UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

ARQUITETANDO COM ALUNOS DO ENSINO MÉDIO ARGUMENTOS SOBRE QUADRILÁTEROS EM UM AMBIENTE VIRTUAL COM GEOGEBRA.

FELIPE DE JESUS RIBEIRO MARQUES

2019

UFRRJ
UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO

UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

FELIPE DE JESUS RIBEIRO MARQUES

ARQUITETANDO COM ALUNOS DO ENSINO MÉDIO ARGUMENTOS SOBRE QUADRILÁTEROS EM UM AMBIENTE VIRTUAL COM GEOGEBRA.

Sob a orientação do professor Doutor

Marcelo Almeida Bairral

Dissertação submetida como requisito parcial para obtenção do grau de **Mestre em Educação em Ciências e Matemática**, no Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática.

Seropédica, RJ
Abril de 2019

Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
Biblioteca Central / Seção de Processamento Técnico

Ficha catalográfica elaborada
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

Marques, Felipe de Jesus Ribeiro, 1988-
M357a Arquitetando com Alunos do Ensino Médio Argumentos sobre Quadriláteros em um Ambiente Virtual com GeoGebra / Felipe de Jesus Ribeiro Marques. - Seropédica, 2019.
106 f.: il.

Orientador: Marcelo Almeida Bairral.
Dissertação(Mestrado). -- Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática/Educação em Ciências e Matemática, 2019.

1. Argumentação. 2. Quadriláteros. 3. Ambiente de Geometria Dinâmica. 4. VMTcG. I. Bairral, Marcelo Almeida, 1969-, orient. II Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro. Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática/Educação em Ciências e Matemática III. Título.

UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

FELIPE DE JESUS RIBEIRO MARQUES

Dissertação submetida como requisito parcial para obtenção do grau de **Mestre em Educação em Ciências e Matemática** no curso de Pós-Graduação em Ciências e Matemática, Área de concentração: Ensino e Aprendizagem em Ciências e Matemática.

Dissertação aprovada em 29 /04 /2019

EXAMINADORES

____
Profº Drº Marcelo Almeida Bairral - UFRRJ

____
Profª Drª Janete Bolite Frant - UFRJ

____
Profº Drº Benjamin Carvalho Teixeira Pinto - UFRRJ

AGRADECIMENTOS

Sempre informo que essa dissertação nunca foi fruto de uma pessoa só, pois tive ajuda de muitos durante a caminhada. Agora, então, é o momento que tenho a enorme satisfação de agradecer:

A **DEUS**, pela minha vida, por sempre me dar forças, saúde e sabedoria.

A CAPES, pois o presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001 - This study was financed in part by the Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Finance Code 001.

Ao meu professor e orientador **Marcelo Bairral** que dedicou e dedica seu tempo passando informações preciosas, experiências para minha formação profissional e pessoal. Agradeço também pela enorme paciência e carinho comigo.

A **todos os professores do PPGEduCIMAT** que sempre me acolheram muito bem nas aulas e por me ajudarem em mais uma etapa profissional.

Aos professores **Janete Bolite Frant** e **Benjamin Carvalho Teixeira Pinto** por aceitarem fazer parte da banca da qualificação e da defesa, com sugestões, críticas e apontamentos, essenciais para o desenvolvimento desse trabalho.

À minha mãe **Marinalva** que me deu e dá incondicionalmente apoio, confiança, carinho, amizade e, em especial, seu amor que me fortalece cada vez mais.

À minha noiva e futura esposa **Camila** pela ajuda nos trabalhos, paciência, incentivo, carinho e amor que tem por mim, o que me deixa cada vez mais apaixonado.

Aos meus colegas e amigos, em especial **Vinícius** e **Thaís** pelo incentivo para ingressar no mestrado, revisões e principalmente os conselhos. Também não posso esquecer os colegas e amigos **Darling e Arlen** por me ajudaram na pesquisa, me alegrar e pelos incentivos e conselhos.

Aos **colegas da turma 2017 do PPGEduCIMAT** pelo belo e enorme café da manhã e lanches compartilhados, trocas de ideias, risadas, discussões e amizade que foi construída durante esses dois anos.

Aos **colegas dos grupos de pesquisa do GEPETICEM** pelas maravilhosas discussões, compartilhamento de experiências e sábias dicas que ajudaram meu desenvolvimento no meio acadêmico.

A **direção do CIEP 111** Gelson Freitas pelo apoio para realização da minha pesquisa com os alunos do colégio.

Aos **alunos** que contribuíram na participação da pesquisa, na dedicação e esforço nas atividades e na felicidade de saber que gostaram dos encontros no *Virtual Math Teams*.

A **todos** que, de alguma forma, dedicaram seu tempo, compartilharam experiências para minha formação ou algum aprendizado para minha vida, meu carinho e agradecimento.

RESUMO

MARQUES, F. J. R.. **Arquitetando com Alunos do Ensino Médio Argumentos sobre Quadriláteros em um Ambiente Virtual com GeoGebra,** 2019. 117p**.** Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática). Instituto de Educação / Instituto Multidisciplinar, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, RJ. 2019.

O uso de ambiente de geometria dinâmica (AGD) pode favorecer a compreensão de conceitos matemáticos por meio da experimentação e investigação, e também pode auxiliar na elaboração e na construção de argumentos matemáticos. Todavia, sua utilização em situações que preconizem interações *online* ainda é pouco pesquisada na educação matemática brasileira. Esta pesquisa tem como foco trabalhar no ambiente *Virtual Math Teams* com GeoGebra (VMTcG) visando à análise de argumentos em atividades sobre quadriláteros por alunos do Ensino Médio de uma Escola Pública do Estado do Rio de Janeiro. As atividades foram implementadas no segundo semestre de 2017 em encontros *online* ocorridos semanalmente. Os dados foram coletados no próprio ambiente VMTcG, por meio de tabelas e planilhas ou pelo VMT *player*. Ao longo das interações notamos que os discentes tinham dificuldades em produzir justificativas, explicações e argumentos para fundamentar suas ideias. Foram observados quatro tipos de argumentos: informais, generalistas, não generalistas e condicionais. A valorização de cada um é importante para o entendimento diferenciado de conceitos e propriedades matemáticas. Para que isso ocorra precisamos ter cuidado na elaboração das atividades e de seus objetivos. É importante trabalhar em tarefas que valorizem os argumentos dos estudantes, pois estaremos estimulando um aprendizado mais dialógico, diferente de apenas memorizar propriedades. Como produto a dissertação gerou o material curricular *online* com a atividade pipa.

Palavras-chave: Argumentação; Quadriláteros; Ambiente de Geometria Dinâmica; VMTcG.

ABSTRACT

MARQUES, F.J. R.2019. 72 p. **Architecting with High School Students Arguments about Quadrants in a Virtual Environment with GeoGebra**. 2019.117 p. Dissertation (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática). Instituto de Educação / Instituto Multidisciplinar, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, RJ.

The use of a dynamic geometry environment (DGE) can favor the understanding of mathematical concepts through experimentation and investigation, and can also aid in the elaboration and construction of mathematical arguments. However, its use in situations that predict online interactions is still little researched in Brazilian mathematics education. This research aims to work in the Virtual Math Teams environment with GeoGebra (VMTcG) aiming at the analysis of arguments in activities on quadrilaterals by high school students of a Public School in the State of Rio de Janeiro. The activities were implemented in the second half of 2017 in weekly online meetings. The data were collected in the VMTcG environment itself, through tables and spreadsheets or through the VMT player. Throughout the interactions we noticed that the students had difficulties in producing justifications, explanations and arguments to base their ideas. Four types of arguments were observed: informal, generalist, non-generalist, and conditional. The valuation of each one is important for the differential understanding of mathematical concepts and properties. For this to occur we must be careful in the elaboration of activities and their objectives. It is important to work on tasks that value students' arguments, as we will be stimulating a more dialogic learning, different from just memorizing properties. As a educational material the dissertation generated an online curricular material with the kite task.

Keywords: Argumentation; Quadrilaterals; Dynamic Geometry Environment; VMTcG.

Lista de Figuras

Lista de quadros

Lista de tabela

Lista de anexos

Lista de apêndices

Lista de abreviaturas e siglas

AGD -Ambiente de Geometria Dinâmica

AVA – Ambiente Virtual de Aprendizagem

BOLEMA -Boletim de Educação Matemática

CIEP – Centro Integrado de Educação Pública

EUA - Estados Unidos da América

GEPEM - Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática

GEPETICEM – Grupo de Estudos e Pesquisas das Tecnologias da Informação e Comunicação em Educação Matemática

HTML –*HyperTextMarkupLanguage*

JIEEM - Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática

MEA – Modelo da Estratégia Argumentativa

NSF –*National Science Foundation*

PPGEduCIMAT -Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática

REVEMAT -Revista Eletrônica de Educação Matemática

UFRRJ - Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro

VMT – *Virtual Math Teams*

VMTcG -*Virtual Math Teams* com GeoGebra

MCEO – Materiais Curriculares Educativos *Online*

Sumário

Introdução

A matemática é uma disciplina na qual os discentes costumam ter dificuldades em seu aprendizado. Além disso, ensiná-la, muitas vezes, é feito de forma estática, pouco instigante e com muitos exercícios, tornando as aulas mecânicas e pouco atrativas. Assim, partir da mudança de uma metodologia de ensino clássico da matemática, de representação estática, para uma metodologia mais dinâmica que use as tecnologias digitais e outros recursos manipulativos é importante.

A construção de determinado conceito matemático não é feita simplesmente por meio da memorização, mas por interações que propiciem o desenvolvimento do conhecimento, ou seja, um processo no qual o professor apresente práticas que promovam evolução conceitual. Uma maneira de concretizar essa prática interativa pode ser mediante a produção de argumentos. Nessa perspectiva, Marques e Bairral (2014, p. 68) dizem que a construção de conceito não é feita por "decoreba", mas por meio de um processo de apropriação realizado por contínuas interações feitas pelo sujeito, quer seja individual ou coletivamente. Para tanto, o docente poderá criar práticas para que o discente desenvolva dialogicamente os conceitos.

No trabalho monográfico[1] (MARQUES, 2014) analisamos atividades de geometria plana no *Virtual Math Teams* com GeoGebra (VMTcG) com discentes de Licenciatura em matemática da UFRRJ, apreciação em que notamos as dificuldades em construir justificativas dessas tarefas. Vale ressaltar que a referida pesquisa foi fruto da iniciação científica no projeto Observatório da Educação e no Grupo de Estudos e Pesquisas das Tecnologias da Informação e Comunicação em Educação Matemática –GEPETICEM-, pesquisa que visava estudar as contribuições do uso do *software* GeoGebra em situação presencial e no VMTcG na aprendizagem da matemática.

Na dissertação continuamos a pesquisa no VMTcG com objetivo no desenvolvimento da argumentação e o propósito em responder as seguintes questões: Que tipo de argumentos podem ser observados na realização síncrona de atividades sobre quadriláteros com GeoGebra? De que forma o uso do ambiente virtual colaborativo pode contribuir na (re)construção de argumentos? Tais perguntas foram consideradas a partir do trabalho desenvolvido com alunos do Ensino Médio em atividades abertas de cunho exploratório e investigativo. Articulados a esses questionamentos desenvolvemos como objetivos específicos a elaboração e execução de

[1] Na dissertação optei pelo uso da primeira pessoa do plural, mesmo sendo meu trabalho, por reconhecer que muitas pessoas interagiram e me ajudaram com as ideias aqui colocadas.

atividades sobre quadriláteros (conceitos e propriedades), a identifição e análise de argumentos compartilhados no ambiente virtual, a criação de um esquema de análise de argumentos no contexto interativo e a elaboração de material curricular educativo *online* (MCEO).

Além da introdução e das considerações finais, a dissertação possui cinco capítulos. No primeiro apresentamos um levantamento de artigos publicados em revistas da área de Educação Matemática no cenário nacional que apresentam contribuições ao objeto de nossa pesquisa, e auxiliaram, também, a fundamentação teórica e, além disso, serviram como orientação para a pesquisa ora proposta.

No segundo abordamos, de maneira objetiva, o ambiente virtual de aprendizagem -AVA- e o de geometria dinâmico -AGD-. Em seguida, falamos do ambiente VMTcG, em que discursamos a respeito de suas principais ferramentas e como acessar as salas, entre outras informações pertinentes.

No terceiro apresentamos o conceito de argumentação, contextos arquitetados com auxílio dos AGD e discutimos sobre alguns modelos de análise de argumentos, pois, e a partir daí, propomos um esquema de análise de argumentos no contexto do VMTcG.

No quarto capítulo tratamos a organização, a abordagem e a caracterização de nosso trabalho e mostramos, também, de que maneira realizamos a coleta de dados no ambiente do VMTcG.

No quinto abordamos a análise de três atividades realizadas no VMTcG com alunos do Ensino Médio de uma escola pública do Estado do Rio de Janeiro, ocasião em que os discentes promoveram a resolução *online* da construção, observação e argumentação das tarefas propostas.

Capítulo I - Conectando: Capturando algumas pesquisas.

Nesse capítulo apresentamos um levantamento de investigações publicadas em revistas da área de Educação Matemática que trazem contribuições ao objeto de nossa pesquisa e que auxiliaram, também, a fundamentação teórica.

1.1 Estruturando e organizando

Com o objetivo de averiguar pesquisas com temáticas relacionadas ao presente trabalho fizemos um levantamento de artigos em alguns dos principais periódicos eletrônicos em Educação Matemática do Brasil[2], e, para facilitar nossas pesquisas, delimitamos algumas palavras-chave e o período dos trabalhos publicados nas referidas revistas. As palavras-chave que buscamos foram: ambiente virtual, *Virtual Math Teams* com GeoGebra (VMTcG)[3], quadrilátero,s e por fim, argumentação[4]. O período que buscamos tais artigos foi de 2013 até o segundo semestre de 2018, por ser um intervalo de tempo atual para o presente trabalho. Ocorreram nas seguintes revistas eletrônicas: Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo[5], Educação Matemática Pesquisa[6], JIEEM[7], Boletim GEPEM[8], BOLEMA[9], Vidya[10], Educação Matemática em Revista[11], Zetetiké[12], REVEMAT[13], Perspectivas da Educação Matemática[14], Revista paranaense de Educação Matemática [15]e Hipátia[16]. As buscas compreendem o perído de fevereiro a outubro de 2018. A seguir apresentamos a organização dos dados pelas pesquisas das palavras-chave.

---

[2]Os periódicos podem ser encontrados no seguinte link: http://www.sbembrasil.org.br/sbembrasil/index.php/95-periodicos/117-periodicos.

[3]Buscamos essa palavra-chave com algumas variações. Inicialmente por *Virtual MathTeams* e por VMT, em seguida por *Virtual MathTeams* com GeoGebra e por VMTcG.

[4] Variamos também essa palavra-chave em argumentação e argumentos.

[5] Disponível em http://revistas.pucsp.br/IGISP Acessado em 17 de junho de 2018.

[6] Disponível em http://revistas.pucsp.br/emp Acessado em 17 de junho de 2018.

[7] Disponível em http://pgsskroton.com.br/seer//index.php/JIEEM Acessado em 17 de junho de 2018.

[8] Disponível em http://www.ufrrj.br/SEER/index.php?journal=gepem Acessado em 17 de jun. de 2018.

[9] Disponível em http://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/Acessado em 17 de junho de 2018.

[10] Disponível em https://periodicos.unifra.br/index.php/VIDYA/index Acessado em 17 de junho de 2018.

[11] Disponível em http://www.sbembrasil.org.br/revista/index.php/emr Acessado em 17 de junho de 2018.

[12] Disponível em https://www.fe.unicamp.br/publicacoes/periodicos/zetetike Acessado em 17 de junho de 2018.

[13] Disponível em < https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat> Acessado em 17 de junho de 2018.

[14] Disponível em http://seer.ufms.br/index.php/pedmat Acessado em 17 de junho de 2018.

[15] Disponível em http://www.fecilcam.br/revista/index.php/rpem/search/results Acessado em 17 de junho de 2018.

[16] Disponível em http://ojs.ifsp.edu.br/index.php/hipatia%20 Acessado em 17 de junho de 2018.

Tabela 1: Organização de levantamento bibliográfico por revistas nacionais de Educação Matemática

Revistas	**Palavras-Chave**			
	Ambiente Virtual	Virtual MathTeams (VMTcG)	Quadriláteros	Argumentação
Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo	1	1	4	0
Educação Matemática Pesquisa	3	0	0	5
JIEEM	1	1	0	2
Boletim GEPEM	2	1	1	2
BOLEMA	8	0	4	7
Vidya	2	0	2	3
Educação Matemática em Revista	3	2	0	0
Zetetiké	2	1	1	0
REVEMAT	4	0	2	3
Perspectivas da Educação Matemática	2	1	0	4
Revista paranaense de Educação Matemática	5	0	1	1
Hipátia	1	0	0	0
Total	34	7	14	27

Fonte: Elaboração do autor

Posteriormente, realizamos um refinamento para selecionar alguns artigos encontrados nos periódicos nacionais a fim de consubstanciar nossa pesquisa metodologicamente ou com contribuições que pudessem evidenciar o aprendizado, relacionando o ambiente de geometria dinâmica -AGD- juntamente com as construções de argumentos ou de atividades com quadriláteros que exploravam a argumentação dos participantes. Dessa forma, fizemos uma análise dos trabalhos e selecionamos 15 artigos como ilustra os quadros 1 e 2. O quadro 1 é destinado aos trabalhos com a palavra-chave "argumentação" e o quadro 2 aos trabalhos com as demais palavras-chave.

Quadro 1: Organização dos trabalhos selecionados com a palavra-chave argumentação

Revista/ano	Autor(es)	Título do Artigo	Palavra-chave	Observações Importantes
Educação Matemática Pesquisa 2013	Nunes; Almouloud	O Modelo de Toulmin e a Análise da Prática da Argumentação em Matemática	Argumentação	O artigo teve como objetivo trabalhar a argumentação em três atividades de Geometria com discentes do Ensino Fundamental, em que foram analisados com modelo de Toulmin.
Viday 2013	Sheffer; Pasin	A Argumentação de Professores de Matemática Suscitada pelo uso de Softwares Dinâmicos: construindo significados	Argumentação	As pesquisadoras enfatizaram na valorização de argumentos, principalmente com utilização AGD com professores de Matemática do Ensino Fundamental e Médio.
Boletim GEPEM 2013	Martins; Mandarino	Argumentação, prova e demonstração em geometria: análise de coleções de livros didáticos dos anos finais do Ensino Fundamental	Argumentação	As autoras analisaram livros do 6° ao 9° ano do Ensino Fundamental, aprovados PNLD/2011, com relação de provas e demonstrações de conteúdos geométricos destes livros.
BOLEMA 2014	Junior; Nasser	Estudo sobre a Visão do Professor em relação à Argumentação e Prova Matemática na Escola	Argumentação	Ênfase nos questionários dados a professores para analisar duas atividades realizadas por alunos sobre argumentação e prova matemática, em que estes docentes valorizaram mais uma prova formal do que uma argumentação pragmática.
BOLEMA 2015	Costa; Santa-Clara	Apropriação como Produção Coletiva na Atividade e Internalização como Resultado desta Atividade: um exemplo de álgebra elementar na sala de aula	Argumentação	As pesquisadoras trabalharam com uma atividade de retas paralelas cortadas por uma transversal com uma turma do 7° ano do Ensino Fundamental, em que os discentes discutiram e refletiram sobre a equivalência álgebra da equação gerada pela tarefa.
BOLEMA 2015	Amado; Sanchez; Pinto	A Utilização do GeoGebra na Demonstração Matemática em Sala de Aula: o estudo da reta de Euler	Argumentação	Os autores trabalharam com o GeoGebra para auxiliar e estimular as verificações, as justificativas e as argumentações. Entretanto, os pesquisadores enfatizam na

				demonstração de maneira tradicional, ou seja, no papel e lápis.

Fonte: Elaboração do autor

Dos artigos selecionados destacamos alguns, como ilustrado no quadro anterior, cujas pesquisas trazem aspectos relevantes para nosso trabalho. A pesquisa realizada por Nunes e Almouloud (2013), que trabalharam com atividades de área e perímetros de figuras geométricas com alunos do quinto ano do Ensino Fundamental de uma escola pública de Belém do Pará, tinha como objetivo evidenciar a prática de argumentação como um método que auxilia a compreensão de conceitos matemáticos.

Na pesquisa foram realizadas três atividades, duas os pesquisadores trabalharam em sala de aula e a terceira no laboratório de informática. As atividades foram desenvolvidas em grupos, nos quais os pesquisadores valorizavam os discursos gerados por meio da resolução dos problemas matemáticos. Com esta proposta de trabalho, os autores destacaram que a prática da argumentação com noções de área e perímetros de figuras geométricas planas favoreceram os discentes produzirem e testarem conjecturas, juntamente com as ações dos pesquisadores. Tais fatores levaram, em consequência, os estudantes perceberem as relações e as propriedades matemáticas e, além disso, desenvolverem a linguagem matemática. Na parte teórica da pesquisa Nunes e Almouloud (2013) utilizaram o modelo de Toulmin[17] para analisar os argumentos produzidos pelos alunos no decorrer das tarefas efetivadas.

Scheffer e Pasin (2013) apresentam uma experiência ocorrida em um curso de formação continuada de professores de matemática que objetivava incentivar e valorizar a argumentação, o diálogo e a discussão de conceitos matemáticos em atividades exploratórias com *softwares* gratuitos de matemática. As discussões realizadas nas atividades de Geometria foram enriquecedoras para o desenvolvimento de questionamentos, trocas de informações e ideias que levaram a elaboração de argumentações. Dessa maneira, as autoras enfatizam a importância dos professores em valorizar e incentivar a argumentação no processo de ensino e aprendizagem de matemática, pois favorece os estudantes na construção de conceitos matemáticos com mais significado. Enfatizam também que o AGD possibilitou um aperfeiçoamento nas práticas pedagógicas tornando-as mais dinâmicas e sendo uma ferramenta facilitadora para o desenvolvimento de justificativas, verificações e, consequentemente, para construção de argumentos matemáticos.

[17] No capítulo III traremos mais informações sobre esse modelo.

No quadro 2 ilustramos as demais pesquisas com as palavras-chave: “ambiente virtual”, “VMTcG” e “quadriláteros”, em que destacamos alguns dos artigos.

Quadro 2: Organização dos trabalhos selecionados com outras palavras-chaves

Revista/ano	Autor(es)	Título do Artigo	Palavra-chave	Observações Importantes
Educação Matemática em revista 2014	Marques,Bairral	Futuros professores de Matemática Interagindo em um Ambiente Virtual com GeoGebra	Ambiente Virtual, VMTcG	Nesta pesquisa foram exploradas atividades de geometria no VMTcG , em que enfatizava a construção de justificativas pelos participantes
Perspectivas da Educação Matemática 2015	Bairral	Pesquisas em Educação Matemática com Tecnologias Digitais: algumas faces da interação	Ambiente Virtual, VMTcG	Neste trabalho o autor enfatizou a interatividade em ambiente de aprendizagem com tecnologias digitais, em que discutiu a questão da interação em quatro dimensões.
ZETETIkÉ 2016	Javaronti, Zampieri	Reflexões em Espaço Virtual de Formação de Professores de Matemática.	Ambiente Virtual	As pesquisadoras trouxeram um recorte de um curso de extensão semipresencial para professores de matemática, em que enfatizaram em uma atividade que abordou o Teorema de Pitágoras utilizando o GeoGebra.
Educação Matemática Pesquisa 2016	Bairral, Marques	Onde se localizam os pontos notáveis de um triângulo? Futuros professores de matemática interagindo no ambiente VMT com GeoGebra	Ambiente Virtual, VMTcG	Nesta pesquisa os autores trabalharam com uma atividade sobre os pontos notáveis de um triângulo, em que enfatizaram as interações e as justificativas realizadas pelos licenciandos em matemática realizada em um ambiente virtual com GeoGebra.
ZETETIKÉ 2016	Powell, Pazuch	Tarefas e justificativas de professores em ambientes virtuais colaborativos de geometria dinâmica	Ambiente Virtal, VMTcG, Quadriláteros	O artigo destaca sobre justificativas geométricas elaboradas por professores de matemática sem utilizar ferramentas de medição no ambiente virtual com GeoGebra, em que os docentes usaram propriedades geométricas para justificar as atividades.
Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo 2016 2017	Costa, Santos	Estudo dos quadriláteros notáveis por meio do GeoGebra: um olhar para as estratégias dos estudantes do 6º ano do ensino fundamental O uso do GeoGebra no ensino de quadriláteros notáveis: um estudo com alunos do 6º ano do ensino fundamental	Quadriláteros	Nos dois artigos basicamente relatam os mesmos procedimentos teóricos e metodológicos, a única distinção foram às tarefas diferentes, mas com mesma proposta. A pesquisa se passa com uma turma do sexto ano, em que foi trabalhado pensamento geométrico por três dimensões, com atividades com quadriláteros notáveis utilizando o GeoGebra.

Boletim GEPEM 2017	Barreira, Bairral	Que Quadrilátero é? Licenciandos em Matemática usando Propriedades Conhecidas no VMT com o GeoGebra	VMTcG, Quadriláteros	Neste artigo foi ilustrado interações de discente em licenciatura em matemática, em resolução de uma tarefa, que tinha o propósito de construir e analisar a natureza do quadrilátero gerado.
Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo 2017	Bairral, Barreira	Algumas particularidades de ambientes de geometria dinâmica na educação geométrica	Ambiente Virtal, VMTcG	Este trabalho traz informações importantes sobre especificidades do GeoGebra e do VMTcG, também evidencia a construção de uma classe de figura com as variâncias e invariâncias deste objeto geométrico, e o potencial deste programa para processos de prova.
REVEMAT 2017	Ferreira, Almouloud	Análise dos livros de Geometria indicados nos cursos de Licenciatura em Matemática	Quadriláteros	Os autores apresentam resultado de uma análise sobre livros mais utilizados de geometria plana nos cursos de Licenciatura em matemática, focados nas tarefas de provas e demonstrações envolvendo o conteúdo sobre quadriláteros.

Fonte: Elaboração do autor

No quadro acima destacamos seis artigos. O primeiro foi dos autores Marques e Bairral (2014) que trabalharam com uma atividade de Geometria em que destacaram as justificativas de futuros professores de matemática em um ambiente virtual conhecido como VMTcG. Tais justificativas foram construídas colaborativamente, a partir de suas conjecturas geradas com o GeoGebra integrado nesse ambiente. Os autores também destacaram que tipos de tarefas exploratórias e o aspecto dinâmico do VMTcG favoreceram os futuros professores a pensar e refletir a respeito das ideias emergentes deles e, com auxílio do *software* e da interação, os licenciandos perceberam propriedades geométricas e elaboraram justificativas para as ideias emergentes em suas manipulações.

Bairral (2015) abordou a questão da interação em quatro dimensões em ambientes virtuais com tecnologias digitais, que são: a interação como atividade cultural e cognitivamente situada, como atividade discursiva e colaborativa e em negociação constante, e como atividade sociocognitivamente corporificada. Em cada tipo de interação o pesquisador trouxe um exemplo para esclarecer sua teoria. Na primeira relatou a respeito de uma atividade em que solicitou aos futuros professores de matemática que definissem o conceito de medir. Cada participante contribuiu com pontos relevantes e, por meio da interação entre os partícipes, esse conceito foi articulado e aprimorado. No segundo intercâmbio o autor trouxe três discursos em um fórum no qual ilustrou três tipos de interação por meio dos discursos no ambiente, que são: argumentativa, com potencial argumentativo e informativo. No terceiro caso abordou a interação no VMTcG, sublinhado que a interação é uma ação comunicativa materializada com modos discursivos variados entre humanos ou entre humanos e não humanos. Por último, a interação em uma dimensão corporificada em atividades com dispositivos *touchscreen*, em que os participantes usam gestos para expressar ideias.

Na mesma perspectiva, Marques e Bairral (2014), Bairral e Marques (2016) discorreram a respeito de uma tarefa de geometria plana que abordava os conceitos dos pontos notáveis de um triângulo no ambiente virtual com GeoGebra e enfatizaram as justificativas elaboradas pelos futuros docentes em matemática. O diferencial desse trabalho foi a mesma atividade ser discutida por dois grupos em salas diferentes, haja vista que um dos grupos já possuía a figura construída pelos pesquisadores em sala, e a outra os participantes precisaram construí-la. O que ocorreu de diferente de um grupo para o outro foi a utilização das ferramentas do GeoGebra para verificação da validade de suas conjecturas, pois na sala em que já havia a figura construída os integrantes usufruíram mais dos utensílios que o programa dispunha para fazer suas observações, conjecturas e justificativas, enquanto os outros não.

A pesquisa de Arthur e Pazuch (2016) trouxe uma análise desenvolvida em um curso de formação continuada de professores dos anos finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio nos Estados Unidos, por meio de uma disciplina *online* no VMTcG[18].Os destaques foram dados às justificativas e à colaboração entre os integrantes, pois colaborativamente os três professores realizaram as construções geométricas, as conjecturas, as validações e as justificativas que foram baseadas nas propriedades dos objetos geométricos.

Barreira e Bairral (2017) apresentaram uma atividade feita por futuros professores de matemática no VMTcG, na qual era realizada a construção de um objeto geométrico e os participantes deveriam identificar que quadrilátero formava. Embora a atividade apresentada e trabalhada fosse de fácil resolução, por meio da interação entre os discentes e o GeoGebra, algumas descobertas consideráveis foram observadas. Segundo os autores, as interações no VMTcG em tarefas variadas geram descobertas diferentes, possibilitam a reflexão colaborativa *online*, o desenvolvimento de conceitos matemáticos, justificativas matemáticas, articulação de ideias, tempo de reflexão para o resgate de ideias matemáticas prévias ou para o surgimento de novas ideias matemáticas geradas e favorecidas pelo debate e a verificação dos diferentes registros.

---

[18] No artigo é utilizada utiliza a sigla VMTwG, pois significa em inglês *Virtual Math Teams with* GeoGebra.

Bairral e Barreira (2017) trazem especificidades do GeoGebra e do ambiente virtual VMTcG. No primeiro momento discutem a questão do arrastar que os AGD proporcionam, pois, esse ato, pode modificar a figura original ou não, isso dependerá da maneira que for construído o objeto geométrico. A partir do arrastar podemos diferenciar um desenho estático realizado com régua e compasso ao arquitetado no AGD por construção geométrica. Outra potencialidade do arrastar no GeoGebra é a visualização das variantes e invariantes e, além disso, os objetos geométricos podem ser analisados de maneira ascendente (da construção para a teoria) ou descendente (da teoria para a construção). Quando o GeoGebra está integrado no VMTcG assume um caráter coletivo e colaborativo com inscrição em diferentes espaços e mediação compartilhada, a natureza da tarefa proposta geralmente motiva os envolvidos a elaborar justificativas a partir das interações dos próprios integrantes e dos questionamentos gerados da atividade.

Embora tenhamos enfatizado nos artigos destacados nos quadros 1 e 2, aspectos que corroboraram com nosso trabalho e auxiliaram o referencial teórico, ressaltamos que todos os trabalhos selecionados nos quadros anteriores trouxeram tópicos importantes e também foram utilizados em nossa pesquisa.

O mapeamento que fizemos serviu para mostrar, no cenário nacional, o que está sendo produzido em relação ao uso de ambientes virtuais na Educação Matemática (incluindo o VMTcG) em atividades que trabalham com argumentação em matemática e em atividades sobre quadriláteros. Dessa maneira, o levantamento realizado nos periódicos nacionais serviu como norteador do que está sendo produzido para que possamos continuar na busca por inovação em nosso campo de atuação e assim sintetizamos as pesquisas selecionadas. Com relação à argumentação temos dois artigos destacados que têm por objetivos:

- Evidenciar a prática de argumentação como um método que auxilia a compreensão de conceitos matemáticos (NUNES; ALMOULOUD, 2013);
- Incentivar e valorizar a argumentação, o diálogo e a discussão de conceitos matemáticos (SCHEFFER; PASIN, 2013).

Relacionando a quadriláteros e a ambientes virtuais destacamos seis atigos que objetivam:

- Destacar as justificativas de futuros professores de matemática em um ambiente virtual conhecido com VMTcG (MARQUES; BAIRRAL, 2014; BAIRRAL; MARQUES, 2016);

- Abordar a interação em quatro dimensões em ambientes virtuais com tecnologias digitais (BAIRRAL, 2015);
- Analizar um curso de formação continuada de professores que atuam nos anos finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio nos Estados Unidos, por meio de uma disciplina *online* no VMTcG, nos quais os destaques foram as justificativas e a colaboração entre os integrantes (ARTHUR; PAZUCH 2016);
- Realizar a construção de um objeto geométrico e identificar que quadrilátero gerava, e isso ocorria no VMTcG com futuros professores de matemática (BARREIRA; BAIRRAL, 2017);
- Evidenciar as especificidades do GeoGebra e do VMTcG (BAIRRAL; BAIRREIRA, 2017).

No próximo capítulo falaremos sobre os ambientes virtuais de aprendizagens, os ambientes de geometria dinâmica e, por fim, o VMTcG.

Capítulo II: Acessando *Virtual Math Teams* com GeoGebra -VMTcG -

Nesse capítulo discorremos a respeito de ambiente virtual de aprendizagem -AVA-, posteriormente falamos do ambiente de geometria dinâmica -AGD- e apresentamos o VMTcG.

2.1 Ambiente Virtual de Aprendizagem – AVA.

Deparamos, na atualidade, com inúmeros ambientes virtuais como jogos, redes sociais, *sites* de noticias, aplicativos, *softwares*, entre outros. Porém, como podemos diferenciar um ambiente virtual de um AVA? A diferença é o intuito, o objetivo do espaço. Se o ambiente virtual tem por objetivo a aprendizagem do indivíduo naquele espaço, então podemos dizer que é um AVA. Bairral (2010, p. 2) explica que:

> [...] é importante diferenciar um cenário virtual e de um ambiente virtual de aprendizagem (AVA). Em minha universidade, por exemplo, o que dispomos para auxiliar em nossas disciplinas na graduação são ambientes virtuais. Nesses espaços, o que fazemos é disponibilizar informações, leituras, datas importantes e avisos aos graduandos. Não há constituição de uma comunidade, tampouco promoção de um espaço interativo. Na verdade, o que temos é um cenário informativo. Uma comunicação unidirecional. O professor publica, o aluno lê. O acesso é momentâneo e nem todos os graduandos o faz.

Encontramos outros trabalhos como Pereira *et. al* (2007) e Neto (2014) que definem o AVA de forma mais abrangente, isto é, não necessariamente precisa ocorrer aprendizagem no ambiente virtual, mas sim consistir em uma opção de mídia utilizada para mediar o processo de ensino e aprendizagem à distância, com objetivo de gerar conhecimento. Neto (2014) em seu trabalho destaca cinco modelos [19] de AVA, e cada modelo se dá a partir da caracterização que foi definida pelo autor.

Ressaltamos que o AVA não deve apenas se constituir em um espaço no qual se deposita arquivos, tarefas, informações, avisos, entre outros. Precisa haver uma comunicação bidirecional ou multidirecional entre os sujeitos, favoreça reflexão, proporcione a construção colaborativa do conhecimento e que ocorram aprendizagens no espaço (BAIRRAL, 2012). Além disso, os AVA são ambientes que apresentam uma arquitetura aberta, existe a lógica de comunicação e interação entre os atores. Ainda, precisa ter uma “[...] intencionalidade pedagógica que garanta a educação *on-line* como obra plástica, fluida, hipertextual e interativa” (SANTOS; SILVA, 2009. p. 10).

---

[19] Para saber mais informações a respeito do assunto acessar o link: http://repositorio.unicamp.br/jspui/handle/REPOSIP/269646. Acesso em 20 de março de 2019.

Nesse sentido Bairral (2010, p. 2) informa que:

> A conceituação de ambiente virtual de aprendizagem (AVA) que adoto identifica-o como um complexo sistema interativo onde os seus interlocutores desencadeiam um processo interativo a partir de situações de aprendizagem variadas. Um AVA possui os seguintes componentes: a comunidade constituída e sua intencionalidade, as normas, o propósito educativo, as tarefas de formação, os diferentes espaços comunicativos variados e os artefatos mediadores. Os artefatos podem ser ferramentas físicas ou elementos socioculturais.

Outro aspecto importante para qualquer atividade nos AVA são os objetivos das tarefas desse ambiente virtual de aprendizagem, da responsabilidade para (re)planejar, (re)organizar, desenvolver, expor e resumir , com espírito colaborativo (BAIRRAL, 2007). Também devemos ter a consciência das especificidades das atividades com a proposta do curso a ser realizado no AVA. Bairral (2007) informa:

> Quando pensamos em implementar um curso ou qualquer atividade formadora, devemos ter consciência das especificidades do ambiente de aprendizagem a ser implementado. Atividades em projetos de formação continuada não podem ter a mesma abordagem do que as desenvolvidas em processos de formação inicial. No caso da dinâmica à distância, por envolver espaços físicos e tempos diferentes, o planejamento e a estruturação do cenário são imprescindíveis e exigem um trabalho organizacional prévio significativo. A elaboração e proposição de tarefas constituem um grande desafio.

Nessa perspectiva, mediante tarefas que ocorrem nos AVA, propomos alguns princípios metodológicos para elaborarmos as atividades que vão, de acordo com os princípios de Powell e Pazuch (2016), ser tarefas que precisam ter características diferentes daquelas voltadas em salas de aulas tradicionais, isto é, os participantes são convidados normalmente a construir uma figura, interagir na figura (movimentar os lados, os vértices, medir os lados etc.) discutir com os colegas participantes os significados matemáticos em relação ao comportamento da figura, propor questionamentos do que percebem matematicamente, engajarem-se no aprofundamento das atividades fornecendo pistas e sugerindo desafios, aprimoramento da linguagem matemática formal e, por fim, comentar sobre o que os participantes fizeram, generalizar alguma relação, revisitar algo formulado no início da atividade, ou seja, um tipo de *feedback* da tarefa.

Assim, o VMTcG, ambiente que trabalhamos, é um AVA e tem o propósito de atuar com atividades matemáticas. Interações que ocorrem normalmente de maneira síncrona via *chat* e, juntamente com outros recursos (quadro branco, GeoGebra, entre outros), os participantes trabalham com atividades investigativas que ocorrem nas salas dessa plataforma.

No próximo tópico discorremos a respeito do ambiente de geometria dinâmica -AGD- e definimos tal termo a partir das ideias de alguns autores que pesquisam esse ambiente virtual.

2.2 Ambiente de Geometria Dinâmica –AGD-

O termo geometria dinâmica teve origem com os autores Nick Jackiw e Steve Rasmussen com intuito de caracterizar *softwares* interativos de geometria que possuem recursos os quais permitem a criação e transformação contínuas de figuras geométricas em tempo real (ZULLATO, 2002; ALVES, 2004). Dessa forma, a geometria pode ser dinâmica sendo realizada com recursos variados como materiais manipuláveis, lápis e papel, entre outros, não somente com os *softwares* (BAIRRAL; BARREIRA, 2017). Com o surgimento dos computadores apareceu uma geometria dinâmica com recursos computacionais (programas) que são os ambientes de geometria dinâmica -AGD-.

De acordo com Pereira (2012), os AGD oferecem a possibilidade de construir e manejar objetos geométricos na tela do computador. Para Lara e Menegotto (2011) o termo AGD é utilizado para indicar *softwares* interativos que permitem ao usuário a criação e a manipulação de figuras geométricas no computador. Atualmente encontramos esses ambientes em outros dispositivos, mas permanecem sendo ferramentas que podem criar objetos geométricos a partir das propriedades que as definem ou a mão livre (GRAVINA, 1996). A mesma autora esclarece sua ideia com um exemplo de dois quadrados. O primeiro é feito a mão livre e o outro construído a partir das propriedades que o definem, ambos possuem o mesmo aspecto. Movimentando um dos vértices do primeiro quadrado ele se deforma gerando outro quadrilátero. O segundo, fazendo o mesmo processo de movimentar seus vértices, muda seu tamanho e até sua posição, mas permanece quadrado porque foi construído por meio das suas propriedades.

Dessa forma, o diferencial de um AGD fica marcado pelo recurso de arrastar e transformar a figura construída (mantendo ou não suas propriedades euclidianas) no computador ou em outro dispositivo como os *tablets* ou *smartphones* (ASSIS; SILVA; MARQUES; BAIRRAL, 2014). Além disso, os mesmos autores destacam a visualização de um objeto geométrico que é evidenciada como outra potencialidade dos recursos dos AGD, pois permite observar a figura construída com o programa em diferentes posições e formas de representações na tela. Diferenciado do desenho estático realizado no quadro ou no caderno, que, na maioria das vezes, demora certo tempo para ser feito. Nesse sentido, Pereira (2012) informa que os AGD favorecem na agilidade e na investigação, pois as construções geométricas que levariam algum tempo para serem realizadas no papel são feitas em segundos na tela dos dispositivos.

Alguns trabalhos como Amaral (2011) e Scheffer e Pasin (2013) destacam o estudo a respeito do AGD discutindo suas potencialidades, do ponto de vista dos professores de

Matemática. Os docentes informaram aspectos positivos como possibilidade de realizar atividades investigativas, a dinamicidade na visualização e na construção dos recursos das ferramentas como medir e arrastar na valorização das conjecturas e justificativas. Assim, esses *softwares* tornam-se importantes aliados do ensino de matemática porque potencializam as investigações das propriedades geométricas (com o recurso de arrastar), possibilitam a construção de conceitos e beneficiam a interação usuário-dispositivo, tanto fixo quanto móvel (MARQUES; BAIRRAL, 2014).

A partir do exposto podemos sintetizar que os AGD:

- São programas que permitem a construção e a manipulação de figuras geométricas (PEREIRA, 2012; LARA; MENEGOTTO, 2011);
- Possui o recurso de arrastar, o que possibilita explorar, conjecturar e descobrir propriedades geométricas (GRAVINA, 1996);
- Têm uma visualização diferenciada das figuras devido as diferentes posições e formas de representações na tela (ASSIS; SILVA; MARQUES; BAIRRAL, 2014);
- Ajudam na agilidade de construção e investigação (PEREIRA, 2012);
- Auxiliam na construção de conceitos e justificativas (AMARAL, 2011; SCHEFFER; PASIN, 2013; MARQUES; BAIRRAL, 2014).

Existem diversos AGD disponíveis no mercado, alguns são pagos outros não. Durante nossas leituras, pesquisas e implementações encontramos alguns AGD, ou seja, régua e compasso (SCHEFER; PASIN, 2013), *Geometricks* (AMARAL, 2011), *Cabri-Geómètre* (GRAVINA, 1996), Geoplan (GRAVINA, 1996), GeoGebra (MEIER; GRAVINA, 2012; LARA; MENEGOTTO, 2011;ASSIS; SILVA; MARQUES; BAIRRAL, 2014), entre outros. Em meio a esses AGD que trabalham com a geometria de forma dinâmica nosso estudo voltou-se para o GeoGebra, por ser gratuito e estar integrado no ambiente *Virtual Math Team* (VMT).

2.3 Conhecendo o VMTcG

O VMTcG é um ambiente virtual de aprendizagem gratuito utilizado para a resolução de atividades matemáticas de maneira colaborativa. Foi desenvolvido pelo Gerry Stahl e a equipe colaboradora dele na *Drexel University*, *Philadelphia*, Estados Unidos da América -EUA-. O VMTcG é de acesso livre e é fruto de um projeto financiado pela *National Science Foundation* (NSF) (POWELL; PAZUCH 2016). O *site* VMTcG possui três estruturas que são: o VMT *lobby*, o VMT *chatrooms* e o VMT *wiki*.

O VMT *lobby* é a página principal do ambiente em que é possível localizar boa parte da estrutura do ambiente. Podemos, no referido espaço, encontrar as salas de *chat*, criar nosso VMT *chat rooms*, obter informações básicas do ambiente virtual, ir para página do VMT *wiki*, descobrir quem está *online* na plataforma, atualizar o perfil, selecionar o projeto para localizar a sala da atividade etc. O VMT *chat rooms* é o espaço usado por pequenos grupos para resolverem colaborativamente atividades de matemática. E, por fim, o VMT *wiki* é um local em que temos acesso para editar e ler a respeito das ideias de diferentes grupos que estão presentes no ambiente. Além disso, tem os registros de todas as contribuições realizadas pelo usuário feitas no VMT *chat rooms* ou em outro espaço da plataforma.

O acesso é livre, mas é necessário realizar um cadastro para obter o usuário e a senha para entrar no ambiente[20]. Gerados nome e senha de acesso (a página inicial possui o *link* *Register for a new* VMT) é possível entrar na página principal do VMT *Lobby*.

Figura 1: Página para obter o acesso

Fonte: vmt.mathforum.org/VMTLobby/

Nos próximos subitens descrevemos o percurso para encontrar as salas utilizadas nessa pesquisa, conheceremos algumas funções e ferramentas e os campos da sala do *chat.* Outras informações encontram-se no anexo do presente trabalho.

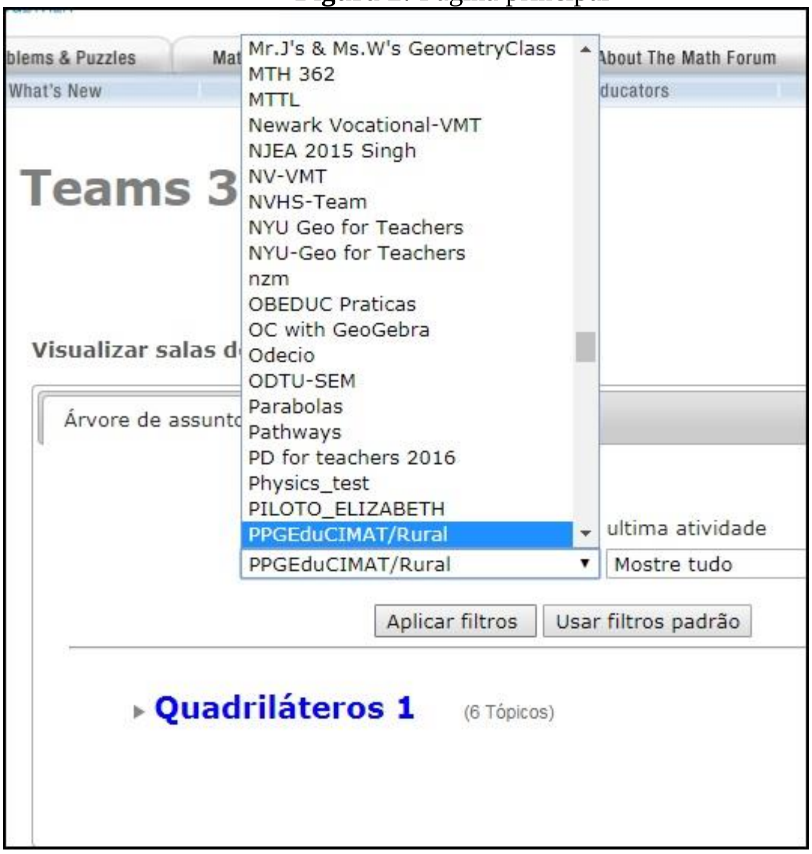
[20] Nesse link era possível realizar o cadastro na plataforma: http://vmt.mathforum.org/VMTLobby/, na finalização da dissertação o VMTcG migrou para o link https://vmt.mathematicalthinking.org/

2.3.1 Encontrando as salas no VMT *chat rooms*

Para entrar na sala do AVA não é simples no primeiro acesso, é preciso passar por algumas etapas, quais sejam: vencer o obstáculo da página estar em inglês, não ter o programa *Java* instalado ou atualizado (MARQUES, 2014) no computador, o acesso a *internet* ser ruim ou não tê-lo (KINDEL, 2011). Como reflexo de experiências anteriores de acesso, quando aplicamos as atividades, criamos um tutorial em vídeo que disponibilizamos aos participantes que ainda não haviam participado em nossas efetivações para que pudessem minimizar as dificuldades em ingressar nas salas do VMTcG.

O primeiro passo é entrar na página principal com o nome e a senha cadastrados na plataforma. Estando na página do VMT *lobby* selecionamos o projeto, clicamos no botão "*applyfilters*" que aparecerá(ão) o(s) subprojeto(s) referentes ao projeto vinculado como ilustra a figura 2.

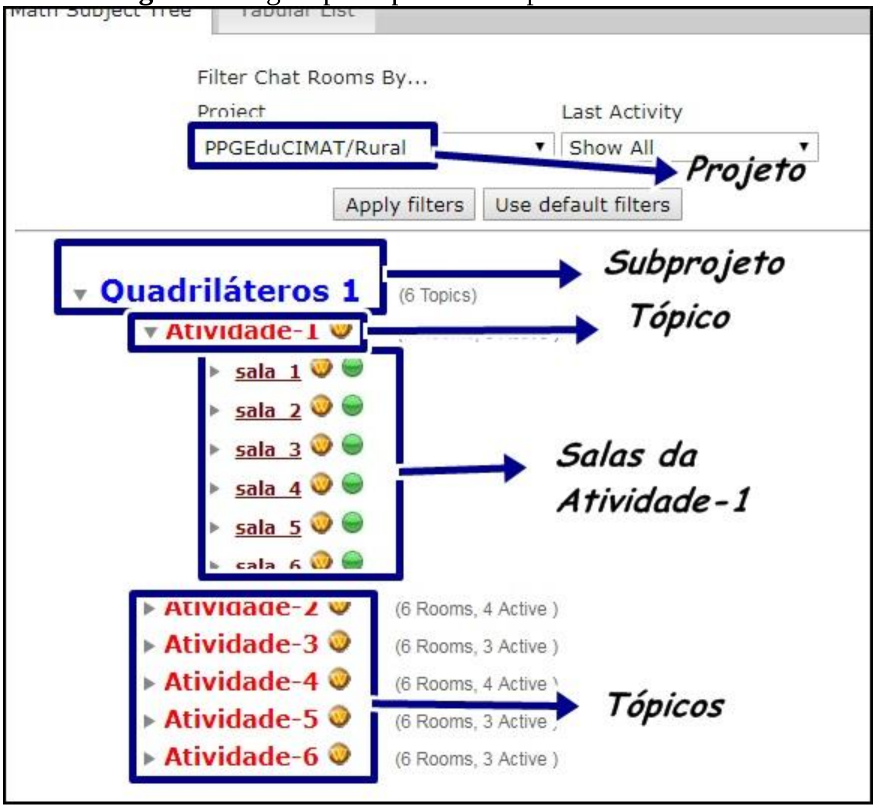
Figura 2: Página principal



Fonte: Captura da página principal

Ao aparecer o(s) subprojeto(s) clicamos na pequena seta ao lado dele(s) e, em baixo, surgiram os tópicos do subprojeto. O mesmo processo foi feito para aparecerem os nomes das salas de *chat* e, por fim, clicamos no nome da sala que desejávamos acessar.

Figura 3: Página principal editada pelo autor



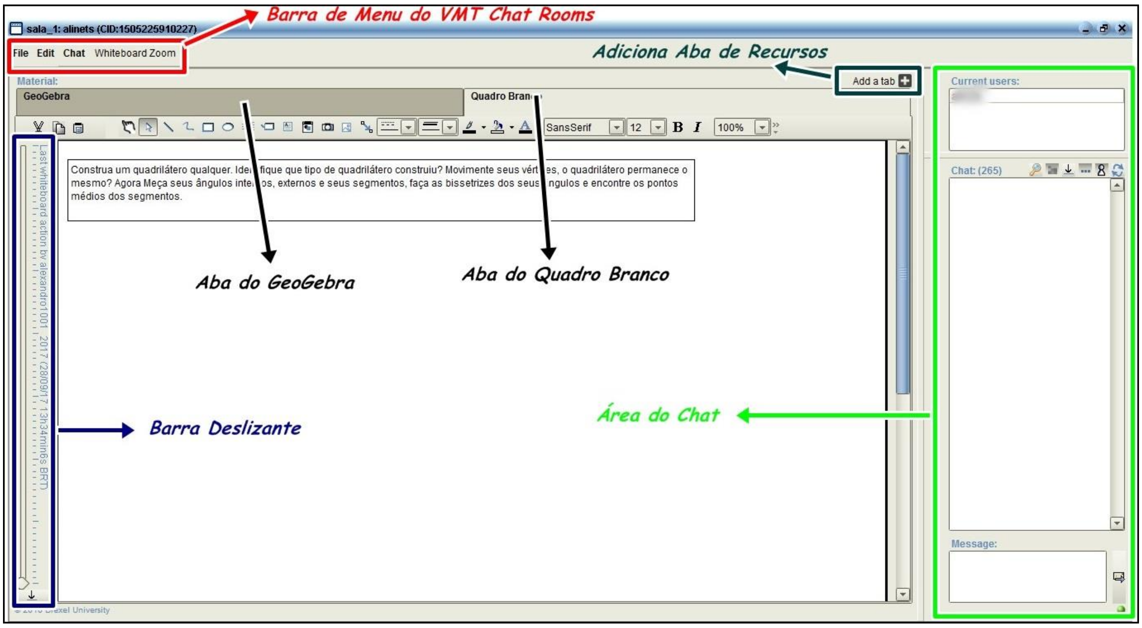
Fonte: Elaboração do autor

Na figura 3, por exemplo, selecionamos o projeto PPGEduCIMAT/Rural e clicamos no botão *applyfiters*, no qual apareceu o subprojeto Quadriláteros 1. Para ingressar nas salas clicamos na pequena seta ao lado do nome do subprojeto. Quando esta seta fica apontada para baixo surgem os tópicos. Na figura 3, que ilustramos acima, há seis tópicos que são: Atividade-1 até atividade-6. Dessa mesma maneira, clicamos na pequena seta cinza ao lado do nome do tópico em que apareceram as salas. Fizemos esse processo no tópico Atividade-1 que surgiram as salas. Para entrarmos em uma das salas clicamos em cima do nome que faz o *download* da sala desejada. Mas, para conseguir o acesso é necessário ter o programa *Java* instalado e atualizado no computador.

2.3.2 Conhecendo as salas e as ferramentas

O VMT *chat rooms* é uma ambiente da plataforma que usa o programa *Java*, lá são trabalhadas atividades de matemática colaborativamente *online*. Construímos esse espaço com o quadro branco (*white board*), usado normalmente para apresentar as atividades e o GeoGebra, que auxilia na resolução das atividades e representações gráficas. As salas podem ser constituídas por outros recursos[21] (na forma de abas como quadro branco e GeoGebra). Existem outros espaços fixos como a área do *chat*, a barra deslizante, ferramenta de adicionar recursos e a barra de *menu*, como ilustra a figura 4.

Figura 4: Imagem da sala do VMTcG editada



Fonte: Elaboração do autor

A barra deslizante é uma ferramenta disponível nas salas do VMTcG. Ela mostra todo histórico construído no quadro branco, no GeoGebra e na área do *chat* deslizando a barra. Por exemplo, construíram um triângulo e um quadrado na sala e queremos saber qual polígono foi feito primeiro e quais ferramentas foram utilizadas. Deslizando a barra para cima observa-se todo o histórico que ocorreu no campo gráfico do GeoGebra, além de expor os recursos utilizados e qual figura foi construída primeiro até o ponto que queremos ou o momento que foi construída a sala. E quando fazemos o processo inverso veremos novamente todo o histórico da sala até o ponto que parou a construção na sala. Esse mesmo processo pode ser visto no campo do quadro branco e na área do *chat*.

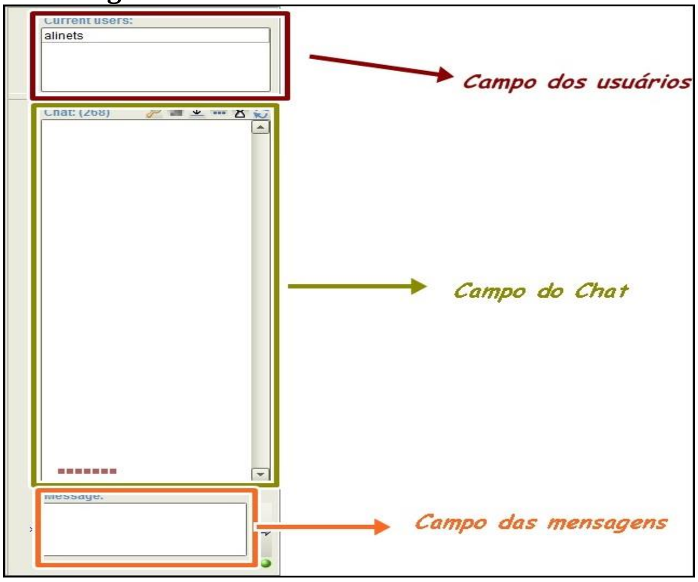
Há um botão que adiciona aba de recursos (*Add a Tab)*, a função dele é adicionar algum recurso ao ambiente como o GeoGebra, quadro branco, entre outros. Qualquer integrante pode gerar essas abas nas salas.

Já a área do *chat* é dividida em três campos, que são: campo de mensagens, de usuários e de *chat* como ilustra a figura 5 a seguir.

---

[21] Para mais informações acesse: http://vmt.mathforum.org/VMTLobby/VMTHelp/index.htm

Figura 5: Área do *chat* no VMTcG

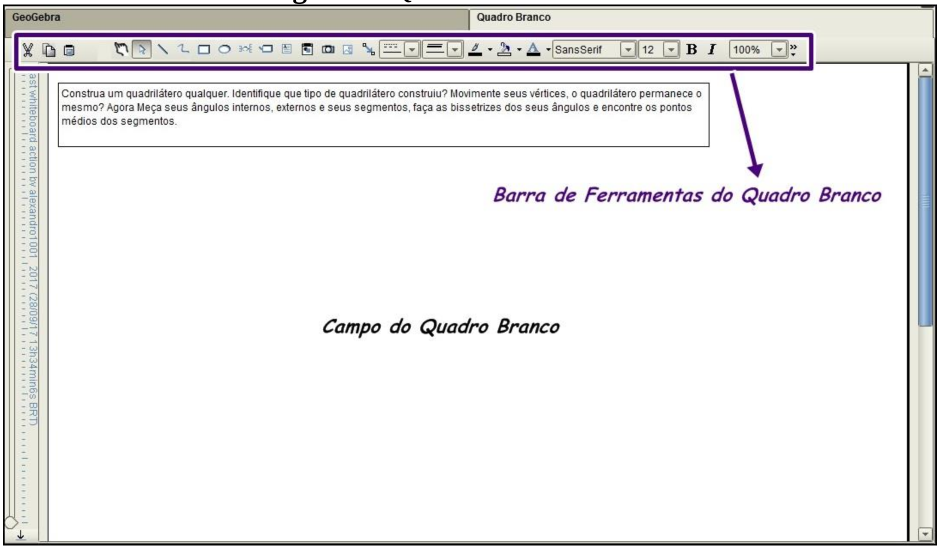


Fonte: Acervo do autor

A finalidade do campo de usuários é mostrar os participantes que estão presentes nas salas. O campo de *chat* ilustra todos os diálogos dos participantes, ilustra também pequenos quadrados que significam realizações feitas na sala com outros recursos do ambiente. E, por último, o campo de mensagens em que são escritos os diálogos entre os integrantes da sala. Existe também a função chamada referenciar, que vincula uma mensagem a algum objeto feito no quadro branco, no GeoGebra ou àlguma mensagem no campo do *chat* .

O quadro branco possui recursos similares em sua barra de ferramentas a outros programas, como, por exemplo, o *Word* e *Paint*, com exceção da ferramenta que possui formato de uma câmera e tem a função de capturar imagens na tela do computador para colocar no quadro.

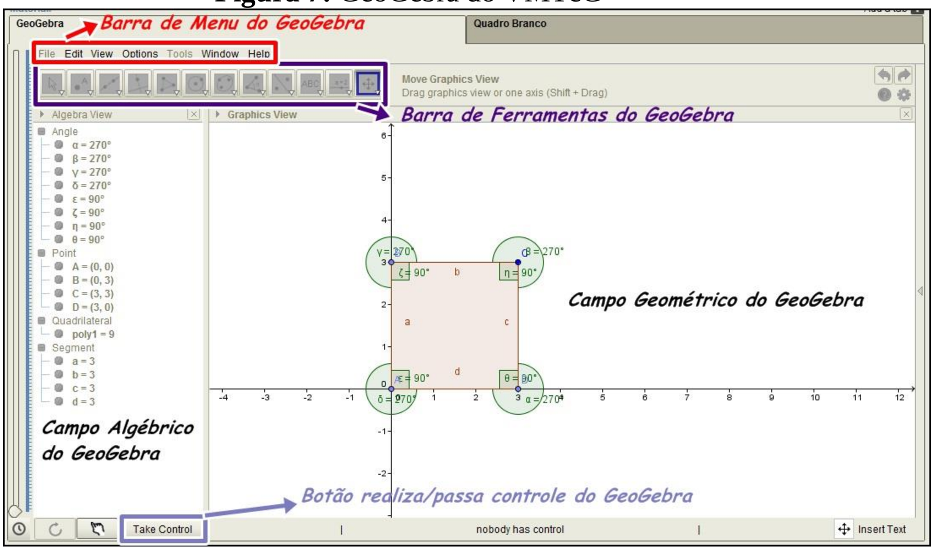
Figura 6: Quadro Branco do VMTcG



Fonte: captura de tela da sala do VMTcG

O GeoGebra é bem similar ao GeoGebra 2D convencional, a única peculiaridade é a existência do botão *realize/takecontrol* (realiza/passa controle). O objetivo desse botão é fazer com que os integrantes das salas utilizem o programa um por vez para que todos tenham acesso. Caso outro integrante da sala queira utilizar é preciso pedir para liberar o acesso.

Figura 7: GeoGebra do VMTcG



Fonte: Captura da tela da sala do VMTcG

No apêndice **E** desse trabalho deixamos as informações para criação de salas no VMTcG e os cuidados necessários para a criação delas.

Capítulo III: Clicando em argumentos

Abordamos, aqui, o conceito de argumentação e discutimos a respeito de argumentos elaborados com auxílio dos AGD. E, ainda, mostramos alguns modelos de análise de argumentos elaborados por alguns pesquisadores. A partir daí, propomos um esquema para análise de argumentos no contexto do VMTcG.

3.1 Ambientando a ideia de argumento

Ao longo da história o homem sempre criou e conjecturou diversas explicações e justificativas para uma gama de perguntas, por exemplo, a origem da vida. Algumas culturas como a judaica, a cristã e a islâmica acreditam e explicam que a vida surgiu pela criação de Deus. Outras civilizações mais antigas como as encontradas no Egito, na China, na Índia, entre outros escritos ao longo dos séculos, justificavam a geração da vida de maneira espontânea (DAMINELE, A; DAMINELE, D.; 2007). A construção de explicações para tais questionamentos nunca foi algo de concordância absoluta, ao contrário entre os povos, a comunidade científica, a comunidade religiosa sempre houve desacordo. A discordância não é algo ruim, se existe um debate saudável, com discursos variados podemos encontrar um denominador comum, um consenso e, com isso, evoluir os argumentos e também a maneira de pensar.

Dessa maneira, podemos dizer que o argumento é um raciocínio (pode ser oral, escrito ou gestual) que permite justificar algo, transmitir uma verdade, convencer ou persuadir o outro. Nesse contexto, explanamos a ideia da argumentação em duas vertentes: uma que trata a argumentação no lado formal, de modo dedutivo, conduzido pela lógica formal e pela matemática pura e parte sempre de premissas verdadeiras. A outra aborda a argumentação mais informalmente, na qual os discursos divergentes têm o efeito de convencer, debater, justificar, interagir com um determinado grupo. Com a divergência de pontos de vista, são explicitados e (re)construídos (contra-)argumentos.

A argumentação oriunda da lógica formal, das demonstrações e provas matemáticas normalmente é um desenvolvimento conceitual mais autônomo, desenvolvido por um sujeito que precisa seguir regras pré-determinadas partindo de premissas verdadeiras e sua conclusão é verificada junto à comunidade ou grupo de matemáticos. Segundo Toulmin (2006, p. 3):

> [...] a ciência da lógica, em toda sua história, tendeu a se desenvolver numa direção que a afastava destas questões, para longe das questões práticas sobre o modo como temos ocasião de tratar e criticar os argumentos em diferentes campos, e na direção a uma condição de completa autonomia, em que a lógica se torna estudo teórico

> autônomo, tão livre de preocupações práticas imediatas quanto certos ramos da matemática pura [...].

A argumentação oriunda da lógica informal- que parte do convencimento, da persuasão, do debate, no qual as premissas podem conter ambiguidades -, é normalmente transmitida por um orador que tenta convencer sua tese aos interlocutores e, ao mesmo tempo, os sujeitos contra-argumentam e, assim, o argumento se modifica, se fortalece ou se rechaça. Nesse sentido, Perelman e Olbrechts-Tyteca (2005, p.6) destacam que "é em função de um auditório que toda a argumentação se desenvolve".

Esse tipo de argumentação, por meio do debate, surgiu na Grécia Antiga, na qual existiam duas vertentes: uma era dos sofistas [22]e a outra dos filósofos. Os sofistas defendiam a retórica por acreditarem na diversidade dos pontos de vista e por não existir uma verdade absoluta. Já os filósofos defendiam a dialética, pois acreditavam no discurso que transmitisse a verdade não apenas nos resultados, como era vista a retórica pelos filósofos.

Nesse sentido, Boavida (2005) aponta que Aristóteles, em seus trabalhos, traz a ideia de argumentação em dois contextos: um com a associação de um procedimento racional e outro de um percurso social. A argumentação do procedimento racional ficou conhecida como demonstração analítica e a do percurso social como argumentação dialética, ou seja, a primeira vertente parte do contexto da lógica formal, enquanto a segunda parte da lógica informal. Existem distinções entre as duas como explicitamos, mas uma não se exclui da outra e nem se sobrepõe, ainda que exista uma relação entre ambas. Outrossim, com o passar do tempo o argumento dialético, no ponto de vista dos filósofos, perdeu a ideia original que era a do diálogo e da controvérsia, havia debates e se apresentavam argumentos a favor ou contra uma tese, se criticava ou refutava. Assim, a dialética,[23] com passar do tempo, ficou conhecida como técnica de persuasão, sem compromisso ético, pois transmitia discursos vazios para convencer o auditório, conhecida como retórica.

Com o passar do tempo, alguns autores recrudesceram o interesse da argumentação pelo raciocínio da dialética e da retórica, os nomes que surgiram com mais força foram os de Perelman-Tyteca e Toulmin (GIL, 2005). Perelman-Tyteca (2005) concentram o argumento na relação do orador com o auditório, momento em que os assuntos são construidos por meio dos debates e controvérsias e são entrelaçados aos dos estilos de argumentação, ou seja, o da

[22] Sofistas na Grécia antiga eram professores ou grandes mestres que viajam em muitas cidades atrás de estudantes, buscavam atrair seus discípulos com discursos públicos.
[23] Os filósofos e os sofistas viviam em conflitos, pois os filósofos acreditavam na dicotomia do verdadeiro ou falso, do bom e do mau. Já os sofistas não acreditavam que nada era absoluto, pois dependia do ponto vista de cada um.

dialética e o da retórica, nomeada de nova retórica. Já para Toulmin (2006), o argumento configura-se em uma estrutura que possui elementos que possibilitam construir/elaborar um argumento. O modelo elaborado por Toulmin (2006) foi idealizado em uma estrutura baseada na lógica formal, mas que pudesse utilizar e avaliar argumentos em diferentes campos seja no judicial ou na matemática ou para julgar os argumentos de um texto qualquer, se ele tem estrutura argumentativa analítica ou substancial.

A partir do exposto, no próximo tópico definimos argumento a partir de alguns autores contemporâneos que apresentam essa ideia por uma ótica diferente das demonstrações que observamos na área da matemática e da lógica. Os autores trabalham em consonância com as teorias de Perelman-Tyteca e Toulmin.

3.2 Definindo argumentos

Definir o que é um argumento não é algo muito simples. Dessa maneira, apresentamos definições de argumentações por autores que trabalham com o tema em diferentes áreas, inclusive, na Educação Matemática. Abordamos a definição de argumentos não pela ideia da demonstração ou da lógica formal (embora algumas ideias se entrelacem), mas em uma perspectiva não tão rígida e axiomática.

Para Abreu (2009), argumentar é a arte de convencer e persuadir. Convencer é dizer em razão do outro, demonstrar, provar e vencer com o outro, e, assim, construir algo no campo das ideias. Já persuadir é falar da emoção do outro, sensibilizar o outro a agir em algo desejado.

Inspirados na pesquisadora Boavida (2005) ressaltamos que a autora, baseada em Oléron (1996), define argumentação como um percurso por meio do qual uma pessoa ou um grupo tenta impelir um auditório a aceitar uma posição, uma ideia, recorrendo à apresentações ou argumentos que visam mostrar sua validade ou fundamento. Ainda, segundo a autora, a argumentação pode ocorrer por meio da escrita, da oralidade ou por meio visual. Boavida comenta que essa definição destaca três características essenciais da argumentação, que são:

> Em primeiro lugar, é um fenomeno social, na medida em que mobiliza diversas pessoas. Em segundo lugar é um percurso através do qual se procura influenciar alguém. Em terceiro lugar, ao fazer intervir justificações e elementos de prova a favor da tese defendida, é um processo que comporta elementos racionais pelo que tem ligações com o raciocínio e a lógica (BOAVIDA, 2005, p.23).

Além disso, Boavida (2005, p. 23) destaca que:

> Mobilizando raciocínios, linguagem, símbolos, imagens, a argumentação põe em jogo relações entre pessoas, mobiliza intenções, estratégias, processos de persuasão, e situa-se num contexto social, científico, económico, político, ideológico. Pode, assim, ser analisado através de múltiplas disciplinas, o que não facilita a obtenção de um ponto de vista claro e coerente sobre o seu significado e natureza. De facto, ao

> debruçarmo-nos sobre a argumentação, podemos interessar-nos pela sua articulação com a lógica, pela sua inserção na linguagem e nas actividades linguísticas, pelo desenvolvimento da capacidade de argumentar nas crianças e adolescentes, pelo seu papel e importância na produção de conhecimento científico, etc. (p.23).

Scheffer (2012) diz que um argumento é uma forma de expressar alguma ideia que sintetize formas de pensar, pois se revelam por meio de palavras, gestos ou figuras, suas explicações para tal experiência são normalmente os argumentos que nascem por meio da dúvida e do questionamento. Dessa maneira, entendemos que para que aconteça a argumentação é preciso haver questionamentos, discordâncias ou dúvidas a respeito de alguma assertiva ou ideia e, a partir daí, podemos (re)construir nosso argumento.

Conforme Santa-Clara e Leitão (2011) um argumento é formado por muitos sujeitos que o tecem, respondem uns aos outros, problematizam-se no interior do texto e estabelecem relações dialógicas de acordo ou desacordo, aceitação ou recusa, harmonia ou conflito, entre outras. Dessa maneira, o processo de revisão local privilegia a negociação entre os atores por diferentes pontos de vista cruzados e também geram contínuas possibilidades de problematização e, assim, suscitam a argumentação. Nesse contexto, as autoras dizem que a oposição de múltiplas perspectivas no pensamento dos sujeitos institui a argumentação como um recurso decisivo para a negociação que colabora no desenvolvimento do conhecimento.

Na mesma perspectiva Cavalcante e Leitão (2012) dizem que:

> Argumentação é aqui entendida como atividade de natureza discursiva e social que se caracteriza pela defesa de oposições e a consideração de objeções e perspectivas alternativas, com objetivo de aumentar, ou reduzir, a aceitabilidade de uma perspectiva. Tomados conjuntamente, a concepção de inferência de predição como processo que demanda "negociação" (entre hipóteses de comunicação de um texto) e o entendimento da argumentação como recurso discursivo que por excelência, viabiliza a negociação de divergências constituem as premissas básicas em que fundamenta a tese central [...] (p. 36).

Em consonância Cavalcante e Leitão (2012), Bolite Frant e Castro (2009) dizem que o argumento é gerado por meio da controvérsia, pois ninguém argumenta contra algo que concorda ou é evidente. Logo, para que haja argumentos é preciso existir a controvérsia, ou argumentos distintos precisam ser defendidos de modo que convença o outro. As autoras informam que essa interação, ou melhor, esse debate não precisa ocorrer em tempo real e presencial, pode acontecer em momentos diversos. As autoras citam o exemplo de um escritor que, quando escreve, tenta antecipar possíveis contradições ou discórdias porque a escrita não permite negociar em tempo real, às vezes, com o outro sujeito. Assim, é necessário que um escritor antecipe a defesa de suas teses. Dessa forma, Bolite Frant e Castro (2009) sublinham que a argumentação pode se estender por veículos de comunicação de grande porte, imagens, textos, entre outros, isto é, não se restringe ao tempo e ao local, sempre ocorrerá quando existir a controvérsia.

Nunes (2011) e Nunes e Almouloud (2013) realizaram uma atividade com dois grupos de discentes[24], o objetivo era trabalhar com a área de uma figura. Pediram para recortar a figura (um quadrado feito de papel) pela diagonal e obtiveram dois triângulos. Eles queriam saber se a área permanecia com o mesmo valor ou tinha sido modificada. A partir da análise da manipulação das peças cortadas, um grupo disse que a área era diferente e justificou que a área dos triângulos era maior do que a do quadrado. Enquanto o outro grupo justificou que era do mesmo tamanho. Assim, o docente trabalhou com os discentes a ideia da propriedade de invariância da área por equidecomponibilidade[25] e por meio da controvérsia. A argumentação do primeiro grupo estava em desacordo com a propriedade matemática e, com isso, os autores notaram que a justificativa do outro grupo estava garantida pela propriedade de conservação da área. Portanto, esse confronto de ideias resultou em um processo de negociação e no aprimoramento do conceito estudado.

Embora tenha apresentado definições de argumentos por diferentes pesquisadores, podemos notar que em todos eles há algumas palavras-chave que entram em diálogo e, além disso, notamos que para haver um argumento é necessário outro sujeito para existir interação, discurso, conflitos, questionamentos, negociações, dúvidas, acordos, debates, aceitação, recusa, convencimento e controvérsia. Notamos também que um argumento não precisa ser transmitido somente por uma via de comunicação, existem diversos outros meios, ou seja, oral, simbólico, gestual, entre outros.

A partir do exposto podemos sintetizar que um argumento:

- É a arte de convencer e persuadir (ABREU, 2009).
- Visa mostrar a sua validade ou fundamento (BOAVIDA, 2005);
- É uma atividade de natureza discursiva e social que se caracteriza pela defesa de oposições e a consideração de objeções e perspectivas alternativas (CAVALCANTE; LEITÃO, 2012);
- Suscita questionamentos, discordâncias ou dúvidas (SHEFFER, 2012) e esse confronto de ideias pode resultar em um processo de negociação que auxilia no

[24]O trabalho desses pesquisadores continha mais atividades que foram realizadas com uma turma do quinto ano.
[25] Equidecomponibilidade se baseia no conceito de divisão de uma figura complexa em figuras mais simples que possuem a mesma área. Esse conceito é muito utilizado no cálculo de área usando o tangram.

aprimoramento do conceito estudado (NUNES, 2011; NUNES; ALMOULOUD, 2013);

- Estabelece relações dialógicas de acordo ou desacordo, aceitação ou recusa, harmonia ou conflito (SANTA-CLARA; LEITÃO, 2011);
- Viabiliza a negociação de divergências (CAVALCANTE; LEITÃO, 2012);
- Implica em controvérsia (BOLITE FRANT; CASTRO, 2009);
- É transmitido em diferentes meios e tempos, e expressos visualmente ou oralmente, por escrita etc. (BOLITE FRANT; CASTRO, 2009; BOAVIDA, 2005).

Na próxima seção abordamos a questão da construção de argumentos por meio de AGD, discutidos por alguns autores. Apresentamos a relação da interação com os AGD e de que forma podem favorecer a emergir e a (re)construir os argumentos.

3.3 Explicitando e aprimorando argumentos em ambientes de geometria dinâmica - AGD-

Existem diversos AGD que são trabalhados com o propósito de contribuir para o aprimoramento de argumentos e também ajudar a explicitar propriedades por meio de seus recursos (arrastar, medir, animar, entre outros). Em diversos trabalhos de Educação Matemática encontramos AGD que contribuíram, de alguma maneira, no aprendizado daqueles que utilizaram esse *software* como: Régua e Compasso (SCHEFER; PASIN, 2013), *Geometricks* (AMARAL, 2011), *Tabulae* (ALVES, 2004), *Cabri-Geómètre* (GRAVINA, 1996), *Geoplan* (GRAVINA, 1996), GeoGebra (MEIER; GRAVINA, 2012; LARA; MENEGOTTO, 2011;RICHIT *et al*.; 2012, Assis *et al*, 2014), *Geometric Constructer* (BAIRRAL *et al*, 2015), Sketchometry (BAIRRAL et al, 2015), entre outros.

Notamos nos estudos feitos que os AGD favorecem a construção de conceitos e a compreensão de propriedades das figuras geométricas, pois os usuários possuem liberdade em encontrar soluções, criar estratégias, criar/observar/verificar conjecturas, deduzir propriedades geométricas e elaborar argumentações. Aqui, portanto, damos ênfase à argumentação, assim como à conjectura, estratégia, propriedades geométricas e soluções.

Nunes (2011) e Nunes e Almouloud (2013) realizaram algumas atividades em suas pesquisas, em uma delas utilizaram o *software* GeoGebra. A tarefa, com dois grupos discentes, consistia em possibilitar a prática da argumentação que levasse à identificação do quadrado e do retângulo por meio de suas propriedades e a percepção da diferença entre perímetro e área. Os pesquisadores destacaram uma argumentação nessa atividade, ou seja, identificar o quadrilátero. Os dados que os discentes dispunham resumia-se a um quadrilátero, e, a partir da figura, chegaram a conclusão que era um quadrado. Para tanto, utilizaram a justificava que os quatro lados eram equivalentes. O professor, percebendo que a argumentação dos discentes estava incompleta, realizou algumas modificações na figura original. Colocou os ângulos no quadrilátero e, em seguida, deformou-a de tal maneira que os quatro lados permaneciam iguais, mas os ângulos internos não permaneciam iguais a noventa graus. Assim, após a deformação, o mediador questionou os alunos se o quadrilátero continuava representando um quadrado. Os discentes notaram, então, a partir da variação dos ângulos, que para a figura ser um quadrado os ângulos precisavam ser todos iguais a noventa graus, completaram, assim, a justificativa. Embora os autores tenham trabalhado com uma atividade aparentemente fácil, alguns discentes tiveram dificuldades e, no momento que o professor movimentou a figura, os alunos trouxeram alguns pontos da construção da argumentação evidenciados com ajuda do *software* por meio dos recursos, das manipulações e observações. Um ponto importante foi a questão do contra-exemplo trazido pela variação do ângulo, pois, por meio de uma nova perspectiva, conseguiram visualizar o que faltava para completar a justificativa. Outro momento relevante foi o convencimento e a validação do argumento pelo docente, pois ele convergiu para a definição de um quadrado, atribuindo uma consistência teórica.

O estudo de Scheffer e Pasin (2013) destaca a questão da valorização da argumentação por meio da discussão matemática em conjunto com a interação dos recursos informáticos, aqui, especificamente, um AGD. A pesquisa foi realizada com professores de matemática em uma formação continuada. Apresentadas duas atividades de geometria plana, em uma foram trabalhadas as propriedades do triângulo equilátero e na outra os ângulos suplementares. Na primeira atividade os participantes, utilizando os recursos do AGD, exploraram as propriedades do triângulo equilátero arrastando seus pontos, medindo os ângulos (internos e externos) e os segmentos. Segundo as autoras, os participantes notaram com mais clareza e de maneira mais significativa as propriedades e, com isso, favoreceram a argumentação e o diálogo entre os professores. Dessa maneira, os participantes, em seus discursos, apresentaram expressões matemáticas diferentes, mas com o mesmo significado, tais como: lados congruentes e lados com medidas iguais. Tal evento mostra a importância em valorizar o debate e a argumentação matemática devido à complementação e a troca de ideias entre os sujeitos, fato que beneficiou o desenvolvimento e a conclusão da tarefa. Na outra atividade foi construído um quadrilátero inscrito em uma circunferência. Com os recursos oferecidos pelo AGD os professores notaram que os ângulos opostos do quadrilátero serão sempre ângulos suplementares, mesmo movimentados os pontos livres[26]. Ainda que, inicialmente os participantes tivessem algumas dúvidas entre conceitos de ângulos complementares e suplementares, puderam, por meio do discurso, explicitar, justificar e convencer a respeito de suas imprecisões. Além disso, a partir dos argumentos veiculados pelos docentes, pode-se constatar que, mesmo variando a medida dos ângulos opostos de um quadrilátero, a soma continua sendo 180º, ou seja, suplementares. Assim, segundo as pesquisadoras, novamente os docentes perceberam que a interação entre AGD favoreceu a construção dos discursos, nas conjecturas e consequentemente na argumentação.

Neste sentido, Scheffer e Pasin (2013, p. 15) destacaram em seus estudos que:

> A partir destas atividades realizadas com os professores, verificou-se a importância da valorização da argumentação e do diálogo, incentivados e favorecidos pela utilização de tecnologias, o que possibilitou a confirmação de resultados, revisão de conceitos e propriedades, interpretação de dados coletivamente, entre outros fatores que contribuíram para aprofundar e ampliar a discussão dos conceitos matemáticos explorados (p.15).

Além disso,

> [...] valorização da argumentação veiculada nas atividades realizadas no Laboratório de Informática, foi possível evidenciar, com o presente estudo, que esse é um ambiente que conduz à experimentação, elaboração de ideias e conjecturas, e, consequentemente, à argumentação, que, por sua vez, tem papel fundamental na construção de significados (SCHEFFER; PASIN, 2013, p.16).

Amaral (2011) em sua pesquisa trabalhou em um curso de extensão *on line* para professores de matemática e com o uso de vídeo conferências (os encontros eram síncronos) e com a utilização do AGD *Geometricks*. A pesquisadora averiguou a respeito de argumentações matemáticas colaborativamente em resoluções de atividades. Dentre as inúmeras atividades realizadas a autora selecionou uma tarefa específica[27], por ser de natureza argumentativa. A partir dessa atividade os integrantes geraram dois quadriláteros. Para o primeiro os docentes conjecturaram tratar-se de um retângulo, mas com auxílio do *software* mediram os ângulos

---

[26] São pontos que podem ser arrastados nos AGD.

[27]Explorando bissetrizes de um paralelogramo
1. Construa um paralelogramo ABCD
2. Trace as bissetrizes dos ângulos internos deste paralelogramo
3. As quatro bissetrizes formam um quadrilátero EFGH
4. O que você pode dizer sobre o quadrilátero EFGH?
5. O que acontece quando você arrasta os pontos A, B, C ou D?
6. Que condições são necessárias para que o quadrilátero EFGH seja um quadrado?
7. Que quadrilátero você obtém, quando traça as bissetrizes do quadrilátero EFGH? Justifique sua resposta.
8. O que acontece no caso de ABCD ser um quadrado? Por quê?

internos e constataram que eram iguais a 90°. Entretanto, não finalizaram a justificativa para fundamentar a tese a respeito do retângulo, pois faltou a justificativa dos lados do quadrilátero. Na continuação da mesma tarefa, agora com o segundo quadrilátero, os discentes afirmaram ser um quadrado, tentaram justificar, no entanto, sem utilizar o recurso de medir, proporcionado pelo programa. Os participantes tiveram ideias para explicar, tinham conhecimentos de propriedades matemáticas, entretanto, não conseguiram construir argumentos matemáticos que pudessem justificar que a figura formada era um quadrado. Nessa pesquisa notamos que, mesmo utilizando AGD e os sujeitos tendo conhecimento matemático, as dificuldades permaneceram no sentido de elaborar argumentos que pudessem garantir as afirmações e convencer os mediadores nos encontros. Dessa maneira, vamos ao encontro das ideias de Scheffer e Pasin (2013), ou seja, a importância da valorização da argumentação na sala de aula, pois o incentivo em tal processo de ensino e aprendizagem proporciona tanto aos discentes quanto aos professores aprender com o outro, saber expressar os pensamentos, produzir coletivamente com as trocas de informações e a complementação de ideias que enriquecem os argumentos.

Em outra pesquisa, Powell e Pazuch (2016) trabalharam a formação continuada com professores de matemática dos anos finais do Ensino Fundamental e do Ensino Médio nos Estados Unidos. As tarefas foram realizadas no ambiente virtual *online* com encontros síncronos. A atividade proposta para discussão tratou da exploração de quadriláteros por meio de bissetrizes[28], tarefa similar realizada por Amaral (2011). Entretanto, o resultado divergiu, como informa Powell e Pazuch:

> As justificativas divergiram [...] de Amaral (2011). [...] as interações foram construídas entre os professores e os pesquisadores. Em nossa análise, evidenciamos como as construções geométricas foram realizadas pelos professores, ao manipular ou arrastar pontos, e como eles, elaborando conjecturas e justificativas geométricas, nas quais buscaram a solução da tarefa sem o uso de ferramentas de medidas, perceberam as relações geométricas entre os objetos construídos e as relações entre relações (p.198).

Além disso, em Powell e Pazuch (2016) as justificativas geométricas pelos professores foram baseadas pelas propriedades dos objetos geométricos e das relações que existem entre

---

[28] 1. Construa um paralelogramo ABCD.
2. Trace as suas quatro bissetrizes.
3. Trace o quadrilátero EFGH, marcando os pontos de intersecção das bissetrizes.
4. O que você pode dizer sobre o quadrilátero EFGH? Justifique sua resposta.
5. O que acontece quando você arrasta os pontos A, B, C ou D?
6. Quais condições são necessárias para que o quadrilátero EFGH seja um quadrado? Justifique sua resposta.
7. Qual quadrilátero se forma, quando você traça as bissetrizes do quadrilátero EFGH? Justifique sua resposta.
8. O que acontece quando ABCD é um quadrado? Por quê?

eles. Assim, as conjecturas eram confirmadas com o uso das relações e não das medidas. Essa atividade foi dividida em dois episódios. O primeiro continha os primeiros cinco itens da tarefa e o segundo os demais itens. A partir da construção do paralelogramo e a manipulação dele, os docentes evidenciaram as propriedades geométricas da figura e, a partir disso, conjecturaram. A primeira suposição foi que a figura formada pelas bissetrizes do paralelogramo era um retângulo. Por meio do discurso realizado no *chat* por um dos integrantes e usando o recurso de pintar do GeoGebra, os professores conseguiram verificar e também convencer os integrantes que a figura era um retângulo. No outro episódio, novamente um dos integrantes trouxe um discurso evidenciando algumas propriedades geométricas que justificasse que a figura formada pelas bissetrizes era um quadrado, os integrantes, outra vez, usando as ferramentas do AGD, se convenceram do discurso. E, por fim, também por meio da interação do diálogo entre os professores e a utilização do *software,* construiram argumentos que foram convincentes a todos integrantes.

Assim, em todos os trabalhos apresentados nesse tópico, os AGD tiveram papel importante na construção dos argumentos dos sujeitos. Um dos principais recursos foi o de arrastar, pois utilizando essa ferramenta evidenciaram-se propriedades geométricas dos objetos, lembrando que diferentes recursos também apareceram, tais como: medir, mudar a cor dos objetos, entre outros.

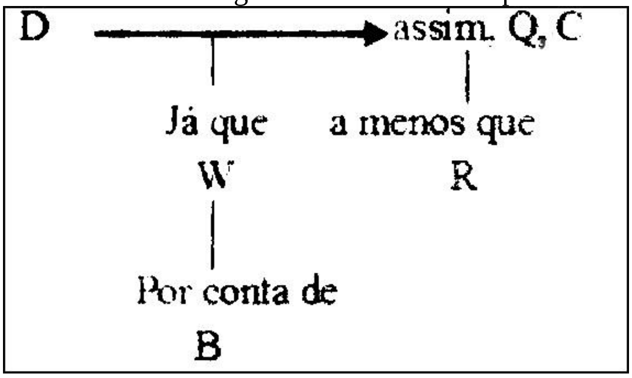
Dessa maneira, o *software* apareceu como uma ferramenta que colaborou na explicação e aprimoramento dos argumentos realizados pelos participantes. Além disso, ajudou também no convencimento. Assim, os *softwares* não só colaboram na construção e verificação de conjecturas, mas auxiliaram na fundamentação dos argumentos e também serviu para os próprios argumentos, pois um argumento pode ser expresso por meio de uma figura (SCHEFFER; PASIN, 2013), ou seja, de maneira visual (BOAVIDA, 2005).

No próximo item abordamos a respeito de alguns modelos de análise de argumentos elaborados por alguns pesquisadores para verificar e certificar a estrutura do argumento, se o mesmo está com as justificativas bem elaboradas e arquitetadas por fundamento(s) que possa(m) dar base ao argumento.

3.4 Modelos de análise de argumentos

Um dos modelos de argumentos utilizado em pesquisas é o do Toulmin (ARZARELLO; SABENA, 2010; NUNES, 2011; SÁ; KASSEBOEHMER; QUEIROZ, 2014). Toulmin (2006) configura um modelo de argumento em que o(s) dado(s) (D) se apóia em uma conclusão (C). Essa passagem precisa estar reforçada por justificativa(s) para dar apoio ao argumento no qual denominou a justificativa de garantia (W[29]). Contudo, para reforçar a estrutura do argumento foram adicionados quantificadores modais (Q) que podem apresentar na forma de possibilidade e impossibilidades na conclusão e, ainda, as condições de exceções ou refutações (R). E, por fim, são colocados apoios (B[30]) para as garantias que nada mais são que afirmações que fundamentam as garantias. O modelo, de forma completa,[31] pode ser sintetizado pela figura 8.

Figura 8: Modelo de argumento Toulmin completo



Fonte: Toulmin (2006, p.150)

A partir do modelo supracitado podem ser construídos argumentos analíticos ou substanciais, em que Toulmin (2006) define:

> Um argumento de D a C será chamado de analítico se, e somente se, o apoio para a garantia que o autoriza incluir, explícita ou implícita, a informação transmitida na própria conclusão. Quando isso for assim, a afirmação "D, B, e também C" será como regra, tautológica. [...] Quando o apoio para a garantia não contiver a informação transmitida na conclusão, a afirmação "D, B, e também C" jamais será tautológico, e o argumento será um argumento substancial (p. 179).

Outro modelo é o da Leitão (2000) que analisa processos de argumentação constituídos por três elementos básicos: argumento, contra-argumento e resposta ao contra-argumento. O primeiro elemento (o argumento) é constituído por um ponto de vista seguido por justificativa(s). O segundo elemento (contra-argumento) levanta dúvidas, objeções ao argumento, tenta por em xeque a ideia inicial. E o terceiro elemento (resposta ao contra-argumento) permite localizar possíveis transformações do argumento inicial. Assim, a resposta tem a finalidade de avaliar a sustentabilidade de argumentos formulados por meio das restrições

---

[29] Sigla W do inglês *warrante*.
[30] Sigla B do inglês *banking*.
[31] Em Toulmin (2006) há mais detalhes deste modelo.

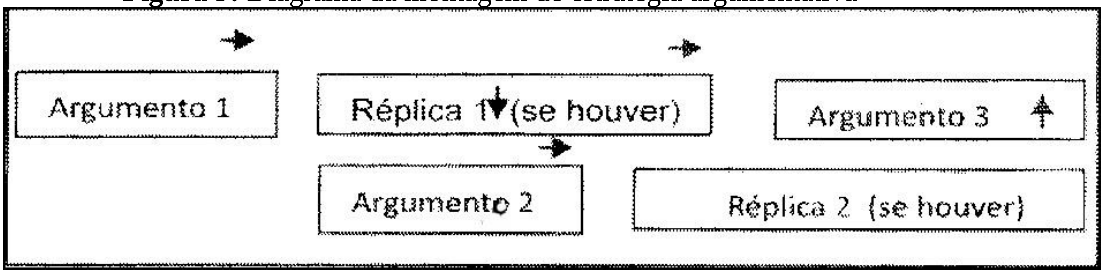
trazidas pelos contra-argumentos. Dessa maneira, a resposta ao contra-argumento pode se configurar de quatro maneiras:

> [...] primeira forma, o proponente de um ponto de vista destitui o contra-argumento, com a consequente preservação do argumento inicial. Na segunda, embora admita a plausibilidade do contra-argumento em questão, o proponente gera novas ideias que fortalecem seu argumento inicial, preservando-o, portanto, de sofrer modificação. A aceitação pelo menos parcial do argumentador com o contra-argumento é também característica da terceira forma de resposta, embora, desta feita, observa-se uma espécie de integração do conteúdo do contra-argumento à posição inicialmente formulada. Na última forma de resposta, diferentemente, a aceitação do contra-argumento implica abandono da posição inicial do interlocutor, que assume nova posição (CAVALCANTE; LEITÃO, 2012, p. 38).

O modelo elaborado por Leitão (2000) possui uma característica que é a da dimensão dialógica do argumento. Nele a argumentação é definida como discurso no qual os argumentos são rebatidos, confrontados, revistos e consequentemente reformulados quando necessários.

Bolite Frant e Castro (2011) trazem o modelo da estratégia argumentativa (MEA) aplicado a situações em que existam controvérsias. O modelo busca elucidar momentos de negociação quando um sujeito quer convencer o outro de uma tese, reconhecendo a existência de acordos e controvérsias. Dessa maneira, também percebemos característica dialógica em tal modelo. A estratégia desse modelo é a de reconstruir os argumentos de maneira esquemática e resumidamente do argumento utilizado, relacionando-o com outros argumentos para explicá-lo e classificá-lo em sua posição em um discurso. A figura 9 ilustra a montagem da estratégia argumentativa.

Figura 9: Diagrama da montagem de estratégia argumentativa



Fonte: Bolite Frant e Castro (2011)

O modelo referido é caracterizado por um processo de idas e vindas ao material analisado. As pesquisadoras o situaram de dois modos para esta análise: um simplificado e outro mais geral. A simplificada dividiu-se em três momentos: organização dos dados, estudo comparativo dos dados/esboço de resultados/interpretação e apresentação dos resultados. Na análise mais geral o MEA foi organizado em dez passos: leitura exaustiva, constituição do *corpus* de análise, localização das controvérsias, enunciação das teses do locutor, busca dos argumentos utilizados, aplicação da tipologia de análise, montagem de esquemas, interpretação, busca pelas evidências da interpretação e critérios de validação.

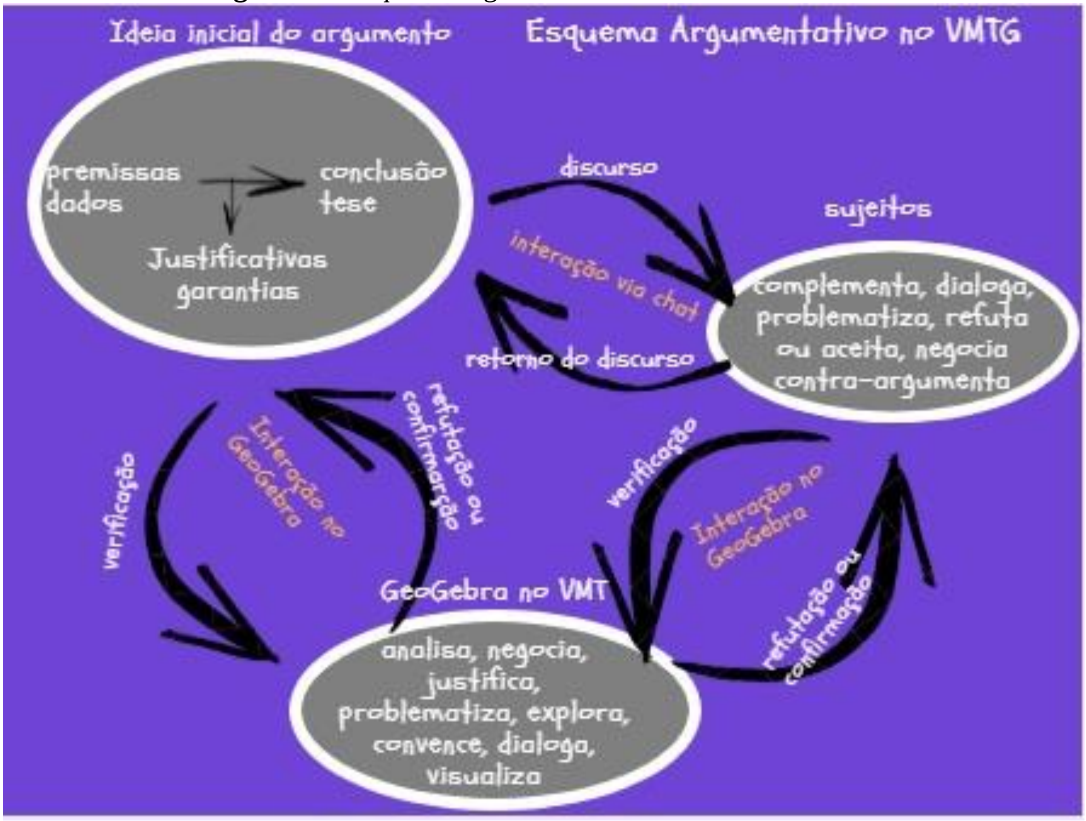
Embora cada modelo apresentado tenha suas peculiaridades, o modelo de Toulmin (2006) difere dos demais em relação ao processo dialógico. Trata-se de um modelo que não permite apreender como os argumentos influenciam-se mutuamente e transformam-se no curso do debate, pois a dimensão dialógica que foi atribuída na teoria no plano conceitual não se reflete no plano metodológico (SANTA-CLARA; LEITÃO, 2011).

Além disso, para analisar um argumento do ponto de vista do cenário do VMTcG, precisamos ver os argumentos construídos síncrona e dinamicamente pelos participantes, tanto na parte dos registros escritos quanto nas construções e explorações geométricas e considerar a conjunção deles. Nesse aspecto, o modelo de Toulmin limita a parte dialógica do processo de arquitetura do argumento no VMTcG. No entanto, a estrutura do modelo Toulmin facilita a organização de pensamentos da ideia inicial sobre argumentos ao identificar componentes chaves.

Dessa forma, organizamos um esquema para analisar todo processo da elaboração do argumento. O primeiro passo foi indentificar a conjectura ou a ideia inicial do argumento desenvolvido normalmente por um dos integrantes. Ilustramos, a partir do modelo do Toulmin, uma estrutura com premissas, dados, tese, conclusão, justificativa e garantias, como ilustra a figura 10. As premissas ou dados implicam a conclusão, mas para chegar a ela é necessário ter justificativas ou garantias (axioma, teorema, postulado etc.) que possam sustentar o argumento. Por tratar-se de uma conjectura ou ideia inicial do argumento, ele necessita ser analisado por outros sujeitos que poderão complementar, refutar, convencer ou contra-argumentar com auxílio ou sem auxílio do AGD disponível no AVA. Além de auxiliar na ideia inicial ou até mesmo contra-argumento ou no convencimento, o AGD pode construir o argumento por meio da visualização, exploração e ainda pode ilustrar justificativas realizadas pelos participantes.

Assim, por meio das referências destacadas, elaboramos um esquema para análise de argumentos no VMTcG, como ilustrado pela figura 10.

Figura 10: Esquema argumentativo no VMTcG



Fonte: Elaboração do autor

No capítulo 5 ilustramos como a análise foi feita com base no esquema argumentativo que elaboramos. No próximo tratamos da organização da pesquisa, os procedimentos metodológicos e detalhes sobre as implementações.

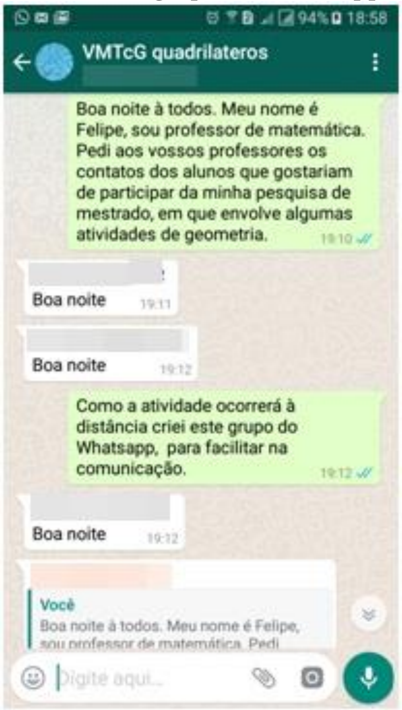
Capítulo IV: Salvando os dados: organização e metodologia da pesquisa

Nesse capítulo apresentamos a organização, a abordagem, a caracterização da pesquisa e como realizamos a produção de dados no VMTcG.

4.1 Organização inicial

No segundo semestre de 2017 elaboramos um curso para estudantes do Ensino Médio com atividades que abordavam o conteúdo de quadriláteros. O curso foi revelado[32] para alguns colegas que trabalhavam com turmas do Ensino Médio. Na divulgação[33] era pedido que os discentes interessados passassem o nome completo e o telefone celular de contato que tivesse o *WhatsApp* vinculado para que pudéssemos criar um grupo e passar mais informações, tais como organizar os horários e os dias disponíveis dos discentes para as atividades no VMTcG.

Figura 11: Primeiro grupo do *WhatsApp*



Fonte: Captura celular do autor

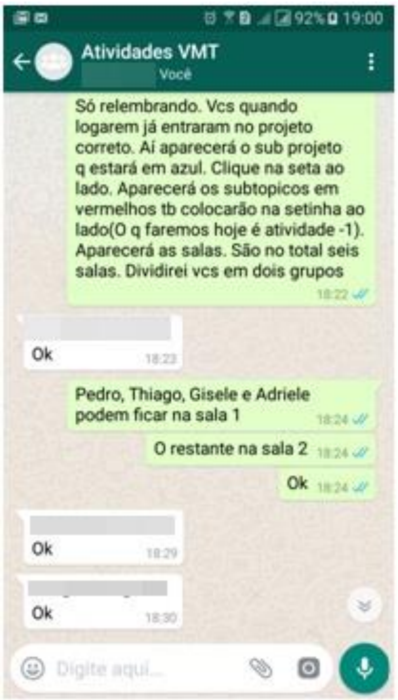
Com a criação do grupo, figura 11 no aplicativo do celular, tínhamos, no início, um quantitativo de 24 alunos, mas, no decorrer das conversas no grupo de *WhatsApp*, alguns estudantes desistiram e outros não puderam participar, por não possuírem computador[34] ou

[32] O autor deste trabalho não possui turmas do Ensino Médio.
[33] Agradeço aos professores Adriano, Arlen e Darling que divulgaram em suas turmas este trabalho.
[34] Os dispositivos móveis ainda não possuem o programa Java que suporte o acesso das salas do VMTcG.

pelos horários e dias divergirem. Tentamos organizar pequenas equipes que tinham horários e dias disponíveis em comum para participar dos encontros no VMTcG. Contudo, somente com discentes de um dos professores conseguimos organizar dia e horário compatíveis. Não foi possível formar grupos com os demais alunos dado à incompatibilidade de encontros *online* no mesmo dia e horário. Mesmo existindo a possibilidade de os encontros ocorrerem de maneira assíncrona, isso não foi possível, por motivos de dificuldades do primeiro acesso (mesmo havendo vídeo e roteiros), entre outros motivos, sempre optamos que ocorresse de maneira síncrona.

Dessa forma, trabalhamos somente com estudantes do CIEP 111- Gelson Freitas, localizado no município de Mesquita no Estado do Rio de Janeiro, com turmas variadas do Ensino Médio[35]e estudantes na faixa etária entre 15 a 18 anos. Tendo definido os participantes (o quantitativo reduziu para 12 discentes[36]), criamos outro grupo de *WhatsApp*, agora com o intuito de explicar como chegar às salas das atividades e ajudar nas possíveis dificuldades de acesso.

Figura 12: Segundo grupo de *WhatsApp*



Fonte: Captura do celular do autor

[35] Tivemos discentes do primeiro e segundo anos do Ensino Médio participando.

[36] O projeto de pesquisa "Participar, descobrir e interagir em ambientes virtuais: potencializando novas formas de aprendizagem matemática" foi aprovado no comitê de ética e está no anexo do presente trabalho.

As tarefas foram trabalhadas às quintas-feiras, pois era o dia da semana acessível a todos os discentes. O horário em acordo foi das 16 às 18 horas, mas no decorrer das efetivações alguns participantes sugeriram o período das 18 às 20 horas. Assim, criamos essas duas possibilidades para facilitar a interação dos alunos.

4.2 Organização das salas do VMTcG e planejamentos das atividades

Para construir as salas no VMTcG precisávamos ter o quantitativo de participantes, pois cada sala do ambiente precisava conter grupos em torno de quatro participantes e, pelo menos, um mediador.

Mesmo tendo diminuído o percentual dos participantes, criamos uma quantidade de salas que comportava o número inicial de integrantes (quantitativo inicial era de 24 discentes). Vale lembrar que todos os estudantes que participaram dessas atividades foram voluntariamente e não havia nenhum prêmio ou relação avaliativa com as atividades do professor em aula. Para cada atividade foram criadas 6 salas no ambiente, cada sala comportava no máximo 4 discentes.

Em relação ao planejamento das atividades organizamos as datas para os encontros no VMTcG para um período no qual os discentes não tivessem provas na instituição escolar. Decidimos aplicar as atividades semanalmente, mas o sexto encontro teve algumas divergências, o que nos levou a mudar a data. Cada implementação teve duração média de duas horas e o principal objetivo da atividade era desenvolver e fomentar o trabalho colaborativo para observar as argumentações de suas respostas.

Quadro 3: Planejamento das atividades

Encontros / tempo de duração	**Datas**	**Tarefas**	**Objetivos**
1° 2 horas	14/09/2017	Construa um quadrilátero qualquer. Movimente seus vértices e seus segmentos. Meça seus ângulos internos, externos e seus segmentos, faça as bissetrizes dos seus ângulos e encontre os pontos médios dos segmentos.	Conhecer o ambiente e ferramentas do GeoGebra; Construir quadrilátero; Ambientar com os colegas de sala.
2° 2 horas	21/09/2017	Construa um quadrado (sem utilizar ícone polígono regular). Como podemos constatar que essa figura é um quadrado? Se movimentarmos seus segmentos ou vértices a figura continua sendo um quadrado? Tente justificar suas respostas.	Construir um quadrado; Relembrar a definição e propriedades do quadrado; Desenvolver o trabalho colaborativo e a argumentação de suas respostas;
3° 2 horas	28/09/2017	Construa um quadrilátero qualquer e marque o ponto médio de cada um de seus lados. Agora ligue esses pontos médios. O que você pode dizer sobre o novo quadrilátero formado pela	Identificar o quadrilátero formado pelos pontos médios; Desenvolver o trabalho colaborativo e a argumentação de suas respostas;

		união destes pontos médios?Tente Justificar sua resposta.	
4° 2 horas	05/10/2017	O bissectograma é o quadrilátero que se obtém por interseção das bissetrizes dos quatro ângulos de um quadrilátero. Sempre existe um bissectograma em um quadrilátero? O que acontece se for um trapézio isósceles? Para determinados quadriláteros o bissectograma é um quadrilátero particular. Que relação existe entre o quadrilátero inicial e o bissectograma? Por que isso acontece? Alguma outra descoberta que você gostaria de socializar com seus colegas?	Compreender como se forma o quadrilátero formado pelos bissectogramas; Desenvolver o trabalho colaborativo e a argumentação de suas respostas;
5° 2 horas	13/10/2017	A Pipa é um quadrilátero que tem dois pares de lados adjacentes (consecutivos) iguais. A partir desta definição de pipa, um quadrado é uma pipa? Tente Justificar. Um losango é uma pipa? Tente Justificar. Se fosse ao contrário, ou seja, a Pipa é um quadrado? E pipa é um losango? Explique. Agora tente fazer o Bissectograma na Pipa. Conseguem encontrar alguma relação com a atividade anterior? Tente explicar.	Conhecer o quadrilátero definido por pipa; Compreender como se forma o quadrilátero formado pelos bissectogramas; Identificar a relação que um quadrado é uma pipa, mas uma pipa não é um quadrado. Essa relação vale também para o losango. Desenvolver o trabalho colaborativo e a argumentação de suas respostas;
6° 2 horas	26/10/2017 e 23/11/2017	Construa um quadrilátero qualquer e meça seus ângulos internos. Movimente os vértices e os segmentos e verifique a relação entre a variação dos ângulos internos do quadrilátero com os segmentos do quadrilátero (ou seja, se o ângulo for 90º como ficam os segmentos ese o ângulo for menor ou maior 90° o que acontece com os segmentos)? Tente justificar vossas respostas.	Identificar a ou as possíveis relações entre os ângulos internos de um quadrilátero com seus segmentos. Desenvolver o trabalho colaborativo e a argumentação de suas respostas;

Fonte: Elaboração própria

Antes de realizarmos a primeira atividade tivevemos sempre a preocupação em dedicar um período de aproximadamente trinta minutos para os participantes conhecerem um pouco do ambiente, das suas ferramentas, do funcionamento, entre outras coisas. Apesar de a primeira atividade funcionar como ambientação[37] no contexto geral, pois os discentes conheceriam coletivamente as ferramentas do GeoGebra e o seu mecanismo. Os alunos puderam ver também

[37]Todo primeiro encontro no VMTcG tivemos a dinâmica de conhecer o espaço e as ferramentas. Não passamos informações antecipadas de como era o ambiente.

o funcionamento do *chat* e onde se localizavam as tarefas. Enfim, foi o momento de ambientação no AVA para conhecimento e exploração dos espaços lá contidos. Acrescentamo, ainda, que no AVA pode haver uma tarefa postada ou ela pode emergir a partir da demanda dos envolvidos.

Propomos uma atividade com interesse na utilização de possíveis ferramentas que os participantes poderiam utilizar nas demais tarefas. As atividades selecionadas e desenvolvidas (Quadro 3) eram todos problemas abertos, ou seja, não previam respostas únicas ou pré-determinadas. As explorações, as estratégias e a postura investigativa contribuiriam para possíveis descobertas e respostas.

4.3 Abordagem e caracterização da pesquisa

Definir a caracterização de uma pesquisa não é algo simples. Estudos pessoais, interações no GEPETICEM e na disciplina "Pesquisa em Ensino de Ciências e Matemática" [38] auxiliaram este momento.

Podemos definir nossa investigação como qualitativa e de caráter intervencionista, pois nela as práticas de ensino e de aprendizagem inovadoras são planejadas, implementadas e avaliadas a partir da aprendizagem dos sujeitos que dela participaram. Neste sentido, Damiani (2012) informa que:

> [...] Tais interferências são planejadas e implementadas com base em um determinado referencial teórico e objetivam promover avanços, melhorias, nessas práticas, além de pôr à prova tal referencial, contribuindo para o avanço do conhecimento sobre os processos de ensino/aprendizagem neles envolvidos. p.(3).

Damiani *et al*. (2013) sinaliza que as pesquisas do tipo intervenção pedagógica tem como principais características: o intuito de produzir mudanças, a tentativa de resolução de um problema, o caráter aplicado, a necessidade de diálogo com o referencial teórico e a possibilidade de produzir conhecimento. Uma pesquisa intervencionista também tenta descrever detalhadamente os procedimentos realizados, avaliando-os e produzindo explicações consideráveis sobre seus efeitos e fundamentadas nos dados e em teorias plausíveis (DAMIANI *et al*. 2013).

[38] Disciplina realizada em nosso programa de mestrado no primeiro semestre.

4.4 - Coleta de dados

O VMTcG possui algumas funções úteis para captura de dados produzidos durante toda a implementação das tarefas. Uma delas é a obtenção de planilhas com toda a conversação feita no campo de *chat*, ou seja, um tipo de transcrição. A outra é a geração de um vídeo com VMT *player*, que ilustra todo processo em todos os campos. Ele pode funcionar também como a ferramenta barra deslizante, existente nas salas.

Dessa forma, em toda a pesquisa foram obtidas as transcrições nas planilhas e também os arquivos para o VMT *player* das salas. Para baixar a planilha com toda a transcrição é preciso ir à página principal e clicar na pequena seta ao lado da sala (para entrar na sala clicamos no nome da sala), após isso surge uma tabela com os nomes dos participantes, as quantidades de mensagens e a última atividade registrada na sala.

Figura 13: Tabela da sala atividade-1

Quadriláteros 1 (6 Topics)
Atividade-1 (6 Rooms, 6 Active)
sala_1

Username	# of Messages	Last Active
adriele1001_2017	15	Sep 14, 2017 19:58
albert1002_2017	3	Sep 13, 2017 19:41
alexandro1001_2017	20	Sep 28, 2017 12:41
alinets	18	Sep 12, 2017 22:19
darling_2017	10	Sep 28, 2017 15:12
felipejr_marques	130	Dec 7, 2017 18:48
gisele1001_2017	2	Sep 28, 2017 15:04
thiago2001_2017	77	Sep 28, 2017 15:12

Add to Favorites | Save as JNO | View Chat Log
Get Log: columns for each user
Get Log: one column for all users

Fonte: Captura de tela

Existem três maneiras de obter as tabelas, mas sempre geramos no formato HTML por facilitar na clareza da leitura e na organização. Para conseguir a tabela no formato HTML é preciso clicar no botão *View chat log,* ilustrado na figura 13. Utilizamos também o VMT *player*, pois este programa gera um tipo de vídeo que auxilia de maneira acentuada na averiguação de todos os passos em todos os campos das salas. Podemos dizer que esse programa proporciona de modo integral todo o histórico que ocorreu na sala. Para utilizá-lo é preciso clicar no botão *save as JNO* e baixar o arquivo e depois baixar o *software* VMT *player*, que se localiza na página principal do VMTcG.

A partir das estratégias anunciadas de produção de dados, no próximo capítulo analisamos três atividades.

Capítulo V: Entrando nas salas: Análise das atividades no VMTcG

Nesse capítulo apresentamos a análise de três atividades. Escolhemos uma das salas dessas tarefas (vale ressaltar que cada atividade ocorrerou em três salas diferentes) implementadas no VMTcG com os estudantes do Ensino Médio de uma escola pública do estado do Rio de Janeiro.Os discentes trabalharam na resolução *online* com a construção, a observação e a argumentação das tarefas.

5.1 Atividade 3: Teorema de Varignon

Durante os encontros aplicamos seis tarefas. A primeira teve o intuito de ambientação do AVA e conhecer algumas das ferramentas do GeoGebra. Na segunda tivemos como meta trabalhar a definição do quadrado, desenvolver o trabaho colaborativo e as justificativas das respostas. Dessa forma, iniciamos nossa análise na terceira atividade, ou seja: o teorema de Varignon, pois os discentes já estavam ambientados com VMTcG e conheciam a proposta das tarefas.

A atividade 3 foi implementada em três salas, cada uma com três alunos e dois professores[39]. Entretanto, analisamos apenas uma das salas. Decidimos escolher apenas a sala 2 devido a facilidade de acesso do grupo de participantes a ela (nas outras existiram mais dificuldades de acesso por motivos de natureza técnica) e, além disso, houve um número expressivo de interações entre aluno-aluno, aluno-ambiente e aluno-professor nessa sala.

Na Atividade 3 da sala 2 havia no quadro branco o seguinte enunciado da tarefa:

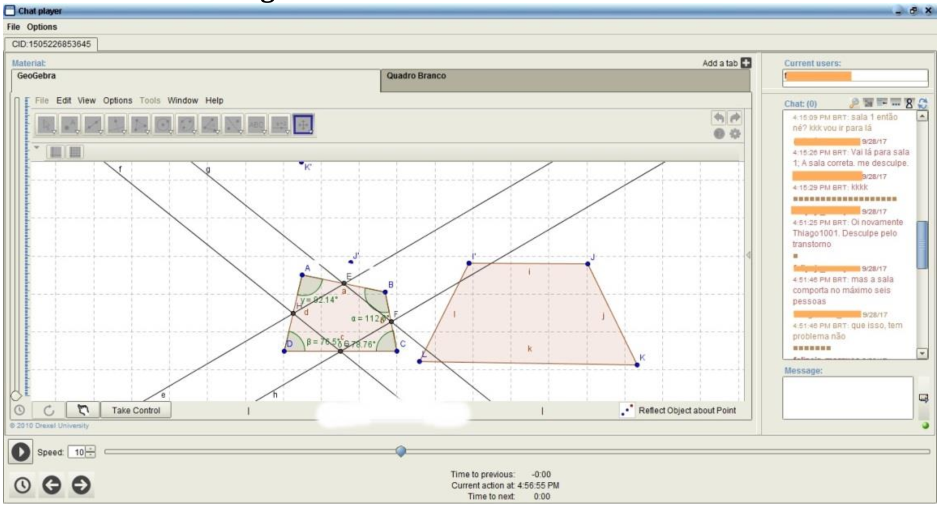
Construa um quadrilátero qualquer e marque o ponto médio de cada um de seus lados. Agora ligue esses pontos médios. O que você pode dizer sobre o novo quadrilátero formado pela união destes pontos médios? Tente Justificar sua resposta.

Essa tarefa é conhecida como teorema de Varignon. Apresenta o seguinte resultado: os pontos médios são vértices de um quadrilátero conhecido como paralelogramo e, além disso, o paralelogramo possui metade da área do quadrilátero inicial. Nosso propósito era que os discentes conseguissem chegar ao primeiro resultado ou, por meio de suas experimentações, argumentar a respeito de alguma propriedade que conseguissem encontrar, verificar e, igualmente, argumentar com os integrantes da sala. Assim, nos próximos parágrafos analisamos um possível argumento construído colaborativamente pelos discentes. O primeiro a entrar na

[39] O professor Felipe foi o mediador nas salas do VMTcG.

sala foi Marcos[40], que começou a construir o quadrilátero. Ele encontrou os pontos médios e os ligou. Em seguida mediu os ângulos internos, posteriormente, Flávio construiu outro quadrilátero.

Figura 14: Sala 2 do VMTcG



Fonte: Captura do *player*.do VMT

Com a chegada do último integrante da sala, o mediador[41] foi questionado por Marcos: “E agora Felipe?, (54)”. Possivelmente, o integrante não tinha lido toda a orientação exposta no quadro branco para a atividade ou tinha esquecido o questionamento da atividade, que era: *“O que você pode dizer sobre o novo quadrilátero formado pela união destes pontos médios? Tente justificar sua resposta*”. Dessa maneira, o mediador postou no *chat* o questionamento, e os colegas Flávio e Carla informaram que era um losango (57 -59).

Quadro 4: Fragmento do *chat*

Índice	Autor	Mensagens [42]
53	Felipe	Boa tarde Marta seja bem vinda
54	Marcos	e agora felipe?
55	Carla	Obrigada
56	Felipe	E aí meninos e menina
57	Carla	esta formando um losango
58	Felipe	o q vcs podem dizer da figura formada pelos pontos médios?
59	Flávio	losango esta sendo formado
60	Felipe	Mas como q sei q é um losango Carla?
61	Felipe	e Aí ninguém tem alguma ideia de justificativa da minha pergunta anterior

Fonte: Transcrição gerada do VMTcG

Embora a figura 14 parecesse um losango faltava a verificação com uma justificativa. Dessa maneira, o mediador questionou os discentes como saberia se a figura realmente era um

[40] Os nomes dos discentes são fictícios, o dos professores Felipe e Darling não.
[41] A palvavra mediador indica o professor que intermediava as salas do VMTcG.
[42] A plataforma VMT registra todas as inscrições no ambiente. Esse tipo de tabela é gerado a partir desse registro, inclusive, os índices, que são os ordenadores dos turnos de interação.

losango (60-61). Na matemática ou em qualquer outra disciplina a argumentação é importante para mostrar o raciocínio, a explicação, a visualização e a justificativa (LEITÃO, 2007).

Após o questionamento, Carla explicitou ideia dela para a definição de losango (62). Contudo, foi questionada pelo mediador se os lados eram realmente iguais (66), pois ele queria que a aluna mostrasse alguma garantia que corroborasse ou não para que a figura criada pelos pontos médios fosse de fato um losango. Percebemos nesse trecho que modelos prototípicos de desenhos de um losango acabam influenciando visualmente os estudantes. Para quebrar esse paradigma e construir um conceito é importante averiguar as ideias emergentes. Um dos colegas, Flávio, questionou, para constatar as medidas dos lados da figura, "*como podemos verificar?(68)",*

Quadro 5: Fragmento do *chat*

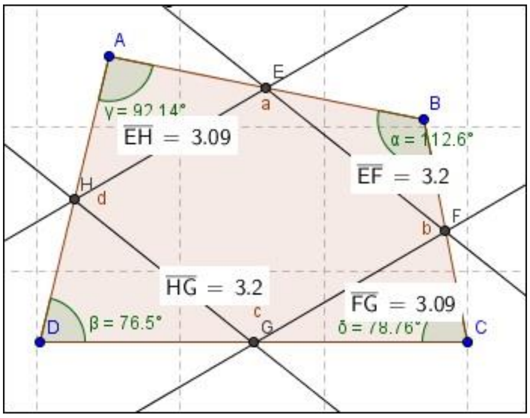
Índice	Autor	Mensagem
62	Carla	pq criou lados de comprimento iguais
63	Marcos	tava escrevendo isso
64	Marcos	:c
65	Carla	estava discutindo com o Flávio
66	Felipe	tem certeza q são iguais os comprimentos?
67	Felipe	tenta verificar se eles são iguais
68	Flávio	como podemos verificar ??

Fonte: Transcrição gerada no VMTcG

Após a provocação do docente (66-67) Marcos pegou o controle[43] do GeoGebra e verificou se os lados do quadrilátero formados pelos pontos médios possuíam o mesmo tamanho. Feita a investigação, constatou que os segmentos não eram todos iguais. Portanto, a figura não era um losango como Carla e Flávio acreditavam ser.

[43] O GeoGebra do VMT possui o botão *Realize/takecontrol* (realiza/passa controle). O objetivo desse botão é os integrantes das salas utilizarem o programa um por vez.

Figura 15: Quadrilátero construído pelos discentes, com a medição dos segmentos do quadrilátero interno



Fonte: Captura da imagem da sala do VMTcG

Após a constatação realizada por Marcos juntamente com o GeoGebra, o aluno ficou confuso (69-72), mas tanto ele quanto os outros participantes notaram que não era um losango. Além disso, Carla trouxe uma informação importante que percebeu a partir do quadrilátero formado pelos pontos médios (76). Ela observou que os segmentos opostos $\overline{EH} = \overline{FG} = 3.09$ e $\overline{HG} = \overline{EF} = 3.2$ são iguais.

Quadro 6: Fragmento do *chat*

Índice	Autor	Mensagem
69	Marcos	é, não são iguais
70	Marcos	Pera
71	Felipe	E aí é um losango ou parece ser um losango?
72	Marcos	me buguei
73	Marcos	parece ser
74	Carla	só parece um
75	Felipe	Kkkk
76	Carla	porém seus lados opostos são iguais
77	Felipe	Sim
78	Felipe	então q figura tem essa definição ?
79	Flávio	Pode ser um retângulo

Fonte: Transcrição gerada no VMTcG

Aproveitando a fala de Carla, que disse serem os lados opostos iguais (76), o mediador provocou os alunos com a pergunta: *“então q figura tem essa definição? (78)”,* para que eles pudessem identificar qual era quadrilátero. Um dos estudantes informou que poderia ser um retângulo (79). A ideia dele corroborava com a definição de um retângulo[44], entretanto, ainda faltava a informação dos valores dos ângulos internos.

[44] Quadrilátero que possui segmentos paralelos com a mesma medida e quatro ângulos internos congruentes (ângulos iguais a 90°).

Assim, o quadro 7 traz um fragmento do *chat*, no qual o mediador transmite a ideia a respeito dos ângulos internos do quadrilátero (85) e questiona faltar a informação para definição de um retângulo. Quase imediatamente os estudantes Carla e Flávio informaram que os ângulos precisavam ter 90°, ou seja, são ângulos retos (86-87). O mediador confirma que as informações deles estavam corretas.

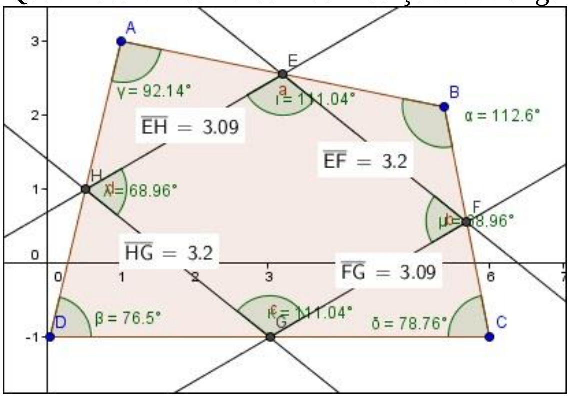
Quadro 7: Fragmento do *chat*

Índice	Autor	Mensagem
85	Felipe	Está faltando mais uma coisa sobre os ângulos internos
86	Flávio	tem ângulos internos medem 90
87	Carla	Ângulos retos!!
88	Felipe	perfeito Flávio e Carla
89	Felipe	Então a figura é um retângulo?
90	Carla	Como verificar os ângulos??

Fonte: Transcrição gerada no VMTcG

Embora os alunos tenham conseguido chegar a definição do retângulo, por meio do debate entre aluno-aluno e aluno-professor via *chat*, ainda faltava algo a ser a realizado na figura para que, de fato, fosse comprovado que não era um retângulo, mas sim a verificação dos ângulos internos do quadrilátero gerado pelos pontos médios. Se os ângulos tivessem a medida igual a 90°, então o quadrilátero seria um retângulo. Contudo, Carla tinha dúvida de como fazer a medição dos ângulos (89-90).

Figura 16: Quadrilátero interno com as medições dos ângulos internos



Fonte: Captura do VMTcG

Depois de alguns minutos, os discentes mediram os ângulos internos do quadrilátero formado pelos pontos médios e notaram que os ângulos eram diferentes de 90°, como ilustra a figura acima. A investigação realizada pelos participantes fez com que Carla chegasse a uma afirmação, ou seja, que a figura interna era um paralelogramo, descrito no quadro abaixo.

Quadro 8: Fragmento do *chat*

Índice	Autor	Mensagem
103	Carla	é um PARALELOGRAMOOOOOO
104	Felipe	Um
105	Felipe	muito bem Carla
106	Felipe	Agora pq é um paralelogramo?
107	Felipe	e meninos concordam no q a Carla falou
108	Flávio	Sim
109	Marcos	é parecido
110	Flávio	pq ele é um tem quatro lados e os lados opostos tem o mesmo valor
111	Flávio	seus ângulos internos tem que ser resultante a 360

Fonte: Transcrição gerada no VMTcG

Mesmo a Carla tendo feito a afirmação e o mediador, aparentemente, tenha confirmado, ele ainda questionava se a figura era realmente um paralelogramo (105-106), pois queria as justificativas produzidas pelos estudantes e, além disso, questionou se os outros integrantes concordavam com Carla. Feitas as provocações, Flávio concordou com a conjectura de Carla e ainda trouxe algumas justificativas (108 e 110-111). Contudo, Marcos estava meio desconfiado, pois notou que era necessário verificar na figura se era realmente um paralelogramo (109).

Quadro 9: Fragmento do *chat*

Índice	Autor	Mensagem
130	Marcos	até a próxima pessoal hihi
131	Marcos	*Leavestheroom*[45]
132	Flávio	Ângulos suplementares?
133	Marcos	Tchau
134	Flávio	bye byepitel
135	Felipe	Boa Flávio
136	Carla	meu deus
137	Carla	é isso?
138	Felipe	para ter lados paralelos a soma dos ângulos consecutivos tem q ser 180° dos lados

Fonte: Transcrição gerada no VMTcG

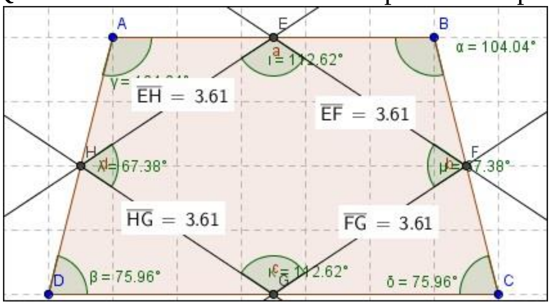
Embora tenha ficado desconfiado, pois ainda não tinha constatado que a figura interna era um paralelogramo, Marcos precisou se retirar da sala (130), mas o outro integrante, Flávio, trouxe uma informação sobre ângulos suplementares[46] (132) por meio de uma pergunta. O mediador concordou e, além disso, esclareceu a respeito de uma propriedade de paralelogramo (135 e 138).

A partir dessa ideia, o mediador modificou o quadrilátero externo formando um trapézio isóscele para que os discentes utilizassem essa propriedade do paralelogramo no trapézio e

[45] Mensagem automática do ambiente.
[46] São ângulos cuja soma é igual a 180°.

argumentassem a respeito do novo quadrilátero gerado internamente pelos pontos médios, como ilustra a figura 17 a seguir.

Figura 17: Quadrilátero externo modificado para um trapézio



Fonte: Captura da telado VMTcG

Feita a modificação, novamente o mediador perguntou que figura era o quadrilátero externo e interno (formado pelos pontos médios). Em seguida, Carla informou que a figura externa era um trapézio e Flávio disse que a interna era um losango. Contudo, o mediador queria saber também das justificativas. Assim, Flávio argumentou de, tal maneira, que o mediador concordou com a justificativa dele sobre o losango (145-151). Observamos nesse fragmento que houve evolução em relação aos conceitos de losango, percebidos a partir das interações entre o GeoGebra e os participantes.

Quadro 10: Fragmento do *chat*

Índice	Autor	Mensagem
145	Carla	virou um losango
146	Felipe	Que figura é externa ? qual é a figura interna?
147	Carla	Externa é um trapézio
148	Flávio	Interno é losango??
149	Felipe	Pq? Um losango e pq um trapézio?
150	Flávio	Losango tem lados iguais e ângulos opostos iguais tb!!
151	Felipe	Perfeito
152	Felipe	E o trapézio?
153	Carla	Trapézio tem base de baixo maior que a de cima
154	Carla	Ou ao contrário
155	Felipe	Tem haver com o paralelismo (dica)
156	Carla	Paralelo as bases??
157	Felipe	Isso aí Carla

Fonte: Transcrição gerada no VMTcG

Ainda que tenha ocorrido a justificativa para o losango (150), o mesmo não ocorreu para o trapézio, com ele os discentes tiveram mais dificuldades. Por meio de informações (155-157) o mediador guiou os discentes até que Flávio trouxe a informação dos ângulos suplementares (165) que, no caso, é importante para determinar o paralelismo.

Quadro 11: Fragmento do *chat*

Índice	Autor	Mensagem
165	Flávio	São ângulos internos são suplementares
166	Felipe	Isso aí
167	Felipe	Então para os lados serem paralelos os ângulos precisam ser o q?
168	Felipe	E quais lados os ângulos são suplementares?
169	Carla	Altura tem ângulos suplementares

Fonte: Transcrição gerada no VMTcG

Após questionamentos, Carla informou que a altura do trapézio possuía ângulos suplementares (169). Mesmo havendo um equívoco, pois referiu os segmentos $\overline{AD}$ e $\overline{BC}$ com altura, realmente a soma dos ângulos destes segmentos dava o valor de 180° (169).

Quadro 12: Fragmento de *chat*

Índice	Autor	Mensagem
178	Carla	Então dá 360°
179	Felipe	Não Carla. Darei um exemplo. Soma os ângulos dos vértices C e B
180	Carla	Então dá 180°
181	Felipe	Quanto dá a soma? Depois soma os ângulos dos vértices B e A
182	Felipe	Isso aí
183	Felipe	Vê os outros
184	Carla	A e B dá 208,08
185	Flávio	C e B dá 180°
186	Flávio	D e C dá 151,92
187	Carla	A e D dá 180 tbm
188	Felipe	Então podemos dizer dos lados q são paralelos em relação aos ângulos?
189	Felipe	Já estamos terminando
190	Carla	Que a soma dos ângulos paralelos resultam 180
191	Felipe	Isso
192	Felipe	Logo os lados paralelos são ...
193	Flávio	São suplementares e congruentes
194	Flávio	Ou**
195	Felipe	Muito obrigado pelas vossas participações. Espero que tenha passado algo interessante para vcs sobre geometria

Fonte: Transcrição gerada no VMTcG

A partir da ideia do fragmento de texto anterior, o mediador pediu para que os alunos somassem os ângulos adjacentes. Os discentes informaram os valores (179-187) e notaram que nem todas as somas resultavam no valor de 180°. Novamente, o mediador os questionou: "Então podemos dizer dos lados q são paralelos em relação aos ângulos? (188). Carla disse que a soma dos ângulos paralelos resultam em 180° (190). Acreditamos que ela queria informar que a soma de ângulos consecutivos resulta em 180°, dos lados que eram paralelos. Para isso é necessário que haja o paralelismo entre os lados opostos no quadrilátero. Mas, para ocorrer o paralelismo dos segmentos é preciso que dois ângulos consecutivos tenham a soma igual a 180°.

Flávio informou que os lados paralelos são suplementares ou congruentes (193-194). Embora os lados paralelos, em alguns casos de quadrilátero, possam ser iguais não é o caso do trapézio ilustrado na figura 17. Na questão dos ângulos suplementares é necessário que isso ocorra para que tenha lados paralelos em um quadrilátero. Mesmo que tenha ocorrido evolução dos argumentos dos alunos, percebemos, no fragmento acima, que os discentes tiveram conclusões interessantes. No entanto, ressaltamos que é preciso ter cuidado na construção dos argumentos para que não haja dúvidas ou interpretações inconclusivas.

Mesmo que os discentes não tenham chegado a uma conclusão esperada em relação ao quadrilátero formado pelos pontos médios de um quadrilátero qualquer, podemos dizer que conseguiram evoluir os conceitos e a importância da verificação das conjecturas deles e, assim, construir argumentos fundamentados. Além disso, perceberam, na interatividade com o GeoGebra, que suas expressões argumentativas são construídas juntamente com as interpretação das representações geométricas (SCHEFFER, 2012). O processo interativo dos discentes está descrito no quadro a seguir.

Quadro 13: Síntese do processo argumentativo pelos discentes

Índice	Autor	Conjectura	Dúvida	Certeza	Contra-argumento/ Questiona	Argumento/ Justificativas	Verificação no GeoGebra
57	Carla	esta formando um losango					
59	Flávio	losango esta sendo formado					
60	Felipe				Mas como q sei q é um losango Carla?		
62	Carla					pq criou lados de comprimento iguais	
67	Felipe				tem certeza q são iguais os comprimentos ?		
69	Marcos		é, não são iguais				é, não são iguais
71	Felipe				E aí é um losango ou parece ser um losango?		
72	Marcos		me buguei				
73	Marcos			parece ser			parece ser
76	Carla			porém seus lados opostos são iguais			porém seus lados opostos são iguais
78	Felipe				então q figura tem essa definição ?		

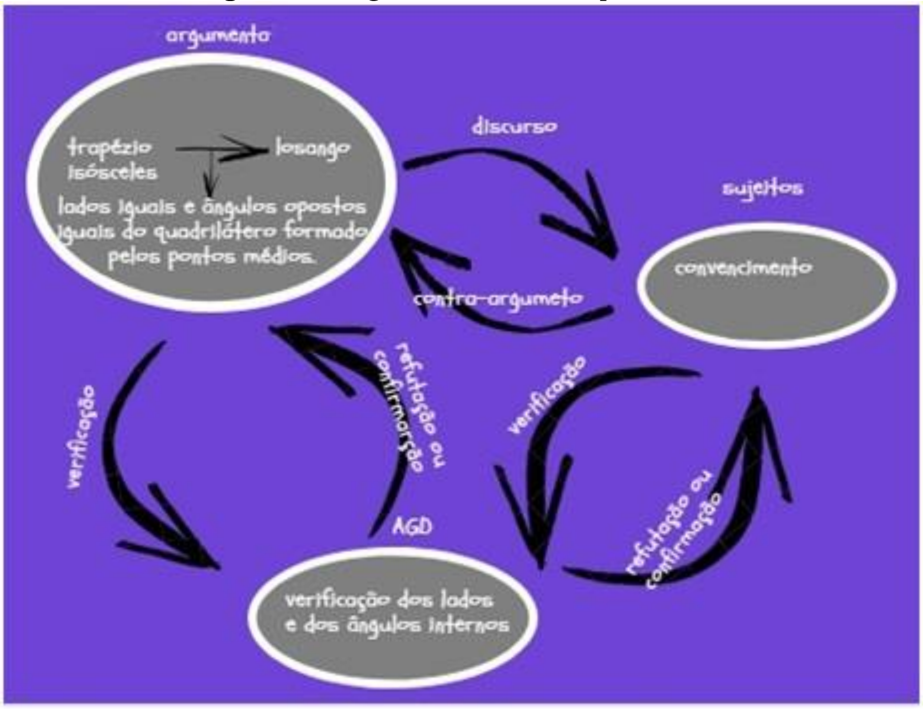
79	Flávio	Pode ser um retângulo					
85	Felipe				Está faltando mais uma coisa sobre os ângulos internos		
86	Flávio			tem ângulos internos medem 90			
87	Carla			Ângulos retos!!			
103	Carla	é um PARALELOGRAMOOOOOO					
106	Felipe				Agora pq é um paralelogramo ?		
110	Flávio					pq ele é um tem quatro lados e os lados opostos tem o mesmo valor	
111	Flávio					seus ângulos internos tem que ser resultante a 360	
132	Flávio		Ângulos suplementares ?			Ângulos suplementares ?	
138	Felipe					para ter lados paralelos a soma dos ângulos consecutivos tem q ser 180° dos lados	
145	Carla			virou um losango			virou um losango
146	Felipe				Que figura é externa ? qual é a figura interna?		
147	Carla	Externa é um trapézio					
148	Flávio	Interno é losango??					
149	Felipe				Pq? Um losango e pq um trapézio?		
150	Flávio					Losango tem lados iguais e ângulos	Losango tem lados iguais e

						opostos iguais tb!!	ângulos opostos iguais tb!!

Fonte: Elaboração do autor

A partir da referida análise preparamos um esquema argumentativo com questões elaboradas pelos discentes quando a figura inicial era um trapézio isóscele. Momento que os alunos afirmaram que a figura formada pelos pontos médios era um losango (147-148) e justificaram informando que os lados eram todos iguais e os ângulos opostos também (150), verificado e constatado no AGD. Tais justificativas influenciaram no convencimento dos sujeitos e principalmente do mediador (151), conforme ilustra a figura a seguir.

Figura 18: Argumento elaborado pelos discentes



Fonte: Elaboraçãodo autor

No esquema acima (figura 18) podemos ver, de forma sintetizada, o processo da construção do argumento. Os discentes arquitetaram o argumento que a figura gerada pelos pontos médios de um trapézio isósceles era um losango e justificaram que os lados da figura tinham a mesma medida e os ângulos opostos eram congruentes. O AGD foi fundamental para comprovar e auxiliar na justificativa realizada pelos participantes.

5.2 Atividade 4: O bissectograma

A atividade do bissectograma foi implementada nas salas da atividade 4. Participaram em média dois alunos e dois professores. Analisamos apenas uma das salas. Decidimos escolher apenas a sala 2 pelo mesmo motivo que citamos na atividade 3, isto é, pela facilidade de acesso do grupo de participantes a essa sala (nas outras existiram mais dificuldades de acesso, por motivos de natureza técnica) e, além disso, houve um número expressivo de interações entre aluno-aluno, aluno-ambiente e aluno-professor nessa sala.

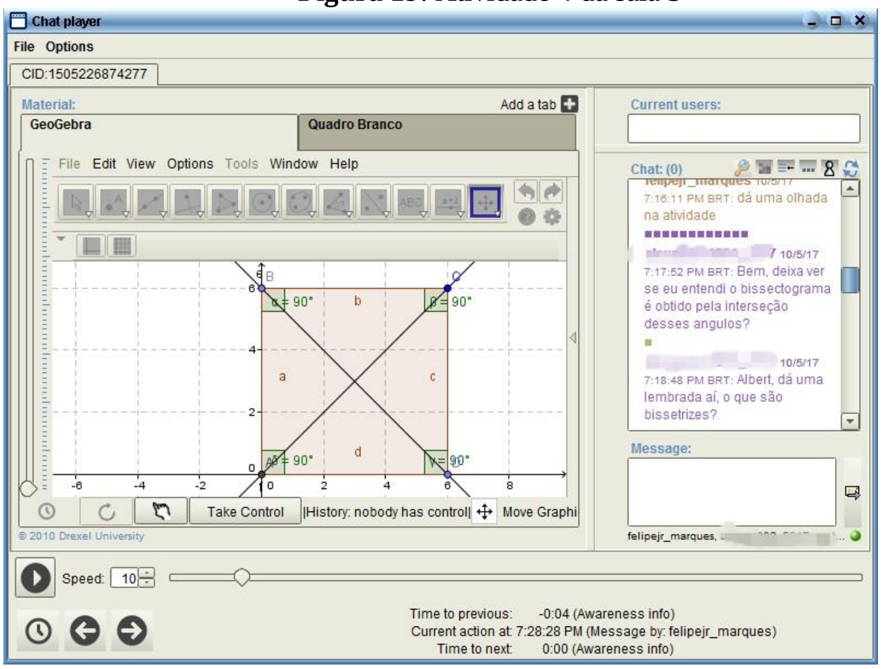
A Atividade 4 da sala 2 foi:

O bissectograma é o quadrilátero que se obtém por interseção das bissetrizes dos quatro ângulos de um quadrilátero. Sempre existe um bissectograma em um quadrilátero? O que acontece se for um trapézio isósceles? Para determinados quadriláteros o bissectograma é um quadrilátero particular. Que relação existe entre o quadrilátero inicial e o bissectograma? Por que isso acontece? Alguma outra descoberta que você gostaria de socializar com seus colegas?

A tarefa acima tem uma propriedade interessante para determinar a existência ou não do quadrilátero formado pelas bissetrizes denominado de bissectograma. Para não existir o bissectograma é necessário que o quadrilátero inicial precise ter dois pares de segmentos adjacentes com a mesma medida, qualquer outro quadrilátero que não tenha esta propriedade formará o bissectograma com a interseção das bissetrizes.

Nessa atividade dois discentes participaram: Alex e Alberto. O primeiro a ingressar na sala foi Alberto que iniciou a construção da tarefa no GeoGebra. A primeira figura que construiu foi o quadrado e, em seguida, as bissetrizes dos ângulos internos do quadrado, como ilustra a figura 19 a seguir.

Figura 19: Atividade 4 da sala 3



Legenda: Captura da sala do VMTcG

Após alguns minutos do Alex ter entrado na sala, ele iniciou a tarefa respondendo a uma das perguntas da atividade (31). Informou que sempre existia o bissectograma no quadrilátero, mesmo tendo a construção do quadrado e das bissetrizes no GeoGebra.

Quadro 14: Fragmento de *chat*

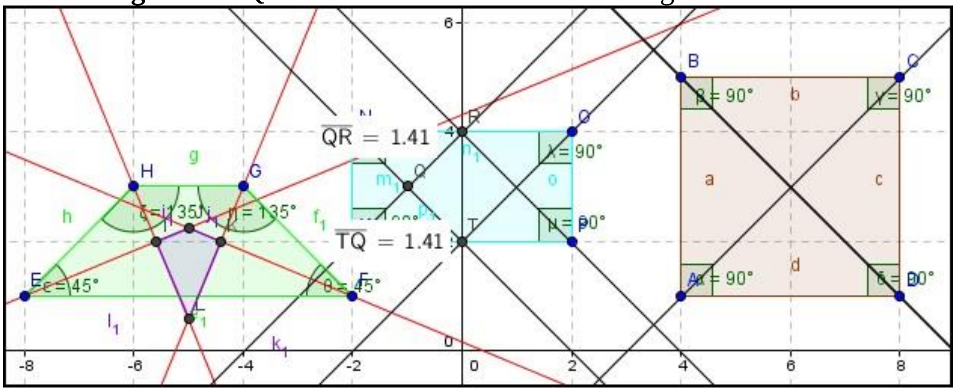
Índice	Autor	Mensagem
31	Alex	Bem, respondendo a primeira pergunta "sempre existe um bissectograma em um quadrilátero?"
32	Felipe	e aí existe bissectograma?
33	Alberto	Sim
34	Alex	Acho que a resposta é sim, porque todo quadrilátero tem 4 ângulos, então é só fazermos bissetrizes entre esses ângulos que obteremos um bissectograma
35	Alex	Sim, porque há bissetrizes entre os 4 ângulos
36	Felipe	vamos lá. faz uma outro quadrilátero
37	Felipe	e faça a mesma coisa q fez com o quadrado
38	Alberto	Prof, existe um bissectograma pq há uma intercessão das bissetrizes?
39	Alex	Oxi, nesse não foi
...	...	...
54	Felipe	ele existe no quadrado
55	Felipe	?
56	Alberto	Não
58	Alberto	pq as bissetrizes do quadrado se cruzam em apenas um ponto

Fonte: Transcrição gerada no VMTcG

No início os alunos achavam que existia o bissectograma em qualquer quadrilátero. Mas, depois da sugestão do mediador na construção de outro quadrilátero, os participantes verificaram que nem sempre iria ocorrer a existência dessa figura e em lugar dela encontrariam um ponto, conforme informou Alberto (58).

Empolgados pela descoberta, os discentes construíram mais objetos geométricos e, por meio da experimentação e a interação entre o ambiente virtual e os participantes, Alexandre notou que no trapézio e no retângulo que não possuem todos os lados iguais existe o bissectograma (92).

Figura 20: Quadriláteros com e sem o bissectograma



Fonte: Captura da sala do VMTcG

Mesmo tendo dúvidas de ser algo natural, podemos notar a evolução do argumento de Alberto. Ele inicia a conversa com uma afirmação que, matemáticamente, estava equivocada (33-35). Por meio da visualização obtida pelo GeoGebra e a relação com o mediador e os colegas foi possível chegar a primeira conclusão sobre a não existência do bissectograma (93), no caso do quadrilátero inicial com os lados iguais.

Quadro 15: Fragmento de *chat*

Índice	Autor	Mensagem
89	Alberto	Prof, uma duvida
90	Felipe	mas estavam corretos na justificativa na tela do GeoGebra
91	Felipe	Oi
92	Alberto	O bissectograma, seria uma forma geométrica que se forma com a intercessão das bissetrizes?
93	Alexandro	Bem, no trapézio, nem todos os lados são iguais e formou um bissectograma. A mesma coisa aconteceu no retângulo. Mas já no quadrado isso não foi possível, não tenho certeza, mas acho que é porque todos os lados são iguais
94	Felipe	Sim
95	Alexandro	Essa forma precisa necessariamente ser um quadrilátero professor?
96	Felipe	Concorda com Alexandro?
97	Alberto	Sim

Fonte: Transcrição gerada no VMTcG

Percebendo a empolgação e a linha de raciocínio dos participantes o mediador sugeriu aos discentes que construíssem o losango (103) para verificar se aconteceria a mesma relação que ocorreu com o quadrado com este quadrilátero notável.

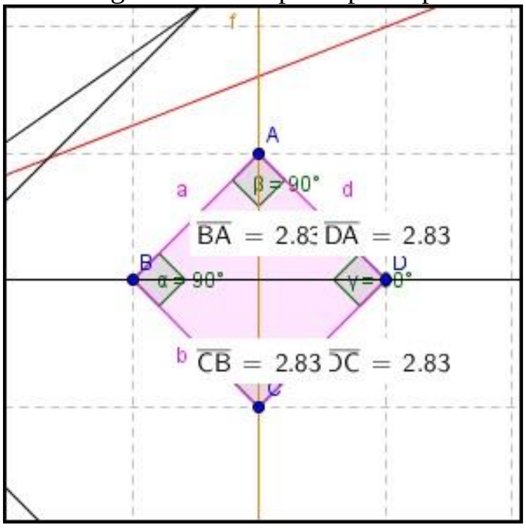
Quadro 16: Fragmento de *chat*

Índice	Autor	Mensagem
103	Felipe	Gostei da sua linha de pensamento. vamos fazer um losango então?
104	Alexandro	Bora
105	Felipe	apaga o quadrado deixa as outras duas figuras
106	Alberto	A msm coisa que a do quadrado, nao ?
107	Alexandro	Acho que é isso mesmo, o porquê disso que não sei
108	Alberto	Deu no msm, pq continua os lados iguais..
109	Felipe	agora faremos outra coisa
110	Felipe	agora faremos o bissectograma do bissectograma do trapézio. conseguiram entender?
111	Alberto	Sim
112	Alexandro	Sim

Fonte: Transcrição gerada no VMTcG

Feita a construção da figura (figura 21) os participantes observaram que valeria da mesma relação que a do quadrado, pois o losango tem todos os lados iguais e quadrado também tem todos os lados com a mesma medida (106-108) e, assim, não existiria o bissectograma.

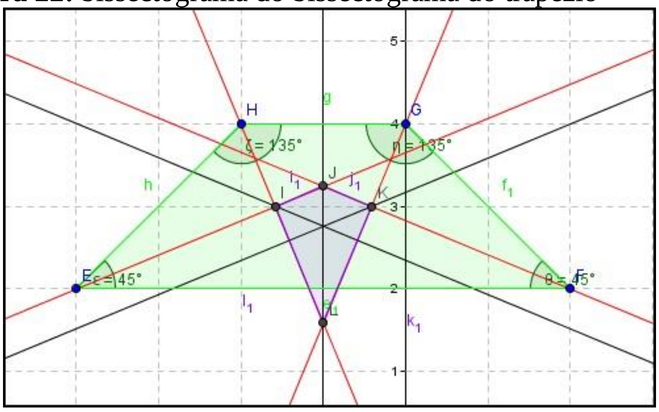
Figura 21: losango construído pelos participantes



Fonte 1: Captura da sala do VMTcG

Seguindo essa linha de entendimento, o docente sugeriu aos discentes que fizessem o bissectograma do bissectograma do trapézio isósceles como ilustra a figura 22.

Figura 22: bissectograma do bissectograma do trapézio



Fonte: Captura de tela da sala do VMTcG

Realizada a construção do bissectograma do bissectograma de um trapézio isósceles, um participante notou que não haveria a figura, o outro colega informou que geraria figuras de três lados (120-125) que, no caso, seriam os triângulos que se formaram a partir do ponto interseção das três bissetrizes. Nesse trecho percebemos que um dos alunos estava confuso em relação a definição do bissectograma ou a figura tinha muita informação, fato que prejudicou o raciocínio dele. Entretanto, o mediador da sala continuou e passou a informação que o bissectograma do trapézio não possui os quatros lados iguais e a figura de formato de pipa não gera um bissectograma (127).

Quadro 17: Fragmento de *chat*

Índice	Autor	Mensagem
116	Felipe	e aí existe bissectograma?
117	Alex	Isso professor?
118	Felipe	Sim
119	Felipe	E aí?
120	Alberto	acho q n
121	Alberto	Só figuras de três lados tbm
122	Alberto	Se tiver que ser quadriláteros, não, não tem
123	Felipe	Não entendi
124	Alberto	Se tiver que ser um quadrilátero, não tem
125	Alberto	Pois formou apenas formas com 3 lados
126	Alex	Acho que ele quis dizer que se bissectograma for figura só de quatro lados iguais, não tem
127	Felipe	entendi. Mas os quatro lados do bissectograma do trapézio não tem os quatro lados iguais. e aí pq não gerou outro bissectograma?

Fonte: Transcrição gerada no VMTcG

Ainda confuso pelas informações adquiridas por meio da figura anterior (figura 22), Alex explicou o que havia descoberto até aquele momento sobre esse quadrilátero, mas estava intrigado porque alguns quadriláteros, sem possuir os lados iguais, também não possuem o bissectograma (166-170). O mediador, percebendo as dúvidas e os questionamentos de Alex, deu mais uma informação que poderia instigar os discentes chegarem a conclusão de que era a sobreposição de algumas bissetrizes que influenciava a existência deste quadrilátero (174).

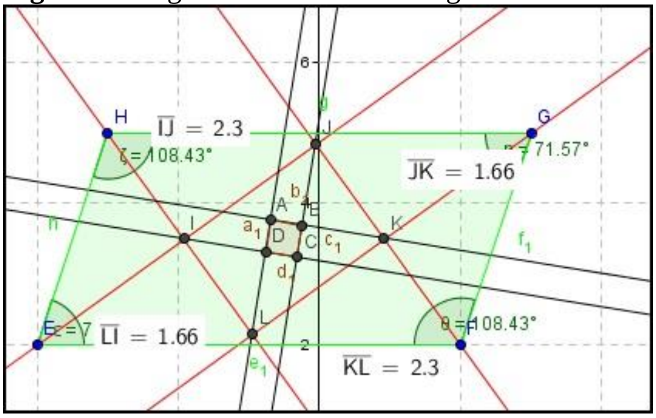
Quadro 18: Fragmento de *chat*

Índice	Autor	Mensagem
166	Alex	Quadriláteros de lados iguais não possuem bissectogramas
167	Felipe	Hum
168	Alex	Alguns bissctogramas de possuem bissectogramas e outros não
169	Alex	E algumas figuras de lados não iguais não possuem bissctograma
170	Alex	Só que o porquê de tudo isso que não sei
...	...	...
174	Felipe	Pense comigo. quando não existiu bissectograma, quando alguma bissetriz tinha interseção, ou seja, uma sobrepõe a outra
175	Alberto	Felipe
176	Felipe	agora é com vcs
177	Alex	Bem... essa sobreposição aconteceu pelos lados serem iguais, né?
178	Felipe	Ajuda aí Alberto
179	Alex	Será que tem relação com os ângulos da figura inicial? Tipo, tudo é dado pelos ângulos Os ângulos que nos permite saber se vai haver bissectograma ou não, e quantos vão haver

Fonte: Transcrição gerada no VMTcG

Intrigado com a informação passada pelo mediador, Alex fez algumas conjecturas bem interessantes, principalmente em relação aos ângulos da figura inicial (179) que estavam bem próximos da relação para existência ou não do bissectograma, relacionado com os ângulos internos do quadrilátero. Assim, os discentes começaram a movimentar o trapézio e o deixaram no formato de um paralelogramo.

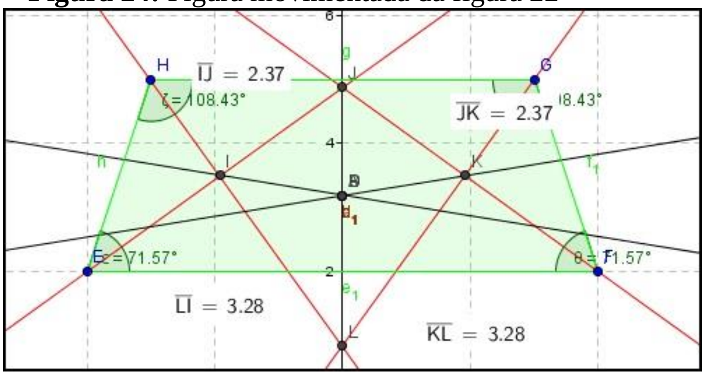
Figura 23: Figura movimentada da figura 21



Fonte: Captura da sala do VMTcG

Em seguida viram na medição do bissectograma formado pelas bissetrizes vermelhas que possuíam pares de lados com mesma medida e esse bissectograma gerava outro bissectograma. Continuando as investigações os participantes voltaram à figura inicial novamente no formato do trapézio isóscele e ficaram cismados com a informação que o bissectograma do trapézio também possuía pares de lados com a mesma medida, como mostra a figura 24 a seguir.

Figura 24: Figura movimentada da figura 22



Fonte: Captura da sala do VMTcG

Novamente os discentes recordaram o que já tinham descoberto (188-190), mas estavam intrigados com a conjectura de por qual motivo algumas figuras de pares de lados iguais possuirem bissectograma e outras não (193). Alberto ainda estava confuso com a informação da existência dessa figura geométrica formada pelas bissetrizes em alguns casos, quando existem pares de lados iguais (194- 197). Para ajudar o colega, na dúvida, Alex tenta exemplificar no caso da figura 23.

Quadro 19: Fragmento de *chat*

Índice	Autor	Mensagem
188	Alberto	Vimos que quando são 4 lados iguais(quadrado e losango) n tem bissectograma
189	Alberto	Quando possui um par de lados iguais (retângulo) ai possui
190	Alex	Exato
191	Alberto	no trapézio
192	Alberto	tem a base, e o lado de cima diferentes
193	Alex	Mas agora a gente quer saber por que algumas figuras de par de lados iguais possuem bissectograma e outras não
194	Alberto	Acho q tipo assim, se houver apenas 2 lados iguais, possue
195	Alberto	mas se tiver os 4 lados iguais, nao possue
196	Alex	Sim, só que alguns não possuem... e queremos saber o porquê disso
197	Alberto	ah, ai buguei
198	Alex	Vou exemplificar o que estou falando
199	Alex	Ia fazer isso que o prof fez agr kkkk Se liga no bissectograma das linhas vermelhas. Só tem um par igual e mesmo assim não possui bissectograma

Fonte: Transcrição gerada no VMTcG

Embora os discentes chegassem bem próximos da construção da relação da existência e não existência do bissectograma em um quadrilátero, o tempo da sessão já tinha finalizado e os participantes precisavam se retirar. Assim, o mediador pediu que os discentes argumentassem a respeito do que descobriram durante a atividade (211). Dessa maneira, concluíram que nem todo quadrilátero possui o bissectograma como figuras de lados iguais e nem todas figuras de lados diferentes possuem bissectogramas (neste caso o discente queria informar pares de lados iguais).

Quadro 20: Fragmento de *chat*

Índice	Autor	Mensagem
211	Felipe	vamos concluir. O que vcs podem dizer, ou melhor, argumentar sobre a atividade
212	Alberto	Que nem td quadrilatero tem um bissectograma
213	Alex	Figuras de todos os lados iguais não possuem bissectograma
214	Alex	E nem todas as figuras de lados diferentes possuem bissectograma

Fonte: Transcrição gerada no VMTcG

Com a atividade do Teorema de Varigon os discentes não chegaram à conclusão desejada da tarefa, mas no decorrer da atividade produziram argumentos. Notamos que houve evolução das justificativas deles e, a partir de conjecturas, dúvidas e investigação chegaram muito próximos na relação da não existência do bissectograma. Percebemos, também, que a relação dialógica (SANTA-CLARA; LEITÃO, 2011) com visualização e escrita (BOLITE-FRANT; CASTRO, 2009 ; BOAVIDA, 2005), questionamento e dúvidas (SHEFFER, 2012), acordo e desacordo (SANTA-CLARA; LEITÂO, 2011) foram importantes para o desenvolvimento das explicações. Além disso, não podemos esquecer que os recursos do AVA ajudaram no desenvolvimento do argumento, como o GeoGebra na parte da visualização e o *chat* na comunicação. No quadro a seguir sintetizamos o processo interativo dos discentes.

Quadro 21: Síntese do processo argumentativo pelos discentes da atividade 4

Índice	Autor	Conjectura	Dúvida	Certeza	Contra-argumento/ questiona	Argumento/ Justificativas	Verificação no GeoGebra
34	Alex	Acho que a resposta é sim, porque todo quadrilátero tem 4 ângulos, então é só fazermos bissetrizes entre esses ângulos que obteremos um bissectograma					
35	Alex	Sim, porque há bissetrizes entre os 4 ângulos					
38	Alberto		Prof, existe um bissectograma pq há uma intercessão das bissetrizes?				
54	Felipe				ele existe no quadrado		
58	Alberto			pq as bissetrizes do quadrado se cruzam em apenas um ponto			pq as bissetrizes do quadrado se cruzam em apenas um ponto
92	Alberto		O bissectograma, seria uma forma geométrica que se forma com a intercessão das bissetrizes?				
93	Alexandro	Bem, no trapézio, nem todos os lados são iguais e formou um				Bem, no trapézio, nem todos os lados são iguais e formou um	Bem, no trapézio, nem todos os lados são iguais e formou um

		bissectograma. A mesma coisa aconteceu no retângulo. Mas já no quadrado isso não foi possível, não tenho certeza, mas acho que é porque todos os lados são iguais				bissectograma. A mesma coisa aconteceu no retângulo. Mas já no quadrado isso não foi possível, não tenho certeza, mas acho que é porque todos os lados são iguais	bissectograma. A mesma coisa aconteceu no retângulo. Mas já no quadrado isso não foi possível, não tenho certeza, mas acho que é porque todos os lados são iguais
95	Alexandro		Essa forma precisa necessariamente ser um quadrilátero professor?				
103	Felipe				Gostei da sua linha de pensamento. vamos fazer um losango então?		
108	Alberto			Deu no msm, pq continua os lados iguais..		Deu no msm, pq continua os lados iguais..	Deu no msm, pq continua os lados iguais..
110	Felipe				agora faremos o bissectograma do bissectograma do trapézio. conseguiram entender?		
120	Alberto		acho q n				
166	Alex			Quadriláteros de lados iguais não possuem bissectogramas		Quadriláteros de lados iguais não possuem bissectogramas	Quadriláteros de lados iguais não possuem bissectogramas
168	Alex			Alguns bissctogramas de possuem bissectogramas e outros não			
169	Alex			E algumas figuras			

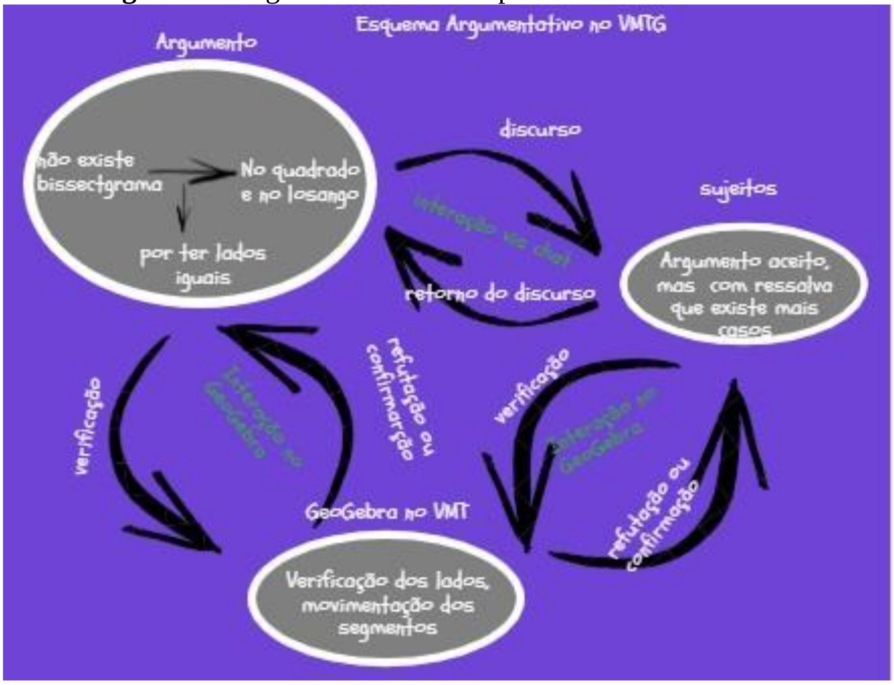
				de lados não iguais não possuem bissctogr ama				
174	Felipe						Pense comigo. quando não existiu bissectogram a, quando alguma bissetriz tinha interseção, ou seja, uma sobre põe a outra	
179	Alex	Será que tem relação com os ângulos da figura inicial? Tipo, tudo é dado pelos ângulos Os angulos que nos permite saber se vai haver bissectogram a ou não, e quantos vão haver						
188	Alberto			Vimos que quando são 4 lados iguais(qu adrado e losango) n tem bissectog rama				
189	Alberto			Quando possui um par de lados iguais (retângul o) ai possui				
193	Alex	Mas agora a gente quer saber por que algumas						

		figuras de par de lados iguais possuem bissectograma e outras não					
197	Alberto		ah, ai buguei				
199	Alex					Se liga no bissectograma das linhas vermelhas. Só tem um par igual e mesmo assim não possui bissectograma	Se liga no bissectograma das linhas vermelhas. Só tem um par igual e mesmo assim não possui bissectograma
213	Alex					Figuras de todos os lados iguais não possuem bissectograma	

Fonte: Elaboração do autor

A partir da referida análise, podemos traçar um esquema com base no argumento feito pelos discentes e realizado quando a figura inicial era um quadrado e um losango (58), quando eles disseram que não gerava um bissectograma, mas um ponto. Justificaram informando que isso ocorria por causa dos lados iguais das figuras, nas quais foram verificadas e constatadas as medidas no AGD que influenciou na aceitação (93 e 166). Entretanto, o AGD também influenciou na ressalva que existem outros objetos geométricos que não possuem o bissectograma sem ser o quadrado e o losango, pela movimentação de seus segmentos (199).

Figura 25: Argumento elaborado pelos discentes.



Fonte: Elaboração do autor

Ao observarmos o esquema acima notamos que os participantes construiram o argumento e o AGD os auxiliou. Embora a figura sintetize o argumento final dessa análise, poderíamos ter iniciado mostrando o quanto o argumento foi modificado desde a primeira afirmação. Dessa maneira, notamos que, por meio da análise dos argumentos dos alunos durante as interações no ambiente proposto que englobou o AGD, a tarefa e as provocações do mediador nos levam afirmar que esse ambiente favoreceu mudanças nas justificativas e fundamentações dos discentes em questão.

5.3 Atividade 5 : A pipa

A atividade da pipa foi implementada nas salas da atividade 5. Participaram, aproximadamente, quatro alunos e dois professores. Assim como nas outras atividades realizadas para as quais escolhemos uma sala específica, para essa escolhemos a sala 1, por um número mais expressivo de interações e menos problemas técnicos de acesso.

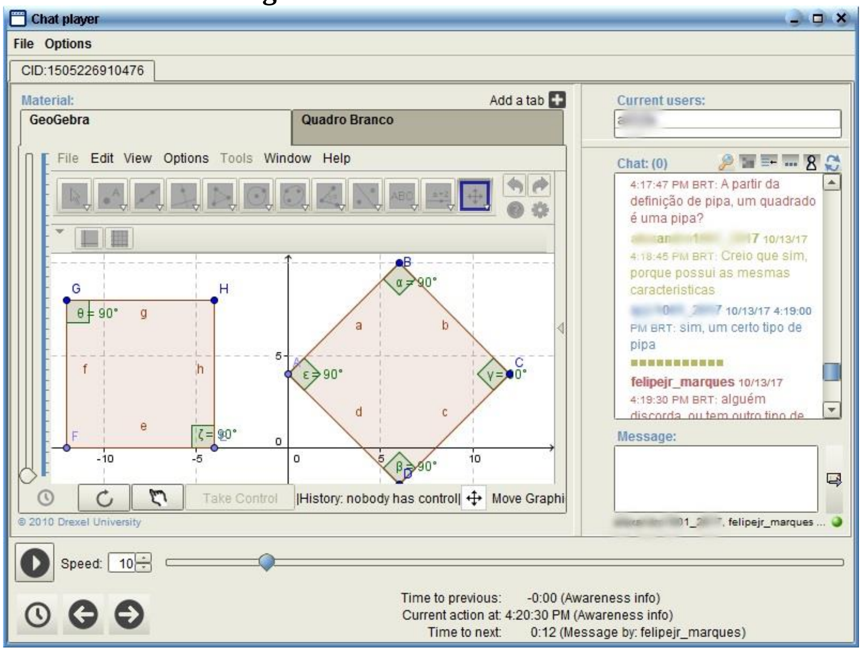
Na Atividade 5 da sala1 havia no quadro branco o seguinte enunciado para a tarefa:

A Pipa é um quadrilátero que tem dois pares de lados adjacentes (consecutivos) iguais. A partir desta definição de pipa, um quadrado é uma pipa? Justifique. Um losango é uma pipa? Justifique. Se fosse ao contrário, ou seja, a Pipa é um quadrado? E pipa é um losango? Explique. Agora tente fazer o Bissectograma na Pipa. Conseguem encontrar alguma relação com a atividade anterior? Tente explicar.

A referida tarefa teve o intuito de saber se os discentes conheciam algumas relações. Dentre elas, a do quadrilátero, conhecido como pipa, com o quadrado e o losango. Além disso, analisar se havia alguma conexão, ou melhor, propriedade nessa figura geométrica para não existir o bissectograma nela.

Para realização da atividade os quatro participantes, Alex, Carlos, Alberto e Charles, entraram no horário estipulado para início da sessão. Alex iniciou construindo dois quadriláteros, ou melhor, dois quadrados.

Figura 26: Atividade 5 da sala 1



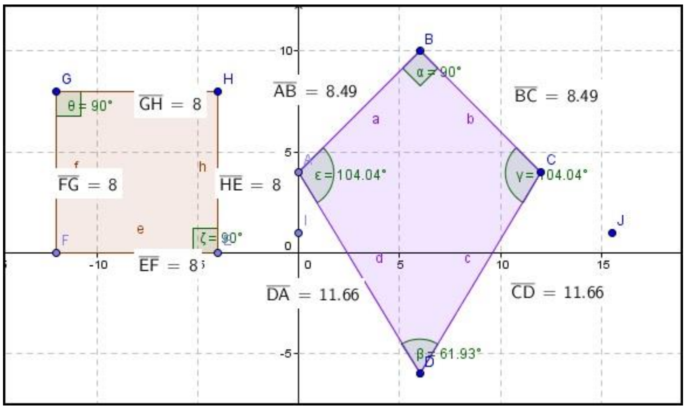
Fonte: Sala do VMTcG

Feitas as figuras o mediador questionou aos alunos se elas estavam dentro da definição de pipa (38). Alex informou que aparentemente estavam, pois os lados consecutivos eram iguais. Em seguida, o mediador perguntou se o quadrado era uma pipa, novamente Alex informou que sim e Carlos também (44-46).

Quadro 22: Fragmento de *chat*

Índice	Autor	Mensagem
38	Felipe	está dentro da definição de Pipa?
39	Alex	Possui dois pares de lados adjacentes iguais...
40	Alex	Então acho que sim
...	...	...
44	Felipe	A partir da definição de pipa, um quadrado é uma pipa?
45	Alex	Creio que sim, porque possui as mesmas características
46	Carlos	sim, um certo tipo de pipa

Fonte: Transcrição gerada do VMTcG



Fonte: Captura da sala do VMTcG

Ao notar que a explicação de Alex estava mais coerente com a definição de pipa e juntamente com as informações das figuras obtidas pela visualização, Alberto foi convencido pelo argumento de Alex (99-103). Em seguida, o mediador concordou com as informações destacadas por Alex e, além disso, questionou novamente os discentes a respeito de o quadrado ser ou não uma pipa, Alberto e Alex concordaram com o mediador. Alex disse, ainda, que o losango é uma pipa (104-107).

Quadro 23: Fragmento de *chat*

Índice	Autor	Mensagem
92	Felipe	então. o quadrado é uma pipa?
...	...	...
96	Alberto	pq? ta 8,49-8,49; 11,66-11,66
97	Alberto	Creio q n
98	Alex	Acho que sim, porque fica: 8,8 ; 8,8
99	Alex	O quadrado tem dois pares de segmentos iguais... por que não seria??
100	Alberto	Falei m kkk
101	Alberto	estava pensando que n poderia ser todos os lados iguais
102	Alex	Na definição não diz nada que não pode ter os lados iguais...
103	Alex	Só diz que precisa possuir dois pares de segmentos iguais...
104	Felipe	sim. então o quadrado é ou não é uma pipa ?
105	Alex	Sim é
106	Alberto	Sim
107	Alex	E o losango também

Fonte: Transcrição da sala do VMTcG

Após os alunos terem respondido aos dois questionamentos da atividade e justificado, o mediador indagou-os em relação a se acontecesse o contrário, ou seja, se toda pipa é um quadrado (136). Alberto afirmou que sim, mas Carlos e Alex discordaram. Alex, mais uma vez, apresentou esclarecimento e sustentou-o recorrendo ao exemplo na figura roxa (figura 26), que ilustra o caso de ter dois pares de lados consecutivos iguais (148).

Quadro 24: Fragmento de *chat*

Índice	Autor	Mensagem
136	Felipe	Agora me ajudem. A Pipa é um quadrado ? e tentem explicar suas ideias
137	Alberto	Sim
138	Carlos	a pipa não é um quadrado
...	...	...
143	Felipe	tentem argumentar suas ideias
144	Alex	O quadro precisa ter todos os lados iguais... a pipa não tem... ela tem pares de segmentos iguais
145	Carlos	A raia é um quadrado, mas essa roxa não
146	Charles	mas a Raia tem
147	Alex	Sim, mas a figura roxa não
148	Alex	Tipo, esses dois conceitos não precisam entrar em conflito. Se a figura tem todos os lado iguais ela automaticamente é uma pipa. Se a figura não tiver todos os lados iguais, ela não deixa de ser uma pipa necessariamente, temos o exemplo da figura roxa

Fonte: Transcrição da sala do VMTcG

Ao recapitular aquilo que já tinham discutido o mediador aproveitou o momento e perguntou novamente as quatro primeiras questões da atividade, ou seja, se nem toda pipa era um quadrado (157), se todo quadrado era uma pipa (159), se todo losango era uma pipa (163) e se toda pipa era um losango (165). Notamos em todas as falas que Alex argumentava bem suas justificativas em relação às perguntas feitas pelo mediador e os colegas concordavam com as ideias dele (158-167). Para finalizar Alex informou que faria um exemplo (168).

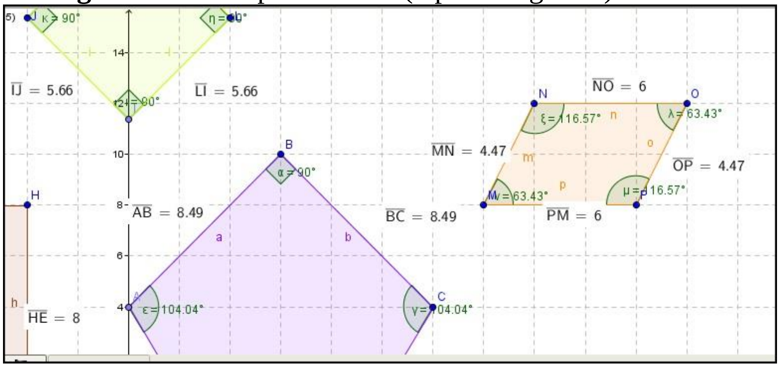
Quadro 25: Fragmento de *chat*

Índice	Autor	Mensagem
157	Felipe	então para vcs nem toda pipa é um quadrado
158	Alex	Não, nem todas
159	Felipe	Mas todo quadrado é uma pipa?’
160	Carlos	É
161	Alex	Sim
162	Alex	Sim porque todos os quadrados têm lados iguais, logo os pares de segmentos serão iguais
163	Felipe	E todo Losango é uma Pipa?
164	Alex	Sim, pela mesma razão do quadrado, possuir todos os lados iguais
165	Felipe	Mas toda pipa é um losango?
166	Alex	Não. Porque a pipa pode ter vários formatos, dês que os pares de segmentos sejam iguais
167	Alberto	Concordo
168	Alex	Vou tentar fazer um outro exemplo

Fonte: Transcrição da sala do VMTcG

Feito o exemplo da figura no GeoGebra, percebemos que Alex ainda tinha dúvidas em relação aos segmentos adjacentes (consecutivos) com segmentos opostos, conforme observado na figura laranja (figura 28).

Figura 27: Exemplo do Alex (o paralelogramo)



Fonte: Imagem retirada da sala do VMTcG

Alex pergunta ao mediador se a figura (laranja) que mostrou como exemplo era uma pipa e informou que não era um quadrado e nem um losango (182-184). Alguns colegas não concordaram com o exemplo e ainda brincaram que a pipa[47] não iria planar (185-190). Por fim, Alex sustentou a ideia de que os pares dos segmentos são iguais, relacionado em parte da definição de pipa - que precisa ter pares de lados iguais-, entretanto, os pares de lados iguais precisam ser consecutivos e não opostos como ilustra o exemplo.

Quadro 26: Fragmento de *chat*

Índice	Autor	Mensagem
182	Alex	A figura laranja também é uma pipa professor
183	Alex	E não é um quadrado ou um losango
184	Alex	Ou seja, pipas vão muito além de figuras de todos os lados iguais
185	Carlos	Isso não é uma pipa não
186	Carlos	Kkkkkk
187	Alberto	Oie
188	Felipe	Os lados consecutivos têm a mesma medida pessoal?
189	Carlos	Isso nem deve planar
190	Felipe	Kkk Verdade
...	...	...
195	Alex	Os pares de segmentos são iguais: 4.77 , 6 ; 4.77 , 6

Fonte: Transcrição da sala do VMTcG

Sabedor da confusão gerada pela definição de lados consecutivos, o mediador trabalhou com os participantes a dificuldade surgida (215-2017, 222-223). Para justificar e argumentar, ao longo da caminhada do aprendizado, somos cônscientes de que sempre aparecerão questionamentos e dúvidas (SHEFFER, 2012). Em meio aos percalços, seguimos avançando e modificando nossas explicações e justificativas em direção ao argumento aceito matematicamente.

[47] Os alunos associaram a pipa quadrilátero à pipa brinquedo feita de varetas de bambu e papel fino utilizada normalmente por crianças e jovens para planar no ar.

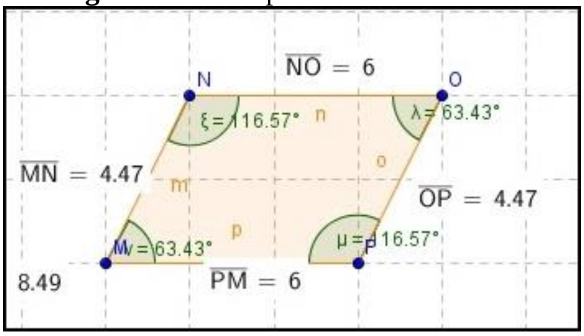
Quadro 27: Fragmento de *chat*

Índice	Autor	Mensagem
213	Carlos	então a figura laranja é uma pipa
214	Alex	A figura laranja cumpre todos os requisitos
215	Felipe	ou seja os dois lados consecutivos precisam ser iguais para seja uma pipa
216	Felipe	na figura laranja isso está acontecendo
217	Felipe	repare os lados da figura laranja com atenção
218	Alex	está MN=4.47 , PM=6 ; OP=4.47 , NO=6
219	Alex	Os pares seriam MN&PM e OP&NO
220	Alex	ou seja, 4.47 e 6 em um par
221	Alex	É o mesmo valor no outro
222	Felipe	Consecutivos
223	Felipe	são iguais as medidas?

Fonte: Transcrição da sala do VMTcG

Ainda, na animação das discussões a respeito dos lados consecutivos, o mediador aproveitou para perguntar aos integrantes da sala que lados eram adjacentes ao segmento $\overline{\boldsymbol{MN}}$, que tinha a medida 4,47 (247). Alberto informou que o segmento $\overline{\boldsymbol{OP}}$ era oposto ao segmento $\overline{\boldsymbol{MN}}$, ou seja, eles não eram consecutivos, como podemos ver na figura 29 os segmentos são opostos.

Figura 28: Exemplo de Alex.



Fonte: Retirado da sala do VMTcG

Alex conseguiu compreender a ideia lados consecutivos ou adjacentes e disse que os lados que eram consecutivos à $\overline{\boldsymbol{MN}}$ são os segmentos $\overline{\boldsymbol{NO}}$ e $\overline{\boldsymbol{PM}}$ e ainda informou que $\overline{\boldsymbol{OP}}$ era oposto a $\overline{\boldsymbol{MN}}$ (249-252).

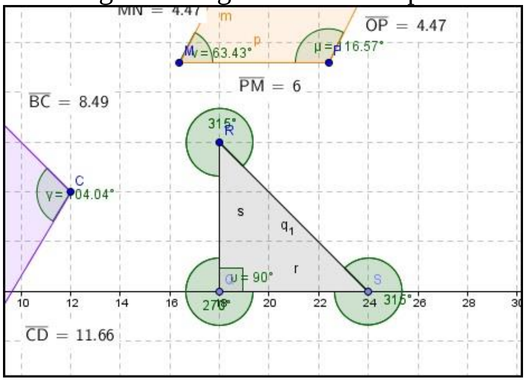
Quadro 28: Fragmento de *chat*

Índice	Autor	Mensagem
247	Felipe	Quaissãoos lados consecutivos do segmento MN (tem medida 4,47)?
248	Alberto	OP, sim
249	Alex	Aaaaaahhhhhhhhhh
250	Alex	Entendi
251	Alex	OP não é adjacente à MN
252	Alberto	ahhh...
253	Alex	Os adjacentes são NO e PM
252	Alex	OP é oposto
253	Felipe	Opa !!!!!!!! kkkkkkkk
254	Alberto	agr to entendendo

Fonte: Transcrição da sala do VMTcG

Feliz com o entendimento de lados adjacentes Alex discutiu com Carlos a respeito de algumas relações trabalhadas no triângulo retângulo, figura 30 que ele construiu no GeoGebra e, por meio da figura, relacionou com a definição de pipa.

Figura 29: Triângulo retângulo construído por Alex



Fonte 2: Captura da sala do VMTcG

Notamos que o discurso construído, associado aos conceitos do triângulo retângulo, facilitou o entendimento dos participantes à relação de lados adjacentes (278-280).

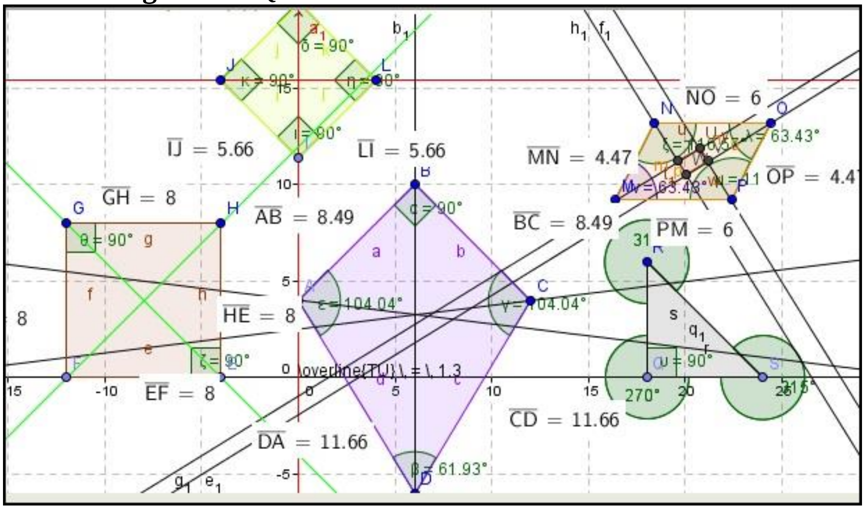
Quadro 29: Fragmento de *chat*

Índice	Autor	Mensagem
271	Alex	Carlos, ta ligado que a hipotenusa é aquela parte OPOSTA ao angulo, né?
272	Carlos	Sim
273	Alex	Ou seja, é o cateto oposto
274	Carlos	Entendo
275	Alex	Mas já os outros dois catetos, estão juntos ao ângulos
276	Alex	Meio que estão do lado dele
277	Alex	Ou seja, são adjacentes
278	Alex	Manjou isso
279	Alberto	eles estao ligados, e isso?
280	Carlos	Sim
...	...	...
284	Alex	Agora vamos lembrar a definição de pipa

Fonte: Transcrição da sala do VMTcG

Passado o momento de descobertas e entendimentos, o mediador voltou para a tarefa e pediu aos discentes que tentassem fazer o bissectograma na pipa e nos outros quadriláteros (300). A construção do bissectograma foi discutida na atividade anterior, mas, por falta de tempo, os alunos não conseguiram concluir a relação que acontece para existência ou não dessa figura formada pelas interseções das bissetrizes de um quadrilátero.

Figura 30: Quadriláteros com as bissetrizes



Fonte: Captura da sala do VMTcG

Feitas as bissetrizes (figura 31) nos quadriláteros os discentes informaram que só havia o bissectograma no quadrilátero laranja (319-323). Alex ainda relembrou o argumento que construíram na tarefa anterior, ou seja, que figura de lados iguais não possui o objeto geométrico formado pelas interseções das bissetrizes.

Quadro 30: Fragmento de *chat*

Índice	Autor	Mensagem
300	Felipe	Agora tentem fazer o bissectograma na pipa e nos outros quadriláteros
301	Carlos	eu não lembro qual é a ferramenta
301	Alex	Ok
302	Alex	Assim, certo?
303	Alex	Angle bissector
304	Carlos	PROFESSOR, O MEU TA CERTO?
305	Felipe	falta fazer do quadrado
306	Carlos	o da figura roxa?
...	...	...
315	Alex	Porque bissectograma é a forma formada pelas bissetrizes
316	Felipe	Lembra q o bissectograma é um quadrilátero formado pela interseção das bissetrizes
317	Carlos	ss lembro
318	Felipe	Existe bissectograma na pipa, no quadrado e no losango?
319	Carlos	Não
320	Alberto	Não
321	Alex	Não
322	Carlos	só na figura laranja
323	Alberto	só na figura laranja
324	Charles	Nn
325	Carlos	Kk
326	Alex	Vimos na aula passada que figuras que possuem lados iguais não possuem bissectograma

Fonte: Transcrição da sala do VMTcG

Aproveitando a relação dita anteriormente a respeito de não existir o bissectograma no quadrilátero que possui todos os lados iguais, o mediador questionou sobre a pipa, uma vez que ela não possui todos os lados iguais e também não tem o quadrilátero formado pelas bissetrizes.

Entretanto, os discentes estavam confusos e intrigados, pois não sabiam explicar o motivo (344-348).

Quadro 31: Fragmento de *chat*

Índice	Autor	Mensagem
343	Felipe	Vamos lá. Alberto o Alex falou mais acima q não existe bissectograma quando o quadrilátero inicial possui todos seus lados iguais. Aí perguntei se vale o caso da Pipa?
344	Alberto	Atah
345	Alex	Na aula passada Albert e eu não solucionamos porque algumas figuras que nem todos os lados são iguais possuem bissectogramas enquanto outras não
346	Alberto	isso msm
347	Alberto	Prof, n sei explicar, mas sei q n possui bissectograma
348	Alex	Isso se aplica à pipa, de nem todos os lados serem iguais porém não possuir
349	Felipe	tente achar uma relação e explicar.

Fonte: Transcrição da sala do VMTcG

Nesse momento, o mediador pede, então, para os discentes observarem tudo o que tinham feito nos quadriláteros e que utilizassem o GeoGebra (362 e 365). Alex conjecturou a respeito dos ângulos opostos serem iguais na figura laranja, se havia alguma relação para a existência do bissectograma (363). No entanto, ficou confuso com as próprias ideias (366- 368) e, em seguida, contra argumenta falando que os ângulos opostos do quadrado e losango também são iguais.

Quadro 32: Fragmento de *chat*

Índice	Autor	Mensagem
362	Felipe	observem tudo q já fizeram até o momento
363	Alex	Os ângulos opostos da figura laranja são iguais, e ela possui bissectograma
364	Alberto	alguém me ajuda kkk
365	Felipe	usem o GeoGebra
366	Alex	Porém os ângulos opostos da pipa não são iguais e a figura não possui bissectograma
367	Alex	Será que tem alguma relação a isso?
368	Alex	Será que os ângulos opostos precisam ser iguais para que se forme um bissectograma?
...	...	...
374	Felipe	O quadrado e losango têm Ângulos opostos iguais?
375	Charles	Eita
376	Alex	Sim, mas como os ângulos adjacentes também são iguais, isso se anula

Fonte: Transcrição da sala do VMTcG

Alex estava empolgado, pois teve uma nova ideia para verificar sua conjectura (387 389 e 396). Mas, não prosseguiu porque alguns colegas precisaram se retirar, já que o horário da sessão havia esgotado (390), ainda que alguns deles, absortos na atividade, não perceberam o tempo passar (391). Assim, ficamos mais alguns minutos e saimos, pois os estudantes tinham compromissos e todos precisaram se retirar.

Quadro 33: Fragmento de *chat*

Índice	Autor	Mensagem
387	Alex	Gente, bora fazer uma figura em que a medida dos ângulos opostos não sejam iguais pra confirmar essa teoria
388	Alberto	Prof?
389	Alex	Caso forme bissectograma, essa teoria é falha.
390	Alberto	A aula já está acabando? Terei q sair jájá
391	Carlos	Nossa, já são 18h
392	Charles	nossa, nem senti o tempo passar
393	Felipe	Ok
394	Alberto	Posso ir?
395	Felipe	sim nossa hora era até 17:30 no máximo as 18h
396	Alex	Alguém mede os segmentos aí rapidão só pra ver se os angulos oppostos são iguais

Fonte: Transcrição da sala do VMTcG

Novamente não tivemos tempo de concluir a relação do bissectograma, mas acreditamos que outras relações foram descobertas no decorrer das atividades, por exemplo, a dos lados consecutivos, que todo quadrado e losango são pipas, entretanto nem toda pipa é um quadrado e losango. Ressaltamos a importância de os discentes entenderem que as dúvidas e os equívocos que aparecem sejam trabalhados, pois, por meio deles, aprimoram o conhecimento e consequentemente avançam nos argumentos. Assim, concluímos nossa síntese do processo interativo dos discentes nessa atividade com o quadro a seguir.

Quadro 34: síntese do processo argumentativo pelos discentes da atividade 5.

Índice	Autor	Conjectura	Dúvida	Certeza	Contra-argumento /Questiona	Argumento / Justificativas	Verificação no GeoGebra
39	Alex	Possui dois pares de lados adjacentes iguais...					
40	Alex		Então acho que sim				
44	Felipe				A partir da definição de pipa, um quadrado é uma pipa?		
45	Alex	Creio que sim, porque possui as mesmas características				Creio que sim, porque possui as mesmas características	
46	Carlos	sim, um certo tipo de pipa				sim, um certo tipo de pipa	
92	Felipe				então. o quadrado é uma pipa?		
99	Alex				O quadrado tem dois pares de	O quadrado tem dois pares de	

					segmentos iguais... por que não seria??	segmentos iguais... por que não seria??	
136	Felipe				A partir da definição de pipa, um quadrado é uma pipa?		
148	Alex					Tipo, esses dois conceitos não precisam entrar em conflito. Se a figura tem todos os lado iguais ela automaticamente é uma pipa. Se a figura não tiver todos os lados iguais, ela não deixa de ser uma pipa necessariamente, temos o exemplo da figura roxa	Tipo, esses dois conceitos não precisam entrar em conflito. Se a figura tem todos os lado iguais ela automaticamente é uma pipa. Se a figura não tiver todos os lados iguais, ela não deixa de ser uma pipa necessariamente, temos o exemplo da figura roxa
182	Alex	A figura laranja também é uma pipa professor					
183	Alex	E não é um quadrado ou um losango					
184	Alex	Ou seja, pipas vão muito além de figuras de todos os lados iguais					
185	Carlos				Isso não é uma pipa não		
188	Felipe				Os lados consecutivos têm a mesma medida pessoal?		
213	Carlos		então a figura				

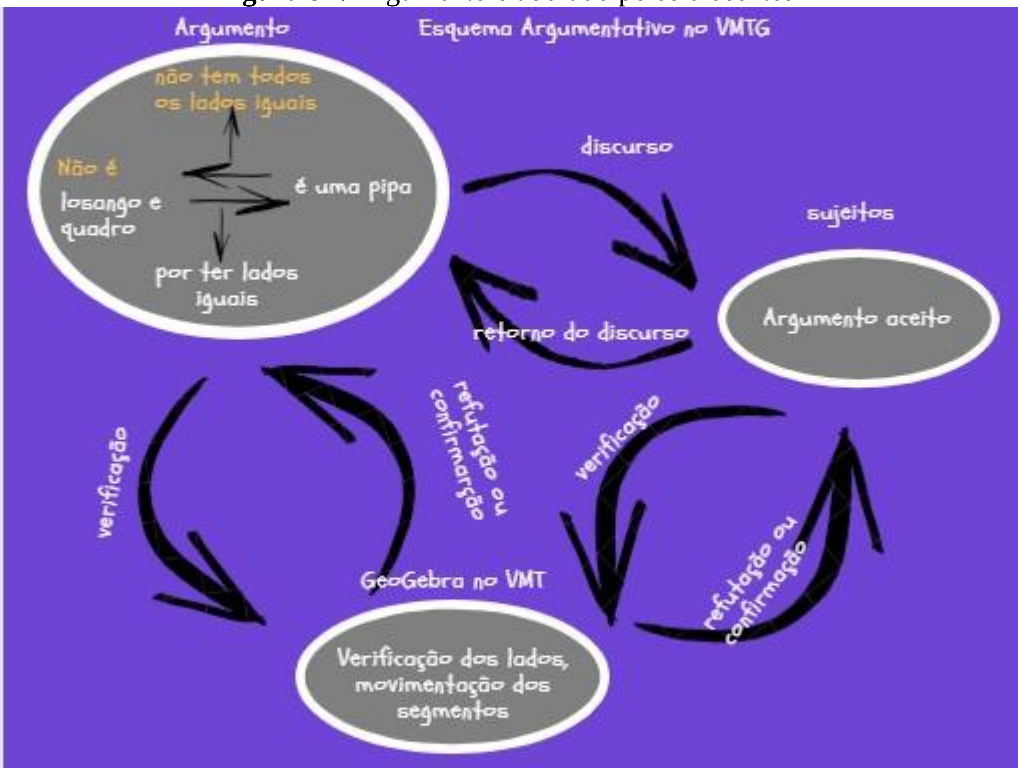
			laranja é uma pipa				
214	Alex	A figura laranja cumpre todos os requisitos					
247	Felipe				Quais são os lados consecutivos do segmento MN (tem medida 4,47)?		
253	Alex			Os adjacentes são NO e PM			
252	Alex			OP é oposto			
318	Felipe				Existe bissectograma na pipa, no quadrado e no losango?		
322	Carlos			só na figura laranja			
323	Alberto			só na figura laranja			
326	Alex				Vimos na aula passada que figuras que possuem lados iguais não possuem bissectograma		
343	Felipe				Vamos lá. Alberto o Alex falou mais acima q não existe bissectograma quando o quadrilátero inicial possui todos seus lados iguais. Aí perguntei se vale o caso da Pipa?		
347	Alberto		Prof, n sei explicar, mas sei q n possui bissectograma				
348	Alex					Isso se aplica à pipa, de nem todos os	

						lados serem iguais porém não possui	

Fonte: Elaboração do autor

A partir da referida análise mostramos um esquema com base no argumento feito pelos discentes que informam que todo quadrado e losango é uma pipa (97-107), mas a recíproca não é a mesma (138-148). Assim, destacamos a volta da justificativa com letras em amarelo no seguinte esquema:

Figura 31: Argumento elaborado pelos discentes



Fonte: Elaboração do autor

A figura 32 sintetiza somente uma argumentação elaborada pelos discentes. Podemos dizer que foi um grande avanço no desenvolvimento do conhecimento deles, pois precisavam saber explicar e justificar as tarefas aprendidas e desenvolvidas. Para tanto, se fez necessário dar atenção ao que eles entendiam e aprendiam com a aula. Por meio de tais interações os alunos conseguiram esclarecer, justificar e ouvir uns aos outros e, assim, aprimoraram vocabulário, escrita e, consequentemente, o conhecimento.

Outrossim, observamos que em todas as atividades os discentes não chegaram às conclusões esperadas e aceitas matematicamente. Vale ressaltar que o ambiente virtual de aprendizagem é novo, assim como a dinâmica igualmente nova para eles. Ilusão acreditar que em um *chat* de duas horas apenas, consiga-se resolver tudo. Mas, mesmo em condição adversa, podemos dizer que o cenário foi frutífero, pois a dinâmica na qual é colocada a ideia, se analisa, observa, revisa, problematiza e complementa gerou argumentos interessantes.

Na tarefa do teorema de Varignon a conclusão que esperávamos aliada à justificativa era a de que, em qualquer caso de quadriláteros, o quadrilátero formado pelos pontos médios sempre seria um paralelogramo. Os estudantes arquitetaram o seguinte argumento: o quadrilátero formado pelos pontos médios de um trapézio isósceles formava um losango, justificaram que os lados são todos iguais e os ângulos opostos congruentes. Embora não tenha sido a argumentação geral, podemos dizer que foi a dos casos possíveis.

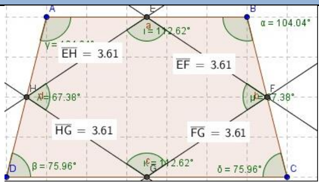
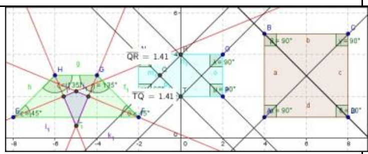
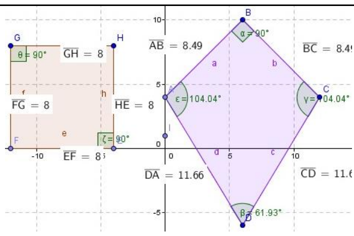
Na atividade do bissectograma os estudantes elaboraram o seguinte argumento: o bissectograma não existe quando a figura for um quadrado ou um losango, pois possuem lados iguais e, com isso, as bissetrizes se encontram em um único ponto. A conclusão que esperávamos era a de que para qualquer quadrilátero com dois pares de segmentos consecutivos e com a mesma medida não existe o bissectograma.

Por fim, a tarefa da pipa, para a qual os discentes arquitetaram dois argumentos. O primeiro que o losango e o quadrado são considerados como pipas, pois possuem todos os lados iguais e consequentemente seus lados adjacentes (consecutivos) têm o mesmo tamanho. O segundo foi que a recíproca não vale, ou seja, uma pipa não é um losango e uma pipa também não é um quadrado, pelo simples fato de que a pipa não tem todos os lados iguais, mas pares de lados consecutivos congruentes. O último questionamento os discentes não finalizaram, esperávamos que eles concluissem que em nenhum tipo de pipa existe o bissectograma.

A partir dos argumentos produzidos nas atividades notamos que para todos os casos foram produzidos argumentos informais, pois não houve a formalidade da escrita e o padrão matemático, no entanto, vale ressaltar que todos os argumentos produzidos foram fundamentados. Além desse tipo de argumento produzido, percebemos que na tarefa do teorema de Varignon foi produzido um argumento não generalista (um caso particular), na atividade do bissectograma foi arquitetado um argumento condicional e não generalista (condicionado pelos participantes) e na atividade da pipa foi contruído um argumento generalista (justificaram de forma geral as duas primeiras perguntas).

Além do entrosamento entre os estudantes e o mediador, notamos que a interação com GeoGebra foi importante para a fundamentação dos argumentos, pois o AGD posui ferramentas que influenciaram na validação e na refutação de suas conjecturas, além de ter ajudado na visualização e na construção das justificativas que ficaram mais evidentes com os recursos AGD. (SCHEFFER, 2013).

Quadro 35: Síntese dos argumentos capturados na realização das três tarefas

atividade	Exemplos de argumento.	Imagem relacionada ao argumento.	Condições / contra-argumentos no esquema	Tipos de argumentos
varignon	Losango tem lados iguais e ângulos opostos iguais tb!! (150)		Sem restrições	Argumento informal e não generalista
bissectograma	Figuras de todos os lados iguais não possuem bissectograma (213).		Ressalva que existe(m) outro(s) casos, por exemplo: Se liga no bissectograma das linhas vermelhas. Só tem um par igual e mesmo assim não possui bissectograma (199).	Argumento informal, condicional e não generalista
pipa	Tipo, esses dois conceitos não precisam entrar em conflito. Se a figura tem todos os lado iguais ela automaticamente é uma pipa. Se a figura não tiver todos os lados iguais, ela não deixa de ser uma pipa necessariamente, temos o		Sem restrições	Argumento informal e generalista.

	exemplo da figura roxa (138)			

Fonte: Elaboração do autor

Dessa forma, justificar e argumentar são partes fundamentais do processo de ensino e aprendizagem nos conteúdos de matemática ou em qualquer outro conteúdo, pois se soubermos justificar as conjecturas construiremos argumentos que podem ser compreendidos e aceitos, e isso é um indicador de aprendizagem. (SCHEFER; PASIN, 2013).

Desconectando: Considerações finais

A matemática sempre foi vista como aquela matéria que exige rigor, para a qual é preciso memorizar inúmeras propriedades, fórmulas, teoremas e axiomas. Entretanto, vimos em nossa análise que podemos construir conhecimento por meio da explicação e da negociação de justificativas, ou melhor, pelo desenvolvimento de argumentos sem seguir a prática de decorar.

Assim, em nosso trabalho nos empenhamos em responder a duas perguntas: Que tipo de argumentos podem ser observados na realização síncrona de atividades sobre quadriláteros com GeoGebra? De que forma o uso do ambiente virtual colaborativo pode contribuir na (re)construção de argumentos?

Em relação ao primeiro questionamento vimos que surgiram:

- Argumentos informais, pois não seguem o padrão da formalidade na escrita.
- Argumentos não generalistas, pois não argumentam com base em casos gerais.
- Argumentos generalistas, pois justificam casos gerais.
- Argumentos condicionais, complementados ou condicionados pelos participantes.

Todos os argumentos são importantes no desenvolvimento do pensamento matemático. Eles foram fundamentados sem seguir o rigor da escrita formal que a matemática exige (definições ou propriedades matemáticas), emergiam durante o desenvolvimento das tarefas por meio das interações entre os participantes, o mediador e o GeoGebra. Além de desenvolver argumentos muitos conceitos surgiram, aprimorados e relembrados no decorrer das tarefas. Como as implementações ocorreram de maneira síncrona, todos puderam interagir simultaneamente entre os espaços do VMTcG, no qual o GeoGebra foi de suma importância para a visualização e verificação de informações com suas ferramentas de medir, arrastar, pintar, entre outros, além de destacarem-se no auxílio da confirmação ou refutação de algumas ideias. Assim, os argumentos desenvolvidos pelos discentes e com as contribuições de todos mostraram-se matematicamente coerentes, pois foram articulados de maneira livre sem a formalidade e rigidez próprias da matemática tradicional.

Vimos que o VMTcG é um tipo de ambiente no qual a produção de argumentos pode acontecer em cada um de seus diferentes espaços, ou seja, *chat* escrito, GeoGebra e quadro branco. Uma característica particular do VMTcG na prática argumentativa é que os sujeitos são cúmplices na realização das tarefas e continuamente convidados a expressarem suas ideias, reflexões e (des)entendimentos.Todavia, cabe verificar que tipo de relação pode ser observada entre os argumentos e os tipos de raciocínio (ascendente ou descente), conforme suscitado em

Barreira e Bairral (2017), a partir do indicado em Arzarello *et. al.* (2002). Além disso, não podemos esquecer que o VMTcG foi desenvolvido para trabalhar colaborativamente em pequenos grupos, e isso ajudou os participantes na interação e na fluidez das tarefas. Tal aspecto facilita na organização das ideias e no desenvolvimento das atividades.

Assim, em nossa análise das atividades discutidas e trabalhadas no ambiente, podemos notar que o VMTcG contribuiu e permitiu aos discentes pensarem e refletirem nas ideias geradas e, com ajuda do GeoGebra e da interação escrita favorecida pelo *chat*, os integrantes construíram, observaram propriedades e elaboraram justificativas para as propriedades emergentes em suas manipulações. Além disso, no decorrer das atividades, notamos que as justificativas fluiram com mais facilidade e as dúvidas trazidas e questionadas pelos integrantes na última analisada - a da pipa -, era percepetível a discordância entre os estudantes, um complementava a ideia do outro.

Um aspecto que influenciou nas construções dos argumentos foi o tempo. Durante as interações surgiram inquietações, dúvidas e questionamentos que tentávamos, por meio do debate e a interação pelo GeoGebra, sanar. Além disso, surgiram outros questionamentos que os participantes traziam das aulas de matemática deles e que conectavam com conceitos que discutiámos em nossas interações, como o exemplo do triângulo retângulo na atividade da pipa (278-280). Consideramos importante respeitar aquele momento dos discentes por perceber que eles interlingavam um assunto com outro conceito.

Em relação ao esquema de análise de argumentos que elaboramos para cada atividade um esquema dialógico e analítico ao mesmo tempo, salientamos que é dialógico, pois analisa a interação entre os sujeitos e o AGD do ambiente virtual e analítico, uma vez que traz o argumento de maneira fragmentada, separando as premissas da conclusão e das justificativas. Desse modo, sentimos a necessidade de algum modelo que pudesse ser analítico como o de Toulmin (2006), mas que pudesse averiguar as interações dialógicas entre os sujeitos e o AGD como o de Leitão (2000) e de Bolite Frant e Castro(2011), já que as interações entre os discursos dos sujeitos e interações entre as ferramentas do GeoGebra influenciaram constantemente no desenvolvimento e no aprimoramento das ideias dos participantes e consequentemente nas argumentações deles. Assim, esse esquema foi inspirado nos modelos adaptados à necessidade de trabalhar no VMTcG.

Enfim, Abreu (2009) define argumento como a arte de convencer e persuadir. Além disso, informa que convencer é dizer em razão do outro, demonstrando, provando e vencendo com o outro e, dessa maneira, construir algo no campo das ideias, e persuadir é falar a emoção do outro, sensibilizar o outro a agir em algo que desejamos.

Dessa maneira, acreditamos ser preciso argumentar mais com os alunos, ou seja, necessitamos convencer os discentes que matemática não é uma disciplina complicada e difícil. Assim, necessário se faz desconstruir tal paradigma e ensinar uma matemática que não seja tão formal, mas que fale a linguagem dos discentes e traga ferramentas que a torne mais lúdica e concreta para que possamos vencer junto com os alunos os desafios de fazer uma matemática menos complicada. Para tanto, precisamos persuadir os alunos, nos sensibilizar com as dificuldades e medos deles, ouvir mais as ideias e permitir interações com os colegas. Dessa forma, construiremos, no terreno das emoções dos discentes, a perda do medo da matemática.

Nessa pesquisa ilustramos uma possível desconstrução do paradigma da matemática escolar tradicional. O ambiente virtual, fora do cotidiano em que estão socializados, facilitou os discentes se expressarem sem ter medo de falar algo equivocado. Os alunos não perceberam o tempo passar, tiveram voz ativa para construir conceitos matemáticos, por meio de debates e interações trabalhamos em um ambiente diferente do habitual e o resultado, podemos dizer, foi positivo.

Como possível desdobramento gostaríamos de averiguar em um curso de formação continuada com professores de matemática no VMTcG atividades de Geometria Euclidiana que explorassem justificativas e argumentações dos docentes. Gostaríamos, também, de investigar possíveis dificuldades ou facilidades dos docentes no processo de argumentação.

Finalmente, como produto da dissertação geramos um material curricular educativo *online* (MCEO) com uma das seis atividades implementadas neste trabalho, que foi a tarefa da pipa. Denominamos este MCEO de "planando com a pipa" [48], pois este quadrilátero é mais conhecido como o brinquedo de papel e vareta do que como um polígono de quatro lados.

Além disso, a atividade que trabalha o conceito dessa figura não é muito presente na grade curricular do Ensino Médio. Dessa forma, adoraríamos que a pipa - um brinquedo conhecido por muitos-, fosse mais experimentado no cotidiano escolar e despertasse interesse e fascínio como as pipas que planam no céu.

[48] O MCEO "planando com a pipa e atividade pipa" foi inspirada por meio da atividade do bissectograma e também por ser conhecido no cotidiano de muitas crianças e adolecentes pelo brinquedo de papel e vareta.

Referências

ABREU, A. S. **A Arte de Argumentar: gerenciando razão e emoção**. Cotia: Ateliê Editorial, 2009.

ALVES, G. S. O **Uso de Softwares de Geometria Dinâmica para o Desenvolvimento de Habilidades Cognitivas: uma aplicação em alunos do ensino médio**. 2004. Dissertação (Mestrado em Informática). Rio de Janeiro: UFRJ, 2004.

AMARAL, R.B. **Argumentação matemática colaborativa em um ambiente *o*nline**. *Acta Scientia***e**, v.13, n.1, jan./jun. 2011.

ARZARELLO, F., OLIVERO, F., PAOLA, D., & ROBUTTI, O. ***A cognitive analysis of dragging practises in Cabri environments.*** **ZDM**, *v. 34*, n. 3, p. 66-72, 2002.

ARZARELLO, F.; SABENA, C. ***Semiotic and Theoric Control in Argumentation and ProofActivities. EducationStudies in Mathematics***, v. 77, p. 189-206, 2010.

ASSIS, A. R.; SILVA, B. C. C. C.; MARQUES, F. J. R.; BAIRRAL, M. A. **Arquitetando um ambiente de aprendizagem no GeoGebra em tablets**. *In:* Anais- VI Encontro Estadual de Educação Matemática (EEMAT-RJ), p. 1-9, Rio de Janeiro, 2014.

BAIRRAL, M. A. **Discurso, interação e aprendizagem matemática em ambientes virtuais à distância**. Seropédica - RJ: Edur, 2007.

______________.**Tecnologias da Informação e Comunicação na Formação e Educação Matemática**. Seropédica /RJ- Edur, 2012.

______________.**Pesquisas em Educação Matemática com Tecnologias Digitais: algumas faces da interaçã**o. Perspectivas da Educação Matemática. v. 8, n. 18, 2015, p.485-505

_____________**.A educação matemática em ambientes virtuais**. Salvador - BA: [s.n.], 2010.

BAIRRAL, M., ASSIS, A. R., & SILVA, B. C. da. **Mãos em ação em dispositivos touchscreen na educação matemática**. Seropédica: Edur, 2015.

BAIRRAL, M. A.; BARREIRA, J. C. F. **Algumas Particularidades de Ambientes de Geometria Dinâmica na Educação Geométrica**. Revista do Instituto GeoGebra de São Paulo. ISSN 2237-9657. v. 7, n. 2, , São Paulo, 2017, p. 46-64

BAIRRAL, M. A.; MARQUES, F. J. R. **Onde se localizam os pontos notáveis de um triângulo? Futuros professores de matemática interagindo no ambiente VMT com GeoGebra.** Educação Matemática Pesquisa. v. 18, n. 1, 2016, . p.111-130.

BARREIRA, J. C. F.; BAIRRAL, M. (2017). **Que quadrilátero é? Licenciandos em matemática usando propriedades conhecidas no VMT com o GeoGebra**. Boletim Gepem n. 70, doi:10.4322/gepem.2017.02, p. 143-156

BOAVIDA, A. M. R. **A Argumentação em Matemática Investigando o Trabalho de duas Professoras em contexto de Colaboração**. Tese (Doutorado em Educação), Faculdade de Ciências, Universidade de Lisboa, 2005.

BOLITE FRANT, J.; CASTRO, R. **Modelo da Estratégia Argumentativa: análise da fala e de outros registros em contextos interativos de aprendizagem**. Curitiba: Ed. da UFPR, 2011.

CAVALCANTI, T. C. F.; LEITÃO, S. A. **Natureza Argumentativa dos Processos Inferenciais Preditivos na Compreensão Textual**. Estudos de Psicologia. v.17, n. 1, 2012, , p. 35-42

DAMIANI, M. F. *et al.* **Discutindo pesquisas do tipo intervenção pedagógica.** Cadernos de Educação v. 45, 2013, p. 57-67

____________. **Sobre Pesquisas do tipo intervenção**. *In*: Anais XVI Encontro Nacional de Didática e Prática de Ensino. p.2882-2890, Campinas: Unicamp, 2012.

DAMINELI, A; DAMINELI, D. Origens da vida. **Estudos avançados**, São Paulo, v. 21, n. 59, 2007.

GIL, I. T. M. **Retórica e Argumentação: continuidade e rupturas**. Mãthesis. v. 14, 2005, p. 69- 79.

GRAVINA, M. A. **Geometria Dinâmica uma Nova Abordagem para o Aprendizado da Geometria**. *In:* Anais VII Simpósio Brasileiro de Informática na Educação, p.1-13, Belo Horizonte, 1996.

LARA, I. C. A**.;MENEGOTTO, G.;** Contribuições do Software Geoalgebra Para o Estudo de Paralelogramos. Alexandria, v.4, n.2, p.31-55, 2011.

Leitão, S. ***The potential of argument in knowledge building. HumanDevelopment***, v. 43, n. 6, 332-360, 2000.

________. **Argumentação e desenvolvimento do pensamento reflexivo**. *Redalyc*, v. 20, n.0003, 2007, p. 454-462

MARQUES, F. J. R. **Análise de Interações de Futuros Professores de Matemática no Ambiente VMT com GeoGebra**. **Monografia** (Licenciatura de Matemática). Departamento de Matemática, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, 2014.

MARQUES, F. J. R.; BAIRRAL, M. A. **Futuros Professores de Matemática Interagindo em um Ambiente Virtual com o GeoGebra.** Educação Matemática em Revista, n. 41, 2014, p. 5-18,

MARQUES, W. BAIRRAL, M. **Na calculadora é ponto ou vírgula? Analisando interações discentes sob as lentes de Vygotsky e Bakhtin**. Seropédica, RJ: EDUR, 2014.

MEIER, M.; GRAVINA, M. A**. Modelagem no GeoGebra e o desenvolvimento do pensamento geométrico no Ensino Fundamental.** *In* Anais 1ª Conferência Latino Americana de GeoGebra, p. CCL-CCLXIV, 2012.

NUNES, J. M. V. **A Prática da Argumentação como Método de Ensino: O Caso dos Conceitos de Área e Perímetro de Figuras Planas**. Tese (Doutorado em Educação Matemáticas). Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, PUC-SP, São Paulo, 2011.

NUNES, J. M. V.; ALMOULOUD, S. A. **O Modelo de Toulmin e a Análise da Prática da Argumentação em Matemátic**a. Educação Matemática Pesquisa. V. 15, n. 2, São Paulo, 2013, p. 487-512.

OLÉRON, P. (1996). ***L' argumentation***. Paris: *PressesUniversitaires de France.*

PEREIRA, A.T.C.; SCHMITT, V.; DIAS, M.R.A.C. **Ambientes Virtuais de Aprendizagem**. *In:* Pereira, A.T.C. (Org), **AVA -Ambientes Virtuais de Aprendizagem em diferentes contextos**. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna. 2007. Cap. 1, p. 4-22.

PEREIRA, T. de L. M. **O uso do software GeoGebra em uma Escola Pública: interações entre alunos e professor em atividades e tarefas de geometria para o ensino fundamental e médio.** 2012. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Juiz de Fora: UFJF, 2012.

PERELMAN, C.; OLBRECHTS-TYTECA, L. **Tratado da argumentação*:* a nova retórica**. Tradução de Maria Ermantina Galvão G. Pereira. São Paulo: **Martins Fontes**, 2005.

POWELL, A. B.; PAZUCH, V. **Tarefas e justificativas de professores em ambientes virtuais colaborativos de geometria dinâmica**. *Zetetiké*. v. 24, n. 2, 2016, p. 191-207.

SÁ, L.P.; KASSEBOEHMER, A.C.; QUEIROZ, S.L**. Esquema de argumento de toulmin como instrumento de ensino: explorando possibilidades**. Ensaio Pesquisa em Educação em Ciências, v.16, n.3, 2014, p.147-170

SANTA-CLARA, A. O.; LEITÃO, S. **Escrita com Fórum Dialógico-Argumentativo de Construção do Conhecimento**. **Psicologia: Reflexão e Crítica**. V.24, n. 2, 2011, p. 394-402

RICHIT, A.; BENITES, V. C.; ESCHER, M. A.; MISKULIN, R. G. S. **Contribuições do software GeoGebra no estudo de cálculo diferencial e integral: uma experiência com alunos do curso de geologia**. *In*: Anais1ª. Conferência Latino Americana de GeoGebra, , 2012, p. 90- 99.

SANTOS, E.; SILVA, M. **Desenho didático para educação-*online***. Em Aberto, v. 22, n. 79, Brasília, 2009, p.105-120.

SCHEFFER, N. F.; PASIN, P. **A argumentação de professores de matemática suscitada pelo uso de softwares dinâmicos: construindo significados**. *Vidya*, v. 33, n. 1, 2013, p. 9-17

SCHEFFER, N. F. **A Argumentação Matemática na Exploração de Atividades com Calculadora Gráfica e Softwares Gratuitos.** *In:* BAIRRAL, M. A. Pesquisa, Ensino e

Inovação com Tecnologias em Educação Matemática: de calculadoras a ambientes virtuais (Vol. 4). Rio de Janeiro: Edur, 2012. 43-65.

TOULMIN, S. E. **Os Usos do Argumento**. Trad. Reinaldo Guarany e Marcelo Brandão Cipolla. 2 Ed. São Paulo: Martins Fontes, 2006.

ZULLATTO, R. B. A. **Professores de Matemática que Utilizam Softwares de Geometria Dinâmica: suas características e perspectivas**. 2002. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Rio Claro: UNESP, 2002.

Anexos

Anexo A – Atividade 3 - teorema de Varigon

Construa um quadrilátero qualquer e marque o ponto médio de cada um de seus lados. Agora ligue esses pontos médios. O que você pode dizer sobre o novo quadrilátero formado pela união destes pontos médios? Justifique sua resposta.

Anexo B – Atividade 4 o bissectograma

O bissectograma é o quadrilátero que se obtém por interseção das bissetrizes dos quatro ângulos de um quadrilátero. Sempre existe um bissectograma em um quadrilátero? O que acontece se for um trapézio isóscele? Para determinados quadriláteros o bissectograma é um quadrilátero particular. Que relação existe entre o quadrilátero inicial e o bissectograma? Por que isso acontece?Alguma outra descoberta que você gostaria de socializar com seus colegas?

Anexo C – Termo de parecer do comitê de ética

SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL
UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
COMISSÃO DE ÉTICA NA PESQUISA DA UFRRJ / COMEP

Protocolo N° 916/17

PARECER

O Projeto de Pesquisa intitulado *"Participar, descobrir e interagir em ambientes virtuais: potencializando novas formas de aprendizagem matemática"* sob a coordenação do Professor Dr. Marcelo Almeida Bairral, do Instituto de Educação/DTPE, processo 23083.0010807/2017-30, atende os princípios éticos e está de acordo com a Resolução 466/12 que regulamenta os procedimentos de pesquisa envolvendo seres humanos.

UFRRJ, 17/08/17.

Prof.ª Dra. Lúcia Helena Cunha dos Anjos
Pró-Reitora Adjunta de Pesquisa e Pós-Graduação

Anexo D – Termo de consetimento do colégio e dos alunos

UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO
DEPARTAMENTO DE TEORIA E PLANEJAMENTO DE ENSINO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO, CONTEXTOS CONTEMPORÂNEOS E DEMANDAS POPULARES – PPGEduc
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIENCIAS E MATEMÁTICA - PPGEduCIMAT

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO PARA PARTICIPAR EM PESQUISA

Sr(a) Coordenador(a) / Colaborador(a)

Eu, JUPIACIARA DOS SANTOS MATTOS, **aceito** participar do projeto de pesquisa **Participar, descobrir e interagir em ambientes virtuais: Potencializando novas formas de aprendizagem matemática** bem como a vinculação de minhas imagens, falas, respostas a atividades, apresentação de slides, encontros científicos, canais de televisão e outros meios de comunicação, caso necessário.

O projeto é uma pesquisa (iniciação científica, de mestrado ou doutorado) desenvolvida na Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro (UFRRJ), no Programa de Pós-Graduação em Educação, Contextos Contemporâneos e Demandas Populares (PPGEduc) ou no Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática (PPGEduCIMAT), sob a coordenação do Prof. Dr. Marcelo A. Bairral.

A pesquisa tem com objetivo principal implementar atividades *online* mediante ambientes virtuais. Um dos principais benefícios da pesquisa será melhorar o aprendizado matemático de alunos, graduandos ou futuros professores e inovar nas aulas de matemática com o uso destes ambientes.

Os dados serão coletados mediante registros de cada participante feitos em cada ambiente virtual, basicamente, suas interações e formas de resposta para atividades propostas. O período de coleta de dados será de 14/09/2017 a 11/11/2017 na Escola/Colégio ____________________

Tenho ciência de que todas as fontes serão mantidas em sigilo e não serão divulgados nomes em nenhuma circunstância durante o desenvolvimento ou publicação da pesquisa. A qualquer tempo, poderei retirar esse **consentimento**, sem qualquer prejuízo pessoal ou institucional e isso não me acarretará custos, bem como não haverá compensação financeira pela minha participação. Finalmente, tenho ciência de que não existe riscos à minha integridade física ou moral com a participação na referida pesquisa.

Contatos para obter maiores informações sobre a pesquisa:

- Pesquisador responsável (Orientador/a): Marcelo Almeida Bairral (mbairral@ufrrj.br) telefone: (21) 26821841
- Colaborador/a: nome, e-mail, telefone□
- Comitê de Ética da UFRRJ: (21) 2681-4707; 26821220

Nome completo: JUPIACIARA DOS SANTOS MATTOS.

MESQUITA, 7 de SETEMBRO de 2017

Assinatura Jupiaciara dos Santos Mattos

Jupiaciara dos Santos Mattos
Diretora geral
Matrícula 0291458 8/ ID 336667411
Designação 01/02/2018

UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO
DEPARTAMENTO DE TEORIA E PLANEJAMENTO DE ENSINO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO, CONTEXTOS CONTEMPORÂNEOS E DEMANDAS POPULARES – PPGEDUC
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIENCIAS E MATEMÁTICA - PPGEDUCIMAT

TERMO DE CONSENTIMENTO PARA PARTICIPAR EM PESQUISA

Sr(a) Responsável (ou Diretor, Professor)

Eu, Ana Cristina dos Santos Souza, abaixo assinado, autorizoo(a)menor Ana Victoria Souza de Rezende participar do projeto de pesquisa **Participar, descobrir e interagir em ambientes virtuais: Potencializando novas formas de aprendizagem matemática**bem como, caso necessário,o uso de suas respostas em atividades, apresentação de slides, encontros científicos, canais de televisão e outros meios de comunicação, com uso exclusivamente educacional.

Declaro que fui devidamente informado e **esclarecido** pelo pesquisador sobre a pesquisa, os procedimentos nela envolvidos, assim como os possíveis riscos e benefícios decorrentes da mesma. Foi-me garantido que **não haverá riscos, ainda que mínimos,** à integridade do(a) menor e que posso retirar meu **consentimento**,a qualquer momento, sem que isto leve a qualquer penalidade.

Pesquisador: nome, telefone, e-mail
Local e data Mesquita, 11 de Dezembro de 2017
Nome:___
(Cargo na instituição pesquisada caso seja diretor de escola, gerente, coordenador, etc):___
e-mail:___ Telefone ___
Assinatura: Ana Cristina dos S. Souza

Jupiaciara dos Santos Mattos
Jupiaciara dos Santos Mattos
Diretora geral
Matrícula 0291458 8/ ID 33666741
Designação 01/02/2018

UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO
DEPARTAMENTO DE TEORIA E PLANEJAMENTO DE ENSINO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO, CONTEXTOS CONTEMPORÂNEOS E DEMANDAS POPULARES – PPGEDUC
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIENCIAS E MATEMÁTICA - PPGEDUCIMAT

TERMO DE CONSENTIMENTO PARA PARTICIPAR EM PESQUISA

Sr(a) Responsável (ou Diretor, Professor)

Eu, Elzi Pereira Barbosa, abaixo assinado, autorizoo(a)menor Adriele Barbosa Pereira participar do projeto de pesquisa **Participar, descobrir e interagir em ambientes virtuais: Potencializando novas formas de aprendizagem matemática**bem como, caso necessário,o uso de suas respostas em atividades, apresentação de slides, encontros científicos, canais de televisão e outros meios de comunicação, com uso exclusivamente educacional.

Declaro que fui devidamente informado e **esclarecido** pelo pesquisador sobre a pesquisa, os procedimentos nela envolvidos, assim como os possíveis riscos e benefícios decorrentes da mesma. Foi-me garantido que **não haverá riscos, ainda que mínimos,** à integridade do(a) menor e que posso retirar meu **consentimento**,a qualquer momento, sem que isto leve a qualquer penalidade.

Pesquisador: nome, telefone, e-mail

Local e data Mesquita, 11 de dezembro de 2017

Nome: Elzi Pereira Barbosa

(Cargo na instituição pesquisada caso seja diretor de escola, gerente, coordenador, etc):

e-mail: adrielepereira329@gmail.com Telefone 98945-3436

Assinatura: Elzi Pereira Barbosa

Jupiaciara dos Santos Mattos
Jupiaciara dos Santos Mattos
Diretora geral
Matrícula 0291458 8/ ID 3366674 1
Designação 01/02/2018

UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO
DEPARTAMENTO DE TEORIA E PLANEJAMENTO DE ENSINO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO, CONTEXTOS CONTEMPORÂNEOS E DEMANDAS POPULARES – PPGEDUC
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIENCIAS E MATEMÁTICA - PPGEDUCIMAT

TERMO DE CONSENTIMENTO PARA PARTICIPAR EM PESQUISA

Sr(a) Responsável (ou Diretor, Professor)

Eu, Thiago Brandão de Souza Passos, abaixo assinado, autorizoo(a)menor Thiago Brandão de Souza Passos participar do projeto de pesquisa **Participar, descobrir e interagir em ambientes virtuais: Potencializando novas formas de aprendizagem matemática**bem como, caso necessário,o uso de suas respostas em atividades, apresentação de slides, encontros científicos, canais de televisão e outros meios de comunicação, com uso exclusivamente educacional.

Declaro que fui devidamente informado e **esclarecido** pelo pesquisador sobre a pesquisa, os procedimentos nela envolvidos, assim como os possíveis riscos e benefícios decorrentes da mesma. Foi-me garantido que **não haverá riscos, ainda que mínimos,** à integridade do(a) menor e que posso retirar meu **consentimento**,a qualquer momento, sem que isto leve a qualquer penalidade.

Pesquisador: nome, telefone, e-mail
Local e data Mesquita, 11 de Dezembro de 2017
Nome:
(Cargo na instituição pesquisada caso seja diretor de escola, gerente, coordenador, etc):
e-mail: thiago.contatos@hotmail.com Telefone 21 98929-2321
Assinatura: Thiago Brandão de Souza Passos

Jupiaciara dos Santos Mattos
Jupiaciara dos Santos Mattos
Diretora geral
Matrícula 0291458 8/ ID 3366674 1
Designação 01/02/2018

UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO
DEPARTAMENTO DE TEORIA E PLANEJAMENTO DE ENSINO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO, CONTEXTOS CONTEMPORÂNEOS E DEMANDAS POPULARES – PPGEDUC
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIENCIAS E MATEMÁTICA - PPGEDUCIMAT

TERMO DE CONSENTIMENTO PARA PARTICIPAR EM PESQUISA

Sr(a) Responsável (ou Diretor, Professor)

Eu, Eliane Alves da Costa Machado, abaixo assinado, autorizoo(a)menor Albert da Costa Machado participar do projeto de pesquisa **Participar, descobrir e interagir em ambientes virtuais: Potencializando novas formas de aprendizagem matemática**bem como, caso necessário,o uso de suas respostas em atividades, apresentação de slides, encontros científicos, canais de televisão e outros meios de comunicação, com uso exclusivamente educacional.

Declaro que fui devidamente informado e **esclarecido** pelo pesquisador sobre a pesquisa, os procedimentos nela envolvidos, assim como os possíveis riscos e benefícios decorrentes da mesma. Foi-me garantido que **não haverá riscos, ainda que mínimos,** à integridade do(a) menor e que posso retirar meu **consentimento**,a qualquer momento, sem que isto leve a qualquer penalidade.

Pesquisador: nome, telefone, e-mail
Local e data Mesquita, 11 de Dezembro de 2017
Nome: Eliane Alves da Costa Machado.
(Cargo na instituição pesquisada caso seja diretor de escola, gerente, coordenador, etc):____________
e-mail: ELIANEMACHADO1503@GMAIL Telefone 21-98244-6599.
Assinatura: Eliane Alves da Costa Machado.

Jupiaciara dos Santos Mattos
Jupiaciara dos Santos Mattos
Diretora geral
Matrícula 0291458 8/ ID 3366674 1
Designação 01/02/2018

UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO
DEPARTAMENTO DE TEORIA E PLANEJAMENTO DE ENSINO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO, CONTEXTOS CONTEMPORÂNEOS E DEMANDAS POPULARES – PPGEDUC
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIENCIAS E MATEMÁTICA - PPGEDUCIMAT

TERMO DE CONSENTIMENTO PARA PARTICIPAR EM PESQUISA

Sr(a) Responsável (ou Diretor, Professor)

Eu, Lucia Rita de Souza Cardoso, abaixo assinado, autorizoo(a)menor Igor de Souza Cardoso participar do projeto de pesquisa **Participar, descobrir e interagir em ambientes virtuais: Potencializando novas formas de aprendizagem matemática**bem como, caso necessário,o uso de suas respostas em atividades, apresentação de slides, encontros científicos, canais de televisão e outros meios de comunicação, com uso exclusivamente educacional.

Declaro que fui devidamente informado e **esclarecido** pelo pesquisador sobre a pesquisa, os procedimentos nela envolvidos, assim como os possíveis riscos e benefícios decorrentes da mesma. Foi-me garantido que **não haverá riscos, ainda que mínimos,** à integridade do(a) menor e que posso retirar meu **consentimento**,a qualquer momento, sem que isto leve a qualquer penalidade.

Pesquisador: nome, telefone, e-mail
Local e data Mesquita, 11 de Dezembro de 2017
Nome: Lucia Rita de Souza Cardoso
(Cargo na instituição pesquisada caso seja diretor de escola, gerente, coordenador, etc):____________________
e-mail: GAMINPRAY@GMAIL.COM Telefone 973204378
Assinatura: Lucia Rita de Souza Cardoso

Jupiaciara dos Santos Mattos
Jupiaciara dos Santos Mattos
Diretora geral
Matrícula 0291458 8/ ID 3366674 1
Designação 01/02/2018

Apêndices

Apêndice A – Atividade 1 - ambientação

1) Construa um quadrilátero qualquer. Movimente seus vértices e seus segmentos. Meça seus ângulos internos, externos e seus segmentos, faça as bissetrizes dos seus ângulos e encontre os pontos médios dos segmentos.

Apêndice B – Atividade 2 conhecendo o quadrado

2) Construa um quadrado (sem utilizar ícone polígono regular). Como podemos constatar que essa figura é um quadrado? Se movimentarmos seus segmentos ou vértices a figura continua sendo um quadrado? Tente justificar suas respostas.

Apêndice C – Atividades 5 a pipa

5) Pipa é um quadrilátero que tem dois pares de lados adjacentes (consecutivos) iguais. A partir desta definição de pipa, um quadrado é uma pipa? Justifique. Um losango é uma pipa? Justifique. Se fosse ao contrário, ou seja, a Pipa é um quadrado? E pipa é um losango? Explique. Agora tente fazer o Bissectograma na Pipa. Conseguem encontrar alguma relação com a atividade anterior? Tente explicar.

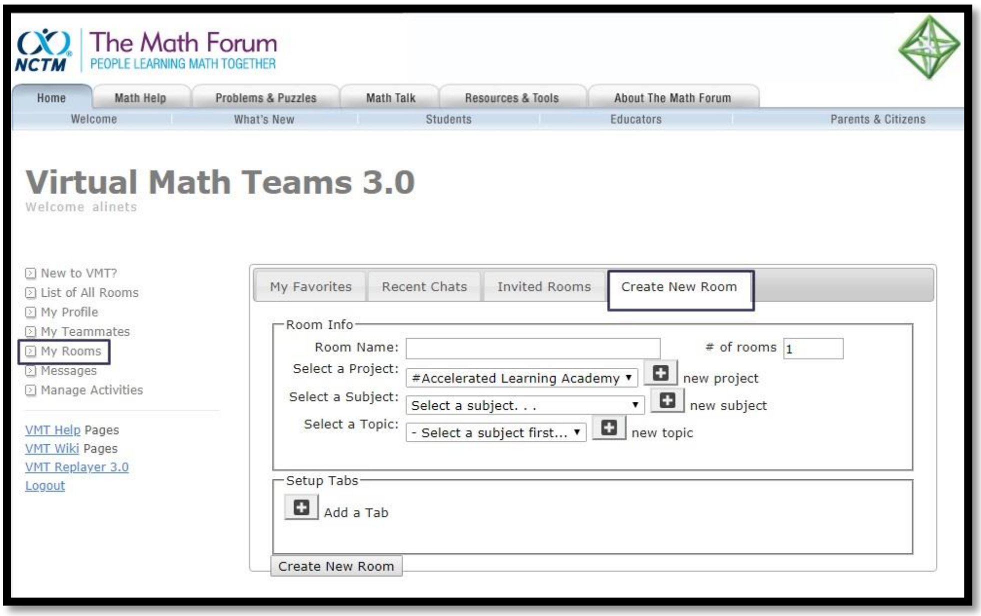
Apêndice D – Atividades 6 - relação de ângulos com os lados

6) Construa um quadrilátero qualquer e meça seus ângulos internos. Movimente os vértices e os segmentos e verifique a relação entre a variação dos ângulos internos do quadrilátero com os segmentos do quadrilátero (ou seja, se ângulo for 90º como fica os segmentos. Se o ângulo for menor ou maior 90° o que acontece com os segmentos)? Justifique vossas respostas.

Apêndice E - Criando salas no VMTcG

Para criação de salas no VMTcG precisamos clicar na opção *My Rooms* que encontra-se na página principal VMT *Lobby*. Realizado esse passo surgirão algumas abas, dentre elas clicamos em *Create New Room.* Feito isso, aparecerão alguns campos para serem preenchidos ou selecionados.

Figura 32: Página principal do VMT *lobby*



Fonte: Captura da página principal do VMT *lobby*

O primeiro campo é o *Room name*, onde escrevemos o(s) nome(s) da(s) sala(s) que irá(ão) criar. Ao lado existe a opção *# ofrooms*, que determinamos a quantidade de salas que desejamos. Embaixo tem o campo *Select a Project*, no qual selecionamos o projeto que participa ou podemos criar o nosso projeto, clicando no botão *New Project* aparecerá um campo para colocar o nome do projeto. A seguir, tem o campo *Select a Subject*, em que será selecionado um subprojeto existente. Posteriormente, tem o campo *Select a Topic*, no qual será escolhido um tópico existente ou pode-se criar um novo, clicando no botão *New topic* aparecerá um campo para colocar o nome do tópico. Por fim, tem o botão *Add a Tab*, sua função é colocar nas salas recursos como o quadro branco, o GeoGebra etc. Feito todo esse processo é só clicar no botão *Create New Room*, que será(ão) criado(s) o espaço no VMTcG.

Existe outro modo para criar as salas no ambiente virtual, porém é necessário ter um usuário e senha administrativa. O processo é bem semelhante ao descrito anteriormente. As diferenças são duas. A primeira delas nos dá duas opções para criarmos a sala. Uma opção indicamos anteriormente (clicar na opção *My Rooms*) e a outra clicar na aba *Manage activities*. Em ambas, selecionamos na aba *Create New Room*. A outra peculiaridade é no campo *Select a*

Subject, em que pode criar um novo subprojeto, mas para quem não tem usuário e senha administrativa não existe esta opção. Nesse processo de criação de salas, precisamos ter muita atenção, pois para cada erro que cometemos serão criadas salas desnecessárias na plataforma, porque cada ambiente criado não pode ser descartado, ou seja, na plataforma não existe a opção de excluir as salas criadas.

Apêndice F – Produto MCEO planando com a pipa

Projeto: Materiais curriculares educativos online (MCEO) para a matemática na Educação Básica

Coordenação: Prof. Marcelo Almeida Bairral

Autor: Felipe de Jesus Ribeiro Marques

Apresentação:

A pipa ou papagaio é um tipo de quadrilátero que pode ser convexo ou côncavo. A pipa está muito presente em várias regiões do nosso país e possui esse nome devido ao formato do brinquedo de papel que plana com o vento. Embora seja conhecida no cotidiano de muitas crianças, a pipa ainda não é tão presente nos currículos escolares. Dessa forma, esse MCEO tem como objetivos conhecer um pouco desse quadrilátero, identificar a relação que ele possui com o quadrado e o losango e explorar a relação de não existência do bissectograma nas pipas. Essa tarefa foi implementada com alunos do 1º e 2º anos do Ensino Médio em um colégio estadual do Estado do Rio de Janeiro. O material foi gerado a partir da pesquisa de Marques (2019)[49].

[49] Para mais informações da atividade procurar a dissertação de Marques (2019) que pode ser encontrada no link: http://www.gepeticem.ufrrj.br/portal/publicacoes/teses-e-dissertacoes/

Projeto: Materiais curriculares educativos online (MCEO) para a matemática na Educação Básica

Coordenação: Prof. Marcelo Almeida Bairral

Autor: Felipe de Jesus Ribeiro Marques

Narrativa

A atividade da pipa foi a quinta implementada de seis. Ela ocorreu no dia 13 de outubro de 2017, tinha por objetivo conhecer um pouco desse quadrilátero, identificar a relação que este quadrilátero possui com o quadrado e o losango e tentar compreender a relação de não existência do bissectograma nas pipas e, por fim, desenvolver o trabalho da argumentação nas respostas.

Nas duas primeiras relações os discentes conseguiram compreender e justificar, mas para a relação de não existência do bissectograma os estudantes não concluiram as justificativas, pois o tempo se esgotou. Um fato que aconteceu durante essa e outras atividades, foram algumas dúvidas de alguns conceitos, que sempre tentamos sanar e depois prosseguir com a tarefa, influenciando, assim, no tempo final que seria dedicado para o questionamento do bissectograma.

Algo que nos deixou muito feliz no final dessa atividade foi quando alguns dos discentes, ao término da tarefa, informaram que nem sentiram o tempo passar e ficaram surpresos com o horário, mostrando que a tarefa foi atrativa e divertida e o tempo literalmente voou com a atividade da pipa. E ainda teve o caso que o aluno continuou trabalhando na atividade depois do horário, o que ilustra o interesse e a curiosidade que a tarefa trouxe para o discente.

Mesmo não chegando a todas as explicações, os estudantes evoluiram na elaboração das justificativas e argumentos. Nesse sentido, trazer atividades exploratórias e investigativas de matemática em ambientes como do VMTcG ou simplemente utilizando o GeoGebra pode tornar o ensino da matemática menos formal e mais lúdico. Para tanto, precisamos persuadir os alunos, nos sensibilizar com as dificuldades e medos deles, ouvir mais as ideias e permitir interações com os colegas. Assim, construiremos, no terreno das emoções dos discentes, a perda do medo da matemática e as justificativas e argumentações irão emergir de maneira natural.

Projeto: Materiais curriculares educativos online (MCEO) para a matemática na Educação Básica

Coordenação: Prof. Marcelo Almeida Bairral

Autor: Felipe de Jesus Ribeiro Marques

Tarefa: Planando com a Pipa.

A Pipa é um quadrilátero que tem dois pares de lados adjacentes (consecutivos) iguais. A partir dessa definição de pipa, um quadrado é uma pipa? Justifique. Um losango é uma pipa? Justifique. Se fosse ao contrário, ou seja, a Pipa é um quadrado? E pipa é um losango? Explique. Agora tente fazer o bissectograma na pipa. Conseguem encontrar alguma relação da pipa com o bissectograma[50]? Tente explicar.

Temática	Objetivo(s)	Material
- Geometria Plana	- Desenvolver o trabalho da argumentação de suas respostas; - Conhecer o quadrilátero definido por pipa; - Identificar a relação que um quadrado é uma pipa, mas uma pipa não é um quadrado. Essa relação vale também para o losango; - Compreender como se forma o quadrilátero formado pelos bissectogramas.	- *Smartphone;* ou - *Tablet;* ou - Computador com *software java* e o GeoGebra;
Observações: 1. Público-alvo: professores, futuros professores de Matemática e alunos do Ensino Fundamental e Médio. 2. Tempo: 2 horas.		

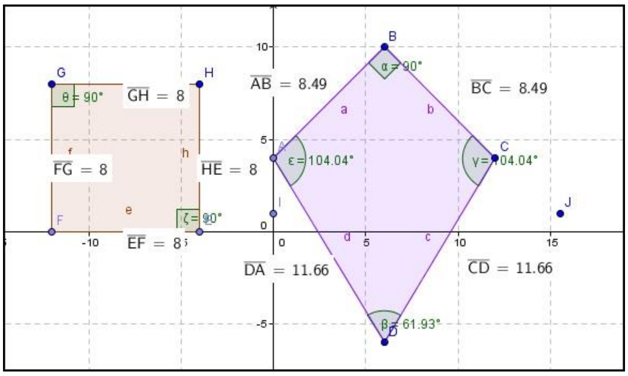
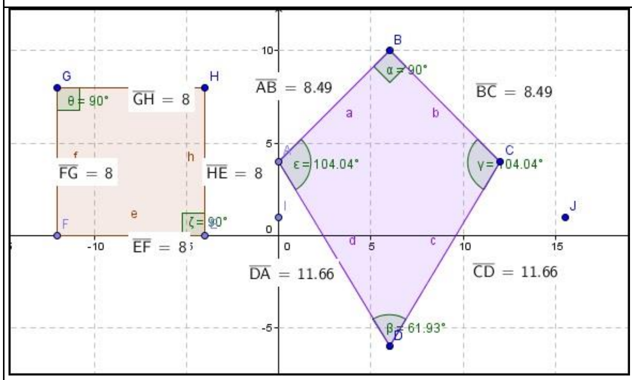
[50] O bissectograma é o quadrilátero que se obtém por interseção das bissetrizes dos quatro ângulos de um quadrilátero. Para mais informações da atividade procurar a dissertação de Marques (2019) que pode ser encontrada em: http://www.gepeticem.ufrrj.br/portal/publicacoes/teses-e-dissertacoes/

Projeto: Materiais curriculares educativos online (MCEO) para a matemática na Educação Básica

Coordenação: Prof. Marcelo Almeida Bairral

Autor: Felipe de Jesus Ribeiro Marques

Respostas

	**Resposta do Aluno A:** Tipo, esses dois conceitos não precisam entrar em conflito. Se a figura tem todos os lado iguais ela automaticamente é uma pipa. Se a figura não tiver todos os lados iguais ela não deixa de ser uma pipa necessariamente, temos o exemplo da figura roxa
	**Resposta do aluno B:** todos os quadrados têm lados iguais, logo os pares de segmentos serão iguais e o losango pela mesma razão do quadrado possuir todos os lados iguais .