria trata das dificuldades para identificar e representar figuras geométricas planas e espaciais. Tais dificuldades foram encontradas na Atividade 1, cujo objetivo era associar poliedros e não poliedros a objetos do cotidiano. Apenas dois alunos da turma não a responderam corretamente.

Um desses casos foi o aluno Henrique, que antes associava o conceito de poliedro a “várias formas de esfera” e classificou apenas uma embalagem de forma incorreta (Figura 80).

Figura 80 – Exemplo de Reconhecer e representar figuras geométricas planas e espaciais do aluno Henrique

Questão 3: Escreva o que você entende por poliedro e dê exemplo com um desenho.

SÃO VÁRIAS FORMAS DE ESFERAS

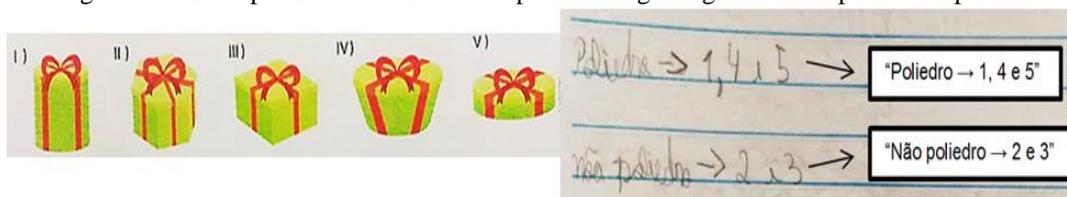
“São várias formas de esferas.”

I - não poliedro.	II - não poliedro.
III - poliedro.	IV - não poliedro.
V - não poliedro.	

Fonte: Dados de pesquisa

Outro estudante aparentemente se equivocou apenas com a nomenclatura (Figura 81), ou seja, considerou que poliedro era não poliedro e vice-versa. Então, de uma maneira geral, os discentes não apresentaram dificuldades para distinguir os poliedros dos não poliedros, o que mostra certo domínio das habilidades de reconhecer as propriedades e comparar as formas 3D (PITTALIS; CHRISTOU, 2010).

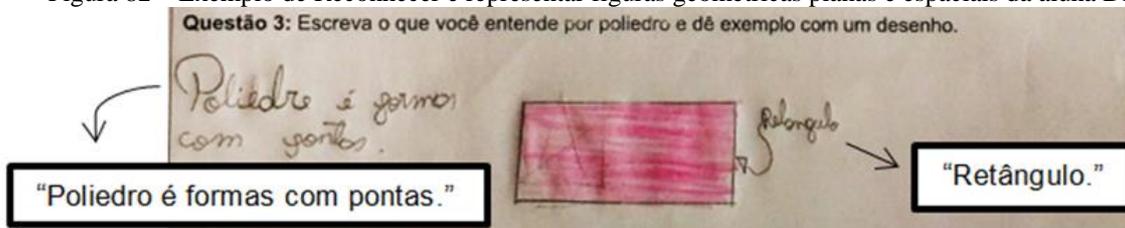
Figura 81 – Exemplo 2 de Reconhecer e representar figuras geométricas planas e espaciais



Fonte: Elaboração da autora

As mesmas dificuldades foram observadas nas respostas de Diana na Ficha de questões 1. Na questão 3 ela definiu poliedro como “formas com pontas” (provavelmente se referindo aos vértices), exemplificando com o desenho de um retângulo. Sua resposta indica que possuía dificuldades para distinguir e representar figuras geométricas planas e espaciais.

Figura 82 – Exemplo de Reconhecer e representar figuras geométricas planas e espaciais da aluna Diana



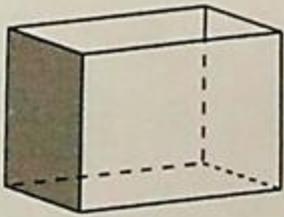
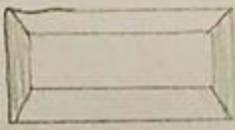
Fonte: Dados de pesquisa

5.2 Identificar e comparar o tamanho das faces

Esta seção aborda a dificuldade dos alunos no que diz respeito à identificação e comparação do tamanho das faces de objetos tridimensionais.

Na Atividade Vista das figuras espaciais foi observada a dificuldade em distinguir o tamanho das faces do paralelepípedo, isto é, perceber que ele possui faces quadradas e retangulares. Ao invés de utilizar um quadrado para representar a vista frontal, Juliana desenhou um “paralelepípedo com fundo” e a face da frente pintada. Ela faz o mesmo para o caso da vista superior, mas ao invés disso desenhou um “cubo com fundo” quando na verdade se tratava de um retângulo. Assim como seus colegas, também considerou que a vista consiste em pintar a(s) face(s) do sólido.

Figura 83 – Exemplo de identificar e comparar o tamanho das faces da aluna Juliana

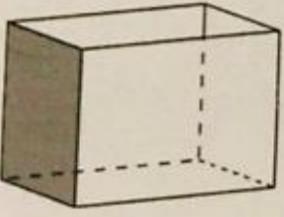
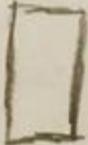
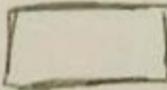
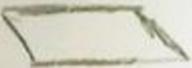
Figura espacial	Vista frontal	Vista lateral	Vista superior
			

Fonte: Dados de pesquisa

Diferentemente dos demais, um dos alunos considerou as vistas como figuras planas. No entanto, também apresentou dificuldades parecidas com as de Juliana no que diz respeito às dimensões das faces do paralelepípedo. Nas respostas apresentadas, o retângulo foi utilizado para representar as vistas frontal e lateral, mas somente a segunda estava correta.

É possível inferir que as vistas frontal e superior foram desenhadas de acordo com a figura estática do paralelepípedo da atividade, sem considerar que ele deveria o movimentar mentalmente ou com o auxílio dos materiais disponíveis em sala de aula. É possível que o sujeito não diferencie de forma adequada a relação entre elementos de objetos espaciais sem a ajuda de materiais concretos, isto é, quando não utiliza tais materiais e depende exclusivamente de sua habilidade de visualização, estará mais propenso a equívocos (SUSILAWATI; SURYADI; DAHLAN, 2017).

Figura 84 – Exemplo 2 de identificar e comparar o tamanho das faces

Figura espacial	Vista frontal	Vista lateral	Vista superior
			

Fonte: Dados de pesquisa

5.3 Escrever ideias e/ou conceitos matemáticos

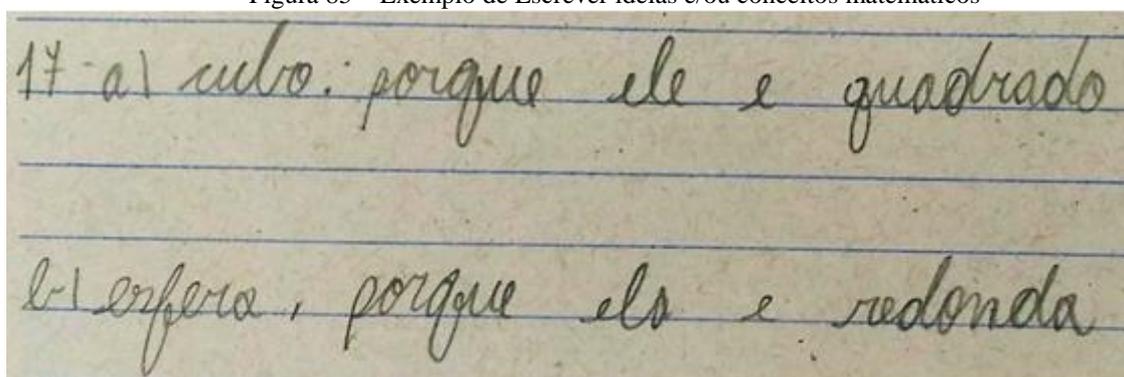
O objetivo desta subcategoria é apresentar as dificuldades dos alunos para escrever ideias e/ou conceitos matemáticos

Na Atividade 17 estavam ilustrados o cilindro, o cone, o cubo e a esfera. Nela os estudantes deveriam identificar, respectivamente, o sólido que, ao ser colocado em uma rampa,

não iria rolar e o que iria rolar, independentemente da posição em ambos os casos. O cubo é a resposta para o primeiro caso e a esfera para o segundo.

Considerando os estudantes que responderam corretamente, quatro deles utilizaram o mesmo tipo de justificativa, escrevendo que o cubo era quadrado (ou não é redondo) e a esfera era redonda. Um destes casos está ilustrado na Figura 85. Mesmo com dificuldades em se expressar por meio da escrita, ao escreverem que o cubo “é quadrado” é possível inferir que os discentes perceberam uma importante característica do poliedro: toda a sua superfície é formada por partes planas. O mesmo vale para o caso da esfera, que “é redonda” porque não possui nenhuma parte plana.

Figura 85 – Exemplo de Escrever ideias e/ou conceitos matemáticos



→ “a) cubo: porque ele é quadrado
b) esfera, porque ela é redonda”

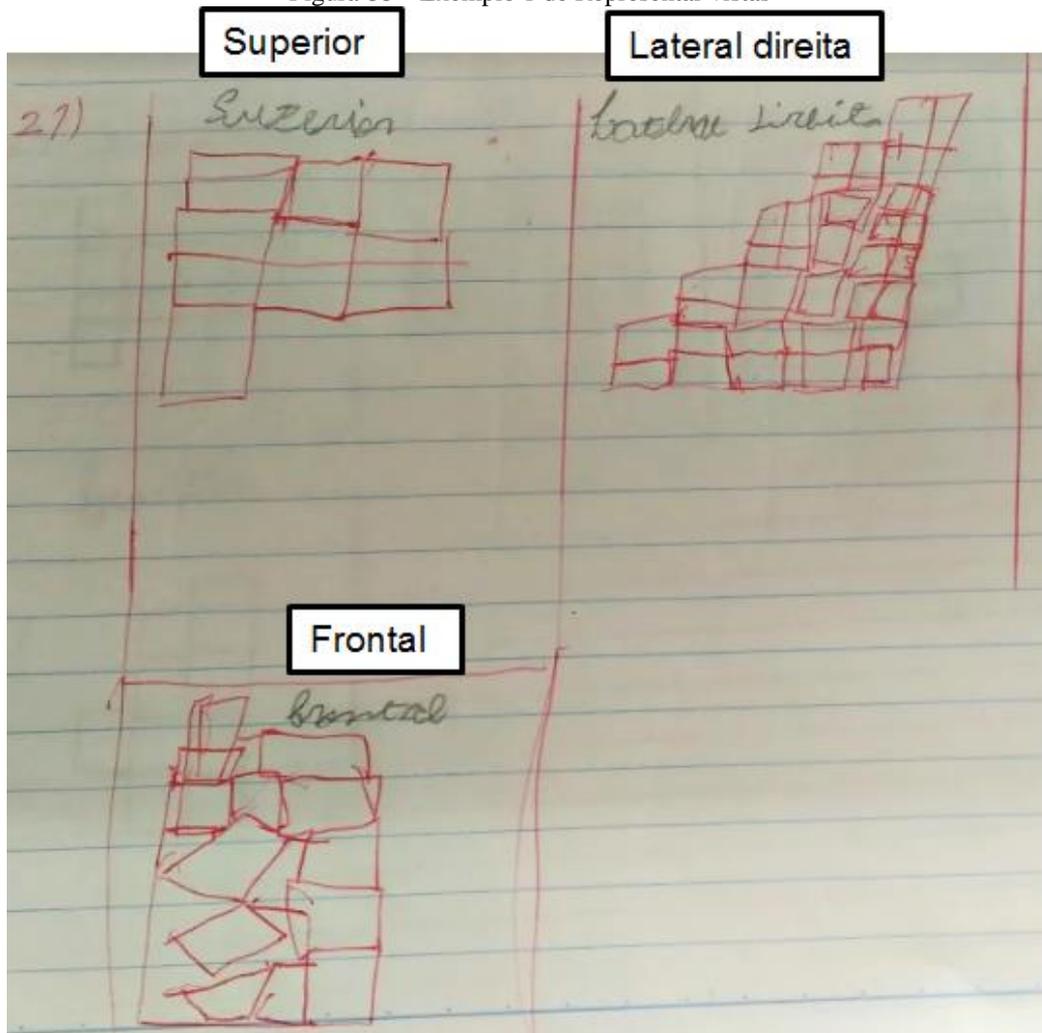
Fonte: Dados de pesquisa

5.4 Representar vistas

Esta subcategoria tem o intuito de analisar aspectos relacionados às dificuldades de representação das vistas de objetos.

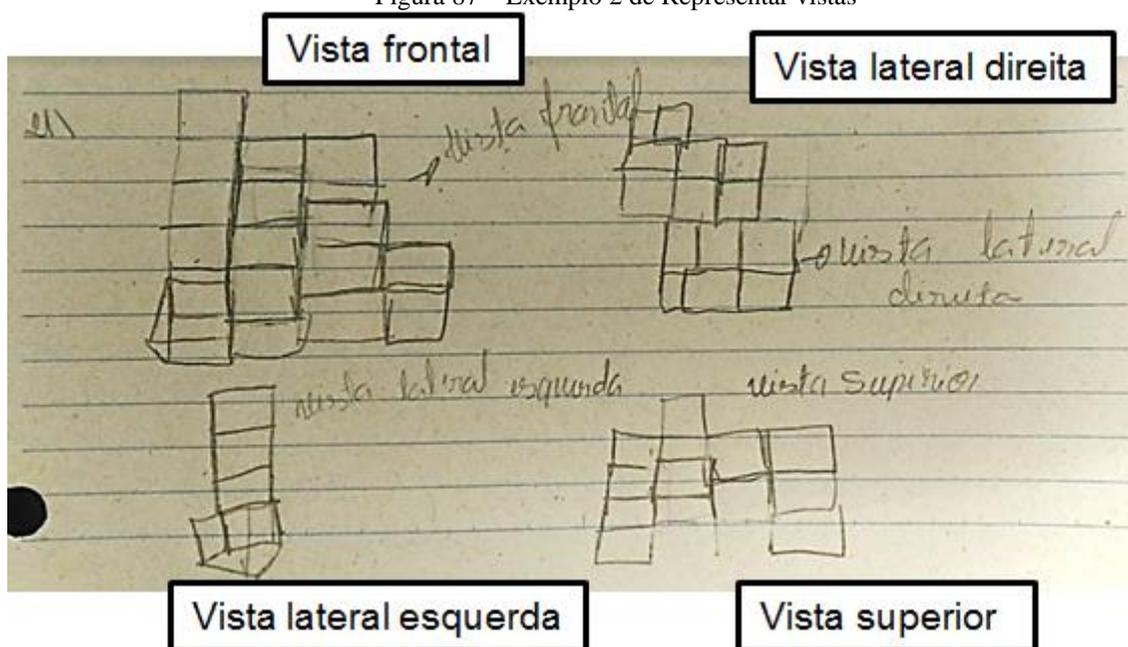
A Atividade 21 tinha como objetivo identificar e desenhar as vistas (lateral direita, lateral esquerda e frontal) de um objeto formado por uma pilha de vinte e seis cubos. A referida atividade envolve as habilidades de manipular diferentes modos de representação de objetos 3D e estruturar matrizes 3D de cubos (PITTALIS; CHRISTOU 2010). A vista superior já estava ilustrada como exemplo de resposta e, mesmo assim, dois alunos tiveram dificuldades no que diz respeito à interpretação do objeto em questão, isto é, pensaram que as vistas consistiam em representações de objetos tridimensionais, sendo que na Figura 86 o discente não representou a vista lateral esquerda.

Figura 86 – Exemplo 1 de Representar vistas



Fonte: Dados de pesquisa

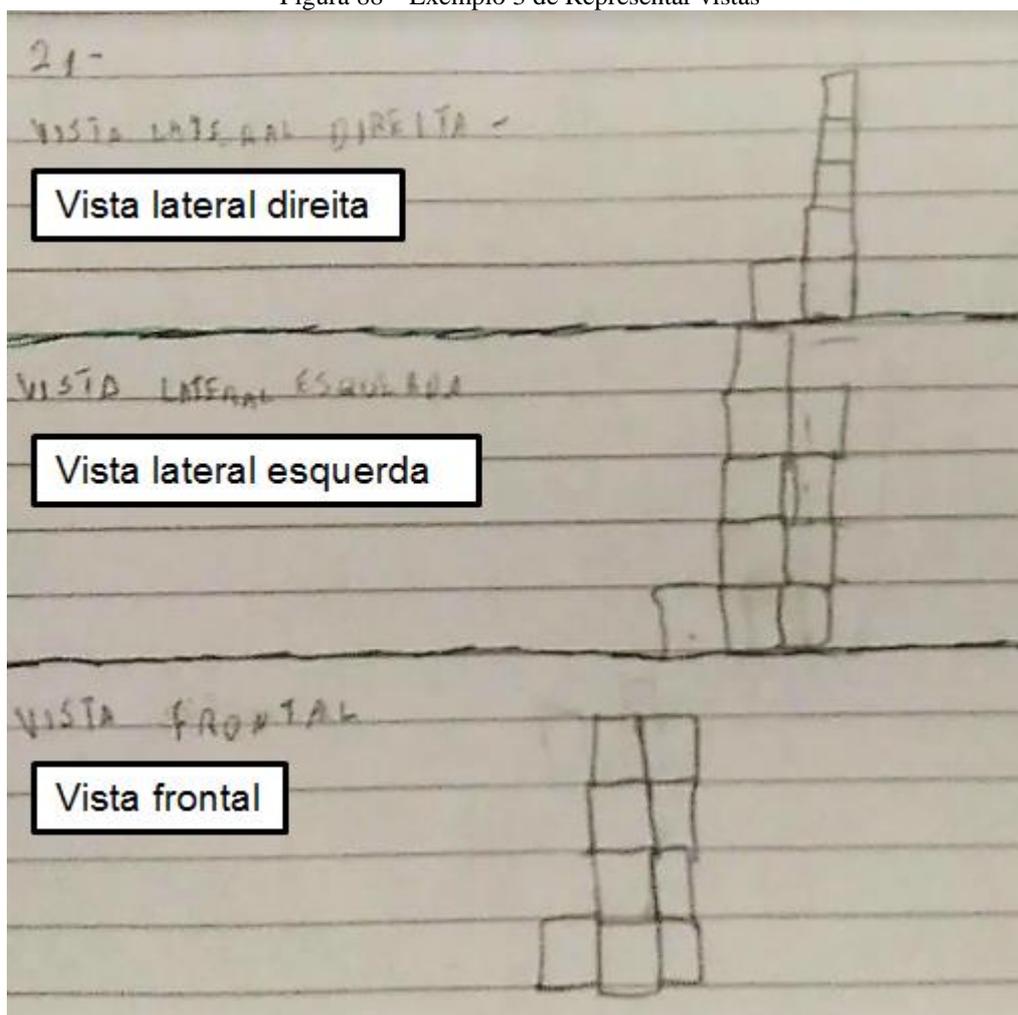
Figura 87 – Exemplo 2 de Representar vistas



Fonte: Dados de pesquisa

Um discente também encontrou dificuldade para representar as vistas do objeto. Sua vista lateral direita foi representada de forma incompleta, faltando desenhar uma coluna. Na vista lateral esquerda, ele trocou a posição da coluna que havia apenas um cubo. Sua vista frontal também está incorreta e, de acordo com a resposta apresentada pelo aluno, é possível inferir que a ilustração do objeto no livro tenha contribuído para que tivesse dificuldades em representar tal vista.

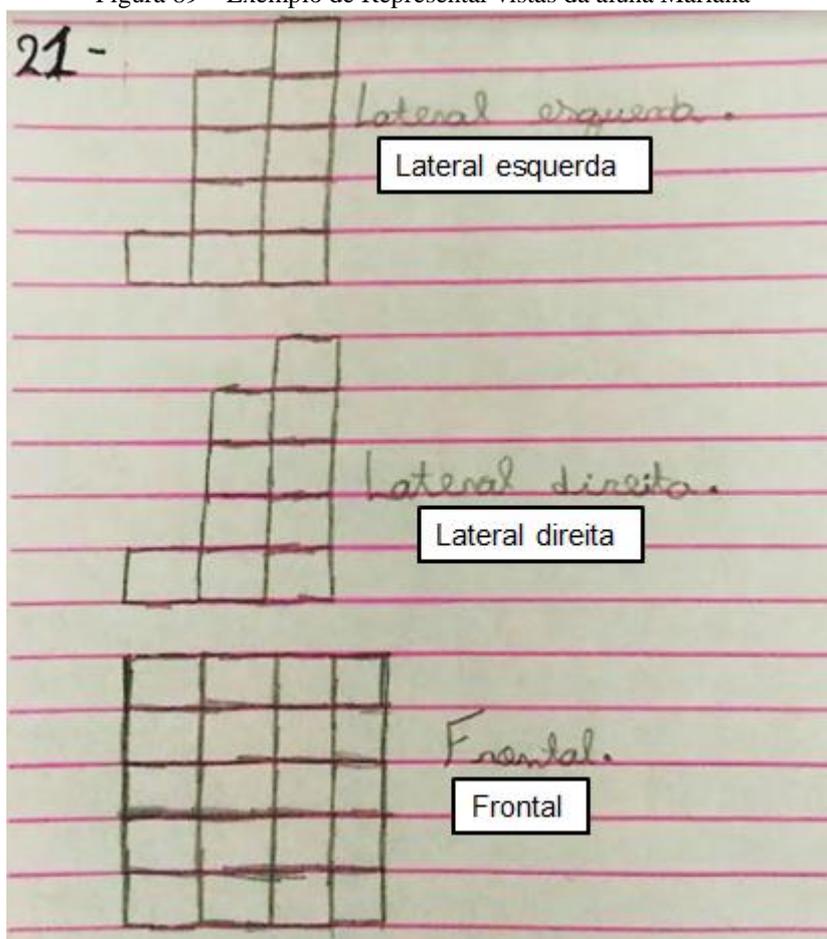
Figura 88 – Exemplo 3 de Representar vistas



Fonte: Dados de pesquisa

Na Atividade 21, Mariana considerou a representação das vistas lateral esquerda e lateral direita como sendo as mesmas. Provavelmente isto ocorreu porque a lateral esquerda do objeto não aparece na ilustração e, com isso, a estudante teria que imaginá-la em sua mente. Além disso, sua representação frontal considerou que o objeto é formado por fileiras de cubos com a mesma altura. Este exemplo de resposta mostra que a habilidade de visualização ainda precisa ser trabalhada para que se evitem menos equívocos ao se representar as vistas. Isto demanda um aprendizado especial que permita aprimorar o conhecimento matemático, visto que esta habilidade varia de sujeito para sujeito (KALEFF, 2016).

Figura 89 – Exemplo de Representar vistas da aluna Mariana



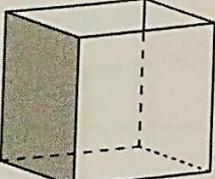
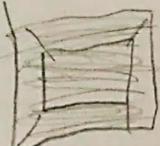
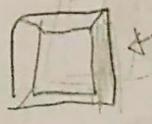
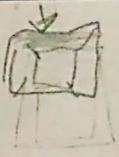
Fonte: Dados de pesquisa

Na Atividade Vista das figuras espaciais os alunos deveriam desenhar as vistas frontal, lateral e superior de cada figura espacial que foi estudada: cubo, paralelepípedo, prisma de base pentagonal, pirâmide de base quadrada, cone, esfera e cilindro. Nas ilustrações, a parte pintada estava representando a frente do objeto.

Utilizar os sólidos em acrílico durante a realização da atividade é essencial para que o aluno construa imagens mentais desses objetos, pois de acordo com Mariotti (1995) não é possível introduzir um conceito geométrico sem dar exemplos, o que significa desenhar figuras ou mostrar modelos. Segundo a autora, a imagem mental relacionada ao conceito geométrico deve ser muito próxima da imagem mental de um objeto concreto.

No caso do cubo, um aluno desenhou a figura do sólido e pintou a face de acordo com a vista correspondente, indicando também com uma seta. Por meio do desenho de sua vista frontal é possível observar o “fundo” do cubo, indicando a percepção do aluno em relação a sua profundidade. Com sua resposta é possível inferir que ele considera as vistas como faces que compõem uma figura tridimensional.

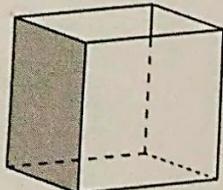
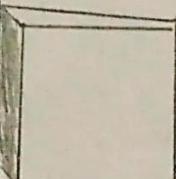
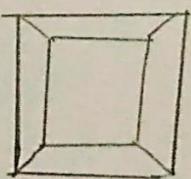
Figura 90 – Exemplo 5 de Representar vistas

Figura espacial	Vista frontal	Vista lateral	Vista superior
			

Fonte: Dados de pesquisa

A estudante Diana, que até então demonstrava maior facilidade na resolução das atividades, também considerou que desenhar uma vista era o mesmo que desenhar o cubo e pintar a face correspondente. Por exemplo, para indicar a vista lateral ela desenhou um cubo e pintou sua face lateral. Muito semelhante ao caso anterior, a vista superior também é o desenho de um “cubo com fundo” e neste caso a face não está pintada.

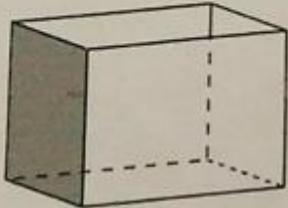
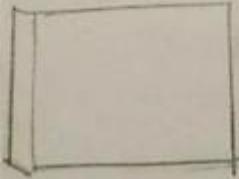
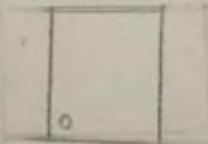
Figura 91 – Exemplo de Representar vistas da aluna Diana

Figura espacial	Vista frontal	Vista lateral	Vista superior
			

Fonte: Dados de pesquisa

Essa mesma aluna também pintou a face frontal do paralelepípedo e, na vista lateral, seu desenho remete às duas faces desse objeto. Sua vista superior ilustra o que parece ser um quadrado com um pequeno círculo no canto inferior esquerdo e, com isso, é possível inferir que ela utilizou o sólido em acrílico para auxiliá-la, visto que este material possui uma pequena tampa que pode ser removida para inserir água. No entanto, a estudante não se atentou que deveria considerar a frente do paralelepípedo de acrílico como sendo a mesma que constava na figura da atividade, o que justifica o desenho de um quadrado ao invés de um retângulo.

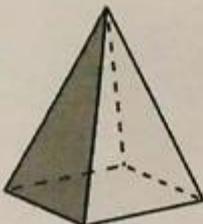
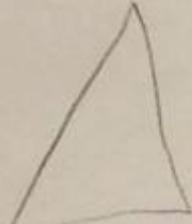
Figura 92 – Exemplo 7 de Representar vistas

Figura espacial	Vista frontal	Vista lateral	Vista superior
			

Fonte: Dados de pesquisa

A maioria dos estudantes representou corretamente as vistas frontal e lateral da pirâmide de base quadrada. Dentre os que apresentaram alguma resposta incorreta, um aluno desenhou em sua vista frontal um triângulo com uma metade pintada e a outra não. Isso provavelmente ocorreu porque ele considerou que a frente seria conforme a figura da pirâmide que estava ilustrada na atividade. Além disso, ele também avaliou que o triângulo seria a vista superior e, dessa forma, não se atentou para a forma da base e nem para as arestas.

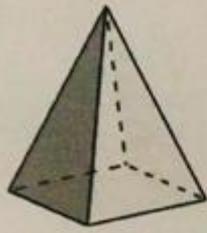
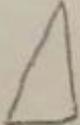
Figura 93 – Exemplo 8 de Representar vistas

Figura espacial	Vista frontal	Vista lateral	Vista superior
			

Fonte: Dados de pesquisa

A vista superior também foi representada de forma incorreta por outro discente, que desenhou um círculo com um “x” em seu interior. Este exemplo de resposta evidencia que ele observou as quatro arestas da pirâmide que partem do mesmo vértice, mas encontrou dificuldades para identificar e representar a forma da base de maneira correta.

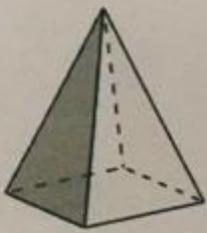
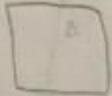
Figura 94 – Exemplo 8 de Representar vistas

Figura espacial	Vista frontal	Vista lateral	Vista superior
			

Fonte: Dados de pesquisa

Com uma aluna aconteceu o oposto ao caso anterior, isto é, o quadrado foi desenhado corretamente como a forma da base, mas as arestas não foram representadas em sua resposta para a vista superior da pirâmide.

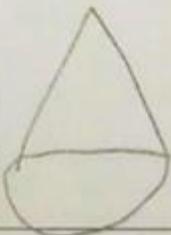
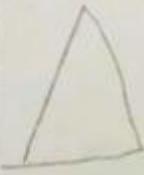
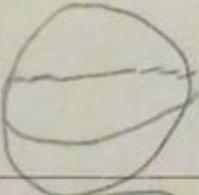
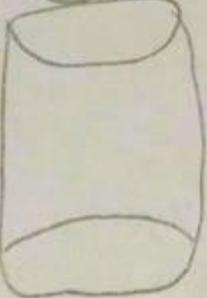
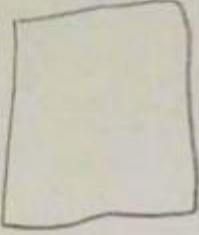
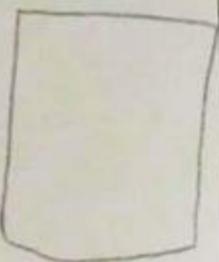
Figura 95 – Exemplo 9 de Representar vistas

Figura espacial	Vista frontal	Vista lateral	Vista superior
			

Fonte: Dados de pesquisa

Os três últimos sólidos da atividade correspondiam aos não poliedros. O cilindro, o cone e a esfera apresentaram similaridades nas respostas dos estudantes. Em um desses casos, um discente considerou que a vista frontal dos objetos eram as próprias ilustrações da atividade. Ele apresentou a vista lateral dos três de maneira correta, mas na vista superior acertou apenas a da esfera e considerou que para o cone seria um triângulo e um retângulo para o cilindro.

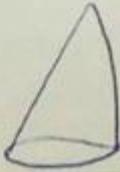
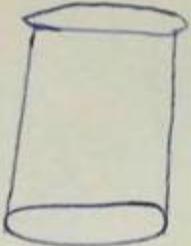
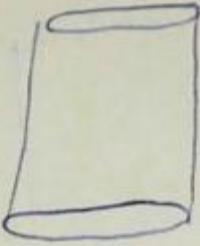
Figura 96 – Exemplo 11 de Representar vistas

Figura espacial	Vista frontal	Vista lateral	Vista superior
			
			
			

Fonte: Dados de pesquisa

Em outro exemplo de resposta, um aluno interpretou que as vistas frontal e lateral do cone e do cilindro correspondiam à imagem do sólido na atividade. Ele desenhcou a vista superior do cone sendo um círculo e possivelmente ele considerou que o sólido é formado por quatro arestas. As vistas da esfera e a vista superior do cilindro foram representadas corretamente por um círculo.

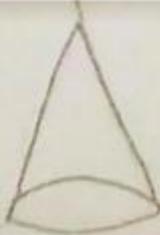
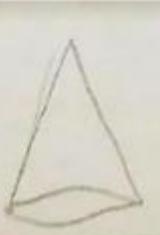
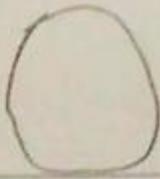
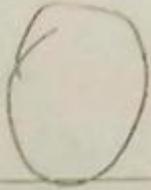
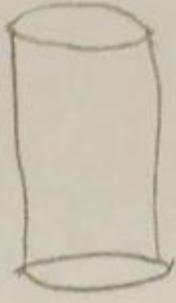
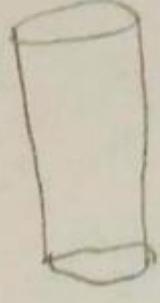
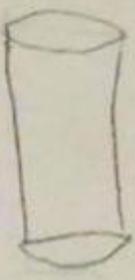
Figura 97 – Exemplo 12 de Representar vistas

Figura espacial	Vista frontal	Vista lateral	Vista superior
			
			
			

Fonte: Dados de pesquisa

Outra situação que ocorreu foi a de representar apenas as vistas da esfera de maneira correta. Foi desenhado o próprio cone para as vistas frontal e lateral e um triângulo sem base para representar a vista superior. O cilindro foi utilizado para representar as três vistas desse sólido. Por meio de suas respostas é possível inferir que o aluno não compreendeu que as vistas de um objeto tridimensional são formadas apenas por figuras planas.

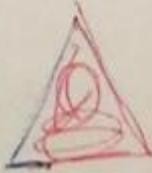
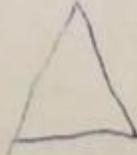
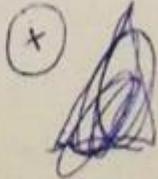
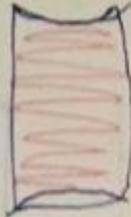
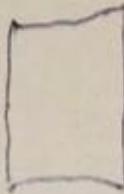
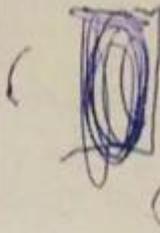
Figura 98 – Exemplo 13 de Representar vistas

Figura espacial	Vista frontal	Vista lateral	Vista superior
			
			
			

Fonte: Dados de pesquisa

Um dos alunos representou corretamente as vistas do cone, utilizando na vista superior um pequeno “x” possivelmente para indicar a existência do vértice. Ele também acertou as vistas da esfera. As vistas do cilindro apresentaram elementos interessantes, pois ele desconsiderou as bases nas duas primeiras vistas e corrigiu de forma correta a vista superior, assim como fez com a do cone.

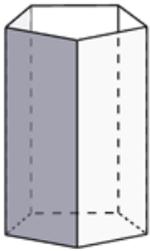
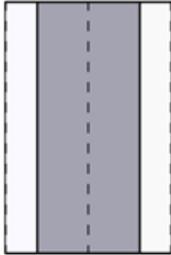
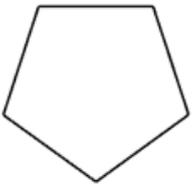
Figura 99 – Exemplo 14 de Representar vistas

Figura espacial	Vista frontal	Vista lateral	Vista superior
			
			
			

Fonte: Dados de pesquisa

Nesta mesma atividade, o prisma de base pentagonal provavelmente foi a figura espacial mais complexa de se desenhar as vistas, pois sua base é um pentágono. Esse polígono não possui arestas paralelas, o que contribui para que as vistas frontal e lateral (Figura 100) sejam compostas por mais de um retângulo. Desse caso surgiram dificuldades de desenhar as vistas devido a questões de movimentar o objeto mentalmente.

Figura 100 – Vistas do prisma de base pentagonal

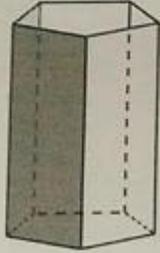
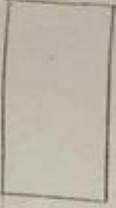
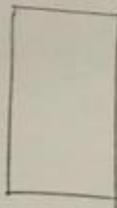
Figura espacial	Vista frontal	Vista lateral	Vista superior
			

Fonte: Elaboração da autora

Intuitivamente, alguns alunos consideravam que as vistas frontal e lateral desse prisma eram formadas por apenas um retângulo (Figura 101). Dentre eles, Diana considerou que a vista

superior na verdade era um hexágono, o que indica que ela possivelmente fez a contagem errada das arestas. É preciso tomar certo cuidado pois, segundo Veloso (1998), a visão pode nos trair e nos levar a ver objetos que não existem.

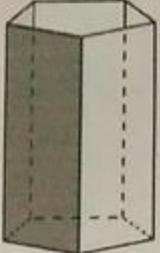
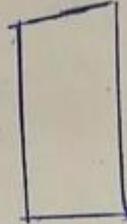
Figura 101 – Exemplo 15 de Representar vistas

Figura espacial	Vista frontal	Vista lateral	Vista superior
			

Fonte: Dados de pesquisa

O exemplo de resposta para a vista lateral de um dos estudantes era o de um trapézio. Por meio de seu desenho é possível inferir que o estudante representou tal vista de acordo com a posição da figura do prisma na atividade e não levou em consideração que precisava movimentá-la.

Figura 102 – Exemplo 16 de Representar vistas

Figura espacial	Vista frontal	Vista lateral	Vista superior
			

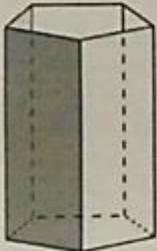
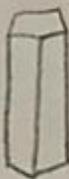
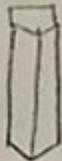
Fonte: Dados de pesquisa

Para o caso do prisma ainda surgiu outro tipo de representação na qual o estudante considerou que duas faces e a base formavam as vistas frontal e lateral. Em outras palavras, o discente desenhóu a vista de acordo com a ilustração do prisma que constava na atividade. Kaleff (2016) afirma que

[...] a maior parte dos estudantes [...] não admite que ao observarem o desenho de uma figura geométrica no livro-texto ou no quadro negro estão, na realidade, vendo apenas uma representação do objeto geométrico, que é um conceito abstrato (KALEFF, 2016, p. 24).

Acredito que a ideia da autora citada anteriormente também se estende às atividades feitas no papel, particularmente na Atividade Vistas das figuras espaciais. Nela, as imagens ilustradas são estáticas e representam objetos geométricos os quais não são possíveis de movimentar.

Figura 103 – Exemplo 17 de Representar vistas

Figura espacial	Vista frontal	Vista lateral	Vista superior
			

Fonte: Dados de pesquisa

Por meio das respostas dos estudantes foi possível observar o quanto a visualização e a representação estão interligadas. O material concreto possibilita ver de forma efetiva o objeto e não somente ver a sua imagem mental por meio da imaginação, ou seja, na tela mental da sua cabeça (KALEFF, 2016).

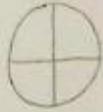
Neste tipo de prática, é necessário utilizar materiais manipuláveis ao longo de todo o processo de escolarização para que o aluno construa de forma contínua uma “memória” de imagens que serão suporte para situações mais complexas que envolvam visualização (VELOSO, 1998). As respostas dos estudantes sugerem que a utilização dos materiais concretos em sala de aula deve ser incentivada com o intuito de diminuir as dificuldades em torno da visualização e representação das vistas de objetos tridimensionais. No esquema a seguir estão ilustradas as respostas da aluna Mariana, que esteve presente em todas as atividades realizadas ao longo da intervenção.

A aluna não possuía conhecimentos prévios sobre figura geométrica espacial, poliedro e não poliedro.

Ficha de questões 1

Questão 1: Escreva o que você entende por forma geométrica espacial e dê exemplo com um desenho.

Não sei.



Questão 2: Desenhe um objeto que, na sua opinião, não seja uma figura geométrica espacial.



Questão 3: Escreva o que você entende por poliedro e dê exemplo com um desenho.



Questão 4: Desenhe um objeto que, na sua opinião, não seja um poliedro.

Não sei.



Classificou e associou objetos a poliedros e não poliedros de forma correta.

1- I) Não poliedros, II) Poliedros, III) Poliedros, IV) Não poliedros, V) Não poliedros.

2- Poliedros = Cadeira, Porta, janela.

Não Poliedros = Bola, lata de lixo, Garrafa.

Demonstrou aprimoramento conceitual.

Ficha de questões 2

A partir do que foi visto na aula, e do que escreveu sobre poliedro, o que você escreveria novamente sobre poliedro? Poliedro é tudo que tem ponta, e não poliedro é tudo que é redondo.

“Poliedro é tudo que tem ponta, e não poliedro é tudo que é redondo.”

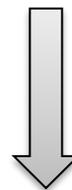
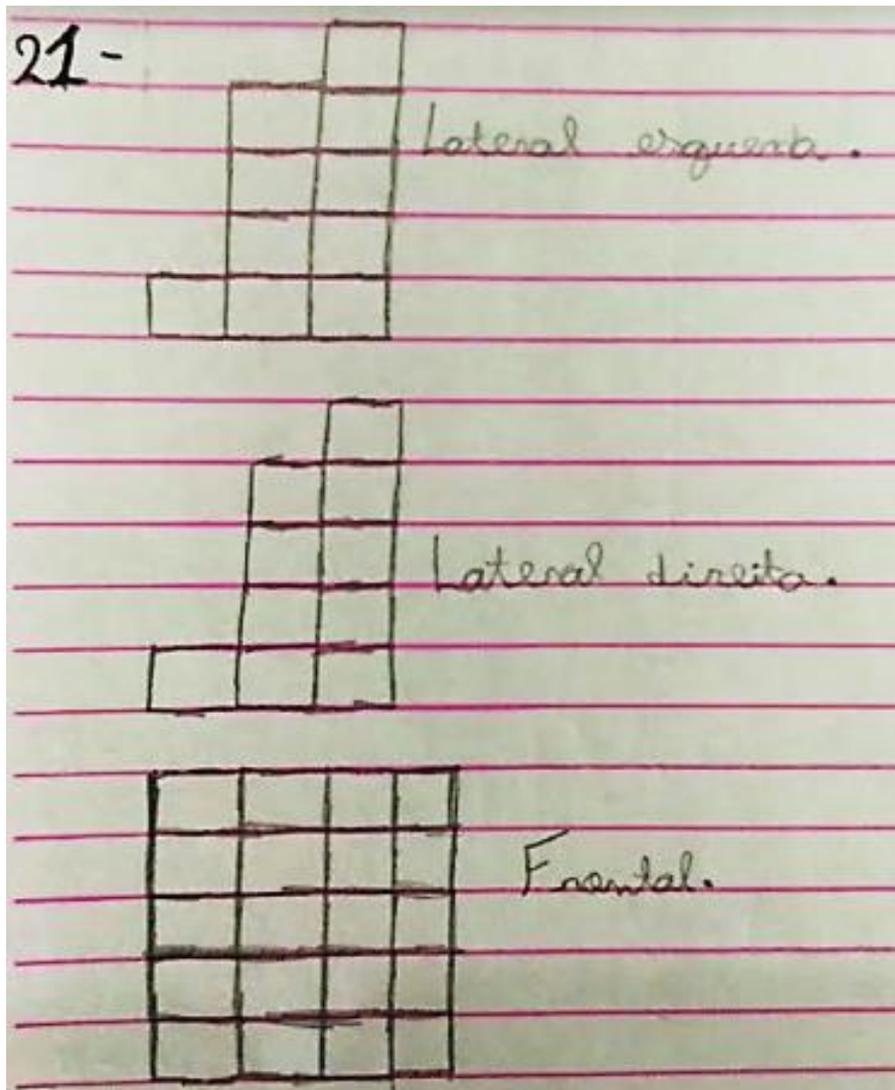
Associou corretamente a planificação ao objeto e vice-versa.

7 - (A). Porque eu vi a negação e percebi.
8 - (A). Porque eu lembrei da explicação.

Apresentou dificuldade em distinguir prisma de pirâmide, pois a parte de trás do objeto não estava visível na ilustração.

10 - Associados a prisma = "a)" e "b)".
Associados a pirâmide = "c)" e "d)".

Novamente teve dificuldade em visualizar partes não visíveis para representar as vistas de um objeto.



Considerou que aprendeu novos conceitos e que as planificações a ajudaram a entendê-los melhor.



1- Escreva o que você achou de usar dos materiais (Linha, didática, lápis e Papel, Planificações, Sólidos em acrílica e TV) para estudar poliedros e não poliedros. (chei bem legal eu gosto de ler então eu amo e gostei porque nunca ouvi falar de dddem negocid então e breva.

2- Tem algum material que você gostou mais? Por que? As planificações. Porque dava pra entender melhor com elas.

Acertou a maioria das vistas, mas ainda apresentou dificuldades para representar algumas, visto que era preciso movimentar mentalmente os sólidos.

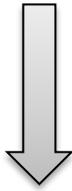
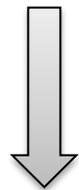
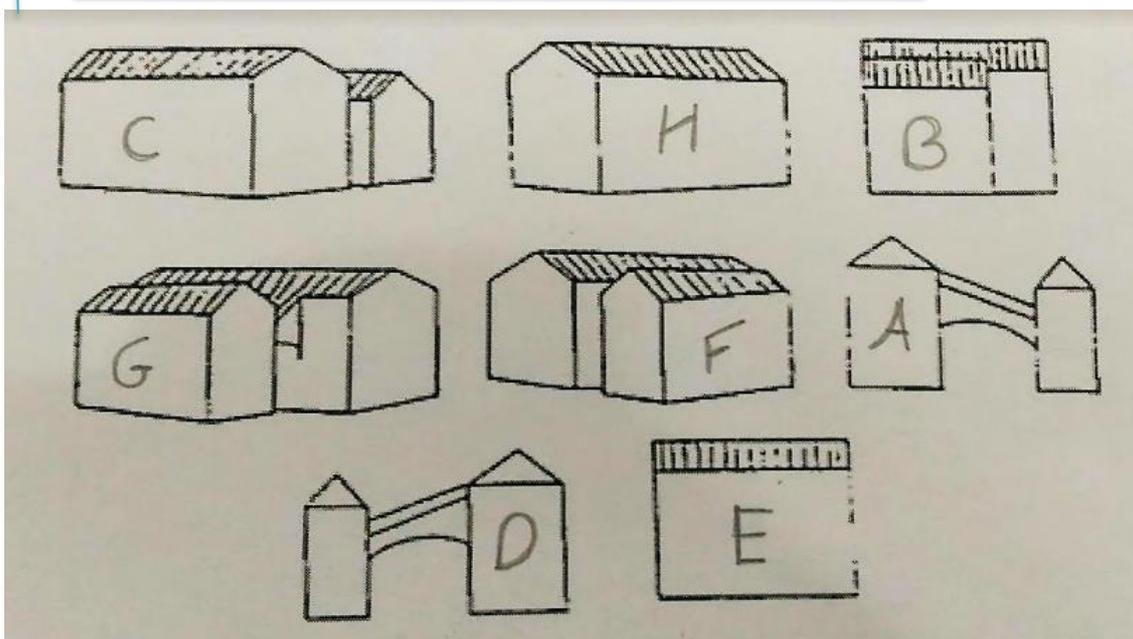
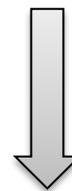


Figura espacial	Vista frontal	Vista lateral	Vista superior



Sua visualização precisa ser aprimorada para associar vistas mais complexas.



Foi observado que esta aluna e os demais estudantes que participaram da intervenção apresentaram dificuldades próprias de alunos que foram submetidos a atividades que tinham como objetivo trabalhar o pensamento geométrico, em particular a visualização. Apesar das dificuldades, considero que o pensamento visual deve ser encarado como um processo não linear que precisa ser desenvolvido e estimulado em sala de aula.

Como sugestão para o professor que desejar fazer um trabalho semelhante, indico implementar todas as atividades mas ampliar as que envolvem vistas, pois percebi que quanto maior a complexidade da atividade mais apurada deve estar a visualização do sujeito. Como forma de tentar superar estas dificuldades, sugiro que o professor realize mais atividades envolvendo vistas com o intuito de que os estudantes tenham uma maior familiaridade com questões desta natureza. No Apêndice se encontra uma sugestão de plano de aulas para guiar o docente em seu trabalho.

UM OLHAR SOBRE AS CONSIDERAÇÕES

Espero que esta investigação conscientize o leitor sobre a importância da visualização em Geometria, incentivando para pensar em novas formas de ensinar. Nada do que foi apresentado aqui deve ser considerado como verdade absoluta, mas sim que conduza a uma abordagem de Geometria Espacial no currículo que não deve se basear apenas no cálculo de áreas e volumes.

A pesquisa foi norteada pela seguinte questão: que contribuições o uso de diferentes recursos pode trazer para o desenvolvimento da visualização de alunos do 6º ano do Ensino Fundamental? Seu objetivo geral consistiu em refletir sobre a importância da visualização no desenvolvimento do pensamento geométrico. Particularmente, analisar aspectos relacionados ao desenvolvimento da visualização de estudantes do 6º ano de uma escola pública em atividades de Geometria Espacial utilizando recursos didáticos variados. A visualização foi entendida como um processo de formação de imagens que transitam entre as representações 2D e 3D mas sem priorizar uma delas. Essas imagens podem ser geradas sem que necessariamente o objeto esteja presente em nosso campo visual. Com isso, podem auxiliar na resolução de problemas e compreensão matemática.

Em uma sociedade na qual os aspectos visuais predominam surge a necessidade de “aprender a ver”. Aprendizado este que só se torna possível mediante a experiência seguida de reflexão (VELOSO, 1998). Penso que este trabalho contribuiu para que os estudantes tivessem contato com diversos recursos didáticos, contribuindo para o aprendizado geométrico e um contato caloroso com a Matemática, em particular a Geometria.

A investigação apontou para a importância do desenvolvimento da visualização em Geometria e o despertar para novas formas de ensinar. Por isso, a relevância de implementar atividades com recursos variados, pois amplia a abrangência de modo a atender a pluralidade da sala de aula como também traz diferentes contribuições ao aprendizado.

Trabalhar com diferentes recursos em aula é também importante para que os alunos aumentem sua motivação para aprender e construir seu próprio conhecimento matemático. Por outro lado, o professor deve reconhecer que esses recursos servem de apoio pedagógico e podem lhe proporcionar novos conhecimentos, permitindo-o também reavaliar sua prática docente. Portanto, a implementação de recursos variados nas aulas de Matemática pode tornar

a disciplina mais atraente. Os discentes consideraram que os recursos utilizados possibilitaram um aprendizado em Geometria que permitiu o movimento e exploração das formas, sendo possível visualizá-las tanto nos materiais manipuláveis quanto no GeoGebra. Também destacaram que aprender Geometria se tornou muito mais prazeroso com estes materiais. A pesquisa não teve como foco um material em particular e com isso foi possível que os estudantes explorassem as potencialidades de cada um, utilizando-os conforme sua preferência.

Acredito que as possibilidades de trabalho com foco na visualização não foram esgotadas neste trabalho. A pesquisa utilizou recursos que podem ser usados pelo professor e materiais disponíveis na escola, por isso as atividades trabalhadas podem ser adaptadas e/ou modificadas, outros recursos podem ser utilizados e novas atividades podem ser propostas. Tudo isso deve ser feito considerando a realidade do professor, o perfil dos alunos e as especificidades de seu local de trabalho.

A partir da análise dos dados emergiram duas categorias: as Descobertas e as Dificuldades dos estudantes relacionadas ao processo de visualização. Quando é pouco desenvolvido, o pensamento visual interfere diretamente na dificuldade do aluno em realizar uma atividade. Seu desenvolvimento requer um trabalho contínuo e que deve ser explorado em todos os anos de escolaridade.

Por meio da análise da categoria Descobertas, percebi a importância de trazer para a sala de aula atividades que façam os discentes perceberem que a Matemática está presente em suas vidas, por exemplo, ao associar objetos de seu cotidiano aos poliedros e não poliedros. Destaco que essas atividades precisam ter elementos que motivem e estimulem o aprendizado. Observei também uma evolução a respeito dos conceitos trabalhados. Por exemplo, alunos que inicialmente não sabiam definir poliedro passaram a descrevê-lo como "formas com pontas". Embora a definição não esteja feita de maneira formal, considero que foi um marco muito importante e que mostrou a aprendizagem do conceito. Muitas vezes valorizamos mais o rigor da escrita matemática ao invés de analisar a forma pela qual o conceito foi concebido pelo aluno. Enfim, ouvir e dialogar sobre as ideias dos discentes para os conceitos em estudo mostrou-se didaticamente importante.

A análise permitiu identificar quatro Dificuldades relacionadas à visualização: reconhecer e representar figuras geométricas planas e espaciais; identificar e comparar o tamanho das faces; escrever ideias e/ou conceitos matemáticos e representar vistas. Reforço a ideia defendida por Veloso (1998) de que a visualização deve estabelecer conexão com a representação. Para diminuir as dificuldades em representar é preciso criar estímulos a fim de

aprimorar a habilidade de visualizar, tanto para distinguir objetos bidimensionais de tridimensionais quanto para representá-los. Também é necessário realizar mais atividades de visualização em que o aluno deve fixar um referencial de modo a encontrar a representação correta, como no caso da Atividade 23.

Além disso, durante a análise de dados foi possível identificar que alguns exemplos de respostas poderiam pertencer tanto à categoria Descobertas quanto à categoria Dificuldades. Um caso está ilustrado na página 60, referente à subcategoria Maneiras de conceituar, exemplificar e associar formas (Categoria Descobertas), o aluno considerou que o paralelepípedo tem as vistas todas iguais. Sua resposta poderia estar também inserida na categoria Dificuldades, mais especificamente na subcategoria de Identificar e comparar o tamanho das faces. Esse exemplo evidenciou que ambas as categorias não são excludentes e que por meio da análise de dados foi possível identificar interseções entre subcategorias.

Desta forma, sugiro que os docentes que desejarem fazer implementações semelhantes invistam em mais atividades destas naturezas, pois considero que apenas as que foram realizadas não foram suficientes para superar estas dificuldades. Mas uma vez identificadas, o trabalho pode ser feito de forma mais incisiva.

Enquanto pesquisadora e professora da turma também tive dificuldades ao longo da intervenção. Primeiramente em relação ao tempo necessário para o planejamento de atividades para a pesquisa e os demais conteúdos que os discentes ainda deveriam estudar no mesmo bimestre. Também senti que houve momentos que não consegui dar a devida atenção aos alunos porque também precisava estar atenta em registrar situações que julgava interessantes para a pesquisa. Ter alguém para auxiliar seria muito importante para melhorar a qualidade do trabalho, mas ao mesmo tempo esse fato evidenciou a realidade e demandas do professor em sala de aula. Sem dúvida a pesquisa contribuiu muito para meu crescimento profissional, pois tive que criar estratégias visando superar as adversidades. Por exemplo, tive a ideia de gerar um vídeo com o GeoGebra e reproduzir na TV do auditório devido à falta de um laboratório de informática e o fato de que muitos estudantes não tinham celular ou eram proibidos pelos responsáveis de levar para a escola.

Uma proposta de continuidade deste estudo consiste em analisar aspectos relacionados ao desenvolvimento da visualização de estudantes de licenciatura em Matemática visando promover a reflexão de futuros professores a respeito deste processo no ensino de Geometria. Além dos recursos utilizados nesta investigação, o GeoGebra pode ser explorado mediante a utilização de dispositivos *touchscreen*.

Portanto, esta pesquisa contribuiu para refletir sobre a importância da visualização no desenvolvimento do pensamento geométrico e analisar aspectos relacionados ao desenvolvimento da visualização de estudantes do 6º ano de uma escola pública em atividades de Geometria Espacial utilizando recursos didáticos variados. Visualizar cria possibilidades de entender e enxergar a Matemática com outros olhos. Esse olhar deve ser sempre estimulado em nossos estudantes.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ARCAVI, A. The role of visual representations in the learning of mathematics. **Educational Studies in Mathematics**, 52, 215-241, 2003.
- BAIRRAL, M. A. **Tecnologias da Informação e Comunicação na Formação e Educação Matemática**. Série InovaComTic, vol. 1. Rio de Janeiro: Edur, 2009.
- BAIRRAL, M., SETTIMY, T.; HONORATO, V. Secionando um cubo: o que fazer se três pontos não determinarem um plano? **Revista Paranaense de Educação Matemática (RPEM)**, 2(1), 180-202. 2013.
- BARBOSA, A. C. C. **A resolução de problemas que envolvem a generalização de padrões em contextos visuais: Um estudo longitudinal com alunos do 2.º ciclo do ensino básico**. 2009. Tese (Doutorado) – Universidade do Minho, Braga, 2009.
- BARROS, A. P. R. M.; AMARAL, R. B. Constituição e Análise Teórica de um Micromundo para o Estudo de Pirâmides. In: ROSA, M., BAIRRAL, M. A., & AMARAL, R. B. (Org(s)). **Educação Matemática, Tecnologias Digitais e Educação a Distância: pesquisas contemporâneas**. São Paulo: Livraria da Física, 2015. p. 131-161.
- BASTOS, R. **Geometria no currículo e pensamento matemático**. 1999. Disponível em: http://www.apm.pt/apm/revista/educ52/educ52_2.htm. Acesso em: 12 abr. 2018.
- COSTA, C.: Visualização, veículo para a educação em geometria. In: SARAIVA, M; COELHO, I; MATOS, J. (Org(s), Ed(1)). **Ensino e Aprendizagem de Geometria**. Lisboa, Portugal Editora, 2002. p. 157-184.
- DAMIANI, M. F. et al. Discutindo pesquisas do tipo intervenção pedagógica. **Cadernos de Educação** (45), 57-67. 2013.
- DREYFUS, T. On the status of visual reasoning in mathematics and mathematics education. In F. Furinghetti (Ed.), **Proceedings of the 15th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education**, 1, 33-48, 1991.
- FASSIO, S. A. O. **Da cartolina ao computador: uma proposta para o estudo de Geometria**. 2011. 149 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, 2011. Disponível em: <<http://hdl.handle.net/11449/91058>>. Acesso em 04 abr. 2018.
- GORGORIÓ, N.; ARTIGUES, F.; BANYULS, F.; MOYANO, D.; PLANAS, N.; ROCA, M; XIFRÉ, À. Proceso de elaboración de actividades geométricas ricas: un ejemplo, las rotaciones. **Suma**. Badalona, 33, 57-71. Fev 2000. Disponível em <<http://www.abed.org.br/congresso2004/por/pdf/049-TC-B2.pdf>>. Acesso em 26 de mar 2017.>. Acesso em 26 mar. 2017.

GUTIÉRREZ, A. Visualization in 3 – dimensional geometry: in search of a framework. In L. Puig e Gutierrez (Eds.), **Proceedings of 20th PME conference** (Vol. 3, pp 19-26), Valencia: Universitat de València, Dept. de Didàctica de la Matemàtica, 1996.

INSUELA GARCIA, L. M. **Os Processos de visualização e de representação dos signos matemáticos no contexto didático-pedagógico**. 2007. 170 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, 2007. Disponível em: <<http://hdl.handle.net/11449/91160>>. Acesso em 04 abr. 2018.

IZAR, S. B. **Explorando o conceito de homotetia com alunos do ensino fundamental: uma abordagem com aplicativos dinâmicos inspirada na cultura visual**. 2014. 124p. Dissertação (Mestrado em Educação, Contextos Contemporâneos e Demandas Populares). Instituto de Educação/ Instituto Multidisciplinar, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, RJ. 2014.

KALEFF, A. M. M. R. **Tópicos em Ensino de Geometria: A Sala de Aula Frente ao Laboratório de Ensino e à História da Geometria**. Segunda edição. Novas Tecnologias no Ensino da Matemática. CEAD: UFF, 2016.

_____. **Vendo e entendendo Poliedros: do desenho ao cálculo do volume através de quebra-cabeças geométricos e outros materiais concretos**. Niterói: EdUFF, 1998.

LAUTERT, S. L. **As dificuldades das crianças com a divisão: um estudo de intervenção**. Tese (Doutorado em Psicologia Cognitiva) – Departamento de Psicologia, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2005. Disponível em: <https://repositorio.ufpe.br/bitstream/handle/123456789/8334/arquivo8899_1.pdf?sequence=1>. Acesso em 02 abr. 2018.

LELLIS, M.; IMENES, L. M. A Matemática e o novo Ensino Médio. **Educação Matemática em Revista**. São Paulo, n. 9/10, abril/2001.

LEMOS, W. G.; BAIRRAL, M. A. **Poliedros estrelados no currículo do Ensino Médio**. Série InovaComTic, vol. 2. Rio de Janeiro: Edur, 2010.

LEVANDOSKI, A. A. **Ensino e Aprendizagem da Geometria através das Formas e Visualização Espacial**. 2002. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) – Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico, 2002. Disponível em: <<https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/83745>> . Acesso em 04 abr. 2018.

MARIOTTI, M. A. Images and Concepts in Geometrical Reasoning. In: Sutherland R., Mason J. (eds) **Exploiting Mental Imagery with Computers in Mathematics Education**. NATO ASI Series (Series F: Computer and Systems Sciences), vol 138. Springer, Berlin, Heidelberg, 1995.

MAZOCO, D. **Uma proposta para o 6º ano do EF: primeiras formas de geometria espacial-construindo conceitos**. 2014. 184 f. Dissertação (Mestrado) - Universidade Estadual Paulista Julio de Mesquita Filho, Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas, 2014. Disponível em: <<http://hdl.handle.net/11449/127558>>. Acesso em 04 abr. 2018.

MISKULIN, R. S. **Concepções teórico-metodológicas baseadas em LOGO e em**

Resolução de Problemas para processo ensino-aprendizagem da geometria. 1994. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, São Paulo, 1994.

MONIZ, C. **Visualização espacial na perspectiva da Epistemologia Genética.** 2013. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Faculdade de Educação, 2013. Disponível em: <<https://www.lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/71275/000879207.pdf?sequence=1>>. Acesso em 04 abr. 2018.

OLIVEIRA, G.W. B. **Épura ao vídeo: desenvolvimento e uso de um aplicativo para o trabalho com geometria descritiva.** 2016. 109 p. Dissertação (Mestrado em Educação, Contextos Contemporâneos e Demandas Populares), Instituto de Educação/Instituto Multidisciplinar, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, RJ. 2016.

OLIVEIRA, L. L.; VELASCO, A. D. **O ensino de geometria nas escolas de nível médio da rede pública da cidade de Guaratinguetá.** 2007. Disponível em: http://www.exatas.ufpr.br/portal/docs_degraf/artigos_graphica/OENSINO.pdf. Acesso em: 15 nov. 2014.

PRESMEG, N. **Visualization in high school mathematics.** For the Learning of Mathematics, 6(3), 42-46, 1986.

PAVANELLO, R. M. **Por que ensinar/aprender Geometria?** Disponível em: http://www.miltonborba.org/CD/Interdisciplinaridade/Anais_VII_EPEM/mesas_redondas/mr21-Regina.doc. Acesso em: 01 dez. 2017.

PITTALIS, M.; CHRISTOU, C. **Types of Reasoning in 3D Geometry Thinking and Their Relations with Spatial Ability.** Educational Studies in Mathematics, 75, 191-212, 2010.

ROGENSKI, M. L. C.; PEDROSO, S. M. D. **O Ensino da Geometria na Educação Básica: realidade e possibilidades.** 2009. Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/44-4.pdf>. Acesso em: 08 jul. 2014.

SANTOS, R. T.; BAIRRAL, M. A. Aspectos emergentes na construção do conceito de polígono por alunos do 6º ano de uma escola pública. **Vidya**, v. 35, n. 1, p. 26, 2015.

SETTIMY, T. F. O. **Elaboração e análise de atividades de visualização em Geometria 3D utilizando recursos convencionais.** 2014. 34 f. Monografia – Departamento de Matemática, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, 2014.

SILVEIRA, Ê.; MARQUES, C. **Sistema de Ensino Luz do Saber: Matemática.** 9º ano. Recife, Ed. Construir, 2007.

SOUZA, J. R.; PATARO, P. R. M. **Vontade de saber matemática.** 6º ano. 3ª ed. São Paulo: FTD, 2015.

SPINILLO, A.G.; LAUTERT, S. L. Pesquisa-intervenção em psicologia do desenvolvimento cognitivo: princípios metodológicos, contribuição teórica e aplicada. In. CASTRO, L. R.de;

BESSET, V.L.(Orgs). **Pesquisa-intervenção na infância e juventude**. Rio de Janeiro: Trarepa/FAPERJ, 2008. P. 295-321.

SUSILAWATI, W.; SURYADI, D.; DAHLAN, J. A. The Improvement of Mathematical Spatial Visualization Ability of Student through Cognitive Conflict. **International Electronic Journal of Mathematics Education**, v. 12, n. 2, p. 155-166, 2017.

VELOSO, E. **Geometria: Temas Actuais**. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional, 1998.

ZIMMERMANN, W.; CUNNINGHAM, S. Editor's Introduction: What is mathematical visualization? In: ZIMMERMANN, W.; CUNNINGHAM, S. (Orgs). **Visualization in Teaching and Learning Mathematics** (pp 1-7). Washington: MAA, 1991.

APÊNDICES

Apêndice A: Sugestão de plano de aulas

Aula 1

1º Momento – Aplicação da Ficha de questões 1

2º Momento – Discussão sobre as formas geométricas espaciais encontradas na natureza e em objetos feitos pelo homem

3º Momento – Conceituar poliedros e não poliedros utilizando materiais concretos e planificações

4º Momento – Aplicação das Atividades 1 e 2

5º Momento – Aplicação da Ficha de questões 2

Aula 2

1º Momento – Conceituar paralelepípedo e cubo utilizando materiais concretos e planificações

2º Momento – Aplicação das Atividades 4 a 8

Aula 3

1º Momento – Conceituar prismas e pirâmides utilizando materiais concretos e planificações

2º Momento – Aplicação das Atividades 10 a 14

3º Momento – Conceituar cilindro, cone e esfera utilizando materiais concretos e planificações, ressaltando que a esfera não possui planificação

4º Momento – Discutir a diferença entre poliedro e não poliedro

5º Momento – Aplicação das Atividades 15 a 17

Aula 4

1º Momento – Conceituar vista e os diferentes tipos de vistas, ressaltando suas representações

2º Momento – Aplicação das Atividades 19, 20 e 22 (trabalhar outras atividades semelhantes que explorem a associação de figuras às vistas do objeto)

Aula 5

1º Momento – Aplicação da Atividade Vista das figuras espaciais

2º Momento – Discutir a atividade por meio do vídeo

Aula 6

1º Momento – Atividade 21 (sugestão: aplicar atividades com pilhas de cubos menores)

2º Momento – Atividade Vistas da casa

Apêndice B: Ficha de questões 1

Nome: _____

Ficha de questões 1

Questão 1: Escreva o que você entende por forma geométrica espacial e dê exemplo com um desenho.

Questão 2: Desenhe um objeto que, na sua opinião, não seja uma figura geométrica espacial.

Questão 3: Escreva o que você entende por poliedro e dê exemplo com um desenho.

Questão 4: Desenhe um objeto que, na sua opinião, não seja um poliedro.

Apêndice C: Ficha de questões 2

Nome: _____

Ficha de questões 2

A partir do que foi visto na aula, e do que escreveu sobre poliedro, o que você escreveria novamente sobre poliedro?

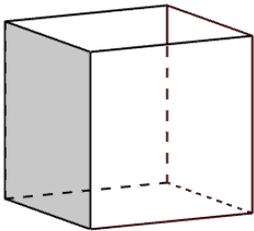
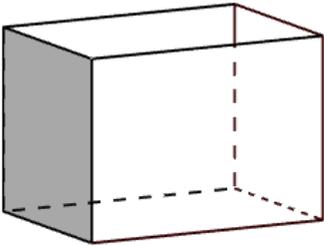
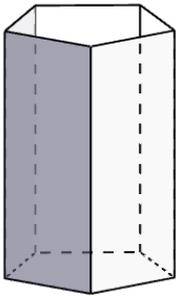
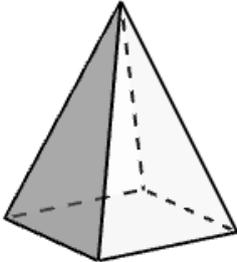
Qual atividade de hoje você mais gostou? Por quê?

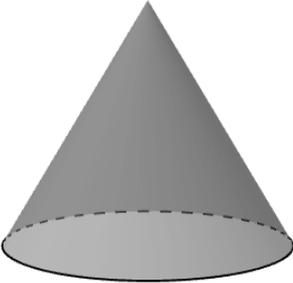
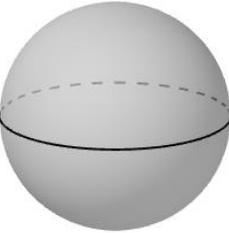
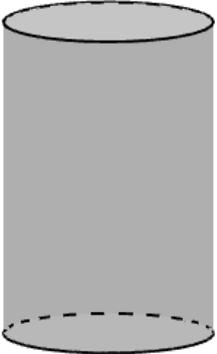
Apêndice D: Atividade – Vistas das figuras espaciais

Nome: _____

Atividade – Vista das figuras espaciais

Desenhe as vistas frontal, lateral e superior de cada uma das figuras espaciais. Considere a parte pintada sendo a frente.

Figura espacial	Vista frontal	Vista lateral	Vista superior
			
			
			
			

Apêndice E: Texto de divulgação dos resultados da pesquisa para a Prefeitura Municipal de Angra dos Reis e a E. M. Cacique Cunhãbebe

Relato dos resultados da pesquisa de Mestrado da professora Thaís Fernanda de Oliveira Settimy para a E.M. Cacique Cunhãbebe e a Prefeitura Municipal de Angra dos Reis

Este texto tem como objetivo realizar um relato a respeito dos resultados da pesquisa de Mestrado em Educação da professora Thaís Settimy realizada no ano de 2017 na Escola Municipal Cacique Cunhãbebe, sob a orientação do Prof. Dr. Marcelo Almeida Bairral da Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro.

O presente estudo teve como foco a visualização e objetivou a análise do aprendizado dos participantes em atividades de Geometria Espacial, utilizando recursos variados como papel e lápis, planificações articuladas, sólidos em acrílico e um vídeo gerado a partir do GeoGebra que foi exibido na TV do auditório da escola. Todos estes recursos estavam disponíveis na escola, com exceção das planificações articuladas que foram construídas pela professora.

A pesquisa foi desenvolvida na própria prática mediante uma intervenção pedagógica com atividades variadas. A implementação ocorreu ao longo do ano letivo de 2017 em uma turma de 6º ano do Ensino Fundamental da Escola Municipal Cacique Cunhãbebe, localizada no município de Angra dos Reis (RJ), com alunos de faixa etária entre 11 e 14 anos. A abordagem do conteúdo de Geometria Espacial foi orientada pelo livro didático adotado na escola.

A Geometria possibilita o desenvolvimento da experimentação, da representação e da argumentação como também estimula a imaginação e a criatividade. Assim, seu papel no currículo de Matemática deve ser refletido, pois muitas aulas ainda estão focadas na identificação e nomenclatura das formas planas e no uso de figuras estáticas, sendo que outros tipos de formas, principalmente as em três dimensões, aparecem em nosso cotidiano.

A visualização, como uma habilidade importante do pensamento matemático, consiste em um processo individual que não é inato e, portanto, precisa ser ensinado. A visualização foi entendida como um processo de formação de imagens que transitam entre as representações 2D e 3D mas sem priorizar uma delas. Essas imagens podem ser geradas sem que necessariamente o objeto esteja presente em nosso campo visual. Com isso, podem auxiliar na resolução de problemas e compreensão matemática. Por exemplo: imagine um cubo. Agora imagine esse cubo pendurado por uma de suas pontas (vértices). Cada indivíduo vai gerar a imagem desse

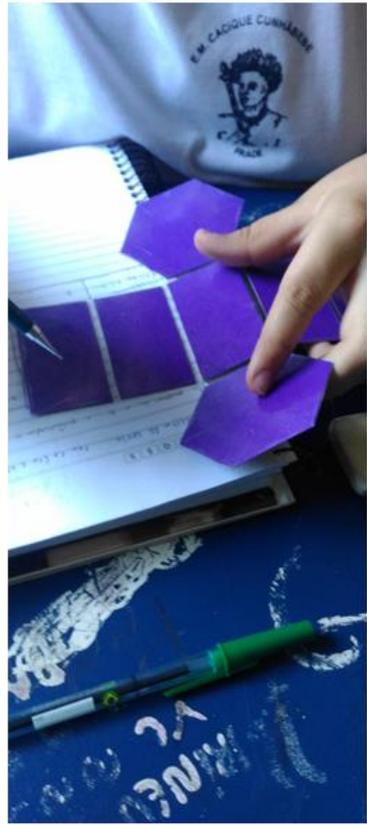
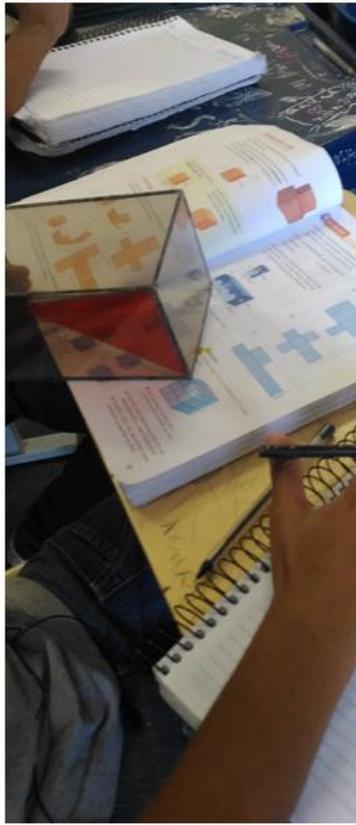
objeto conforme suas próprias experiências e esse processo de gerar a imagem do cubo e movimentá-lo mentalmente é o que chamamos de visualização.

Acreditamos que a utilização de recursos didáticos variados em sala de aula traz diferentes contribuições de modo a estimular e enriquecer o pensamento visual particular de cada sujeito. Todavia, é importante ressaltar que não é apenas a elaboração de tarefas com a utilização de recursos que garantirá o aprimoramento na visualização dos alunos.

É imprescindível que a dinâmica de aula seja interativa de modo que os sujeitos possam constantemente comunicar suas formas (representar, descrever, construir, manipular etc.) de raciocinar visualmente. Resultados revelaram duas categorias de análise intituladas de Dificuldades e Descobertas, ambas atreladas às habilidades de Geometria 3D envolvidas em atividades vivenciadas por eles, o que mostra a necessidade de implementação de atividades que explorem mais o raciocínio visual no currículo de Matemática. Este trabalho contribuiu para que os estudantes tivessem contato com diversos recursos didáticos, contribuindo para o aprendizado geométrico e um contato caloroso com a Matemática, em particular a Geometria.

Os discentes consideraram que os recursos utilizados possibilitaram um aprendizado em Geometria que permitiu o movimento e exploração das formas, sendo possível visualizá-las tanto nos materiais manipuláveis quanto no GeoGebra. Também destacaram que aprender Geometria se tornou muito mais prazeroso com estes materiais. A pesquisa não teve como foco um material em particular e com isso foi possível que os estudantes explorassem as potencialidades de cada um, utilizando-os conforme sua preferência.

A seguir estão ilustradas algumas imagens registradas dos alunos durante a realização das atividades. Agradeço à Prefeitura Municipal de Angra dos Reis por autorizar a realização desta pesquisa e à equipe diretiva da escola pelo apoio e por possibilitar a realização deste trabalho.



ANEXOS

ANEXO A – Atividades 1 e 2

1. Uma loja oferece as seguintes embalagens para presentes.

I)  II)  III)  IV)  V) 

Quais dessas embalagens podem ser associadas a poliedros? E a não poliedros? **II e III; I, IV e V**

2. Escreva o nome de três objetos que podem ser associados a poliedros e de três que podem ser associados a não poliedros. *Resposta pessoal.*



ANEXO B – Atividades 4 a 8

4. Escreva o nome de cinco produtos, encontrados em supermercados, cujas embalagens tenham a forma de paralelepípedo.

Resposta pessoal.

5. Em um paralelepípedo, qual o número de:

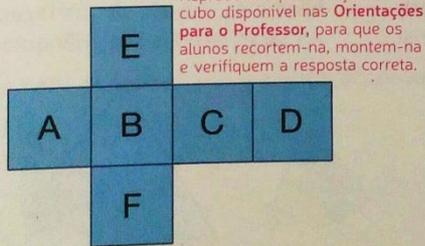
- a) faces? **6 faces** c) vértices? **8 vértices**
 b) arestas? **12 arestas**

6. A embalagem representada a seguir pode acondicionar 12 caixinhas de leite. Determine as dimensões internas dessa embalagem.

36 cm, 21 cm e 16 cm O nome do produto que aparece nesta página é fictício.



7. A figura a seguir é uma planificação utilizada para construir um cubo.

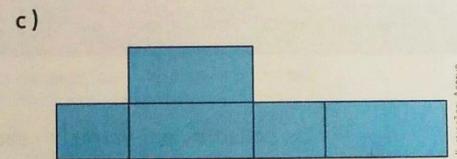
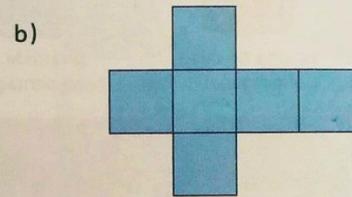
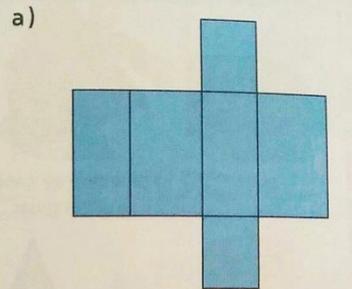
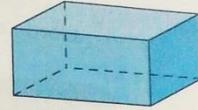


Reproduza a planificação do cubo disponível nas **Orientações para o Professor**, para que os alunos recortem-na, montem-na e verifiquem a resposta correta.

Dentre os cubos a seguir, qual foi construído a partir da planificação apresentada? **c**

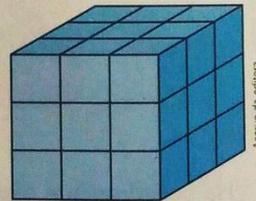
- a) c)
 b) d)

8. Qual das figuras a seguir corresponde à planificação do paralelepípedo ao lado?



9. Desafio

A pilha a seguir foi construída com 27 cubos iguais.

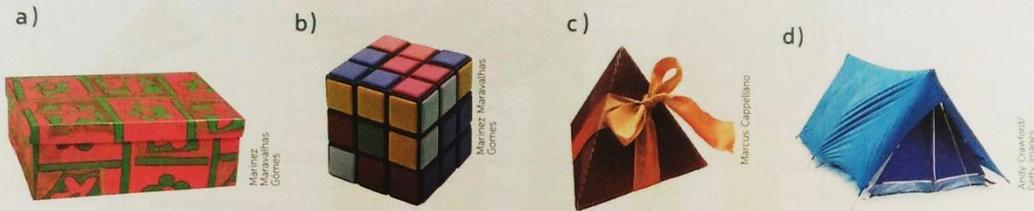


Para a atividade, considere toda a superfície da pilha, incluindo sua base.

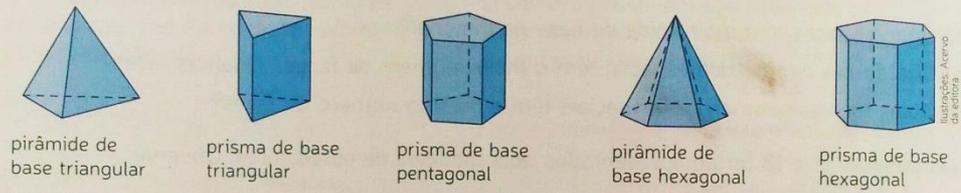
- a) Quantos cubos apresentam três de suas faces compondo a superfície da pilha? **8 cubos**
 b) Quantos cubos não apresentam faces compondo a superfície da pilha? **1 cubo**

ANEXO C – Atividades 10 a 12

10. Quais dos itens apresentam imagens que podem ser associadas a prismas? E quais podem ser associadas a pirâmides? *prismas: a, b, d; pirâmide: c*



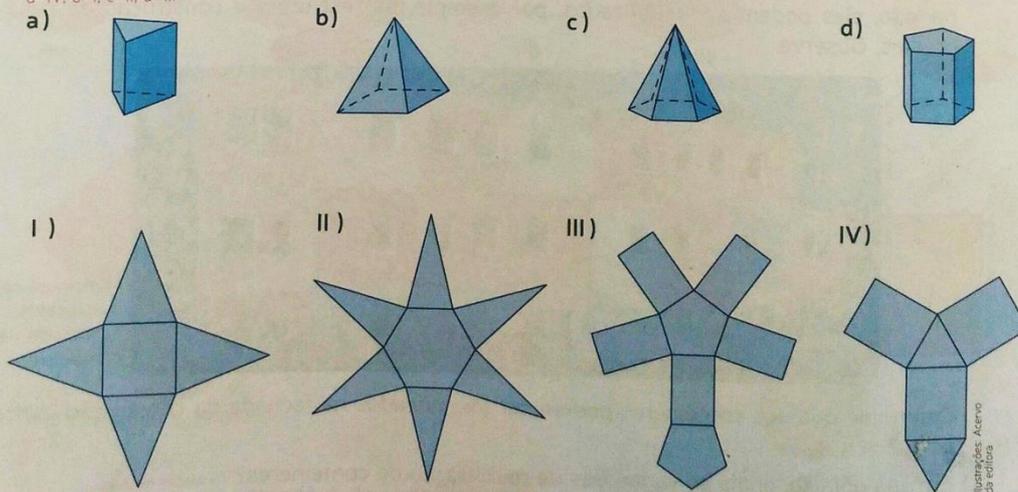
11. Observe os poliedros. Reproduza as páginas que se encontram nas **Orientações para o Professor** que contém as planificações das formas geométricas apresentadas na atividade 11. Solicite aos alunos que se reúnam em grupos e entreguem a cada grupo as planificações para que montem e manipulem as figuras a fim de realizar a atividade.



Desenhe, em seu caderno, um quadro como o representado a seguir. Depois, determine o número de faces, de arestas e de vértices de cada poliedro. *Resposta no final do livro.*

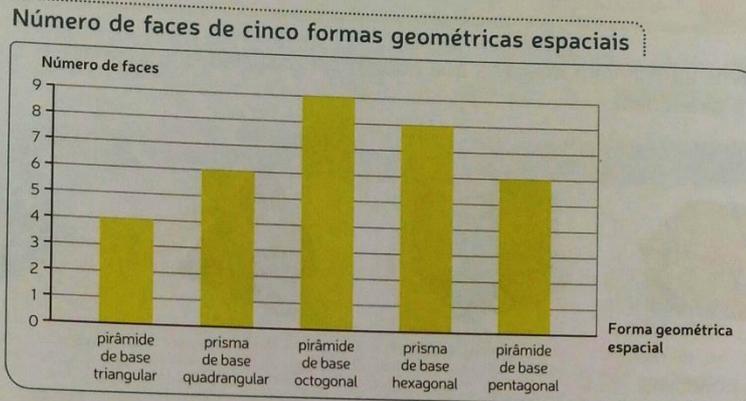
Poliedro	Número de faces	Número de arestas	Número de vértices
Pirâmide de base triangular	4		

12. Associe cada poliedro à sua planificação, escrevendo a letra e o símbolo romano correspondentes. *a-IV; b-I; c-II; d-III*



ANEXO D – Atividades 13 e 14

13. Veja o gráfico e responda às questões.



- Quantas faces tem a pirâmide de base pentagonal? **6 faces**
- Qual forma geométrica espacial tem o maior número de faces? Quantas faces?
pirâmide de base octogonal; 9 faces
- Quais formas geométricas espaciais têm o mesmo número de faces?
prisma de base quadrangular e pirâmide de base pentagonal

14. Nas páginas 12 e 13 foram apresentados dois modelos de contêineres. Observe.



Contêiner-tanque.



Contêiner comum.

- Qual desses modelos de contêineres pode ser associado a um prisma? Escreva o nome desse prisma. **contêiner comum; paralelepípedo**
- Em média, os contêineres possuem vida útil de 8 anos para a utilização náutica. Após esse período, eles podem ser reutilizados, por exemplo, na estrutura e construção de casas e prédios. Observe.



Modelo de casa sustentável construída com contêineres.

Determine quantos contêineres podem ser identificados na fachada da construção indicada acima. **24 contêineres**

ANEXO E – Atividades 15 a 17

15. Em relação à forma dos elementos que aparecem nas imagens a seguir, classifique-os em cone, cilindro ou esfera.

a)

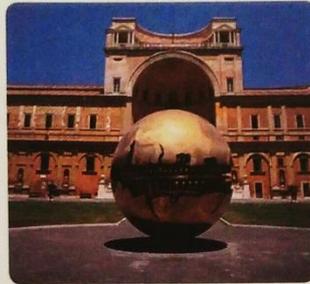
cilindro



Silos para armazenamento de grãos.

b)

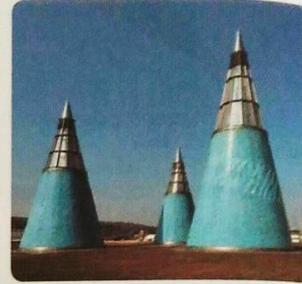
esfera



Escultura no jardim do Vaticano, em Roma, na Itália, na década de 1990.

c)

cone



Torres de iluminação em Bonn, na Alemanha, no ano 2009.

16. Cite cinco objetos cujas formas podem ser associadas a esferas. *Resposta pessoal.*

17. Leia o que Luiza está dizendo.



- a) Qual peça, ao ser colocada no topo da rampa, independentemente da posição, não vai rolar? Por que isso ocorre? *O cubo, pois toda a sua superfície é formada por partes planas.*
- b) Qual peça, ao ser colocada no topo da rampa, independentemente da posição, vai rolar? Por que isso ocorre? *A esfera, pois sua superfície não possui nenhuma parte plana.*

ANEXO F – Atividades 19 a 21

19. Luciano fotografou, a partir de diferentes vistas, o computador abaixo.



Escreva a que vista corresponde cada uma das fotografias abaixo.



vista lateral esquerda



vista superior



vista frontal

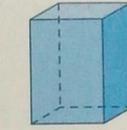


vista lateral direita

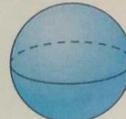
20. Qual das formas geométricas espaciais a seguir tem a mesma representação, qualquer que seja a vista? esfera



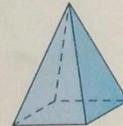
cilindro



paralelepípedo



esfera



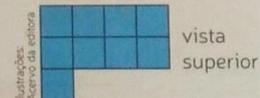
pirâmide

Ilustrações: Acervo da editora

21. Veja uma pilha composta de 26 cubos.



Observe a vista superior dessa pilha e desenhe cada uma das outras vistas indicadas.



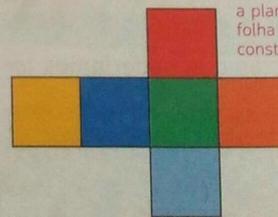
Ilustrações: Acervo da editora

vista superior

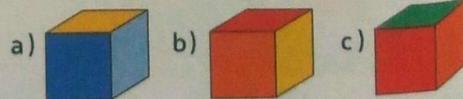
22. Desafio

Observe a planificação de uma caixa de formato cúbico.

Se necessário, peça aos alunos que copiem a planificação em uma folha de papel e construam a caixa.



Qual das caixas pode ser construída a partir dessa planificação? b



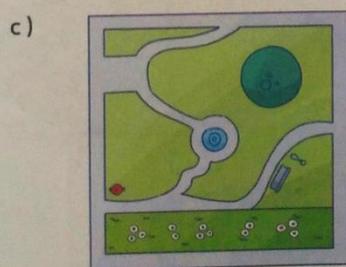
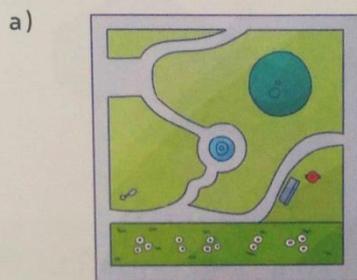
Ilustrações: Acervo da editora

ANEXO G – Atividade 23

23. Observe uma praça.



Qual das figuras a seguir representa a vista superior da praça? c



Ilustrações: Waldemar Neto

ANEXO H – Habilidades relacionadas à unidade temática de Geometria do 6º ano na Base Nacional Curricular Comum

<p>(EF06MA16) Associar pares ordenados de números a pontos do plano cartesiano do 1º quadrante, em situações como a localização dos vértices de um polígono.</p>
<p>(EF06MA17) Quantificar e estabelecer relações entre o número de vértices, faces e arestas de prismas e pirâmides, em função do seu polígono da base, para resolver problemas e desenvolver a percepção espacial.</p>
<p>(EF06MA18) Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e classificá-los em regulares e não regulares, tanto em suas representações no plano como em faces de poliedros.</p>
<p>(EF06MA19) Identificar características dos triângulos e classificá-los em relação às medidas dos lados e dos ângulos.</p>
<p>(EF06MA20) Identificar características dos quadriláteros, classificá-los em relação a lados e a ângulos e reconhecer a inclusão e a intersecção de classes entre eles.</p>
<p>(EF06MA21) Construir figuras planas semelhantes em situações de ampliação e de redução, com o uso de malhas quadriculadas, plano cartesiano ou tecnologias digitais.</p>
<p>(EF06MA22) Utilizar instrumentos, como réguas e esquadros, ou <i>softwares</i> para representações de retas paralelas e perpendiculares e construção de quadriláteros, entre outros.</p>
<p>(EF06MA23) Construir algoritmo para resolver situações passo a passo (como na construção de dobraduras ou na indicação de deslocamento de um objeto no plano segundo pontos de referência e distâncias fornecidas etc.).</p>