

UFRRJ
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE
NACIONAL – PROFMAT

DISSERTAÇÃO

Coloração em Grafos: Uma Experiência no Ensino Médio

Odilon Magno da Silva Júnior

2016



**UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE
NACIONAL – PROFMAT**

**COLORAÇÃO EM GRAFOS:
UMA EXPERIÊNCIA NO ENSINO MÉDIO**

ODILON MAGNO DA SILVA JÚNIOR

Sob a Orientação do Professor

Montauban Moreira de Oliveira Júnior

Dissertação submetida como requisito parcial para obtenção do grau de **Mestre**, no curso de Pós-Graduação em Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, Área de Concentração em Matemática.

Seropédica, RJ

Agosto de 2016

511.56

S586c

T

Silva Júnior, Odilon Magno da Silva, 1980-
Coloração em grafos: uma experiência no
ensino médio / Odilon Magno da Silva
Júnior - 2016.
103 f.: il.

Orientador: Montauban Moreira de
Oliveira Júnior.

Dissertação (mestrado) - Universidade
Federal Rural do Rio de Janeiro, Curso de
Pós-Graduação em Mestrado Profissional em
Matemática em Rede Nacional - PROFMAT.

Bibliografia: f. 91-92.

1. Coloração em grafos - Teses. 2.
Coloração em grafos - Estudo e ensino
(Ensino médio) - Teses. 3. Teoria dos
grafos - Teses. 4. Teoria dos grafos -
Estudo e ensino (Ensino médio) - Teses. 5.
Teoria dos grafos - Estudo de casos -
Teses. I. Oliveira Júnior, Montauban
Moreira de, 1981-. II. Universidade
Federal Rural do Rio de Janeiro. Curso de
Pós-Graduação em Mestrado Profissional em
Matemática em Rede Nacional - PROFMAT.
III. Título.

UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MESTRADO PROFISSIONAL EM
MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL – PROFMAT

ODILON MAGNO DA SILVA JÚNIOR

Dissertação submetida como requisito parcial para obtenção do grau de **Mestre**, no Curso de Pós-Graduação em Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, área de Concentração em Matemática.

DISSERTAÇÃO APROVADA EM __/__/2016

Montauban Moreira de Oliveira Júnior, Dr. UFRRJ
(Orientador)

Rafael Bernardo Teixeira, Dr. Coppe/UFRJ

Agnaldo da Conceição Esquinalha, Dr. UERJ

Dedico ao casal que rodou o mundo,
vencendo obstáculos inimagináveis,
em busca de condições para
garantir sempre o melhor para mim
como um homem e ser humano.
Meus pais: Odilon e Rita.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço a Deus por toda força, coragem, bênção e sustento durante todo este percurso.

Agradeço aos meus pais Odilon Magno da Silva e Rita de Cássia Gomes da Gama M. da Silva, pela força, carinho e dedicação durante toda minha vida, pois se propuseram a batalhar para que hoje eu pudesse estar aqui.

Agradeço ao meu irmão Carlos José da Gama Magno da Silva, por suas palavras e por sua presença, mesmo que distante, sempre me desejando o melhor.

Agradeço ao meu orientador Montauban Moreira de Oliveira Júnior, por toda sua paciência, ajuda e motivação, sem ele, este trabalho não teria sido possível. Obrigado mestre.

Agradeço a minha coordenadora Aline Maurício Barbosa, por toda sua paciência e por nunca desistir de mim.

Agradeço aos meus professores que estiveram presentes em cada estágio dessa batalha.

Agradeço a cada um de meus amigos de mestrado, formamos uma turma unida e maravilhosa, nos momentos de estudo e nos momentos de descontração.

Agradeço ao meu amigo Victor Leite Alves, que sempre me animou e sempre esteve presente “dividindo o volante” na jornada até Seropédica.

Agradeço a todos que desejaram esta bênção em minha vida e sempre me desejaram o melhor. Obrigado.

RESUMO

SILVA JR., Odilon Magno da. **Coloração em Grafos: Uma Experiência no Ensino Médio**. 2016. 102 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT). Instituto de Ciências Exatas, Departamento de Matemática, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, RJ, 2016.

Este trabalho tem por principal objetivo descrever uma experiência com problemas relacionados a coloração em Grafos com um grupo de alunos do 2º ano do Ensino Médio. A pesquisa realizada trabalhou com alunos de uma escola da rede particular, localizada no município de Volta Redonda, no estado do Rio de Janeiro. Esta pesquisa contou com a participação de 51 alunos na faixa etária de 15 a 17 anos, entre meninos e meninas, que quiseram voluntariamente participar das aulas extracurriculares oferecidas. A ideia do trabalho é utilizar o fato de que conceitos básicos de coloração em Teoria de Grafos são de fácil acesso aos alunos, são poderosas ferramentas de Otimização usadas por grandes empresas e são aplicáveis a problemas do cotidiano dos alunos, três características preciosas para que um professor atraia a atenção da classe. Neste sentido foram realizados 8 encontros com os alunos. No primeiro, foi realizado um Pré-teste Motivacional, baseado no teste de Gontijo, com o intuito de avaliar vários aspectos relativos à relação dos alunos com a Matemática. No segundo, um Pré-teste de Conteúdo, com problemas que fazem parte do dia-a-dia dos alunos e comumente resolvidos com técnicas de Grafos, mas que também podem ser resolvidos sem elas. Nos quatro encontros seguintes, foram realizadas aulas com o objetivo de ensinar algumas técnicas básicas de Grafos e comentar com os alunos o que eles fizeram no teste. Depois das aulas, no penúltimo encontro foi realizado um Pós-teste de Conteúdo, com questões similares ao primeiro, mas com o intuito de observar os alunos aplicando as técnicas aprendidas. No último encontro foi realizado um Pós-teste Motivacional, para que os alunos dessem suas opiniões sobre as atividades. Todos os dados foram estudados, analisados e comparados nos capítulos finais.

Palavras-chave: Coloração em Grafos. Estudo de caso. Grafos no Ensino Médio.

ABSTRACT

SILVA JR., Odilon Magno da. **Graph Coloring: An Experience in High School.** 2016. 102 pages. Dissertation (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT). Instituto de Ciências Exatas, Departamento de Matemática, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, RJ, 2016.

The main objective of this work is to describe an experience with problems related to graph coloring with a group of 2nd year high school students. The survey worked with students from a private school located in the city of Volta Redonda, in the state of Rio de Janeiro. This research had the participation of 51 students aged 15 to 17 years, among boys and girls, who wanted to voluntarily participate in the extracurricular classes offered. The idea of this work is to use the fact that the basic concepts of coloring in Graph Theory are easily accessible to students, they are powerful optimization tools used by large companies and are applicable to students' everyday problems, three precious characteristics for a Professor to attract the attention of the class. In this regard, we held 8 meetings with students. At first, there was a Motivational pre-test based on Gontijo's test in order to evaluate various aspects of the relationship of students with mathematics. In the second meeting, a Content Pre-test with everyday students' problems commonly solved by graphs' techniques, but that can also be solved without them. Over the next four meetings, classes were held in order to teach some basic techniques of graphs and discuss with students what they did on the test. After those four classes, the next meeting was used for the students to take a Content Post-test with similar problems, but with the intention of observing how the students would apply the techniques they learned. On the last meeting, the students took a Motivational Post-test, so that they could give their opinion on the activities. All data were studied, analyzed and compared in the final chapters.

Keywords: Graph Coloring. Case Study. Graphs in High School.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	11
1 REFERENCIAL TEÓRICO	14
1.1 Motivação no Ensino da Matemática	14
1.2 Aplicabilidade de Conteúdos da Matemática no Cotidiano	15
1.3 Conceitos de Teoria de Grafos	17
1.4 Coloração em Grafos	20
2 METODOLOGIA	23
2.1 Sujeitos da Pesquisa	23
2.2 Metodologia da Pesquisa	23
2.3 Aplicações dos Pré-Testes	24
2.3.1 Escala de Motivação em Matemática	24
2.3.2 Pré-Teste de Conteúdo	28
2.4 Aplicações das Atividades	33
2.4.1 Aula 1 – 3º Encontro	33
2.4.2 Aula 2 – 4º Encontro	39
2.4.3 Aula 3 – 5º Encontro	41
2.4.4 Aula 4 – 6º Encontro	44
2.5 Aplicações das Avaliações Após as atividades	46
2.5.1 Pós-Teste de Conteúdo	46
2.5.2 Escala de Motivação Pós-Atividades	52
2.5.3 Comentários Sobre as Atividades	54
3 RESULTADOS E DISCUSSÕES	56
3.1 Resultados da Escala de Motivação em Matemática	56
3.2 Resultados da Escala de Motivação Pós-Atividades	61
3.3 Análises dos Comentários sobre as Atividades	65

3.4	Resultados do Pré-teste de Conteúdo	70
3.5	Resultados do Pós-teste de Conteúdo	78
3.6	Comparação entre os Resultados do Pré e do Pós-teste	83
	CONSIDERAÇÕES FINAIS	88
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	91
	ANEXOS	93
	Anexo A – Escala de Motivação em Matemática	93
	APÊNDICES	95
	Apêndice A – Escala de Motivação Pós-Atividades	95
	Apêndice B – Pré-Teste	97
	Apêndice C – Pós-Teste	99
	Apêndice D – Quantidade e porcentagens das respostas ao questionário Escala de Motivação em Matemática (pré-atividades)	101
	Apêndice E – Quantidade e porcentagens das respostas ao questionário Escala de Motivação Pós-Atividades	103

INTRODUÇÃO

Um enorme desafio enfrentado pelo professor de Matemática, diariamente, é não apenas o ensino da matéria em si, mas também a frequente falta de motivação para aprender por parte dos alunos. Alguns dos motivos aos quais podemos atribuir essa falta de interesse são a forma como a matéria geralmente é transmitida aos alunos e a aplicabilidade da mesma, que muitas vezes passam despercebidas e são simplesmente esquecidas; logo, o aluno aprende um conceito, mas não sabe o quão importante é esse conhecimento ou até mesmo para que serve.

Durante o ensino nas aulas de Matemática em uma escola particular em Volta Redonda, RJ, o autor deste trabalho constatou uma limitação muito grande quanto à existência de uma forma diferenciada de ensinar cada assunto na Matemática, e uma limitação maior ainda quanto à aplicabilidade de cada um desses conteúdos, pois raramente são abordadas em sala de aula.

A Matemática é uma ferramenta maravilhosa, que engloba todos os aspectos da vida de qualquer ser humano, e até mesmo dos animais, que em sua irracionalidade, conseguem agir de maneira como se estivessem, literalmente, realizando cálculos complexos de velocidade e até mesmo de áreas e perímetros de figuras geométricas, perfeitamente regulares.

Por essa e outras razões, é de extrema importância que os alunos em sala de aula entendam o que eles estão estudando, para que serve e como eles podem usar essas ferramentas em suas vidas, de modo a tornar suas vidas mais cômodas com o uso desses conceitos.

Muitos conceitos básicos de Teoria de Grafos estão presentes na vida de cada um de nós, pois todos nós usamos serviços de transporte ou percorremos certos caminhos para cumprir nossos afazeres diários ou semanais. Todos temos que lidar vez ou outra com situações onde temos que organizar caminhos entre um ponto A e um ponto B. Muitas vezes nos deparamos com situações onde temos que encontrar uma melhor maneira de contar com algumas pessoas estando em alguns lugares. A aplicabilidade dessa ferramenta foi uma das razões pelas quais o autor

escolheu os conceitos de Teoria de Grafos como ferramentas de ensino em uma turma do Ensino Médio.

Uma pergunta constantemente presente durante o processo de pesquisa deste trabalho foi: como seria ensinar, para uma turma do Ensino Médio, um tópico não presente em seus currículos, mas que é uma poderosa ferramenta de otimização, usada por grandes empresas, e é contém conceitos fáceis de serem aprendidos e muitas vezes facilmente aplicáveis em problemas do cotidiano?

Levando em consideração que o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) procura, entre outras coisas, avaliar como o aluno resolve problemas reais, esta dissertação propõe o uso de coloração em Teoria de Grafos para resolver problemas reais do cotidiano.

Neste trabalho, ensinado um tópico extracurricular em uma turma do 2º ano do Ensino Médio. Além disso, este experimento procura descobrir se o ensino deste conteúdo, utilizando de uma forma diferenciada de ensino com uma abordagem com a qual será sempre mostrada a aplicabilidade dos conteúdos, tem um bom resultado ou não.

O objetivo geral deste trabalho é descrever uma experiência com problemas relacionados a coloração em Grafos com um grupo de alunos do 2º ano do Ensino Médio de uma escola particular na cidade de Volta Redonda, RJ, mostrando a aplicabilidade e importância do conteúdo a cada passo do processo.

Os objetivos específicos deste trabalho foram: avaliar como o grupo resolve certos problemas do cotidiano, que podem ser facilmente resolvidos usando ou não as ferramentas de Grafos, antes de as mesmas serem ensinadas, além da motivação inicial para estudar Matemática; realizar aulas teóricas sobre o assunto, mostrando suas aplicações e utilizando aplicações no cotidiano; avaliar o grupo, novamente, desta vez sobre os conhecimentos aprendidos durante as aulas oferecidas e a motivação para o estudo da Matemática após as atividades.

Este trabalho se divide em 3 capítulos, conforme descritos abaixo.

O capítulo 1 aborda a motivação no ensino da Matemática, como os alunos e professores encaram o ensino da mesma em sala de aula. Além dessa motivação,

o capítulo 1 também trata da aplicabilidade da Matemática no cotidiano e a sua importância na vida da sociedade moderna, assim como traz um conteúdo teórico básico e definições de Teoria de Grafos e coloração em Grafos. O capítulo 2 aborda a metodologia utilizada para a realização desta pesquisa, abordando os sujeitos da pesquisa, assim como uma descrição de cada um dos 8 encontros com os alunos durante o projeto. O capítulo 3 aborda os resultados coletados das aplicações das avaliações e testes motivacionais, além de comparar os resultados do pré-teste e do pós-teste.

1 REFERENCIAL TEÓRICO

1.1 Motivação no Ensino da Matemática

Jogos, brincadeiras e métodos diferenciados de ensino podem ser considerados atividades nas quais profissionais do ensino devem ter experiência. Atividades lúdicas são de grande influência para o autoconhecimento, relacionamentos, criatividade, aprendizagem, autonomia, assim como métodos diferenciados de ensino estimulam, junto à curiosidade, o prazer no ato de aprender. Com isso, os profissionais devem buscar conciliar o prazer das brincadeiras com o ato de aprendizagem escolar, assim como o uso de um método diferenciado de ensino, com referências à aplicabilidade de cada um desses conteúdos nos possíveis cotidianos dos alunos.

Segundo Oliveira:

Os educadores matemáticos deveriam procurar alternativas para aumentar a motivação na aprendizagem desenvolvendo a autoconfiança, a organização, a concentração, estimulando a socialização e aumentando as interações do indivíduo com outras pessoas. (Oliveira, 2007, p. 5)

Vale ressaltar que uma das coisas que mais atraem os alunos na aprendizagem é o próprio ato de jogar ou brincar, ou entender os usos e aplicabilidades do conteúdo sendo estudado, e o elemento mais importante é esse envolvimento. Capacitar um aluno para resolver problemas de raciocínio lógico e estimular essa independência é o real ensino da Matemática. Todo estímulo para essa aprendizagem deve ser procurado e aplicado por professores e educadores como alternativa.

A aplicação de tais atividades no ensino da Matemática tem como objetivo fazer com que os estudantes apreciem a disciplina, mudando o olhar monótono e trazendo entusiasmo pela matéria.

Oliveira escreve:

Ensinar Matemática é desenvolver o raciocínio lógico, estimular o pensamento independente, a criatividade e a capacidade de resolver problemas. “Nós, como educadores matemáticos, devemos procurar alternativas para aumentar a motivação para a aprendizagem, desenvolver a autoconfiança, a organização, a concentração, estimulando a socialização e aumentando as interações do indivíduo com outras pessoas. (Oliveira, 2007, p. 5)

Nas atividades, sejam elas lúdicas ou atividades que mostrem uma aplicabilidade real do conteúdo, os estudantes se desligam da rotina onde estavam acostumados e entram em um universo imaginativo e criativo da atividade, para um verdadeiro aprender. Com a maior aplicação e utilização desses conceitos, o ensino da Matemática tende a mudar perante os estudantes, e passar a ser uma disciplina mais prazerosa e interessante.

Para que se concretize toda lógica Matemática é indispensável que o educador traga diversas atividades, sendo assim, o estudante fará a assimilação entre ação e pensamento. Ao analisar suas ações, o estudante fortalece seus pensamentos e rompe com o sistema cognitivo que levou a formas inadequadas de determinados resultados. Uma má interpretação, ou entendimento sem sentido de uma situação leva a uma ótima oportunidade de o educador intervir, onde certo e errado darão espaço para organizar pensamentos.

1.2 Aplicabilidade de Conteúdos da Matemática no Cotidiano

Muitas das atividades diárias realizada pelas pessoas, por mais simples que sejam, vão envolver algum conhecimento da Matemática. Quando alguém inicia qualquer trabalho, sequer imagina que irá usar ensinamentos Matemáticos ou mesmo de qualquer outra disciplina de nossas escolas. Muitas das ações que realizamos em nosso dia-a-dia, podemos relacioná-las ao estudo da Matemática.

Como exemplo, vamos dizer que um indivíduo se dirija à sua padaria de preferência logo ao amanhecer. Durante a caminhada até o estabelecimento, já vai pensando em quantos pães irá comprar e quanto irá gastar. Chegando ao balcão, vai procurar saber o preço do quilo do pão, para calcular quanto irá pagar pela

compra. Quando ele lê na tabela que o preço é R\$ 13,00 e a quantidade de pães que ele pediu resultou em 400 g, nosso personagem irá mentalmente multiplicar R\$ 13,00 por 0,4 kg. Então, ele saberá que terá que pagar R\$ 5,20. Portanto, ele não correrá o risco de pagar a mais por algum erro de cobrança no caixa. Vejamos outros exemplos de uso da Matemática em nosso cotidiano. Sempre que vamos ao trabalho, à escola ou a qualquer outro lugar, precisamos calcular o tempo que gastaremos, para determinar a hora que devemos sair de casa, para chegar no horário pretendido. Ao utilizar o transporte público, pagando a passagem, automaticamente calculamos quanto receberemos de troco. Ao fazer compras em um supermercado com uma certa quantia de dinheiro disponível, o melhor a se fazer é ir somando os itens colocados no carrinho, para que o total dos gastos não ultrapasse o planejado e ocasione algum problema, como ter que retirar itens após serem registrados, na hora de pagar. Quando vamos a alguma loja, às vezes recebemos um desconto. Mais uma vez, temos que usar a Matemática para calcular o valor final a ser pago. Nossos orçamentos mensais, tais como contas de água, luz, telefone, compras e outros, devem ser controlados para que não tenhamos surpresas desagradáveis, com uma despesa maior do que o salário que recebemos. É muito comum pessoas estarem endividadas, por não calcularem corretamente seus gastos e seus ganhos.

A Matemática é tão usada no nosso dia-a-dia, que os celulares, até mesmo os mais antigos, possuem calculadora, para facilitar nossa vida financeira. Nos jornais, é comum vermos notícias envolvendo a Matemática, como gráficos, tabelas, taxas de juros e financiamentos, pesquisas, taxas de câmbio etc. Se prestarmos atenção em tudo que acontece ao nosso redor, veremos que a Matemática é apenas de uma matéria que devemos estudar para passar de ano. Trata-se de uma questão de grande importância em nossas vidas. Os melhores profissionais de qualquer área são muito bons em Matemática. Imagine um advogado, por exemplo, que não saiba calcular. Como ele irá calcular os valores, herança, partilha e outras causas? Como ele irá entender e defender algum caso se ele não entender as estatísticas envolvidas naquele tipo de caso? A Matemática está mais próxima dos alunos do que eles podem imaginar, e o professor tem que trazer a eles esta consciência, utilizando métodos simples e convincentes. É neste ponto que entram os conceitos básicos de Grafos.

1.3 Conceitos de Teoria de Grafos

Será feita agora uma breve introdução a conceitos básicos de Grafos. A teoria dos Grafos estuda as relações entre os elementos de um determinado conjunto. Para tal estudo, são denominados os elementos desse conjunto como vértices, e os pares não ordenados destes elementos são chamados arestas. Estas arestas podem ser representadas por segmentos de reta conectando esses vértices, dando uma representação para a estrutura chamada Grafo.

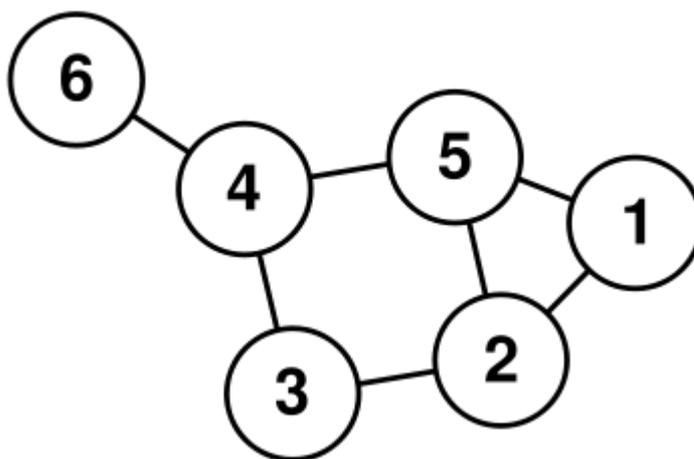


Figura 1 – Exemplo de Grafo

Fonte: Wikidot

Disponível em: <http://danielamaral.wikidot.com/introducao-a-teoria-dos-grafos>

O exemplo de Grafo, mostrado na figura 1, mostra um conjunto finito não vazio de elementos $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ que representa os vértices do Grafo; um conjunto, também finito não vazio, $B = \{(1,2), (1,5), (2,3), (2,5), (3,4), (4,5), (4,6)\}$ representa as arestas do Grafo.

Pela definição, o par ordenado $(1,2)$ representa uma aresta que une os vértices 1 e 2, e é a mesma aresta que une os vértices 2 e 1; assim, os pares ordenado $(1,2)$ e $(2,1)$ seriam o mesmo elemento do subconjunto, ou a mesma aresta do Grafo.

Algumas aplicações de Grafos podem ter arestas que possuem uma direção, indicada por uma seta na representação gráfica do Grafo; neste caso, temos um

Grafo orientado chamado digrafo. Em certas aplicações, também é possível ter arestas com um mesmo vértice de origem e destino; porém, esses tipos de Grafos não serão abordados deste trabalho.

A Teoria de Grafos contém conceitos amplamente utilizados na sociedade, nas mais diversas áreas, e cria ferramentas usadas para resolver inúmeros problemas do cotidiano, desde famílias organizando os horários de seus filhos e suas atividades extracurriculares, até grandes empresas que precisam de um alto nível de organização para otimizar suas agendas de reuniões e suas rotas de transporte e logística.

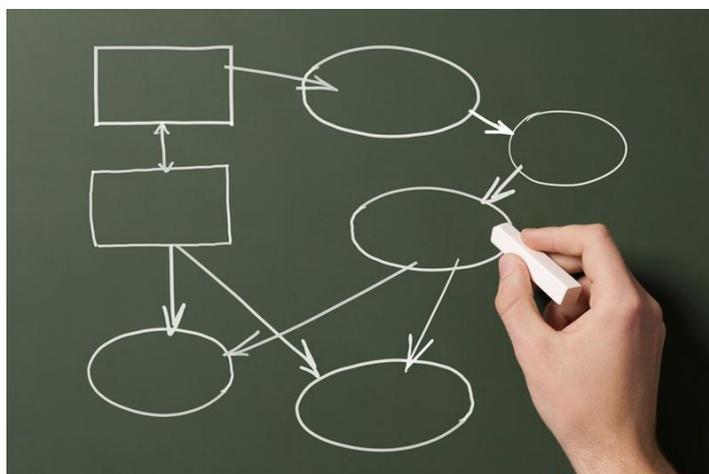


Figura 2 – Esquema que usa estrutura de Grafo

Fonte: Substantivo Plural

Disponível em: <http://www.substantivoplural.com.br/precisamos-falar-dos-algoritmos/>

A figura 2 mostra um esquema qualquer, sem qualquer definição ou função. Podemos ver que o esquema representando um algoritmo tem a mesma estrutura que um Grafo. Algoritmos são usados em diversas áreas, principalmente na computação, para otimizar vários processos.

Há também, um importantíssimo papel que os Grafos exercem na área de transporte e logística.

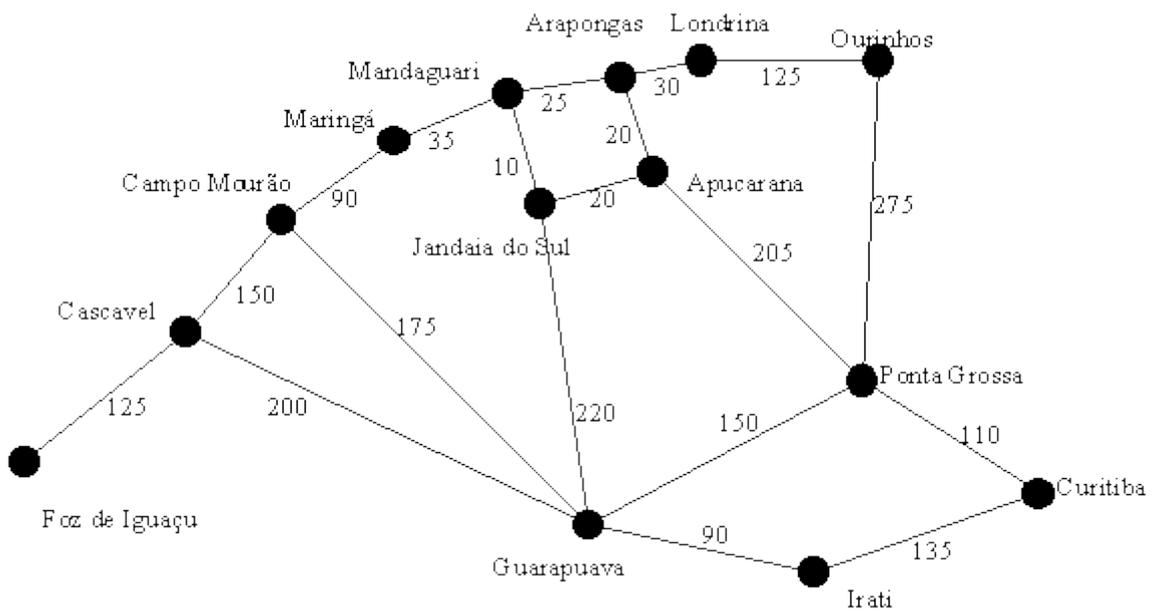


Figura 3 – Mapa de transporte que usa estrutura de Grafo

Fonte: Professeurs, École Polytechnique Montréal

Disponível em:

<http://www.professeurs.polymtl.ca/michel.gagnon/Disciplinas/Bac/IA/ResolProb/resproblema.html>

A figura 3 mostra um possível mapa rodoviário entre algumas cidades do estado do Paraná, onde cada vértice representa uma cidade, e as arestas do Grafo representam estradas que conectam essas cidades. Neste Grafo, ainda temos arestas com peso, isto é, a cada aresta está associado um certo valor. Este valor pode representar a distância entre as duas cidades; logo, empresas de transporte poderiam usar este Grafo para calcular um caminho mais curto entre duas cidades quaisquer, ou ainda, estes valores podem representar o custo de viagem entre estas cidades, que pode incluir ou não, gasolina, custo de pedágio, custo de refeição para motoristas na parada, entre outras variáveis, e a mesma empresa poderia usar este Grafo para calcular o caminho mais barato a ser percorrido entre duas cidades.

Muitas vezes, a mesma companhia poderia usar dos dois casos, citados acima, para fazer um cálculo mais conveniente. Um exemplo seria uma empresa de transporte de mercadorias ter que decidir entre um caminho mais curto, no caso em que seu cliente pagou por um serviço de entrega mais rápido, ou por um caminho de

menor custo, no caso de entrega para clientes que pagaram por um serviço de entrega padrão e a empresa não precisa se preocupar com o tempo de entrega.

A teoria dos Grafos trata de conceitos que também permitem aperfeiçoar uma agenda de reuniões de qualquer empresa, pequena ou grande, sem haver conflitos de horários agendando reuniões simultâneas com os mesmos membros presentes em ambas, ou tentando usar o menor tempo possível para essas reuniões.

1.4 Coloração em Grafos

A coloração em Grafos é a atribuição de valor, ou cor, a certos elementos de um Grafo, tendo que cumprir certas restrições.

Em coloração de regiões de um Grafo, a restrição constantemente presente quanto é que duas regiões que sejam adjacentes, ou seja, que compartilhem de pelo menos um segmento comum, não podem ser coloridas com a mesma cor.

Os primeiros momentos registrados sobre coloração em Grafos são registros de coloração de mapas. Francis Guthrie (22/01/1831 – 19/10/1899) foi um matemático e botânico sul-africano que trabalhava em Londres, e em 1852, enquanto tentava colorir um mapa dos condados da Inglaterra postulou a conjectura das quatro cores, notando que sempre seria possível utilizar apenas 4 cores para colorir qualquer mapa, de tal maneira que quaisquer regiões que compartilhassem uma fronteira fossem pintadas com cores diferentes.



Figura 4 – Mapa dos condados da Inglaterra coloridos com 4 cores

Fonte: 123RF

Disponível em: http://www.123rf.com/photo_28470372_stock-vector-a-large-detailed-and-colored-map-of-england-with-all-counties-and-main-cities.html

O teorema das quatro cores é usado na coloração de mapas até hoje, e está presente no currículo de Matemática do 7º ano do ensino fundamental, sem a menção à Teoria de Grafos.

Em coloração de vértices de um Grafo, a restrição dita que dois vértices conectados por uma aresta (ou seja, dois vértices adjacentes) não podem ser coloridos com a mesma cor. O número mínimo de cores necessárias para colorir os vértices de um Grafo obedecendo a restrição descrita acima é chamado número cromático do Grafo.

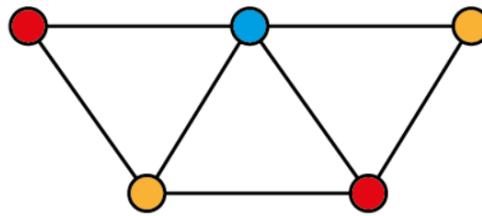


Figura 5 – Grafo com número cromático igual a 3

O conceito de coloração em vértices de um Grafo é extremamente útil em problemas de conflito de interesse do cotidiano de qualquer pessoa, como, por exemplo, o agendamento de reuniões de uma empresa. Ela pode ter diretores ou supervisores que precisem estar em mais de uma reunião e não poderão agendar essas reuniões no mesmo horário. Ao mesmo tempo, essa empresa tem um interesse em ter o menor número de reuniões possível a fim de minimizar custos para essas reuniões, e ao mesmo tempo em que minimiza o tempo perdido com esses empregados fora de seus postos de trabalho, por exemplo. Esse conceito também pode ser usado em uma escala menor, como por exemplo, o dono ou dona de uma loja de animais, que oferece serviços de banho e tosa, e precisa colocar diferentes animais juntos para esperar seus donos buscá-los, ao mesmo tempo em que certos animais não podem estar juntos. Logo, terá que otimizar o número de “casinhas” para alocar esses animais.

No problema das reuniões descrito acima, um Grafo pode ser construído usando os vértices para representar as reuniões planejadas, e se duas reuniões tiverem membros em comum, então conectamos esses dois vértices por uma aresta, representando um conflito de interesse, ou incompatibilidade dessas duas reuniões serem agendadas no mesmo horário. Assim como no segundo problema, os vértices seriam os animais, e uma aresta conectando esses dois vértices, uma incompatibilidade desses animais, sendo assim necessário colorir vértices adjacentes com cores diferentes. Em ambos os casos, o número cromático encontrado para cada Grafo representaria o número de horários necessários para agendar todas as reuniões e o número de casinhas necessárias para abrigar todos os animais, respectivamente, para cada problema.

2 METODOLOGIA

Neste capítulo, será explicada a metodologia para a realização da pesquisa. Será falado sobre os sujeitos da pesquisa, tipo de metodologia utilizado, aplicação das atividades e as avaliações realizadas antes e depois dessas atividades, assim como a metodologia utilizada para a avaliação da pesquisa.

2.1 Sujeitos da Pesquisa

A pesquisa realizada neste trabalho envolveu alunos do 2º ano do Ensino Médio, de uma escola da rede particular, localizada no município de Volta Redonda, no estado do Rio de Janeiro. Esta pesquisa contou com a participação de 51 alunos, entre meninos e meninas, que quiseram voluntariamente participar das aulas extracurriculares oferecidas para essa pesquisa. Todos esses alunos compreendem a faixa etária de 15 a 17 anos.

Foram escolhidos alunos do 2º ano do Ensino Médio devido ao conteúdo presentemente estudado durante o tempo da pesquisa nesta escola. Atualmente, estando trabalhando com **análise combinatória e probabilidade** no 2º ano do Ensino Médio, foi visto que a aplicação desta pesquisa ajudaria muito no desenvolvimento desses alunos e os auxiliaria tanto no conteúdo curricular quanto em problemas diários.

2.2 Metodologia da Pesquisa

A metodologia de pesquisa usada neste trabalho foi uma pesquisa bibliográfica e um estudo de caso. Foi realizado um procedimento de pesquisa experimental com um grupo de 51 alunos, em uma única turma, juntos. Foram realizados testes antes e depois de 4 aulas sobre o conteúdo pesquisado, e os resultados obtidos nestes testes foram comparados.

O método experimental será aplicado por uma atividade experimental dividida em 5 partes: pré-testes motivacional e de conteúdo antes de aplicação de aulas sobre o conteúdo, aulas sobre o tema, pré-testes motivacional e de conteúdo após as aulas e generalização de resultados. A experiência e os procedimentos metodológicos adotados em cada etapa desta pesquisa serão apresentados nas seções 2.3, 2.4 e 2.5 deste capítulo. Os resultados obtidos e generalização dos resultados serão comentados no capítulo 3 deste trabalho.

2.3 Aplicações dos Pré-testes

Nos dois primeiros encontros com os participantes da pesquisa, foram aplicadas duas avaliações. Essas avaliações incluíram um pré-teste motivacional denominado Escala de Motivação em Matemática e um pré-teste de conteúdo. O questionário Escala de Motivação em Matemática foi baseado no formulado por Gontijo (2007). Este questionário (Anexo A) possui 28 itens, e foi aplicado no primeiro encontro com os alunos, seguido de um bate papo sobre motivações para o estudo da Matemática com os alunos.

No segundo encontro com os alunos, foi aplicado um pré-teste de conteúdo. Este pré-teste consistiu numa avaliação diagnóstica com quatro questões, envolvendo duas questões com problemas de incompatibilidade e duas questões com problemas de coloração de regiões (Apêndice B). Este teste foi aplicado sendo disponibilizado para os alunos 1 hora para sua resolução.

2.3.1 Escala de Motivação em Matemática

A Escala de Motivação em Matemática é um questionário criado por Gontijo (2007). O questionário desenvolvido por Gontijo, composto por 28 afirmativas, divididas em 6 fatores mencionados a seguir, possui 5 possibilidades de respostas, sendo: (1) nunca; (2) raramente; (3) às vezes; (4) frequentemente; (5) sempre. Gontijo escreve:

A Escala de Motivação em Matemática é um instrumento composto por 28 itens, agrupados em 6 fatores, que visa investigar o nível de motivação dos alunos em Matemática. O Fator 1 foi denominado de 'Satisfação pela

Matemática' (8 itens) e representa os sentimentos que os estudantes têm em relação a esta área do conhecimento; o Fator 2, denominado Jogos e desafios (4 itens) representa as percepções dos alunos quanto ao seu apreço em particular de atividades lúdicas e desafiadoras relacionadas à Matemática; Fator 3 – Resolução de Problemas (5 itens), expressa os sentimentos dos alunos face à atividade de resolução de problemas; Fator 4 – Aplicações do Cotidiano (5 Itens) representa as percepções dos alunos quanto à aplicabilidade e a presença da Matemática em algumas situações do cotidiano; Fator 5 – Hábitos de Estudo (4 itens) refere-se à dedicação aos estudos e ao tempo despendido com as atividades escolares; Fator 6 : Interações na Aula de Matemática (2 itens), refere-se à participação nas aulas de Matemática e à forma como o aluno se relaciona com o professor desta disciplina. (GONTIJO, 2007, p.92-93)

O motivo da aplicação Escala de Motivação em Matemática foi para conseguir fazer uma análise quantitativa da motivação presente nos alunos com a Matemática. Essa análise foi feita com observação dos percentuais de respostas na escala em cada item da lista. Abaixo serão apresentadas as afirmações do questionário separadas por fatores:

1º) Satisfação pela Matemática:

Tabela 1 – Satisfação pela Matemática

	Fator 1 – Satisfação pela Matemática	Quantidade de respostas				
	Itens:	1	2	3	4	5
19	As aulas de Matemática estão entre as minhas aulas preferidas					
20	Quando me pedem para resolver problemas de Matemática, fico nervoso (a)					
23	Tenho muita dificuldade para entender Matemática					
24	Matemática é “chata”					
25	Aprender Matemática é um prazer					
26	Testo meus conhecimentos resolvendo exercícios e problemas					
27	Tenho menos problemas com Matemática do que com as outras disciplinas					
28	Consigo bons resultados em Matemática					

2º) Jogos e desafios

Tabela 2 – Jogos e desafios

	Fator 2 – Jogos e Desafios	Quantidade de respostas				
	Itens:	1	2	3	4	5
1	Participo de competições com meus amigos resolvendo problemas matemáticos ou de raciocínio					
7	Gosto de brincar de quebra-cabeça e jogos que envolvam raciocínio lógico					
12	Procuo relacionar a Matemática aos conteúdos das outras disciplinas					
14	Gosto de elaborar desafios envolvendo noções de Matemática para meus amigos e familiares					

3º) Resolução de problemas

Tabela 3 – Resolução de problemas

	Fator 3 – Resolução de problemas	Quantidade de respostas				
	Itens:	1	2	3	4	5
9	Gosto de resolver os exercícios rapidamente					
10	Tento resolver um mesmo problema matemático de maneiras diferentes					
11	Fico frustrado(a) quando não consigo resolver um problema de Matemática					
21	Diante de um problema, sinto muita curiosidade em saber sua resolução					
22	Quando minhas tentativas de resolver um problema fracassam, tento de novo					

4º) Aplicações no Cotidiano

Tabela 4 – Aplicações no cotidiano

Fator 4 – Aplicações no Cotidiano		Quantidade de respostas				
Itens:		1	2	3	4	5
2	Costumo explicar fenômenos da natureza utilizando conhecimentos matemáticos					
3	Calculo o tempo que vou gastar ao sair de casa para chegar ao destino que pretendo					
4	Faço desenhos usando formas geométricas					
5	Percebo a presença da Matemática nas atividades que desenvolvo fora da escola					
6	Faço “continhas de cabeça” para calcular valores quando estou fazendo compras ou participando de jogos					

5º) Hábitos nos estudos

Tabela 5 – Hábitos de estudo

Fator 5 – Hábitos de Estudo		Quantidade de respostas				
Itens:		1	2	3	4	5
13	Estudo Matemática todos os dias durante a semana					
15	Realizo as tarefas de casa que o professor de Matemática passa					
17	Estudo as matérias de Matemática antes que o professor as ensine na sala de aula					
18	Além do meu caderno, eu costumo estudar Matemática em outros livros para fazer provas e testes					

6°) Interação na sala de aula

Tabela 6 – Interação na sala de aula

	Fator 6 – Interação na sala de aula	Quantidade de respostas				
	Itens:	1	2	3	4	5
8	Faço perguntas nas aulas de Matemática quando eu tenho duvidas.					
16	Relaciono-me bem com meu professor de Matemática.					

2.3.2 Pré-Teste de Conteúdo

No segundo encontro com os alunos, foi aplicado um pré-teste de conteúdo, envolvendo questões que poderiam ser resolvidas com ou sem o uso de Grafos, sem ter mencionado que esse seria o conteúdo das aulas que viriam depois. O pré-teste foi elaborado com 2 questões que envolvem problemas de incompatibilidade, e 2 questões que envolvem problemas de coloração em regiões.

A seguir, serão apresentadas as questões do pré-teste junto com seus respectivos gabaritos.

O método usado para correção dessas questões foi apenas certo ou errado, pois o objetivo deste teste é descobrir se o aluno consegue resolver o problema ou não, e se consegue, como ele resolve a questão sem usar conceitos de coloração em Grafo.

QUESTÃO 1 Em um pet shop, uma vendedora precisa expor 7 peixes exóticos em alguns aquários para venda. Alguns desses peixes não podem ficar com certos peixes, por risco de briga. A tabela abaixo mostra quais peixes não podem ficar juntos, denotados por x . Qual é o número mínimo de aquários necessários para expor todos esses peixes?

Peixe	A	B	C	D	E	F	G
A	-	x	x	x	x	x	x
B	x	-				x	x
C	x		-			x	
D	x			-		x	x
E	x				-		
F	x	x	x	x		-	
G	x	x		x			-

Figura 6 – Tabela de compatibilidade dos peixes

Essa questão mostra um problema típico de incompatibilidade. Há uma tabela que mostra quais peixes não podem ficar com quais peixes, e o objetivo é determinar o número mínimo de aquários necessários para exibir todos os peixes, sem haver algum problema entre os peixes, minimizando assim o espaço ocupado por aquários, e os eventuais custos de manutenção para esses peixes.

Esse problema pode ser resolvido por meio de coloração em Grafos. O Grafo da figura 7 mostra os peixes sendo cada vértice, e cada segmento representando uma incompatibilidade desses peixes, sendo cada vértice pintado de uma cor representando aquários diferentes.

A resposta desse problema é 3 aquários.

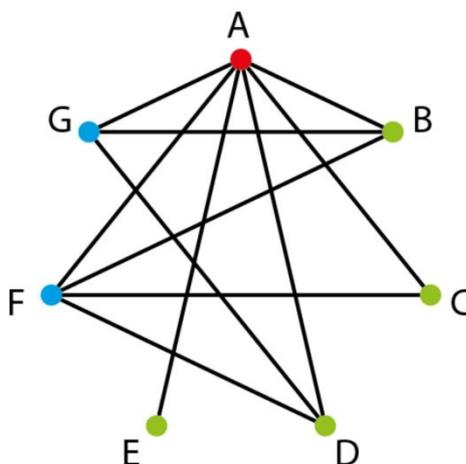


Figura 7 – Grafo de compatibilidade dos peixes

QUESTÃO 2 Um químico deseja embarcar os produtos A, B, C, D, E, F, G usando o menor número de containers. Alguns produtos não podem ser colocados num mesmo container porque reagem entre si. Quaisquer dos dois produtos entre A, B, C, G reagem, A reage com F e D, e E também reage com F e D. Qual é o menor número de containers necessários para embarcar os produtos com segurança?

Essa outra questão mostra outro problema de incompatibilidade, desta vez um problema de logística. Há uma incompatibilidade entre certos químicos que reagem entre si, logo não podem ser transportados juntos.

Esse segundo exercício também pode ser resolvido por meio de coloração em Grafo. O Grafo da figura 8 mostra os químicos como vértices, e cada segmento entre esses vértices representam uma incompatibilidade entre essas substâncias. Cada cor dos vértices representa um container que pode levar os químicos representados por tal cor.

A resposta desse problema é 4 containers.

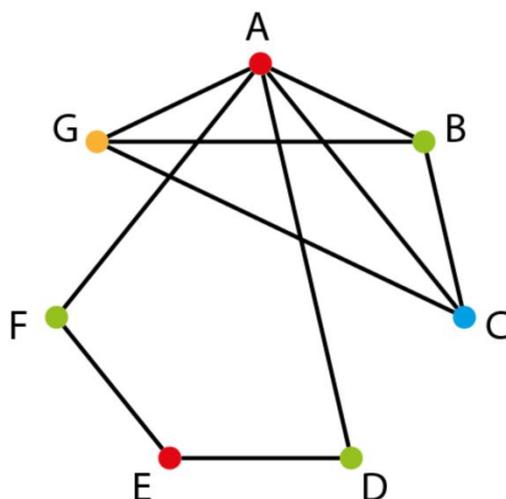


Figura 8 – Grafo de compatibilidade dos químicos

QUESTÃO 3 Quantas cores seriam necessárias para pintar o mapa da América do Sul? Considere que você não pode pintar duas regiões vizinhas com a mesma cor (duas regiões vizinhas têm que ter pelo menos um segmento em comum), e a área externa conta como uma região vizinha a qualquer região com contorno externo.



Figura 9 – Mapa da América do Sul a ser colorido

Fonte: Mapas para Colorir

Disponível em: <http://www.mapasparacolorir.com.br/mapa-continente.php>

A questão 3 envolve coloração em regiões. O aluno deve usar o menor número de cores possível para pintar o mapa, de tal maneira que não pinte duas regiões adjacentes com a mesma cor.

Esse exercício pode ser resolvido pintando cada região usando cores diferentes para regiões adjacentes, como mostrado na figura 10.

A resposta desse problema é 4 cores.



Figura 10 – Mapa da América do Sul colorido utilizando 4 cores

QUESTÃO 4 Quantas cores são necessárias para pintar a região abaixo, de modo que regiões adjacentes tenham cores diferentes?

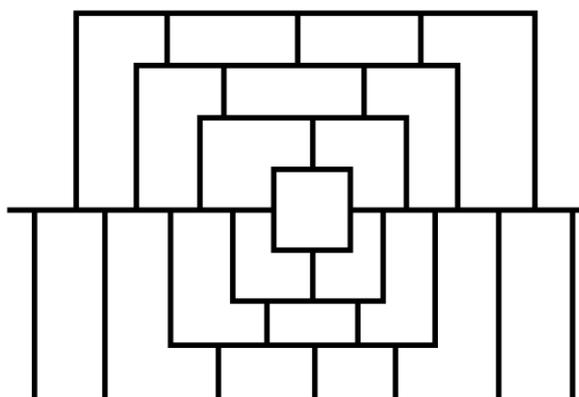


Figura 11 – Região a ser colorida

A última questão envolve mais uma vez coloração em regiões. O aluno deve descobrir quantas cores, no mínimo, são necessárias para pintar a região, não usando cores iguais para regiões adjacentes.

A resposta desse problema, como mostrado na figura 12, é 4 cores.

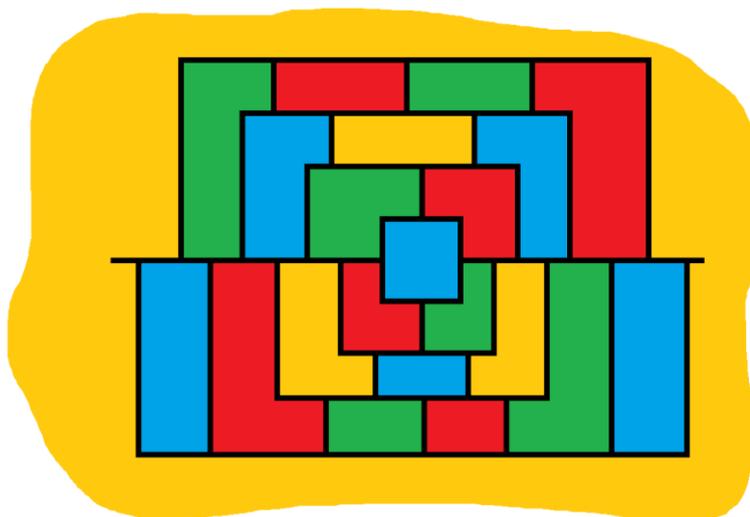


Figura 12 – Região colorida com 4 cores

2.4 Aplicações das Atividades

A aplicação das atividades se deu em 4 aulas diferentes, com periodicidade semanal, cada semana com uma aula de 1 hora. Essas 4 aulas envolveram atividades que incluíram conteúdo teórico e prático sobre Grafos e suas aplicabilidades, incluindo resolução de problemas usando os conceitos aprendidos em cada aula.

2.4.1 Aula 1 – 3º Encontro

Na primeira aula com os alunos, deu-se início ao tópico de Grafos.

A aula começou com uma pergunta, que não foi uma surpresa, que é feita em todas as aulas após um teste: “Quais eram as respostas do teste?” Com essa pergunta, começou-se uma discussão sobre as diferentes possibilidades de respostas, e logo toda a turma foi envolvida nesse debate, já que estavam todos

curiosos para saber as soluções dos problemas. Na primeira aula, o tópico principal foi coloração em regiões.

Atualmente, no currículo desta instituição, há na grade do 7º ano do ensino fundamental o tópico Teorema das 4 Cores. Porém, sem falar deste teorema, iniciou-se uma atividade no quadro utilizando diferentes regiões e suas colorações, a fim de descobrir em cada caso quantas cores seriam necessárias para colorir a proposta região sem usar mesmas cores em áreas adjacentes.

Em cada figura escolhida, os alunos viram que não eram necessárias muitas cores diferentes, e com esse fato, eles tentaram por várias vezes mudar a figura com o propósito de tentar forçar o uso de mais cores, sem sucesso. Após várias tentativas e vários desenhos diferentes, foi mencionado o Teorema das 4 Cores e como eles já haviam aprendido esse teorema no 7º ano do ensino fundamental. Nenhum aluno se lembrou do teorema, mas isso não foi uma surpresa; é um tópico brevemente mencionado no livro de geometria do 7º ano, e como esses alunos estão cursando o 2º do Ensino Médio, o único momento que eles estudaram esse tópico foi há aproximadamente 4 anos.

Apesar de não ter sido uma surpresa os alunos não terem se lembrado do teorema, foi surpreendente como eles ficaram admirados com o fato que sempre seriam necessárias no máximo 4 cores diferentes para colorir cada figura. Alguns alunos ficaram atônitos, outros boquiabertos e uma grande parte dos estudantes ficaram simplesmente incrédulos, e a partir desse momento, iniciou-se o que parecia uma guerra determinada para poder “quebrar” esse teorema.

Começou-se uma atividade usando uma figura apenas para tentar forçar o uso de uma quinta cor. Com essa figura, mostrada na figura 13, determinou-se o uso de 4 cores. Inicialmente, esqueceram da região infinita.

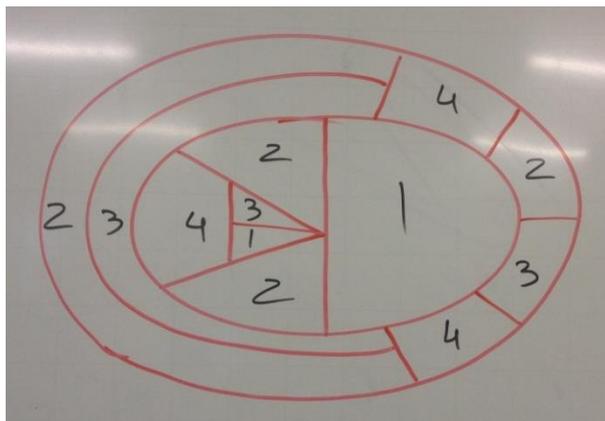


Figura 13 – Região colorida utilizando 4 cores diferentes

Partindo dessa figura, alguns alunos se propuseram a modificá-la para forçar o uso de uma próxima cor diferente, repartindo a região grande central à direita marcada com a cor 1 em várias partes, como mostra a figura 14.

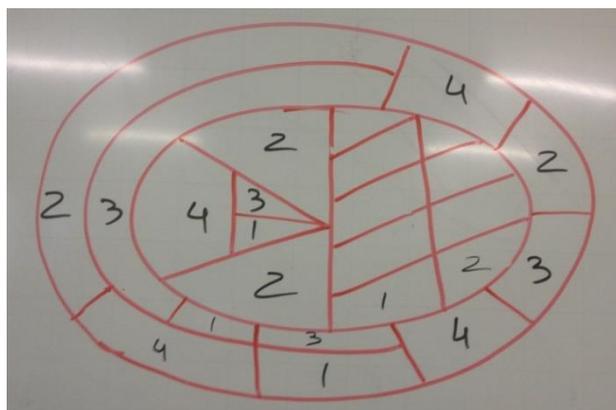


Figura 14 – Região com uma área repartida formando novas regiões

Percebeu-se, quando iniciado o processo de colocar cores nessas novas regiões, que nessa nova repartição, onde se demarca um pequeno pedaço com a cor 2, que se essa região fosse adjacente também à região que utiliza a cor 2 logo acima de sua direita, seria necessário o uso de uma quinta cor, porém, ao fazer um pequeno ajuste, como mostrado na figura 15, vê-se que ainda é possível usar 4 cores para colorir a área.

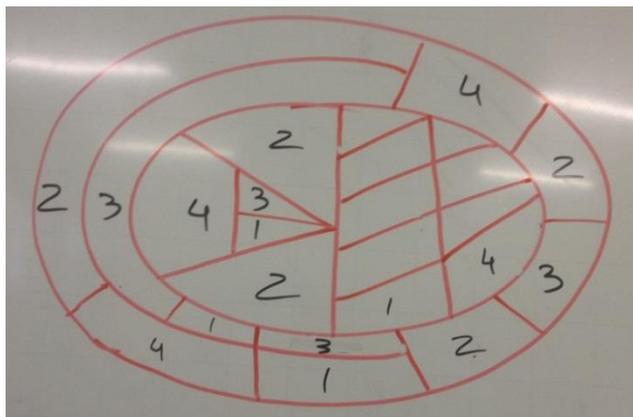


Figura 15 – Região com uma área readaptada para continuar utilizando apenas 4 cores

Outros alunos nesse momento decidiram voltar à figura original sem as repartições previamente feitas e tentar modificar outras partes do desenho.

Observando que essa metade à direita da elipse interna já era adjacente a regiões demarcadas com as cores 2, 3 e 4, fizeram uma modificação, unindo essa parte da elipse com uma seção logo abaixo marcada com a cor número 3, como mostra a figura 16.

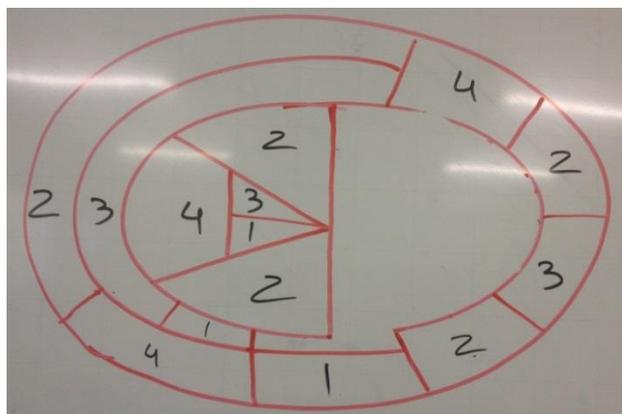


Figura 16 – Região com mais áreas readaptadas na tentativa de forçar o uso de uma 5ª cor

Após essa adaptação, após muitos “E agora?”, foi feita mais uma pequena alteração nas cores usadas ao redor dessa nova seção, e mais uma vez foi possível o uso de apenas 4 cores, como mostra a figura 17, como prevê o teorema.

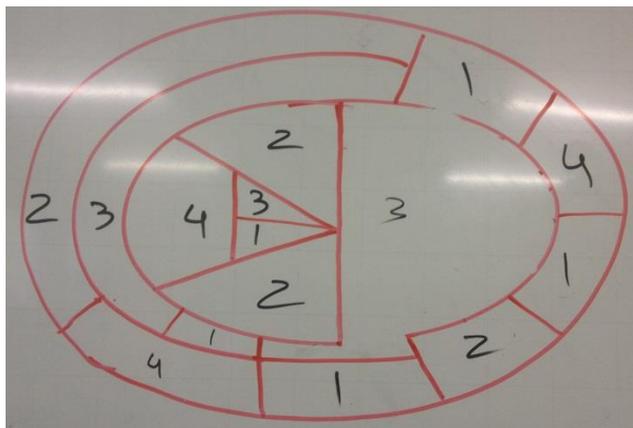


Figura 17 – Região com cores reorganizadas, ainda utilizando 4 cores

A aula continuou até seu final com os alunos trabalhando em cima dessa figura, sempre criando novos setores a fim de forçar o uso da quinta cor, como mostra as figuras 18 e 19, mas sempre sem sucesso. Na 19 já atentaram para o uso da região infinita.

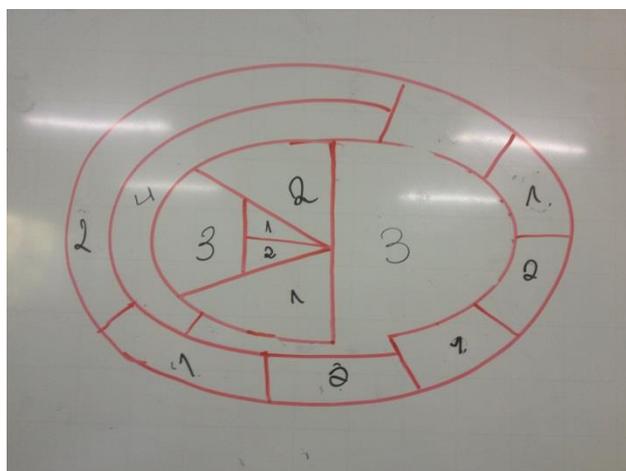


Figura 18 – Região com áreas modificadas

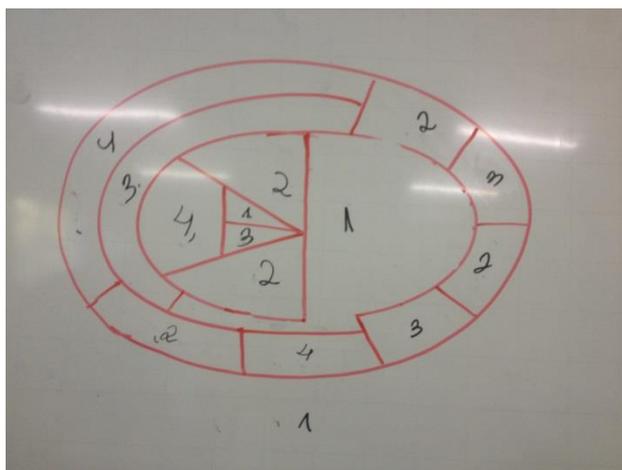


Figura 19 – Região com cores reorganizadas

Após muitas tentativas de criar uma adaptação da mesma figura, sem sucesso, os alunos tentaram criar seus próprios desenhos, como mostram as figuras 20 e 21, alguns desses alunos no quadro ainda em sala, e foi interessante como alguns também foram embora ainda com a curiosidade, tentando criar novas figuras em casa, porém, todos viram depois de suas tentativas que sempre seria possível usar no máximo 4 cores.

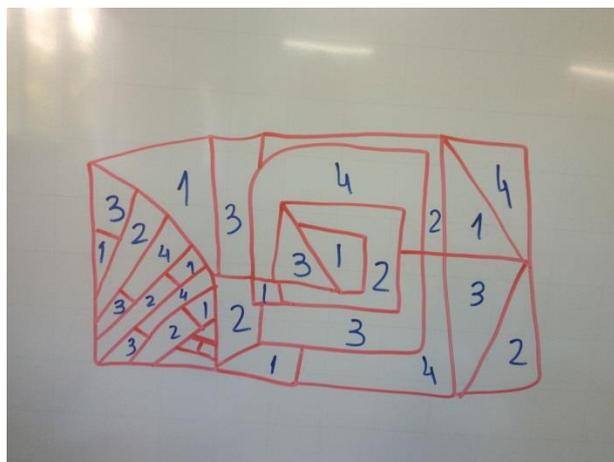


Figura 20 – Região criada por um aluno em sala de aula

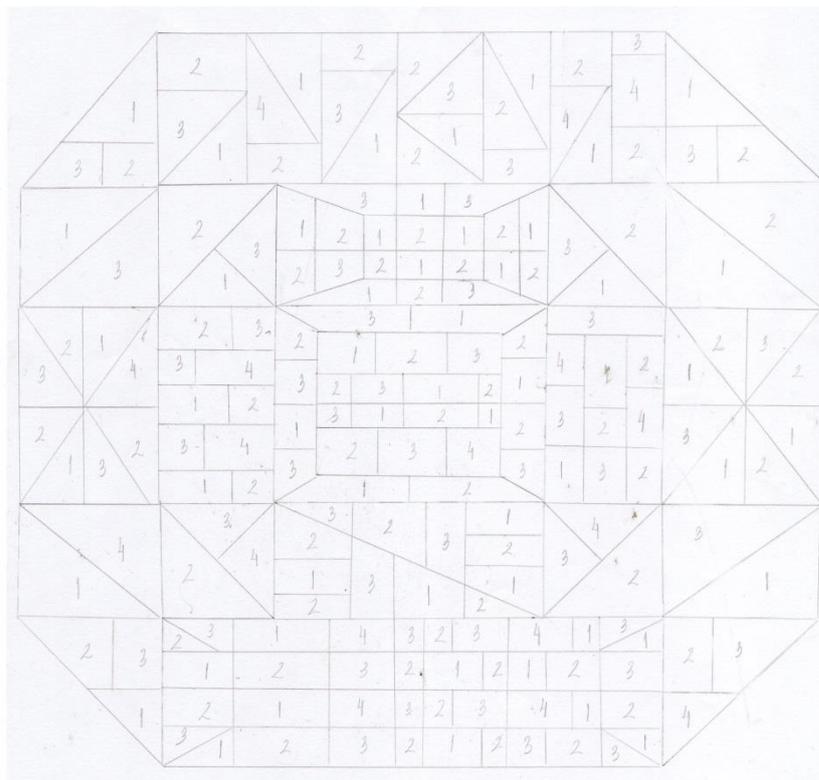


Figura 21 – Região criada por um aluno em casa

2.4.2 Aula 2 – 4º Encontro

A segunda aula teve como foco as utilizações de Grafos no mundo moderno.

Os alunos nunca tinham ouvido falar a palavra Grafo, e muitos questionaram se havia alguma relação a gráfico, e após dizer que não, começou-se uma explicação sobre o que é um Grafo, e onde há aplicações e uso de Grafos no cotidiano.

A grande pergunta a ser respondida era o que é, e qual é a função de um Grafo. Após explicar o que é, e como é a estrutura de um Grafo, deu-se início a uma discussão do uso de Grafos no mundo moderno.

Conversou-se sobre aplicações de Grafos em produtos atuais como placas de circuitos encontradas em computadores e equipamentos eletrônicos, como mostra a figura 22, e como a estrutura desses componentes eletrônicos são Grafos, onde cada terminal da placa é um vértice e cada ligação desses terminais é um segmento de um Grafo.

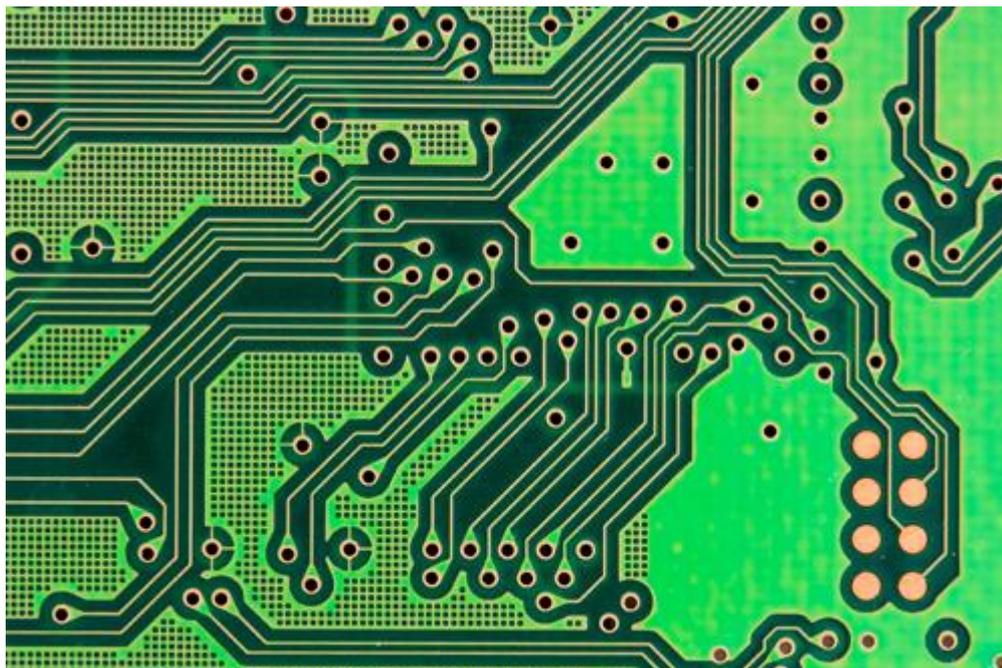


Figura 22 – Placa de equipamento eletrônico com terminais e ligações

Fonte: Phoenix Dynamics

Disponível em: <http://www.phoenixdynamics.ca/history-of-bare-board-printed-circuit-board/>

Foi colocado também em questão o problema enfrentado na produção de tais componentes, pois como as conexões entre os terminais não podem se cruzar, há sempre a necessidade de buscar uma construção de Grafos planares para essas estruturas, e quando isso não é possível, é necessário a produção de uma nova camada para que possam continuar essas conexões, gerando um aumento de custo e volume do produto, o que não é viável no mundo atual.

Também foi dada como exemplo a situação mais natural do uso de Grafos no cotidiano, que é a representação de mapas de estradas, como mostra a figura 23, e como companhias de transporte e logística usam de tal conceito para aprimorar suas rotas usadas para transporte, em situações quando necessitem diminuir custos na logística ou diminuir tempo utilizando uma rota mais curta.

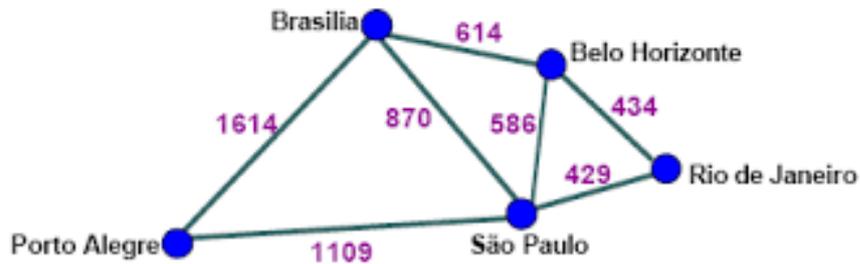


Figura 23 – Grafo com custos entre cidades em suas rotas

Fonte: PUCRS

Disponível em:

http://www.pucrs.br/famat/viali/graduacao/producao/po_2/literatura/grafos/monografias/tcc1.pdf

2.4.3 Aula 3 – 5º Encontro

A terceira aula começou com uma conversa sobre coloração nas regiões de um Grafo, e como essas regiões são similares às áreas debatida se trabalhadas na primeira aula.

Após esse primeiro bate-papo sobre coloração de regiões em um Grafo, começou um debate sobre coloração de vértices em um Grafo, e como essa coloração é um pouco similar à coloração nas regiões do Grafo.

Foi explicado que na coloração de vértices de um Grafo, vértices que são adjacentes, neste caso, vértices conectados por um segmento, não podem ter a mesma cor, assim como regiões adjacentes não podem, e essa conversa trouxe alguns exemplos de coloração em vértices de um Grafo, como mostra a figura 24, assim como algumas conclusões pelos alunos, levados por alguns questionamentos.

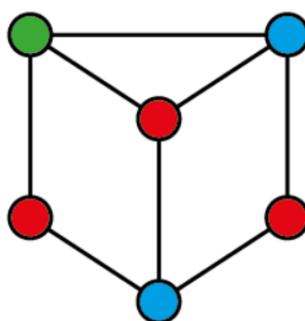


Figura 24 – Grafo com seus vértices coloridos

Quando questionados sobre o número mínimo e máximo de cores a serem usadas nas regiões de um Grafo, os alunos responderam que seriam sempre duas cores, salvo casos onde nenhuma região fosse adjacente a outra e não houvesse a necessidade de colorir a parte externa da região em questão, como mostra a figura 25, desenhada por um aluno, mas com exceção deste caso, seriam sempre necessárias ao mínimo duas cores, e como discutido na primeira aula, o número máximo de cores necessárias seriam quatro (foram tratados somente grafos planares, ou seja, sem cruzamento de arestas).

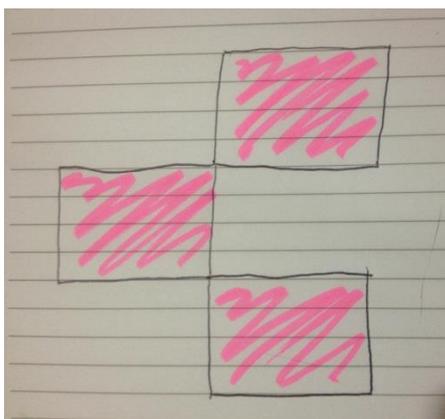


Figura 25 – Regiões coloridas usando apenas uma cor

Logo, foram questionados sobre o número mínimo e máximo de cores necessárias para colorir os vértices de um Grafo, sempre obedecendo à regra de

não colorir vértices conectados por um segmento com as mesmas cores. Alguns alunos responderam uma cor, mas outros logo rebateram essa resposta dizendo que seriam duas cores, como mostra a figura 26, pois se fosse utilizada somente uma cor, não haveriam vértices conectados e, portanto, não se trataria de um Grafo.

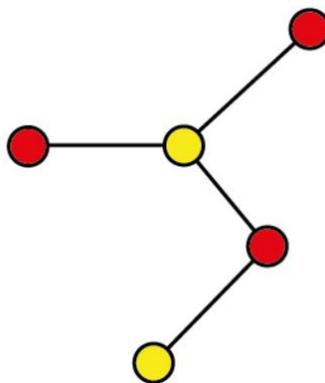


Figura 26 – Grafo com vértices coloridos usando duas cores diferentes

Para responder à questão do número máximo de cores a serem utilizadas na coloração desses vértices, em meio a muitas respostas diferentes e muitos “depende”, os alunos chegaram rapidamente à conclusão que esse número seria igual ao número de vértices presentes no Grafo, quando todos os vértices estivessem conectados a todos os outros vértices, concluindo que um Grafo com n vértices necessitará de 2 a n cores para ser colorido.

Essa terceira aula continuou com a coloração dos vértices de alguns Grafos, usados como exemplo, propostos no quadro como mostram as figuras 27 e 28, e coloridos pelos alunos em seus cadernos.

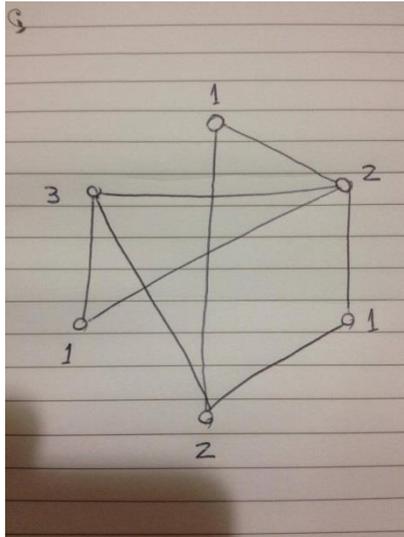


Figura 27 – Grafo com seus vértices coloridos utilizando 3 cores (representadas por números)

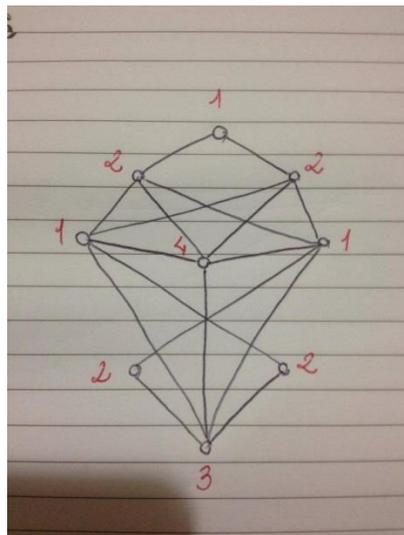


Figura 28 – Grafo com seus vértices coloridos utilizando 4 cores (representadas por números)

2.4.4 Aula 4 – 6º encontro

A última aula se iniciou com uma pergunta, geralmente feita pelos alunos, questionando-os se havia alguma opinião ou alguma ideia sobre a aplicação de todos esses conceitos sobre coloração conversados nessas aulas.

Os alunos estavam muito curiosos, pois queriam saber se Grafos seria mais uma matéria que não lhes serviria para nada, como costumam pensar da maioria

das matérias aprendidas diariamente, ou algo que lhes poderia servir para seus cotidianos presente ou futuro.

Foi conversado, primeiro, sobre o termo incompatibilidade, sua definição e como vemos a aplicação desse termo na Matemática.

Muitos alunos lembraram rapidamente de problemas que viram no início do ano na matéria de Análise Combinatória que citam incompatibilidade de elementos em uma fila, por exemplo, e alguns alunos se lembraram dos exercícios do pré-teste de conteúdo, que fala da incompatibilidade dos peixes de estarem no mesmo aquário e dos químicos de estarem no mesmo container.

Com esses contextos em mente, foi explicado como essa incompatibilidade pode ser expressa por um segmento entre dois vértices, sendo cada vértice um peixe ou um químico. Como esses elementos são incompatíveis, eles são coloridos usando cores diferentes, mostrando cada aquário ou cada container representado por uma cor.

Foi trabalhado nesta aula exatamente os dois primeiros problemas do pré-teste, resolvendo ambos usando o conceito de Grafo, desenhando cada Grafo para cada problema, explicando cada vértice sendo os peixes ou os químicos e cada segmento entre os vértices sendo a incompatibilidade entre esses peixes ou os químicos, e depois disso colorindo os vértices do Grafo para determinar o número de aquários ou containers necessários em cada situação, como mostram as figuras 29 e 30 da resolução dos problemas desse teste.

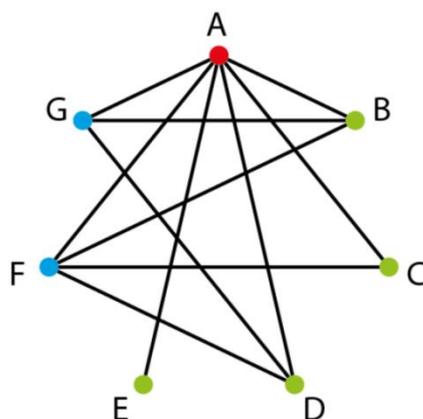


Figura 29 – Grafo representando a incompatibilidade dos peixes do problema 1 do teste

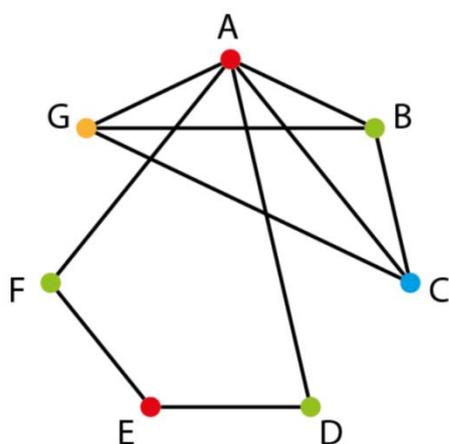


Figura 30 – Grafo representando a incompatibilidade dos químicos do problema 2 do teste

A quarta aula seguiu com algumas perguntas sendo respondidas sobre a resolução dos problemas do teste e algumas dúvidas em geral sobre o uso de Grafos nos problemas de incompatibilidade, com alguns alunos tentando criar seus próprios problemas ou modificando o problema discutido, de modo a criar algumas situações do tipo “...e se esse peixe não pudesse ficar com aquele?”.

2.5 Aplicações das Avaliações Após as Atividades

2.5.1 Pós-Teste de Conteúdo

No sétimo encontro, os alunos realizaram um novo teste, desta vez, um teste de conteúdo contendo quatro questões também, parecidas com as questões do pré-teste de conteúdo; neste momento os alunos já conhecem o conceito de Grafos e coloração em Grafos, que podem ser usados para resolver estes problemas.

Neste pós-teste de conteúdo, diferente do pré-teste, o professor não quer ver apenas se a resposta do problema está certa.

Na correção do pré-teste de conteúdo, discutida na seção 3.4, o professor estava interessado apenas se os alunos conseguiam encontrar a resposta do problema e como. Porém, no pós-teste, o professor quer saber se o aluno conseguiu

aplicar o conceito de coloração em Grafo para resolver o problema, e considerou questões certas aquelas em que o aluno usou o conceito de coloração em Grafo e encontrou a resposta certa ou usou algum outro método que também resolvesse o problema de maneira correta; questões meio-certas se o aluno conseguiu desenvolver um Grafo para a situação descrita corretamente, mas errou na coloração dos seus vértices encontrando uma resposta errada, nas questões 1 e 2 do pós-teste.

As questões 3 e 4 tratam de coloração em regiões, e o professor quer saber se os alunos conseguem colorir a região usando o menor número de cores possível e qual é o número de cores necessárias para a coloração. Serão consideradas certas somente aquelas em que o aluno usou o número certo de cores e coloriu essas regiões corretamente.

O professor procurou elaborar questões para o pós-teste de conteúdo que tivessem um nível de dificuldade semelhante que o pré-teste de conteúdo, com o objetivo de ser possível fazer uma comparação no aproveitamento de cada aluno pesquisado no pré e pós-teste.

A seguir, serão apresentadas as questões do pós-teste de conteúdo realizado pelos alunos e as respostas comentadas de cada questão.

QUESTÃO 1 Em um canil de reabilitação de cães abandonados, a equipe acabou de receber 6 novos cachorros encontrados, e precisa colocá-los em diferentes casinhas para passar a primeira noite. Constatou-se que alguns desses cães ficam extremamente agressivos na presença de alguns do mesmo grupo, logo, terão que alocá-los em casinhas diferentes. O cachorro A não pode ficar com os cachorros C, D ou E. Os cachorros B e F não podem ficar juntos. O cachorro E não pode ficar com os cachorros D nem F. Quantas casinhas serão necessárias para acomodar os 6 cachorros?

Essa primeira questão procura analisar se os alunos aprenderam e entenderam bem o conceito de Grafo e como relacionar o uso dos Grafos em situações onde há incompatibilidade de elementos.

Nesta questão, cada cachorro representa um vértice do Grafo, como mostra a figura 31, e cada segmento unindo certos vértices (cachorros), representa uma incompatibilidade entre os cachorros de estarem juntos na mesma casinha, portanto cada cor dos vértices representa uma casinha, podendo estar juntos os cachorros cujos vértices foram pintados com a mesma cor.

A resposta desse problema é 3 casinhas.

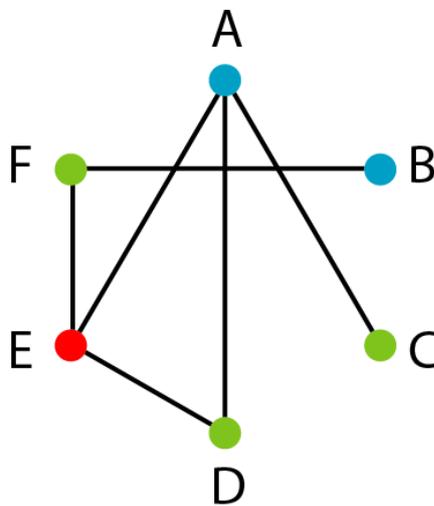


Figura 31 – Grafo de compatibilidade dos cachorros

QUESTÃO 2 Em um certo curso em uma universidade, há 7 disciplinas a serem escolhidas pelos alunos desse curso. A Tabela abaixo mostra, com um x, se duas matérias têm pelo menos 1 aluno matriculado em ambas matérias. Determine qual é o número mínimo de horários que a universidade terá que organizar essas disciplinas de modo que um aluno não tenha duas de suas aulas no mesmo horário.

Disciplina	A	B	C	D	E	F	G
A	-	x	x	x			x
B	x	-	x	x	x		x
C	x	x	-	x		x	x
D	x	x	x	-	x	x	
E		x		x	-	x	x
F			x	x	x	-	x
G	x	x	x		x	x	-

Figura 32 – Tabela de compatibilidade de horários

A segunda questão tem o mesmo objetivo que a questão 1, de analisar se o aluno consegue relacionar os vértices e segmentos de um Grafo com as disciplinas e incompatibilidade das mesmas de serem nos mesmos horários, respectivamente.

Neste problema, cada cor representa um possível horário, e cada vértice (disciplina) colorido com a mesma cor, representa disciplinas que podem ser agendadas no mesmo horário, como mostra a figura 33.

A resposta desse problema é 4 horários.

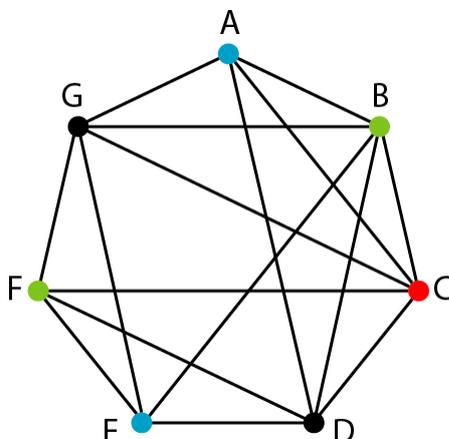


Figura 33 – Grafo de compatibilidade de horário

QUESTÃO 3 Quantas cores seriam necessárias para pintar o mapa do Brasil? Considere que você não pode pintar duas regiões vizinhas com a mesma cor (duas regiões vizinhas têm que ter pelo menos um segmento em comum), e a área externa conta como uma região vizinha a qualquer região com o contorno externo. Colora a região usando as cores como indicado no exercício.



Figura 34 – Mapa do Brasil a ser colorido

Fonte: Mapas para Colorir

Disponível em: <http://www.mapasparacolorir.com.br/mapa-brasil.php>

Essa questão tem o objetivo de descobrir se o aluno entendeu e consegue aplicar o teorema das quatro cores. Como nas questões do pré-teste de conteúdo, o aluno deve colorir a região usando o mínimo de cores possível.

A resposta desse problema é 4 cores.



Figura 35 – Mapa do Brasil colorido utilizando 4 cores

QUESTÃO 4 Quantas cores são necessárias para pintar a região abaixo, de modo que regiões adjacentes tenham cores diferentes? (obs.: a região externa é uma região a ser pintada). Colora a região usando as cores como indicado no exercício.

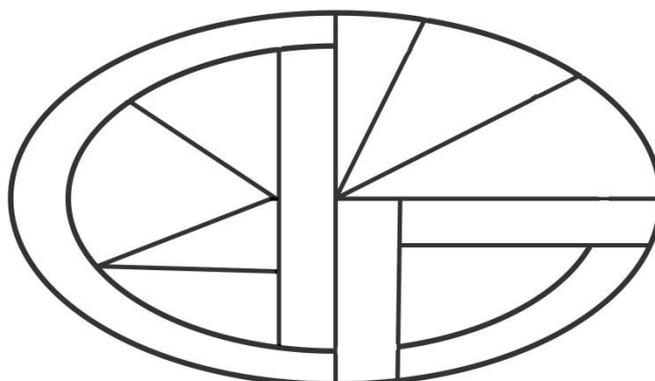


Figura 36 – Região a ser colorida

A quarta questão, assim como a terceira, tem o objetivo de averiguar se os alunos entenderam e conseguem utilizar um número mínimo de cores colorindo certas regiões, e reconhecendo suas regiões adjacentes a modo de não colorir as mesmas usando cores iguais.

A resposta desse problema é 4 cores.

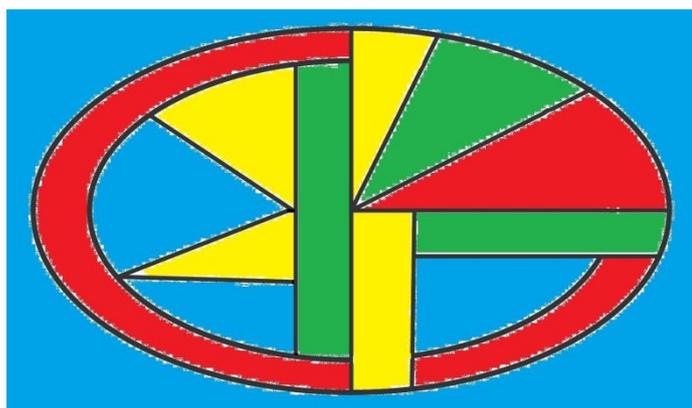


Figura 37 – Região colorida com 4 cores

2.5.2 Escala de Motivação Pós-Atividades

No oitavo e último encontro, os alunos foram convidados a responder um questionário de motivação pós-atividades.

Esse questionário é composto por 17 afirmações que os alunos avaliaram sobre as atividades propostas e como foram suas reações a essas atividades, assim como uma parte reservada para comentários sobre essas atividades.

O questionário foi elaborado com base no questionário Escala em Motivação em Matemática de Gontijo (2007) aplicado no primeiro encontro, e segue os mesmos seis fatores apresentados no questionário de Gontijo (2007).

Similar ao questionário aplicado no primeiro encontro, o questionário pós-atividades foi dividido em fatores, como mostram as tabelas abaixo, e cada sentença foi avaliada pelos alunos, com respostas possíveis sendo nunca (1), raramente (2), às vezes (3), frequentemente (4) ou sempre (5).

O objetivo da aplicação desse questionário pós-atividades é verificar se a aplicação das atividades propostas nessa dissertação representou ou não um motivador no aprendizado da Matemática pelos alunos pesquisados.

A seguir serão apresentados os itens do questionário separados por fatores:

1º) Satisfação pela Matemática

Tabela 7 – Satisfação pela Matemática

	Fator 1 – Satisfação pela Matemática	Quantidade de respostas				
		1	2	3	4	5
01	Tive dificuldades em entender as atividades propostas					
02	Tive dificuldades em aplicar o conteúdo ensinado nas atividades propostas					
03	As atividades propostas foram interessantes					
13	Consegui perceber a presença da Matemática nos problemas de incompatibilidade					

2º) Jogos e Desafios

Tabela 8 – Jogos e desafios

	Fator 2 – Jogos e Desafios	Quantidade de respostas				
	Itens:	1	2	3	4	5
08	Senti-me desafiado em realizar as atividades propostas					
12	Quando minhas tentativas de resolver exercícios propostos fracassaram, tentei novamente					

3º) Resolução de problemas

Tabela 9 – Resolução de problemas

	Fator 3 – Resolução de problemas	Quantidade de respostas				
	Itens:	1	2	3	4	5
07	Conseguir bons resultados nas atividades propostas					
10	Fiquei intrigado em saber a resolução das atividades que não consegui resolver					
11	Fiquei frustrado ao não conseguir resolver certo problema proposto					

4º) Hábitos de Estudo

Tabela 10 – Hábitos de estudos

	Fator 4 – Hábitos de Estudo	Quantidade de respostas				
	Itens:	1	2	3	4	5
15	Pesquisei na internet e/ou em livros mais sobre os assuntos abordados nas atividades					

5º) Aplicações no Cotidiano

Tabela 11 – Aplicações no cotidiano

	Fator 5 – Aplicações no Cotidiano	Quantidade de respostas				
	Itens:	1	2	3	4	5
04	As atividades propostas podem ter muita importância na minha vida					
05	Consegui ver uma relação do conteúdo ensinado com problemas do cotidiano					
09	Gostaria de usar esses conhecimentos adquiridos para resolver problemas do cotidiano se tivesse a oportunidade					
14	Lembrei-me da matéria quando tive problemas de incompatibilidade no meu cotidiano					

6º) Interação na sala de aula

Tabela 12 – Interação na sala de aula

	Fator 6 – Interação na sala de aula	Quantidade de respostas				
	Itens:	1	2	3	4	5
06	Gostei de aprender o conteúdo extracurricular durante as aulas					
16	Fiz perguntas ao professor ou aos meus colegas quando tive dúvida					
17	Tive um bom relacionamento com o professor durante as atividades					

2.5.3 Comentários Sobre as Atividades

No último encontro com os alunos, eles responderam um questionário de motivação pós atividades, e junto a este, encontraram uma seção de comentários

onde foram convidados a comentar as atividades em sala de aula. O seguinte foi proposto aos alunos nessa seção:

Comentários sobre as atividades.

Comente abaixo o que você achou das atividades, o que você mais gostou, o que menos gostou ou qualquer outro comentário sobre as atividades em sala de aula.

3 RESULTADOS E DISCUSSÕES

3.1 Resultados da Escala de Motivação em Matemática (Pré-teste Motivacional)

A seguir serão apresentados os resultados dessa escala, separada por fatores.

- Satisfação pela Matemática:

Tabela 13 – Satisfação pela Matemática

	Fator 1 – Satisfação pela Matemática	Quantidade de respostas				
		1	2	3	4	5
19	As aulas de Matemática estão entre as minhas aulas preferidas	26	7	7	4	7
20	Quando me pedem para resolver problemas de Matemática, fico nervoso(a)	5	15	10	8	13
23	Tenho muita dificuldade para entender Matemática	5	4	16	10	16
24	Matemática é “chata”	7	8	18	7	11
25	Aprender Matemática é um prazer	15	14	12	3	7
26	Testo meus conhecimentos resolvendo exercícios e problemas	5	9	19	14	4
27	Tenho menos problemas com Matemática do que com as outras disciplinas	21	9	9	1	11
28	Consigo bons resultados em Matemática	4	6	26	9	6

Quanto à satisfação pela Matemática, constatou-se que, mais da metade dos alunos nunca veem a Matemática como sua aula favorita, apesar de 21,5% dos mesmos terem respondido que frequentemente ou sempre Matemática é sua disciplina preferida, assim como mais da metade também relatou ter sempre ou frequentemente muita dificuldade na Matemática. Também percebe-se que mesmo

com 50,9% tendo muita dificuldade em Matemática e 64,7% não tê-la como sua matéria predileta, apenas 35,3% a consideram chata, 39,2% ficam nervosos para resolver problemas matemáticos e mais da metade relata que às vezes consegue bom resultados em Matemática, porém 56,9% não acha que aprender Matemática é um prazer e 58,8% tem mais problemas com a Matemática que com qualquer outra disciplina.

- Jogos e desafios

Tabela 14 – Jogos e desafios

Fator 2 – Jogos e Desafios		Quantidade de respostas				
		1	2	3	4	5
	Itens:					
1	Participo de competições com meus amigos resolvendo problemas matemáticos ou de raciocínio	31	13	5	1	1
7	Gosto de brincar de quebra-cabeça e jogos que envolvam raciocínio lógico	9	8	18	10	6
12	Procuro relacionar a Matemática aos conteúdos das outras disciplinas	19	17	9	3	3
14	Gosto de elaborar desafios envolvendo noções de Matemática para meus amigos e familiares	33	12	3	3	0

Constatou-se nesse fator, jogos e desafios, que 86,3% dos alunos não estão, ou raramente estão envolvidos em qualquer tipo de competição envolvendo Matemática ou lógica, 88,2% não gosta de elaborar desafios para conhecidos e 70,6% não relaciona Matemática com conteúdos de outras disciplinas. Contudo, 66,7% gostam de jogos que envolvam raciocínio lógico às vezes, frequentemente ou sempre.

- Resolução de problemas

Tabela 15 – Resolução de problemas

Fator 3 – Resolução de problemas		Quantidade de respostas				
		1	2	3	4	5
	Itens:					
9	Gosto de resolver os exercícios rapidamente	1	6	12	14	18
10	Tento resolver um mesmo problema matemático de maneiras diferentes	14	15	11	7	4
11	Fico frustrado(a) quando não consigo resolver um problema de Matemática	2	3	6	12	28
21	Diante de um problema, sinto muita curiosidade em saber sua resolução	3	2	13	15	18
22	Quando minhas tentativas de resolver um problema fracassam, tento de novo	2	5	21	10	13

Constatou-se, no fator de resolução de problemas, que 62,8% dos alunos gostam de resolver exercícios rapidamente com frequência, e 78,4% fica frustrado quando não consegue resolver um problema matemático. Percebe-se que mesmo que 90,2% sentem curiosidade pela resolução de um problema e 86,3% tentam de novo ao falhar na resolução de um problema, as vezes ou mais frequentemente, apenas 21,6% tentam resolver um exercício de maneiras diferentes.

- Aplicações no Cotidiano

Tabela 16 – Aplicações no cotidiano

Fator 4 – Aplicações no Cotidiano		Quantidade de respostas				
		1	2	3	4	5
	Itens:					
2	Costumo explicar fenômenos da natureza utilizando conhecimentos matemáticos	28	13	4	5	1
3	Calculo o tempo que vou gastar ao sair de casa para chegar ao destino que pretendo	0	3	9	12	27

4	Faço desenhos usando formas geométricas	7	9	12	14	9
5	Percebo a presença da Matemática nas atividades que desenvolvo fora da escola	2	18	14	10	7
6	Faço “continhas de cabeça” para calcular valores quando estou fazendo compras ou participando de jogos	0	7	10	10	24

Verificou-se que apesar de 76,5% dos alunos utilizarem Matemática no cotidiano quando vão percorrer um caminho para ir a algum lugar e 66,7% quando vão fazer compras, apenas 11,8% explica fenômenos da natureza utilizando a Matemática e apenas 33,3% conseguem perceber a presença da Matemática em atividades diárias fora da escola.

- Hábitos nos estudos

Tabela 17 – Hábitos de estudo

	Fator 5 – Hábitos de Estudo	Quantidade de respostas				
		1	2	3	4	5
	Itens:					
13	Estudo Matemática todos os dias durante a semana	18	17	11	5	0
15	Realizo as tarefas de casa que o professor de Matemática passa	0	6	17	18	10
17	Estudo as matérias de Matemática antes que o professor as ensine na sala de aula	33	15	2	1	0
18	Além do meu caderno, eu costumo estudar Matemática em outros livros para fazer provas e testes	13	10	15	9	4

Verificou-se que no fator de hábitos de estudo, há um grande problema, pois vemos que apenas 9,8% dos alunos pesquisados estudam todos os dias durante a semana, somente 25,5% estudam Matemática utilizando recursos adicionais além de seus cadernos e livros usados diariamente na escola, e apenas 1,9% estudam as matérias antes de serem ensinadas em sala de aula. Porém, mais da metade dos alunos fazem as tarefas de casa propostas pelo professor de Matemática.

- Interação na sala de aula

Tabela 18 – Interação na sala de aula

Fator 6 – Interação na sala de aula		Quantidade de respostas				
		1	2	3	4	5
	Itens:					
8	Faço perguntas nas aulas de Matemática quando eu tenho dúvidas	3	5	20	8	15
16	Relaciono-me bem com meu professor de Matemática	0	0	6	11	34

Nesse fator, percebe-se que a interação em sala de aula não é um problema relevante no processo do ensino aprendizagem da Matemática, pois constatou-se que 84,3% dos estudantes fazem perguntas durante as aulas quando têm dúvidas, as vezes ou mais frequentemente, e 88,2% dos alunos se relacionam bem com o professor frequentemente ou sempre.

Entre todos os Itens da Escala de Motivação em Matemática de Gontijo (2007), aqueles que receberam mais da metade das respostas “frequentemente” ou “sempre” (consideradas juntas) foram os seguintes:

3 – Calculo o tempo que vou gastar ao sair de casa para chegar ao destino que pretendo.

6 – Faço “continhas de cabeça” para calcular valores quando estou fazendo compras ou participando de jogos.

9 – Gosto de resolver os exercícios rapidamente.

11 – Fico frustrado (a) quando não consigo resolver um problema de Matemática.

15 – Realizo as tarefas de casa que o professor de Matemática passa.

16 – Relaciono-me bem com meu professor de Matemática.

21 – Diante de um problema, sinto muita curiosidade em saber sua resolução.

23 – Tenho muita dificuldade para entender Matemática.

3.2 Resultados da Escala de Motivação Pós-Atividades

A seguir apresentaremos os resultados dessa escala, separadas por fatores.

1º) Satisfação pela Matemática

Tabela 19 – Satisfação pela Matemática

	Fator 1 – Satisfação pela Matemática	Quantidade de respostas				
		1	2	3	4	5
01	Tive dificuldades em entender as atividades propostas	11	20	18	2	0
02	Tive dificuldades em aplicar o conteúdo ensinado nas atividades propostas	10	20	17	4	0
03	As atividades propostas foram interessantes	0	4	4	15	28
13	Consegui perceber a presença da Matemática nos problemas de incompatibilidade	0	8	8	17	18

Percebe-se quanto ao fator 1, satisfação pela Matemática, que 60,8% dos alunos envolvidos no experimento, tiveram pouquíssima ou nenhuma dificuldade em entender os conceitos propostos em aula e 58,8% tiveram pouquíssima ou nenhuma dificuldade, também, para aplicar esse conceito nas atividades propostas em aula e no pós teste de conteúdo. Além desse alto nível de alunos que conseguiram entender e aplicar o conceito sem problemas, 84,3% desses alunos acharam as atividades propostas interessantes frequentemente ou sempre, enquanto 68,6% conseguiram perceber sempre ou quase sempre a presença da Matemática nos problemas apresentados.

2º) Jogos e Desafios

Tabela 20 – Jogos e desafios

	Fator 2 – Jogos e Desafios	Quantidade de respostas				
	Itens:	1	2	3	4	5
08	Senti-me desafiado em realizar as atividades propostas	2	4	8	18	19
12	Quando minhas tentativas de resolver exercícios propostos fracassaram, tentei novamente	2	3	13	15	18

Constatou-se no segundo fator, jogos e desafios, que 72,6% dos alunos se sentiram desafiados em realizar as tarefas em sala de aula, ao mesmo tempo que desses alunos que sentiram o desafio, mais da metade desses alunos se sentiram desafiados sempre durante as atividades. Além disso, um alto número dos sujeitos da pesquisa, 64,7%, frequentemente ou sempre tentaram uma vez mais encontrar uma solução quando fracassaram.

3º) Resolução de problemas

Tabela 21 – Resolução de problemas

	Fator 3 – Resolução de problemas	Quantidade de respostas				
	Itens:	1	2	3	4	5
07	Conseguir bons resultados nas atividades propostas	2	4	14	20	11
10	Fiquei intrigado em saber a resolução das atividades que não consegui resolver	4	5	7	14	21
11	Fiquei frustrado ao não conseguir resolver certo problema proposto	5	5	11	11	19

No fator 3, resolução de problemas, detectou-se que 88,2% dos alunos obtiveram bons resultados nas atividades, às vezes ou mais frequentemente, enquanto 82,4% ficou intrigado e curioso quanto as questões que não conseguiram

resolver, ao menos às vezes. Também verificou-se que 80,4% ficaram frustrados ao não conseguirem resolver algum problema proposto durante as atividades.

4º) Hábitos de Estudo

Tabela 22 – Hábitos de estudos

	Fator 4 – Hábitos de Estudo	Quantidade de respostas				
	Itens:	1	2	3	4	5
15	Pesquisei na internet e/ou em livros mais sobre os assuntos abordados nas atividades	29	11	7	4	0

Quanto aos hábitos de estudo, percebeu-se que 78,4% dos alunos, raramente ou nunca, pesquisaram na internet, ou livros, ou outros meios, mais informações sobre o assunto tratado em sala de aula, apesar de 21,6% terem declarado que pelo menos às vezes terem pesquisado sobre o assunto abordado em outras fontes.

5º) Aplicações no Cotidiano

Tabela 23 – Aplicações no cotidiano

	Fator 5 – Aplicações no Cotidiano	Quantidade de respostas				
	Itens:	1	2	3	4	5
04	As atividades propostas podem ter muita importância na minha vida	4	11	16	13	7
05	Consegui ver uma relação do conteúdo ensinado com problemas do cotidiano	6	8	12	15	10
09	Gostaria de usar esses conhecimentos adquiridos para resolver problemas do cotidiano se tivesse a oportunidade	8	6	13	10	14
14	Lembrei-me da matéria quando tive problemas de incompatibilidade no meu cotidiano	9	9	14	13	6

Percebeu-se, quanto ao fator aplicações no cotidiano, que pelo menos às vezes, 70,6% dos alunos perceberam quão importantes as atividades propostas podem ter em suas vidas, ao mesmo tempo em que um alto número de alunos, 72,6% conseguiram ver, às vezes ou mais frequentemente, uma relação do conteúdo apresentado com possíveis problemas do cotidiano.

Também constatou-se que 72,6% dos alunos gostariam de usar esses conhecimentos para resolver problemas do cotidiano, pelo menos às vezes, enquanto 35,3% desses alunos raramente ou nunca lembraram da matéria quando tiveram problemas de incompatibilidade durante seus cotidianos.

6º) Interação na sala de aula

Tabela 24 – Interação na sala de aula

Fator 6 – Interação na sala de aula		Quantidade de respostas				
		1	2	3	4	5
	Itens:					
06	Gostei de aprender o conteúdo extracurricular durante as aulas	2	0	7	18	24
16	Fiz perguntas ao professor ou aos meus colegas quando tive dúvida	2	9	10	18	12
17	Tive um bom relacionamento com o professor durante as atividades	0	0	2	8	41

Constatou-se no fator 6, interação em sala de aula, que 82,4% dos alunos envolvidos nas atividades gostaram, frequentemente ou sempre, do conteúdo extracurricular apresentado durante as aulas, enquanto pouco mais da metade, 58,8% fizeram perguntas sobre alguma dificuldade, frequentemente ou sempre.

Percebeu-se também, que 100% dos alunos tiveram um bom relacionamento com o professor durante as atividades, às vezes ou mais frequentemente.

Observamos que um grande número de itens da Escala de Motivação Pós-Atividades obteve um alto percentual, pelo menos 50%, no somatório das respostas

“sempre” ou “frequentemente”. Os itens que não obtiveram esses resultados foram os listados abaixo:

1 – Tive dificuldades em entender as atividades propostas.

2 – Tive dificuldades em aplicar o conteúdo ensinado nas atividades propostas.

4 – As atividades propostas podem ter muita importância na minha vida.

5 – Consegui ver uma relação do conteúdo ensinado com problemas do cotidiano.

9 – Gostaria de usar esses conhecimentos adquiridos para resolver problemas do cotidiano se tivesse a oportunidade.

14 – Lembrei-me da matéria quando tive problemas de incompatibilidade no meu cotidiano.

15 – Pesquisei na internet e/ou em livros mais sobre os assuntos abordados nas atividades.

Os itens 1 e 2, apresentados com resultados abaixo de 50%, representam um bom resultado, já que indicam que um baixo número de alunos que apresentaram dificuldades para entender ou aplicar o conteúdo nas atividades.

3.3 Análises dos comentários Sobre as Atividades

Analisando os comentários dos alunos, observou-se que eles sentiram e expressaram vários pontos positivos que sentiram durante as atividades, e alguns desses pontos positivos principais e mais destacados foram: como as atividades ajudaram a desenvolver mais o raciocínio lógico, o fato de Grafo ser uma maneira interessante e diferente de resolver certos problemas, a importância da ferramenta que se aplica e resolve muitos problemas reais do cotidiano, e muitos alunos destacaram o fato de ser uma ferramenta muito interessante por suas aplicações não apenas nos problemas de compatibilidade, mas também a aplicação de Grafos em outros meios, como computação e transporte.

Alguns alunos também comentaram sobre o teorema das 4 cores, e que acharam extremamente interessante e ficaram muito surpresos com o fato de

conseguir sempre usar no máximo quatro cores para colorir qualquer região. Alguns desses alunos chegaram a ficar incrédulos com esse fato, ao ponto de estar sempre tentando criar uma região que seja impossível usar apenas 4 cores.

Um aluno especificamente, fez um comentário sobre o teorema das 4 cores e como ele gostou de realizar as atividades. Vejamos seu comentário:

“Foi interessante, apesar de querer/estar ansioso por um momento em que eu possa aplicar tal conhecimento no cotidiano, mas realmente foi algo legal de aprender e as aulas criaram vontade de as vezes fazer uso disso, para por exemplo, tentar criar uma área que quem sabe não se aplica o conteúdo.”

O comentário do aluno se trata, quando ele fala sobre tentar criar uma área que não se aplique o conteúdo, sobre o teorema das 4 cores. Esse mesmo aluno ficou muito surpreso e foi um dos alunos que repetidamente tentava criar uma região que fosse impossível usar apenas 4 cores para ser colorida.

A seguir, serão apresentados alguns comentários feitos pelos alunos:

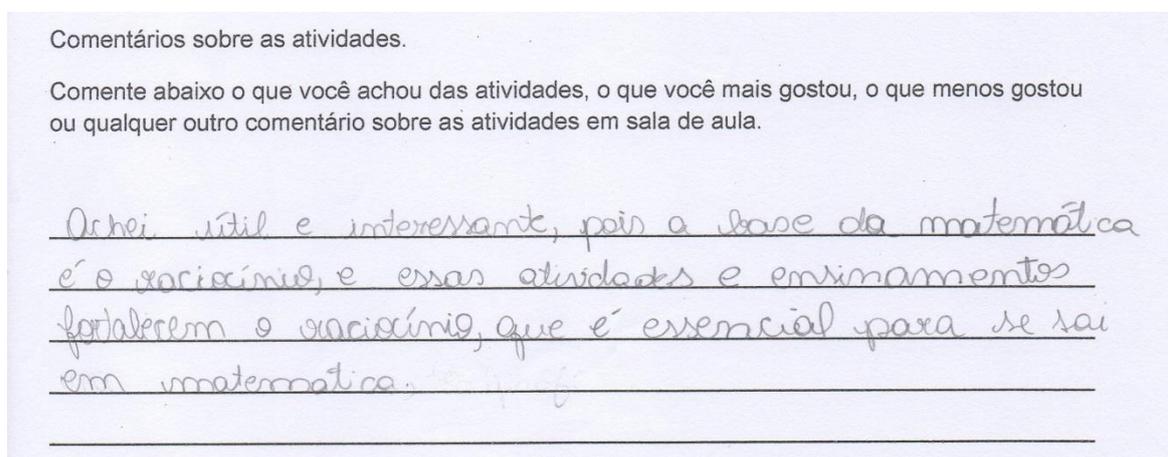


Figura 38 – Comentário sobre as atividades do aluno “A”

No comentário do aluno “A”, observou-se que as atividades foram interessantes e ajudaram a fortalecer o raciocínio.

Transcrição do comentário do aluno A:

Achei útil e interessante, pois a base da Matemática é o raciocínio, e essas atividades É o raciocínio, e essas atividades e ensinamentos fortalecem o raciocínio, que é essencial para se sair bem em matemática.

Comentários sobre as atividades.

Comente abaixo o que você achou das atividades, o que você mais gostou, o que menos gostou ou qualquer outro comentário sobre as atividades em sala de aula.

Gostei da aula e das atividades, mudou meu pensamento de como resolver alguns exercícios. Gostaria de ter mais aulas/atividades desse jeito, com um método de resolução diferente.

Figura 39 – Comentário sobre as atividades do aluno “B”

No comentário do aluno “B”, o mesmo comentou sobre como gostou das atividades e da maneira “diferente” de resolver alguns exercícios, e ao mesmo tempo relatou que gostaria que houvesse mais atividades dessa maneira.

Transcrição do comentário do aluno B:

Gostei da aula e das atividades, mudou meu pensamento de como resolver alguns exercícios. Gostaria de ter mais aulas/atividades desse jeito, com um método de resolução diferente.

Comentários sobre as atividades.

Comente abaixo o que você achou das atividades, o que você mais gostou, o que menos gostou ou qualquer outro comentário sobre as atividades em sala de aula.

Os exercícios podem ser aplicados no cotidiano simplificando coisas que podem ser trabalhosas e facilitando a organização de dados, seja na escola, fazenda, aquários em casa ou outras tarefas. Achei interessante.

Figura 40 – Comentário sobre as atividades do aluno “C”

No comentário do aluno “C”, observou-se que as atividades podem ser aplicadas em problemas do cotidiano, que são facilitados pelo uso da ferramenta. O aluno também destaca que é uma ferramenta que poderia resolver problemas e facilitar a organização de dados em situações e lugares como escolas, fazendas, lojas e até mesmo em casa.

Transcrição do comentário do aluno C:

Os exercícios podem ser aplicados no cotidiano simplificando coisas que podem ser trabalhosas e facilitando a organizar dados, seja na escola, fazenda, aquários em casa ou outras tarefas. Achei interessante.

Comentários sobre as atividades.

Comente abaixo o que você achou das atividades, o que você mais gostou, o que menos gostou ou qualquer outro comentário sobre as atividades em sala de aula.

Foi interessante, apesar de querer/estar ansioso por um momento um que eu possa aplicar tal conhecimento no cotidiano, mas realmente foi algo legal de aprender e as aulas ~~foram~~ criaram vontade de as seguir fazer uso diário, ~~para~~ ^{exemplo} para criar um área que quem sabe não se aplicasse o conteúdo.

Figura 41 – Comentário sobre as atividades do aluno “D”

O aluno “D” relata como acha interessante tentar criar regiões que não conseguiria usar 4 cores para ser colorido.

Transcrição do comentário do aluno D:

Foi interessante, apesar de querer/estar ansioso por um momento em que eu possa aplicar tal conhecimento no cotidiano, mas realmente foi algo legal de aprender e as aulas criaram vontade de as vezes fazer uso disso, para por exemplo tentar criar uma área que quem sabe não se aplicasse o conteúdo.

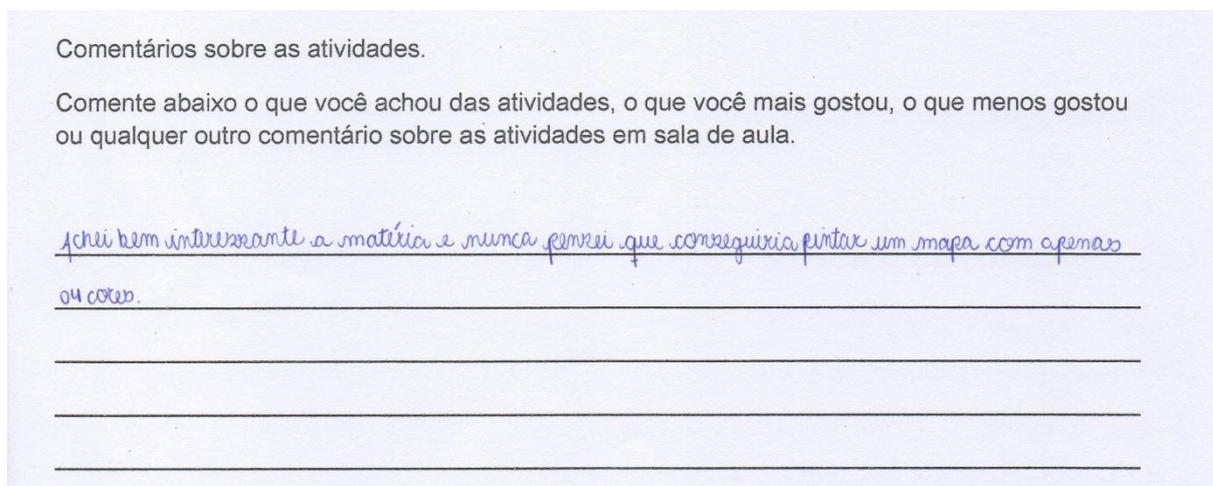


Figura 42 – Comentário sobre as atividades do aluno “E”

O aluno “E” destaca a surpresa que teve com o teorema das 4 cores.

Transcrição do comentário do aluno E:

Achei bem interessante a matéria e nunca pensei que conseguiria pintar um mapa com apenas 4 cores.

Comentários sobre as atividades.

Comente abaixo o que você achou das atividades, o que você mais gostou, o que menos gostou ou qualquer outro comentário sobre as atividades em sala de aula.

Aprender matemática nunca é demais. O tema proposto estimula o raciocínio e nos faz pensar a respeito dos arranjos cotidianos. É interessante saber que existe um artifício pronto para solucionar problemas em prol do bem estar, e nos foi muito bem apresentado. A didática do professor nos mostrou que o complexo pode ser simplificado quando existe objetivo. O trabalho é brilhante e torço para que alcance outros jovens curiosos, como eu. Não consigo mensurar o agradecimento quando o presente é a sabedoria. Obrigada.

Figura 43 – Comentário sobre as atividades do aluno “F”

No comentário do aluno “F”, o mesmo destaca a importância da Matemática e da ferramenta que foi mostrada durante as atividades, e como pode ser usada para facilitar a vida das pessoas. O aluno também destaca alguns pontos positivos durante as atividades, como uma boa didática durante a apresentação do conteúdo e como tal atividade deveria atingir mais jovens.

Transcrição do comentário do aluno F:

Aprender matemática nunca é demais. O tema proposto estimula o raciocínio e nos faz pensar a respeito dos arranjos cotidianos. É interessante saber que existe um artifício pronto para solucionar problemas em prol do bem estar, e nos foi muito bem apresentado. A didática do professor nos mostrou que o complexo pode ser simplificado quando existe objetivo. O trabalho é brilhante e torço para que alcance outros jovens curiosos, como eu. Não consigo mensurar o agradecimento quando o presente é a sabedoria. Obrigada.

3.4 Resultados do Pré-Teste de Conteúdo

A seguir serão apresentados os resultados obtidos no pré-teste realizado pelos alunos.

QUESTÃO 1

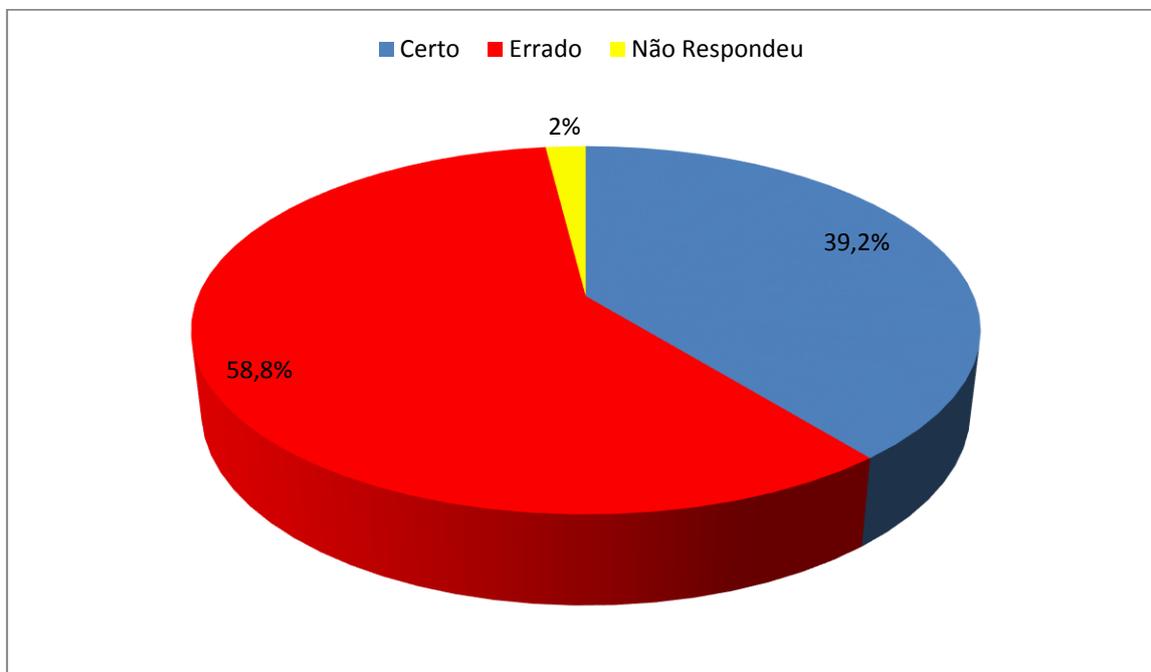


Figura 44 – Gráfico das respostas da questão 1 do pré-teste

Analisando a questão 1, constatou-se que 39,2% dos alunos obtiveram a resposta correta para o exercício proposto e 60,8% erraram ou não responderam à questão.

Dentre os alunos que acertaram a questão, percebeu-se que 10% deles obtiveram a resposta certa, porém, suas resoluções não apresentaram sentido matemático ou não apresentaram resolução para o problema, enquanto os outros 90% apresentaram uma resolução que encontraram a resposta por meio de eliminação ou exclusão, onde colocaram peixes que podiam ficar juntos no mesmo aquário.

As resoluções desses alunos, que usaram métodos de eliminação, foram abordadas usando ferramentas como diagramas de árvore, eliminação de letras e até mesmo um método onde uma aluna desenhou vários Grafos onde cada Grafo representa a incompatibilidade de cada peixe, como mostram as figuras 45, 46 e 47 respectivamente.

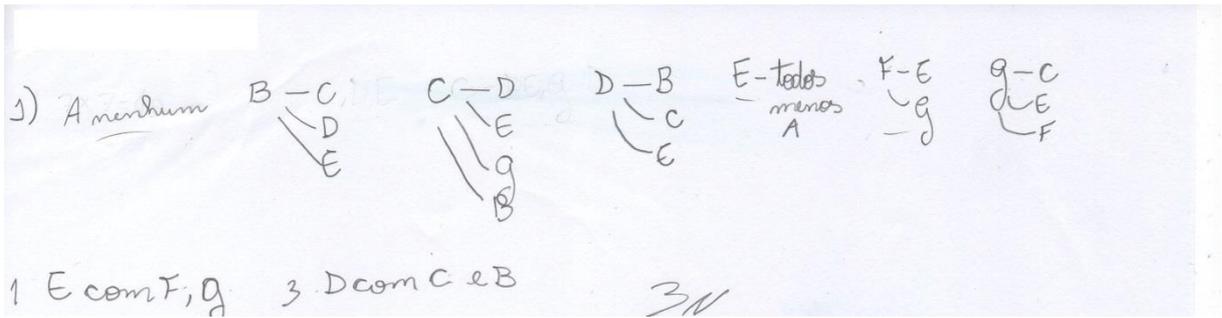


Figura 45 – Resolução da questão 1 utilizando diagrama de árvore

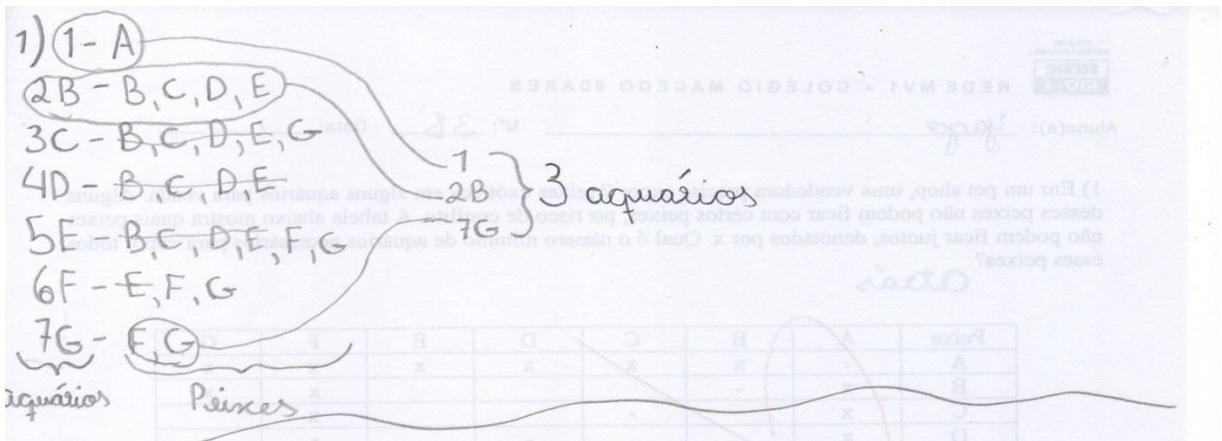


Figura 46 – Resolução da questão 1 utilizando eliminação de letras

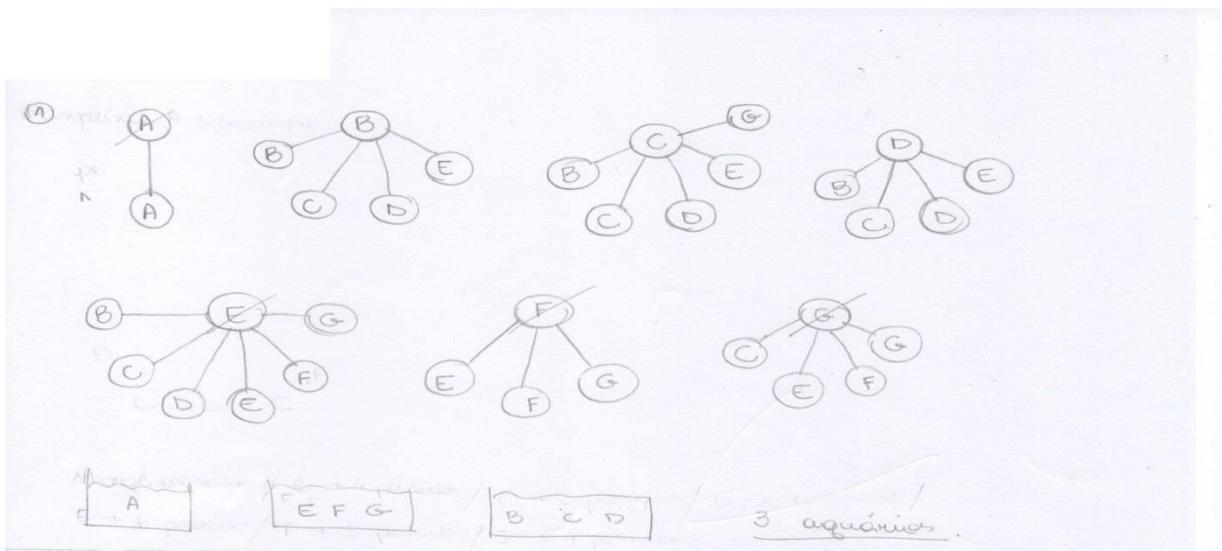


Figura 47 – Resolução da questão 1 utilizando Grafos

QUESTÃO 2

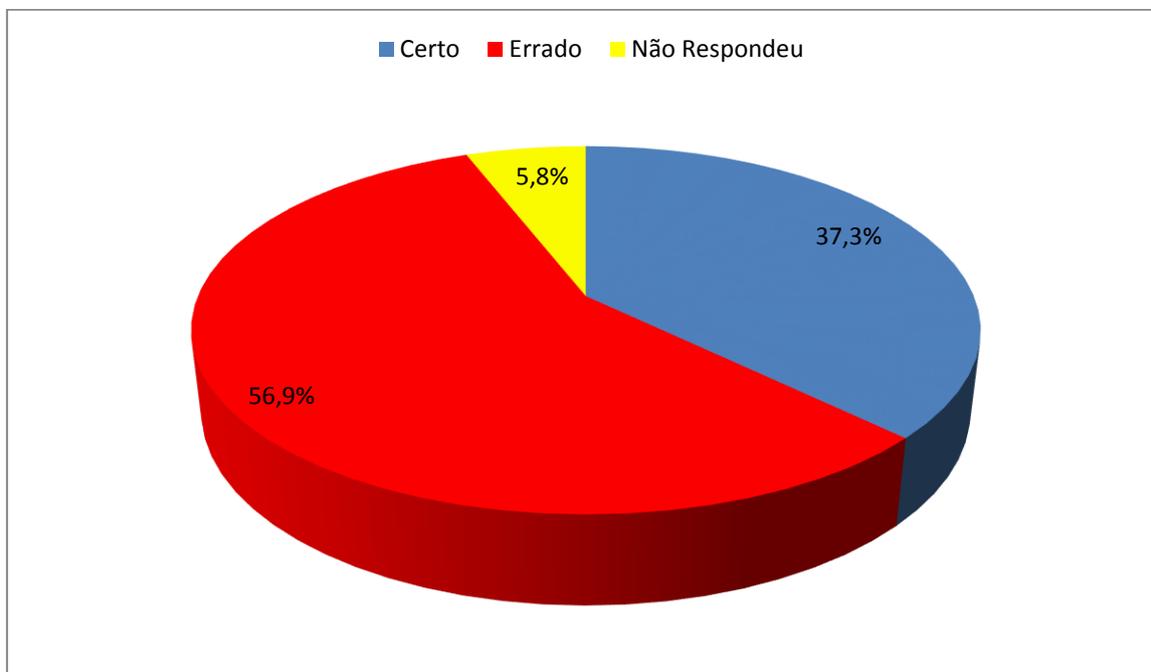


Figura 48 – Gráfico das respostas da questão 2 do pré-teste

Constata-se, ao analisar a questão 2, que 37,3% dos alunos conseguiram encontrar a resposta correta para o problema, e 62,7% erraram ou não tentaram resolver a questão.

Percebeu-se que entre os alunos que obtiveram a resposta certa, 5,3% deles conseguiram chegar ao resultado correto, porém não apresentaram uma resolução com lógica Matemática, enquanto os outros 94,7% resolveram a questão usando um método de eliminação, semelhantes aos métodos usados na questão 1, alguns alunos utilizaram um método de eliminar letras e suas incompatibilidades enquanto outros usaram métodos como diagramas de árvore, como mostram as figuras 49 e 50, respectivamente.

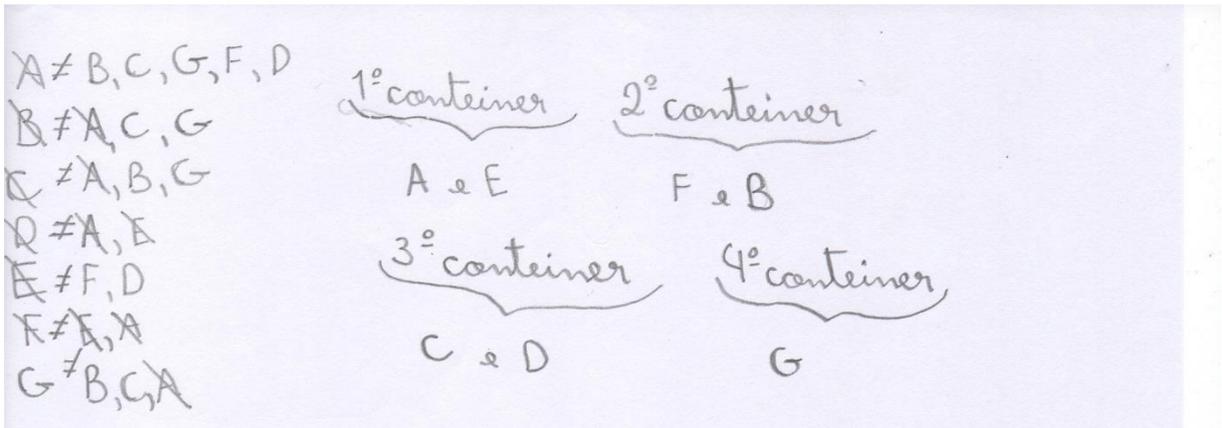


Figura 49 – Resolução da questão 2 utilizando eliminação de letras

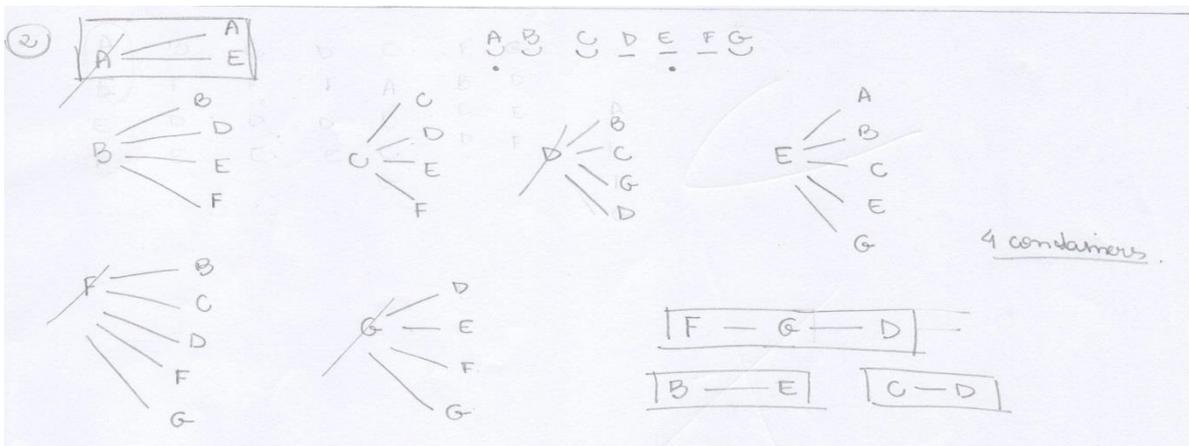


Figura 50 – Resolução da questão 2 utilizando diagrama de árvore

QUESTÃO 3

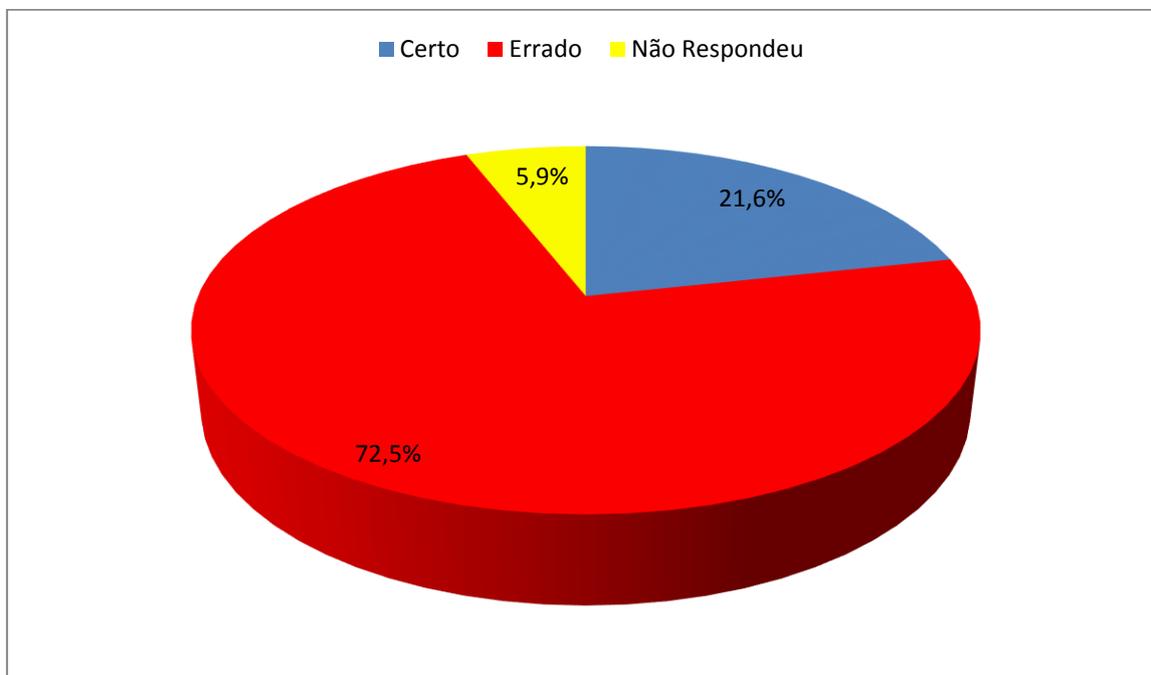


Figura 51 – Gráfico das respostas da questão 3 do pré-teste

Analisando a questão 3, constatou-se que 21,6% dos alunos acertaram a questão, enquanto 5,9% deixaram a questão sem resolução e 72,5% dos alunos não conseguiram encontrar a resposta correta, dentre os quais, 19,6% encontraram respostas contraditórias, pois, o exercício questiona o número mínimo de cores necessárias para colorir as regiões, incluindo a região externa, utilizando cores diferentes para regiões adjacentes, e esses alunos mencionados encontraram um número maior que o número de regiões dispostas na questão, que é 14.

O gráfico abaixo mostra a distribuição das diferentes respostas encontradas pelos alunos que erraram a questão 3.

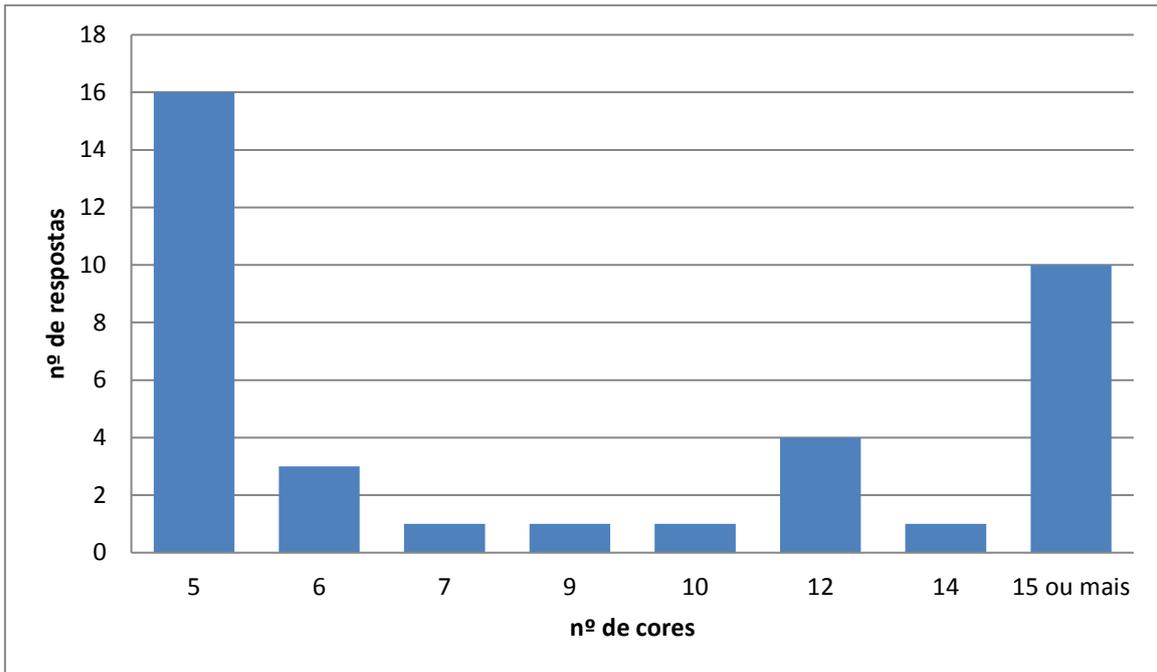


Figura 52 – Gráfico com distribuição das respostas dos alunos que erraram a questão 3

QUESTÃO 4

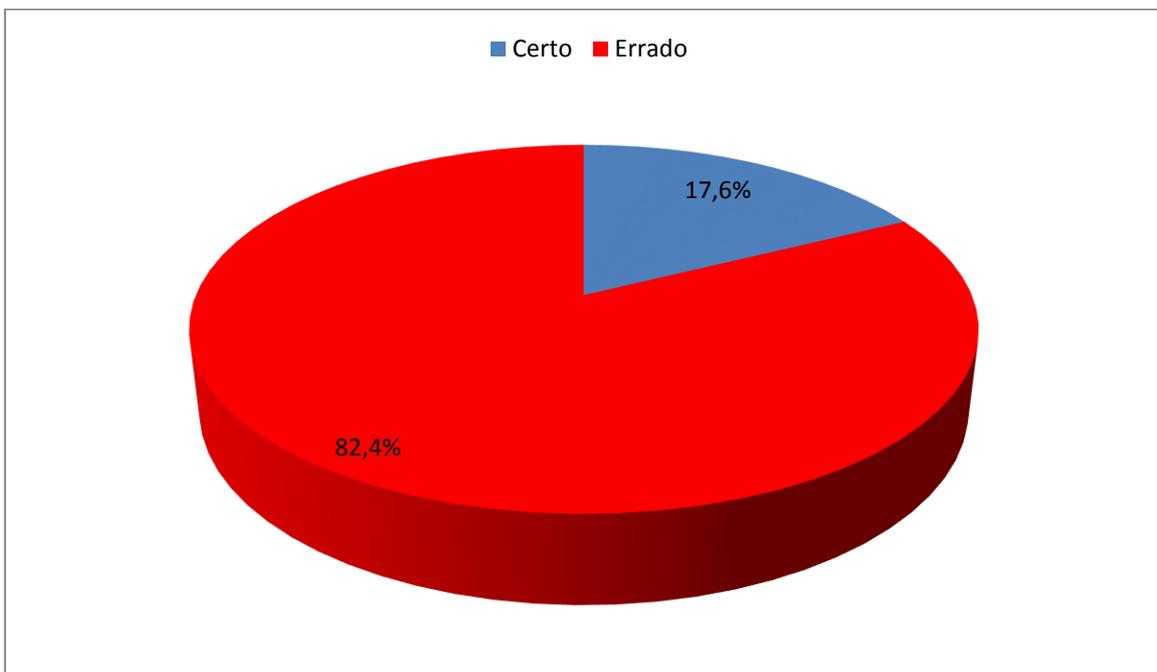


Figura 53 – Gráfico das respostas da questão 4 do pré-teste

Constatou-se, na questão 4, que 17,6% dos alunos acertaram a resposta e 82,4% erraram, e dentre esses alunos que erraram a questão, não houve nenhuma resposta determinando um número de cores maior que o número de regiões dispostas no exercício, porém, 19,6% encontraram um número de cores igual ao número de regiões incluindo ou não a região externa, neste caso, 22 ou 21 regiões.

Observou-se também que, apesar dos resultados mostrarem um número baixo de acertos na questão, percebeu-se que 39,2% dos alunos encontraram como resposta para o problema, 5 cores, uma cor apenas a mais que a resposta correta.

O gráfico abaixo mostra a distribuição das diferentes respostas encontradas pelos alunos que erraram a questão 4.

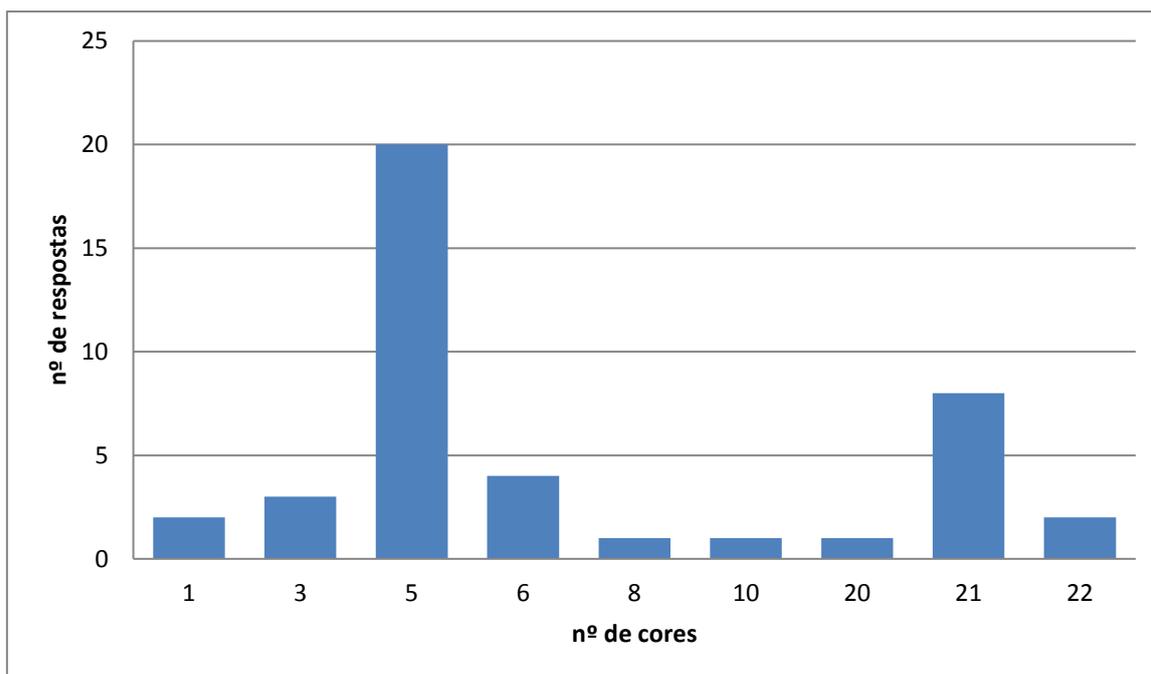


Figura 54 – Gráfico com distribuição das respostas dos alunos que erraram a questão 4

3.5 Resultados do Pós-Teste de Conteúdo

A seguir serão apresentados os resultados obtidos no pós-teste realizado pelos alunos

QUESTÃO 1

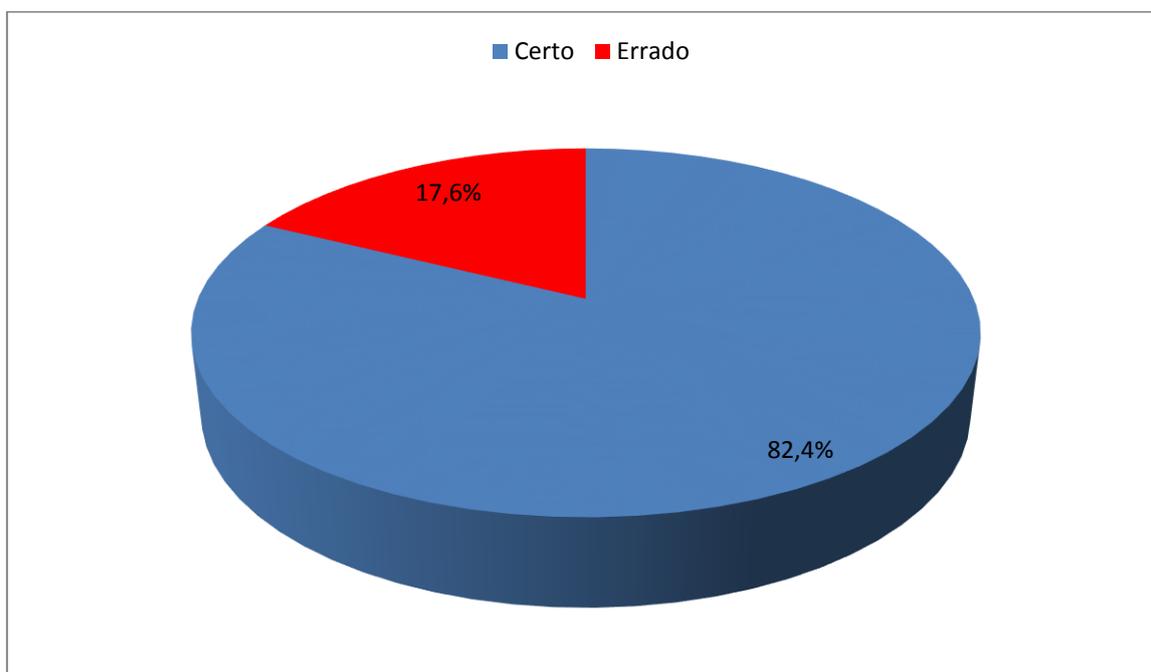


Figura 55 – Gráfico das respostas da questão 1 do pós-teste

Analisando a questão 1, constatou-se que 82,4% dos alunos obtiveram a resposta correta para o exercício, e como todos alunos tentaram resolver o problema, o restante errou a resposta.

Dentre os alunos que acertaram a questão 1, percebeu-se que 61,9% deles obtiveram a resposta correta usando a ferramenta apresentada durante as atividades, desenhando e colorindo os vértices do Grafo perfeitamente, usando os vértices para representar cada cachorro do canil e os segmentos unindo esses vértices para representar uma incompatibilidade desses cachorros de estarem juntos, como mostram as figuras 56 e 57, enquanto os outros alunos que acertaram

essa questão não usaram um Grafo, porém usaram algum outro método de resolução como eliminação de possibilidades, como mostrados e usados no pré-teste.

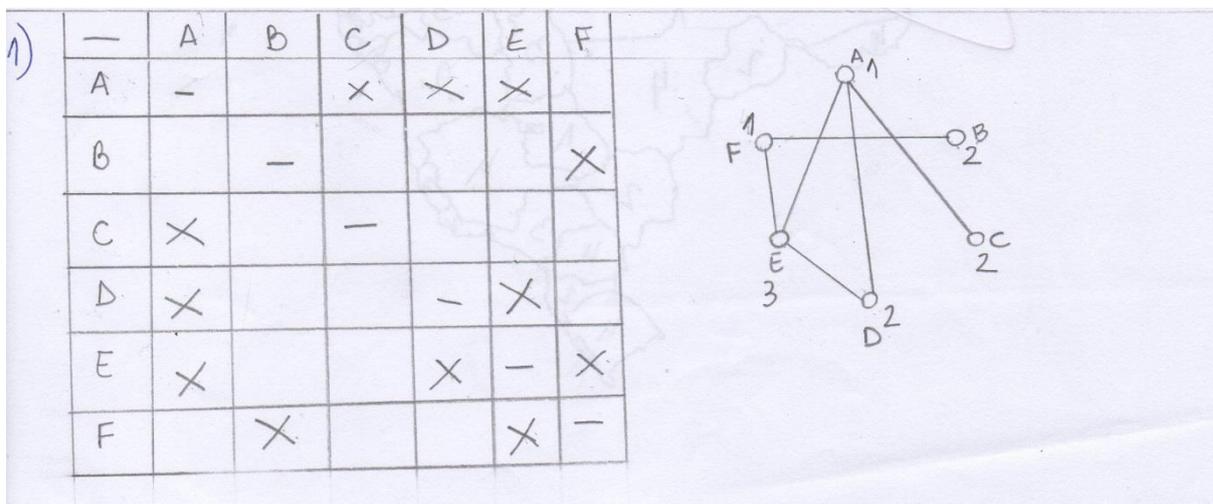


Figura 56 – Resolução da questão 1 usando Grafo por um aluno

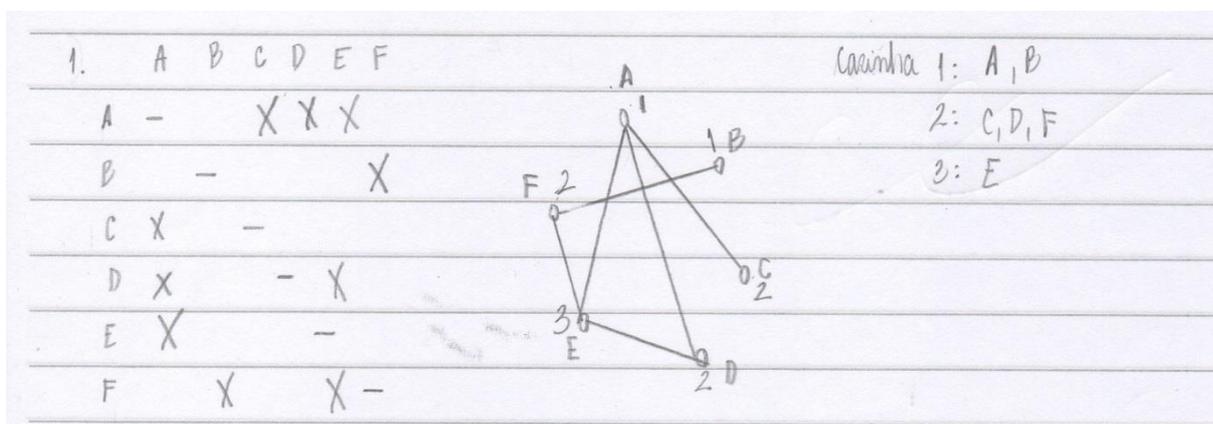


Figura 57 – Resolução da questão 1 usando Grafo por outro aluno

QUESTÃO 2

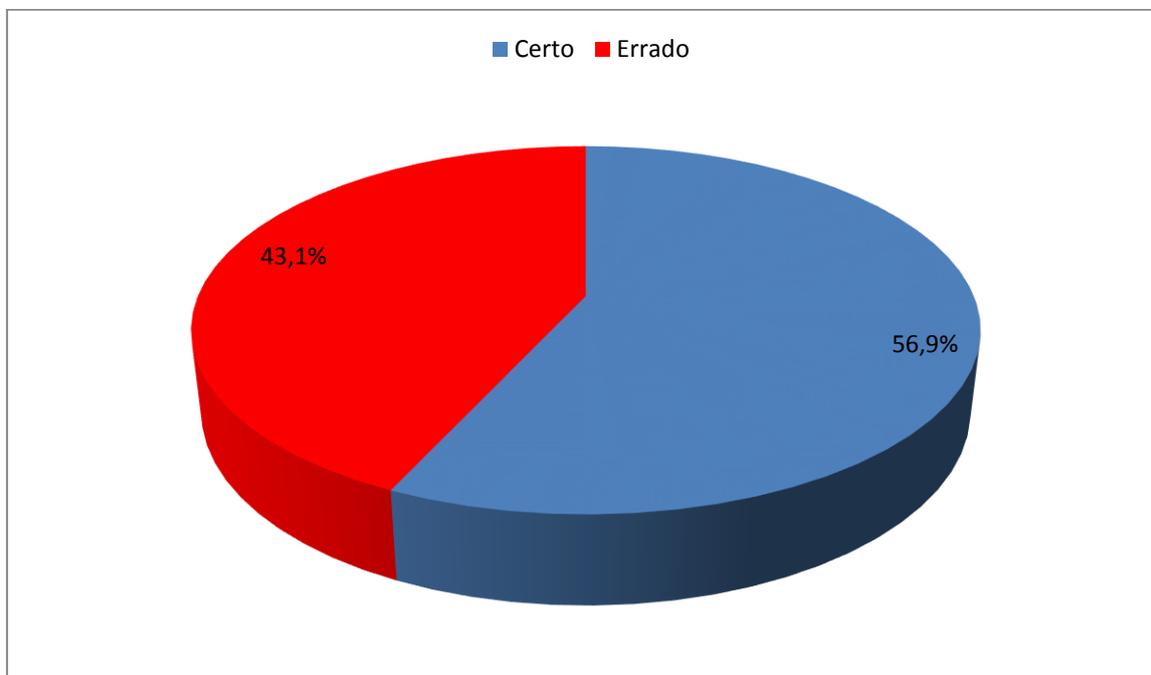


Figura 58 – Gráfico das respostas da questão 2 do pós-teste

Constatou-se, ao analisar a questão 2, que 56,9% dos alunos conseguiram encontrar a resposta correta para o problema, enquanto os outros alunos erraram a resposta da questão.

Percebeu-se que entre os alunos que obtiveram a resposta certa, 69% conseguiram aplicar perfeitamente o conceito ensinado em sala de aula, conseguindo criar um Grafo para o problema, representado as aulas pelos vértices do Grafo, e conectando esses vértices por segmentos, representando a incompatibilidade dessas aulas de serem agendadas no mesmo horário, e colorindo os vértices do Grafo encontrando assim o número mínimo de horários para agendar todas essas aulas. Algumas dessas resoluções são mostradas abaixo nas figuras 59 e 60.

Os outros alunos que acertaram a questão usaram outros métodos como usados no pré-teste.

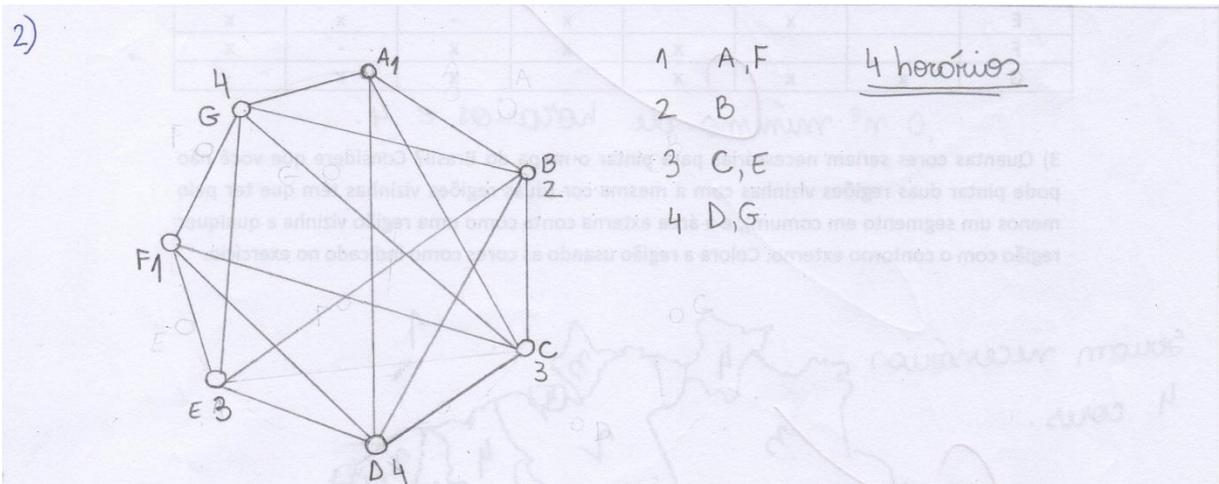


Figura 59 – Resolução da questão 1 usando Grafo por um aluno

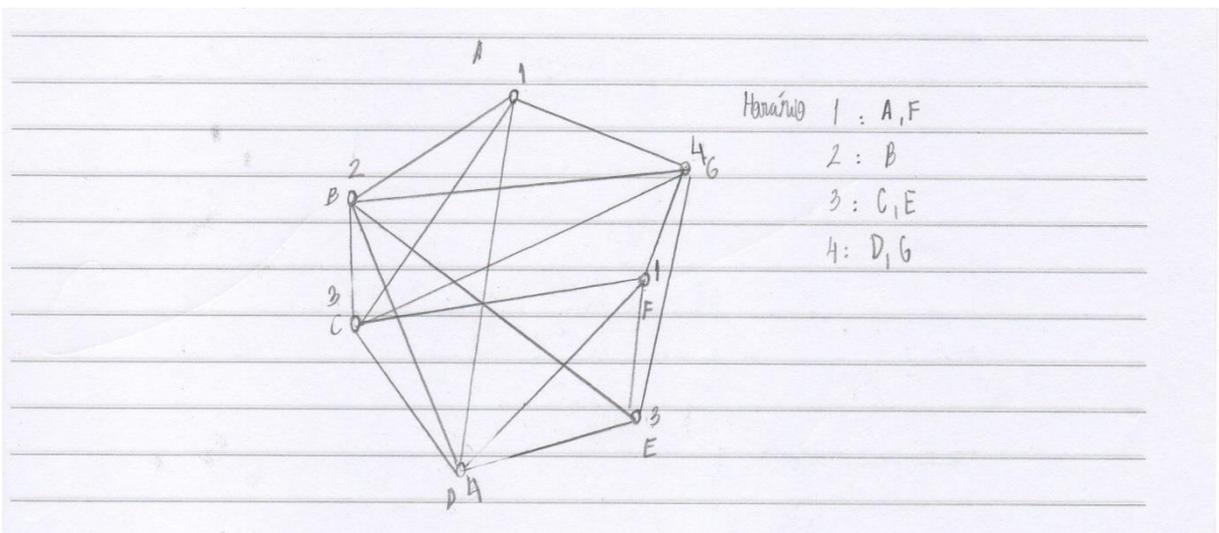


Figura 60 – Resolução da questão 1 usando Grafo por outro aluno

QUESTÃO 3

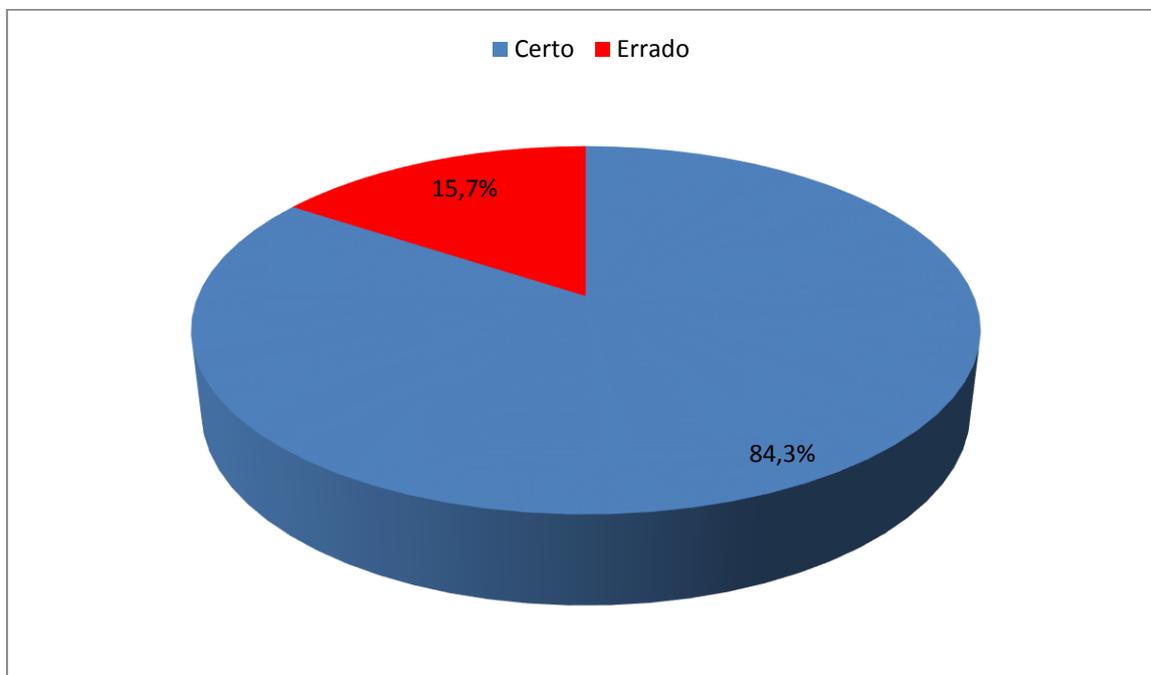


Figura 61 – Gráfico das respostas da questão 3 do pós-teste

Analisando a questão 3, constatou-se que 84,3% dos alunos acertaram a questão, enquanto os outros 15,7% não conseguiram encontrar a resposta correta.

Dentre os alunos que obtiveram a resposta errada, 25% encontraram 3 cores, colorindo a região de forma errada, já que desta maneira, haviam 2 ou mais regiões adjacentes coloridas com a mesma cor. 62,5% dos alunos que erraram obtiveram como resposta 5 cores e os outros 12,5% encontraram 8 cores.

QUESTÃO 4

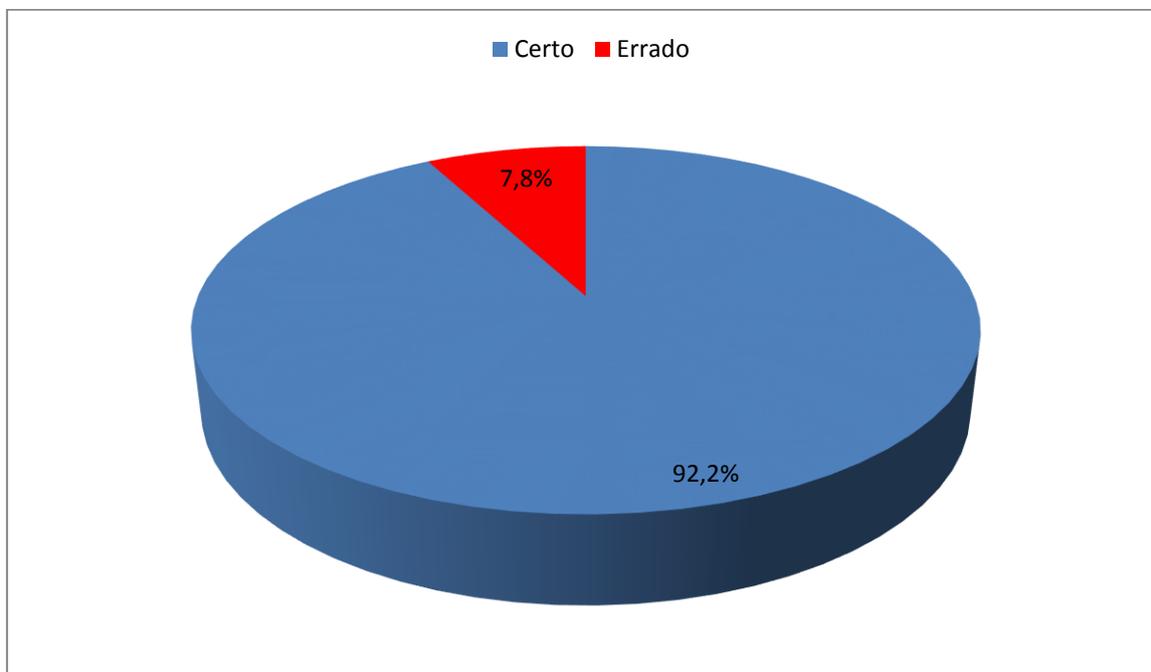


Figura 62 – Gráfico das respostas da questão 4 do pós-teste

Constatou-se, na questão 4, que 92,2% dos alunos acertaram a resposta e 7,8% erraram, e dentre esses alunos que erraram a questão, um deles obteve 3 cores, colorindo a região de maneira errada, obtendo regiões adjacentes pintadas com a mesma cor, enquanto os outros alunos que erraram, obtiveram como resposta 5, 6 e 12 cores.

3.6 Comparações Entre os Resultados do Pré e do Pós-Teste

A seguir, será comparado o percentual das respostas certas, erradas ou se deixadas em brancas das questões do pré-teste e do pós-teste, com o intuito de se verificar se houve ou não aprendizagem dos conteúdos trabalhados durante as atividades.

QUESTÃO 1

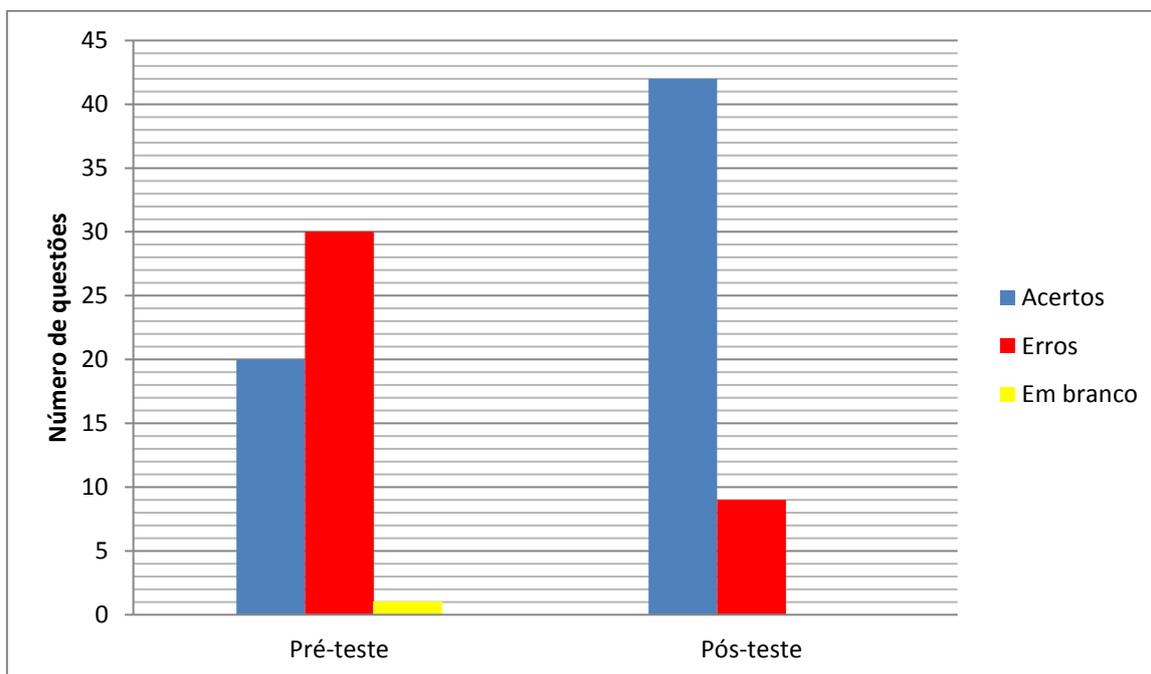


Figura 63 – Comparativo da primeira questão do pré e do pós-teste

No gráfico comparativo, se observa que houve um aumento significativo no número de acertos entre os dois testes.

No pré-teste, houve 20 acertos, enquanto no pós-teste houve 42 acertos, que representa um aumento de 110% no aproveitamento da questão, e ao mesmo tempo, no pós-teste, nenhum aluno deixou de fazer a questão como houve no pré-teste. Como a questão 1 de ambos testes foram criadas no mesmo nível de dificuldade, pode-se considerar que foi um sucesso o aprendizado do conteúdo durante as atividades.

QUESTÃO 2

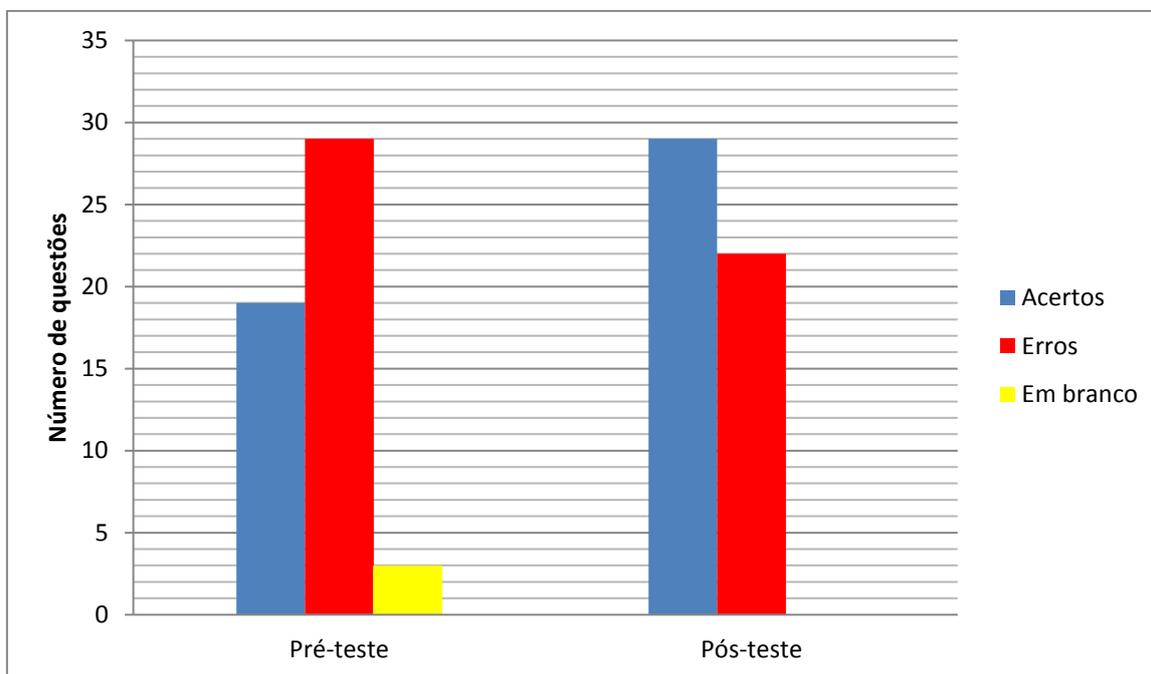


Figura 64 – Comparativo da segunda questão do pré e do pós-teste

No gráfico comparativo, se observa que houve um aumento significativo no número de acertos entre os dois testes, assim como na questão 1.

No pré-teste, houve 19 acertos, enquanto no pós-teste houve 29 acertos, que representa um aumento de 52,6% no aproveitamento da questão, e ao mesmo tempo, no pós-teste, nenhum aluno deixou de fazer a questão como houve no pré-teste. A questão 2 do pós-teste foi criada com um nível de dificuldade um pouco mais alto que a questão 2 do pré-teste, por isso justifica-se um aumento percentual do acerto da questão não tão alto quanto da questão 1, porém, ainda se considera um sucesso o aprendizado do conteúdo, devido a um aumento do aproveitamento também na questão, mesmo não sendo um aumento como o da questão 1, ainda foi um aumento superior a 50%.

QUESTÃO 3

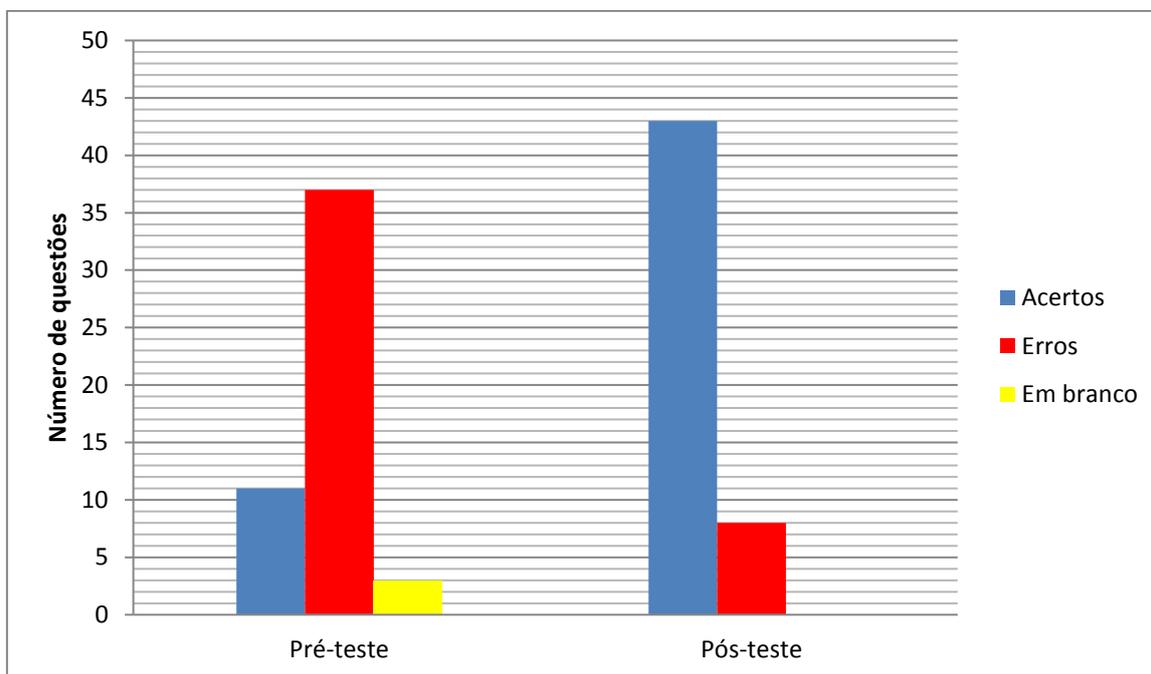


Figura 65 – Comparativo da terceira questão do pré e do pós-teste

No gráfico comparativo, se observa que houve um aumento significativo no número de acertos entre os dois testes, mais significativos que as questões 1 ou 2.

No pré-teste, houve 11 acertos, enquanto no pós-teste houve 43 acertos, que representa um aumento de 290,9% no aproveitamento da questão, e ao mesmo tempo, no pós-teste, nenhum aluno deixou de fazer a questão como houve no pré-teste. Como a questão 3 de ambos testes foram criadas no mesmo nível de dificuldade, pode-se considerar que foi um sucesso o aprendizado do conteúdo durante as atividades.

Esse aumento muito significativo pode ser justificado pelo fato de que todos, ou quase todos, alunos envolvidos na experiência não se recordavam do teorema das 4 cores, já que o conteúdo é ensinado apenas no 7º ano do ensino fundamental, ou ao fato, de como visto nos resultados do pré-teste, podem não ter entendido a questão durante o pré-teste.

QUESTÃO 4

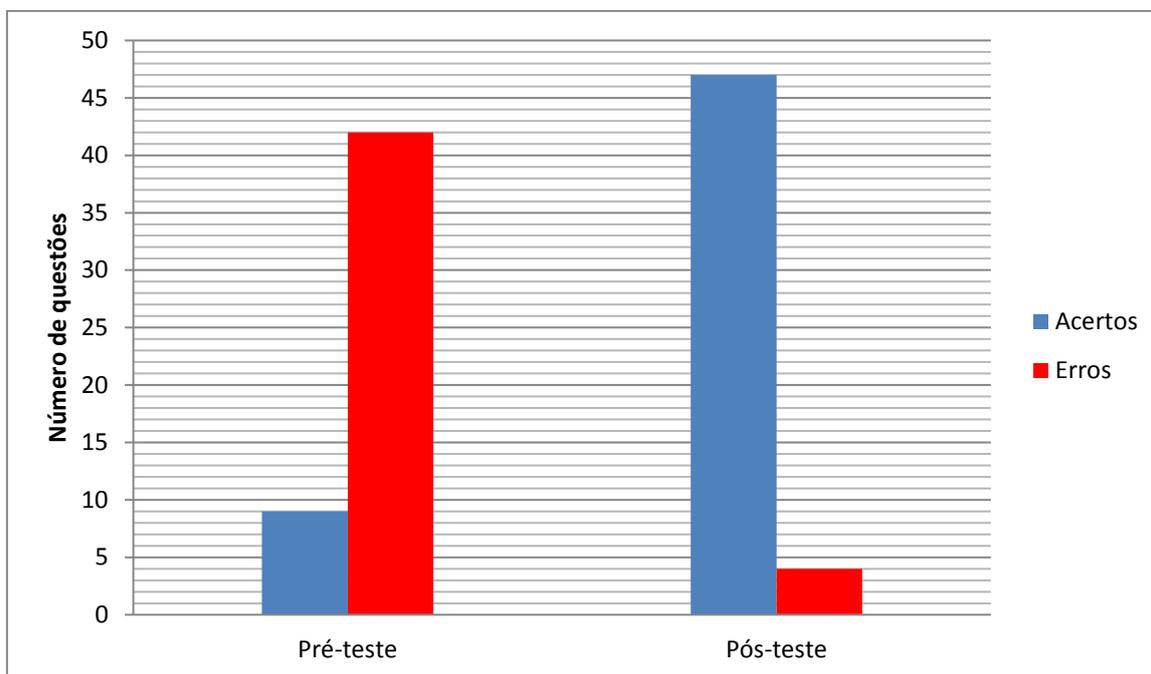


Figura 66 – Comparativo da quarta questão do pré e do pós-teste

No gráfico comparativo, se observa que houve um aumento significativo no número de acertos entre os dois testes, assim como em todas questões dos testes.

No pré-teste, houve 9 acertos, enquanto no pós-teste houve 47 acertos, que representa um aumento 422,2% no aproveitamento da questão. A questão 4 do pós-teste foi criada com um nível de dificuldade um pouco mais alto que a questão 4 do pré-teste, por isso esperava-se um aumento de aproveitamento mais baixo que o aumento da questão 3, porém, o aproveitamento subiu de 290,9% para 422,2%, que representa um aumento de aproximadamente 45,14% de aproveitamento na questão 4 em relação à questão 3.

Justifica-se esse aumento tão alto de aproveitamento pelo fato de mesmo no pré-teste, a questão 4 ter um nível de dificuldade mais alto que a questão 3, e como os alunos não se lembravam do teorema das 4 cores, acabaram tendo um aproveitamento mais baixo nessa questão que na questão 3 no pré-teste.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O cotidiano de um professor não é fácil; é extremamente trabalhoso a cada tarefa, seja na hora de preparar uma aula, seja na hora de dar aula ou na hora de corrigir provas. Esse quadro se agrava com os enormes obstáculos que têm q ser enfrentados pelo professor, como a falta de interesse apresentada pelos alunos no cenário atual. Isto torna o ensino da Matemática uma ferramenta altamente ineficaz, já que o aluno aprenderá Matemática apenas pelas razões específicas de passar de ano e passar algumas provas como ENEM e vestibulares, ao invés de aprendê-la pelo prazer, pela sua beleza ou por sua importância.

Quando alguém se torna professor, esta pessoa se forma sabendo bastante da aquela matéria que ela irá ensinar, e ela se forma sabendo, pelo menos didaticamente, como ensinar, mas é apenas quando essa pessoa chega à sala de aula que ela realmente irá conhecer esse “como”, e as realidades que enfrentará deste momento em diante. Isto não lhes é ensinado em nenhuma faculdade ou universidade.

Os estudos aqui realizados sugerem que o aluno precisa entender e enxergar a aplicação de alguns conteúdos de cada matéria, aquelas que sejam possíveis de ser mostrada uma aplicação prática, a fim de aumentar seu interesse pela Matemática, e também que a Matemática pode ser divertida de aprender, mesmo não sendo de grande utilidade na vida futura de alguns alunos. Esta tarefa não se mostra fácil. Muitos alunos da pesquisa conseguiram entender a aplicação do conteúdo, enxergaram sua importância e a acharam interessante, assim como o método de ensino. Mas, mesmo assim, poucos alunos se interessaram o suficiente para estudar e pesquisar em seu próprio tempo livre por mais informações sobre o conteúdo.

Esses métodos, como apresentados nesta pesquisa, podem ser sempre trabalhados em sala de aula em conjunto com os demais métodos presentemente usados nas escolas, mas há uma necessidade de trazer esse conteúdo para um possível cotidiano dos alunos envolvidos. Eles realmente precisam enxergar a importância de cada assunto, assim como sua aplicabilidade, pois sem isso eles

continuam com o mesmo método de ensino que já estão acostumados. Assim, o interesse pela Matemática e pelo aprendizado de cada um dos assuntos que serão abordados em sala de aula não serão o suficiente para esse aluno se preocupar com seu próprio crescimento e desenvolvimento acadêmico.

O ensino dos Grafos através de problemas de incompatibilidade e coloração em regiões mostrou-se muito eficaz no desenvolvimento dos alunos em sala de aula, no aumento de interesse dos alunos. Isto ocorreu não apenas pelo conteúdo em si, mas também pelos desafios que foram encontrados e pela maneira como se sentiram intrigados, e frustrados com suas falhas, a ponto de estimular nesses alunos uma busca pela melhoria e conhecimento.

O grupo pesquisado mostrou-se interessado e satisfeito com as atividades que foram mostradas de maneira diferente de como estão acostumados, participando voluntariamente de uma atividade que foi descrita apenas como uma ferramenta que não faz parte do atual currículo acadêmico da escola, mas que é uma ferramenta relativamente simples de aprender e aplicar em problemas que podem facilmente surgir no cotidiano de qualquer pessoa. Os alunos participantes mostraram um ótimo resultado após as atividades, como mostram os resultados do pós-teste, com grande aumento de aproveitamento em todas as questões trabalhadas. Mostraram também, como mostrado com os resultados da Escala de Motivação Pós-Atividades e os comentários feitos por eles ao término das atividades, um alto número de alunos satisfeitos e que entenderam muito bem o conteúdo e suas aplicações e importância na vida cotidiana.

Verificou-se também, que é possível abordar um conteúdo de maneira mais sutil e real, mostrando ao aluno a importância e a aplicabilidade de várias formas de alguns dos conteúdos explorados no Ensino Médio. Esta experiência também serviu para o professor, quebrando a barreira que qualquer conteúdo tem que ser trabalhado como descrito no livro, e de nenhuma forma mais. Contudo, seria possível mostrar de uma forma real as aplicações de qualquer conteúdo do Ensino Médio, para qualquer turma ou qualquer aluno presente neste ciclo? Como seria mostrar aplicações no cotidiano de assuntos como números complexos e transformações trigonométricas para todos os alunos no Ensino Médio? Uma proposta para um possível futuro trabalho seria escolher algum outro tema e

apresentá-lo da mesma maneira como lhes foi mostrado Grafos, como descrito neste trabalho, tentando fazer desta prática de ensino um plano de aula diário para qualquer assunto da Matemática.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

GONTIJO, C. H. **Relações entre criatividade, criatividade em Matemática e motivação em Matemática de alunos do Ensino Médio.** 2017, 194 p. Tese(Doutorado) – Instituto de Psicologia, Universidade de Brasília. Brasília, 2007.

CASTILHO, R. C. **O estudo da função afim através de experimentos na cinemática:** uma experiência interdisciplinar. 2015, 92p. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro. Seropédica, 2015

SADOVSKY, P. **O ensino de Matemática hoje:** enfoques, sentidos e desafios. 1ª ed.. São Paulo: Ática, 2010.

OLIVEIRA, A. V. **A motivação no ensino de Matemática:** Uma experiência com jogos no curso de magistério em nível médio. 2014, 89 p. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro. Seropédica, 2014.

RODRIGUES, Luciano Lima. **A Matemática ensinada na escola e a sua relação com o cotidiano.**2004, 11p. Artigo (Licenciatura em Matemática) – Universidade Católica de Brasília. Brasília, 2004.

OLIVEIRA, Sandra Alves de. **O lúdico como motivação nas aulas de Matemática.** Artigo publicado na edição nº 377, jornal Mundo Jovem, junho de 2007, p. 5.

SMITHERS, Dayna Brown. **Graph theory for the secondary school classroom** (Teoria dos Grafos na sala de aula no Ensino Médio). 2005, 151p. Tese (Mestrado em Matemática) – East Tennessee State University. Johnson City, 2005.

BRASIL, Parâmetros Curriculares Nacionais: **Matemática** / Secretária de Educação Fundamental. – Brasília: MEC/ SEF, 1997. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>>

Acesso em: 10 jan. 2016 a 15 jul. 2016

INTERNET: www.postcogito.org/Kiko/RelogioDCB%3Fskin=print.pattern.html

Acesso em: 10 jan. 2016 a 15 jul. 2016

INTERNET: www.emaze.com/@AZFZOQI/Un-ti-ales

Acesso em: 10 jan. 2016 a 15 jul. 2016

INTERNET: homepages.dcc.ufmg.br/~rainerpc/cursos/Grafos/aulas/a12.pdf

Acesso em: 10 jan. 2016 a 15 jul. 2016

ANEXOS

Anexo A – Escala de Motivação em Matemática

Para responder ao questionário, leia atentamente cada afirmação e em seguida, marque a resposta que mais caracteriza ou se aplica a você em relação à Matemática. Lembre-se: as respostas devem refletir o seu modo de pensar e agir. Não deixe nenhum item sem resposta.

Use a seguinte correspondência para manifestar sua opinião:

1 – nunca 2 – raramente 3 – às vezes 4 – frequentemente 5 – sempre

		1	2	3	4	5
01	Participo de competições com meus amigos resolvendo problemas matemáticos ou de raciocínio lógico.					
02	Costumo explicar fenômenos da natureza utilizando conhecimentos matemáticos.					
03	Calculo o tempo que vou gastar ao sair de casa para chegar ao destino que pretendo.					
04	Faço desenhos usando formas geométricas.					
05	Percebo a presença da Matemática nas atividades que desenvolvo fora da escola.					
06	Faço “ continhas de cabeça “ para calcular valores quando estou fazendo compras ou participando de jogos.					
07	Gosto de brincar de montar quebra-cabeça e jogos que envolvam raciocínio lógico.					
08	Faço perguntas nas aulas de Matemática quando eu tenho dúvidas.					
09	Gosto de resolver os exercícios rapidamente.					
10	Tento resolver um mesmo problema matemático de maneiras diferentes.					

11	Fico frustrado(a) quando não consigo resolver um problema de Matemática.					
12	Procuo relacionar a Matemática aos conteúdos de outras disciplinas.					
13	Estudo Matemática todos os dias durante a semana.					
14	Gosto de elaborar desafios envolvendo noções de Matemática para meus amigos e familiares.					
15	Realizo as tarefas de casa que o professor de Matemática passa.					
16	Relaciono-me bem com meu professor de Matemática.					
17	Estudo as matérias de Matemática antes que o professor as ensine na sala de aula.					
18	Além do meu caderno, eu costumo estudar Matemática em outros livros para fazer provas e testes.					
19	As aulas de Matemática estão entre as minhas aulas preferidas.					
20	Quando me pedem para resolver problemas de Matemática, fico nervoso (a).					
21	Diante de um problema, sinto muita curiosidade em saber sua resolução.					
22	Quando minhas tentativas de resolver um problema fracassam, tento de novo.					
23	Tenho muita dificuldade para entender Matemática.					
24	Matemática é “chata”					
25	Aprender Matemática é um prazer.					
26	Testo meus conhecimentos resolvendo exercícios e problemas.					
27	Tenho menos problemas com Matemática do que com as outras disciplinas.					
28	Consigo bons resultados em Matemática.					

Esse questionário foi obtido de Gontijo (2007, p.148)

APÊNDICES

Apêndice A - Escala de Motivação Pós-Atividades

Para responder ao questionário, leia atentamente cada afirmação e em seguida, marque a resposta que mais caracteriza ou se aplica a você em relação à Matemática. Lembre-se: as respostas devem refletir o seu modo de pensar e agir. Não deixe nenhum item sem resposta.

Use a seguinte correspondência para manifestar sua opinião:

1 – nunca 2 – raramente 3 – às vezes 4 – frequentemente 5 – sempre

		1	2	3	4	5
1	Tive dificuldades em entender as atividades propostas					
2	Tive dificuldades em aplicar o conteúdo ensinado nas atividades propostas					
3	As atividades propostas foram interessantes					
4	As atividades propostas podem ter muita importância na minha vida					
5	Consegui ver uma relação do conteúdo ensinado com problemas do cotidiano					
6	Gostei de aprender o conteúdo extracurricular durante as aulas					
7	Consegui bons resultados nas atividades propostas					
8	Senti-me desafiado em realizar as atividades propostas					
9	Gostaria de usar esses conhecimentos adquiridos para resolver problemas do cotidiano se tivesse a oportunidade					
10	Fiquei intrigado em saber a resolução das atividades que não consegui resolver					
11	Fiquei frustrado ao não conseguir resolver certo problema proposto					
12	Quando minhas tentativas de resolver exercícios propostos fracassaram, tentei novamente					
13	Consegui perceber a presença da Matemática nos problemas de incompatibilidade					
14	Lembrei-me da matéria quando tive problemas de incompatibilidade no meu cotidiano					
15	Pesquisei na internet e/ou em livros mais sobre os assuntos abordados nas atividades					
16	Fiz perguntas ao professor ou aos meus colegas quando tive dúvida					
17	Tive um bom relacionamento com o professor durante as atividades					

Comentários sobre as atividades.

Comente abaixo o que você achou das atividades, o que você mais gostou, o que menos gostou ou qualquer outro comentário sobre as atividades em sala de aula.

Nome: _____

Apêndice B – Pré-teste

Nome: _____ Data: ____ / ____ / ____

1) Em um pet shop, uma vendedora precisa expor 7 peixes exóticos em alguns aquários para venda. Alguns desses peixes não podem ficar com certos peixes, por risco de conflito. A tabela abaixo mostra quais peixes não podem ficar juntos, denotados por x. Qual é o número mínimo de aquários necessários para expor todos esses peixes?

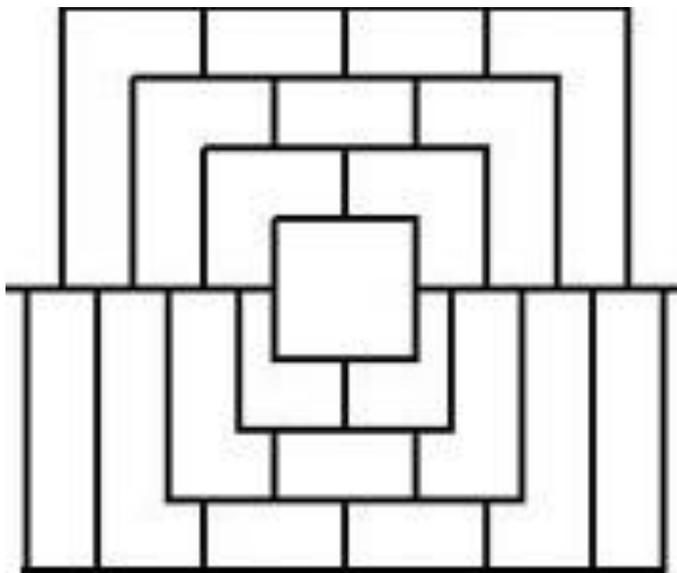
Peixe	A	B	C	D	E	F	G
A	-	x	x	x	x	x	x
B	x	-				x	x
C	x		-			x	
D	x			-		x	x
E	x				-		
F	x	x	x	x		-	
G	x	x		x			-

2) Um químico deseja embarcar os produtos A, B, C, D, E, F, G usando o menor número de containers. Alguns produtos não podem ser colocados num mesmo container porque reagem entre si. Quaisquer dos dois produtos entre A, B, C, G reagem, A reage com F e D, e E também reage com F e D. Qual é o menor número de containers necessários para embarcar os produtos com segurança?

3) Quantas cores seriam necessárias para pintar o mapa da América do Sul? Considere que você não pode pintar duas regiões vizinhas com a mesma cor (duas regiões vizinhas têm que ter pelo menos um segmento em comum), e a área externa conta como uma região vizinha a qualquer região com contorno externo.



4) Quantas cores são necessárias para pintar a região abaixo, de modo que regiões adjacentes tenham cores diferentes?



Apêndice C – Pós-teste

Nome: _____ Data: ____ / ____ / ____

1) Em um canil de reabilitação de cães abandonados, a equipe acabou de receber 6 novos cachorros encontrados, e precisa colocá-los em diferentes casinhas para passar a primeira noite. Constatou-se que alguns desses cães ficam extremamente agressivos na presença de alguns do mesmo grupo, logo, terão que alocá-los em casinhas diferentes. O cachorro A não pode ficar com os cachorros C, D ou E. Os cachorros B e F não podem ficar juntos. O cachorro E não pode ficar com os cachorros D nem F. Quantas casinhas serão necessárias para acomodar os 6 cachorros?

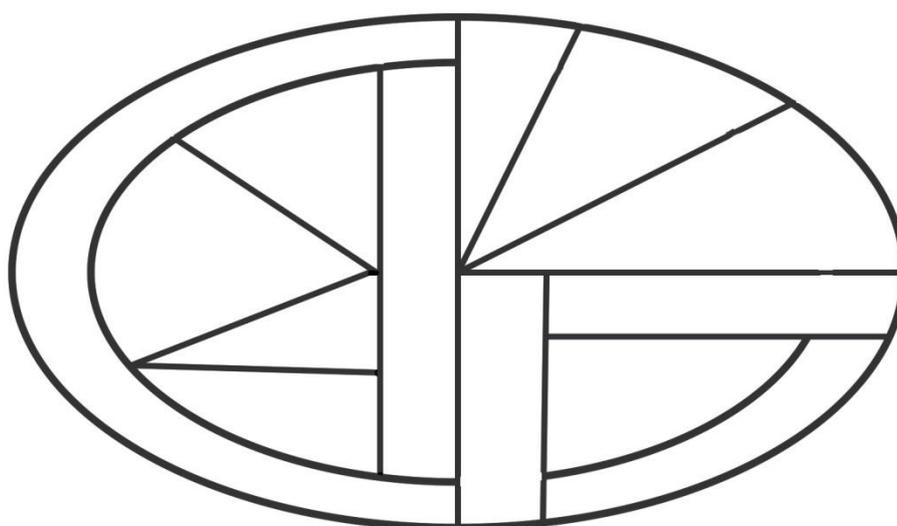
2) Em um certo curso em uma universidade, há 7 disciplinas a serem escolhidas pelos alunos desse curso. A Tabela abaixo mostra, com um x, se duas matérias têm pelo menos 1 aluno matriculado em ambas matérias. Determine qual é o número mínimo de horários que a universidade terá que organizar essas disciplinas de modo que um aluno não tenha duas de suas aulas no mesmo horário.

Disciplina	A	B	C	D	E	F	G
A	-	x	x	x			x
B	x	-	x	x	x		x
C	x	x	-	x		x	x
D	x	x	x	-	x	x	
E		x		x	-	x	x
F			x	x	x	-	x
G	x	x	x		x	x	-

3) Quantas cores seriam necessárias para pintar o mapa do Brasil? Considere que você não pode pintar duas regiões vizinhas com a mesma cor (duas regiões vizinhas têm que ter pelo menos um segmento em comum), e a área externa conta como uma região vizinha a qualquer região com o contorno externo. Colora a região usando as cores como indicado no exercício.



4) Quantas cores são necessárias para pintar a região abaixo, de modo que regiões adjacentes tenham cores diferentes? (obs.: a região externa é uma região a ser pintada) Colora a região usando as cores como indicado no exercício.



Apêndice D – Quantidade e porcentagens das respostas ao questionário Escala de Motivação em Matemática (pré-atividades)

QUESTÃO	1	2	3	4	5
1	31 (60,8%)	13 (25,5%)	5 (9,8%)	1 (1,9%)	1 (1,9%)
2	28 (54,9%)	13 (25,5%)	4 (7,8%)	5 (9,8%)	1 (1,9%)
3	0	3 (5,9%)	8 (15,7%)	12 (23,5%)	28 (54,9%)
4	7 (13,7%)	9 (17,7%)	12 (23,5%)	14 (27,5%)	9 (17,7%)
5	2 (3,9%)	18 (35,3%)	14 (27,5%)	10 (19,6%)	7 (13,7%)
6	0	7 (13,7%)	11 (21,6%)	9 (17,7%)	24 (47,1%)
7	9 (17,7%)	8 (15,7%)	18 (35,3%)	10 (19,6%)	6 (11,8%)
8	3 (5,9%)	5 (9,8%)	21 (41,2%)	7 (13,7%)	15 (29,4%)
9	1 (1,9%)	6 (11,8%)	12 (23,5%)	14 (27,5%)	18 (35,3%)
10	14 (27,5%)	15 (29,4%)	11 (21,6%)	7 (13,7%)	4 (7,8%)
11	2 (3,9%)	3 (5,9%)	6 (11,8%)	12 (23,5%)	28 (54,9%)
12	19 (37,3%)	17 (33,3%)	9 (17,7%)	3 (5,9%)	3 (5,9%)
13	18 (35,3%)	17 (33,3%)	10 (19,6%)	6 (11,8%)	0
14	33 (64,7%)	12 (23,5%)	3 (5,9%)	3 (5,9%)	0
15	0	6 (11,8%)	17 (33,3%)	18 (35,3%)	10 (19,6%)
16	0	0	6 (11,8%)	11 (21,6%)	34 (66,7%)
17	33 (64,7%)	15 (29,4%)	2 (3,9%)	1 (1,9%)	0
18	13 (25,5%)	10 (19,6%)	15 (29,4%)	9 (17,7%)	4 (7,8%)
19	26 (51%)	7 (13,7%)	7 (13,7%)	4 (7,8%)	7 (13,7%)
20	5 (9,8%)	15 (29,4%)	10 (19,6%)	8 (15,7%)	13 (25,5%)
21	3 (5,9%)	2 (3,9%)	13 (25,5%)	15 (29,4%)	18 (35,3%)
22	1 (1,9%)	5 (9,8%)	21 (41,2%)	10 (19,6%)	14 (27,5%)
23	5 (9,8%)	4 (7,8%)	16 (31,4%)	10 (19,6%)	16 (31,4%)

24	7 (13,7%)	8 (15,7%)	18 (35,3%)	7 (13,7%)	11 (21,6%)
25	15 (29,4%)	14 (27,5%)	12 (23,5%)	3 (5,9%)	7 (13,7%)
26	5 (9,8%)	9 (17,7%)	19 (37,3%)	14 (27,5%)	4 (7,8%)
27	21 (41,2%)	9 (17,7%)	9 (17,7%)	1 (1,9%)	11 (21,6%)
28	4 (7,8%)	6 (11,8%)	26 (51%)	9 (17,7%)	6 (11,8%)

Apêndice E – Quantidade e porcentagens das respostas ao questionário Escala de Motivação Pós-Atividades

QUESTÃO	1	2	3	4	5
1	11 (21,6%)	20 (39,2%)	18 (35,3%)	2 (3,9%)	0
2	10 (19,6%)	20 (39,2%)	17 (33,3%)	4 (7,8%)	0
3	0	4 (7,8%)	4 (7,8%)	15 (29,4%)	28 (54,9%)
4	4 (7,8%)	11 (21,6%)	16 (31,4%)	13 (25,5%)	7 (13,7%)
5	6 (11,8%)	8 (15,7%)	12 (23,5%)	15 (29,4%)	10 (19,6%)
6	2 (3,9%)	0	7 (13,7%)	18 (35,3%)	24 (47,1%)
7	2 (3,9%)	4 (7,8%)	14 (27,5%)	20 (39,2%)	11 (21,6%)
8	2 (3,9%)	4 (7,8%)	8 (15,7%)	18 (35,3%)	19 (37,3%)
9	8 (15,7%)	6 (11,8%)	13 (25,5%)	10 (19,6%)	14 (27,5%)
10	4 (7,8%)	5 (9,8%)	7 (13,7%)	14 (27,5%)	21 (41,2%)
11	5 (9,8%)	5 (9,8%)	11 (21,6%)	11 (21,6%)	19 (37,3%)
12	2 (3,9%)	3 (5,9%)	13 (25,5%)	15 (29,4%)	18 (35,3%)
13	0	8 (15,7%)	8 (15,7%)	17 (33,3%)	18 (35,3%)
14	9 (17,7%)	9 (17,7%)	14 (27,5%)	13 (25,5%)	6 (11,8%)
15	29 (56,9%)	11 (21,6%)	7 (13,7%)	4 (7,8%)	0
16	2 (3,9%)	9 (17,7%)	10 (19,6%)	18 (35,3%)	12 (23,5%)
17	0	0	2 (3,9%)	8 (15,7%)	41 (80,4%)