UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

ESTUDO DA FUNÇÃO QUADRÁTICA NO GEOGEBRA: ANÁLISE EM UMA TURMA DE JOVENS E ADULTOS

ARLEN PINHEIRO DE LACERDA

2019

UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

ESTUDO DA FUNÇÃO QUADRÁTICA NO GEOGEBRA: ANÁLISE EM UMA TURMA DE JOVENS E ADULTOS

ARLEN PINHEIRO DE LACERDA

Sob a orientação do Professor Doutor
Marcelo Almeida Bairral

Dissertação submetida como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Educação em Ciências e Matemática, no Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática.

Seropédica, RJ
Março de 2019

Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
Biblioteca Central / Seção de Processamento Técnico

Ficha catalográfica elaborada
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

```
        Lacerda, Arlen Pinheiro de, 1977-
L131e      ESTUDO DA FUNÇÃO QUADRÁTICA NO GEOGEBRA: ANÁLISE
        EM UMA TURMA DE JOVENS E ADULTOS  / Arlen Pinheiro de
        Lacerda. - Angra dos Reis, 2019.
           95 f.

           Orientador: Marcelo Almeida  Bairral.
        Dissertação(Mestrado). -- Universidade Federal Rural
        do Rio de Janeiro, Programa de Pós-Graduação em Educação
        em Ciências e Matemática, 2019.


           1. Função Quadrática. 2. Gênese instrumental. 3.
        GeoGebra. 4. EJA. I. Bairral, Marcelo Almeida , 1969
        , orient. II Universidade Federal Rural do Rio de
        Janeiro. Programa de Pós-Graduação em Educação em
        Ciências e Matemática III. Título.
```

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001. This study was finaced in part bay the Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Finance cod 001.

UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIA E MATEMÁTICA

ARLEN PINHEIRO DE LACERDA

Dissertação submetida como requisito parcial para obtenção do grau de **Mestre em Educação em Ciências e Matemática**, no Programa de Pós-Graduação Educação em Ciências e Matemática, área de Concentração em Educação em Ciências e Matemática.

DISSERTAÇÃO APROVADA EM 27/03/2019.

Marcelo Almeida Bairral, DR., UFRRJ
(Orientador)

Arthur Belford Powell, Ph.D.,Rutgers University

Gisela Maria da Fonseca Pinto, DRA, UFRRJ

DEDICATÓRIA

À minha mãe Maria, meus irmãos Arlindo e Miquéias, minha irmã Arlete e meus filhos pelo apoio incondicional, força, incentivo e amizade sem igual. Sem eles nada disto seria possível. Dedico este trabalho à memória de meu pai, Sebastião Pinheiro de Lacerda, falecido, em 26/09/2011. Exemplo de vida. Marceneiro que, com muita fé e dedicação ao trabalho, esforço, honestidade, simplicidade e respeito ao próximo conseguiu vencer dificuldades típicas do trabalhador brasileiro, dentre elas, a limitação escolar. Porém, com seu conhecimento de vida conseguiu me inspirar para perseguir os meus sonhos. Dos admiradores que deixou, dentre os quais, sou um dos mais ardorosos.

AGRADECIMENTOS

Na realização da presente dissertação contei com o apoio direto ou indireto de múltiplas pessoas e instituições às quais sou profundamente grato. Correndo o risco de injustamente não mencionar algum dos contributos quero deixar expresso os meus agradecimentos.

A Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior-CAPES-, pelo apoio ao PPGEduCIMAT.

Ao Professor Dr. Marcelo Bairral, pela orientação prestada, incentivo, disponibilidade e apoio que sempre demonstrou, exprimo, aqui, minha gratidão.

A todos os professores do PPGEduCIMAT, amigos e colegas do GEPETICEM que, de forma direta ou indireta, contribuíram ou auxiliaram na elaboração do presente estudo, pela paciência, atenção e força que prestaram em momentos menos fáceis. Para não correr o risco de não enumerar algum não identificarei ninguém, aqueles a quem este agradecimento se dirige sabê-lo-ão, desde já os meus agradecimentos.

A minha esposa Leida Gisele por ter caminhado ao meu lado, com paciência, compreensão e ajuda prestada durante a elaboração da presente dissertação, especialmente por apresentar sempre um sorriso, quando sacrificava os dias, as noites, os fins de semana e os feriados em prol da realização deste estudo.

Ao meu filho Davi que, mesmo a distância, demonstrou todo apoio e admiração pela elaboração dessa dissertação.

A minha filha Elisa que acompanhou todo processo e compreendeu meus momentos de ausência durante essa jornada.

Enfim, quero demonstrar o meu agradecimento, àqueles que, de um modo ou de outro, tornaram possível a realização da presente dissertação.

RESUMO

LACERDA, ARLEN PINHEIRO. **Estudo da Função Quadrática no GeoGebra: análise em uma Turma de Jovens e Adultos**, 2019. 109 p. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática). Instituto de Educação, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, RJ. 2019.

Esta dissertação teve como objetivo explorar a potencialidade do GeoGebra para a aprendizagem de aspectos conceituais envolvidos no estudo da Função Quadrática. A intervenção pedagógica ocorreu em uma turma de EJA no CIEP 055 João Gregório Galindo, localizado em Angra dos Reis/RJ. A inovação foi realizada na própria prática docente e insere-se em um contexto no qual os alunos não tiveram oportunidade de seguir os estudos de forma regular, com idade e série indicada. Como formas de coleta de dados foram usados: diários de campo do professor-pesquisador, respostas dadas pelos participantes para as atividades, captura de telas, gravação em vídeo, registros fotográficos. As atividades foram elaboradas visando explorar e analisar relações entre coeficientes, discriminante, raízes e vértice da parábola. A fundamentação teórica pautou-se na abordagem instrumental, particularmente, na elucidação de relações entre os quatros polos (sujeitos, objeto, instrumento e outros sujeitos) do modelo das situações de atividades coletivas instrumentadas. A análise indica que a gênese instrumental pode ser uma ferramenta adequada para aprender o processo cognitivo de sujeitos estudando a função quadrática, pois desenvolveu novos esquemas de utilização que permitiram resolver as situações propostas. Especificamente, o uso do GeoGebra para estudar as funções quadráticas favoreceu a sua transformação de artefato em instrumento. Ou seja, a possibilidade de observar e analisar a representação gráfica da função quadrática, isto é a transformação do GeoGebra de artefato em instrumento. Como produto educacional a investigação gerou um caderno de atividades como GeoGebra para análise de relações entre coeficientes, discriminante, raízes e vértice de uma parábola.

Palavras-chave: Função Quadrática. Gênese instrumental. GeoGebra.EJA.

SUMMARY

LACERDA, ARLEN PINHEIRO.**Study of the Quadratic Function in GeoGebra: analysis in a Class of Youths and Adults**,2019. 109 p. Dissertation (Master in Science and Mathematics Education). Institute of Education, Federal Rural University of Rio de Janeiro, Seropédica, RJ. 2019.

This dissertation aimed to explore the potential of GeoGebra to learn the conceptual aspects involved in the study of the Quadratic Function. The pedagogical intervention occurred in an EJA class at CIEP 055 Joao Gregorio Galindo, located in Angra dos Reis (RJ). The innovation was carried out in the teaching practice itself and is inserted in a context in which the students did not have the opportunity to follow the studies in a regular way, with age and indicated series. As forms of data collection were used: teacher-researcher field diaries, responses to activities, screen capture, video recording, photographic records. The activities were elaborated to explore and analyze relations between coefficients, discriminant, roots and vertex of the parabola. The theoretical basis was based on the instrumental approach, particularly in the elucidation of relations between the four poles (subjects, object, instrument and other subjects) of the model of situations of collective activities implemented. The analysis indicates that instrumental genesis can be an adequate tool to study the cognitive process of subjects by studying the quadratic function, since it has developed new schemes of use that allowed it to solve the proposed situations. Particularly to the study of the quadratic function it is emphasized that the analyzed activity, in which GeoGebra was used, favored the transformation from artifact to instrument. That is, the possibility of observing the representation of the graph of the quadratic function in this environment of allowed dynamic geometry, in a way, to validate the previous knowledge of the students. As an educational product the research generated a workbook that aimed to explore the potential of GeoGebra to learn the conceptual aspects involved in the study of the Quadratic Function.

Keywords: Quadratic Function. Genesis instrumental. GeoGebra. EJA.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BOLEMA	Boletim de Educação Matemática
CETIC. BR	Centro Regional de Estudos para o Desenvolvimento da Sociedade da Informação
EJA	Educação de Jovens e Adultos
GEPETICEM	Grupo de Estudos e Pesquisas das Tecnologias da Informação e Comunicação em Educação Matemática
GETECMAT	Grupo de Estudo de Tecnologia e Educação Matemática
MOBRAL	Movimento Brasileiro de Alfabetização
NTEM	Novas Tecnologias no Ensino da Matemática
PPGEduCIMAT	Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática
PROFMAT	Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional
PUCP	Pontificia Universidad Católica del Perú
RECE	Revista eletrônica de Ciências e Educação
REVEMAT	Revista Eletrônica de Educação Matemática
SIMPEMAT	Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática
TIC	Tecnologias da Informação e Comunicação
UFRGS	Universidade Federal do Rio Grande do Sul
UFRRJ	Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
UNESP	Universidade Estadual Paulista
UNIÓN	Revista Iberoamericana de Educación Matemática
VMTcG	Grupos Virtuais de Matemática com o GeoGebra
ZETETIKÉ	Revista de Educação Matemática

LISTA DE APÊNDICES

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

A educação sempre busca contribuir com o aprendizado mais significativo para o aluno. As antigas práticas de ensino enfatizavam a memorização e um ensino longe da realidade dos estudantes, gerando professores e alunos desmotivados. Nesse sentido, evidencia-se a utilização de métodos que motivem o estudante e facilitem a compreensão e construção dos significados dos conteúdos matemáticos, para que seja possível compreender e aplicar ideias matemáticas também em situações do cotidiano.

Essa investigação objetiva verificar implicações do uso do GeoGebra e pode ser mais um recurso para estudar o processo cognitivo de sujeitos aprendendo a função quadrática, à luz da abordagem instrumental proposta por Rabardel (1995). A pesquisa insere-se em um contexto no qual os alunos não tiveram oportunidade de seguir os estudos de forma regular, com idade e série indicada.

Sabendo que o uso de recursos tecnológicos pode trazer possíveis contribuições na aprendizagem, boa parte das escolas públicas possui computadores conectados à *internet* em laboratórios de informática. Segundo o Centro Regional de Estudos para o Desenvolvimento da Sociedade da Informação (Cetic.br) o acesso à internet nas escolas públicas brasileiras está quase universalizado. Das instituições ouvidas pela TIC Educação 2016, pelo (Cetic.br), ligado ao Comitê Gestor da Internet, 95% das escolas dispõem de acesso.

A unidade escolar na qual a presente pesquisa foi desenvolvida possui um laboratório de matemática contendo *laptops*, projetor, lousa digital, quadro branco e *software* de geometria dinâmica instalado (no caso, o GeoGebra).

Posso dizer que, de certa forma, essa dissertação começou a ser considerada na manhã de dois de outubro de dois mil e doze. Nesse dia acordei com o rosto todo dormente, fala embolada e arrastada, dor de cabeça e o baque: o rosto completamente torto e estagnado. Desesperado, procurei auxílio clínico. Passei por uma equipe de médicos e nenhum sabia ao certo o que estava acontecendo comigo, chamaram, então, um neurologista e fui fazer uma bateria de exames. Finalizados os procedimentos, a conclusão é que eu havia sido acometido com a Paralisia Facial de Bell ou popularmente chamada de Paralisia Facial Periférica. Encaminharam-me para um fisioterapeuta, porém o tratamento não surtiu efeito imediato, “impedindo”, que eu pudesse ministrar minhas aulas.

O médico sugeriu que eu ficasse em repouso até que pudesse ter meus movimentos de volta, porém com a demora do tratamento, tive duas escolhas: ficar em casa ou enfrentar a doença diante de todos. Optei pela segunda alternativa. Não tinha ideia de como fazer para poder ministrar minhas aulas, pois ainda não conseguia me comunicar oralmente.

Comecei a pesquisar a respeito de recursos tecnológicos para serem utilizados em sala de aula. Nas primeiras consegui alguns vídeos educativos e apresentei para os alunos de forma expositiva e, mesmo com dificuldade na fala, procurei esclarecer alguns pontos. Em seguida, comecei a trabalhar com o GeoGebra, que possibilitou expandir meus conhecimentos para uma nova forma de ensinar matemática.

Para ampliar meus conhecimentos, em dois mil e quinze, iniciei o curso de Pós-Graduação *Lato Sensu* - Especialização - em Novas Tecnologias no Ensino da Matemática NTEM[1], quando pude vivenciar novas experiências. Pouco tempo depois, por indicação de um amigo, conheci o Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática PPGEduCIMAT[2]. Foi por intermédio do curso que tive a oportunidade de fazer parte do GEPETICEM[3], cujos estudos têm contribuído de forma significativa para minha formação e desenvolvimento de minhas pesquisas.

Inseri-me no grupo tendo como propósito inicial de pesquisa e aliar, de forma preliminar, alguns pressupostos teóricos relativos à função quadrática aos recursos computacionais. Desta forma, articular os procedimentos metodológicos utilizados durante a pesquisa e mostrar uma aplicabilidade do GeoGebra em uma turma de Jovens e Adultos.

Os objetos gerais e específicos são:

Objetivo geral

Explorar o *software* GeoGebra no estudo de relações possíveis entre o comportamento da função quadrática a partir de seus elementos, com os alunos da EJA, enquanto instrumento possível para o processo cognitivo de sujeitos que estudam a função quadrática. Especificamente, a pesquisa se propõe a:

Objetivos específicos

Analisar o desenvolvimento de uma sequência didática com auxílio do GeoGebra a respeito de o processo cognitivo de sujeitos estudando a função quadrática compreendendo:

- O significado dos coeficientes; a relação entre o sinal do discriminante e o número de raízes; o vértice da parábola relacionando com o valor máximo ou mínimo da função.

[1] Disponível em <http://www.ntem.lanteuff.org/login/index.php> Acesso em 14 abril de 2018.
[2] Disponível em <http://www.cursos.ufrrj.br/posgraduacao/ppgeducimat/>Acesso em 14 abril de 2018.
[3] Disponível em http://www.gepeticem.ufrrj.br/portal/. Acesso em 19 maio de 2018.

- Construir esquemas de utilização[2] que permitam observar o aprendizado de conceitos da função quadrática.

Estrutura

A dissertação está estruturada em quatro capítulos, além da introdução, na qual apresento minha trajetória e destaco os objetivos da pesquisa.

No primeiro capítulo, esboçamos a trajetória teórica da pesquisa, acerca da abordagem instrumental de Rabardel (1995). Em seguida discutimos os modelos de análise S.A.I. e S.A.C.I. Ao iniciar a pesquisa, optamos em trabalhar com modelo S.A.I. por oferecer possíveis indícios para uma análise mediada por instrumento.

No segundo capítulo, apresentamos uma revisão bibliográfica inicial com intuito de efetivar o ensino de função quadrática com GeoGebra em uma turma de EJA. Procuramos relacionar trabalhos que pudessem contribuir na análise e implicações do uso do GeoGebra em uma turma de EJA no aprendizado dos conceitos de função quadrática. A pesquisa contempla trabalhos no período de 2006 a 2017, com intuito de encontrar um embasamento atualizado para nossa pesquisa. Destacamos nesse capítulo uma breve explanação histórica, na qual notamos que a Educação de Jovens e Adultos tem apresentado variações ao longo do tempo, demonstrando serem estreitamente ligadas às transformações sociais, econômicas e políticas que caracterizam os diferentes momentos históricos do país. Em seguida fizemos um breve estudo da função quadrática, aliando o uso das TIC na EJA e aplicabilidade do software GeoGebra no ensino da matemática.

Em seguida, no terceiro capítulo, descrevemos nossa opção metodológica, mostrando características e encaminhamentos metodológicos da pesquisa em questão. Fizemos a opção pelo método conhecido por pesquisa-intervenção, realizada na própria prática, e descrevemos os passos da investigação considerando a organização, coleta de dados, o ambiente e os sujeitos.

O quarto capítulo foi dedicado à exposição das análises, destacando a utilização do GeoGebra na realização das atividades. Apresentamos as referências que serviram de base para elaboração da pesquisa e, por fim, os apêndices que, mesmo não sendo estruturado como capítulo, são partes essenciais do trabalho. Inserimos no apêndice, um caderno de atividades, fruto das efetivações realizadas, como produto educacional.

[2]Segundo Rabardel (1995), os esquemas de utilização estão presentes em ações específicas e diretamente relacionadas com o artefato. Esses esquemas estão relacionados a tarefas secundárias, que são executadas como parte de uma tarefa maior, que englobam esquemas de uso, em uma totalidade, para executar a tarefa maior e mais complexa.

Capítulo I – O PROCESSO DE GÊNESE INSTRUMENTAL

A abordagem instrumental desenvolvida por Rabardel (1995) se baseia no processo de transformação do artefato em instrumento. Para o autor, artefato é o objeto material ou simbólico em si, ou parte de um artefato mais complexo, enquanto que a construção de um instrumento não é espontânea. Esta ocorre quando o utilizador se apropria do artefato, ao desenvolver esquemas mentais e esquemas de utilização. Segundo Bittar (2011, p.160):

> Na abordagem instrumental, um artefato pode ser um meio material, como um martelo, uma enxada, ou um meio simbólico, como uma linguagem simbólica (linguagem algébrica, símbolos vetoriais etc.). O instrumento consiste do artefato acrescido de um ou vários esquemas de utilização desse artefato, esquemas esses construídos pelo sujeito.

A abordagem instrumental desenvolvida por Rabardel (1995) se apoia em ideias de Vygotsky dentre elas, a de instrumentos. Segundo a perspectiva do psicólogo bielo-russo , um instrumento constitui um elemento intermediário que se situa entre o artefato e as operações psíquicas que atuam sobre ele, sendo o instrumento que determina a atividade. Almeida e Oliveira (2009) explicam que:

> Um instrumento constitui um elemento intermediário que se situa entre o artefato e as operações psíquicas que atuam sobre ele, sendo o instrumento que determina a atividade. Para Rabardel, apesar de um objeto, material ou abstrato, estar disponível ao utilizador para a realização de certo tipo de atividade, só se torna útil quando o utilizador souber em que tipos de tarefas e de que maneira esse objeto pode ser utilizado. (ALMEIDA; OLIVEIRA, 2009, p. 88).

O processo de gênese instrumental é determinado por meio de dois processos: instrumentalização e instrumentação. O processo de instrumentação é orientado para o próprio sujeito, o qual constrói esquemas ou desenvolve esquemas pré-existentes. O processo de Instrumentalização se refere ao enriquecimento das propriedades do artefato.

> A instrumentalização concerne à emergência e a evolução dos componentes artefato do instrumento: seleção, reagrupamento, produção e instituição de funções, transformações do artefato [...] que prolongam a concepção inicial dos artefatos. A instrumentação é relativa à emergência e a evolução dos esquemas de utilização: sua constituição, seu funcionamento, sua evolução assim como a assimilação de artefatos novos aos esquemas já constituídos (RABARDEL, 1999, p. 210, apud BITTAR, 2011).

O surgimento de um instrumento se dará a partir do momento em que o sujeito desenvolver esquemas de utilização associados a um determinado artefato visando à evolução de uma atividade. É fundamental salientar que as duas dimensões que compõe o processo de Gênese Instrumental remetem ao sujeito e ao objeto, contribuindo para evolução do instrumento esquemas e artefatos. Conforme Rabardel (1995), a composição de um instrumento depende de como são instrumentalizados (utilizados) pelo sujeito. Desta maneira, os esquemas pertencem ao sujeito e são generalizados ou acomodados por ele ao artefato e, às vezes, esquemas novos devem ser construídos. Entendemos que os processos de instrumentação e instrumentalização são interligados, dificultando determinar qual processo está atuando em uma situação específica.

Apesar das diferenças significativas nas concepções de artefatos, instrumentos iremos analisar a *priori* três polos envolvidos em situações de uso de um instrumento:

- O sujeito (usuário, operador, trabalhador, agente etc.);
- O instrumento (a ferramenta, a máquina, o sistema, o utensílio, o produto etc.);
- O objeto para o qual a ação usando o instrumento é dirigida (material, real, objeto atividade, trabalho, outro assunto etc.)

Os polos analisados fazem parte de um estudo proposto por Rabardel (1995), que se chama Modelo S.A.I (Situações de Atividades Instrumentais).

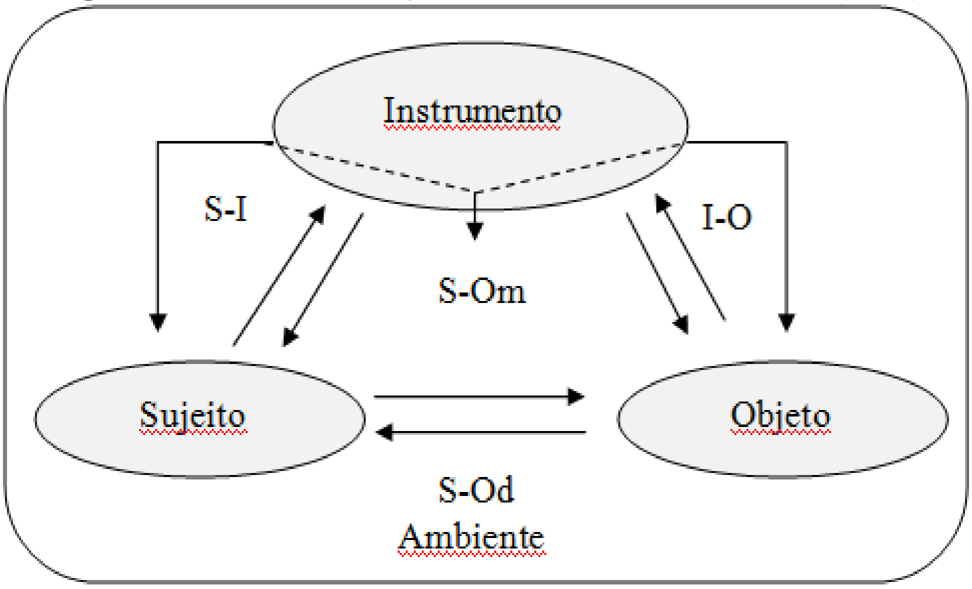
1.1 - O Modelo S.A.I

Rabardel (1995) propõe o modelo SAI (Situações de Atividades Instrumentais), apresentando as relações entre o sujeito e o objeto mediado pelo instrumento. Esta modelagem tríade (Figura 1) mostra a multiplicidade e complexidade dos relacionamentos e interações entre os diferentes polos. De fato, além interações sujeito-objeto direto (S-Od), várias outras devem ser consideradas: as interações entre o sujeito e o instrumento (S-I), as interações entre o instrumento e o objeto (I-O) sobre o qual ele permite agir e, finalmente, as interações sujeito-objeto mediada pelo instrumento (S-Om).

No modelo SAI, a instrumentação é a relação entre sujeito e instrumento (S-I); e a instrumentalização é a relação entre sujeito e objeto, mediada pelo instrumento (S-Om), assim como a relação entre instrumento e objeto (I-O). O modelo SAI pode ser uma ferramenta para examinar, detalhadamente, o uso de instrumentos em uma tarefa. O instrumento como mediador possui a orientação de Objeto - sujeito (é o meio que permite o conhecimento do objeto) e de Sujeito-objeto (é o meio da ação transformadora dirigida sobre o objeto).

A figura, 1 a seguir, é uma reprodução encontrada nos estudos de Rabardel (1995).

Figura 1 – Modelo das situações de atividades instrumentadas (S.A.I)



Fonte: Rabardel (1995, p.53)

Ao iniciar a pesquisa, optamos em trabalhar com modelo S.A.I. por oferecer possíveis indícios para uma análise mediada por instrumento. Nesse sentido, concordamos com afirmação de Salazar (2009, p. 67), ao afirmar que esse modelo pode ser uma ferramenta para examinar, detalhadamente, o uso de instrumentos em uma tarefa. No decorrer da pesquisa, começamos a perceber que o modelo S.A.I., se mostrou insuficiente para investigações que envolvem outros grupos de sujeitos. Dessa maneira, objetivando abranger essas situações coletivas, Rabardel (1995), incluiu um quarto polo composto por outros sujeitos, o que chamou de Modelo das Situações de Atividades Coletivas Instrumentadas (S.A.C.I).

1.2 - O Modelo S.A.C.I

Rabardel (1995) propôs em seu estudo o Modelo das Situações de Atividades Coletivas Instrumentadas (S.A.C.I.). Ele considera que o Modelo S.A.C.I. foi criado devido à evolução das tecnologias contemporâneas. Sendo assim, o autor reforça que:

> Finalmente, a evolução das tecnologias contemporâneas leva ao surgimento de quarto polo para dar conta de novas situações relacionadas ao surgimento de software destinado ao trabalho coletivo. Novos tipos de dispositivos são especificamente orientados dimensionalmente de trabalho coletivo, eles visam capacitar e facilitar o trabalho conjunto. Para relatórios entre sujeitos, objetos e instrumentos, as interações assunto com outros tópicos, colaborações e cooperação. Rabardel (1995, p. 62).

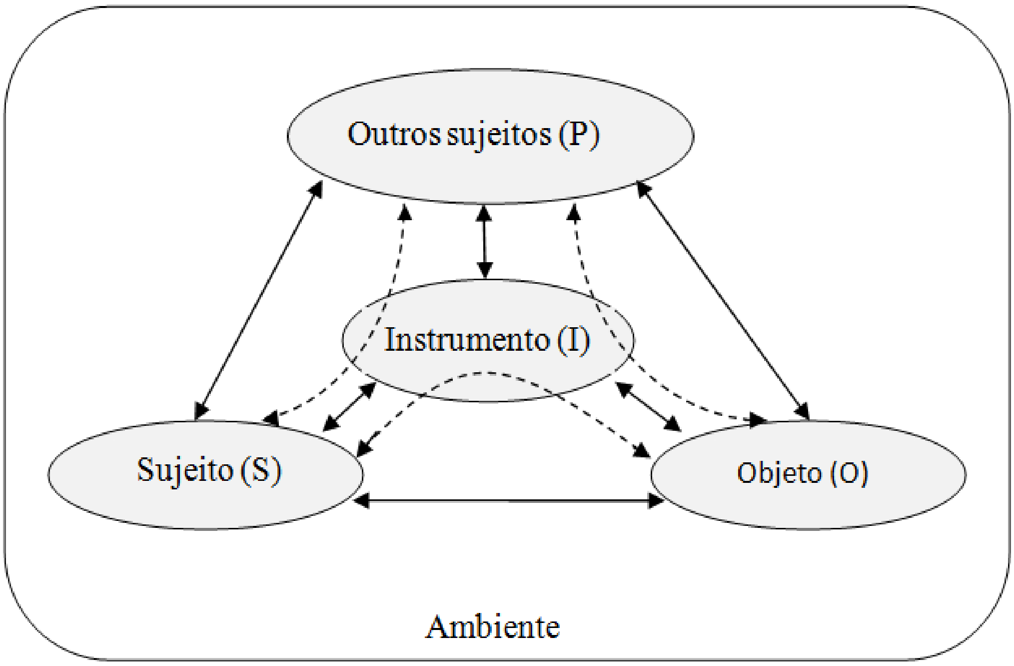
Assim, o Modelo S.A.C.I. estrutura-se por meio de quatro polos, que são: os Sujeitos (S), constituído pelo usuário, trabalhador, operador, aluno etc.; o Instrumento (I), representado por um artefato, produto, sistema, etc.; o Objeto (O) para o qual a ação dos sujeitos se dirige e, por fim, os Outros Sujeitos (P), representado por um conjunto coletivo com o intuito de facilitar o trabalho em grupo.

Considerando as diferenças descritas no modelo S.A.I. a respeito das concepções de artefatos, instrumentos iremos analisar agora quatro polos envolvidos em situações de uso de um instrumento:

- O **sujeito** (usuário, operador, trabalhador, agente ...);
- O **instrumento** (a ferramenta, a máquina, o sistema, o utensílio, o produto ...);
- O **objeto** para o qual a ação usando o instrumento é dirigida (material, real, objeto atividade, trabalho, outro assunto ...)
- Os **Outros sujeitos** representado por um conjunto coletivo (mediação colaborativa, pesquisador, cooperador...)

Na Figura 2, a seguir, podemos observar a constituição do Modelo S.A.C.I.

Figura 2- Modelo das Situações de Atividades Coletivas Instrumentadas (S.A.C.I.)



Fonte: Rabardel (1995, p. 62).

Tomando por base estas relações propostas por Rabardel (1995), representadas pela figura 2, as linhas contínuas se compõem nas relações bipolares da seguinte forma:

- Sujeito-Instrumento [S-I];
- Sujeito-Objeto [S-O];
- Outros sujeitos-Sujeito [P-S]

- Outros sujeitos-Instrumento [P-I];
- Outros sujeitos-Objeto [P-O]
- Instrumento-Objeto [I-O].

Já as linhas tracejadas constituem as relações tripolares, ou seja, as relações entre:

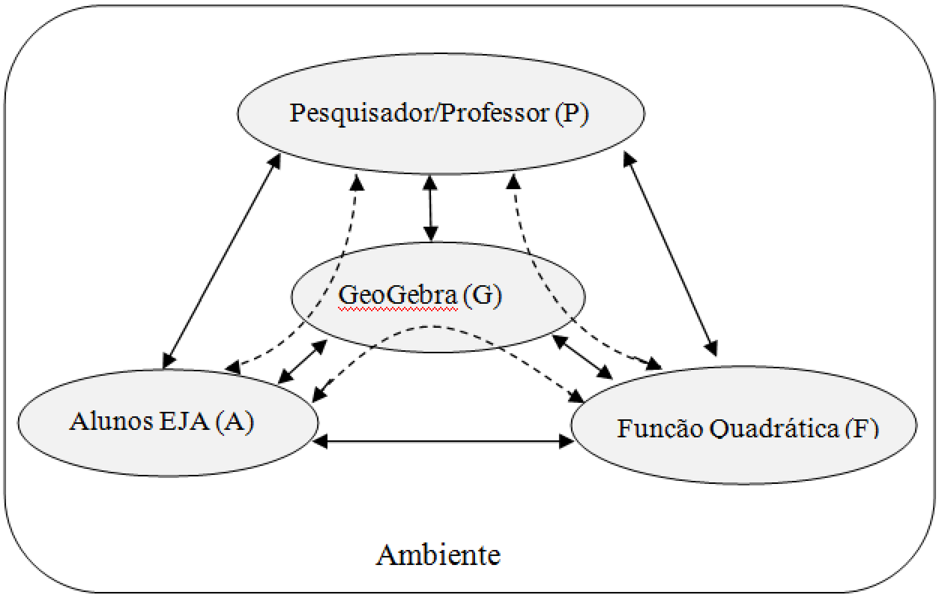
- Outros sujeitos-sujeito mediado pelo instrumento ([P-(I)-S]);
- Outros sujeitos-objeto mediado pelo instrumento ([P-(I)-O])
- Sujeito-objeto mediado pelo instrumento ([S-(I)-O]).

Enfatizamos que para atender o objetivo da nossa pesquisa, o Modelo S.A.C.I. foi considerado como o mais adequado, pois as relações de investigação entre seus polos, bem como a presença dos pesquisadores/professores, são fundamentais para a realização da pesquisa.

1.3 - O Modelo S.A.C.I adaptado a pesquisa

Utilizar o Modelo S.A.C.I. para investigar o uso do GeoGebra como um instrumento mediador em atividade coletiva, levou-nos a escolhê-lo para nos ajudar a compreender as relações dos alunos da EJA na aprendizagem do conceito de função quadrática. Dessa forma, organizamos um Modelo S.A.C.I. para a nossa pesquisa, o qual apresentaremos a seguir:

Figura 3- Modelo (S.A.C.I.) adaptado à pesquisa



Fonte: Elaboração própria inspirado em Rabardel (1995).

O Polo **Sujeito** (S) foi composto por alunos do Ensino Médio da EJA, em um laboratório de matemática, no CIEP Brizolão 055 João Gregório Galindo, localizado em Angra dos Reis/RJ. O Polo **Objeto** (O) foi composto de conceitos básicos de função quadrática (coeficientes, discriminante, raízes e vértice da parábola). O Polo **Instrumento** (I) foi representado pelo GeoGebra. O polo **Outros Sujeitos** (P) foi representado pelo Pesquisador/Professor. Vale ressaltar que nosso modelo também está inserido em um MEIO determinado pelas condições e limitações do ambiente da sala de aula de EJA. Assim, as linhas contínuas formam algumas relações bipolares, ou seja, as relações entre:

- Alunos-GeoGebra (A-G);
- Alunos-Função quadrática (A-F);
- Pesquisador/professor-Alunos (P-A);
- Pesquisador/professor-GeoGebra (P-G);
- Pesquisador/professor-Função quadrática (P-F);
- GeoGebra-Função quadrática (G-F).

Já as linhas tracejadas constituem as relações tripolares, ou seja, as relações entre:

- Pesquisador/professor-Alunos mediado pelo GeoGebra ([P-(G)-A]);
- Pesquisador/professor-Função quadrática mediado pelo GeoGebra ([P-(G)-F])
- Alunos-Função quadrática mediado pelo GeoGebra ([A-(G)-F]).

Com intuito de efetivar o ensino de função quadrática com GeoGebra em uma turma de EJA, no próximo capítulo procuramos relacionar trabalhos que possam contribuir na análise e implicações do uso do GeoGebra em uma turma de EJA no aprendizado desses conceitos.

Capítulo II – TICs E EJA: ALGUNS ESTUDOS

Realizamos um levantamento bibliográfico utilizando o *Google,* no intuito de encontrar publicações referentes ao escopo de nossa pesquisa, a saber: ZETETIKÉ, RECE (Revista eletrônica de Ciências e Educação), Educar em Revista, SIMPEMAT, BOLEMA, PUCP, PROFMAT, UNESP, UNIÓN, REVEMAT e ZETETIKÉ.

Reservamos uma atenção especial para esse mapeamento e destinamos um tempo amplo para análise, com objetivo de encontrar uma base adequada para efetivação da pesquisa. Para tanto, realizamos buscas no Google e utilizamos as seguintes palavras-chave: Funções Quadráticas, GeoGebra, Jovens e Adultos e Gênese Instrumental, fazendo cruzamento entre elas na intenção de encontrar informações a respeito do desenvolvimento de pesquisas que tenham relação com este trabalho. A pesquisa contemplou trabalhos no período de 2006 a 2017, com intuito de encontrar embasamento atualizado para a nossa pesquisa. O quadro 1 demonstra a organização da análise de acordo com a busca feita no Google,com o cruzamento das seguintes palavras chaves: Função quadrática, EJA, Gênese instrumental e GeoGebra.

Quadro 1: Organização do levantamento bibliográfico

Ano	Publicações	Autor (es)	Título do trabalho	Observações
2006	ZETETIKÉ	Aguinaldo Robinson de Souza, Gilmara Aparecida da Silva.	Desenvolvimento e análise de uma metodologia para o ensino da função quadrática utilizando os *Softwares* ‘parábola’ e ‘oficina de funções’	O autor propõe a utilização de novas tecnologias computacionais, como recurso didático, para o estudo de funções quadráticas.
2006	RECE (Revista eletrônica de Ciências e Educação)	Paola Andressa Scortegagna, Rita de Cássia da Silva Oliveira	Educação de Jovens e Adultos no Brasil: Uma Análise Histórico-Crítica	As autoras fazem um apanhado histórico e político envolvendo jovens e adultos e a livre expressão por meio da educação.
2011	Educar em Revista	Marilena Bittar	A abordagem instrumental para o estudo da integração da tecnologia na prática pedagógica do professor de matemática	A autora trata de investigação sobre a apropriação da tecnologia pelo professor de matemática e seu uso em sua prática ped-

				agógica, visando relações entre artefato e instrumento.
2012	SIMPEMAT	Luiz Cleber Soares Padilha, Marilena Bittar	O Ciclo de ações e a Gênese Instrumental na apropriação de um software para o ensino de matemática	Os autores procuram identificar as dificuldades do professor em relação ao uso de tecnologia e a influência dos conhecimentos específicos destes professores no processo de instrumentação para o uso de tecnologia
2013	BOLEMA	Celina parecida Almeida Pereira Abar, Sergio Vicente Alencar	A Gênese Instrumental na Interação com o GeoGebra: uma proposta para a formação continuada de professores de Matemática	Os autores tiveram como objetivo o desenvolvimento de uma oficina de formação continuada, com o uso do GeoGebra, para professores de matemática da escola básica.
2013	PUCP	Luis Daniel Chumpitaz Malpartida	La Génesis Instrumental: Un estudio de los procesos de instrumentalización en el aprendizaje de la función definida por tramos mediado por el software GeoGebra con estudiantes de ingeniería	O autor manteve o alvo da análise que instrumentaliza o GeoGebra, tendo como referência Abordagem Instrumental de Rabardel
2013	PROFMAT (Palmas)	Rodrigo Carvalho Dias	Uma Proposta ao uso do *Winplot* no Ensino de Funções Quadráticas Nas turmas do PROEJA	O autor propõe neste trabalho algumas atividades voltadas para o ensino de funções quadráticas com o auxílio do *software winplot.*
2014	UNESP (II Congresso Nacional de Formação de Professores e XII CongressoEstadualPaulistasobre Formação de Educadores)	RaíraElberhardt Nogueira, Aruana Do Amaral, Regina Helena Munhoz	O uso do GeoGebra no estudo da Função Quadrática	As autoras utilizaram o *software* GeoGebra para trabalhar gráfico de funções quadráticas com uma turma do primeiro ano de uma Escola Estadual de Educação Básica
2015	UNIÓN (Revista Iberoamericana de Educação Matemática)	Jesús Victoria Flores Salazar	Génesis Instrumental: el caso de la función cuadrática	O autor analisa a gênese instrumental de estudantes iniciantes de licenciatura em Matemática, com respeito à função quadrática

				quando utilizam o GeoGebra.
2015	REVEMAT	Mauricio Ramos Lutz, Aline Silva de Bona	Explorando os coeficientes da função quadrática por meio do *software Winplot*: Uma experiência com alunos do 2° ano do Ensino Médio	Os autores tiveram como objetivo principal de elaborar, efetivar e analisar uma sequência didática, envolvendo o conteúdo de gráficos da função quadrática.
2017	ZETETIKÉ	Márcia Rodrigues Notare, Marcus Vinicius de Azevedo Basso	Gênese Instrumental do GeoGebra na Formação de Professores	Os autores fazem uma análise do processo de gênese instrumental pessoal a partir de atividades de geometria dinâmica desenvolvidas no Curso de Especialização Matemática.

Fonte: Elaboração própria.

Dos estudos citados no Quadro 1 destacamos três deles (BITTAR, 2011; PADILHA; BITTAR, 2012;NOTARE; BASSO, 2017), que podem proporcionar contribuições diretas para nossa pesquisa, pois usam a abordagem instrumental integrando a tecnologia na prática pedagógica do professor de matemática.

Bittar (2011) constata que o professor que atua em sala de aula, na maioria das vezes, não conhece as possibilidades da tecnologia para a aprendizagem. Em geral, quando ele entra em contato com esse universo, o processo se dá sem que se leve em consideração a realidade na qual está inserido. Tais experiências evidenciam a necessidade de uma formação continuada que parta da experiência do professor. Nesse sentido, Bittar (2011), selecionou um grupo formado por pesquisadores e professores atuantes nos diversos níveis de escolaridade que lecionam matemática com o objetivo de investigar a integração da tecnologia na prática pedagógica do professor que ensina matemática na educação básica. O Grupo de Estudos foi composto por trinta pessoas, sendo oito pesquisadores ligados à universidade (professores ou alunos de doutorado ou mestrado) e vinte e dois professores da educação básica.

Nas discussões procurava-se observar como utilizar a informática para favorecer a aprendizagem do aluno. O Grupo escolheu o *SuperLogo*[16], uma vez que tal aplicativo permite elaborar atividades para trabalhar com os diversos níveis de escolaridade. Durante a fase de trabalho com o *Super Logo*, os integrantes do grupo sentiram necessidade de estudar alguns conceitos de geometria. Os participantes mostravam-se na fase de instrumentação, desenvolvendo esquemas de ação instrumentada, que são os esquemas desenvolvidos pelos sujeitos para o uso desse material em sala de aula.

A etapa seguinte do trabalho consistiu da preparação de sequências didáticas. Nessa fase foi possível observar com mais detalhes o surgimento de esquemas de utilização por parte dos participantes do Grupo. À medida que cada um aprendia a manusear um *software*, passava, com as discussões e objetivos a serem alcançados, a tentar elaborar atividades que favorecessem a aprendizagem dos alunos; assim, assistia-se o surgimento de esquemas de uso do material em epígrafe. Apesar de o trabalho ser coletivo, não se criava os mesmos esquemas de utilização, o que tinha muita relação também com toda a história de vida do professor.

Passou-se da fase de aprendizado da máquina e do *software* para a discussão de como incorporar tal material nas aulas e, isso, de forma prática, uma vez que eram elaboradas, conjuntamente, atividades a serem aproveitadas com os alunos.

A primeira atividade proposta por Bittar (2011) foi construir um quadrado, utilizando o GeoGebra, com a restrição de não poder ser usada a ferramenta polígonos regulares disponível no *menu* de ferramentas. Para alguns alunos, segundo os autores, o *software* GeoGebra era um artefato, uma vez que não o conheciam, precisavam apropriar-se e transformá-lo em um instrumento para realizar a tarefa proposta. Os autores destacam que, pela dinâmica adotada nos encontros, o processo de investigação e apreensão do *software* (desenvolvimento dos esquemas de uso, que caracterizam a instrumentalização) ocorre simultaneamente ao de execução da atividade. Dessa forma, enquanto o sujeito utiliza o *software*, também desenvolve os primeiros esquemas de ação instrumentada que caracteriza outra dimensão da gênese instrumental que Rabardel (1995) denominou instrumentação.

A segunda atividade proposta foi a construção de um triângulo equilátero. Nessa atividade, notamos que os alunos partiram de esquemas concebidos e executados na primeira atividade, os quais foram adaptados e aplicados junto a novos esquemas desenvolvidos para a realização da segunda atividade. Nesse sentido, a análise da primeira atividade constatou que o processo de instrumentalização destacou-se em relação ao de instrumentação, pois os discentes dedicaram mais tempo à exploração do *software* do que a realização da tarefa. Na segunda atividade, o processo de instrumentação destacou-se em relação ao de instrumentalização, pois os alunos ficaram mais atentos à resolução da atividade proposta e, com isso, igualmente desenvolver, adaptar e aplicar os esquemas de ação instrumentada.

Notare e Basso (2017) apresentam a análise do processo de gênese instrumental pessoal a partir de atividades de geometria dinâmica, na modalidade à distância, para professores do Ensino Básico. Uma tarefa proposta em um dos módulos consistia na manipulação dos vértices dos triângulos, deveriam ser identificadas suas propriedades e criadas categorias para classificá-los. Para cada triângulo, deveriam ser descritas suas propriedades, realizar a construção no GeoGebra e apresentar os passos da construção. No decorrer do curso, baseado no relatório dos professores e da classificação atribuída a cada triângulo, foi possível analisar se eles identificaram as propriedades implícitas e, a partir das construções realizadas no GeoGebra, analisar se estavam se apropriando do recurso tecnológico e compreendendo os princípios da geometria dinâmica.

Na concepção de Notare e Basso (2017), a análise desse caso particular, a partir de construções realizadas no GeoGebra pelo sujeito investigado, revelou uma progressiva transformação do artefato em instrumento (Rabardel, 1995). O sujeito A, frente a um conjunto de atividades específicas envolvendo o uso do GeoGebra, ao reconhecer potencialidades do *software*, desenvolveu esquemas de utilização que lhe permitiu resolver as situações propostas e, de maneira recíproca, essas resoluções implicaram no desenvolvimento de novos esquemas de utilização. A análise desse processo recíproco, longo e complexo, como destacado por Rabardel (1995), oferece a possibilidade de identificarmos uma gênese instrumental do sujeito A.

De certa forma o mapeamento dos trabalhos analisados foram satisfatórios no que diz respeito à Abordagem Instrumental integrado a tecnologia, no que diz respeito à prática pedagógica do professor de matemática. Porém, os sujeitos das pesquisas, na maioria das vezes, se direcionavam ao professor e não aos alunos. Embora haja poucos trabalhos no que se refere a nossa pesquisa, de acordo com Bittar (2011), fica, assim, claro que o instrumento não é algo pronto e acabado; ele pode ser elaborado e reelaborado pelo sujeito ao longo das atividades realizadas com o artefato, agora um instrumento, uma vez que já sofreu a ação do sujeito.

Durante nossa pesquisa notamos uma escassez de trabalhos relacionados à EJA. Entendemos que se faz necessário uma política nos âmbitos Federal, Estadual e Municipal, que viabilize recursos para que seja realizado um trabalho de melhor qualidade. O estudo, a pesquisa e a produção de materiais são importantes para a realização do trabalho proposto.

Superar o contexto no qual se construiu a Educação de Jovens e Adultos, da maneira como se apresenta na atualidade não é tarefa fácil. Constatamos que tal fato pode ser proveniente da pouca atenção à EJA, que vem induzida por políticas públicas e, dessa forma, cabe traçar um pequeno panorama histórico.

2.1 - EJA: Um breve histórico

A Educação de Jovens e Adultos, no Brasil, se fez presente desde a colonização. Os Jesuítas alfabetizavam (catequizavam) crianças, indígenas e adultos com intuito de difundir a fé católica aliada com trabalho educativo. Entretanto, com a chegada da família real e a consequente expulsão dos Jesuítas no século XVIII, a educação de adultos entra em falência, pois a responsabilidade pelo ensino fica às margens do império (STRELHOW, 2010). Somente a partir da década de 1930 é que a educação de jovens e adultos efetivamente começa a se destacar no cenário educacional do país, quando em 1934 o governo cria o Plano Nacional de Educação que estabeleceu como dever do Estado o ensino primário integral, gratuito, de frequência obrigatória e extensiva para adultos como direito constitucional (FRIEDRICH *et.al*, 2010). Nesse sentido, é importante lembrar que a legislação surge em função das necessidades da Nação do ponto de vista político.

Dessa maneira, podemos dizer que a Constituição de 1937 foi criada com o objetivo de favorecer o Estado, pois, a partir daí, sua responsabilidade torna-se tênue, uma vez que ter a população sem educação, ou seja, educação para poucos, torna a sociedade mais suscetível a aceitar tudo que lhe é imposto. Assim, a referida Constituição, no que se refere a Educação, não contemplava ensino amplo e conhecimento crítico, menos ainda que se propagasse, haja vista favorecer o ensino profissionalizante, já que naquele momento era melhor e mais interessante capacitar os jovens e adultos para o trabalho nas indústrias.

A legislação foi bem clara: a escola deveria contribuir para a divisão de classes e, desde cedo, separar pelas diferenças de chances de aquisição cultural, dirigentes e dirigidos. (GHIRALDELLI JR., 2001, p. 77). A história da educação de jovens e adultos tem apresentado variações ao longo do tempo, demonstrando ser estreitamente ligadas às transformações sociais, econômicas e políticas que caracterizam os diferentes momentos históricos do país.

Um dos precursores em favor da alfabetização de jovens e adultos foi Paulo Freire, que sempre lutou pelo fim da educação elitista. Freire tinha como objetivo uma educação democrática e libertadora, que deveria sempre partir da realidade e vivência dos educandos.

Na época do regime militar surge um movimento de alfabetização de jovens e adultos na tentativa de erradicar o analfabetismo, chamado Movimento Brasileiro de Alfabetização -MOBRAL-. Esse método tinha como objetivo a leitura e a escrita, porém segundo Santos (2014, p.315) “O Mobral vem trazer uma mensagem camuflada e ao levar a milhões de brasileiros a alfabetização, dissemina ideologias militares a diversas cidades do país". Na batalha pela ascensão de valores, os meios de comunicação e os materiais didáticos foram importantes aliados no repasse dos ideais militares ao público alvo da campanha.

A história da Educação de jovens e adultos não é recente, vem desde o período do Brasil Colônia. No começo do século XX, com o desenvolvimento industrial é possível perceber uma lenta valorização da EJA, pois o processo de industrialização gerou a necessidade de se ter mão de obra especializada, sendo criadas nessa época, escolas para capacitar os jovens e adultos (MARTINS; AGLIARD, 2013).

Na década de 90 emergiram iniciativas em favor da Educação de jovens e adultos, o governo incumbiu também os municípios a se engajarem nesta política. Ocorreram parcerias entre ONGs, municípios, universidades, grupos informais, populares, fóruns estaduais, nacionais e, através dos Fóruns, a partir de 1997 a história da EJA começa a ser registrada no intitulado "Boletim da Ação Educativa".

É notório que nesta fase da história da Educação brasileira, a EJA possui um aspecto amplo. Para haver uma sociedade igualitária e uma educação eficaz é necessário que todas as áreas da Educação sejam valorizadas. Não é possível desvencilhar uma da outra. Segundo Libâneo (2003, p.53):

> A escola de hoje precisa não apenas conviver com outras modalidades de educação não formal, informal e profissional, mas também articular-se e integrar-se a elas, a fim de formar cidadãos mais preparados e qualificados para um novo tempo. Para isso, o ensino deve contribuir para: Formar indivíduos capazes de pensar e de aprender permanentemente; Prover formação global para atender à necessidade de maior e melhor qualificação profissional; Desenvolver conhecimentos, capacidades e qualidades para o exercício consciente da cidadania; Formar cidadãos éticos e solidários.

Nessa perspectiva e de acordo com Maria Aparecida Cória–Sabini (2000, p.83), "motivação é a força propulsora da conduta. É a condição interna que ativa o indivíduo e o predispõe a emitir certas respostas." Nessa perspectiva, concordamos com a seguinte afirmação de Libâneo:

> A motivação é a chave para o sucesso da educação de jovens e adultos, desmotivados eles não conseguirão enfrentar as barreiras cotidianas, tudo se tornará mais difícil, cabe aos professores e a escola em geral incentivá-los para que não desistam. (2003, p.53)

Durante a experiência na EJA, podemos observar que as pessoas que se formam em tal modalidade de ensino são vítimas de diversas dificuldades, preconceitos e, mesmo assim, entendem a importância da educação, portanto estão lá por que desejam ou precisam. Isso faz com que nos motivemos a ensinar e aprender junto com eles.

A proposta de Educação de Jovens e Adultos (EJA) do Governo do Estado do Rio de Janeiro para o Ensino Médio foi elaborada pela Secretaria de Estado de Educação, em parceria com a Fundação Centro de Ciências e Educação Superior à Distância do Estado do Rio de Janeiro (Cecierj), e implantada desde 2013 em todas as escolas que ofertam EJA/ Ensino Médio.

Há duas possibilidades, a modalidade presencial, caracterizada como Nova EJA, e a rede CEJA, os antigos CES, que têm estudo mediado por *Moodle* e provas. Os dois materiais são diferentes. A EJA- Ensino Médio utiliza metodologia e currículo específico para jovens e adultos, com material didático próprio e recursos multimídia. Os professores também recebem formação específica. O curso tem duração de dois anos e é dividido em quatro módulos, um por semestre.

2.2 - Aplicabilidade do *Software* GeoGebra e no Ensino na EJA

O mundo globalizado em que vivemos está imerso em um contexto de constante mudança, desenvolvimento e crescimento; valorizando cada vez mais o estreitamento das comunicações, objetivando a celeridade da transmissão de dados e de conhecimentos de maneira geral.

Com o passar dos anos, o processo de troca de conhecimentos tem se mostrado intimamente ligado às relações interpessoais vividas por cada indivíduo. Um dos principais responsáveis pela transmissão do conhecimento no processo de ensino aprendizagem no âmbito escolar encontra-se sob a responsabilidade do professor que, normalmente, atua no tradicional sistema chamado de “cospe giz”, limitando-se às exposições teóricas em sala de aula e tendo como principal ferramenta de trabalho o quadro negro.

Para que seja conservada a manutenção do ensino escolar e para que este seja cada vez mais produtivo e prazeroso, devemos aliá-lo a um constante processo de aprimoramento. Nesse contexto, a escola deverá estar apta a aderir às diversas e constantes mudanças que ocorrem na sociedade. A respeito desta afirmação, Costa (2010) destaca que:

> A evolução das tecnologias na sociedade e sua utilização nas diversas áreas sociais devem ter também sua repercussão na escola. Assim as comunidades de ensino devem estar em constante atualização e busca de sua inserção nessa realidade. Considerando fundamental o uso das tecnologias no ensino da matemática como ferramenta sensibilizadora, motivadora, para a leitura, para

> o cálculo, interpretação, visualização e construção de conceitos. (COSTA, 2010, p.27).

A utilização da tecnologia no processo educacional vai muito além de uma simples tentativa de amparar a educação escolar. Ela assume em si as ferramentas de abrangência e celeridade de informação que os livros didáticos e a exposição no quadro de giz, por si só, não podem alcançar.

Com relação à importância e aos resultados da inserção da tecnologia da informação no processo de ensino aprendizagem em matemática, Costa (2010) diz que:

> O uso da tecnologia no processo de ensino aprendizagem de matemática cria novas condições de aprendizagem se tornando importante ferramenta de apoio ao trabalho realizado pelo professor. Elas estimulam os estudantes na busca de informações e estes por sua vez, adquirem mais interesse em aprender. Os recursos tecnológicos levam ainda os estudantes à integração e construção de novos significados sobre os conteúdos estudados. (COSTA, 2010, p.27).

Uma importante característica do uso da tecnologia no ensino da matemática, mais precisamente da álgebra, está no fato de o professor poder ofertar ao aluno um ensino matemático de maneira que, a aprendizagem por parte deste, seja facilitada por outras formas de aprender e a possibilidade de visualizar objetos matemáticos e perceber relações entre eles.

Seja qual for a disciplina matemática a ser ensinada no âmbito escolar, certamente haverá algum tipo de *software* matemático, gratuito ou não, indicado a atender a necessidade do professor. Já é possível encontrar programas que executam todas as operações aritméticas e diversos tipos de cálculos (dos mais simples aos mais complexos), previsões, simulações, construções de figuras e gráficos, dentre tantas outras funcionalidades.

Conforme Oliveira e Lopes (2013), o GeoGebra mostra-se como uma importante e adequada ferramenta de auxílio no processo de aprendizagem em matemática, pois concentra inúmeros objetos matemáticos aptos ao auxílio do ensino dessa disciplina, tais como, retas, segmentos, pontos, gráficos, dentre outros, muito utilizados no ensino da função matemática.

A indicação para a utilização deste *software*, pelo professor, se dá pelo fato de possuir um funcionamento dinâmico de fácil acesso à comunidade escolar. Em relação às vantagens a ele relacionadas, Costa (2010) afirma que:

> Este *software* reúne recursos de geometria, de álgebra e de cálculo. O *software* GeoGebra foi escolhido pelo seu dinamismo, pela vantagem de ser de domínio público, pelo conhecimento que o professor possui a respeito desta ferramenta de ensino e também por ser de fácil manuseio. Ressaltamos que na internet está disponibilizado material de apoio, como tutorial, vídeos explicativos, repositório com algumas construções, para esclarecimento de dúvidas de usuários. (COSTA, 2010, p.28)

Desse modo, o uso de tecnologia na EJA objetiva trazer outro sentido orientador ao ensino de matemática para o aluno adulto. A utilização da mídia digital procura conexão entre geometria e álgebra através do uso do *software* GeoGebra, o qual permite a visualização com ação do aluno na construção matemática. O próprio material do EJA da SEEDUC, tem uma aba de material multimídia que, dentre várias opções de atividades disponíveis, se destaca a possibilidade de instalação do GeoGebra.

2.3 - Conhecendo o GeoGebra

O GeoGebra é um *software* de ensino e aprendizagem de matemática de forma dinâmica, que integra possibilidades de aplicação em todos os níveis e etapas da educação.O programa permite realizar construções geométricas com a utilização de pontos, retas, segmentos de reta, polígonos etc., assim como permite inserir funções e alterar todos esses objetos dinamicamente, após a construção estar finalizada. Equações e coordenadas também podem ser diretamente inseridas. Portanto, o GeoGebra é capaz de lidar com variáveis para números, pontos, vetores, derivar e integrar funções, e ainda oferecer comandos para se encontrar raízes e pontos extremos de uma função. Desse nodo, o programa reúne as ferramentas tradicionais de geometria com outras mais adequadas à álgebra e ao cálculo. Isso tem a vantagem didática de representar, ao mesmo tempo e em um único ambiente visual, as características geométricas e algébricas de um mesmo objeto. A partir da versão 5.0 também é possível trabalhar com geometria em três dimensões.

Albuquerque (2008, p. 14), salienta que as principais possibilidade e potencialidades do GeoGebra se colocam no sentido de que, com este, é possível realizar construções com os elementos matemáticos como os pontos, os vetores, os segmentos, as retas, as chamadas seções cônicas, dentre tantos outros, além de ser possível realizar um estudo aprofundado acerca das funções (compreendendo-a desde sua notação inicial até conceitos mais profundos como limites e derivadas que são de nível superior) com a característica de que estes podem ser modificados de forma dinâmica depois de dispostos no *software.*

O criador do *software* GeoGebra, foi Markus Hohenwarter, no ano de 2001. Tal ferramenta é gratuita e disponível para *download* em diversos *sites* da *internet*. Seguem, abaixo, algumas disposições do próprio criador acerca do GeoGebra:

> O software de matemática dinâmico GeoGebra oferece a possibilidade de gerar *applets* interativo para meios de aprendizagem. Seus gráficos, álgebra, álgebra de computador e *spreads heet* combinam representações matemáticas múltiplas com a cada outro de maneira interativa e conectada. Por um lado, o software facilita a visualização de fatos e conceitos matemáticos. Por outro

> lado, GeoGebra apoia a interação de formas diferentes de representação de objetos matemáticos. (HOHENWARTER, 2014, p. 11).

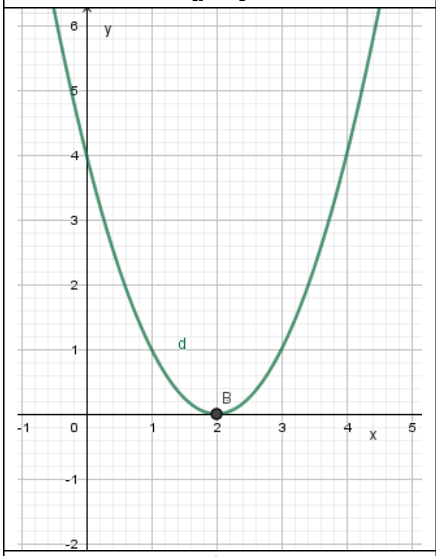
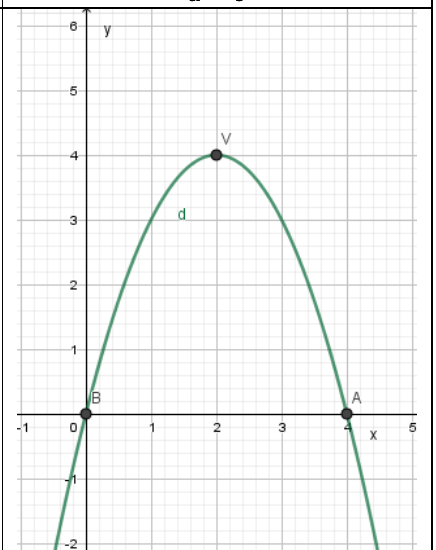
Cabe salientar que outra vantagem do uso do GeoGebra, mais uma dentre as tantas que aqui foram desenvolvidas e salientadas, seria o fato de que sua *interface*, composição como *software*, é muito amigável, ou seja, é de simples uso, pois possui e possibilita diversas formas e contextos de aprendizagem, e isto se dá, justamente, pelo fato do programa ser uma ferramenta dinâmica.

2.3.1 - Breve estudo da Função Quadrática no GeoGebra

Chama-se função quadrática, ou função polinomial do 2º grau, qualquer função f de IR em IR dada por uma lei da forma $f(x) = ax^2 + bx + c$, onde a, b e c são números reais e $a \neq 0$. O gráfico de uma função polinomial do 2º grau é uma curva chamada parábola. Ao construir o gráfico de uma função quadrática $y = ax^2 + bx + c$, notaremos sempre que:

- se **a > 0**, a parábola tem a **concavidade voltada para cima**; Ponto de mínimo
- se **a < 0**, a parábola tem a **concavidade voltada para baixo**; Ponto de máximo

Quadro 2 – Concavidade da parábola

a > 0	a < 0
	
$f(x) = x^2 - 4x + 4$	$f(x) = -x^2 + 4x$

Fonte: Elaboração própria

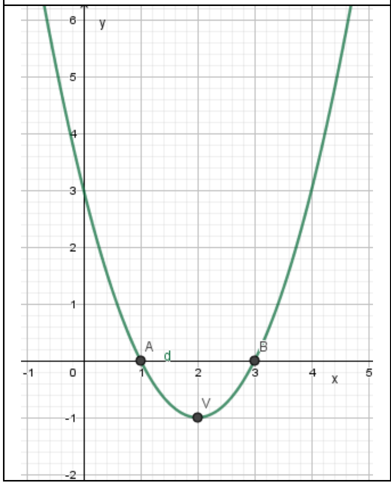
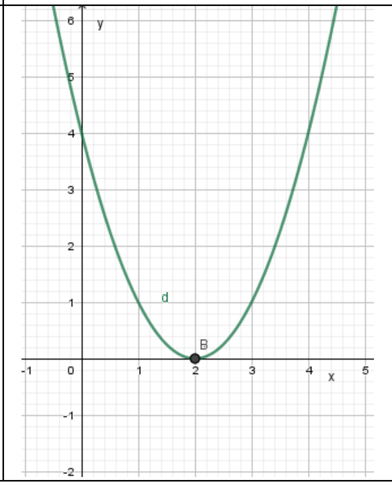
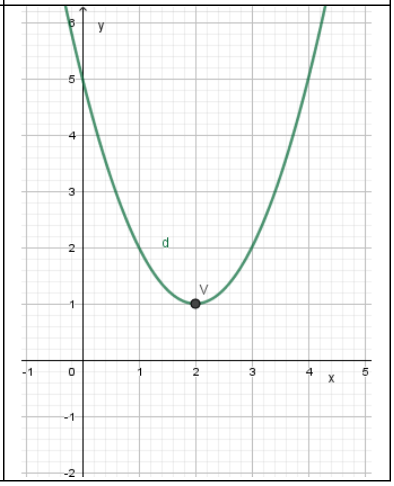
Então as raízes da função $f(x) = ax^2 + bx + c$ são as soluções da equação do 2º grau $ax^2 + bx + c = 0$, as quais são dadas pela chamada fórmula de Bhaskara:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

A quantidade de raízes reais de uma função quadrática depende do valor obtido para o radicando $\Delta = b^2 - 4.a.c$, chamado discriminante, a saber:

- Quando Δ é positivo, há duas raízes reais e distintas;
- Quando Δ é zero, há só uma raiz real;
- Quando Δ é negativo, não há raiz real.

Quadro 3 – Existência ou não de raízes

$\Delta>0$	$\Delta=0$	$\Delta<0$
		

Fonte: Elaboração própria

O vértice de uma parábola é o ponto desta função que assume valor máximo ou mínimo, dependendo da direção de sua concavidade. Uma das maneiras de determinar o vértice é lembrar que a parábola é simétrica em relação a um eixo vertical. Determinando a posição desse eixo encontraremos a abscissa do vértice e, com a abscissa do vértice, obteremos a ordenada, que é função da abscissa.

As coordenadas do vértice $V(x_v, y_v)$ da função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$ podem ser calculadas utilizando as seguintes fórmulas:

$$x_v = \frac{-b}{2a} \quad \text{e} \quad y_v = -\frac{\Delta}{4a}$$

2.3.2 - Pontos de interseção do gráfico

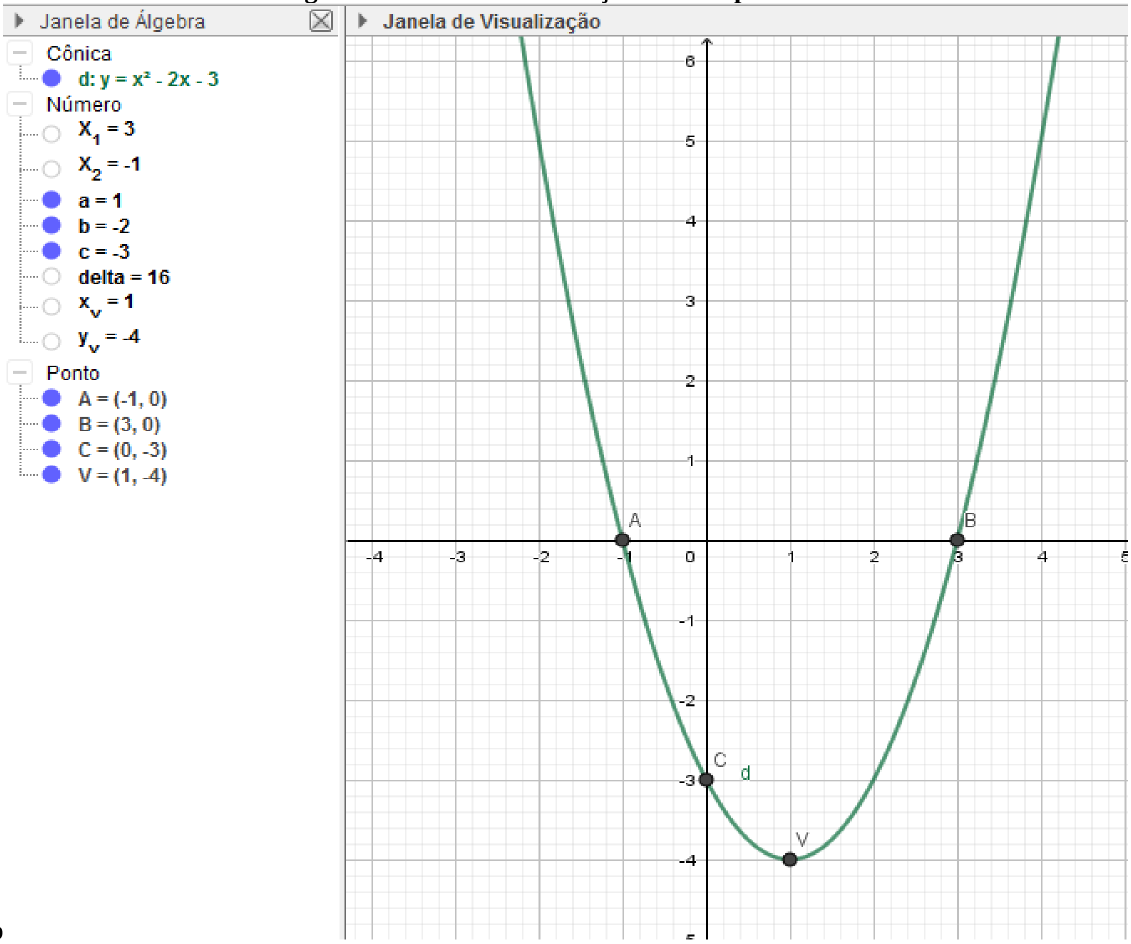
Podemos destacar, em uma parábola, pontos notáveis, com os quais poderemos construir com mais facilidade o gráfico de uma função quadrática. Eles se dividem em:

- Ponto(s) de interseção da parábola com o eixo das abscissas (raízes);

- Ponto de interseção da parábola com o eixo das ordenadas (coeficiente c);
- Vértice da parábola.

Podemos observar os pontos notáveis na figura 4.

Figura 4 – Pontos de interseção de uma parábola



p

Fonte: Elaboração própria

Podemos encontrar essas atividades no módulo 2 do material, destacando os seguintes Objetivos de aprendizagem :

- Consolidar conhecimentos obtidos na resolução de equações do 2° grau;
- Conceituar função polinomial do 2° grau;
- Determinar a lei de formação de uma função polinomial do 2° grau;
- Determinar a imagem de elementos do domínio de uma função polinomial do 2° grau;
- Construir, ler e analisar os gráficos de funções polinomiais do 2° grau;
- Identificar a concavidade e outros elementos da parábola;
- Identificar o crescimento e decrescimento de uma função polinomial do 2° grau;

- Resolver problemas de máximos e mínimos associados à função polinomial do 2° grau;
- Compreender os significados dos coeficientes da função do 2° grau;
- Utilizar a função polinomial do 2° grau para resolver problemas

Com base nesse material didático e recursos multimídia disponíveis fizemos uma relação no uso das TICs na EJA.

2.4 - Usos das TICs na EJA

As tecnologias são importantes no cotidiano das pessoas, independente da faixa etária, para realizarem atividades de interesses variados. Em razão disso, a escola também passa por mudanças em função das novas tecnologias. Mídias educacionais propõem estratégias mais atrativas de aprendizagem ao aluno, gerando um conhecimento mais significativo, no qual este é construído, portanto, com mais sentido para o aprendiz.

> A escola não pode ignorar o que se passa no mundo. Ora, as novas tecnologias da informação e da comunicação transformam espetacularmente não só nossas maneiras de comunicar, mas também de trabalhar, de decidir, de pensar. (PERRENOUD, 2000, p.125 apud JESUS, 2011).

Assim, as TICs se apresentam como ferramentas importantes para o ensino e o aprendizado da Matemática na Educação de Jovens e Adultos, visto que são capazes de provocar mudanças comunicativas, cognitivas e motivacionais. Particularmente, um ambiente de geometria dinâmica como o GeoGebra permite várias formas de praticar um conteúdo matemático com explorações mais dinâmicas e fugindo de velhos modelos que se restringem ao quadro e giz.

Como diz D'Ambrósio (2004 *apud* FAINGUELERNT; NUNES, 2012, p. 23), "a falta de tecnologia causa má educação, mas o uso de tecnologia não é sinônimo de boa educação". Esta citação faz refletir que não basta somente a tecnologia, é necessário ter um projeto de educação que prevê a capacitação do professor, de maneira que ele possa manusear os recursos tecnológicos com destreza e atuar como interlocutor entre as TICs e o aluno, conduzindo-o para uma aprendizagem efetiva e significativa.

Não permitir que uma turma de Jovens e Adultos possa ter acesso ao uso dos recursos tecnológicos faz com que uma parcela da sociedade fique à margem em relação ao acesso do direito à cidadania. É essa autonomia que os alunos da Educação de Jovens e Adultos precisam aprender no ambiente escolar, e a inclusão digital pode favorecer nesse quesito. Logo, seria importante que tais recursos tecnológicos fossem incorporados ao trabalho do professor para auxiliarem no processo de ensino e aprendizagem na Educação de Jovens e Adultos.

O *software* GeoGebra foi utilizado como ferramenta pedagógica para desenvolver o trabalho proposto devido suas características de fácil manuseio e acesso. O referido *software* pode ser acessado pelo *smartphone* no *link* GeoGebra *online*, não havendo necessidade de se realizar o *download* do referido programa, mostrando-se, assim, como uma alternativa para instruções em escolas sem estrutura de informática adequada. Conforme afirma Soares (2012):

> O GeoGebra é um software para o estudo da Matemática que tem como diferencial a possibilidade de representação de objetos, como por exemplo, pontos, retas, segmentos de retas, planos, polígonos e gráficos de funções, possibilitando a fluência entre as representações tanto algébricas quanto geométricas. (SOARES, 2012, p.6).

Desse modo, o uso de tecnologia na EJA pretende trazer outro sentido orientador ao ensino de matemática para o aluno adulto. O uso de um *software* de matemática dinâmica como o GeoGebra pode contribuir muito para o envolvimento dos alunos na aula de Matemática, pois desperta neles certa curiosidade e mais motivação para as atividades propostas.

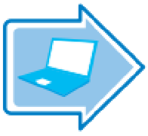
Nesse sentido, a equipe de matemática da Secretaria de Estado de Educação do Rio de Janeiro diz que o trabalho de elaboração do Currículo Mínimo de Matemática para a Educação de Jovens e Adultos da rede de ensino do estado do Rio de Janeiro não poderia deixar de levar em consideração diversas especificidades, tais como a heterogeneidade da origem social e a experiência familiar dos estudantes que procuram essa modalidade de ensino, além da necessidade de uma metodologia de atuação peculiar que atenda às expectativas desses estudantes.

A perspectiva da equipe de elaboração é que este Currículo Mínimo não seja entendido como uma simples relação de conteúdos a serem ensinados, mas sim como um conjunto de conhecimentos interligados que apresenta uma linha crescente de complexidade ao longo do curso, tanto no Ensino Fundamental, como no Ensino Médio. Por exemplo, além das atividades elaboradas para a presente pesquisa o uso de *software* tem sido valorizado no material da EJA. Uma das atividades foi elaborada para aplicação em laboratório de informática, em que, a partir da modelagem de um problema, constituiu no uso da representação gráfica de uma função exponencial. Esta atividade se encontra na p. 21, módulo 2, material do professor[3].

Figura 5 – Atividade envolvendo o GeoGebra no material da EJA.

Seção 1 – Aprendendo um pouco sobre o cálculo de juros compostos

Páginas no material do aluno
227 a 235

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Usando gráficos na previsão de rendimentos em aplicações financeiras	Computadores com acesso à Internet, software GeoGebra instalado, lousa, caderno ou folhas para anotações e lápis/caneta	Usaremos aqui o software GeoGebra para fazer a análise da representação gráfica de uma função exponencial. Ela será usada para calcular o rendimento de uma determinada quantia em dinheiro, quando aplicada na poupança. Esse rendimento é estabelecido pela aplicação de juros compostos.	Turma dividida em duplas ou trios	30 minutos

Fonte: Material EJA módulo 02

No capítulo seguinte são apresentadas as informações de cunho mais metodológico.

[3]Disponível em: http://projetoseeduc.cecierj.edu.br/eja/material-professor/modulo-02/MATEMATICA-MOD02-VOL02.pdf

Capítulo III–PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Nesse capítulo apresentamos os caminhos que percorremos, mostrando características e encaminhamentos metodológicos da pesquisa em questão. É de cunho qualitativo e fizemos a opção pelo método conhecido por pesquisa-intervenção.

3.1- Pesquisa-Intervenção e investigação da própria prática

O estudo sobre pesquisa-intervenção, por ter característica de pesquisa participativa, mostra indícios que a evidenciam como adequada para realizar os encaminhamentos metodológicos da pesquisa em questão, como proposto por (NACARATO; LIMA, 2009) em suas reflexões a respeito do professor atuando como pesquisador da própria prática pedagógica. Reitera que pesquisas realizadas por tais profissionais podem contribuir para a compreensão de "quais conhecimentos são mobilizados na ação pedagógica e como eles são (re) significados" (p. 243).

Segundo Aguiar e Rocha (1997, p.97), "Na pesquisa-intervenção, a relação pesquisador/objeto pesquisado é dinâmica e determinará os próprios caminhos da pesquisa, sendo uma produção do grupo envolvido". Pesquisa é, assim, ação, construção, transformação coletiva, análise das forças sócio-históricas e políticas que atuam em situações e próprias implicações, inclusive dos referenciais de análise. É um modo de intervenção, na medida em que recorta o cotidiano em suas tarefas, funcionalidade e pragmática – variáveis imprescindíveis à manutenção do campo de trabalho que se configura como eficiente e produtivo no paradigma do mundo moderno -. Nesse sentido, a intervenção evidencia que pesquisador/pesquisado, ou seja, sujeito/objeto fazem parte do mesmo processo.

O método de pesquisa do tipo intervenção pedagógica (DAMIANI *et al*. 2013) envolve planejamento e aplicação de inovação e a avaliação de seus efeitos. Na parte dedicada a apresentar o método devem ser identificados e separados dois componentes principais: o método da intervenção (método de ensino) e o método da avaliação da intervenção (método de pesquisa propriamente dito).

3.2- Planejamentos das Atividades

As atividades foram planejadas de acordo com o currículo mínimo da primeira fase do Ensino Médio recomendado pela SEEDUC. Desta maneira, articulando as atividades com o

GeoGebra, procuramos analisar o desenvolvimento de uma sequência didática sobre o processo cognitivo de sujeitos estudando a função quadrática, o que compreendeu:

- Construção do gráfico da função quadrática e estudo dos coeficientes;
- Relacionar o sinal do discriminante e o número de raízes.
- Identificar as raízes ou zeros da função quadrática
- Identificar o vértice da parábola relacionando com o valor máximo ou mínimo da função.

3.3 - Coletas de dados

Tivemos como forma de coleta de dados: diários de campo, respostas para as atividades e a captura de telas, análise de vídeo, registros fotográficos e observações de campo. Nesse sentido, procuramos diversificar a coleta de dados a fim de enriquecer o estudo da pesquisa. Powell (2004) reconhece que as gravações em vídeo são carregadas teórica e tecnologicamente e, assim, são importante para se compreender que elas, por si só, não garantem a qualidade da coleta de dados e da respectiva análise.

3.4 - O Ambiente: os sujeitos da pesquisa

O trabalho de campo exploratório foi realizado em uma turma de EJA, em um laboratório de matemática, no CIEP Brizolão 055 João Gregório Galindo, localizado em Angra dos Reis/RJ, com alunos do Ensino Médio no ano letivo de 2018. Os sujeitos da pesquisa consistem em: (i) o professor regente e (ii) alunos de EJA, em um laboratório de matemática na referida escola.

Dividimos a pesquisa em dois momentos: (i) Estudo Piloto e (ii) efetivação da Pesquisa.

3.5 - Primeira efetivação: estudo piloto

Iniciamos a pesquisa a partir de uma atividade, com estudo piloto, realizada na escola supracitada, com uma turma de EJA do ano letivo de 2017. As atividades ilustradas neste trabalho são destinadas a alunos da EJA sem conhecimento do *software* GeoGebra e sem conhecimento em funções. Para o desenvolvimento utilizamos papel, lápis, livro didático[17] ,

[17]Disponível em: < http://projetoseeduc.cecierj.edu.br/eja-material-aluno.php>

lousa digital, computadores, *smartphones* e o GeoGebra, tendo em vista os seguintes conceitos que compõe as funções quadráticas:

- Exploração no GeoGebra sobre as funções quadráticas;
- Realização de atividades;
- Conversas informais com os estudantes para saber a percepção de cada um em relação a possíveis benefícios do GeoGebra no estudo de funções.

Quadro 4: Resumo da efetivação de atividades piloto

Atividades com GeoGebra no estudo das funções quadráticas		
Atividade/Data	Objetivo	Tempo de Duração
Atividade 1 18/05/2017	Construção do gráfico da função quadrática e estudo dos coeficientes	200 minutos
Atividade 2 25/05/2017	Relacionar o sinal do discriminante e o número de raízes	200 minutos
Atividade 3 01/06/2017	Identificar as raízes ou zeros da função quadrática	100 minutos
Atividade 4 01/06/2017	Identificar o vértice da parábola relacionando com o valor máximo ou mínimo da função	100 minutos

Fonte – Elaboração própria

No primeiro encontro houve muitos problemas inesperados, principalmente na inserção de caracteres. Percebemos que os alunos tinham dificuldade em utilizar o teclado do computador, principalmente quando precisavam inserir o sinal circunflexo (^) que faz a conexão com o expoente, no caso, (x^2) e o asterisco (*) que representa o sinal de multiplicação. Tivemos dificuldade, pois todos chamavam ao mesmo tempo, por momentos ficamos atônitos. Percebemos que alguns alunos dominavam essa parte da atividade. Solicitamos, então, que eles nos auxiliassem. Concluída essa etapa, os discentes começaram a movimentar os controles deslizantes dos coeficientes **a**, **b** e **c** e assim puderam resolver as questões propostas voltadas a identificar o comportamento dos coeficientes. Passado o transtorno da inserção da função, observamos que eles ficaram maravilhados com a resposta do *software* quando manipulavam os coeficientes.

Em relação ao primeiro encontro, notou-se uma boa aceitação por parte dos alunos da proposta de trabalho. Porém, notamos que o tempo destinado para a atividade poderia ser menor e verificamos a necessidade de uma prévia a respeito do estudo de função quadrática, ambientação no GeoGebra e a formação de grupos compostos por quatro alunos, para que houvesse interação entre eles, já que dispúnhamos de mobiliário que proporcionava isso.

Durante a pesquisa, ficou evidente que um aluno, uma vez apropriado da atividade, poderia auxiliar aquele que ainda não estava na mesma sintonia.

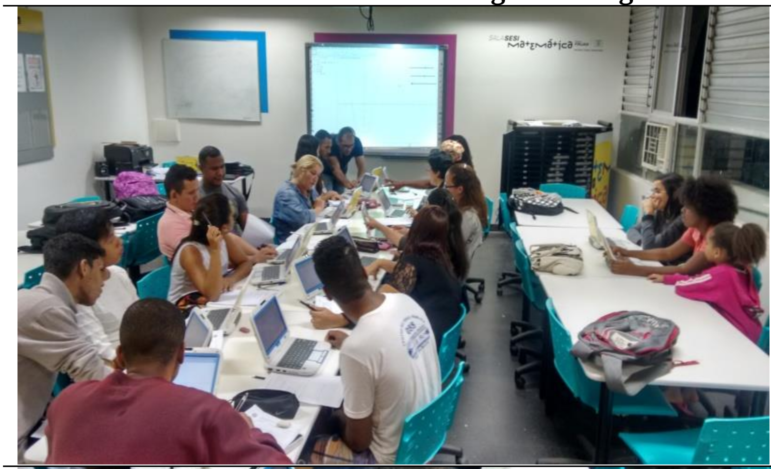
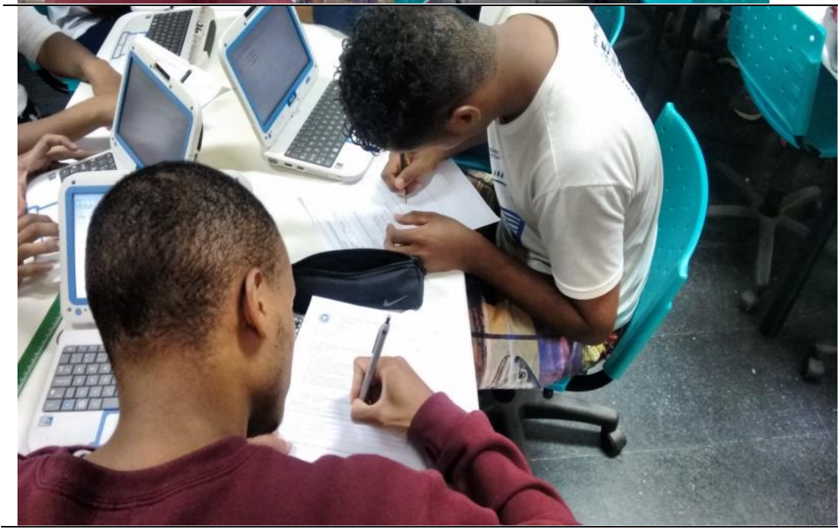
No segundo encontro, devido os problemas ocorridos na atividade 1, optamos em refazer a inserção de dados da atividade 1, no intuito de que os alunos pudessem se habituar mais com teclado e a inserção de caracteres. Em seguida, entregamos o roteiro referente à atividade 2. O objetivo desta atividade era relacionar o sinal do discriminante com o número de raízes. Como eles refizeram a Atividade 1, deu-se início a Atividade 2, com a inserção dos dados do discriminante: delta=b^2-(4*a*c). Desta vez, praticamente não houve problemas. Pouco depois do início, alguns alunos já haviam inserido na caixa de entrada o que era pedido, assim, eles se prontificaram a auxiliar os outros alunos. No geral, o objetivo foi alcançado, havia um consenso em relação com o sinal do discriminante e o número de raízes.

No terceiro encontro realizamos as Atividades 3 e 4. Seguindo a mesma metodologia da Atividade 2, aplicada dia 25 de maio de 2017, optamos por refazer as Atividades 1 e 2, na intenção de reforçar o "déficit tecnológico" que foi percebido na Atividade 1. Tal metodologia mostrou-se positiva, pois a grande dificuldade era a inserção de dados e com a melhora de entendimento com as novas tecnologias foi possível uma concentração maior no conteúdo proposto.

Depois de refeitas Atividades 1 e 2, iniciamos a Atividade 3. Propusemos a inserção dos dados para identificar as raízes ou zeros da função quadrática: X_1=(-b+sqrt(delta))/(2*a) e X_2=(-b-sqrt(delta))/(2*a). Percebemos que os alunos que tinham mais dificuldade eram aqueles que haviam faltado a uma das atividades, pois quem foi a todas as atividades mostrou-se mais eficaz no desenvolvimento delas.

Nesse mesmo encontro, após o término da Atividade 3, iniciamos a Atividade 4. Recomendamos a inserção de dados, que tinha como objetivo identificar o vértice da parábola relacionando com o valor máximo ou mínimo da função: x_v=-b/(2*a) e y_v=-delta/(4*a). Após isso, os alunos fizeram as atividades proposta no roteiro.

Tabela 1: Registro fotográfico do estudo Piloto

	Apresentando a atividade no primeiro encontro
	Realizando as atividades propostas

Fonte – Dados da pesquisa

Apesar da boa aceitação e indícios de êxito notamos que os alunos tiveram muitas dificuldades operacionais. Nesse sentido, entendemos que as atividades tinham que sofrer algumas modificações para efetivação da pesquisa. Procuramos ajustar os possíveis fatores que dificultaram as atividades, a saber:

- Inserir no roteiro a sondagem dos conhecimentos prévios dos estudantes relativos aos conceitos relacionados a funções;
- Realizar o estudo acerca do programa GeoGebra;
- Ajustar o tempo de duração de algumas atividades;
- Retirar alguns itens com caracteres que não alterassem o objetivo de aprendizagem;
- Formar grupos de, no máximo, quatro integrantes para adequação ao mobiliário e propiciar a interação entre os alunos.

3.6- Segunda efetivação

Para o segundo momento da pesquisa ajustamos alguns fatores que dificultaram a realização das atividades no estudo piloto. Essa efetivação ficou dividida para acontecer em três encontros. No primeiro, decidimos fazer um estudo prévio relativo aos conceitos de função quadrática, ambientação acerca do programa GeoGebra e exploração no GeoGebra sobre as funções quadráticas, no intuito de sanar dificuldades percebidas no Estudo Piloto.

No segundo resolvemos pela realização das Atividades 1 e 2, fazendo uma adequação no tempo das atividades, justificamos essa mudança, pois no Estudo Piloto foi destinado um encontro de 200 minutos apenas para realização da Atividade 1, que consistia na construção do gráfico da função quadrática e estudo dos coeficientes. Apesar dos problemas, percebemos que o tempo poderia ser menor. Nesse sentido, destinamos o primeiro encontro da efetivação da pesquisa, para a realização das Atividades 1 e 2.

No terceiro definimos pela realização das atividades 3 e 4. Feitas as devidas alterações, mostramos abaixo, por meio da tabela 5, o resumo da efetivação da Pesquisa.

Quadro 5: Resumo da efetivação da pesquisa

Atividades com GeoGebra no estudo das funções quadráticas		
Atividade/Data	Objetivo	Tempo de Duração
1º encontro: 03/04/2018	• Estudo prévio relativo aos conceitos de função quadrática; • Realizar estudo e ambientação acerca do GeoGebra; • Explorar no GeoGebra as funções quadráticas.	200
2º encontro: 10/04/2018 Atividades 1 e 2.	• Construir gráfico da função quadrática e estudo dos coeficientes; • Relacionar o sinal do discriminante e o número de raízes.	200
3º encontro: 17/04/2018 Atividades 3 e 4	• Identificar as raízes ou zeros da função quadrática • Identificar o vértice da parábola relacionando com o valor máximo ou mínimo da função	200

Fonte – Elaboração própria

3.7- Contrastando o estudo piloto e a segunda efetivação

Entendemos que o estudo piloto é um teste dos procedimentos e métodos propostos para determinada pesquisa. Ou seja, exploramos os procedimentos elaborados para efetivação da pesquisa e fizemos possíveis alterações para tentar corrigir falhas antes da nova intervenção.

Na sequência, apresentam-se as alterações, de cada fase do processo de planejamento, especificamente do estudo piloto para realização da pesquisa.

3.7.1 Organização da sala

Uma das mudanças mais sensíveis foi a organização das mesas e a distribuição de computadores. No estudo piloto juntamos as mesas e cada aluno recebeu um computador. Isso dificultou bastante, principalmente para os alunos que não tinham tanta experiência com o uso de computador. Eles chamavam o tempo todo para esclarecer dúvidas operacionais.

Tabela 2: Registro fotográfico do estudo Piloto efetivação da pesquisa

Estudo piloto	Efetivação da pesquisa
	

Fonte – Dados da pesquisa

3.7.2 Distribuição do tempo das atividades

O primeiro encontro do estudo piloto foi dedicado à construção do gráfico da função quadrática e estudo dos coeficientes. Apesar do entusiasmo da turma por estar em uma sala cheia de novidades e de posse de um computador, tivemos inúmeros problemas relativos ao uso da máquina. Desta forma, visando sanar tais falhas na efetivação da pesquisa optamos em realizar algumas mudanças. A primeira foi fazer um estudo prévio relativo aos conceitos de função quadrática, em seguida realizamos um estudo e ambientação acerca do GeoGebra, e, por fim, exploramos o GeoGebra com atividades relacionadas às funções quadráticas no intuito de diminuir as dificuldades enfrentadas no estudo piloto.

O segundo encontro do estudo piloto foi dedicado a relacionar o sinal do discriminante e o número de raízes. Devido às mudanças ocorridas na efetivação da pesquisa no primeiro encontro, reservamos para o segundo a construção do gráfico da função quadrática, estudo dos coeficientes e relacionar o sinal do discriminante e o número de raízes, fazendo essas duas atividades em 200 minutos.

O terceiro encontro do estudo piloto e da efetivação da pesquisa não tiveram alterações. A tabela 3 mostra essa comparação.

Tabela 3: Distribuição de tempo das atividades do estudo Piloto e efetivação da pesquisa

Encontros	Estudo Piloto	Efetivação da Pesquisa	Tempo de duração
1º encontro:	• Construção do gráfico da função quadrática e estudo dos coeficientes	• Estudo prévio relativo aos conceitos de função quadrática; • Realização de estudo e ambientação acerca do GeoGebra; • Exploração no GeoGebra sobre as funções quadráticas.	200 minutos
2º encontro:	• Relacionar o sinal do discriminante e o número de raízes	• Construção do gráfico da função quadrática e estudo dos coeficientes; • Relacionar o sinal do discriminante e o número de raízes.	200 minutos
3º encontro:	• Identificar as raízes ou zeros da função quadrática • Identificar o vértice da parábola relacionando com o valor máximo ou mínimo da função	• Identificar as raízes ou zeros da função quadrática • Identificar o vértice da parábola relacionando com o valor máximo ou mínimo da função	200 minutos

Fonte – Dados da pesquisa

Devido os problemas ocorridos no estudo piloto referentes às atividades e inserção de dados, optamos em fazer algumas alterações no intuito de sanar essas dificuldades. Vejamos.

3.7.3 - Roteiro das atividades

No estudo piloto, na atividade 1, percebemos que os alunos estavam com dificuldade de identificar o controle deslizante. Desta maneira, na execução da pesquisa, indicamos o ícone do controle deslizante no roteiro das atividades para que o aluno relacionasse a imagem do controle deslizante com os respectivos coeficientes. Outra mudança foi em relação à criação do intervalo [-10, 10], pois, naquele momento não tinha relevância para o entendimento do objeto de estudo. Percebemos que os alunos perdiam muito tempo na inserção desses dados, fazendo com que o objeto de estudo ficasse em segundo plano.

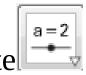
Na atividade 2 do estudo piloto também fizemos algumas alterações em relação à efetivação da pesquisa. O roteiro do estudo piloto tinha como primeiro passo abrir o arquivo salvo na aula anterior. Isso gerou muita confusão, pois cada aluno teve acesso a um computador e ficou complicado identificar qual havia sido utilizado por cada aluno. Desta maneira, na realização da pesquisa da atividade 2 optamos em refazer a atividade 1 e em seguida iniciar a atividade 2. Dessa forma, resolvemos a confusão com os computadores e fizemos com que os alunos pudessem se apropriar do *software* e se ambientar mais com o teclado do computador. Também retiramos do roteiro opções como “renomear”, por não ter relevância ao objeto de estudo naquele momento.

Assim como nas atividades 1 e 2, na 3 optamos em refazer as anteriores, seguindo a mesma lógica definida na atividade 2. No mais não fizemos outras alterações na atividade 3, pois percebemos que já estava adequada para realização da pesquisa .

Na atividade 4, além de refazer as anteriores como as 2 e 3, também optamos em retirar do roteiro os seguintes comandos: “Selecionar PROPRIEDADES → BÁSICO”, “Mudar o estilo do rótulo”, “ Alterar para NOME & VALOR” e “Clicar em FECHAR”. Percebemos também na atividade 4 que esses comandos, naquele momento, tiravam a atenção dos alunos em relação ao objeto de estudo. É importante ressaltar que a retirada destes comandos não causou prejuízos na resolução das atividades. A tabela 4 mostra a comparação.

Tabela 4: Roteiro das atividades do estudo Piloto e efetivação da pesquisa

Atividade 1	Estudo Piloto	ROTEIRO: 1. Criar controles deslizantes para os coeficiente a,b e c 2. No campo de entrada digitar a expressão: f(x)=ax^2+bx+c 3. Clicar nos botões para exibir o objeto 4. Criar nos controles deslizantes (a, b e c) um intervalo de

		[-10, 10] 5. Movimentar o controle deslizante referente ao coeficiente “a” 6. Movimentar o controle deslizante referente ao coeficiente “b” 7. Movimentar o controle deslizante referente ao coeficiente “c”
	Efetivação da Pesquisa	ROTEIRO: 1. Utilizar a ferramenta controle deslizante  e criar controles deslizantes para os coeficiente a,b e c 2. No campo de entrada digitar a expressão: f(x)=a*x^2+bx+c 3. Movimentar o controle deslizante referente ao coeficiente “a” 4. Movimentar o controle deslizante referente ao coeficiente “b” 5. Movimentar o controle deslizante referente ao coeficiente “c”
Atividade 2	Estudo Piloto	ROTEIRO: 1. Abrir o arquivo 2. Digitar na caixa de entrada: delta=b^2-4*a*c 3. Clicar o botão direito do mouse sobre o “delta”. 4. Selecionar “Renomear” 5. Procurar na barra de rolagem o símbolo Δ . 6. Clicar ok. 7. Movimentar os seletores de “a”, “b” e “c” na tela. 8. Observar o valor de Δ e o gráfico. 9. Relacionar a existência ou não de raízes com sinal de delta.
	Efetivação da Pesquisa	ROTEIRO: 1. Refazer a atividade 1 2. Digitar na caixa de entrada: delta=b^2-(4*a*c) 3. Movimentar os controles deslizantes de “a”, “b” e “c” na tela. 4. Observar o valor de delta e o gráfico. 5. Relacionar a existência ou não de raízes com sinal de delta.
Atividade 3	Estudo Piloto	ROTEIRO: 1. Abrir o arquivo 2. Digitar na caixa de entrada: x_1=(-b+sqrt(delta))/2a 3. Digitar na caixa de entrada: x_2=(-b-sqrt(delta))/2a 4. Movimentar os seletores de “a”, “b” e “c” na tela. 5. Observar o valor de X_1 e X_2 6. Relacionar a existência ou não de raízes

	Efetivação da Pesquisa	ROTEIRO: 1. Refazer as atividades 1 e 2 2. Digitar na caixa de entrada: X_1=(-b+sqrt(delta))/(2*a) 3. Digitar na caixa de entrada: X_2=(-b-sqrt(delta))/(2*a) 4. Movimentar os seletores de “a”, “b” e “c” na tela. 5. Observar o valor de X_1 e X_2 6. Relacionar a existência ou não de raízes
Atividade 4	Estudo Piloto	ROTEIRO: 1. Abrir o arquivo 2. Digitar na caixa de entrada: x_v=-b/(2*a) 3. Digitar na caixa de entrada: y_v=-delta/(4*a) 4. Clicar o botão direito sobre o ponto V 5. Selecionar PROPRIEDADES → BÁSICO 6. Mudar o estilo do rótulo 7. Alterar para NOME & VALOR 8. Clicar em FECHAR.
	Efetivação da Pesquisa	ROTEIRO: 1. Refazer as atividades 1, 2 e 3 2. Digitar na caixa de entrada: x_v=-b/(2*a) 3. Digitar na caixa de entrada: y_v=-delta/(4*a) 4. Digitar: V=(x_v,y_v)

Fonte – Dados da pesquisa

No próximo capítulo apresentamos a análise das respostas de alunos no decorrer das efetivações acima ilustradas.

Capítulo IV–ANÁLISE DAS ATIVIDADES: SEGUNDA EFETIVAÇÃO

4.1 - Prévias e ambientações

Destinamos para o primeiro encontro fazer um estudo prévio relativo aos conceitos de função quadrática, ambientação acerca do programa GeoGebra e exploração no GeoGebra sobre as funções quadráticas. Iniciamos com uma exposição na lousa digital.

Nessa prévia, expusemos elementos da função quadrática dando ênfase aos pontos notáveis, no sentido de ser um possível facilitador na construção do gráfico.

Após essa etapa, fizemos um estudo e ambientação no GeoGebra. Apresentamos o GeoGebra na lousa digital, a fim de mostrar os elementos que compõem o referido *software.* Em seguida, destinamos um tempo para que os alunos pudessem manipular livremente o GeoGebra. Após isso, fizemos uma atividade com a inserção de algumas funções quadráticas com o objetivo de ser um possível facilitador durante a efetivação da Pesquisa.

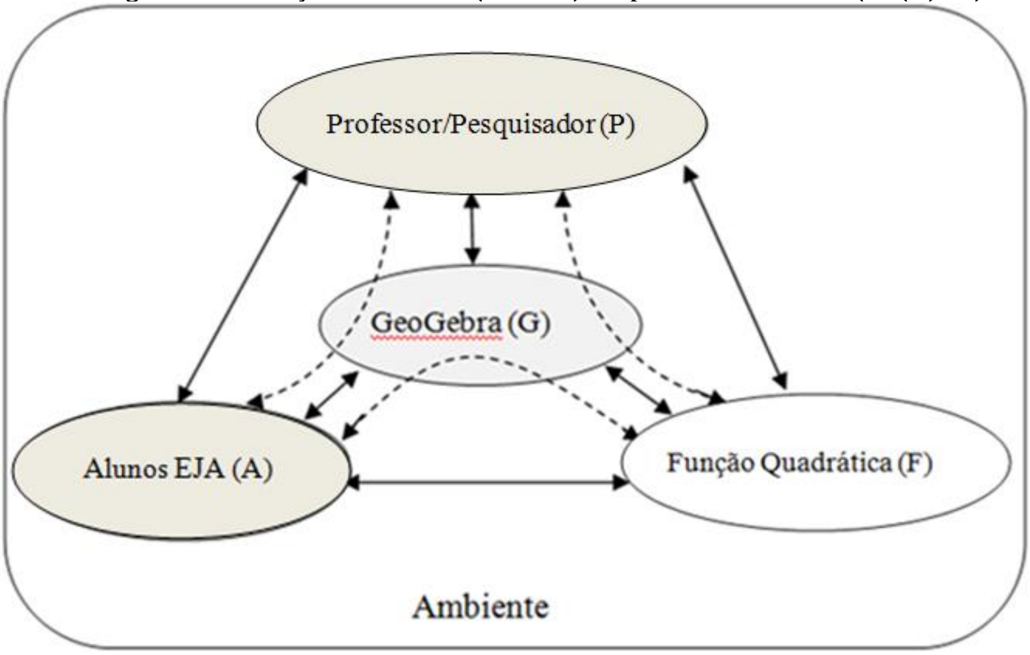
Desta maneira, considerando o modelo S.A.C.I adaptado para esta pesquisa foi possível perceber que as relações mais evidentes nessa fase não envolveram de forma significativa o polo Função Quadrática **(F)**, pois o alvo se baseou na relação tripolar Pesquisador/professor-Alunos mediado pelo GeoGebra ([P-(G)-A]).

Tendo em vista a relação tripolar Pesquisador/professor-Alunos mediado pelo GeoGebra ([P-(G)-A]), percebemos que, em tal momento, o pesquisador/professor, ao expor o Geogebra para os alunos, passa pelo processo de instrumentação que é a dimensão da gênese instrumental voltada para o sujeito.

Especificamente em nossa adaptação do modelo S.A.C.I consideramos o processo, nessa fase, voltado ao Pesquisador/professor-Alunos mediado pelo GeoGebra. Nesse sentido, (Bittar, 2011) adverte que a teoria da instrumentação permite investigar a ação com instrumentos no campo social e científico, ou seja, não se aplica somente à educação.

Analisando a luz da interação ([P-(G)-A]), pontuamos que, nesta fase de prévias e ambientações, a relação entre Pesquisador/professor-Alunos **(P-A)**, teve caráter expositivo. Dessa maneira, visando exemplificar tal interação elaboramos, segundo o modelo S.A.C.I adaptado à pesquisa, um esquema que representa a referida situação. (figura 6).

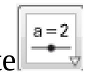
Figura 6- As relações do modelo (S.A.C.I.) adaptado na análise de ([P-(G)-A])



Fonte: Elaboração própria inspirado em Rabardel (1995).

4.2 - Atividade 1

A Atividade 1, aconteceu no segundo encontro em 10 de Abril de 2018. O total da turma era de 42 alunos matriculados, porém, no dia da atividade em questão, havia 30 alunos presentes. Lembramos que a turma foi dividida em grupos de, no máximo, quatro integrantes. Iniciamos com a construção do gráfico da função quadrática e estudo dos coeficientes, seguindo o seguinte roteiro:

1. Utilizar a ferramenta controle deslizante  e crie controles deslizantes para os coeficiente a,b e c
2. No campo de entrada digitar a expressão: f(x)=a*x^2+bx+c
3. Movimentar o controle deslizante referente ao coeficiente “a”
4. Movimentar o controle deslizante referente ao coeficiente “b”
5. Movimentar o controle deslizante referente ao coeficiente “c”

Logo no início da atividade percebemos que as mudanças foram significativas. Todo “desespero”, vivido no Estudo Piloto foi atenuado. O fato de ter dividido a turma em grupos de quatro estudantes e ter feito um estudo prévio relativo aos conceitos de função quadrática e ambientação acerca do programa GeoGebra no encontro anterior, surtiu um efeito satisfatório e favoreceu a interação entre eles.

Na atividade realizada em grupo concentramos a análise na escrita e vídeo produzido pelo professor regente em um grupo formado por quatro integrantes**.** Ao longo das discussões utilizaremos o modelo S.A.C.I. proposto por Rabardel.

O trecho selecionado no vídeo para análise faz parte da atividade 1, que foi praticada com a turma no dia 10/04/2018. A gravação teve duração de 9 minutos e 23 segundos, pois precisávamos fazer a gravação e, ao mesmo tempo, lidar com todas as situações no ambiente da pesquisa. O propósito dessa atividade especificamente objetivou a construção do gráfico da função quadrática e estudo dos coeficientes.

Para essa análise, designadamente, escolhemos um grupo composto por quatro integrantes, sendo: dois do sexo masculino (um deles cadeirante) e dois do sexo feminino.

Os alunos David Costa de Oliveira, Ketle Caroline Rosa, Rita de Cássia Plácido dos Reis e Willian de Amorim assinaram um termo de consentimento livre e esclarecido para participar da pesquisa e fizeram parte dessa análise.

Na transcrição, procuramos seguir um modelo proposto por (Powell *et al*. 2004), que se constitui em um modelo analítico para estudar o desenvolvimento da atividade proposta, no contexto da Gênese Instrumental, orientada pela sequência de sete fases interativas e não lineares:

1. Observar atentamente aos dados do vídeo.
2. Descrever os dados do vídeo.
3. Identificar eventos críticos
4. Transcrever
5. Codificar
6. Construir o enredo
7. Compor a narrativa

Procuramos destacar elementos gestuais e de entonação que foram importantes para análise. Para tanto, na apresentação do trecho analisado incluímos colunas com o tempo, código, transcrição e a coluna com enredo e observações. Na transcrição procuramos numerar os turnos de fala e anexar, para facilitar o acompanhamento da análise. Nas falas simultâneas optamos em incluir no mesmo turno.

Conforme (POWELL *et al*. 2004), com ou sem transcrições, a codificação é crucial para a análise de dados. Sendo assim, criamos outra tabela analisando os códigos e os processos de Instrumentação e Instrumentalização.

Desse modo, usamos o Modelo S.A.C.I. proposto por Rabardel (1995) para investigar o uso do GeoGebra como um instrumento mediador em atividade coletiva e nos ajudar a compreender as relações dos alunos da EJA na aprendizagem dos conceitos de função quadrática. Dessa forma, organizamos um Modelo S.A.C.I adaptado à pesquisa.

Usamos as relações bipolares, tripolares e seus respectivos códigos, diferenciado por cores, para facilitar a visualização, ou seja, as relações entre:

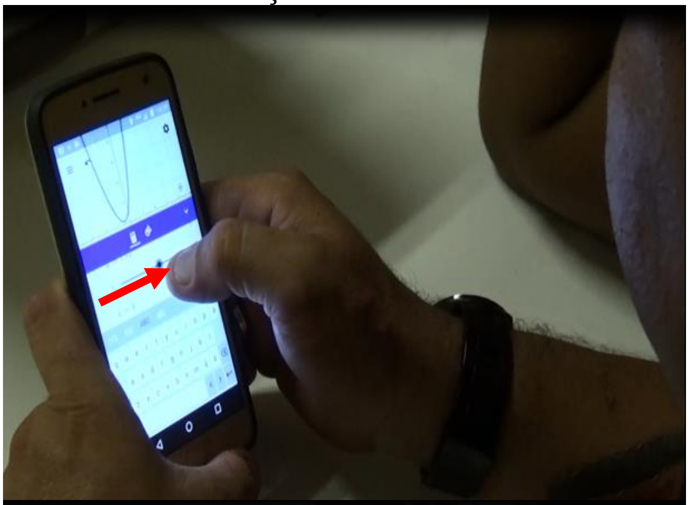
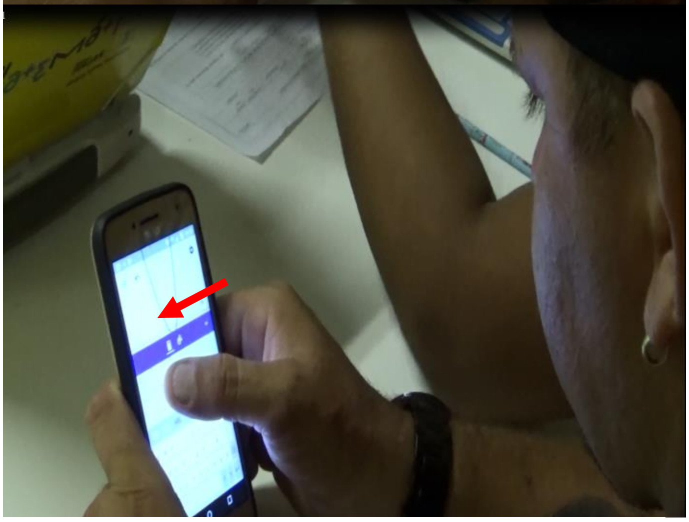
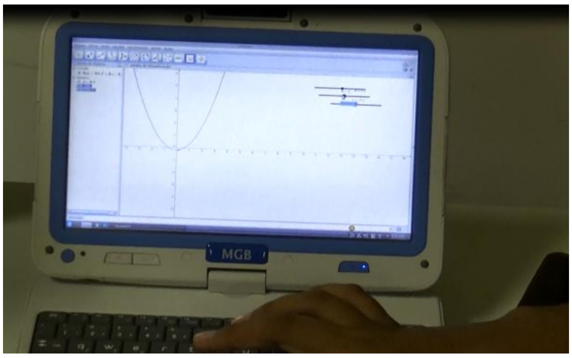
- Alunos-GeoGebra (A-G);
- Alunos-Função quadrática (A-F);
- Pesquisador/professor-Alunos (P-A);
- Pesquisador/professor-GeoGebra (P-G);
- Pesquisador/professor-Função quadrática (P-F);
- GeoGebra-Função quadrática **(G-F)**;
- Pesquisador/professor-Alunos mediado pelo GeoGebra ([P-(G)-A]);
- Pesquisador/professor-Função quadrática mediado pelo GeoGebra ([P-(G)-F])
- Alunos-Função quadrática mediado pelo GeoGebra ([A-(G)-F]).

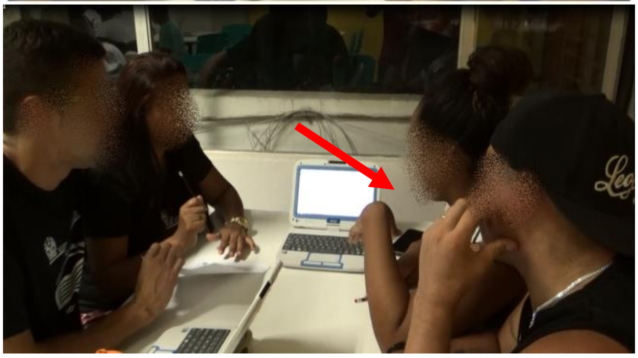
A tarefa proposta na atividade 1, teve como objetivo a construção do gráfico da função quadrática e estudo dos coeficientes.

Nesse contexto, identificamos um evento crítico e, por meio da observação e da descrição dos dados, fizemos análise de algumas situações a seguir:

Quadro 6 – Primeiro trecho do evento crítico do vídeo

Tempo	**Código**	**Transcrição**	**Enredo e observações do pesquisador**
			O vídeo começa com a manipulação no smartphone e notebook pelos integrantes do grupo. O propósito dessa atividade especificamente objetiva a construção do gráfico da função quadrática e estudo dos coeficientes. Durante a atividade, Ketle, Rita, Willian e David interagiram entre si e fizeram uso do GeoGebra tanto no notebook quanto no smartphone, sinalizando indícios de êxito na atividade proposta.
00:03	(A-G)	***1. Ketle:*** *Olha, olha como faz a "c"... A "c", ela só... sobe...*	*1. Ketle analisando o comportamento do coeficiente "c".*
00:07	(A-G)	***2. Rita:*** *Só sobe e desce.*	*2.Nesse momento Willian está movimentando os coeficientes no celular, enquanto Ketle e Rita Discutem sobre o coeficiente "c" e dizem que só*

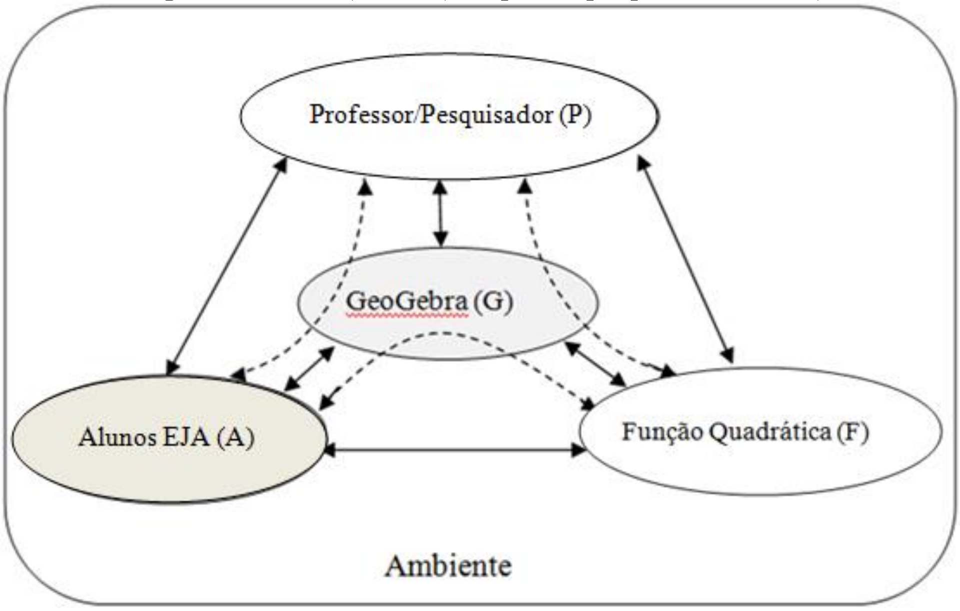
			sobe e desce em relação ao eixo das ordenadas.  
00:08	(A-G)	***3. Ketle:*** *Ah entendi.*	
00:11	(A-G)	***4. Rita:*** *Tipo assim, uma vai de um lado e pro outro.*	
00:13	(A-G)	***5. Ketle:*** *Isso a "b" vai de um lado e pro outro...*	
00:14	(A-G)	***6. Rita:*** *A "a" faz a elevação do primeiro de cima.*	*6. Rita se referindo ao comportamento do coeficiente "a".*

00:19	(A-G)	***7. Ketle:*** *E a "c" num... só assim*	*7. Ketle, está movimentando as mãos de um lado para o outro, reafirmando a movimentação do coeficiente "c".*  
00:22	(A-G)	***8. Rita:*** *Pra cima e pra baixo.*	
00:23	(A-G)	***9. Ketle:*** *É.*	
00:24	(A-G)	***10. Rita:*** *Tá.*	

Fonte – Elaboração própria

No primeiro trecho observamos que houve uma efetividade na relação Alunos-GeoGebra (A-G), no qual o processo de instrumentação prevaleceu. Conforme Rabardel (1995), a instrumentação (orientada para o sujeito) tem relação ao surgimento e evolução de esquemas de utilização e da ação instrumental. Também foi possível verificar que a característica dinâmica do *software* GeoGebra cooperou para a ocorrência da instrumentação, pois, ao manipular as potencialidades do *software*, os alunos condicionaram suas ações para responder aos questionamentos das atividades. Desta maneira, visando exemplificar tal interação, elaboramos, segundo o modelo S.A.C.I adaptado a pesquisa, um esquema que representa a situação. (figura 7).

Figura 7- Modelo (S.A.C.I.) adaptado àpesquisa na análise (A-G)

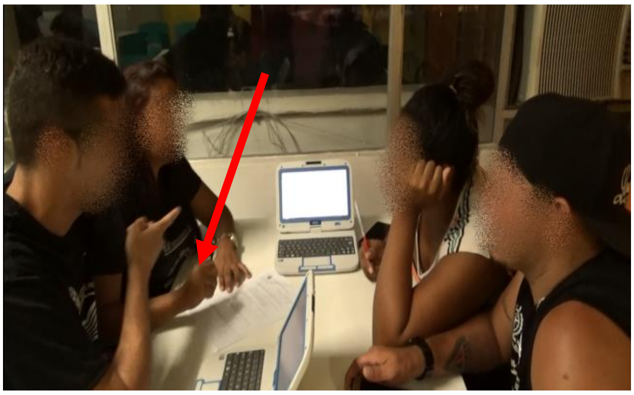


Fonte: Elaboração própria inspirada em Rabardel (1995).

Quadro 7 – Segundo trecho do evento crítico do vídeo

00:26	(A-G)	***11. Ketle:*** *E a "b" de um lado e pro outro. Você viu o que eu to fazendo?*	*11. Ketle questiona David sobre a movimentação feita por ela no controle deslizante.* 
00:29	(A-G)	***12. Willian:*** *Você quer ver de novo?*	*12. Willian interage com David sobre a movimentação do coeficiente "b".*
00:30	(P-A)	***13. Ketle:*** *Professor não me filma!*	*13. Ketle reagiu com bom humor ao perceber que estava sendo filmada. Obs.: todos sabiam da filmagem.*
00:30	(A-G)	***13. David:*** *Quero ver de novo.*	*13. David responde a Willian.*
00:32	(P-A)	***14. Willian:*** *Que foi? ela ta sem Mary Kay!*	*14. Willian brincando com Ketle sobre estar sendo filmada.*
00:33	([A-(G)-F])	***15.Davdi:*** *Vamos lá.*	*15. Nesse momento, Ketle utiliza o controle deslizante e movimenta o coeficiente "b" verificando para David o seu comportamento.*

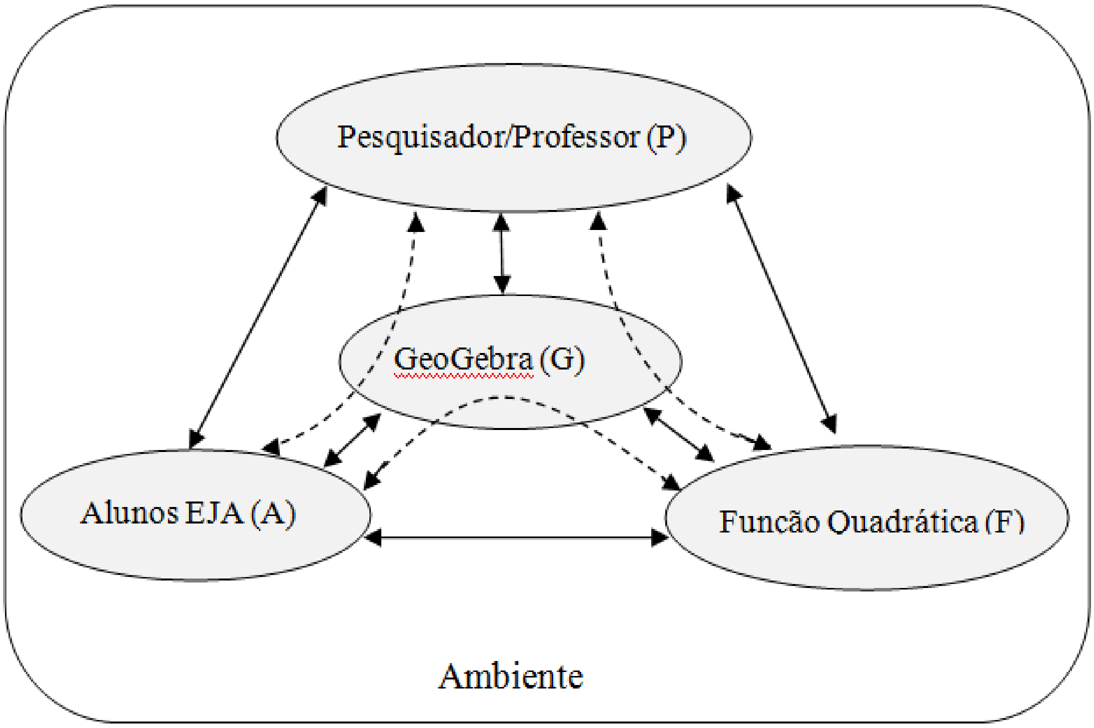
00:35	([A-(G)-F])	***16. Ketle:*** *Olha a pergunta.*	*16. Se referindo à pergunta descrita na atividade.*
00:36	([A-(G)-F])	***17. David:*** *A "b"...*	*17. Refletindo sobre a pergunta.*
00:45	(P-A)	***18. Rita:*** *A "b". Não seria legal perguntar a ele...Vira uma equação do primeiro grau?*	*18. Rita questionou Ketle se não seria melhor perguntar ao professor sobre a relação entre o coeficiente "b" e o gráfico de uma equação do primeiro grau.*
00:51	([A-(G)-F])	***19. David:*** *Ué, mas não é a "a"?*	*19. David questionou Rita sobre a relação do coeficiente "a" e o gráfico da função.* 
00:52	([P-(G)-A])	***19. Ketle:*** *Mas quando o professor veio aqui me explicar, ele explicou...*	*19. Se referindo à aula anterior em que fizemos uma prévia sobre estudo de funções. Nessa prévia apresentamos de forma expositiva na lousa digital conceitos relativos à função quadrática utilizando o livro didático do EJA, projeto SEEDUC.*
00:53	([P-(G)-A])	**19.***A "a". A "a" ele falou que é...quando ta zero...*	*19. David faz sinal com dedo indicador simulando uma reta, dando a entender que quando o coeficiente "a" é igual a zero a função deixa de ser do segundo grau e passa a ser do primeiro grau.*

			 
00:59	([A-(G)-F])	***20.****Parábola. Parábola não é a....*	*20. Se referindo ao gráfico da função quadrática.*

Fonte – Elaboração própria

No Segundo trecho observamos que houve uma efetividade na relaçãoAlunos-GeoGebra(A-G) e Pesquisador/professor-Alunos mediado pelo GeoGebra([P-(G)-A]) no qual o processo de instrumentação prevaleceu. Observamos, também, efetividade na relação Pesquisador/professor-Alunos (P-A) e Alunos-Função quadrática mediado pelo GeoGebra ([A-(G)-F]) em que o processo de instrumentalização prevaleceu. Nesse sentido, concordamos com Basso e Notare (2017) ao afirmar que a instrumentação é o processo no qual o artefato imprime uma marca no sujeito, enquanto que o processo de instrumentalização engloba dois estágios: um de descoberta e seleção de funções relevantes do artefato, e outro de personalização e de transformação do artefato. Dessa maneira, visando exemplificar a interação, elaboramos segundo o modelo S.A.C.I adaptado a pesquisa, um esquema que representa a situação. (figura 8).

Figura 8- Modelo (S.A.C.I.)adaptado à pesquisa na análise (A-G), (P-A), ([A-(G)-F]) e ([P-(G)-A])



Fonte: Elaboração própria inspirado em Rabardel (1995).

Quadro 8 – Terceiro trecho do evento crítico do vídeo

01:00	([A-(G)-F])	***21. Todos:*** *Uma breve discussão (inaudível)*	
01:12	([P-(G)-A])	***22. David:*** *É a mesma coisa? É professor?*	
01:13	(P-A)	***23. Professor:*** *Oi?*	
01:13	(P-A)	***24. David:*** *Mesma coisa?*	
01:14	(P-A)	***25.***	

		Professor: *O que?*	
01:15	([P-(G)-A])	***26. David:*** *Parábola com equação do primeiro grau?*	*26. Davi questiona se parábola é o gráfico que representa uma equação do segundo grau.*
01:16	([P-(G)-A])	***27. Professor:*** *Não.*	
01:17	([P-(G)-A])	***28. David:*** *Não.*	
01:18	([P-(G)-A])	***29. Ketle:*** *É diferente né.*	
01:19	([P-(G)-A])	***30. Todos:*** *Uma breve discussão (inaudível)*	
01:24	([P-(G)-A])	***31. Professor:*** *Agora, o que diferencia a equação do segundo grau para a equação do primeiro grau?*	*31. Professor questiona ao grupo sobre a diferença do gráfico que representa uma função do primeiro grau para o gráfico que representa a função do segundo grau.*
01:28	(A-F)	***32. Rita:*** *Porque a equação do primeiro grau faz aquela reta, que vai de tanto positivo quanto negativo.*	
01:34	(P-F)	***33. Professor:*** *Exato, crescente... E a equação do segundo grau?*	
01:38	(A-F)	***34. Rita:*** *Do segundo grau ela faz essa parábola.*	

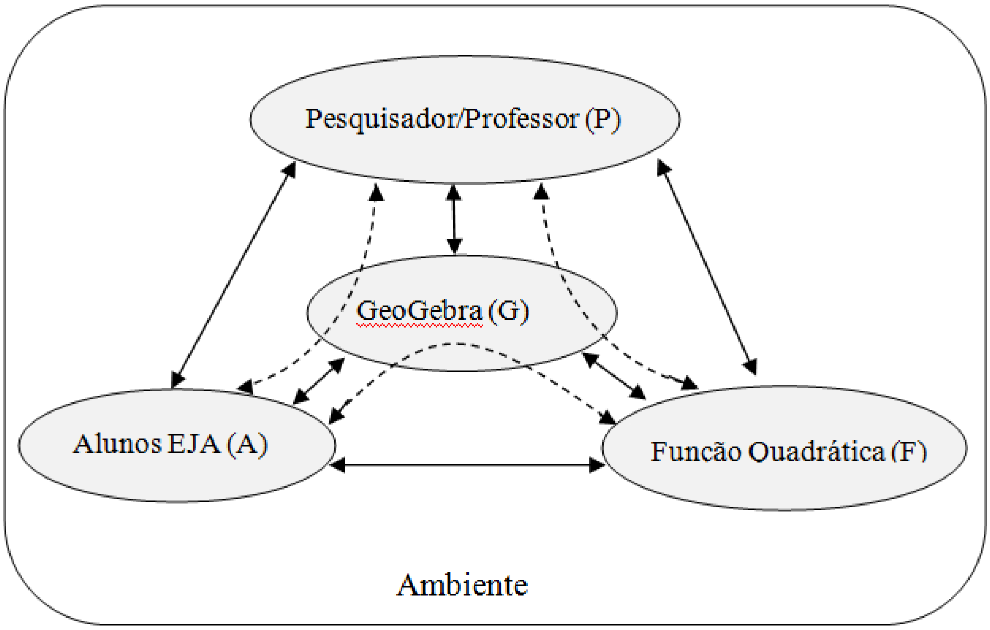
01:39	(P-F)	***35. Professor:*** *Beleza.*	
01:40	(P-A)	***36. David:*** *É isso mesmo?*	
01:41	(P-A)	***37. Professor:*** *É*	

Fonte – Elaboração própria

No terceiro trecho observamos que houve uma efetividade na relação Pesquisador/professor-Alunos mediado pelo GeoGebra([P-(G)-A]) no qual o processo de instrumentação prevaleceu. Observamos, também, efetividade na relação Pesquisador/professor-Alunos (P-A), Alunos-Função quadrática mediado pelo GeoGebra ([A-(G)-F]), Pesquisador/professor-Função quadrática (P-F) e Alunos-Função quadrática (A-F), em que o processo de instrumentalização prevaleceu.

Particularmente na relação (A-F), podemos observar a proximidade do sujeito com nosso objeto de estudo, ou seja, do aluno com a função quadrática de forma direta. Isso ficou claro nos turnos 32 e 34, quando a aluna Rita, respondendo ao questionamento do professor, demonstra uma possível compreensão do conteúdo proposto na atividade. Dessa maneira, visando exemplificar a interação, elaboramos segundo o modelo S.A.C.I adaptado a pesquisa, um esquema que representa a situação. (figura 9).

Figura 9- Modelo (S.A.C.I.) adaptado à pesquisa na análise (P-A), ([A-(G)-F]), ([P-(G)-A]), (P-F) e (A-F)



Fonte: Elaboração própria inspirado em Rabardel (1995).

Conforme Powell *et al.(*2004), nesta fase da análise os pesquisadores detém a atenção no conteúdo dos eventos críticos. Assim, as gravações de vídeo são proveitosas nesta atividade, da mesma forma que são no aprimoramento da identificação de eventos críticos. De maneira expressiva, empregar esquemas de códigos de observação, decididos anteriormente às observações ou visualizações do vídeo, pode “cegar” os pesquisadores e tornar difícil perceber comportamentos imprevistos.

Procuramos relacionar na tabela 2 os códigos dessa análise com os processos de Instrumentação e Instrumentalização proposto por Rabardel (1995), no intuito de analisar a evolução da Gênese instrumental através do modelo S.A.C.I adaptado à pesquisa.

Tabela 5 – Análise dos códigos do evento crítico do vídeo

Tempo	Código	Processos	Relação dos códigos e Processos
00:03	(A-G)	Instrumentação	A instrumentação é a dimensão da gênese instrumental orientada para o sujeito e consiste na relação entre Aluno e GeoGebra (A-G) e Pesquisador/professor-Alunos mediado pelo GeoGebra ([P-(G)-A]), nela o Sujeito desenvolve técnicas de utilização artefato(instrumento).
00:07	(A-G)		
00:08	(A-G)		
00:11	(A-G)		
00:13	(A-G)		
00:14	(A-G)		
00:19	(A-G)		
00:22	(A-G)		
00:23	(A-G)		
00:24	(A-G)		
00:26	(A-G)		
00:29	(A-G)		
00:30	(P-A)	Instrumentalização	
00:30	(A-G)	Instrumentação	
00:32	(P-A)	Instrumentalização	
00:33	([A-(G)-F])	Instrumentalização	
00:35	([A-(G)-F])		
00:36	([A-(G)-F])		
00:45	(P-A)	Instrumentalização	
00:51	([A-(G)-F])	Instrumentalização	
00:52	([P-(G)-A])	Instrumentação	A instrumentalização é a dimensão da gênese instrumental orientada para o artefato e consiste na relação entre Pesquisador/professor-Alunos (P-A), Alunos-Função quadrática mediado pelo GeoGebra ([A-(G)-F]), Alunos-Função quadrática (A-F) e Pesquisador/professor-Função Quadrática(P-F). Nela a emergência e evolução dos diferentes componentes do artefato
00:53	([P-(G)-A])		
00:59	([A-(G)-F])	Instrumentalização	
01:00	([A-(G)-F])		
01:12	([P-(G)-A])	Instrumentação	
01:13	(P-A)	Instrumentalização	
01:13	(P-A)		
01:14	(P-A)		
01:15	([P-(G)-A])	Instrumentação	
01:16	([P-(G)-A])		
01:17	([P-(G)-A])		
01:18	([P-(G)-A])		
01:19	([P-(G)-A])		
01:24	([P-(G)-A])		
01:28	(A-F)	Instrumentalização	
01:34	(P-F)	Instrumentalização	
01:38	(A-F)	Instrumentalização	
01:39	(P-F)	Instrumentalização	
01:40	(P-A)	Instrumentalização	
01:41	(P-A)		

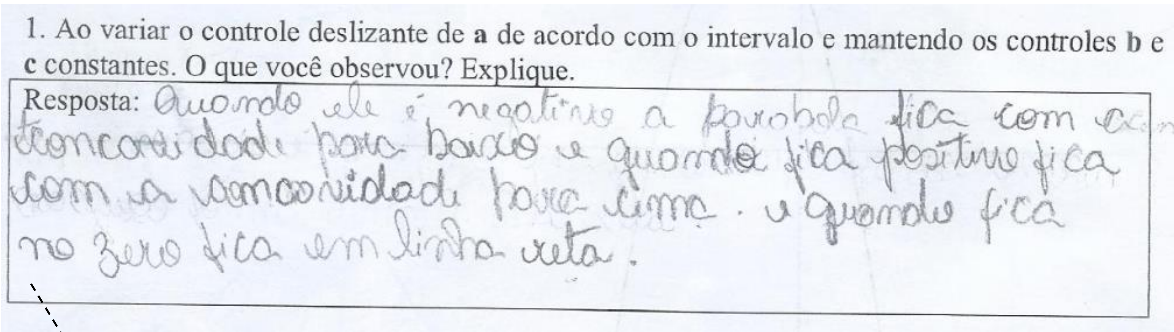
Fonte – Elaboração própria

As gravações de vídeo auxiliaram na possível busca de eventos críticos. Por meio da observação e da descrição dos dados do vídeo podemos adquirir conhecimento necessário para selecionar trechos que identificam momentos significativos, pois temos a oportunidade de visualizar tantas vezes quanto for necessário. Particularmente, em nossa análise selecionamos o trecho do vídeo, com duração de *01:41*, em que foi possível observar os processos de instrumentação e instrumentalização.

> Eventos críticos não são apenas identificados nas gravações de vídeo. Os pesquisadores podem encontrar eventos críticos fora do vídeo, em materiais como as anotações dos estudantes ou nas proposições escritas em um diário do estudante. Mais tarde, os pesquisadores podem revisar as gravações de vídeo para localizar eventos anteriores que explicam o evento crítico identificado. (POWELL, 2004)

Expostas as considerações acima, prosseguiremos nas relações entre os polos do modelo S.A.C.I. que foi adaptado a nossa pesquisa.

Figura 10 – Análise das respostas de um grupo de estudantes na questão 1 da atividade 1


1. Ao variar o controle deslizante de **a** de acordo com o intervalo e mantendo os controles **b** e **c** constantes. O que você observou? Explique.

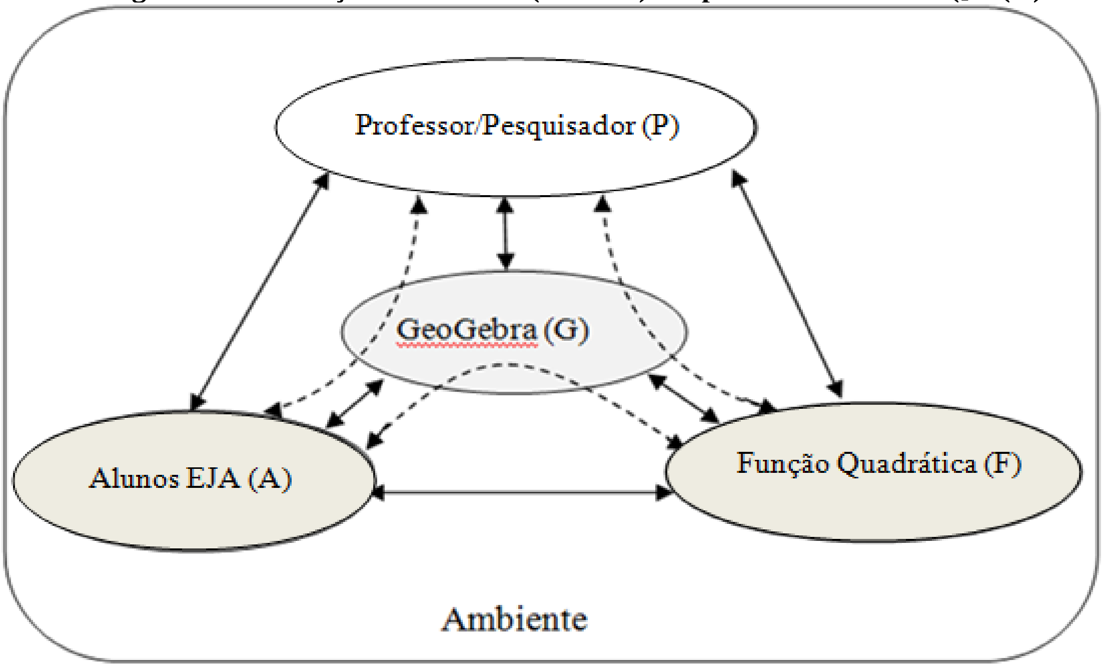
Resposta: Quando ele é negativo a parabola fica com a concavidade para baixo e quando fica positivo fica com a concavidade para cima. e quando fica no zero fica em linha reta.

Fonte – Elaboração própria

"Quando ele é negativo a parábola fica com a concavidade para baixo e quando fica positivo fica com a concavidade para cima e quando fica no zero, fica em linha reta"

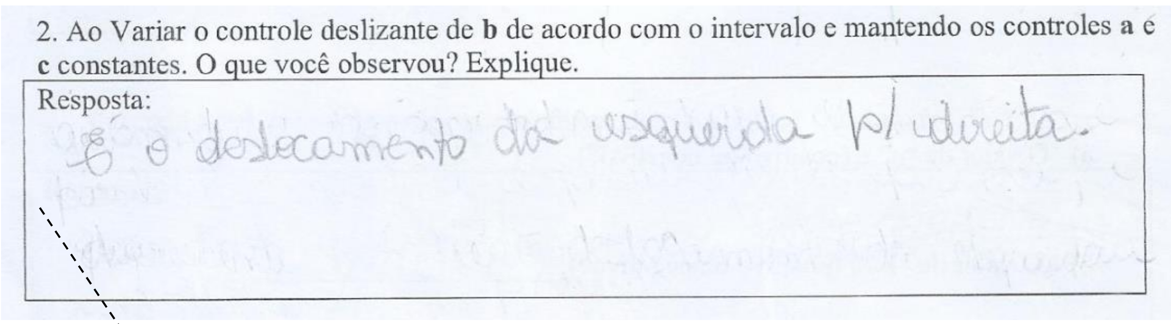
A resposta produzida pelo grupo aponta uma compreensão em relação ao que foi trabalhado durante a pesquisa. Além de entender que o coeficiente "a", determina a concavidade da parábola, o aluno fez a seguinte afirmação: "quando fica no zero, fica em linha reta", ou seja, nesse momento percebeu que se o coeficiente a = 0, esta função deixa de ser quadrática e passa a ser uma função afim, pois o gráfico da função deixa de ser uma parábola e passa a ser uma reta. Nesse sentido, notamos tanto um processo de instrumentação quanto de instrumentalização, pois as ações se voltaram para o sujeito e o artefato sendo mediadas pelo instrumento, analisado a luz da interação tripolar Alunos-Função quadrática mediado pelo GeoGebra ([A-(G)-F]). Desta maneira, visando exemplificar tal interação, elaboramos segundo o modelo S.A.C.I adaptado à pesquisa, um esquema que representa a situação. (figura 11).

Figura 11- As relações do modelo (S.A.C.I.) adaptado na análise de ([A-(G)-F])



Fonte: Elaboração própria inspirado em Rabardel (1995).

Figura 12 – Análise das respostas de um grupo de estudantes na questão 2 da atividade 1


2. Ao Variar o controle deslizante de **b** de acordo com o intervalo e mantendo os controles **a** e **c** constantes. O que você observou? Explique.

Resposta:
É o deslocamento da esquerda p/ direita.

Fonte – Elaboração própria

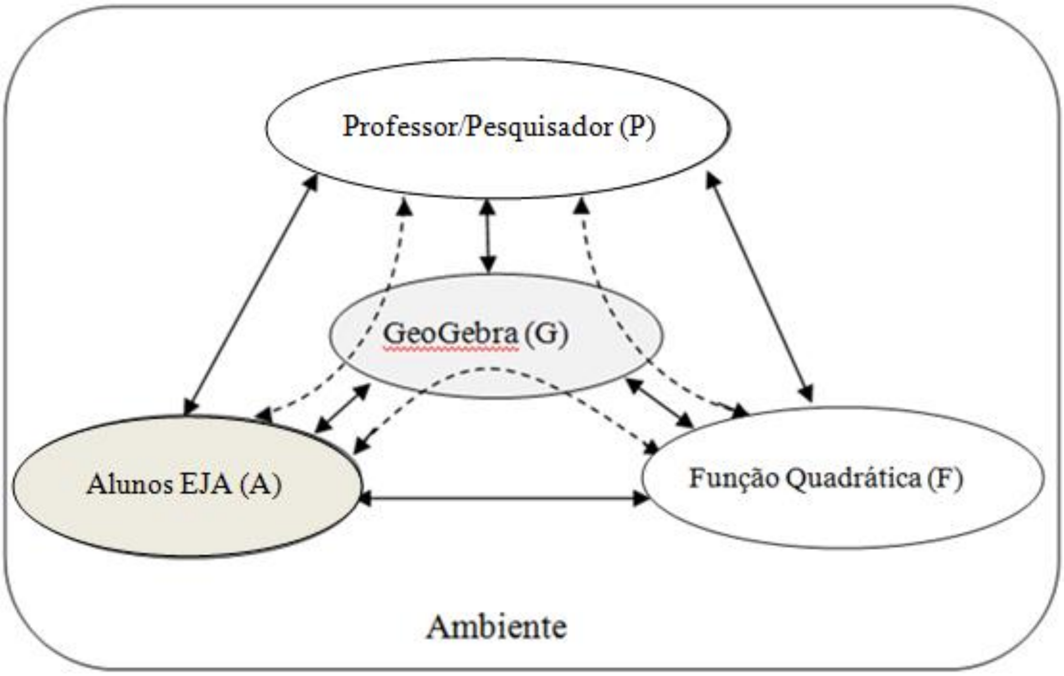
"É o deslocamento da esquerda p/direita"

Ao analisar o coeficiente "b", o grupo não obteve uma resposta que indicava uma compreensão ao que foi trabalhado durante a pesquisa. Entretanto, a resposta aponta indícios de instrumentação que fornece elementos teóricos apropriados ao estudo da ação do sujeito, mediado por um instrumento. A instrumentação é a relação entre sujeito e instrumento (S-i). E relacionando com o modelo S.A.C.I adaptado à pesquisa temos uma interação Aluno e GeoGebra (A-G). Apesar de não terem percebido que coeficiente “b” nos diz à inclinação que a parábola toma após passar o eixo Y, ou seja, indica se a parábola intersecta o eixo de forma crescente ou decrescente, em que:

- b > 0 intersecção crescente;
- b < 0 intersecção decrescente;
- b = 0 intersecção simétrica ou reta.

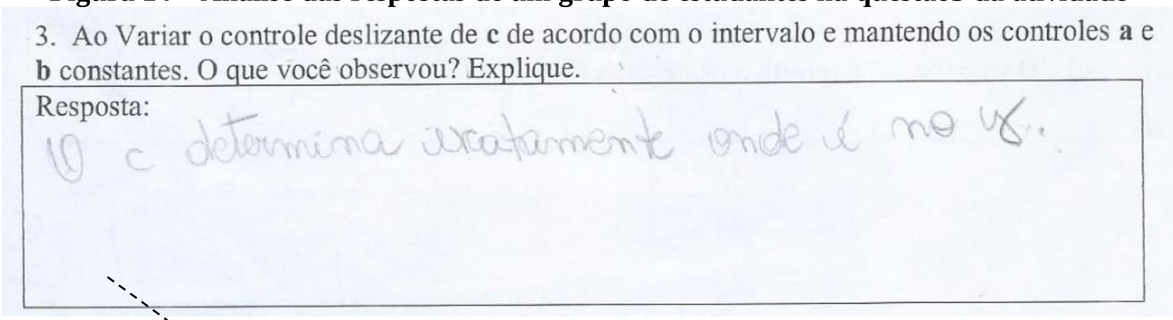
Analisando a luz da interação **(A-G)**, pontuamos que, nessa fase, a interação entre Alunos-GeoGebra **(A-G)**, teve caráter instrumentativo. Desta maneira, visando exemplificar tal interação, elaboramos segundo o modelo S.A.C.I adaptado à pesquisa, um esquema que representa a situação. (Figura13).

Figura 13- As relações do modelo (S.A.C.I.) adaptado na análise de (A-G)



Fonte: Elaboração própria inspirado em Rabardel (1995).

Figura 14 – Análise das respostas de um grupo de estudantes na questão3 da atividade


3. Ao Variar o controle deslizante de **c** de acordo com o intervalo e mantendo os controles **a** e **b** constantes. O que você observou? Explique.

Resposta:
O c determina exatamente onde é no Y.

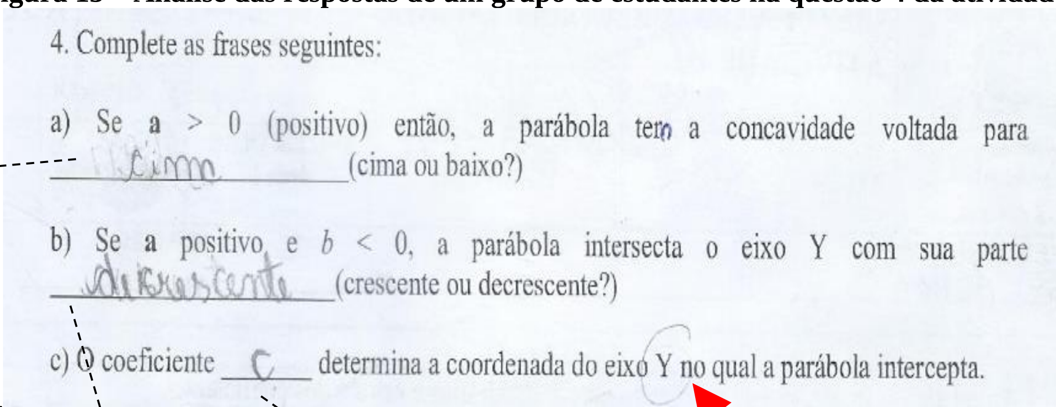
Fonte – Elaboração própria

"O c determina exatamente onde é no y"

Assim como a primeira questão da atividade 1, a resposta produzida pelo grupo aponta uma compreensão em relação ao que foi trabalhado durante a pesquisa, pois, o coeficiente "c" é o termo independente da função e indica o ponto do eixo Y que a parábola o intersecta. Nessa análise reconhecemos os processos de instrumentação e instrumentalização e enxergamos possíveis indícios de se transformar o *Software* GeoGebra em um instrumento, conforme proposto por Rabardel (1995).

Figura 15 – Análise das respostas de um grupo de estudantes na questão 4 da atividade

"Cima"


4. Complete as frases seguintes:

a) Se **a** > 0 (positivo) então, a parábola tem a concavidade voltada para Cima (cima ou baixo?)

b) Se **a** positivo e $b < 0$, a parábola intersecta o eixo Y com sua parte decrescente (crescente ou decrescente?)

c) O coeficiente C determina a coordenada do eixo Y no qual a parábola intercepta.

1

Fonte – Elaboração própria

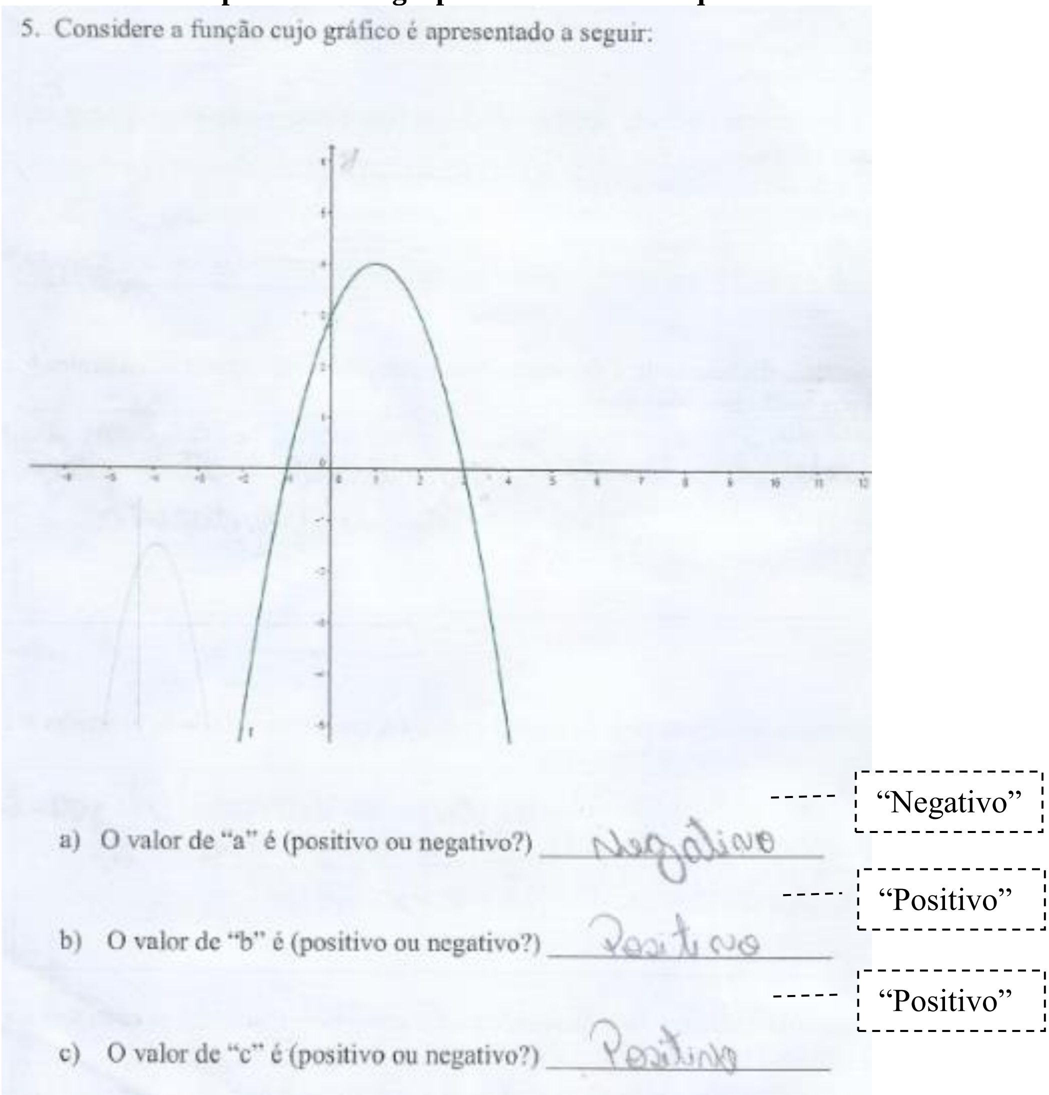
"c"

"decrescente"

A resposta produzida pelo grupo, além de apontar uma compreensão em relação ao que foi trabalhado durante a pesquisa, mostra indícios que a relação bipolar Alunos-Função quadrática (A-F), se caracteriza de forma direta, ou seja, sem a mediação do GeoGebra.

Notamos que alguns itens foram respondidos sem auxílio do GeoGebra, o que evidencia uma possível compreensão do nosso objeto de estudo (Função Quadrática). O fato de ter circulado a letra Y no enunciado, indica uma provável compreensão da relação entre o coeficiente “c” e a coordenada do eixo Y na qual a parábola intercepta.

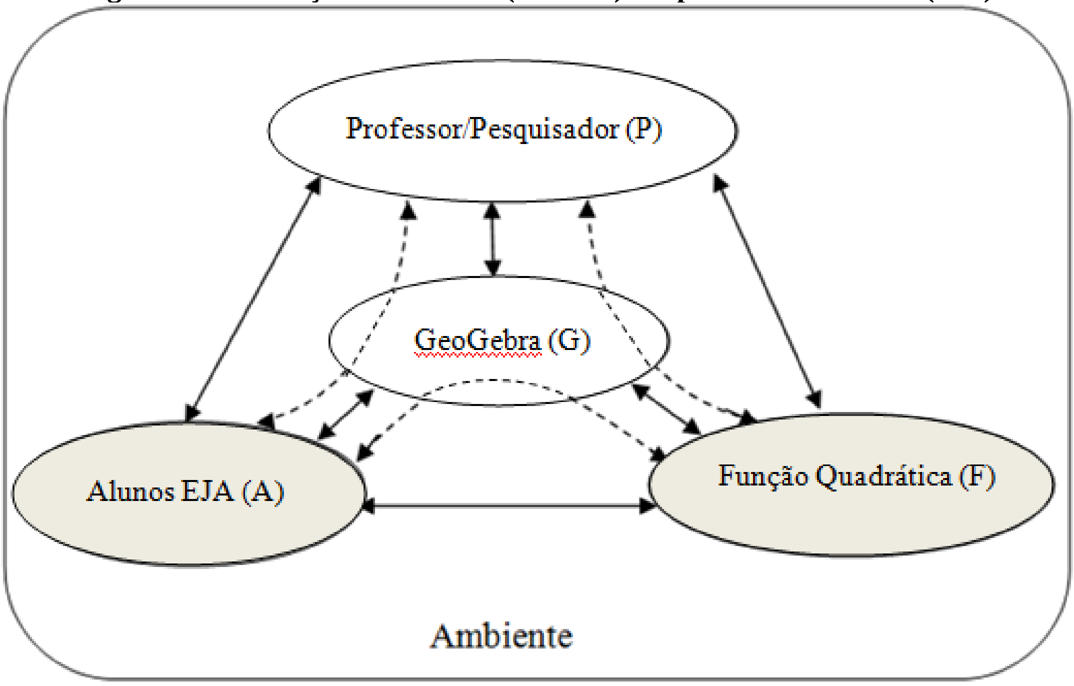
Figura 16 – Análise das respostas de um grupo de estudantes na questão 5 da atividade 1



Fonte – Elaboração própria

Assim como na questão 4 da atividade 1, a resposta produzida pelo grupo, além de apontar uma compreensão em relação ao que foi trabalhado durante a pesquisa, mostra indícios que a relação bipolar Alunos-Função quadrática (A-F) teve mais efetividade, uma vez que a utilização do GeoGebra, nessa etapa, foi para fins de confirmação. Dessa maneira, visando exemplificar tal interação, elaboramos, segundo o modelo S.A.C.I adaptado à pesquisa, um esquema que representa a situação. (Figura17).

Figura 17- As relações do modelo (S.A.C.I.) adaptado na análise de (A-F)



Fonte: Elaboração própria inspirado em Rabardel (1995).

Na análise anterior destacamos que a resposta produzida pelo grupo, além de apontar uma compreensão em relação ao que foi trabalhado durante a pesquisa, mostra indícios que a relação bipolar Alunos-Função quadrática (A-F), se caracteriza de forma direta, ou seja, sem a mediação do GeoGebra. A seguir, analisamos a atividade 2, na qual relacionamos o sinal do discriminante e o número de raízes.

4.3 - Atividade 2

A Atividade 2 aconteceu no mesmo dia que a Atividade 1. Consistia em relacionar o sinal do discriminante e o número de raízes, seguindo o seguinte roteiro:

6. Refazer a atividade 1
7. Digitar na caixa de entrada: delta=b^2-(4*a*c)
8. Movimentar os controles deslizantes de “a”, “b” e “c” na tela.
9. Observar o valor de delta e o gráfico.
10. Relacionar a existência ou não de raízes com sinal de delta.

Figura 18 – Análise das respostas de um grupo de estudantes das questões da atividade 2

1. Altere os valores de a, b ou c de forma que o gráfico intercepte o eixo X em dois pontos. Qual o sinal do Δ? Resposta: Delta é positivo pois toca duas vezes no eixo x.	**"Delta é positivo, pois toca duas vezes no eixo x."**
2. Fazendo a = 4, b = -4 e c = 2, o que acontece com o gráfico? Qual o sinal do Δ? Resposta: Não toca no eixo x, e se torna negativo pois não tem raiz real.	**"Não toca no eixo x, e se torna negativo, pois tem raiz real. "**
3. Fazendo a = 1, b = -4 e c = 3, o que acontece com o gráfico? Qual o sinal do Δ? Resposta: Ele toca duas vezes no eixo x, positivo.	**"Ele toca duas vezes no eixo x, positivo."**
4. Relacione a primeira coluna com a segunda: (1) Se Δ > 0 (positivo), então (2) O gráfico não intersecta o eixo X (2) Se Δ < 0 (negativo), então (3) O gráfico toca uma única vez o eixo X (3) Se Δ = 0 (nulo), então (1) O gráfico intersecta o eixo X em dois lugares distintos	**"2"** **"3"** **"1"**

Fonte – Elaboração própria

A resposta produzida pelo grupo nas questões da atividade 2 aponta uma compreensão em relação ao que foi trabalhado durante a pesquisa. Nessa atividade, especificamente, era esperado uma interação entre ([A-(G)-F]), ou seja, Alunos-Função quadrática mediado pelo GeoGebra. Porém, devido à dificuldade de inserção de alguns caracteres, houve também uma interação do Pesquisador/Professor, no sentido de auxiliar na inserção desses dados.

4.4 - Atividade 3

A Atividade 3 aconteceu no terceiro encontro em 17 de abril de 2018. O total da turma era de 42 alunos matriculados, porém, no dia da atividade em questão, havia 27 alunos presentes. A turma foi dividida em grupos de, no máximo, quatro integrantes. A atividade consistia em identificar as raízes ou zeros da função quadrática seguindo o seguinte roteiro:

1. Refazer as atividades 1 e 2
2. Digitar na caixa de entrada: X_1=(-b+sqrt(delta))/(2*a)
3. Digitar na caixa de entrada: X_2=(-b-sqrt(delta))/(2*a)
4. Movimentar os seletores de "a", "b" e "c" na tela.
5. Observar o valor de X_1 e X_2
6. Relacionar a existência ou não de raízes

Figura 19 – Análise das respostas de um grupo de estudantes das questões da atividade 3

1. Fazendo a = 2 e b = 0, qual deve ser o valor do coeficiente c para que as raízes sejam: x_1= -1 e x_2= 1? Resposta: Para ter as raízes 1 e -1 sendo a=2 e b=0 o coeficiente C será -2.	“Para ter as raízes 1 e -1 sendo a=2 e b=0 o coeficiente c será -2.”
2. Fazendo a = -1, b = 1 e c = 2, qual o valor das raízes? Resposta: X=-1 X=-2	“x= -1” “X= 2”
3. Se Δ for igual a 0, qual seria o valor do coeficiente c? Justifique? Resposta: Seria 0 pois o coeficiente de C=0.	“Seria 0, pois o coeficiente de c=0.”

Fonte – Elaboração própria

Assim como aconteceu nas questões da atividade 2, tivemos problemas. Propomos a inserção dos dados para identificar as raízes ou zeros da função quadrática: X_1=(-b+sqrt(delta))/(2*a) e X_2=(-b-sqrt(delta))/(2*a). Mesmo com evolução no uso do *software*, notamos certa dificuldade por parte dos alunos na inserção dos caracteres, necessitando, mais uma vez, da interação do Pesquisador/Professor no sentido de auxiliar na inclusão dos dados.

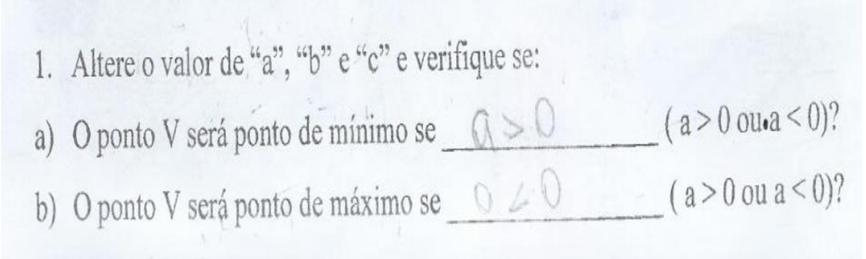
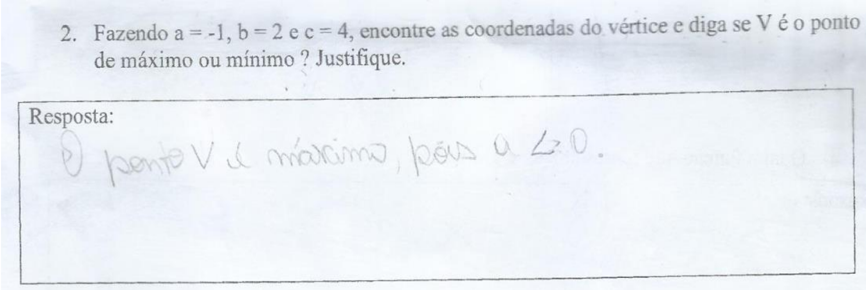
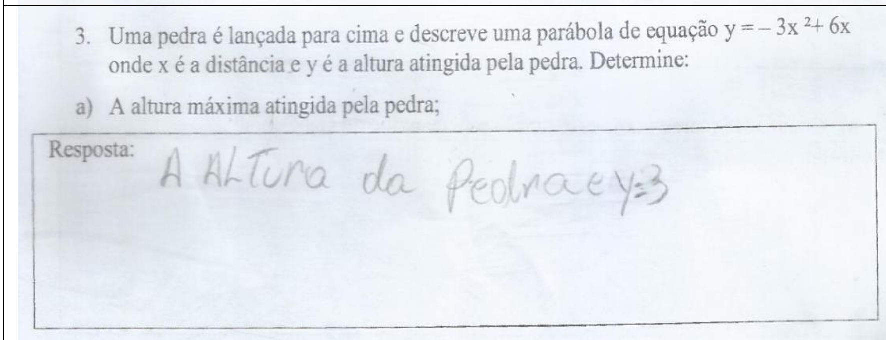
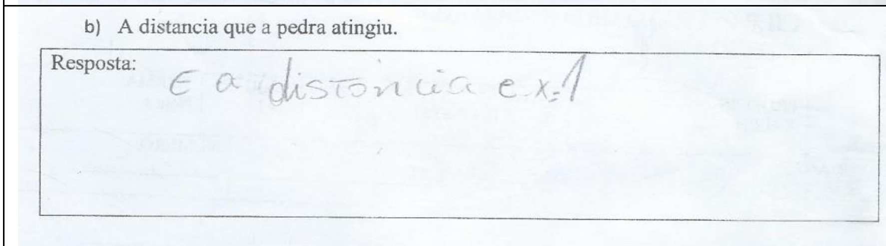
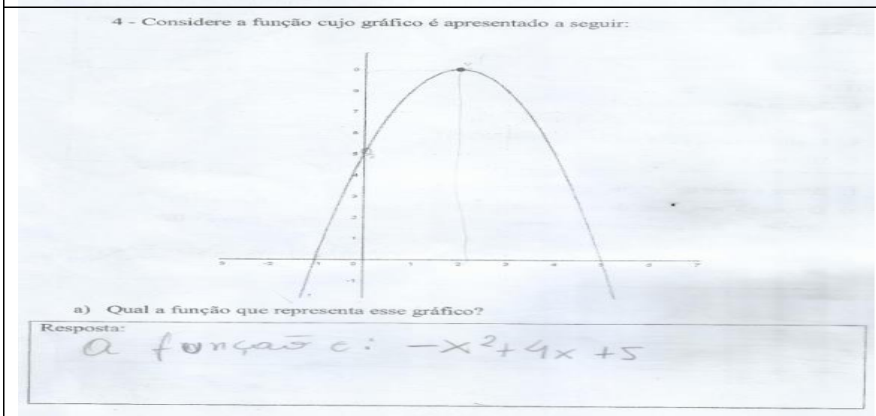
Por outro lado, uma vez que os dados foram inseridos corretamente, notamos mais autonomia por parte dos alunos na resolução das questões da atividade. Particularmente, na 3 observamos que, após a inserção dos dados, os alunos apresentaram domínio semelhante em relação a este instrumento. Observamos, ainda, uma crescente aptidão para se movimentar e menor esforço para operar o instrumento. Avaliamos que essa crescente teve forte influência na resolução das atividades anteriores.

4.5 - Atividade 4

A Atividade 4, aconteceu no mesmo encontro da atividade 3. Consistia em identificar o vértice da parábola relacionando com o valor máximo ou mínimo da função seguindo o seguinte roteiro:

1. Refazer as atividades 1, 2 e 3
2. Digitar na caixa de entrada: x_v=-b/(2*a)
3. Digitar na caixa de entrada: y_v=-delta/(4*a)
4. Digitar: V=(x_v,y_v)

Figura 20 – Análise das respostas de um grupo de estudantes das questões da atividade 4

 1. Altere o valor de "a", "b" e "c" e verifique se: a) O ponto V será ponto de mínimo se a > 0 (a > 0 ou a < 0)? b) O ponto V será ponto de máximo se a < 0 (a > 0 ou a < 0)?	**"a>0"** **"a<0"**
 2. Fazendo a = -1, b = 2 e c = 4, encontre as coordenadas do vértice e diga se V é o ponto de máximo ou mínimo ? Justifique. Resposta: O ponto V é máximo, pois a < 0.	**"O ponto V é máximo, pois a <0."**
 3. Uma pedra é lançada para cima e descreve uma parábola de equação $y = -3x^2 + 6x$ onde x é a distância e y é a altura atingida pela pedra. Determine: a) A altura máxima atingida pela pedra; Resposta: A ALTura da Pedra e y=3	**"A altura da pedra é y=3"**
 b) A distancia que a pedra atingiu. Resposta: E a distancia e x=1	**"E a distância é x=1"**
 4 - Considere a função cujo gráfico é apresentado a seguir: a) Qual a função que representa esse gráfico? Resposta: a fonção e: $-x^2+4x+5$	**"a função é: $-x^2$+4x+5**

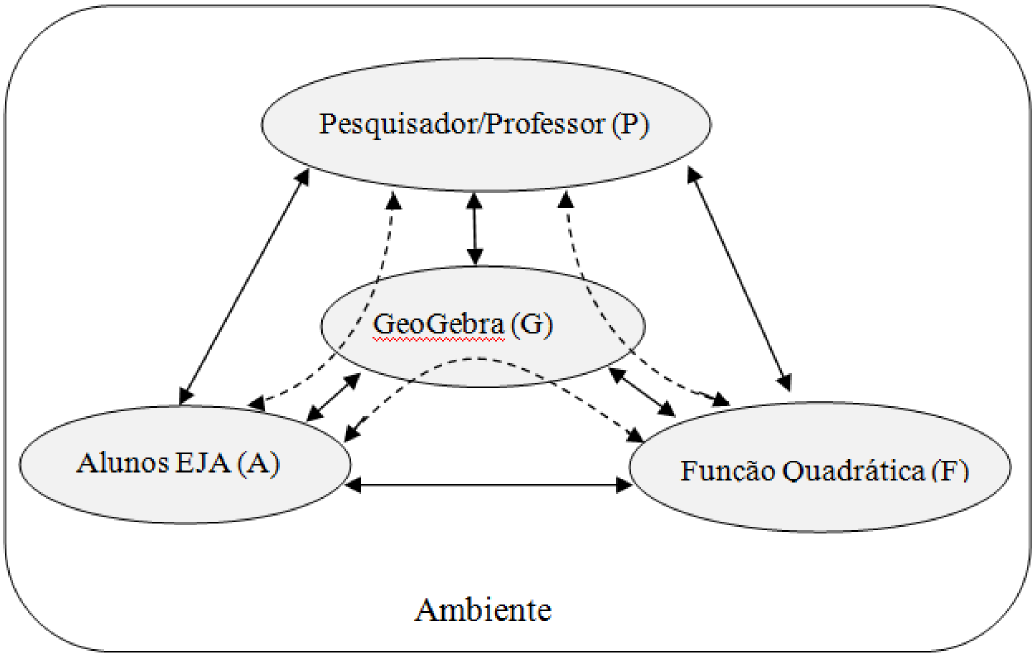
Fonte – Elaboração própria

Na atividade 4, especificamente, não tivemos os mesmos problemas ocorridos nas 2 e 3. Percebemos que as relações do modelo S.A.C.I, adaptado na resolução desta atividade, relacionaram os quatro polos do modelo, isto é: dos Alunos EJA (A), do

Pesquisador/Professor do GeoGebra (G) e da Função quadrática (F). Ressaltamos que, apesar de não ter ficado evidente a relação envolvendo o Pesquisador/Professor (P) com os demais polos, vamos considerar a participação do mesmo como mediador na aplicação da atividade visando o objeto de estudo, quer seja na elucidação de algumas dúvidas sobre o objeto de estudo, manuseio do *software*, inserção de caracteres ou repetir as instruções sempre que era necessário, dentre outras.

Podemos perceber, tanto um processo de instrumentação quanto de instrumentalização, pois as ações se voltaram para o sujeito e o artefato sendo mediada pelo instrumento e também foram mediados pelo Pesquisador/Professor. Desta maneira, visando exemplificar tal interação elaboramos, segundo o modelo S.A.C.I adaptado à pesquisa, um esquema que representa a situação. (figura 21).

Figura 21- Modelo (S.A.C.I.) adaptado à pesquisa na análise (P-A), ([A-(G)-F]), ([P-(G)-A]), (P-F) e (A-F)



Fonte: Elaboração própria inspirado em Rabardel (1995).

Os resultados da análise instrumental das quatro atividades nos permitiram conhecer o potencial desse instrumento. Na atividade 1 observamos certa dificuldade na inserção de dados que consistiam na construção do gráfico da função quadrática e estudo dos coeficientes.

Na atividade 2 ainda permanecia a dificuldade de inserção de alguns caracteres. Nessa atividade, especificamente, era esperado uma interação entre ([A-(G)-F]), ou seja, Alunos-Função quadrática mediado pelo GeoGebra. Porém, devido à dificuldade de inserção de alguns caracteres, houve também uma interação do Pesquisador/Professor, no sentido de auxiliar na inserção dos dados. Na atividade 3 tivemos menos problemas operacionais. O fato de refazer as anteriores contribuiu para que o sujeito pudesse, por meio do instrumento, chegar ao objeto de estudo. Na atividade 4 não tivemos os mesmos problemas ocorridos nas outras. Percebemos que o modelo S.A.C.I se mostrou adequado ao evidenciar tanto um processo de instrumentação quanto de instrumentalização, pois as ações se voltaram para o sujeito e o artefato sendo mediadas pelo instrumento e também pelo Pesquisador/Professor.

CONSIDERACÕES FINAIS

Na presente pesquisa analisamos o desenvolvimento de uma sequência didática com auxílio do GeoGebra no aprendizado de alunos estudando a função quadrática. Foram realizadas quatro atividades nas quais fizemos o estudo dos coeficientes, discriminante, raízes e vértice da parábola. A princípio houve um pouco de resistência com o uso do computador e do GeoGebra. Conforme as atividades eram aplicadas, foi possível dialogar e analisar o processo de aprendizagem dos alunos. Esperamos que propostas didáticas possam assumir um contexto do cotidiano de sala de aula.

No decorrer da pesquisa percebemos que o modelo S.A.I., se mostrou insuficiente para investigações que envolvam outros grupos de sujeitos. Nesse sentido, objetivando abranger situações coletivas, optamos pelo modelo S.A.C.I, de modo a contemplar os objetivos específicos, o que nos permitiu compreender de maneira mais clara as particularidades dos elementos que escolhemos como polos do modelo adaptado à pesquisa, bem como às interações que o modelo escolhido nos permite investigar.

Durante a pesquisa foi possível dialogar com os sujeitos alvo dela, sobre o significado dos coeficientes, a relação entre o sinal do discriminante e o número de raízes, o vértice da parábola relacionando com o valor máximo ou mínimo da função e construir esquemas de utilização que permitem observar o aprendizado de conceitos da função quadrática.

Com relação aos esquemas de utilização que permitem observar o aprendizado de conceitos da função quadrática, podemos dizer que cada sujeito constrói seus próprios esquemas de utilização, ou seja, seu próprio instrumento.

Tomemos, como exemplo, o caso do *software* GeoGebra. Consideremos um aluno para o qual o *software* é desconhecido. Ao entrar em contato com esse material, que não conhece e não sabe manipular, nem mesmo as ferramentas básicas, o *software* representa para o aluno um artefato. Segundo Bittar (2011) à medida que ele começa a desvendar o material, descobrir como ele funciona e elaborar situações de uso do *software*, o aluno desenvolve e agrega ao artefato esquemas de utilização e, então, o artefato é transformado, para este aluno, em instrumento. Quanto mais ele usá-lo, mais esquemas podem ser construídos e agregados ao *software* e o aluno terá, então, um novo instrumento.

O GeoGebra também foi um recurso importante, apresentando *interface* de simples manuseio, no entanto, a digitação foi complexa. Mas, ainda sim possibilitou que os estudantes movimentassem a função modificando os coeficientes porque obtiveram informações importantes para aula. Dessa forma, dentro desse movimento conseguiram visualizar e analisar a relação entre o gráfico e os coeficientes.

Nesse sentido, acreditamos que trazer tecnologias digitais para o ambiente escolar é importante, quando temos novas vivências pedagógicas definidas e sem perder o direcionamento almejado. A *priori*, tal procedimento requer um pouco mais de tempo, pois tudo é novo e diferente. Nas aulas seguintes, percebe-se a evolução, uma vez que os discentes já se ambientam melhor aos novos meios pedagógicos, com isso a transformação do artefato em instrumento é o cerne da Gênese Instrumental. Portanto, assim é o processo em que o sujeito está envolvido em uma determinada ação, utiliza uma ferramenta chamada artefato e acrescenta a ele seus conhecimentos, transformando-o em instrumento.

Devido à escassez de propostas para a EJA, elaboramos como produto dessa dissertação um caderno de atividades que tem como objetivo explorar a potencialidade do GeoGebra para a aprendizagem de aspectos conceituais envolvidos no estudo da Função Quadrática.

Como possíveis desdobramentos, recomendamos pesquisas relacionadas ao uso das funções e as TICs, na modalidade da EJA, envolvendo Outros Sujeitos que na nossa pesquisa é representado pelo Pesquisador/Professor.

Desta forma, ao finalizar o presente trabalho destacamos a importância de pesquisas voltadas ao uso das TICs na EJA. Ressaltamos que as considerações não pretendem ser definitivas, mas sim indicam a necessidade de outras pesquisas, visando complementar o estudo apresentado. Por exemplo, utilizar a forma canônica e analisar outros aspectos conceituais da função, abordando o contexto do uso das tecnologias como recurso computacional para o ensino de funções referentes à parábola, que é o gráfico da função quadrática.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALBUQUERQUE, L. **O uso do programa GeoGebra no ensino de geometria plana de 5ª a 8ª séries do ensino fundamental das escolas públicas estaduais do Paraná**. Curitiba: Secretaria Estadual de Educação – SEED em parceria com a Universidade Federal do Paraná, Departamento de Matemática, do Setor de Ciências Exatas, 2008.

ALMEIDA, A. &OLIVEIRA, H. (2009). **O processo de gênese instrumental e a calculadora gráfica na aprendizagem de funções no 11.º ano**. Quadrante, 19(1,2), 87-118.

BRASIL. **Constituição 1988:** texto Constitucional de 5 de outubro de 1988 com as alterações adotadas pelas Emendas Constitucionais nº 1/92 a 15/96 e Emendas constitucionais de Revisão nº 1 a 6/94. – Brasília: Senado Federal, Subsecretaria de Edições Técnicas, 1996

CÓRIA-SABINI, Maria Aparecida. **Fundamentos da Psicologia educacional**. 4ªed. São Paulo: Editora Ática, 2000.

DAMIANI, M. F. *et al.* **Discutindo pesquisas do tipo intervenção pedagógica.** Cadernos de Educação (45), 57-67. 2013.

FAINGUELERNT, E. K.; NUNES, K. R. A. **Matemática: Práticas Pedagógicas para o Ensino Médio.** Porto Alegre: Penso, 2012.

FRIEDRICH *et.al*. **Trajetória da escolarização de jovens e adultos no Brasil: de plataformas de governo a propostas pedagógicas esvaziadas**. Ensaio: avaliação das políticas públicas educacionais. Rio de Janeiro, v. 18, n. 67, p. 389-410, abr./jun. 2010.

HOHENWARTER, M. ***Multiple representations and GeoGebra-based learning environments.*** Revista Iberoamericana de Educación Matemática (Unión). Número 39, pp. 11-18, 2014.

LIBÂNEO, J. C. Educação escolar: políticas, estruturas e organização/ José Carlos Libâneo, João Ferreira de oliveira, Muza Seabra Toschi – São Paulo: Cortez, 2003.

MARTINS, A. T. de O. AGLIARD, D. A. **A legislação de educação de jovens e adultos a partir da constituição federal de 1988. In**: SEMINÁRIOS DE DIÁLOGOS COM A EDUCAÇÃO: desafios da EJA contemporânea. Anais. ISSN2318-3802. Universidade de Caxias do Sul, 2013.

POWELL, A.P., FRANCISCO, J.M., MAHER, C. A. (2004). **Uma abordagem à análise de vídeo para investigar o desenvolvimento de ideias e raciocínios matemáticos de estudantes.** BOLEMA (21), 81-140.

RABARDEL, P. ***Leshommes et lestechnologies*: une approche cognitive de sinstruments contemporains**. Paris: Armand Colin, 1995.

__________. ***Élémentspour une approcheinstrumentaleendidactiquedesmathématiques***. *In*: BAILLEUL, M. (Ed.). *Actes de la Xème Ecole d'Été en Didactiques desMathématiques. Houlgate:* IUFM de Caen, 1999. p. 95; 202-213.

STRELHOW, T. B. **Breve história sobre a educação de jovens e adultos no Brasil**. Revista HISTEDBR *on-line*, Campinas, n.38, p. 49-59, jun.2010.

REFERÊNCIAS EM SUPORTE ELETRÕNICO

ABAR, Celina Aparecida Almeida Pereira and ALENCAR, Sergio Vicente. **A Gênese Instrumental na interação com o GeoGebra: uma proposta para a formação continuada de professores de matemática**. *Bolema* [*online*]. 2013, vol.27, n.46, pp.349-365. ISSN 0103-636X. http://www.dx.doi.org/10.1590/S0103-636X2013000300002

AMARAL, A., Nogueira, R. E., MUNHOZ, R. H. **O uso do geogebra no estudo da função quadrática**. Congresso Nacional de Formação de Professores 2.; Congresso estadual paulista sobre formação de Educadores, 12., 2011, Águas de Lindóia. Anais 2. Congresso Nacional de Professores 12. Congresso Estadual sobre Formação de Educadores... São Paulo: UNESP; PROGRAD, 2014. p. 4274-4286 Disponível em <http://www.hdl.handle.net/11449/141829>

BITTAR, M.A **abordagem instrumental para o estudo da integração da tecnologia na prática pedagógica do professor de matemática**. *Educ. rev.* [online]. 2011, n.se1, pp.157-171. ISSN 0104-4060. http://www.dx.doi.org/10.1590/S0104-40602011000400011

DIAS, R. C. **Uma proposta ao uso do *winplot* no ensino de funções quadráticas nas turmas do PROEJA** / Rodrigo Carvalho Dias - Palmas, 2013. 55f. Disponível em<https://www.sca.profmat-sbm.org.br/sca_v2/get_tcc3.php?id=47166

GHIRALDELLI JR., **Paulo. Introdução à Educação Escolar Brasileira: História, Política e Filosofia da Educação**: 2001. Disponível em<http://www.miniweb.com.br/educadores/artigos/pdf/introdu-edu-bra.pdf

JESUS, S. S. **O ensino de matemática através de novas tecnologias**. Disponível em http://www.webartigos.com/artigos/o-ensino-da-matematica-atraves-das-novas-tecnologias/59479. Acesso em 25de abril de 2016.

LUTZ, M. R., BONA, A. S. **Explorando os coeficientes da função quadrática por meio do *software Winplot*: Uma experiência com alunos do 2° ano do Ensino Médio**. Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática, Florianópolis, v. 10, n. 2, p. 209-226, jan. 2016. ISSN 1981-1322. Disponível em https://www.periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2015v10n2p209>. doi:https://doi.org/10.5007/1981-1322.2015v10n2p209 Acesso em 01de junho de 2018.

MALPARTIDA, L. D. C. La ***Génesis Instrumental: Un estudio de los procesos de instrumentalización en el aprendizaje de la función definida por tramos mediado por el software GeoGebra con estudiantes de ingeniería***. 2013. 173 p. Disponível em <http://www.tesis.pucp.edu.pe/repositorio/handle/123456789/4514

NACARATO, A. M., LIMA, C. N. do M. F. de. **A investigação da própria prática: mobilização e apropriação de saberes profissionais em Matemática**. Educação em Revista, Belo Horizonte. v. 25, n. 2, p. 241-266, ago. 2009. Disponível em: < http://www.scielo.br/pdf/edur/v25n2/11.pdf Acesso em 16 de março de 2017.

NOTARE, M. R., BASSO, M. V. A**. Gênese Instrumental do GeoGebra na Formação de Professores.** 21 p. ZETETIKÉ, Campinas, SP, v.25, n. 2, 2017. Disponível em <file:///www.C:/Users/Usuario/Downloads/8647864-30582-1-PB%20(3).pdf

OLIVEIRA, D. P. A; LOPES, M. M. O Uso do Software Geogebra como Recurso Didático para o Ensino e Aprendizagem de Função. Rio Grande do Norte: UFRN, 2013. Disponível em:<http://www.sistemas.ufrn.br/shared/verArquivo?idArquivo=1551669&key=36887525542f0cc849d729c26366a193>. Acesso em 05 de setembro de 2017.

PADILHA, L.C.S, BITTAR, M. **O ciclo de ações e a Gênese Instrumental na apropriação de um software para o ensino de matemática**. Sipemat: 2012. Disponível em < http://www.proativa.virtual.ufc.br/sipemat2012/papers/492/submission/director/492.pdf

ROCHA, M. L.,AGUIAR, **K.F.Pesquisa-intervenção e a produção de novas análises.** *Psicol. cienc. prof.* 2003, vol.23, n.4, pp.64-73. ISSN 1414-9893. http://dx.doi.org/10.1590/S1414-98932003000400010.

SALAZAR, J. V. F. **Génesis Instrumental: el caso de la función cuadrática**. 2015. 11 p. *Unión Revista Iberoamericana de Educación* Matemática. Disponível em http://www.fisem.org/www/union/revistas/2015/41/Artigo3.pdf

SANTOS, R.S. Mobral: A **Representação ideológica do regime militar nas entrelinhas da alfabetização de adultos**. 2014. Revista Crítica Histórica. Disponível em < http://www.revista.ufal.br/criticahistorica/attachments/article/222/MOBRAL%20A%20REPRESENTA%C3%87%C3%83O%20IDEOL%C3%93GICA%20DO%20REGIME%20MILITAR%20NAS%20ENTRELINHAS%20DA%20ALFABETIZA%C3%87%C3%83O%20DE%20ADULTOS.pdf>

SCORTEGAGNA, P.A., OLIVEIRA, C.S.O. **Educação de Jovens e Adultos no Brasil: uma análise histórico-crítica.** Revista Eletrônica de Ciências da Educação, Campo Largo, 2006. Disponível em HTTP://periodicosibepes.org.br/index.php/reped/article/view/287/193

SOARES, L. H. **Tecnologia computacional no ensino de matemática: o uso do GeoGebra no estudo de funções.** Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo. ISSN 2237-9657, [S.l.], v. 1, n. 1, p. LXVI - LXXX, mar. 2012. ISSN 2237-9657. Disponível em: <https://www.revistas.pucsp.br/index.php/IGISP/article/view/8923/6598> Acesso em 05 de setembro de 2017.

SOUZA, A. R.; SILVA, G. **Desenvolvimento e análise de uma metodologia para o ensino da função quadrática utilizando os softwares 'parábola' e 'oficina de funções'** ***p****.107-122*. **Zetetike**, Campinas, SP, v. 14, n. 1, fev. 2009. ISSN 2176-1744. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646999>. Acesso em 30 de maio de 2018. doi:https://doi.org/10.20396/zet.v14i25.8646999.

APÊNDICE A – ATIVIDADES DO ESTUDO PILOTO

<table>
<tr><td rowspan="2">Governo do Estado do Rio de Janeiro
Secretaria de Estado de Educação</td><td colspan="3">CIEP 055 JOÃO GREGORIO GALINDO
ATIVIDADE 1</td><td>NOTA:</td></tr>
<tr><td>PROFESSOR:
ARLEN</td><td>DATA:____/____/____
1º BIMESTRE</td><td>ANO ESCOLAR:
Neja 1</td><td>TURMA:
Neja 1</td></tr>
<tr><td colspan="4">NOME DO ESTUDANTE:
____</td><td>NÚMERO:
__________</td></tr>
</table>

Atividade 1: Construção do gráfico da função quadrática e estudo dos coeficientes
Tempo previsto: 4h/a
ROTEIRO: 1. Criar controles deslizantes para os coeficiente a,b e c 2. No campo de entrada digitar a expressão: f(x)=ax^2+bx+c 3. Clicar nos botões para exibir o objeto 4. Criar nos controles deslizantes (a, b e c) um intervalo de [-10, 10] 5. Movimentar o controle deslizante referente ao coeficiente “a” 6. Movimentar o controle deslizante referente ao coeficiente “b” 7. Movimentar o controle deslizante referente ao coeficiente “c”

1. Ao variar o controle deslizante de **a** de acordo com o intervalo e mantendo os controles **b** e **c** constantes, o que você observou? Explique.

Resposta:

2. Ao Variar o controle deslizante de **b** de acordo com o intervalo e mantendo os controles **a** e **c** constantes, o que você observou? Explique.

Resposta:

3. Ao Variar o controle deslizante de **c** de acordo com o intervalo e mantendo os controles **a** e **b** constantes, o que você observou? Explique.

Resposta:

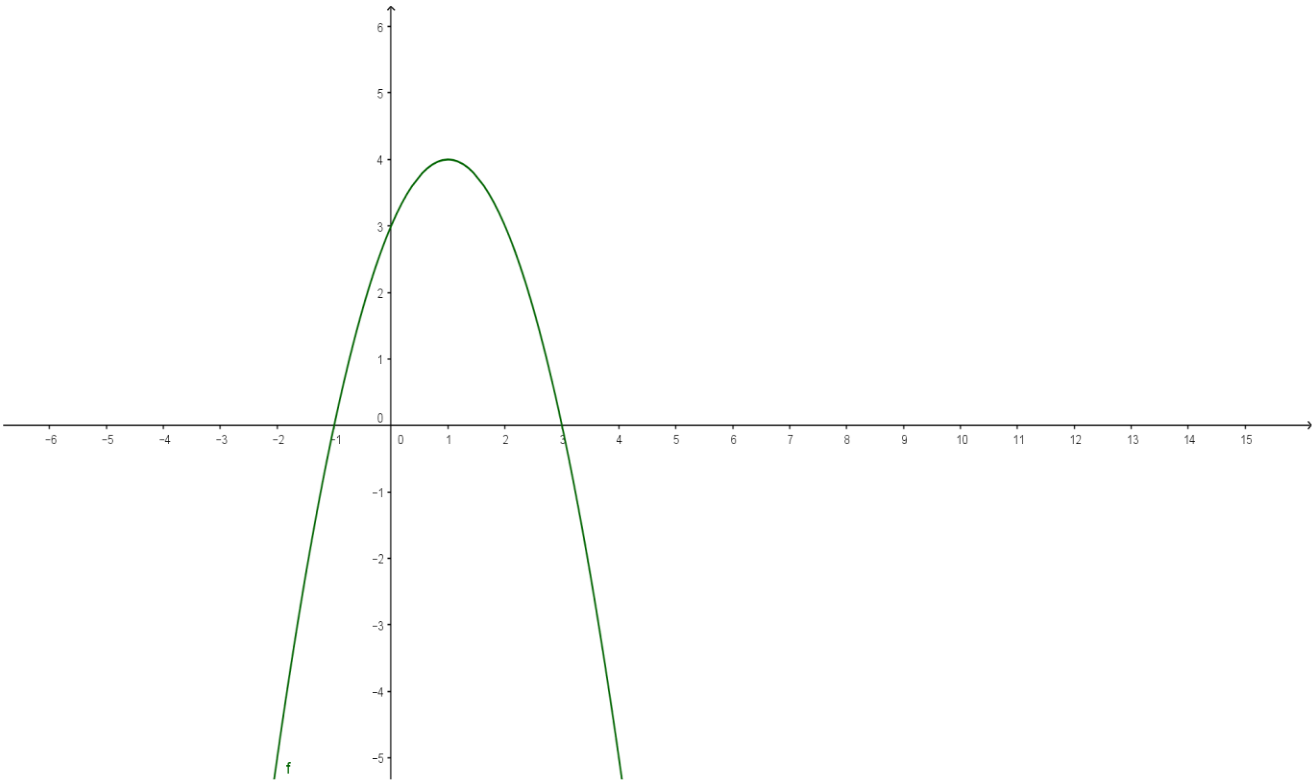
4. Complete as frases seguintes:

a) Se **a**> 0 (positivo) então, a parábola ter a concavidade voltada para ________________________(cima ou baixo?)

b) Se **a** positivo e *b* < 0, a parábola intersecta o eixo Y com sua parte _______________________(crescente ou decrescente?)

c) O coeficiente _______ determina a coordenada do eixo Y no qual a parábola intercepta.

5. Considere a função cujo gráfico é apresentado a seguir:



a) O valor de "a" é (positivo ou negativo?) ______________________

b) O valor de "b" é (positivo ou negativo?) ______________________

c) O valor de "c" é (positivo ou negativo?) ______________________

<table>
<tr><td rowspan="2">Governo do Estado do Rio de Janeiro
Secretaria de Estado de Educação</td><td colspan="3">CIEP 055 JOÃO GREGORIO GALINDO
ATIVIDADE 2</td><td>NOTA:</td></tr>
<tr><td>PROFESSOR:
ARLEN</td><td>DATA:____/____/____
1º BIMESTRE</td><td>ANO ESCOLAR:
Neja 1</td><td>TURMA:
Neja 1</td></tr>
<tr><td colspan="4">NOME DO ESTUDANTE:
____</td><td>NÚMERO:
____________</td></tr>
</table>

Atividade 2: Relacionar o sinal do discriminante e o número de raízes
Tempo previsto: 4h/a
ROTEIRO: 1. Abrir o arquivo 2. Digitar na caixa de entrada: delta=b^2-4*a*c 3. Clicar o botão direito do mouse sobre o "delta". 4. Selecionar "Renomear" 5. Procurar na barra de rolagem o símbolo Δ . 6. Clicar ok. 7. Movimentar os seletores de "a", "b" e "c" na tela. 8. Observar o valor de Δ e o gráfico. 9. Relacionar a existência ou não de raízes com sinal de delta.

1. Altere os valores de a, b ou c de forma que o gráfico intercepte o eixo X em dois pontos. Qual o sinal do Δ?

Resposta:

2. Fazendo a = 4, b = -4 e c = 2, o que acontece com o gráfico? Qual o sinal do Δ?

Resposta:

3. Fazendo a = 1, b = -4 e c = 3, o que acontece com o gráfico? Qual o sinal do Δ?

Resposta:

2. Relacione a primeira coluna com a segunda:

(1) Se Δ> 0 (positivo), então ( ) O gráfico não intersecta o eixo X

(2) Se Δ< 0 (negativo), então ( ) O gráfico toca uma única vez o eixo X

(2) Se Δ = 0 (nulo), então ( ) O gráfico intersecta o eixo X em dois lugares distintos

<table>
<tr><td rowspan="2">Governo do Estado do Rio de Janeiro
Secretaria de Estado de Educação</td><td colspan="4">CIEP 055 JOÃO GREGORIO GALINDO
ATIVIDADE 3</td><td>NOTA:</td></tr>
<tr><td>PROFESSOR:
ARLEN</td><td>DATA:____/____/____
1º BIMESTRE</td><td>ANO ESCOLAR:
Neja 1</td><td colspan="2">TURMA:
Neja 1</td></tr>
<tr><td colspan="4">NOME DO ESTUDANTE:
____</td><td colspan="2">NÚMERO:
____________</td></tr>
</table>

Atividade 3: Identificar as raízes ou zeros da função quadrática
Tempo previsto: 2h/a
ROTEIRO: 1. Abrir o arquivo 2. Digitar na caixa de entrada: x_1=(-b+sqrt(delta))/2a 3. Digitar na caixa de entrada: x_2=(-b-sqrt(delta))/2a 4. Movimentar os seletores de "a", "b" e "c" na tela. 5. Observar o valor de X_1 e X_2 6. Relacionar a existência ou não de raízes

1. Fazendo a = 2 e b = 0, qual deve ser o valor do coeficiente c para que as raízes sejam: $x_1 = -1$ e $x_2 = 1$?

Resposta:

2. Fazendo a = -1, b = 1 e c = 2, qual o valor das raízes?

Resposta:

<table>
<tr><td rowspan="2">Governo do Estado do Rio de Janeiro
Secretaria de Estado de Educação</td><td colspan="3">CIEP 055 JOÃO GREGORIO GALINDO
ATIVIDADE 4</td><td>NOTA:</td></tr>
<tr><td>PROFESSOR:
ARLEN</td><td>DATA:____/____/____
1º BIMESTRE</td><td>ANO ESCOLAR:
Neja 1</td><td>TURMA:
Neja 1</td></tr>
<tr><td colspan="4">NOME DO ESTUDANTE:
____</td><td>NÚMERO:
_____________</td></tr>
</table>

Atividade 4: Identificar o vértice da parábola relacionando com o valor máximo ou mínimo da função
Tempo previsto: 2h/a
ROTEIRO: 9. Abrir o arquivo 10. Digitar na caixa de entrada: x_v=-b/(2*a) 11. Digitar na caixa de entrada: y_v=-delta/(4*a) 12. Clicar o botão direito sobre o ponto V 13. Selecionar PROPRIEDADES → BÁSICO 14. Mudar o estilo do rótulo 15. Alterar para NOME & VALOR 16. Clicar em FECHAR.

1. Altere o valor de “a”, “b” e “c” e verifique se:

a) O ponto V será ponto de mínimo se __________________ (a > 0 ou a < 0)?

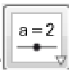
b) O ponto V será ponto de máximo se __________________ (a > 0 ou a < 0)?

2. Fazendo a = -1, b = 2 e c = 4, encontre as coordenadas do vértice e diga se V é o ponto de máximo ou mínimo ? Justifique.

Resposta:

APÊNDICE B – ATIVIDADES DA EFETIVAÇÃO DA PESQUISA

<table>
<tr><td rowspan="2">Governo do Estado do Rio de Janeiro
Secretaria de Estado de Educação</td><td colspan="3">CIEP 055 JOÃO GREGORIO GALINDO
ATIVIDADE 1</td><td>NOTA:</td></tr>
<tr><td>PROFESSOR:
ARLEN</td><td>DATA:____/____/____
1º BIMESTRE</td><td>ANO ESCOLAR:
Neja 1</td><td>TURMA:
Neja 1</td></tr>
<tr><td colspan="4">NOME DO ESTUDANTE:
____</td><td>NÚMERO:
____________</td></tr>
</table>

Atividade 1: Construção do gráfico da função quadrática e estudo dos coeficientes
Tempo previsto: 100 min
ROTEIRO: 1. Utilizar a ferramenta controle deslizante  e criar controles deslizantes para os coeficiente a,b e c 2. No campo de entrada digitar a expressão: f(x)=a*x^2+bx+c 3. Movimentar o controle deslizante referente ao coeficiente “a” 4. Movimentar o controle deslizante referente ao coeficiente “b” 5. Movimentar o controle deslizante referente ao coeficiente “c”

1. Ao variar o controle deslizante de **a** de acordo com o intervalo e mantendo os controles **b** e **c** constantes, o que você observou? Explique.

Resposta:

2. Ao Variar o controle deslizante de **b** de acordo com o intervalo e mantendo os controles **a** e **c** constantes, o que você observou? Explique.

Resposta:

3. Ao Variar o controle deslizante de **c** de acordo com o intervalo e mantendo os controles **a** e **b** constantes, o que você observou? Explique.

Resposta:

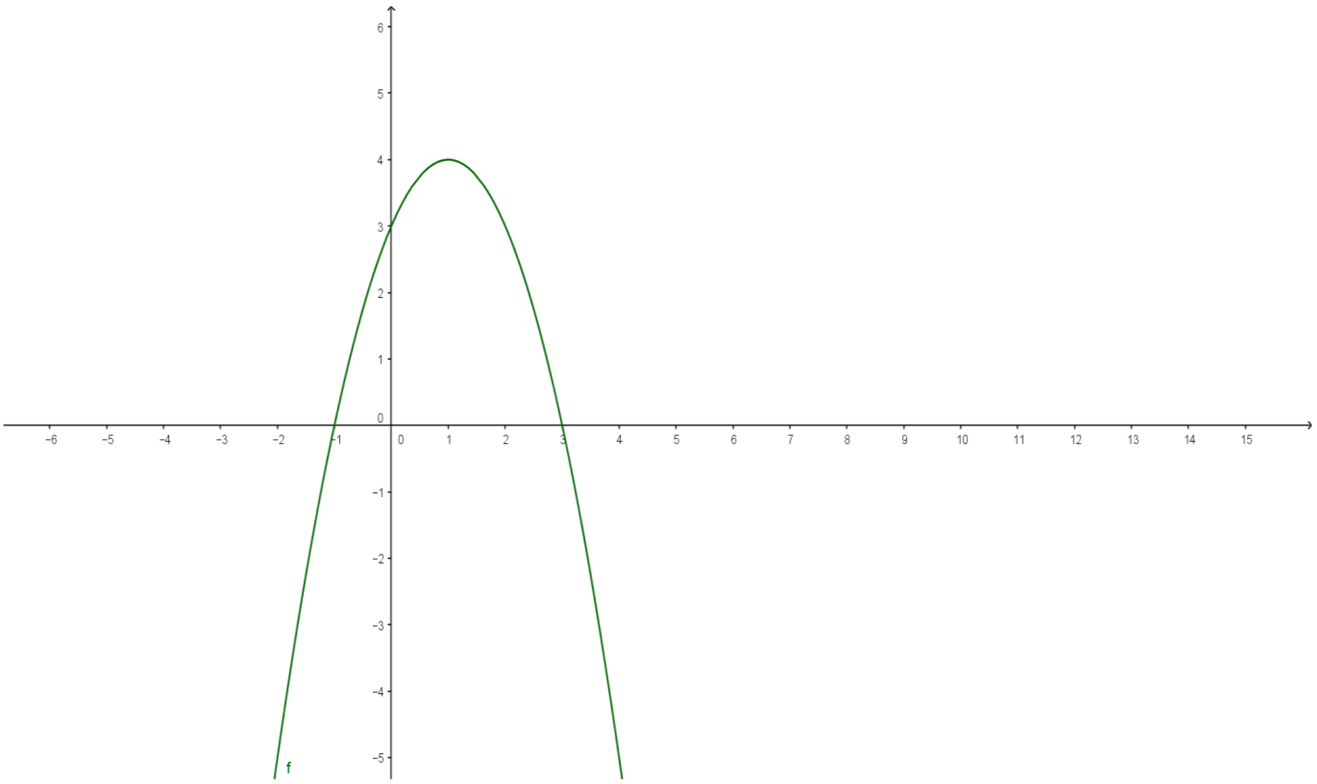
4. Complete as frases seguintes:

a) Se **a**> 0 (positivo) então, a parábola ter a concavidade voltada para ________________________(cima ou baixo?)

b) Se **a** positivo e *b* < 0, a parábola intersecta o eixo Y com sua parte _______________________(crescente ou decrescente?)

c) O coeficiente _______ determina a coordenada do eixo Y no qual a parábola intercepta.

5. Considere a função cujo gráfico é apresentado a seguir:



d) O valor de "a" é (positivo ou negativo?) ______________________

e) O valor de "b" é (positivo ou negativo?) ______________________

f) O valor de "c" é (positivo ou negativo?) ______________________

<table>
<tr><td rowspan="2">Governo do Estado do Rio de Janeiro
Secretaria de Estado de Educação</td><td colspan="3">CIEP 055 JOÃO GREGORIO GALINDO
ATIVIDADE 2</td><td>NOTA:</td></tr>
<tr><td>PROFESSOR:
ARLEN</td><td>DATA:____/____/____
1º BIMESTRE</td><td>ANO ESCOLAR:
Neja 1</td><td>TURMA:
Neja 1</td></tr>
<tr><td colspan="4">NOME DO ESTUDANTE:
____</td><td>NÚMERO:
____________</td></tr>
</table>

Atividade 2: Relacionar o sinal do discriminante e o número de raízes
Tempo previsto: 100 min
ROTEIRO: 1. Refazer a atividade 1 2. Digitar na caixa de entrada: delta=b^2-(4*a*c) 3. Movimentar os controles deslizantes de “a”, “b” e “c” na tela. 4. Observar o valor de delta e o gráfico. 5. Relacionar a existência ou não de raízes com sinal de delta.

1. Altere os valores de a, b ou c de forma que o gráfico intercepte o eixo X em dois pontos. Qual o sinal do Δ?

Resposta:

1. Fazendo $a = 4$, $b = -4$ e $c = 2$, o que acontece com o gráfico? Qual o sinal do Δ?

Resposta:

2. Fazendo $a = 1$, $b = -4$ e $c = 3$, o que acontece com o gráfico? Qual o sinal do Δ?

Resposta:

3. Relacione a primeira coluna com a segunda:

(1) Se $\Delta > 0$ (positivo), então ( ) O gráfico não intersecta o eixo X

(2) Se $\Delta < 0$ (negativo), então ( ) O gráfico toca uma única vez o eixo X

(3) Se $\Delta = 0$ (nulo), então ( ) O gráfico intersecta o eixo X em dois lugares distintos

Governo do Estado do Rio de Janeiro Secretaria de Estado de Educação	CIEP 055 JOÃO GREGORIO GALINDO ATIVIDADE 3				NOTA:
	PROFESSOR: ARLEN	DATA:____/____/____ 1º BIMESTRE	ANO ESCOLAR: Neja 1	TURMA: Neja 1	
NOME DO ESTUDANTE: ____				NÚMERO: ______________	

Atividade 3: Identificar as raízes ou zeros da função quadrática
Tempo previsto: 100 min
ROTEIRO: 1. Refazer as atividades 1 e 2 2. Digitar na caixa de entrada: X_1=(-b+sqrt(delta))/(2*a) 3. Digitar na caixa de entrada: X_2=(-b-sqrt(delta))/(2*a) 4. Movimentar os seletores de "a", "b" e "c" na tela. 5. Observar o valor de X_1 e X_2 6. Relacionar a existência ou não de raízes

1. Fazendo a = 2 e b = 0, qual deve ser o valor do coeficiente c para que as raízes sejam: $x_1 = -1$ e $x_2 = 1$?

Resposta:

2. Fazendo a = -1, b = 1 e c = 2, qual o valor das raízes?

Resposta:

3. Se Δ for igual a 0, qual seria o valor do coeficiente c? Justifique?

Resposta:

Governo do Estado do Rio de Janeiro Secretaria de Estado de Educação	CIEP 055 JOÃO GREGORIO GALINDO ATIVIDADE 4			NOTA:
	PROFESSOR: ARLEN	DATA:____/____/____ 1º BIMESTRE	ANO ESCOLAR: Neja 1	TURMA: Neja 1
NOME DO ESTUDANTE: ____				NÚMERO: ______________

Tempo previsto: 100 min
ROTEIRO: 1. Refazer as atividades 1, 2 e 3 2. Digitar na caixa de entrada: x_v=-b/(2*a) 3. Digitar na caixa de entrada: y_v=-delta/(4*a) 4. Digitar: V=(x_v,y_v)

1. Altere o valor de "a", "b" e "c" e verifique se:

c) O ponto V será ponto de mínimo se __________________ (a > 0 ou a < 0)?

d) O ponto V será ponto de máximo se __________________ (a > 0 ou a < 0)?

2. Fazendo a = -1, b = 2 e c = 4, encontre as coordenadas do vértice e diga se V é o ponto de máximo ou mínimo ? Justifique.

Resposta:

3. Uma pedra é lançada para cima e descreve uma parábola de equação $y = -3x^2 + 6x$ onde x é a distância e y é a altura atingida pela pedra. Determine:

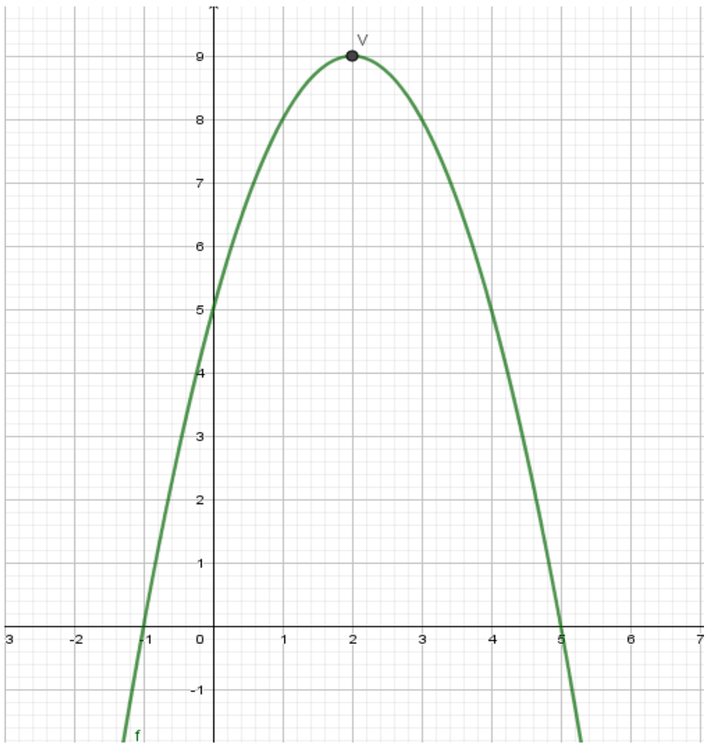
a) A altura máxima atingida pela pedra;

Resposta:

b) A distância que a pedra atingiu.

Resposta:

4 - Considere a função cujo gráfico é apresentado a seguir:



a) Qual a função que representa esse gráfico?

Resposta:

b) Quais as coordenadas do vértice, raízes e o coeficiente c?

Resposta:

APÊNDICE C – PRODUTO EDUCACIONAL

2019

ESTUDO DA FUNÇÃO QUADRÁTICA NO GEOGEBRA: ANÁLISE EM UMA TURMA DE JOVENS E ADULTOS

CADERNO DE ATIVIDADES

Au[illegible] Lacerda
Orientador: Marcelo Almeida Bairral

UFRRJ

PPGEduCIMAT

Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática - Mestrado Profissional

Autor: Arlen Pinheiro de Lacerda
Orientador: Marcelo Almeida Bairral

TEMA:

ESTUDO DA FUNÇÃO QUADRÁTICA NO GEOGEBRA: ANÁLISE EM UMA TURMA DE JOVENS E ADULTOS

Seropédica, RJ
Março de 2019

APRESENTAÇÃO

O presente caderno de atividades, fruto de uma pesquisa de mestrado, tem como objetivo explorar a potencialidade do GeoGebra para a aprendizagem de aspectos conceituais envolvidos no estudo da Função Quadrática. A intervenção pedagógica que o inspirou ocorreu em uma turma de EJA no CIEP 055 João Gregório Galindo, localizado em Angra dos Reis/ RJ. A inovação foi realizada na própria prática docente e insere-se em um contexto no qual os alunos não tiveram oportunidade de seguir os estudos de forma regular, com idade e série indicadas. As atividades foram elaboradas visando explorar e analisar relações entre coeficientes, discriminante, raízes e vértice da parábola.

OBJETIVO GERAL

Explorar o *software* GeoGebra no estudo das relações possíveis entre o comportamento da função quadrática a partir de seus elementos, com os alunos da EJA, enquanto ferramenta adequada para o processo cognitivo de sujeitos que estudam a função quadrática.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Analisar o desenvolvimento de uma sequência didática com auxílio do GeoGebra em relação ao processo cognitivo de sujeitos estudando a função quadrática compreendendo:

- Construção do gráfico da função quadrática e estudo dos coeficientes;
- Relacionar o sinal do discriminante e o número de raízes.
- Identificar as raízes ou zeros da função quadrática
- Identificar o vértice da parábola relacionando com o valor máximo ou mínimo da função

CONHECENDO O GEOGEBRA

O GeoGebra é um *software* de ensino e aprendizagem de matemática de forma dinâmica, que integra possibilidades de aplicação em todos os níveis e etapas da educação. O programa permite realizar construções geométricas com a utilização de pontos, retas, segmentos de reta, polígonos etc., assim como permite inserir funções e alterar todos esses objetos dinamicamente, após a construção estar finalizada. Equações e coordenadas também podem ser diretamente inseridas. Portanto, o GeoGebra é capaz de lidar com variáveis para números, pontos, vetores, derivar e integrar funções, e tradicionais de geometria com outras mais adequadas à álgebra e ao cálculo. Isto tem a vantagem didática de representar, ao mesmo tempo e em um único ambiente visual, as características geométricas e algébricas de um mesmo objeto. A partir da versão 5.0 também é possível trabalhar com geometria em três dimensões.

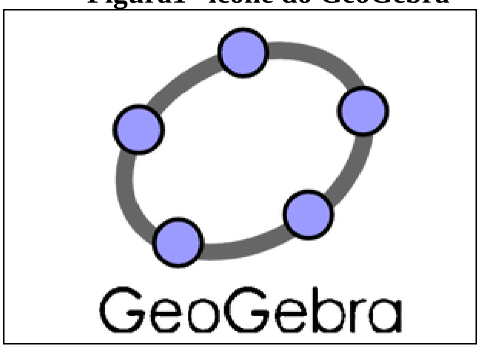
Albuquerque (2008, p. 14), salienta que as principais possibilidade e potencialidades do GeoGebra se colocam no sentido de que, com este, é possível realizar construções com os elementos matemáticos como os pontos, os vetores, os segmentos, as retas, as chamadas seções cônicas, dentre tantos outros, além de ser possível realizar um estudo aprofundado acerca das funções (compreendendo-a desde sua notação inicial até conceitos mais profundos como limites e derivadas que são de nível superior) com a característica de que estes podem ser modificados de forma dinâmica depois de dispostos no *software.*

O criador do *software* GeoGebra, que é de interação matemática dinâmica, foi Markus Hohenwarter, no ano de 2001, tal ferramenta é *freeware*, ou seja, é gratuita e disponível para *download* em diversos *sites* da *internet.* Abaixo seguem algumas disposições do próprio criador acerca do GeoGebra:

> O software de matemática dinâmico GeoGebra oferece a possibilidade de gerar applets interativo para meios de aprendizagem. Seus gráficos, álgebra, álgebra de computador e spreadsheet combinam representações matemáticas múltiplas com a cada outro de maneira interativa e conectada. Por um lado, o software facilita a visualização de fatos e conceitos matemáticos. Por outro lado, GeoGebra apoia a interação de formas diferentes de representação de objetos matemáticos. (HOHENWARTER, 2014, p. 11).

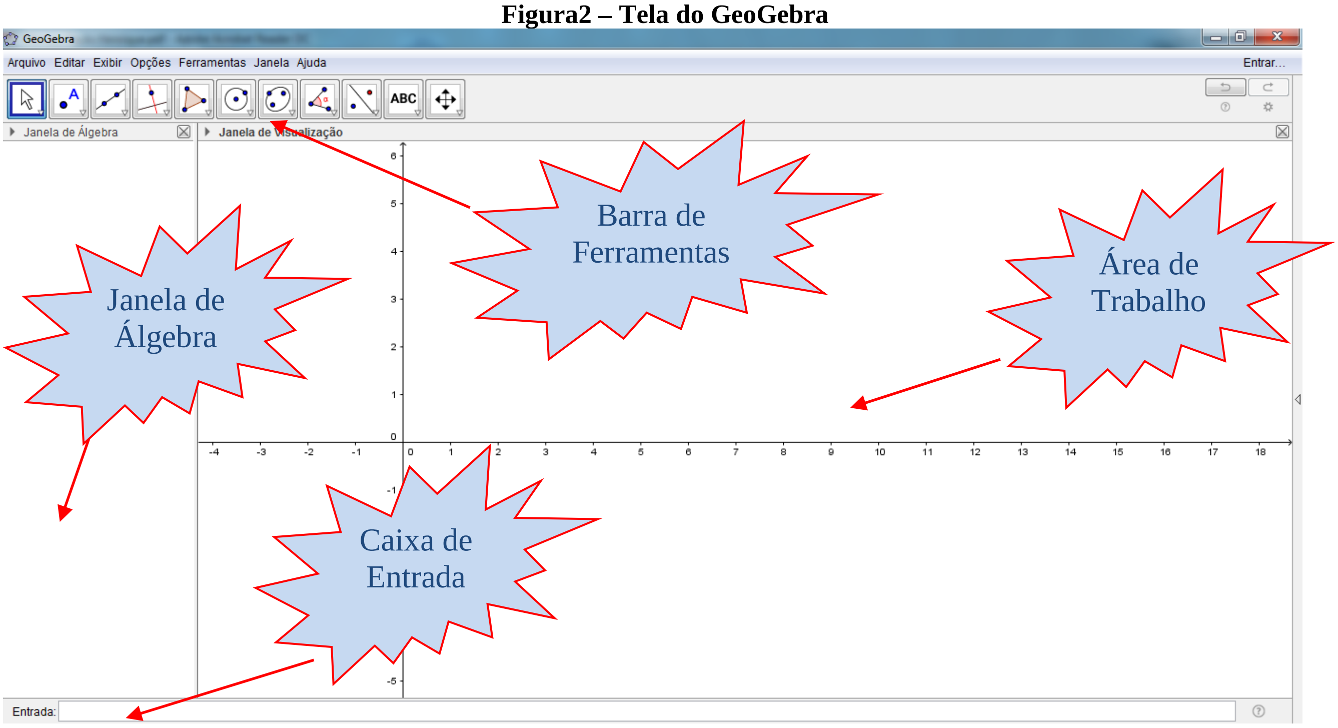
Cabe salientar que outra vantagem do uso do GeoGebra, mais uma dentre as tantas que aqui foram desenvolvidas e salientadas, seria o fato de que sua *interface,* composição como *software*, é muito amigável, ou seja, é de simples uso, porém, possui e possibilita diversas formas e contextos de aprendizagem, e isto se dá, justamente, pelo fato deste ser uma ferramenta dinâmica.

Figura1– ícone do GeoGebra



Fonte: Google

Figura2 – Tela do GeoGebra



Fonte: Elaboração própria

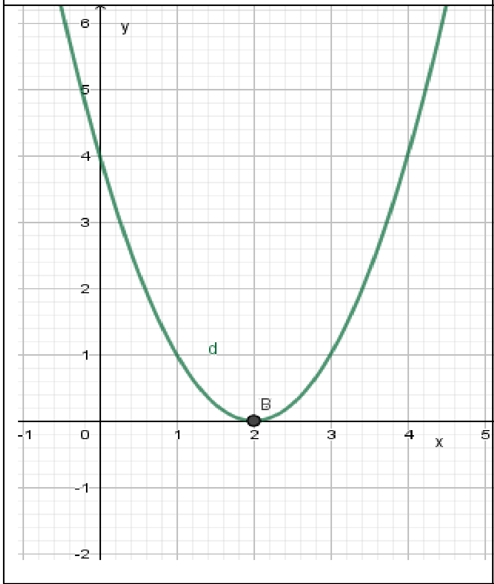
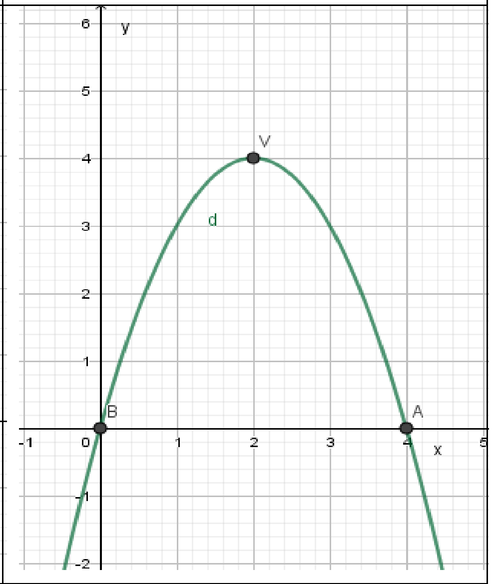
- A barra de ferramentas contem comandos que dispõem de vários modos de trabalho;
- Na Janela da esquerda ou janela de álgebra, aparecem indicações dos objetos;
- Na janela da direita ou área de trabalho aparecem os pontos, figuras geométricas que apresentam um sistema de eixos coordenados, entre outros;
- A caixa de entrada, zona destinada à entrada dos comandos/condições, define os objetos.

BREVE ESTUDO DA FUNÇÃO QUADRÁTICA NO GEOGEBRA

Chama-se função quadrática, ou função polinomial do 2º grau, qualquer função f de IR em IR dada por uma lei da forma f(x) = ax2 + bx + c, em que a, b e c são números reais e a≠0. O gráfico de uma função polinomial do 2º grau é uma curva chamada parábola. Ao construir o gráfico de uma função quadrática $y = ax^2 + bx + c$, notaremos sempre que:

- Se **a > 0**, a parábola tem a **concavidade voltada para cima**; Ponto de mínimo
- Se **a < 0**, a parábola tem a **concavidade voltada para baixo**; Ponto de máximo

Quadro 1 – Concavidade da parábola

a > 0	a < 0
	
$f(x) = x^2 - 4x + 4$	$f(x) = -x^2 + 4x$

Fonte: Elaboração própria

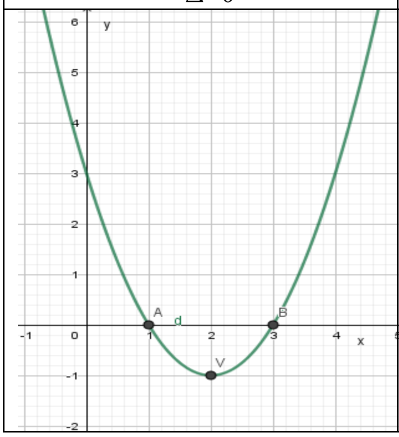
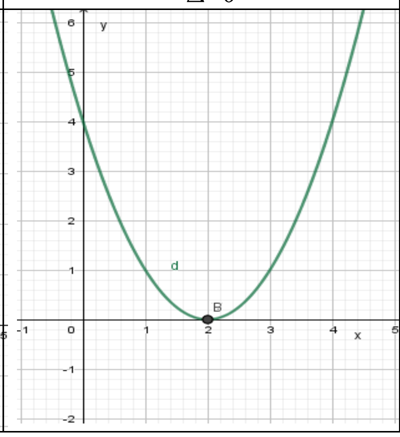
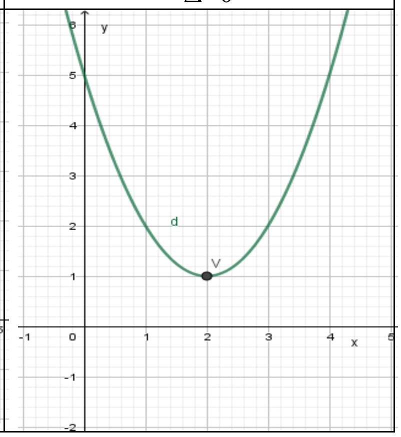
Então as raízes da função $f(x) = ax^2 + bx + c$ são as soluções da equação do 2º grau $ax^2 + bx + c = 0$, as quais são dadas pela chamada fórmula de Bhaskara:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

A quantidade de raízes reais de uma função quadrática depende do valor obtido para o radicando $\Delta = b^2 - 4.a.c$, chamado discriminante, a saber:

- Quando Δ é positivo, há duas raízes reais e distintas;
- Quando Δ é zero, há só uma raiz real;
- Quando Δ é negativo, não há raiz real.

Quadro 2 – Existência ou não de raízes

$\Delta>0$	$\Delta=0$	$\Delta<0$
		

Fonte: Elaboração própria

O vértice de uma parábola é o ponto desta função que assume seu valor máximo ou mínimo, dependendo da direção de sua concavidade. Uma das maneiras de determinar o vértice é lembrar que a parábola é simétrica em relação a um eixo vertical. Determinando a posição desse eixo encontraremos a abscissa do vértice, e com a abscissa do vértice obteremos a ordenada, que é função da abscissa.

As coordenadas do vértice $V(x_v, y_v)$ da função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$ podem ser calculadas utilizando as seguintes fórmulas:

$$x_v = \frac{-b}{2a} \qquad \text{e} \qquad y_v = -\frac{\Delta}{4a}$$

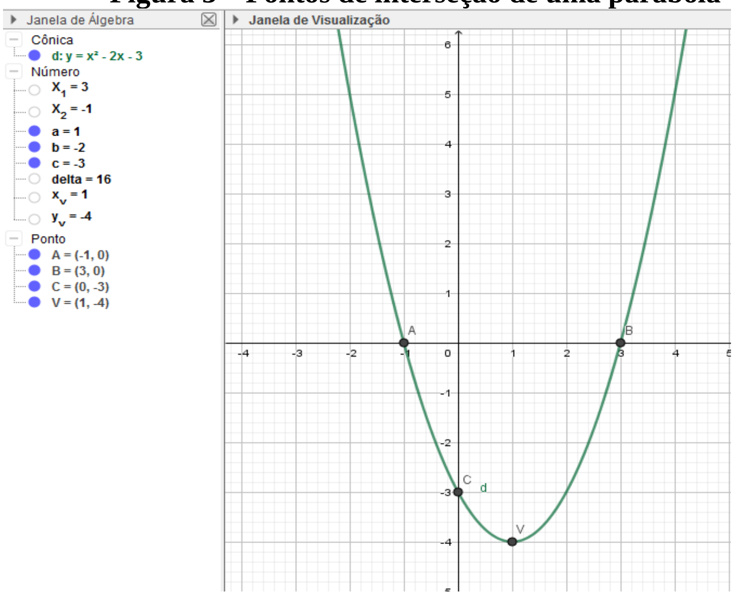
PONTOS DE INTERSEÇÃO DO GRÁFICO COM OS EIXOS

Podemos destacar, em uma parábola, pontos notáveis, com os quais poderemos construir com mais facilidade o gráfico de uma função quadrática. Eles se dividem em:

- Ponto(s) de interseção da parábola com o eixo das abscissas (raízes);
- Ponto de interseção da parábola com o eixo das ordenadas (coeficiente c);
- Vértice da parábola.

Podemos observar os pontos notáveis na figura 4.

Figura 3 – Pontos de interseção de uma parábola



Fonte: Elaboração própria

EFETIVAÇÃO DA PESQUISA

A efetivação da pesquisa ficou dividida em três encontros. No primeiro, definimos fazer um estudo prévio relativo aos conceitos de função quadrática, ambientação acerca do programa GeoGebra e exploração no GeoGebra em relação às funções quadráticas.

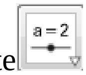
No segundo, decidimos pela realização das Atividades 1 e 2 e no terceiro, determinamos pela realização das atividades 3 e 4. A tabela 1 mostra o resumo da efetivação da pesquisa.

Tabela1: Resumo da efetivação da pesquisa

Atividades com Geogebra no estudo das funções quadráticas		
Atividade/Data	Objetivo	Tempo de Duração
1º encontro:	• Estudo prévio relativo aos conceitos de função quadrática; • Realização de estudo e ambientação acerca do GeoGebra; • Exploração no GeoGebra sobre as funções quadráticas.	200
2º encontro: Atividades 1 e 2.	• Construção do gráfico da função quadrática e estudo dos coeficientes; • Relacionar o sinal do discriminante e o número de raízes.	200
3º encontro: Atividades 3 e 4	• Identificar as raízes ou zeros da função quadrática • Identificar o vértice da parábola relacionando com o valor máximo ou mínimo da função	200

Fonte – Elaboração própria

UFRRJ UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO	ATIVIDADE 1			NOTA:
	PROFESSOR:	DATA:____/____/____ __º BIMESTRE	ANO ESCOLAR:	TURMA:
NOME DO ESTUDANTE: ____				NÚMERO: ____________

Atividade 1: Construção do gráfico da função quadrática e estudo dos coeficientes
Tempo previsto: 200 minutos
ROTEIRO: 6. Utilizar a ferramenta controle deslizante  e criar controles deslizantes para os coeficiente a,b e c 7. No campo de entrada digitar a expressão: f(x)=a*x^2+bx+c 8. Movimentar o controle deslizante referente ao coeficiente “a” 9. Movimentar o controle deslizante referente ao coeficiente “b” 10. Movimentar o controle deslizante referente ao coeficiente “c”

1. Ao variar o controle deslizante de **a** de acordo com o intervalo e mantendo os controles **b** e **c** constantes, o que você observou? Explique.

Resposta:

2. Ao Variar o controle deslizante de **b** de acordo com o intervalo e mantendo os controles **a** e **c** constantes, o que você observou? Explique.

Resposta:

3. Ao Variar o controle deslizante de **c** de acordo com o intervalo e mantendo os controles **a** e **b** constantes, o que você observou? Explique.

Resposta:

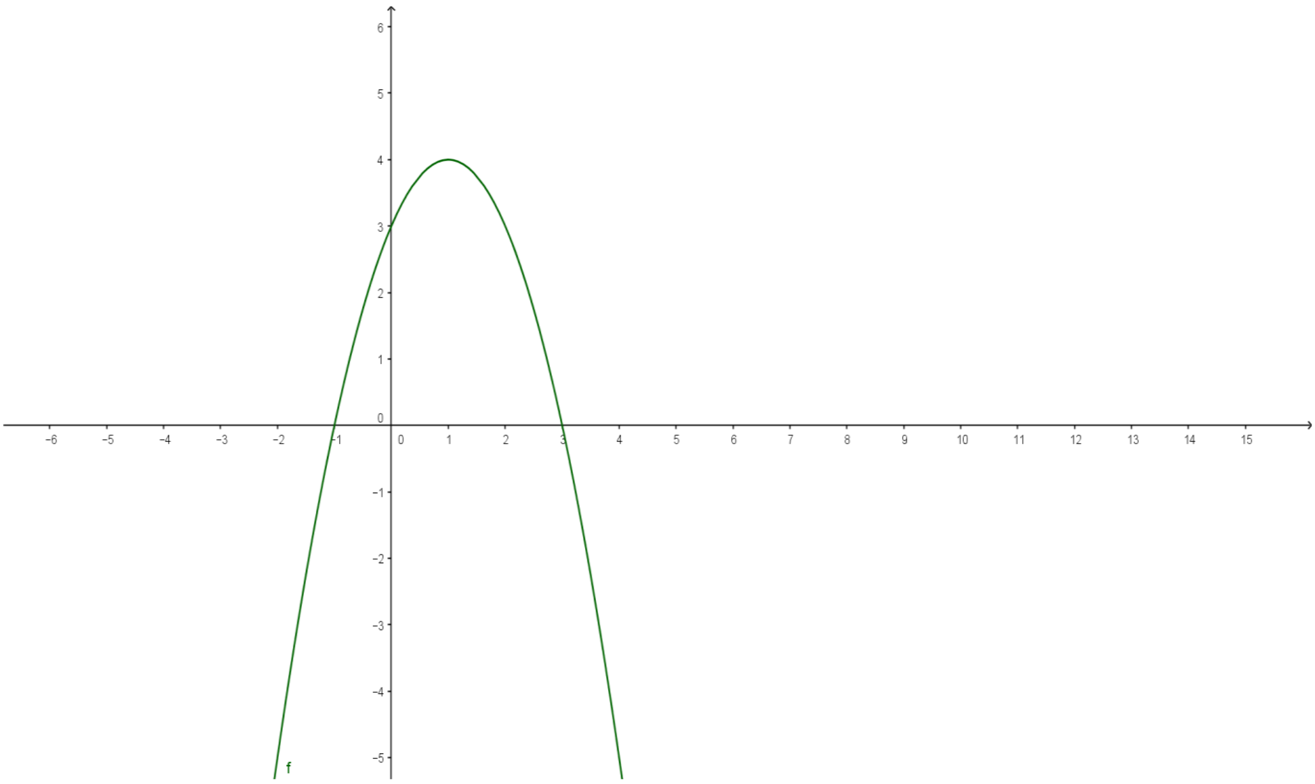
4. Complete as frases seguintes:

a) Se **a**> 0 (positivo) então, a parábola ter a concavidade voltada para ________________________(cima ou baixo?)

b) Se **a** positivo e *b* < 0, a parábola intersecta o eixo Y com sua parte _______________________(crescente ou decrescente?)

c) O coeficiente _______ determina a coordenada do eixo Y no qual a parábola intercepta.

5. Considere a função cujo gráfico é apresentado a seguir:



g) O valor de "a" é (positivo ou negativo?) ______________________

h) O valor de "b" é (positivo ou negativo?) ______________________

i) O valor de "c" é (positivo ou negativo?) ______________________

<table>
<tr><td rowspan="2">UFRRJ
UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO</td><td colspan="3">ATIVIDADE 2</td><td>NOTA:</td></tr>
<tr><td>PROFESSOR:</td><td>DATA:____/____/____
__º BIMESTRE</td><td>ANO ESCOLAR:</td><td>TURMA:</td></tr>
<tr><td colspan="4">NOME DO ESTUDANTE:
____</td><td>NÚMERO:
__________</td></tr>
</table>

Atividade 2: Relacionar o sinal do discriminante e o número de raízes
Tempo previsto: 200 minutos
ROTEIRO: 11. Refazer a Atividade 1 12. Digitar na caixa de entrada: delta=b^2-4*a*c 13. Movimentar os seletores de “a”, “b” e “c” na tela. 14. Observar o valor de delta e o gráfico. 15. Relacionar a existência ou não de raízes com sinal de delta.

1. Altere os valores de a, b ou c de forma que o gráfico intercepte o eixo X em dois pontos. Qual o sinal do Δ?

Resposta:

2. Fazendo a = 4, b = -4 e c = 2, o que acontece com o gráfico? Qual o sinal do Δ?

Resposta:

3. Fazendo a = 1, b = -4 e c = 3, o que acontece com o gráfico? Qual o sinal do Δ?

Resposta:

4. Relacione a primeira coluna com a segunda:

(1) Se $\Delta > 0$ (positivo), então ( ) O gráfico não intersecta o eixo X

(2) Se $\Delta < 0$ (negativo), então ( ) O gráfico toca uma única vez o eixo X

(3) Se $\Delta = 0$ (nulo), então ( ) O gráfico intersecta o eixo X em dois lugares distintos

<table>
<tr><td rowspan="2">UFRRJ
UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO</td><td colspan="3">ATIVIDADE 3</td><td>NOTA:</td></tr>
<tr><td>PROFESSOR:</td><td>DATA:____/____/____
__º BIMESTRE</td><td>ANO ESCOLAR:</td><td>TURMA:</td></tr>
<tr><td colspan="4">NOME DO ESTUDANTE:
____</td><td>NÚMERO:
________________</td></tr>
</table>

Atividade 3: Identificar as raízes ou zeros da função quadrática
Tempo previsto: 100 minutos
ROTEIRO: 1. Refazer as Atividades 1 e 2 2. Digitar na caixa de entrada: X_1=(-b+sqrt(delta))/(2*a) 3. Digitar na caixa de entrada: X_2=(-b-sqrt(delta))/(2*a) 4. Movimentar os seletores de “a”, “b” e “c” na tela. 5. Observar o valor de X_1 e X_2 6. Relacionar a existência ou não de raízes

1. Fazendo a = 2 e b = 0, qual deve ser o valor do coeficiente c para que as raízes sejam: x_1= -1 e x_2= 1?

Resposta:

2. Fazendo a = -1, b = 1 e c = 2, qual o valor das raízes?

Resposta

<table>
<tr><td rowspan="2">UFRRJ
UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL
DO RIO DE JANEIRO</td><td colspan="3">ATIVIDADE 4</td><td>NOTA:</td></tr>
<tr><td>PROFESSOR:</td><td>DATA:____/____/____
__º BIMESTRE</td><td>ANO ESCOLAR:</td><td>TURMA:</td></tr>
<tr><td colspan="4">NOME DO ESTUDANTE:
______________________________</td><td>NÚMERO:
______</td></tr>
</table>

Atividade 4: Identificar o vértice da parábola relacionando com o valor máximo ou mínimo da função
Tempo previsto: 100 minutos
ROTEIRO: 1. Refazer as Atividades 1, 2 e 3 2. Digitar na caixa de entrada: x_v=-b/(2*a) 3. Digitar na caixa de entrada: y_v=-delta/(4*a) 4. Digitar: V=(x_v,y_v)

1. Altere o valor de “a”, “b” e “c” e verifique se:

e) O ponto V será ponto de mínimo se __________________ (a > 0 ou a < 0)?

f) O ponto V será ponto de máximo se __________________ (a > 0 ou a < 0)?

2. Fazendo a = -1, b = 2 e c = 4 encontre as coordenadas do vértice e diga se V é o ponto de máximo ou mínimo ? Justifique.

Resposta:

REFERÊNCIAS

ALBUQUERQUE, L. **O uso do programa GeoGebra no ensino de geometria plana de 5a a 8a séries do ensino fundamental das escolas públicas estaduais do Paraná**. Curitiba: SEED Secretaria Estadual de Educação – em parceria com a Universidade Federal do Paraná, Departamento de Matemática, do Setor de Ciências Exatas, 2008.

HOHENWARTER, M. Multiple representations and GeoGebra-based learning environments. **Revista Iberoamericana de Educación Matemática** (Unión). Número 39, pgs. 11-18, 2014.