

**UFRRJ**  
**INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS**  
**MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE**  
**NACIONAL – PROFMAT**

**DISSERTAÇÃO**

**Uso de princípios básicos de programação como  
alternativa para o ensino de sistemas lineares e matrizes  
no ensino médio**

**Rafael Almeida Fonseca**

**2017**



**UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO  
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS  
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE  
NACIONAL – PROFMAT**

**USO DE PRINCÍPIOS BÁSICOS DE PROGRAMAÇÃO COMO  
ALTERNATIVA PARA O ENSINO DE SISTEMAS LINEARES E  
MATRIZES NO ENSINO MÉDIO**

**RAFAEL ALMEIDA FONSECA**

*Sob a Orientação do Professor*  
**Edivaldo Figueiredo Fontes Junior**

Dissertação submetida como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre, no curso de Pós-Graduação em Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, Área de Concentração em Matemática.

Seropédica, RJ

Agosto de 2017

Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro  
Biblioteca Central / Seção de Processamento Técnico

Ficha catalográfica elaborada  
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

F676u Fonseca, Rafael Almeida, 1986-  
Uso de princípios básicos de programação como alternativa para o ensino de sistemas lineares e matrizes no ensino médio / Rafael Almeida Fonseca. - 2017.  
100 f.: il.

Orientador: Edivaldo Figueiredo Fontes Junior. Dissertação (Mestrado). -- Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Programa de Pós-Graduação em Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional PROFMAT, 2017.

1. Princípios básicos de programação. 2. Sistemas lineares. 3. Matrizes. 4. MIT APP INVENTOR. I. Fontes Junior, Edivaldo Figueiredo, 1983-, orient. II Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro. Programa de Pós-Graduação em Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional PROFMAT III. Título.

UNIVERSIDADE FEDERAL RUARAL DO RIO DE JANEIRO  
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS  
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MESTRADO PROFISSIONAL EM  
MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL – PROFMAT

**RAFAEL ALMEIDA FONSECA**

Dissertação submetida como requisito parcial para obtenção do grau de **Mestre**, no curso de Pós-Graduação em Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, área de Concentração em Matemática.

DISSERTAÇÃO APROVADA EM 18/08/2017.

---

Edivaldo Figueiredo Fontes Junior. Dr. UFRRJ  
(Orientador)

---

Eulina Coutinho Silva do Nascimento. Dr.<sup>a</sup> UFRRJ

---

Franciane Conceição Peters. Dr.<sup>a</sup> UFRJ

**Dedico este trabalho a minha família, pelo apoio total no decorrer de minha trajetória, em especial a minha filha Beatriz, fonte maior de minha inspiração.**

## **AGRADECIMENTO**

Agradeço aos meus pais, José e Iraci, pelo apoio incondicional em todas as fases de minha vida e pelas oportunidades que me propiciaram.

Agradeço a minha filha Beatriz, por ser minha grande parceira e por ter sido compreensiva com minhas ausências decorrentes do desenvolvimento deste trabalho.

Ao meu orientador Prof<sup>o</sup> Edivaldo pelo tempo e dedicação durante todo o desenvolvimento desta dissertação.

Aos companheiros do PROFMAT/UFRRJ 2015 pela parceria firmada durante o mestrado.

Aos professores do PROFMAT/UFRRJ pela dedicação e profissionalismo.

À CAPES, pelo financiamento deste trabalho e apoio a pesquisa científica.

À UFRRJ e SBM pela oportunidade proporcionada.

## Resumo

O trabalho é um estudo de caso onde alunos do 2º ano do ensino médio desenvolveram um aplicativo para smartphone, plataforma Android, com a funcionalidade de ser uma calculadora de sistemas de equações lineares, a plataforma utilizada para o desenvolvimento foi o MIT APP INVENTOR, por ser uma ferramenta gratuita, prática e simples, e ainda encontrar-se traduzida para o português do Brasil. Através da utilização de princípios básicos de programação na aula de matemática buscou-se desenvolver o raciocínio lógico-matemático dos alunos, além de despertar o espírito criativo e empreendedor dos mesmos. Os resultados aferidos apresentaram uma melhora em relação a motivação e também ao aproveitamento dos alunos, o que indica a viabilidade de aplicação da metodologia proposta.

Palavra-Chave:

Sistemas lineares, MIT APP INVENTOR, Matemática, Smartphone

## **Abstract**

This work is a case study where high school students have developed a mobile app to solve linear systems. The students developed the mobile app using a free development environment for the Android platform known as MIT APP INVENTOR. By using fundamental programming concepts in math class sought to develop logical-mathematical reasoning of the students, and stimulate their creativity and entrepreneurship. The results obtained showed a great improvement in relation to the motivation and achievement of the students, which indicates the feasibility of applying this proposed methodology.

Keywords:

Linear Systems, MIT APP INVENTOR, Math classes, mobile app

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Diagonal Principal De Uma Matriz Quadrada De Ordem 3.....	24
Figura 2: Diagonal Secundária De Uma Matriz Quadrada De Ordem 3.....	24
Figura 3: Inserindo Endereço Eletrônico Do MIT APP INVENTOR.....	36
Figura 4: Criar Aplicativo.....	36
Figura 5: Login Na Plataforma Utilizando O Gmail.....	37
Figura 6: Permissão De Acesso A Conta Do Google.....	37
Figura 7: Termos De Uso.....	38
Figura 8: Modificando O Idioma Da Plataforma.....	39
Figura 9: Iniciando Novo Projeto.....	39
Figura 10: Lista De Projetos.....	40
Figura 11: Designer.....	41
Figura 12: Blocos.....	41
Figura 13: Tela De Menu Principal Antes Das Mudanças De Atributos.....	44
Figura 14: Layout Do Menu Principal Finalizado.....	45
Figura 15: Blocos De Programação Da Tela "Screen1".....	46
Figura 16: Entrada Das Equações.....	48
Figura 17: Layout Da Tela "sistema_2por2".....	50
Figura 18: Bloco De Cálculo Dos Determinantes.....	52
Figura 19: Bloco De Programação Do Botão "resolver_equacao".....	53
Figura 20: Bloco De Programação Do Botão "limpar_dados".....	54
Figura 21: Bloco De Programação Do Botão "equacao_3por3".....	54
Figura 22: Bloco De Programação Do Botão "voltar".....	55
Figura 23: Entrada Das Equações.....	56
Figura 24: Layout Esperado Da Tela "sistema_3por3".....	58
Figura 25: Layout Final Da Tela "sistema_3por3".....	59
Figura 26: Bloco De Programação Do "determinante".....	61
Figura 27: Bloco De Programação Do "determinante_x".....	61
Figura 28: Bloco De Programação Do "determinante_y".....	62
Figura 29: Bloco De Programação Do "determinante_z".....	62
Figura 30: Bloco De Programação Do Botão "resolver_equacao".....	64
Figura 31: Bloco De Programação Do Botão "limpar_dados".....	65
Figura 32: Bloco De Programação Do Botão "equacao_2por2".....	66
Figura 33: Bloco De Programação Do Botão "voltar".....	66
Figura 34: Escopo Do Projeto.....	68
Figura 35: Exemplo De Esboço Da Tela "Sistema_2por2".....	69
Figura 36: Evento "clique" Dos Botões Da Tela "sistema_2por2" De Um Dos Grupos.....	71

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1: Mudança de atributos na tela Menu Principal.....	45
Quadro 2: Layout do objeto “Organização em Tabela” para entrada das equações.....	47
Quadro 3: Atributos dos objetos para entrada das equações.....	48
Quadro 4: Atributos tela “Sistema_2por2”.....	49
Quadro 5: Layout do objeto Organização em Tabela para entrada das equações.....	55
Quadro 6: Atributos dos objetos para entrada das equações.....	56
Quadro 7: Atributos tela “Sistema_3por3”.....	57
Quadro 8: Modificação de atributos para "determinante=0".....	63
Quadro 9: Modificação de atributos para "determinante" diferente de "0".....	63
Quadro 10: Definição do grau de satisfação com os itens do questionário.....	74
Quadro 11: Resultado do questionário avaliativo aplicado junto com o pré-teste.....	75
Quadro 12: Resultado do questionário avaliativo aplicado junto com o teste.....	76
Quadro 13: Comparativo dos resultados do questionário avaliativo.....	78
Quadro 14: Resultados, inicial e final, de alguns itens agrupados.....	79
Quadro 15: Variação no grau de satisfação dos Blocos 1 e 2.....	80
Quadro 16: Resultado aferido no pré-teste.....	81
Quadro 17: Classificação das questões do pré-teste.....	84
Quadro 18: Média de aproveitamento por grupo de questões semelhantes.....	85
Quadro 19: Resultado aferido no teste.....	87
Quadro 20: Classificação das questões do teste.....	90
Quadro 21: Média de aproveitamento por grupo de questões semelhantes.....	91
Quadro 22: Aproveitamento médio aferido no pré-teste.....	92
Quadro 23: Aproveitamento médio aferido no teste.....	92
Quadro 24: Comparativo dos aproveitamentos médios do pré-teste e teste.....	92

## LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1: Média Do Grau De Satisfação Com Os Itens Do Questionário.....	75
Gráfico 2: Média Do Grau De Satisfação Com Os Itens Do Questionário.....	77
Gráfico 3: Aproveitamento Da Questão 1 Do Pré-teste.....	81
Gráfico 4: Aproveitamento Da Questão 2 Do Pré-teste.....	82
Gráfico 5: Aproveitamento Da Questão 3 Do Pré-teste.....	82
Gráfico 6: Aproveitamento Da Questão 4 Do Pré-teste.....	83
Gráfico 7: Aproveitamento Da Questão 5 Do Pré-teste.....	84
Gráfico 8: Aproveitamento Da Questão 1 Do Teste.....	87
Gráfico 9: Aproveitamento Da Questão 2 Do Teste.....	88
Gráfico 10: Aproveitamento Da Questão 3 Do Teste.....	88
Gráfico 11: Aproveitamento Da Questão 4 Do Teste.....	89
Gráfico 12: Aproveitamento Da Questão 5 Do Teste.....	90

# SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO.....</b>	<b>13</b>
<b>2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....</b>	<b>17</b>
<b>3 MATRIZES E SISTEMAS LINEARES.....</b>	<b>22</b>
3.1 MATRIZES.....	22
3.1.1 DEFINIÇÃO DE MATRIZ.....	22
3.1.2 MATRIZES ESPECIAIS.....	22
3.1.3 IGUALDADE ENTRE MATRIZES.....	25
3.1.4 OPERAÇÕES COM MATRIZES.....	26
3.1.5 MATRIZ INVERSA.....	28
3.1.6 DETERMINANTE DE UMA MATRIZ.....	28
3.2 SISTEMAS LINEARES.....	30
3.2.1 EQUAÇÕES LINEARES.....	30
3.2.2 MATRIZES ASSOCIADAS A UM SISTEMA LINEAR.....	30
3.2.3 FORMA MATRICIAL DE UM SISTEMA LINEAR.....	31
3.2.4 SOLUÇÃO DE UM SISTEMA LINEAR.....	31
3.2.5 CLASSIFICAÇÃO DE UM SISTEMA LINEAR.....	32
3.2.6 REGRA DE CRAMER.....	32
<b>4 DESENVOLVENDO O APLICATIVO.....</b>	<b>35</b>
4.1 MIT APP INVENTOR.....	35
4.2 ACESSANDO A PLATAFORMA E FAZENDO LOGIN.....	35
4.3 MUDANDO A LINGUAGEM DA PLATAFORMA.....	38
4.4 INICIANDO NOVO PROJETO.....	39
4.5 CONHECENDO A PLATAFORMA.....	40
4.6 DESENVOLVIMENTO DO APLICATIVO.....	43
4.6.1 DESENVOLVIMENTO DA TELA “SCREEN1”.....	44
4.6.2 DESENVOLVIMENTO DA TELA “SISTEMA_2POR2”.....	47
4.6.3 DESENVOLVIMENTO DA TELA “SISTEMA_3POR3”.....	55
<b>5 METODOLOGIA DE PESQUISA.....</b>	<b>67</b>
<b>6 ANÁLISE DE DADOS, RESULTADOS E DISCUSSÕES.....</b>	<b>74</b>
6.1 RESULTADOS DO QUESTIONÁRIO AVALIATIVO.....	74
6.2 RESULTADOS DO PRÉ-TESTE.....	80
6.3 RESULTADOS DO TESTE.....	86
6.4 DISCUSSÃO DOS RESULTADOS DO PRÉ-TESTE E DO TESTE.....	92
<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>94</b>
<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>96</b>
<b>APÊNDICE A – Questionário Avaliativo.....</b>	<b>98</b>
<b>APÊNDICE B – Pré-Teste.....</b>	<b>99</b>
<b>APÊNDICE C – Teste.....</b>	<b>100</b>

# 1 INTRODUÇÃO

A sala de aula clássica tem cada vez mais perdido sua eficácia frente aos anseios dos novos alunos, enquanto este vive em um mundo interativo, cercado de diferentes e inovadoras tecnologias digitais, a sala de aula apresenta-se estática, porém não é mais da natureza do aluno ser simplesmente receptivo, ele tem a necessidade de interagir.

O papel do professor no processo de ensino-aprendizagem exige diversas vezes estratégias diversificadas para que o mesmo atinja o seu objetivo final, que é o melhor aproveitamento possível do conteúdo por parte do aluno.

Este processo porém, encontra uma série de dificuldades que de alguma forma precisam ser vencidas para que se obtenha sucesso.

Esta pesquisa justifica-se pela falta de interesse demonstrada pelos alunos quanto à aprendizagem dos conteúdos, matrizes e sistemas lineares, seja pelas exaustivas sequências de cálculos necessárias para resolução de problemas inerentes ao tema, seja pela aparente inaplicabilidade dos conceitos, o que geralmente advém de uma contextualização inadequada do assunto, esta falta de interesse tem relação direta no rendimento dos alunos.

Algumas das grandes dificuldades a serem vencidas, em particular pelo professor de matemática, é o desinteresse demonstrado pelo aluno frente aos conteúdos da disciplina, a falta de domínio por parte dos alunos de conteúdos básicos da matemática, a distração dos alunos em sala causada predominantemente pelo uso indevido de aparelhos *smartphones*, dentre outras.

O objetivo do trabalho é a apresentação de um método inovador, alternativo e atrativo para o ensino de sistemas lineares e matrizes no ensino médio. O método propõe que os alunos desenvolvam ferramentas computacionais baseadas em aplicativos para smartphone, plataforma *Android*, usando o ambiente de desenvolvimento MIT APP INVENTOR.

A união de preceitos de uma ciência básica, a matemática, e a criatividade humana, tendo como plano de fundo um mercado tecnológico em franco crescimento, o de aplicativos e jogos para smartphone, servirá de estímulo para os alunos.

Para o desenvolvimento do trabalho os alunos devem aplicar para solução os teoremas inerentes a este conteúdo para desenvolver suas próprias calculadoras de sistemas lineares.

A metodologia utilizada para alcançar os objetivos foi uma pesquisa experimental com 34 alunos de uma turma do 2º ano do Ensino Médio Regular de uma escola da rede estadual de ensino situada no município de Paty do Alferes-RJ.

A escolha do público-alvo e do tema mantiveram relação direta com o fato de o pesquisador atuar como professor desta turma e o conteúdo utilizado foi proposto por ser o conteúdo previsto no Currículo Mínimo da Secretaria Estadual de Educação do Rio de Janeiro (SEEDUC, 2012) para o 2º ano do Ensino Médio no período de aplicação dos instrumentos da pesquisa.

O desenvolvimento do trabalho se deu em diferentes etapas. A primeira etapa foi composta de aula expositiva do conteúdo de matrizes e sistemas lineares com ênfase na resolução destes. Foi realizado em seguida um pré-teste individual onde foi permitido o uso da calculadora simples.

Na segunda etapa iniciou-se desenvolvimento do aplicativo dividido em duas partes (*layout* e programação), onde os alunos, divididos em grupos com 6 ou 7, criaram a parte gráfica do aplicativo (*layout*) com todos os elementos que julgaram necessários para sua calculadora. Em seguida, desenvolveram o algoritmo necessário para fazer a calculadora funcionar.

Na terceira etapa foi realizada a programação computacional do aplicativo utilizando o MIT APP INVENTOR, na qual o aplicativo foi de fato construído e testado. Todos os processos tiveram orientação direta do professor.

A quarta e última etapa foi composta de uma avaliação individual com questões objetivas onde foi permitido o uso do aplicativo desenvolvido pelo grupo.

A obtenção e análise dos dados se deram através de um questionário realizado antes e depois do experimento visando uma análise qualitativa sobre a forma de trabalho proposta e sobre a compreensão dos alunos frente ao tema.

Foi realizado também um pré-teste e um teste, no início e no final do trabalho, respectivamente, com questões diretas e aplicadas, visando uma análise quantitativa, além da observação participante, que durante todo o processo buscou analisar a motivação e a interação da classe no decorrer do trabalho.

O objetivo geral desta pesquisa é apresentar um método alternativo, baseado no uso de princípios básicos de programação para construção de um aplicativo para *smartphones* em sala de aula, visando o ensino de sistemas lineares e matrizes no ensino médio. Enquanto os objetivos específicos são:

- Desenvolver uma estratégia capaz de tornar mais natural a aprendizagem de matrizes para os alunos, despertando assim o interesse dos mesmos pelo assunto.
- Utilizar a lógica de programação como recurso para o desenvolvimento de estruturas lógicas de raciocínio.
- Demonstrar para os alunos a viabilidade de atuação no mercado de aplicativos e jogos para smartphone, que se encontra em franco crescimento no mundo.
- Criar aplicativos para smartphone utilizando a plataforma MIT APP INVENTOR.
- Estimular o espírito empreendedor e a capacidade de criação dos alunos.

## **Organização do trabalho**

No primeiro capítulo do trabalho foram apresentados a Introdução, a fundamentação teórica e os objetivos gerais e específicos.

O segundo capítulo fará uma discussão dos principais resultados que serão utilizados quanto a matrizes e sistemas lineares, não tendo este a intenção de aprofundar nos conceitos inerentes a estes conteúdos por não ser o foco desta pesquisa.

O terceiro capítulo detalhará o processo de construção do aplicativo utilizando o MIT APP INVENTOR. Este capítulo não tem o propósito de apresentar um manual completo de utilização da plataforma, sendo mostrado somente passos e ferramentas necessárias a construção do aplicativo podendo também servir como base para construção de aplicativos com complexidade semelhante.

O quarto capítulo discutirá a metodologia aplicada durante a pesquisa, trazendo uma discussão sobre os instrumentos utilizados na mesma.

O quinto capítulo apresentará os resultados obtidos na pesquisa. Será realizada neste ponto uma análise detalhada dos aspectos qualitativos e quantitativos observados, os dados obtidos pelos instrumentos serão confrontados e analisados à luz da observação participante realizada pelo pesquisador.

Na sequência serão apresentadas as considerações finais e as referências, respectivamente.

Por último, no apêndice, estará disponibilizado todo o material utilizado na pesquisa composto pelo questionário avaliativo, pelo pré-teste e pelo teste.

## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Duas das perguntas mais corriqueiras feitas pelos alunos em sala de aula frente a um novo conteúdo são: “vou aprender isso pra quê?” e “onde usarei este conteúdo na minha vida?”. Este tipo de pergunta nos remete a reflexão de que é muito mais atrativo aprender sobre algo que se tem uma relação mais próxima, utilizando o que o aluno já conhece e acrescentando aos poucos novos conceitos ou até mesmo refinando os conceitos preexistentes.

Nesse sentido, na abertura do livro *Psicologia Educacional*, Ausubel, Novak e Hanesian (1980) dizem que “O fator isolado mais importante que influencia o aprendizado é aquilo que o aprendiz já conhece” e na sociedade atual, os jovens e crianças desde muito novos estão em contato com tecnologias como smartphones, computadores, câmeras de vídeo dentre outras, o que segundo PRENSKY (2001) faz com que estas tecnologias tornem-se parte integrante de sua vida.

Eles passaram a vida inteira cercados por e utilizando computadores, videogames, reprodutores de música digital, câmeras de vídeo, celulares, e todos os outros brinquedos e ferramentas da era digital. [...] Jogos de computador, e-mail, internet, celulares e mensagens instantâneas são partes integrantes de suas vidas. (PRENSKY, 2001, p.1)

Os jovens de hoje convivem desde muito novos com a tecnologia, que por sua vez assumiu um caráter cada vez mais interativo, com isso os alunos estão acostumados a não se portar mais de forma passiva, estão acostumados a interagir. Sendo assim, a sala de aula, em sua forma clássica, tornou-se obsoleta, uma vez que não permite a interação na forma com a qual o mundo lhe provém.

Por outro lado, este mesmo aluno, carrega consigo um smartphone, que lhe permite um alto grau de interatividade sendo-lhe muito mais atrativo, tornando-se muitas vezes um obstáculo em sala de aula. Neste enfoque, Paiva (2016) afirma:

O ato de ensinar tem se tornado cada vez mais complexo. O professor, antes o centro das atenções, disputa seu posto de única fonte de conhecimento com a tecnologia, a internet, as videoaulas, os tedtalks, entre outros recursos hoje acessíveis facilmente através de um computador ou celular. Uma vez que, em geral, as tecnologias não estão inseridas diretamente nas atividades escolares, elas se tornam meio de descontração para os alunos. Os alunos estão cada vez mais inseridos nas tecnologias e redes sociais. A geração atual é digital, enquanto as escolas, em sua esmagadora maioria, ainda continuam “analógicas”. (PAIVA, 2016, p.1)

Mateus e Brito (2011) falam sobre as dificuldades impostas à educação pela rápida evolução tecnológica, mas apontam um caminho que é o olhar que deve ter o professor para as novas possibilidades trazidas por este avanço.

A questão é que a escola está com sérias dificuldades em lidar com todo esse cenário de mudanças que acontece cada vez mais rápido. As proibições relacionadas ao uso de dispositivos móveis, como celulares, é um exemplo dessa dificuldade. Não é simples mesmo. Ser professor está cada vez mais difícil, mas o otimismo do filósofo Pierre Lévy pode ser um importante estímulo para a educação. Talvez seja necessário voltar os olhares para os pontos positivos e buscar assim novas possibilidades, novas configurações de sala de aula, de trabalho docente, de leitura. (MATEUS E BRITO, 2011, p. 9519)

No capítulo sobre habilidades e competências a serem desenvolvidas em matemática dos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio, Brasil (2000, p.46) consta “Utilizar adequadamente os recursos tecnológicos como instrumentos de produção e de comunicação”. O termo **utilizar adequadamente** vem ao encontro com a discussão anterior, ou seja, uma possível solução para o uso do smartphone em sala de aula não reside na proibição e sim na incorporação desta tecnologia na dinâmica da sala de aula, pois conforme previsto nos Parâmetros Curriculares Nacionais, o uso de tecnologias de forma adequada é uma habilidade que deve ser fomentada em matemática no ensino médio.

Outra habilidade preconizada nos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio, Brasil (2000, p.46) é “Utilizar adequadamente calculadoras e computador, reconhecendo suas limitações e potencialidades”. Hoje, devido à tecnologia disponível nos smartphones, é possível classificá-los como um computador portátil. Desta forma, o trabalho em tela busca explorar potencialidades e limitações do smartphone, construindo um aplicativo que será uma calculadora para sistemas lineares, no intuito de aproximar o conteúdo de matrizes e sistemas lineares da realidade dos alunos, buscando uma contextualização mais contemporânea visando a quebra do paradigma de uma sala de aula clássica e estática transformando-a num espaço de aprendizagem dinâmico e interessante.

O processo de ensino-aprendizagem deve ser algo dinâmico e contemporâneo, o professor precisa estar atento a esta dinâmica para que o seu fazer pedagógico não se torne obsoleto, vários são os recursos tecnológicos que

podem ser incluídos no processo de ensino-aprendizagem para torná-lo mais atrativo e significativo, mas para tal, o professor precisa estar preparado para usá-los e ter claramente definido os objetivos esperados com a utilização, neste enfoque veja o que diz Scheffer *et al* (2011):

Assim, com os avanços tecnológicos, muitos recursos e estratégias estão disponíveis para auxiliar o professor em sua prática pedagógica, facilitando o entendimento do aluno, o que torna a aprendizagem mais significativa e atraente. Para isso, o professor precisa estar preparado e ter consciência dos objetivos que ele quer atingir com a utilização do recurso tecnológico em sua sala de aula. (SCHEFFER *et al*, 2011, p.4)

O trabalho de Gomes e Melo (2013a) ratifica dois grandes pilares desta pesquisa, a utilização da lógica de programação para desenvolver habilidades referentes ao raciocínio lógico-matemático e a importância da contextualização para um melhor resultado no processo de ensino-aprendizagem.

A lógica de programação permite realizar um encadeamento coerente de instruções em uma sequência lógica para a resolução de problemas, constituindo-se com um dos saberes elementares para o desenvolvimento do pensamento computacional. Todavia, frequentemente estes conteúdos são ensinados de forma isolada, sem que haja uma correlação com conceitos de outras áreas do conhecimento, ou mesmo sem levar em conta uma contextualização para o aprendiz. Desta forma, uma vez que o educando não compreende a aplicabilidade dos conteúdos que lhe foram ensinados, o processo de aprendizagem é prejudicado e esta não se torna significativa. (GOMES E MELO, 2013a, p.652)

A escolha deste pesquisador por utilizar o desenvolvimento de um aplicativo para ensino de conteúdos matemáticos baseia-se nas seguintes ideias: utilizar a lógica de programação como recurso no processo de ensino-aprendizagem, contextualizar de forma contemporânea os conteúdos de matrizes e sistemas lineares para tornar a aprendizagem significativa e transformar o papel do smartphone, de objeto de distração para recurso facilitador do processo de ensino-aprendizagem.

Há diversos trabalhos que buscam uma contextualização dos conteúdos matrizes e sistemas lineares, outros tantos que buscam a utilização de princípios básicos de programação como facilitador do processo de ensino-aprendizagem, utilizando ou não a plataforma MIT APP INVENTOR.

Rocha (2015), utiliza planilhas de *Excel* como ferramenta para facilitar o processo de ensino-aprendizagem de matrizes, determinantes e sistemas lineares,

ele afirma que existe uma relação entre a forma como os dados são armazenados nas planilhas e a forma como são dispostos nas matrizes. O mesmo utiliza-se deste argumento para propor um formato diferenciado de abordagem do tema visando motivar os alunos a aprender matemática.

Diante do exposto, o objetivo deste trabalho é apresentar uma maneira de ensino aprendizagem de matrizes, sistemas lineares e determinantes, de forma que o aluno se sinta motivado e desafiado a aprender matemática, e para isso usamos o aplicativo Microsoft Excel 2013, haja vista a grande relação entre a forma como os dados são armazenados na planilha Excel e como é definida uma matriz, construindo um tutorial para resolver problemas de sala de aula com os recursos oferecidos pelo aplicativo Excel. (ROCHA, 2015, p.11)

Valiente (2015) propõe a contextualização de sistemas lineares e determinantes num trabalho acerca das aplicações de ambos na engenharia civil. Este autor também aponta para a necessidade de contextualização dos conceitos destes temas.

Considerando a forma de abordagem apresentada nos livros didáticos de assuntos específicos do ensino médio, em especial, matrizes, sistemas lineares e determinante, sentiu-se a necessidade de apresentar de forma simples aplicações desses conceitos. Dessa forma será desenvolvida uma fundamentação teórica dos conceitos supracitados, para posterior aplicação em problemas concretos da Engenharia Civil. (VALIENTE, 2015, p.1)

A gamificação como alternativa para o ensino de matrizes foi a proposta apresentada por Moraes (2017), o autor desenvolveu propostas pedagógicas envolvendo conceitos de matrizes e de criptografia envolvidas na ideia de gamificação destes conteúdos buscando despertar o interesse dos alunos nas aulas de matemática.

Destarte, compreendemos que é bom que as abordagens feitas aos jovens da atualidade sejam realizadas considerando seu contexto interativo, estimuladas por empreitadas narrativas que oferecem o senso de participar de algum projeto maior, com senso de urgência e significado imediato. Para tanto, a gamificação mostra-se uma forma alternativa viável e interessante. Como discutido e apresentado, mais do que criar um jogo, é uma possibilidade de pensar um ambiente que envolva o aluno, utilizando as mesmas estratégias que os game designers, porém direcionado para a aprendizagem. (MORAES, 2017, p.45)

Gomes e Melo (2013b) apresentaram um trabalho realizado com o MIT APP INVENTOR com intuito de tornar significativo a aprendizagem de lógica de

programação, a ideia utilizada para motivar os alunos durante o processo de ensino-aprendizagem é semelhante a desenvolvida nesta pesquisa, com a ressalva que neste, o foco, são conteúdos matemáticos.

Ao criar aplicativos que possam ser utilizados em seus smartphones e que incorporam funcionalidades específicas de dispositivos móveis como a mobilidade e o uso do sistema de geolocalização são desenhadas conexões reais entre o cotidiano do aprendiz e os conceitos aprendidos. Desta forma, os conceitos não apenas fazem sentido para os educandos, mas têm importância, pois a possibilidade de criar aplicativos reais os deixa mais motivados. (GOMES E MELO, 2013b, p.627)

Oliveira (2016) utilizou o MIT APP INVENTOR para desenvolver um aplicativo para trabalhar conteúdos de geometria analítica com alunos da rede pública de ensino, o mesmo buscou uma forma de integrar os smartphones dos alunos nas aulas de matemática, fazendo com que o aparelho deixasse de ser um empecilho e passasse a ser um facilitador no processo de ensino-aprendizagem.

O objetivo geral deste trabalho foi avaliar, em um grupo de alunos da rede estadual do Estado do Rio de Janeiro do município de Seropédica, a evolução da aprendizagem sobre alguns tópicos de Geometria Analítica, através da utilização do aplicativo construído para este fim, e a motivação deles para o uso de seus dispositivos móveis no estudo da matemática. (OLIVEIRA, 2016, p.13)

Barbosa (2016) desenvolveu três sequências didáticas que utilizam o desenvolvimento de aplicativos para smartphone usando o MIT APP INVENTOR, os conteúdos matemáticos abordados foram equações do 2º grau, matrizes e sistemas de equações lineares, o mesmo afirma que o processo de esquematização mental é o alicerce de seu trabalho.

A proposta deste trabalho está alicerçada no processo de esquematização mental, através do uso das tecnologias de informações, onde, o estudante cria seu próprio programa, utilizando conceitos, estratégias e um estilo de resolução de problemas. O diferencial está no uso das novas tecnologias inseridas no cotidiano do estudante na última década: dispositivos móveis. (BARBOSA, 2016, p.31)

## 3 MATRIZES E SISTEMAS LINEARES

### 3.1 MATRIZES

Neste capítulo serão abordados os principais elementos necessários ao desenvolvimento da pesquisa. Como não é intenção deste projeto aprofundar o estudo de matrizes, este capítulo se referenciará principalmente nas definições de Hefez e Fernandez (2012), Iezzi *et al* (2013) e Barbosa (2016).

#### 3.1.1 DEFINIÇÃO DE MATRIZ

Segundo Hefez e Fernandez (2012), a definição de matriz se dá da seguinte forma:

Dados  $m$  e  $n$  no conjunto dos números naturais, definimos uma matriz real de ordem  $m$  por  $n$ , ou simplesmente uma matriz  $m$  por  $n$  (escreve-se  $m \times n$ ), como uma tabela formada por elementos pertencentes ao conjunto dos números reais distribuídos em  $m$  linhas e  $n$  colunas. Estes elementos do conjunto dos números reais são chamados entradas da matriz. (HEFEZ e FERNANDEZ, 2012, p.13)

De uma forma geral, uma matriz  $A$  do tipo  $m \times n$  é representada por  $A = [a_{ij}]_{m \times n}$ , com  $i$  e  $j$  pertencendo ao conjunto dos números naturais tais que  $1 \leq i \leq m$ ,  $1 \leq j \leq n$ , e  $a_{ij}$  é um elemento ou entrada da matriz  $A$ . A matriz  $A$  pode ser denotada da seguinte forma:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

#### 3.1.2 MATRIZES ESPECIAIS

**Matriz Linha:** é uma matriz do tipo  $A_{1 \times n}$ , ou seja, seus elementos estão dispostos em uma única linha.

$$A = [a_{11} \ a_{12} \ \dots \ a_{1m}]$$

**Matriz Coluna:** é uma matriz do tipo  $A_{m \times 1}$ , ou seja, seus elementos estão dispostos em uma única coluna.

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \dots \\ a_{m1} \end{bmatrix}$$

**Matriz Nula:** é matriz que possui todas as entradas nulas. A matriz nula pode ser representada pela notação  $0_{m \times n}$ . Exemplos:

$$0_{2 \times 2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad 0_{1 \times 3} = [0 \quad 0 \quad 0]$$

**Matriz Quadrada:** é a matriz do tipo  $A_{m \times n}$ , com  $m = n$ , ou seja, possui o mesmo número de linhas e colunas. Pode ser enunciada como matriz quadrada de ordem  $n$ .

Exemplo de matriz quadrada de ordem 2.

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$$

Exemplo de matriz quadrada de ordem 3.

$$B = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

Uma matriz quadrada de ordem  $n$ , terá uma diagonal principal e uma diagonal secundária.

A diagonal principal é formada pelos elementos de  $a_{ij}$  tal que  $i = j$ .

Como exemplo, se  $A$  é uma matriz quadrada de ordem 2, sua diagonal principal será formada pelos elementos  $a_{11}$  e  $a_{22}$  e se  $B$  é uma matriz quadrada de ordem 3 (Figura 1), sua diagonal principal será formada pelos elementos  $a_{11}$ ,  $a_{22}$  e  $a_{33}$ .

A diagonal secundária é formada pelos elementos de  $a_{ij}$  tais que  $i+j=n+1$ .

Como exemplo, se  $A$  é uma matriz quadrada de ordem 2, sua diagonal secundária será formada pelos elementos cuja soma  $i+j$  é igual a 3, neste caso os elementos serão  $a_{21}$  e  $a_{12}$  e se  $B$  é uma matriz quadrada de ordem 3 (Figura 2), sua diagonal secundária será formada pelos elementos cuja soma  $i+j$  é igual a 4, neste caso os elementos serão  $a_{31}$ ,  $a_{22}$  e  $a_{13}$ .

Figura 1: Diagonal principal de uma matriz quadrada de ordem 3

$$B = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

Fonte: Autor

Figura 2: Diagonal secundária de uma matriz quadrada de ordem 3

$$B = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

Fonte: Autor

**Matriz Diagonal:** é uma matriz quadrada de ordem  $n$ , onde todos os elementos que não pertencem à diagonal principal são nulos. Exemplos:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 11 \end{bmatrix}$$

**Matriz identidade:** é a matriz diagonal onde todos os elementos da diagonal principal são iguais a 1. Para indicar uma matriz identidade de ordem  $n$ , utiliza-se a notação ( $I_n$ ). Exemplos:

$$I_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}; I_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

**Matriz Oposta:** a matriz oposta de  $A$ , denotada por  $-A$  é a matriz definida por  $-A = [-a_{ij}]_{m \times n}$ . Exemplo:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -4 \end{bmatrix}; -A = \begin{bmatrix} -2 & -3 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$$

**Matriz Transposta:** Dada a matriz  $A = [a_{ij}]_{m \times n}$ , a matriz transposta de  $A$ , que tem por notação  $A^t$  é tal que  $A^t = [b_{ij}]_{n \times m}$ , onde  $b_{ij} = a_{ji}$ , para todo  $1 \leq i \leq n$  e  $1 \leq j \leq m$ . Exemplo:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 7 \\ 1 & 9 & -4 \end{bmatrix}; A^t = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 9 \\ 7 & -4 \end{bmatrix}$$

### 3.1.3 IGUALDADE ENTRE MATRIZES

Sejam  $A$  e  $B$  matrizes de mesma ordem ( $m \times n$ ), a igualdade entre as matrizes  $A$  e  $B$  ocorrerá se, e somente se,  $a_{ij} = b_{ij}$ , para todo  $1 \leq i \leq m$  e  $1 \leq j \leq n$ . Exemplo:

Se

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 12 & -4 \end{bmatrix}$$

e

$$B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 12 & -4 \end{bmatrix}$$

Temos que

$$A = B$$

### 3.1.4 OPERAÇÕES COM MATRIZES

#### Adição de Matrizes

A adição de matrizes está definida somente para matrizes de mesma ordem  $(m \times n)$ .

Sendo a matriz  $C$  o resultado da adição das matrizes  $A$  e  $B$ , esta também será de ordem  $(m \times n)$ .

As entradas da matriz  $C$  serão definidas da seguinte forma:  $c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$ , para todo  $1 \leq i \leq m$  e  $1 \leq j \leq n$ . Exemplo:

$$\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 2 \\ 5 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -2 & 4 \\ 2 & -8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ -2 & 6 \\ 7 & -4 \end{bmatrix}$$

#### Propriedades da adição de matrizes

Sendo  $A$ ,  $B$  e  $C$  matrizes de mesma ordem  $(m \times n)$  e  $0_{m \times n}$  uma matriz nula de ordem  $(m \times n)$ , a operação de adição das matrizes satisfaz as seguintes propriedades.

- (P1)  $A + B = B + A$  (Comutativa)
- (P2)  $(A + B) + C = A + (B + C)$  (Associativa)
- (P3)  $A + 0_{m \times n} = A$  (Existência do elemento neutro aditivo)
- (P4)  $A + (-A) = 0_{m \times n}$  (Existência do elemento oposto)

#### Demonstração de (P1)

Se  $A = [a_{ij}]$  e  $B = [b_{ij}]$ , então

$$A + B = [a_{ij}] + [b_{ij}] = [a_{ij} + b_{ij}] = [b_{ij} + a_{ij}] = [b_{ij}] + [a_{ij}] = B + A$$

Onde foi usada a propriedade comutativa da adição de números reais.

### Demonstração de (P2)

Se  $A=[a_{ij}]$ ,  $B=[b_{ij}]$  e  $C=[c_{ij}]$ , então

$$(A+B)+C=([a_{ij}]+[b_{ij}])+[c_{ij}]=[a_{ij}]+([b_{ij}]+[c_{ij}])=A+(B+C)$$

onde foi usada a propriedade associativa da adição de números reais.

### Demonstração de (P3)

Se  $A=[a_{ij}]$  e  $0_{m \times n}=[0]$ , então

$$A+0_{m \times n}=[a_{ij}]+[0]=[a_{ij}]=A$$

### Demonstração de (P4)

Se  $A=[a_{ij}]$  e  $(-A)=[-a_{ij}]$ , então

$$A+(-A)=[a_{ij}]+[-a_{ij}]=[0]=0_{m \times n}$$

### Produto de uma matriz por um escalar

Seja  $A$  uma matriz de ordem  $(m \times n)$  e  $k$  um número real. O produto da matriz  $A$  por um escalar  $k$  é definido como  $k \cdot A=[k \cdot a_{ij}]$ , para todo  $1 \leq i \leq m$  e  $1 \leq j \leq n$ . Exemplo:

$$4 \cdot \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4(3) \\ 4(2) \\ 4(9) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 \\ 8 \\ 36 \end{bmatrix}$$

### Produto entre matrizes

Sendo  $A=[a_{ij}]$  e  $B=[b_{jk}]$  matrizes, onde  $A$  é de ordem  $(m \times n)$  e  $B$  é de ordem  $(n \times p)$ , o produto das matrizes  $A$  e  $B$ , denotado por  $AB$ , será a matriz  $C=[c_{ik}]$  de ordem  $(m \times p)$  definida por:

$$C=[c_{ik}]=\sum_{j=1}^n a_{ij}b_{jk}=a_{i1}b_{1k}+\dots+a_{in}b_{nk}, \text{ para todo } 1 \leq i \leq m \text{ e } 1 \leq k \leq p.$$

## Propriedades do produto entre matrizes

Seendo  $A=[a_{ij}]_{m \times n}$  ,  $B=[b_{jk}]_{n \times p}$  ,  $C=[c_{kl}]_{p \times q}$  e  $D=[d_{jk}]_{n \times p}$  , o produto entre matrizes satisfaz as propriedades:

$$(P1) \quad A(BC)=(AB)C \quad (\text{Associatividade do produto})$$

$$(P2) \quad AI_n=A \quad \text{e} \quad I_m A=A \quad (\text{Elemento neutro})$$

$$(P3) \quad A(B+D)=AB+AD \quad (\text{Distributividade à esquerda})$$

$$(P4) \quad (B+D)A=BA+DA \quad (\text{Distributividade à direita})$$

$$(P5) \quad A0_{n \times p}=0_{m \times p} \quad \text{e} \quad 0_{p \times m}A=0_{p \times n} \quad (\text{Matriz nula})$$

### 3.1.5 MATRIZ INVERSA

Uma matriz  $A$  , quadrada de ordem  $n$  , é dita inversível se existir uma matriz  $B$  , também quadrada de ordem  $n$  , tal que  $AB=BA=I_n$  . A matriz  $B$  é dita inversa de  $A$  , e denotada por  $A^{-1}$  . Logo, temos que  $AA^{-1}=A^{-1}A=I_n$  .

Exemplo:

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -\left(\frac{1}{5}\right) & \left(\frac{3}{5}\right) \\ \left(\frac{2}{5}\right) & -\left(\frac{1}{5}\right) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\left(\frac{1}{5}\right) & \left(\frac{3}{5}\right) \\ \left(\frac{2}{5}\right) & -\left(\frac{1}{5}\right) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

### 3.1.6 DETERMINANTE DE UMA MATRIZ

Determinante é uma função que transforma a matriz quadrada de ordem  $n$  em um número real.

Uma das aplicações do determinante consiste em permitir verificar se a matriz tem ou não inversa. O valor do determinante é igual a 0 das que não têm.

Uma notação para determinante da matriz  $A$  é  $\det(A)$  .

### **Determinante de matriz quadrada de ordem 1.**

Uma matriz quadrada de ordem 1 possui um único elemento, o determinante desta matriz será igual a este elemento.

$$\text{Se } A = [a_{11}], \det(A) = a_{11}$$

### **Determinante de matriz quadrada de ordem 2.**

O determinante de uma matriz quadrada de ordem 2 é igual à diferença do produto dos elementos da diagonal principal pelo produto dos elementos da diagonal secundária.

$$\text{Se } A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}, \det(A) = (a_{11}a_{22}) - (a_{12}a_{21})$$

### **Determinante de uma matriz quadrada de ordem 3.**

O determinante de uma matriz quadrada de ordem 3 pode ser calculado através da Regra de Sarrus<sup>1</sup> da seguinte forma:

$$\text{Se } A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix},$$

$$\det(A) = (a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32}) - (a_{13}a_{22}a_{31} + a_{12}a_{21}a_{33} + a_{11}a_{23}a_{32})$$

### **Determinante de uma matriz quadrada de ordem 4 ou superior.**

Para o cálculo do determinante de matrizes quadradas de ordem 4 ou superior pode ser utilizado o desenvolvimento de Laplace<sup>2</sup>, cuja demonstração pode ser encontrada em Hefez e Fernandez (2012, p.233).

---

1 Pierre Frédéric Sarrus (1789-1861), matemático responsável pela regra prática de resolução de determinantes de matriz quadrada de ordem 3.

2 Pierre-Simon Laplace (1749-1827), foi matemático, astrônomo e físico francês.

$$\det(A) = \sum_{i=1}^n (-1)^{i+j} a_{ij} \det(A(i|j))$$

## 3.2 SISTEMAS LINEARES

Sistema de equações lineares pode ser definido como um conjunto de  $m$  equações lineares nas variáveis  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , onde podemos chamar de um sistema linear com  $m$  equações e  $n$  variáveis.

Exemplo de sistema linear com duas equações e duas variáveis.

$$\begin{cases} 2x + 3y = 8 \\ 4x + 5y = 14 \end{cases}$$

Esta seção tem por finalidade abordar os principais resultados utilizados na pesquisa e para tal basear-se-á nas definições e exemplos expostos em Rocha (2015), Hefez e Fernandez (2012), Iezzi *et al* (2013) e Savitraz (2015).

### 3.2.1 EQUAÇÕES LINEARES

As equações nas variáveis  $x_1, x_2, \dots, x_n$  do tipo  $a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b$  são denominadas equações lineares.

Os termos  $a_{11}, a_{12}, \dots, a_{1n}$  são denominados coeficientes, enquanto o termo  $b$  é denominado termo independente.

### 3.2.2 MATRIZES ASSOCIADAS A UM SISTEMA LINEAR

Um sistema de equações lineares possui uma matriz associada completa e uma matriz associada incompleta.

A matriz associada incompleta é a matriz que tem por elementos os coeficientes do sistema de equações lineares, enquanto a matriz associada



### 3.2.4 SOLUÇÃO DE UM SISTEMA LINEAR

A solução de um sistema de equações lineares é toda solução comum a todas as equações do sistema.

Um sistema pode ter ou não solução.

A solução pode ainda ser única ou representada por um conjunto com determinada característica. Exemplos:

$$\begin{cases} 2x+5y=12 \\ 3x+2y=7 \end{cases}, \text{ possui como solução } \{ 1; 2 \}$$

$$\begin{cases} 2x+5y=12 \\ 4x+10y=24 \end{cases}, \text{ possui como solução } \{ x; (12-2x)/5 \}$$

$$\begin{cases} 2x+5y=12 \\ 2x+5y=8 \end{cases}, \text{ não possui solução}$$

### 3.2.5 CLASSIFICAÇÃO DE UM SISTEMA LINEAR

Um sistema linear pode ser classificado conforme a quantidade de soluções da seguinte forma:

**Sistema Impossível (SI):** sistema que não possui solução.

**Sistema Possível e Determinado (SPD):** sistema que possui solução e esta é única.

**Sistema Possível e Indeterminado (SPI):** sistema com uma quantidade infinita de soluções.

### 3.2.6 REGRA DE CRAMER

A Regra de Cramer fornece um dispositivo prático para resolução de sistemas lineares possíveis e determinados com  $n$  equações e  $n$  incógnitas.

Este método não possibilita distinguir um Sistema Impossível de um Sistema Possível e Indeterminado.

Savitraz (2015, p. 36) enuncia a Regra de Cramer da seguinte forma:

Seja  $AX=B$  um sistema  $n \times n$ . Se  $\det(A) \neq 0$ , então o sistema tem uma única solução dada por:

$$x_j = \frac{\det(A_j)}{\det(A)}, j=1,2,\dots,n$$

Onde,  $A_j$  denota a matriz obtida de  $A$  substituindo a sua  $j$ -ésima coluna pela única coluna de  $B$ .

### Exemplo de resolução de um sistema linear com duas equações utilizando a Regra de Cramer.

**Questão:** Calcule o valor de  $x$  e  $y$  no sistema linear 
$$\begin{cases} 3x+y=9 \\ 2x+3y=13 \end{cases}$$

**Resolução:**

Sendo as matrizes  $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ ,  $A_x = \begin{bmatrix} 9 & 1 \\ 13 & 3 \end{bmatrix}$  e  $A_y = \begin{bmatrix} 3 & 9 \\ 2 & 13 \end{bmatrix}$ .

Temos que

$$\det(A) = (3 \cdot 3) - (1 \cdot 2) = 7,$$

$$\det(A_x) = (9 \cdot 3) - (1 \cdot 13) = 14 \text{ e}$$

$$\det(A_y) = (3 \cdot 13) - (9 \cdot 2) = 21$$

Logo, pela Regra de Cramer

$$x = \frac{\det(A_x)}{\det(A)} = \frac{14}{7} = 2 \text{ e } y = \frac{\det(A_y)}{\det(A)} = \frac{21}{7} = 3.$$

### Exemplo de resolução de um sistema linear com três equações utilizando a Regra de Cramer.

**Questão:** Calcule o valor de  $x$ ,  $y$  e  $z$  no sistema linear 
$$\begin{cases} x+2y-z=2 \\ 2x-y+z=3 \\ x+y+z=6 \end{cases}$$

### Resolução:

Sendo as matrizes

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad A_x = \begin{bmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 3 & -1 & 1 \\ 6 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad A_y = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & 6 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad A_z = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & 6 \end{bmatrix}.$$

Temos que

$$\det(A) = (1 \cdot (-1) \cdot 1 + 2 \cdot 1 \cdot 1 + (-1) \cdot 2 \cdot 1) - ((-1) \cdot (-1) \cdot 1 + 2 \cdot 2 \cdot 1 + 1 \cdot 1 \cdot 1) = (-1) - (6) = -7$$

$$\det(A_x) = (2 \cdot (-1) \cdot 1 + 2 \cdot 1 \cdot 6 + (-1) \cdot 3 \cdot 1) - ((-1) \cdot (-1) \cdot 6 + 2 \cdot 3 \cdot 1 + 2 \cdot 1 \cdot 1) = (7) - (14) = -7$$

$$\det(A_y) = (1 \cdot 3 \cdot 1 + 2 \cdot 1 \cdot 1 + (-1) \cdot 2 \cdot 6) - ((-1) \cdot 3 \cdot 1 + 2 \cdot 2 \cdot 1 + 1 \cdot 1 \cdot 6) = (-7) - (7) = -14$$

$$\det(A_z) = (1 \cdot (-1) \cdot 6 + 2 \cdot 3 \cdot 1 + 2 \cdot 2 \cdot 1) - (2 \cdot (-1) \cdot 1 + 2 \cdot 6 \cdot 1 + 3 \cdot 1 \cdot 1) = (4) - (25) = -21$$

Logo, pela Regra de Cramer

$$x = \frac{\det(A_x)}{\det(A)} = \frac{-7}{-7} = 1, \quad y = \frac{\det(A_y)}{\det(A)} = \frac{-14}{-7} = 2 \quad \text{e} \quad z = \frac{\det(A_z)}{\det(A)} = \frac{-21}{-7} = 3.$$

## **4 DESENVOLVENDO O APLICATIVO**

### **4.1 MIT APP INVENTOR**

O MIT APP INVENTOR é uma linguagem de programação muito intuitiva, voltada para criação de aplicativos para plataforma Android. Barbosa (2016) definiu o MIT APP INVENTOR da seguinte forma:

O App Inventor (nome original até ser transferido para o MIT) é uma plataforma de desenvolvimento, que permite pessoas com qualquer nível de experiência em programação criarem programas (aplicações) para o sistema operacional Android. Ele usa uma interface gráfica onde a funcionalidade dos componentes é exposta aos desenvolvedores via blocos de código permitindo construir o aplicativo sem ter que escrever código tradicional, tal como montar um quebra-cabeça. (BARBOSA, 2016, p.26)

Uma relação com o construtivismo, teoria pedagógica proposta por Seymour Papert, foi apresentada por Gomes e Melo (2013b), onde fizeram um link da experiência proporcionada no ambiente MIT APP INVENTOR com esta teoria.

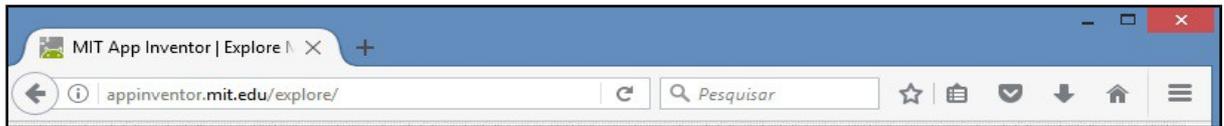
Inspirado nas linguagens Logo e Scratch, o App Inventor propicia um ambiente de aprendizagem baseado no construcionismo, uma vez que permite aos estudantes criarem aplicações à medida que descobrem e exercitam sua criatividade, tornando o aprendizado mais lúdico. (GOMES E MELO, 2013b, pag. 622)

O MIT APP INVENTOR foi traduzido no final de 2015 para o português do Brasil pelo professor e pesquisador Eduardo Valle da Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação (FEEC) da Unicamp, quebrando a barreira imposta pela dificuldade com a língua estrangeira e melhorou a experiência dos alunos com a plataforma.

### **4.2 ACESSANDO A PLATAFORMA E FAZENDO LOGIN**

Para acessar a plataforma do MIT APP INVENTOR deve-se digitar o endereço eletrônico *www.appinventor.mit.edu/* na barra de endereço do seu navegador assim como na Figura 3.

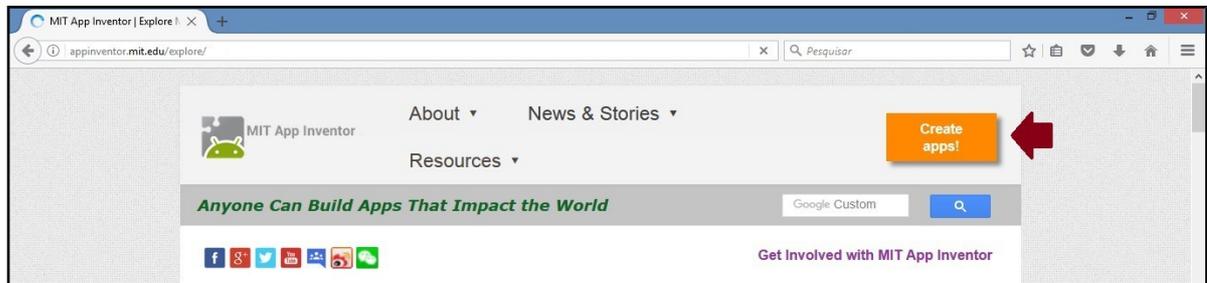
Figura 3: Inserindo endereço eletrônico do MIT APP INVENTOR



Fonte: Autor - Print de Tela

Em seguida clique no botão laranja na parte superior direita da página denominado “*Create Apps!*” (Criar Aplicativo) conforme demonstrado na Figura 4 para acessar a página de login do MIT APP INVENTOR.

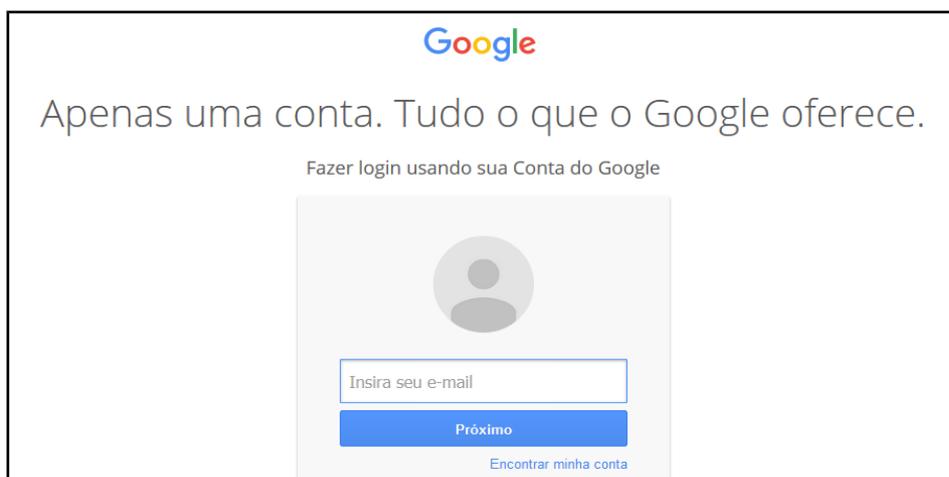
Figura 4: Criar aplicativo



Fonte: Autor - print de tela

A Figura 5 mostra a forma de acesso à plataforma do MIT APP INVENTOR que se dá mediante um e-mail do Google que é disponibilizado de forma gratuita através de sua ferramenta *Gmail*.

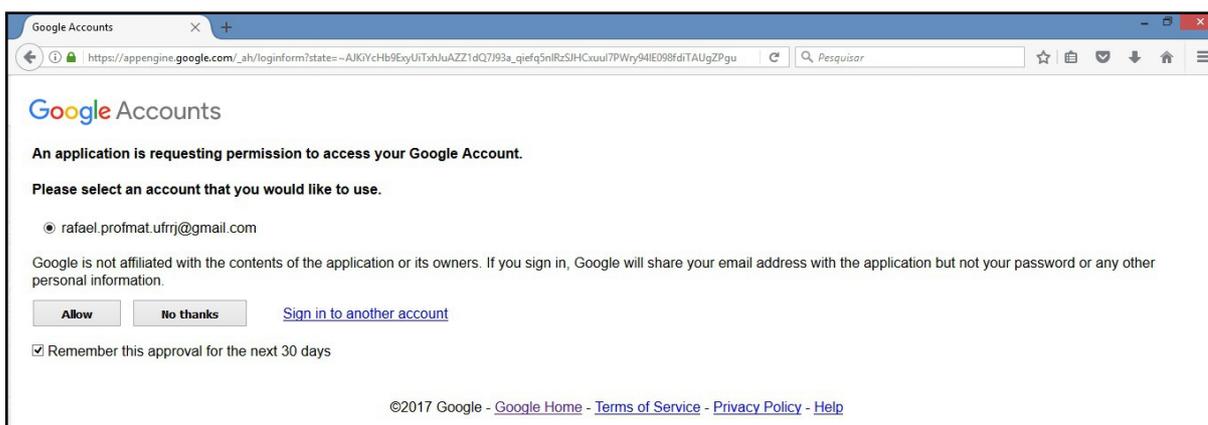
Figura 5: Login na plataforma utilizando o Gmail



Fonte: Autor - print de tela

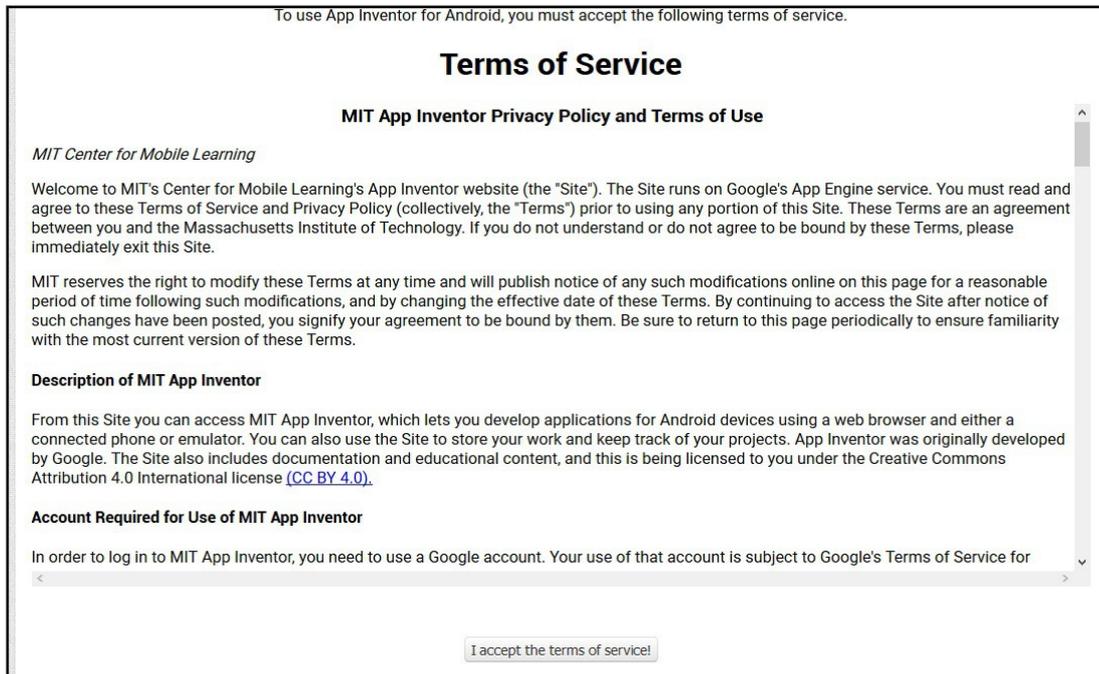
Após realizar o *login* com uma conta do Google válida a plataforma solicitará acesso a mesma que deverá ser fornecido clicando no botão *Allow* (permitir) como indicado na Figura 6 e deverá ser aceito os termos de uso do serviço clicando no botão *"I accept the terms of service!"* (Eu aceito os termos do serviço) mostrado na Figura 7.

Figura 6: Permissão de acesso a conta do Google.



Fonte: Autor - print de tela

Figura 7: Termos de Uso



Fonte: Autor - print de tela

Cumprida esta etapa o site será direcionado para a página inicial de desenvolvimento de aplicativos do MIT APP INVENTOR que por padrão deverá aparecer na língua inglesa.

### 4.3 MUDANDO A LINGUAGEM DA PLATAFORMA

Para modificar o idioma o usuário deve localizar na parte superior direita o menu contendo a palavra “*English*” (linguagem padrão da plataforma – Inglês) e modificá-lo para Português do Brasil conforme ilustrado na Figura 8.

Figura 8: Modificando o idioma da plataforma

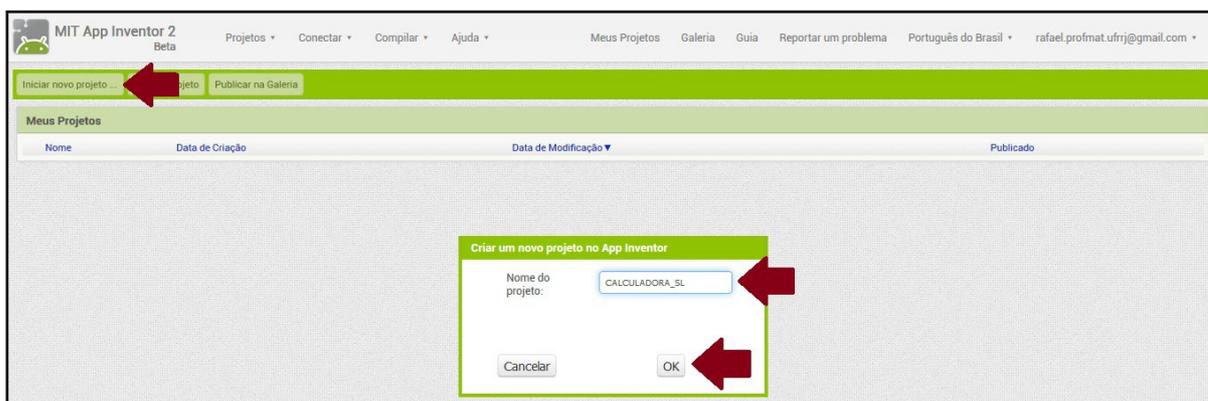


Fonte: Autor - print de tela

## 4.4 INICIANDO NOVO PROJETO

Clique no botão “Iniciar Novo Projeto...” e aparecerá uma janela chamada “Criar um novo projeto no App Inventor”, onde deve ser digitado um nome para o projeto. Em seguida clique no botão “OK” para que o projeto seja criado, a Figura 9 demonstra esses passos.

Figura 9: Iniciando novo Projeto



Fonte: Autor - print de tela

Aparecerá uma lista, onde deverá ser selecionado o projeto criado, como na Figura 10.

Figura 10: Lista de Projetos



Fonte: Autor - print de tela

## 4.5 CONHECENDO A PLATAFORMA.

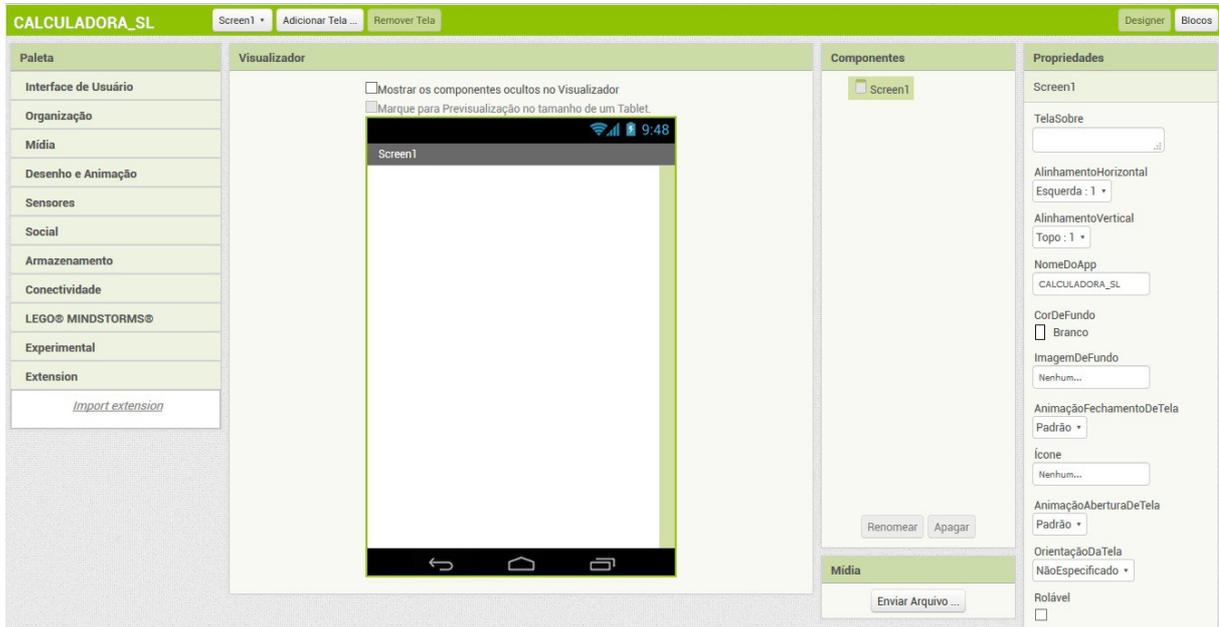
Neste ponto serão apresentadas as principais funções da plataforma do MIT APP INVENTOR dando ênfase às ferramentas necessárias ao desenvolvimento do software proposto neste trabalho.

Para estudos mais profundos sobre a plataforma MIT APP INVENTOR há diversos manuais no site da mesma (APPINVENTOR, 2017) e também diversos sites especializados no tema de acessos gratuitos e pagos disponíveis na internet.

Salienta-se que este capítulo não pretende ser um manual completo da plataforma, pretende somente servir de embasamento para desenvolvimento do aplicativo proposto ou aplicativos de semelhante complexidade.

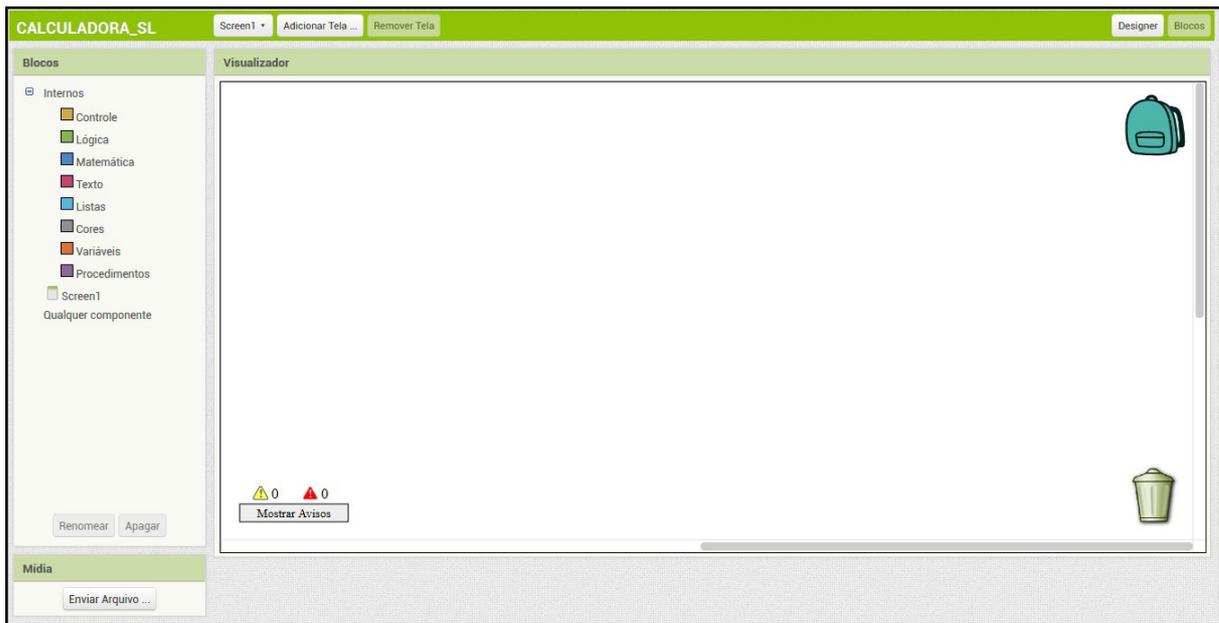
A plataforma é dividida em dois ambientes, o de Designer, ilustrado pela Figura 11, que é o ambiente onde será desenvolvido toda a parte gráfica do projeto, e o de Blocos, ilustrada pela Figura 12, que é o ambiente responsável pela programação do aplicativo.

Figura 11: Designer



Fonte: Autor

Figura 12: Blocos



Fonte: Autor - print de tela

O ambiente de Designer possui cinco subdivisões, são elas: “Paleta”, “Visualizador”, “Componentes”, “Propriedades” e “Mídias”.

Na “Paleta”, encontra-se um menu com as opções “Interface de Usuário”, “Organização”, “Mídia”, “Desenho e Animação”, “Sensores”, “Social”, “Armazenamento”, “Conectividade”, “LEGO”, “Experimental” e “*Extension*”. No projeto será usado a opção de menu “Interface de Usuário”, mais especificamente os objetos “Botão”, “Legenda” e “Caixa de Texto” e da opção de menu “Organização” será utilizado o objeto “Organização em Tabela”.

O objeto “Botão” receberá um bloco de comandos e será responsável por executá-lo toda vez que for clicado, o objeto “Legenda” rotulará o que for necessário no aplicativo visando uma melhor experiência para o usuário, o objeto “Caixa de Texto” receberá as entradas de texto, no caso específico do aplicativo, os valores numéricos inerentes ao sistema linear a ser resolvido, o objeto “Organização em Tabela” será o responsável pela disposição dos objetos gráficos no *layout* do aplicativo.

No “Visualizador” encontra-se uma simulação de tela de smartphone onde será posicionado os objetos gráficos do aplicativo. Nesta área será desenvolvido todo o *layout* do mesmo.

Em “Componentes” aparecerá uma lista hierárquica com todos os componentes inclusos na tela do aplicativo que se está desenvolvendo. Nesta parte é possível excluir e renomear qualquer componente da tela.

Em “Propriedades” podemos mudar atributos da tela ou de qualquer outro objeto selecionado. Em geral os atributos mutáveis são inerentes a cor, tamanho, fonte e alinhamento. Cada objeto tem uma gama diferente de atributos mutáveis.

Em “Mídias” pode-se fazer o *upload* de alguma mídia externa para incluí-la no projeto, como imagens e sons, por exemplo.

O ambiente de Blocos possui três subdivisões, são elas: “Blocos”, “Visualizador” e “Mídias”.

Em “Blocos” são exibidos os controles internos, são eles: “Controle”, “Lógica”, “Matemática”, “Texto”, “Listas”, “Cores”, “Variáveis” e “Procedimentos”. Além dos objetos inseridos no ambiente de *Designer*, esta é a parte que contém os blocos de programação e os eventos relativos aos objetos.

No “Visualizador” exibe-se uma tela em branco onde devemos arrastar os blocos de programação para que os blocos de comando sejam montados.

Em “Mídia” são exibidas todas as mídias externas utilizadas no projeto.

## 4.6 DESENVOLVIMENTO DO APLICATIVO

O projeto que será desenvolvido neste ponto é uma compilação dos projetos dos grupos visando a criação de um aplicativo simples, funcional e de fácil programação.

Pelo professor foi solicitado aos alunos a confecção de uma calculadora capaz de resolver sistemas lineares de duas equações com duas incógnitas e sistemas lineares de três equações com três incógnitas, podendo o aplicativo ter a quantidade de telas que o grupo julgasse necessário.

Foi consenso entre os grupos a criação de uma tela para resolver sistemas de duas equações com duas incógnitas, uma tela para resolver sistemas de três equações com três incógnitas e outra que funcionaria como menu principal.

O projeto que será desenvolvido contará com três telas, são elas “Screen1”, “Sistema\_2por2” e “Sistema\_3por3”.

A tela “Screen1” será o menu principal do aplicativo. Esta, por padrão do sistema, é a tela inicial de qualquer aplicativo criado, não existe a possibilidade de renomeação da mesma.

A tela “Sistema\_2por2” terá a função de resolver sistemas de equações lineares que possuam duas equações e duas variáveis. O atributo “Nome” da tela “Screen2” deve ser modificado para “Sistema\_2por2”.

A tela “Sistema\_3por3” terá a incumbência de resolver sistemas de equações lineares que possuam três equações e três variáveis. O atributo “Nome” da tela “Screen3” deve ser modificado para “Sistema\_3por3”.

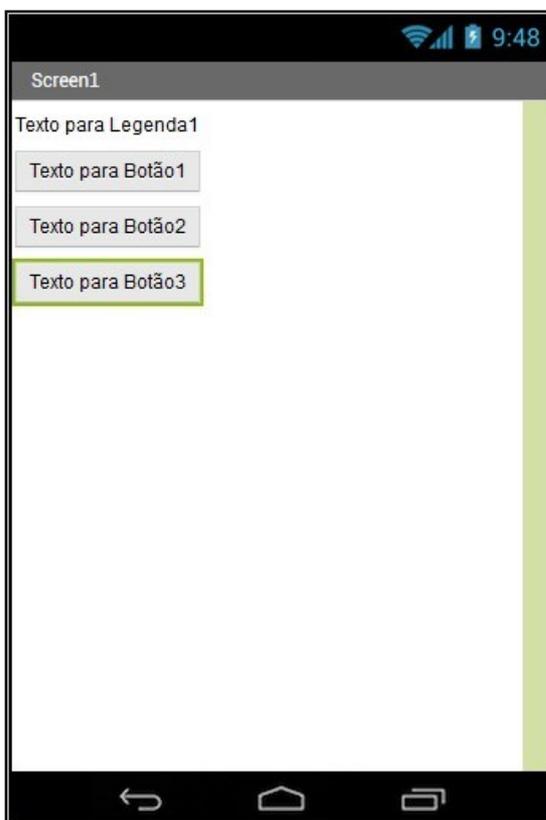
#### 4.6.1 DESENVOLVIMENTO DA TELA “SCREEN1”

##### Desenvolvimento gráfico (*Layout*) da tela “Screen1”.

A tela exercerá a função de menu principal do aplicativo e deve oferecer ao usuário a possibilidade de abrir a “Calculadora de Sistemas Lineares 2 X 2” ou a “Calculadora de Sistemas Lineares 3 X 3”. Nesta tela será ofertada a possibilidade de encerrar o aplicativo.

Para a tela do menu principal, no ambiente de “*designer*”, insira uma legenda e três botões assim como exemplificado pela Figura 13.

Figura 13: Tela de Menu Principal antes das mudanças de atributos



Fonte: Autor - print de tela

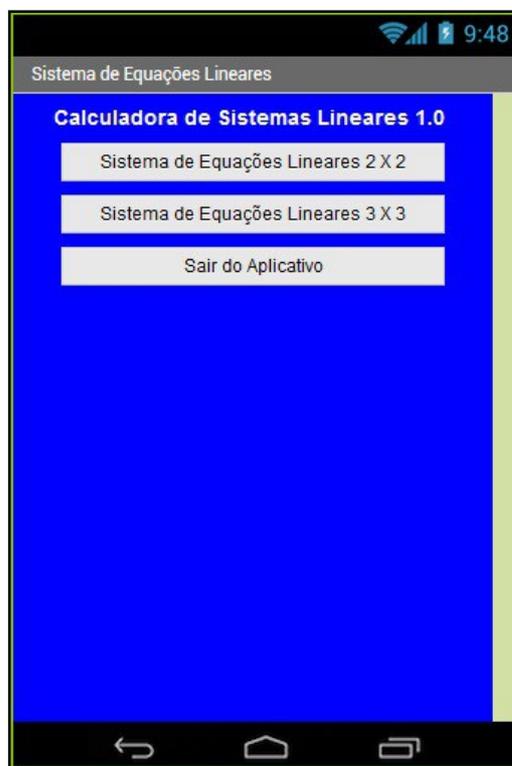
Mude os atributos da tela e dos objetos conforme Quadro 1, o resultado deverá ser semelhante a Figura 14.

Quadro 1: Mudança de atributos na tela Menu Principal

Objeto	Atributo	Valor
Tela (Screen1)	Alinhamento Horizontal	Centro
	Cor de fundo	Azul
	Título	Sistema de Equações Lineares
Legenda1	Fonte Negrito	Marcar
	Tamanho da Fonte	16
	Texto	Calculadora de Sistemas Lineares
Botão1	Nome	sistema_2por2
	Largura	80%
	Texto	Sistema de Equações Lineares 2 X 2
Botão2	Nome	sistema_3por3
	Largura	80%
	Texto	Sistema de Equações Lineares 3 X 3
Botão3	Nome	sair_aplicativo
	Largura	80%
	Texto	Sair do Aplicativo

Fonte: Autor

Figura 14: Layout do Menu Principal finalizado



Fonte: Autor - print de tela

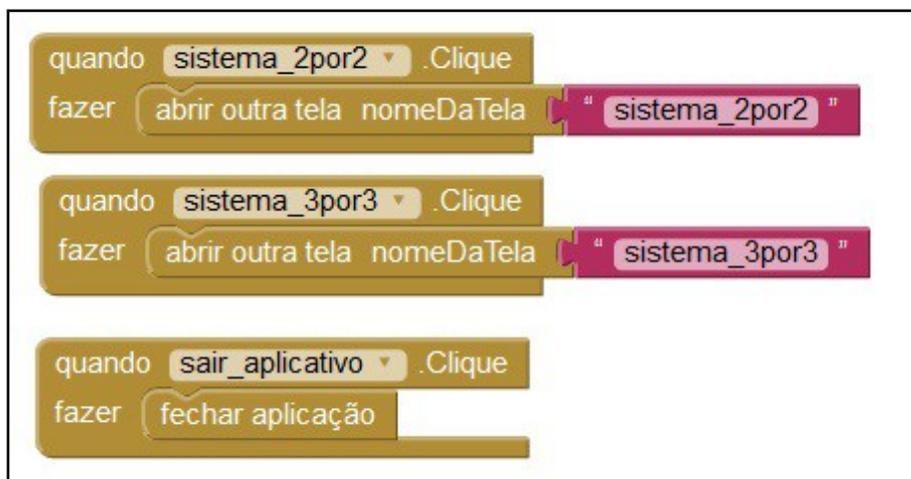
## Programação da tela "Screen1"

No ambiente "Blocos" deve-se programar a função "Clique" dos três botões.

Para programar a abertura da tela que resolve sistemas lineares de duas equações clique em "botao\_sistema\_2por2", escolha a função "Clique", em seguida clique em "Controle" e selecione a opção "abrir outra tela". Na sequência clique em "Texto" e selecione a opção . Dentro das aspas deve ser inserido o nome da tela a ser aberta, "sistema\_2por2". Encaixe os blocos para que fiquem em conformidade com o demonstrado na Figura 15.

Para programar a abertura da tela que resolve sistemas lineares de três equações, clique em "botao\_sistema\_3por3", escolha a função "Clique", em seguida clique em "Controle" e selecione a opção "abrir outra tela". Na sequência clique em "Texto" e selecione a opção . Dentro das aspas deve ser inserido o nome da tela a ser aberta "sistema\_3por3". Encaixe os blocos para que fiquem em conformidade com o demonstrado na Figura 15.

Figura 15: Blocos de programação da tela "Screen1"



Fonte: Autor - print de tela

## 4.6.2 DESENVOLVIMENTO DA TELA “SISTEMA\_2POR2”

### Desenvolvimento da parte gráfica (*Layout*) da tela “sistema\_2por2”

Crie uma tela que por padrão terá o nome de “Screen2”, mude o atributo “nome” para “sistema\_2por2”.

Adicione um objeto “Organização em Tabela”, mude o atributo “Colunas” para “6” e “Largura” para “85%”.

Dentro do objeto “Organização em Tabela” crie 6 legendas e 6 caixas de texto, de forma que fiquem dispostas conforme Quadro 2.

Quadro 2: Layout do objeto “Organização em Tabela” para entrada das equações

Legenda1	CaixaDeTexto1	Legenda3	CaixaDeTexto3	Legenda5	CaixaDeTexto5
Legenda2	CaixaDeTexto2	Legenda4	CaixaDeTexto4	Legenda6	CaixaDeTexto6

Fonte: Autor

Para criarmos as entradas das duas equações mude os atributos das legendas e caixas de texto conforme Quadro 3.

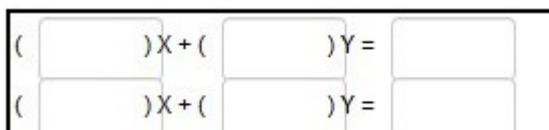
Quadro 3: Atributos dos objetos para entrada das equações

Objeto	Atributo	Valor
Legenda1	Texto	(
Legenda2	Texto	(
Legenda3	Texto	) X + (
Legenda4	Texto	) X + (
Legenda5	Texto	) Y =
Legenda6	Texto	) Y =
CaixaDeTexto1	Nome	x1
CaixaDeTexto2	Nome	x2
CaixaDeTexto3	Nome	y1
CaixaDeTexto4	Nome	y2
CaixaDeTexto5	Nome	r1
CaixaDeTexto6	Nome	r2
Todas as seis Caixas de Texto criadas	Largura	15%
	Dica	Deixar vazio
	Somente Número	Marcar
	Texto	Deixar vazio

Fonte: Autor

Após realizada as modificações, o resultado esperado com a mudança dos atributos está ilustrado na Figura 16.

Figura 16: Entrada das equações



Fonte: Autor - print de tela

No ambiente de designer devemos incluir, em sequência, abaixo da entrada das equações, 4 legendas e 4 botões.

Troque os atributos dos objetos criados conforme Quadro 4.

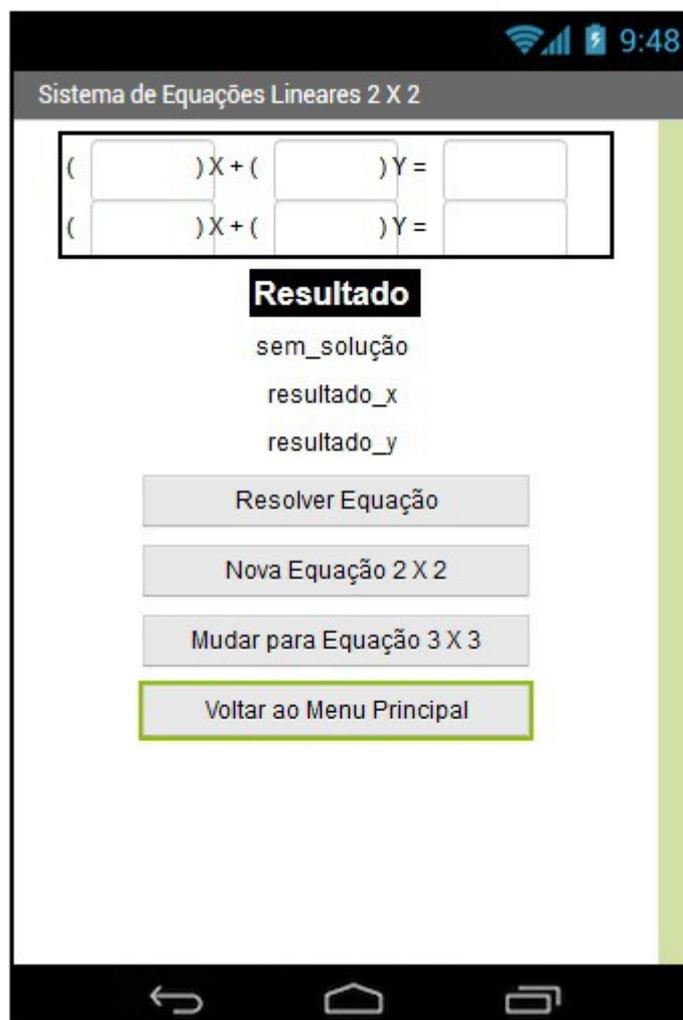
Quadro 4: Atributos tela “Sistema\_2por2”

Objeto	Atributo	Valor
Legenda7	Nome	leg_Resultado
	CorDeFundo	Preto
	FonteNegrito	Marcar
	TamanhoDaFonte	18
	Texto	Resultado
	CorDoTexto	Branco
Legenda8	Texto	Sem_Solução
	Nome	leg_Sem_Solucao
Legenda9	Texto	resultado_x
	Nome	leg_Resultado_X
Legenda10	Texto	resultado_y
	Nome	leg_Resultado_Y
Botão1	Nome	resolver_equacao
	Largura	60%
	Texto	Resolver Equação
Botão2	Nome	limpar_dados
	Largura	60%
	Texto	Nova Equação 2 X 2
Botão3	Nome	equação_3por3
	Largura	60%
	Texto	Mudar para Equação 3 X 3
Botão4	Nome	voltar
	Largura	60%
	Texto	Voltar ao Menu Principal

Fonte: Autor

A tela sistema\_2por2 deve estar com *layout* semelhante ao da Figura 17.

Figura 17: Layout da tela “sistema\_2por2”



Fonte: Autor - print de tela

Para uma melhor experiência na interação do usuário, os objetos, “leg\_Resultado”, “leg\_Sem\_Solucao”, “leg\_Resultado\_X” e “leg\_Resultado\_Y” devem ter seu atributo visível desmarcado. Estes objetos se relacionam ao resultado e se tornarão visíveis somente quando forem mostrá-lo.

Toda a parte gráfica da tela “sistema\_2por2” está finalizada.

### Programação da tela “sistema\_2por2”

A programação da tela “sistema\_2por2” tem por finalidade resolver o sistema ali incluído pelo usuário quando clicado o botão “resolver\_equacao”, limpar todos os

dados incluídos quando clicado o botão “limpar\_dados”, iniciar a resolução de um sistema de três equações quando clicado o botão “equacao\_3por3” e voltar ao menu principal quando clicado o botão “voltar”.

### Programação do botão “resolver\_equacao”

Neste botão será desenvolvido um algoritmo baseado na Regra de Cramer para resolução do sistema linear de duas equações e duas incógnitas, para tal foi utilizado o sistema genérico que utiliza os nomes atribuídos às caixas de texto no ambiente de *design*.

$$\begin{cases} (x1)X+(y1)Y=(r1) \\ (x2)X+(y2)Y=(r2) \end{cases}$$

O sistema pode ser escrito na forma matricial  $AX=B$ , onde:

$$A=\begin{bmatrix} x1 & y1 \\ x2 & y2 \end{bmatrix}, \quad X=\begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad B=\begin{bmatrix} r1 \\ r2 \end{bmatrix}$$

As matrizes  $A_x$  e  $A_y$  são obtidas com a substituição da primeira e segunda colunas, respectivamente, da matriz  $A$  pela única coluna da matriz  $B$

dos termos independentes, ficando da seguinte forma  $A_x=\begin{bmatrix} r1 & y1 \\ r2 & y2 \end{bmatrix}$  e

$$A_y=\begin{bmatrix} x1 & r1 \\ x2 & r2 \end{bmatrix}.$$

Aplicando a Regra de Cramer temos,  $X=\frac{\det(A_x)}{\det(A)}$  e  $Y=\frac{\det(A_y)}{\det(A)}$ , onde

$$\det(A)=x1y2-y1x2, \quad \det(A_x)=r1y2-y1r2 \quad \text{e} \quad \det(A_y)=x1r2-r1x2.$$

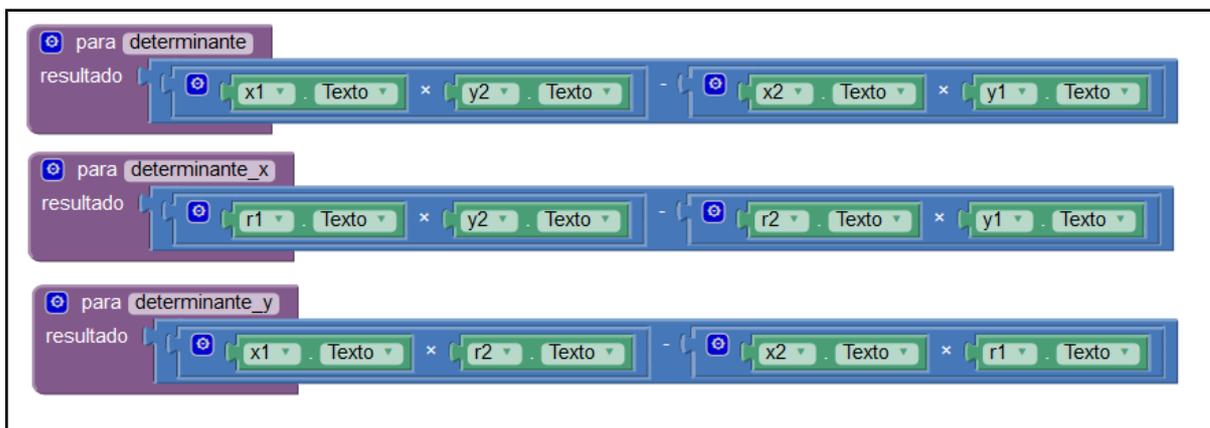
O algoritmo para resolução do sistema será iniciado pelo cálculo dos determinantes.

Devem ser criados três “procedimentos” que serão nomeados como “determinante”, “determinante\_x” e “determinante\_y” e receberão respectivamente

os cálculos do  $\det(A)$  ,  $\det(A_x)$  e  $\det(A_y)$  .

O resultado final deve ser semelhante a Figura 18.

Figura 18: Bloco de cálculo dos determinantes.



Fonte: Autor - print de tela

A programação do evento “clique” do botão “resolver\_equacao” deve inicialmente verificar se o sistema possui ou não solução. Para tal será utilizado um bloco de “controle (se/então)” que testará se o “determinante” é igual ou diferente de zero e executará blocos de programação distintos dependendo da resposta.

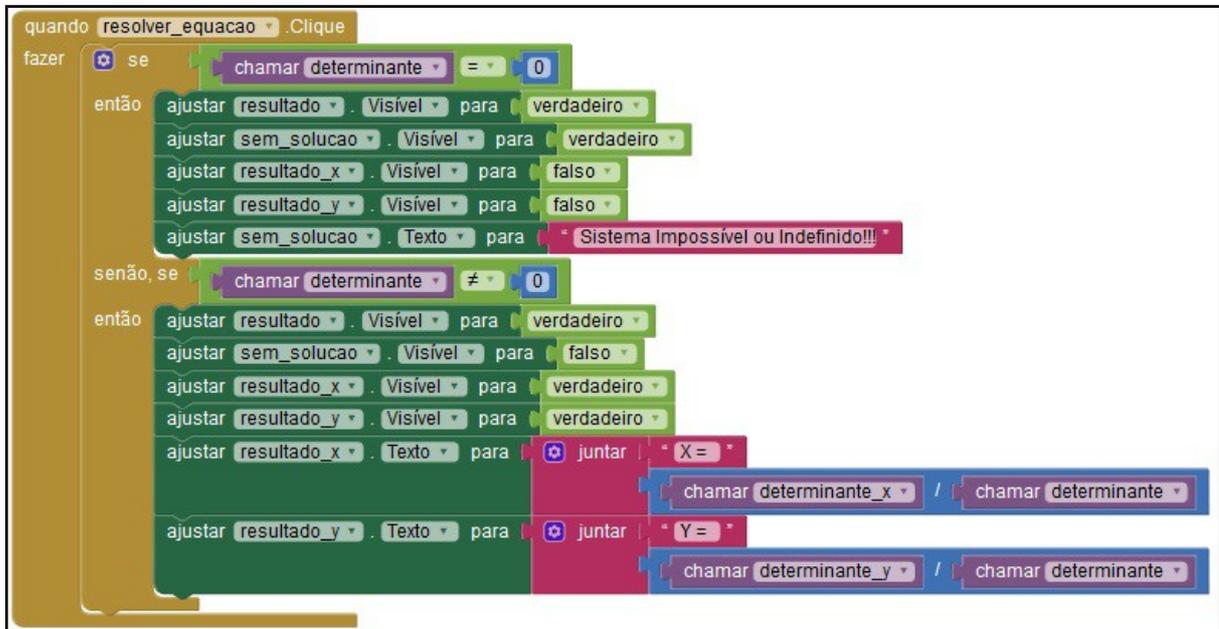
Se “determinante” for igual a zero, deve modificar o atributo “visível” das legendas “resultado” e “sem\_solucao” para “verdadeiro” e das legendas “resultado\_x” e “resultado\_y” para “falso”, o atributo “texto” da legenda “sem\_solução” para “Sistema Impossível ou Indefinido!!!”, informando ao usuário a impossibilidade de solução do sistema testado.

Se “determinante” for diferente de zero, deve modificar o atributo “visível” das legendas “resultado”, “resultado\_x” e “resultado\_y” para “verdadeiro” e da legenda “sem\_solucao” para “falso”, o atributo “texto” da legenda “resultado\_x” deve receber um texto “X=” seguido do resultado da divisão de “determinate\_x” por “determinante”, já o atributo “texto” da legenda “resultado\_y” deve receber um texto “Y=” seguido do resultado da divisão de “determinante\_y” por “determinante”. Esta programação exibirá na tela os resultados do sistema.

O bloco de programação do evento clique do botão “resolver\_equacao”

deverá ficar semelhante a Figura 19.

Figura 19: Bloco de programação do botão "resolver\_equacao"



Fonte: Autor - print de tela

A programação do evento “clique” do botão “limpar\_dados” deve retomar a tela “sistema\_2por2” ao seu status inicial.

O atributo “texto” das caixas de texto “x1”, “y1”, “r1”, “x2”, “y2” e “r2” deve ser modificado para “obter valor inicial”, já o atributo “visível” das legendas “resultado”, “sem\_solucao”, “resultado\_x” e “resultado\_y” devem ser alterados para “falso”.

O bloco de programação do evento “clique” do botão “limpar\_dados” deverá ficar semelhante a Figura 20.

Figura 20: Bloco de programação do botão "limpar\_dados"



Fonte: Autor - print de tela

A programação do evento “clique” dos botões “equação\_3por3” e “voltar” deverão abrir as telas “sistema\_3por3” e “Screen1” respectivamente.

Deve ser incluído um bloco de “controle (abrir outra tela)” onde deve ser atrelado um bloco “texto” que no botão “equacao\_3por3” receberá o valor “sistema\_3por3” e no botão “voltar” receberá o valor “Screen1”.

O bloco de programação do evento “clique” do botão “equacao\_3por3” ficará conforme a Figura 21 e do botão “voltar” ficará conforme a Figura 22.

Figura 21: Bloco de programação do botão "equacao\_3por3".



Fonte: Autor - print de tela

Figura 22: Bloco de programação do botão "voltar".



Fonte: Autor - print de tela

### 4.6.3 DESENVOLVIMENTO DA TELA “SISTEMA\_3POR3”

#### Desenvolvimento da parte gráfica (Layout) da tela “sistema\_3por3”

Crie uma tela que por padrão terá o nome de “Screen3”, mude o atributo “nome” para “sistema\_3por3”.

Adicione um objeto “Organização em Tabela”, mude o atributo “Colunas” para “8”, “Linhas” para “3” e “Largura” para “85%”.

Dentro do objeto “Organização em Tabela” crie 12 legendas e 12 caixas de texto, de forma que fiquem dispostas conforme Quadro 5.

Quadro 5: Layout do objeto Organização em Tabela para entrada das equações

Legenda1	Caixa De Texto 1	Legenda4	Caixa De Texto 4	Legenda7	Caixa De Texto 7	Legenda10	Caixa De Texto 10
Legenda2	Caixa De Texto 2	Legenda5	Caixa De Texto 5	Legenda8	Caixa De Texto 8	Legenda11	Caixa De Texto 11
Legenda3	Caixa De Texto 3	Legenda6	Caixa De Texto 6	Legenda9	Caixa De Texto 9	Legenda12	Caixa De Texto 12

Fonte: Autor

Para criarmos as entradas das duas equações mude os atributos das legendas e caixas de texto conforme Quadro 6.

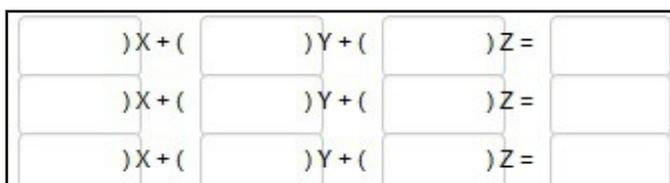
Quadro 6: Atributos dos objetos para entrada das equações

Objeto	Atributo	Valor
Legenda1, Legenda2 e Legenda3	Texto	(
Legenda4, Legenda5 e Legenda6	Texto	) X + (
Legenda7, Legenda8 e Legenda9	Texto	) Y + (
Legenda10, Legenda11 e Legenda12	Texto	) Z =
CaixaDeTexto1	Nome	x1
CaixaDeTexto2	Nome	x2
CaixaDeTexto3	Nome	x3
CaixaDeTexto4	Nome	y1
CaixaDeTexto5	Nome	y2
CaixaDeTexto6	Nome	y3
CaixaDeTexto7	Nome	z1
CaixaDeTexto8	Nome	z2
CaixaDeTexto9	Nome	z3
CaixaDeTexto10	Nome	r1
CaixaDeTexto11	Nome	r2
CaixaDeTexto12	Nome	r3
Todas as doze Caixas de Texto criadas	Largura	15%
	Dica	Deixar vazio
	Somente Número	Marcar
	Texto	Deixar vazio

Fonte: Autor

O resultado esperado com a mudança dos atributos está ilustrado na Figura 23.

Figura 23: Entrada das equações



Fonte: Autor - print de tela

No ambiente de designer devemos incluir, em sequência, abaixo da entrada das equações, 5 legendas e 4 botões.

Troque os atributos dos objetos criados conforme Quadro 7.

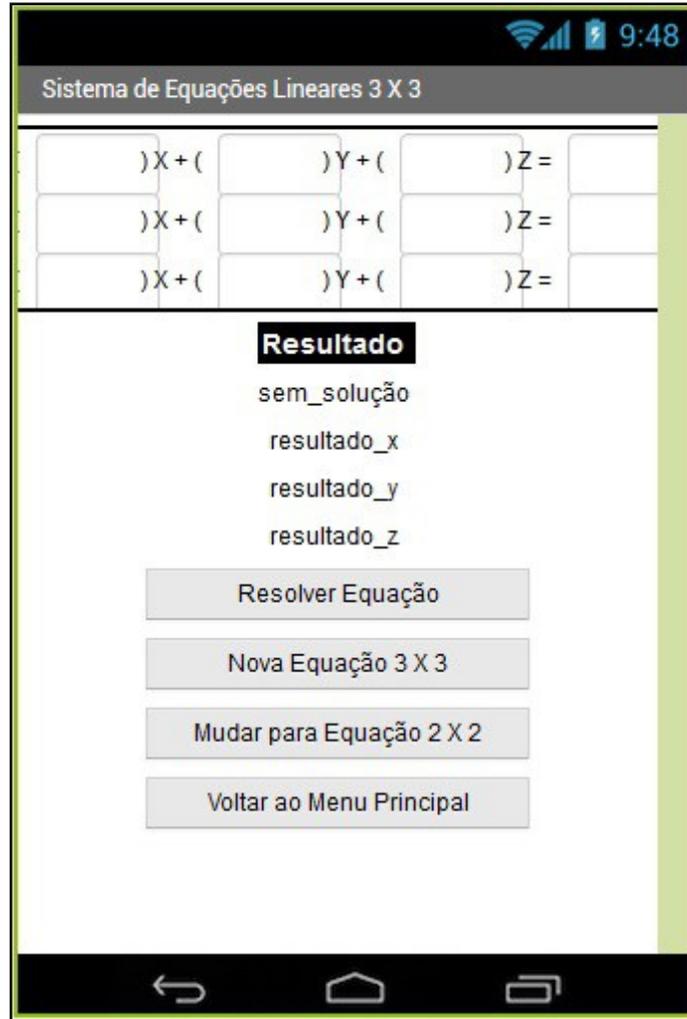
Quadro 7: Atributos tela “Sistema\_3por3”

Objeto	Atributo	Valor
Legenda7	Nome	resultado
	CorDeFundo	Preto
	FonteNegrito	Marcar
	TamanhoDaFonte	18
	Texto	Resultado
	CorDoTexto	Branco
Legenda8	Texto	Sem_Solução
	Nome	sem_solucao
Legenda9	Texto	resultado_x
	Nome	resultado_x
Legenda10	Texto	resultado_y
	Nome	resultado_y
Legenda10	Texto	resultado_z
	Nome	resultado_z
Botão1	Nome	resolver_equacao
	Largura	60%
	Texto	Resolver Equação
Botão2	Nome	limpar
	Largura	60%
	Texto	Nova Equação 2 X 2
Botão3	Nome	equacao_3por3
	Largura	60%
	Texto	Mudar para Equação 3 X 3
Botão4	Nome	voltar
	Largura	60%
	Texto	Voltar ao Menu Principal

Fonte: Autor

A tela “sistema\_3por3” deve estar com layout semelhante ao da Figura 24.

Figura 24: Layout esperado da tela "sistema\_3por3"

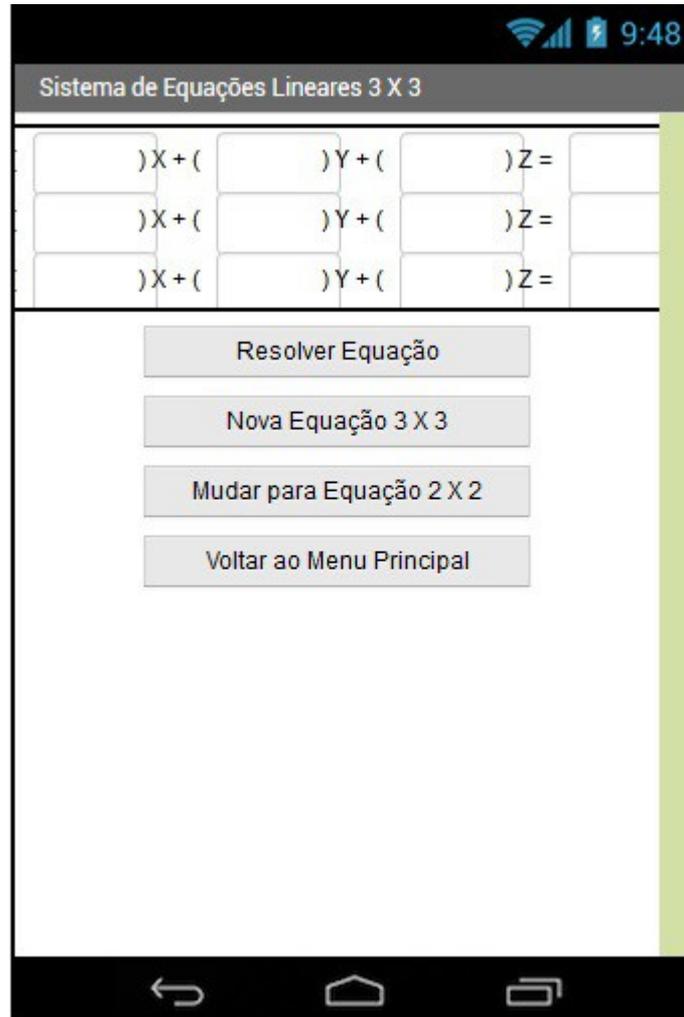


Fonte: Autor - print de tela

Para uma melhor experiência na interação do usuário, as legendas "resultado", "sem\_solucao", "resultado\_x", "resultado\_y" e "resulta\_z" devem ter seu atributo visível desmarcado, estes objetos se relacionam ao resultado e se tornarão visíveis somente quando forem mostrá-lo.

Toda a parte gráfica da tela "sistema\_3por3" está finalizada e deve estar semelhante ao encontrado na Figura 25.

Figura 25: Layout final da tela "sistema\_3por3"



Fonte: Autor - print de tela

### Programação da tela "sistema\_3por3"

A programação da tela "sistema\_3por3" tem por finalidade resolver o sistema ali incluído pelo usuário quando clicado o botão "resolver\_equacao", limpar todos os dados incluídos quando clicado o botão "limpar\_dados", iniciar a resolução de um sistema de duas equações quando clicado o botão "equacao\_2por2" e voltar ao menu principal quando clicado o botão "voltar".

## Programação do botão “resolver\_equacao”

Assim como na resolução do sistema de duas equações o algoritmo basear-se-á na Regra de Cramer para resolução do sistema linear de tres equações e três incógnitas. Para tal, foi utilizado o sistema genérico que utiliza os nomes atribuídos as caixas de texto no ambiente de design.

$$\begin{cases} (x1)X+(y1)Y+(z1)Z=(r1) \\ (x2)X+(y2)Y+(z2)Z=(r2) \\ (x3)X+(y3)Y+(z3)Z=(r3) \end{cases}$$

O sistema pode ser escrito na forma matricial  $AX=B$ , onde:

$$A = \begin{bmatrix} x1 & y1 & z1 \\ x2 & y2 & z2 \\ x3 & y3 & z3 \end{bmatrix}, \quad X = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{bmatrix} r1 \\ r2 \\ r3 \end{bmatrix}$$

As matrizes  $A_X$ ,  $A_Y$  e  $A_Z$  são obtidas com a substituição da primeira, segunda e terceira colunas, respectivamente, da matriz  $A$  pela única coluna da matriz  $B$  dos termos independentes, ficando da seguinte forma

$$A_X = \begin{bmatrix} r1 & y1 & z1 \\ r2 & y2 & z2 \\ r3 & y3 & z3 \end{bmatrix}, \quad A_Y = \begin{bmatrix} x1 & r1 & z1 \\ x2 & r2 & z2 \\ x3 & r3 & z3 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad A_Z = \begin{bmatrix} x1 & y1 & r1 \\ x2 & y2 & r2 \\ x3 & y3 & r3 \end{bmatrix}.$$

Aplicando a Regra de Cramer temos,  $X = \frac{\det(A_X)}{\det(A)}$ ,  $Y = \frac{\det(A_Y)}{\det(A)}$  e

$Z = \frac{\det(A_Z)}{\det(A)}$ , onde:

$$\det(A) = (x1y2z3 + y1z2x3 + z1x2y3) - (z1y2x3 + y1x2z3 + x1z2y3)$$

$$\det(A_X) = (r1y2z3 + y1z2r3 + z1r2y3) - (z1y2r3 + y1r2z3 + r1z2y3)$$

$$\det(A_Y) = (x1r2z3 + r1z2x3 + z1x2r3) - (z1r2x3 + r1x2z3 + x1z2r3)$$

$$\det(A_Z) = (x1y2r3 + y1r2x3 + r1x2y3) - (r1y2x3 + y1x2r3 + x1r2y3)$$

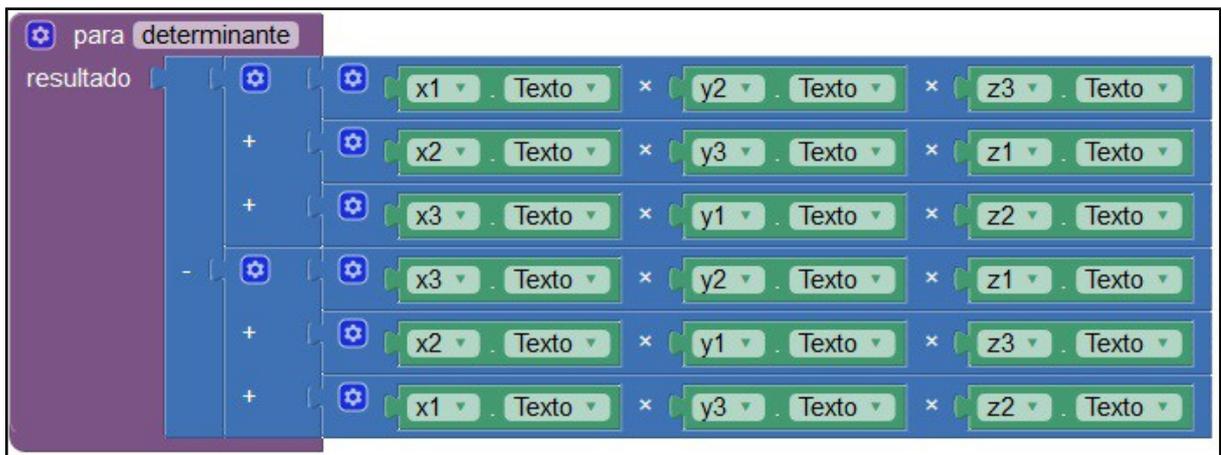
O algoritmo para resolução do sistema será iniciado pelo cálculo dos

determinantes.

Devem ser criados quatro “procedimentos” que serão nomeados como “determinante”, “determinante\_x”, “determinante\_y” e “determinante\_z” e receberão respectivamente os cálculos do  $\det(A)$  ,  $\det(A_x)$  ,  $\det(A_y)$  e  $\det(A_z)$  .

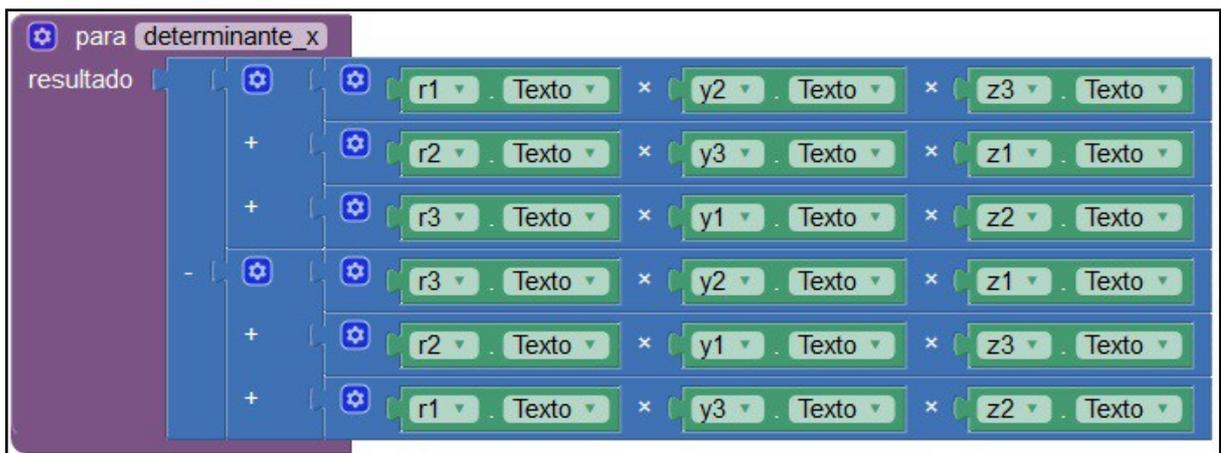
O resultado final deve ser semelhante às Figuras 26, 27, 28 e 29.

Figura 26: Bloco de programação do "determinante"



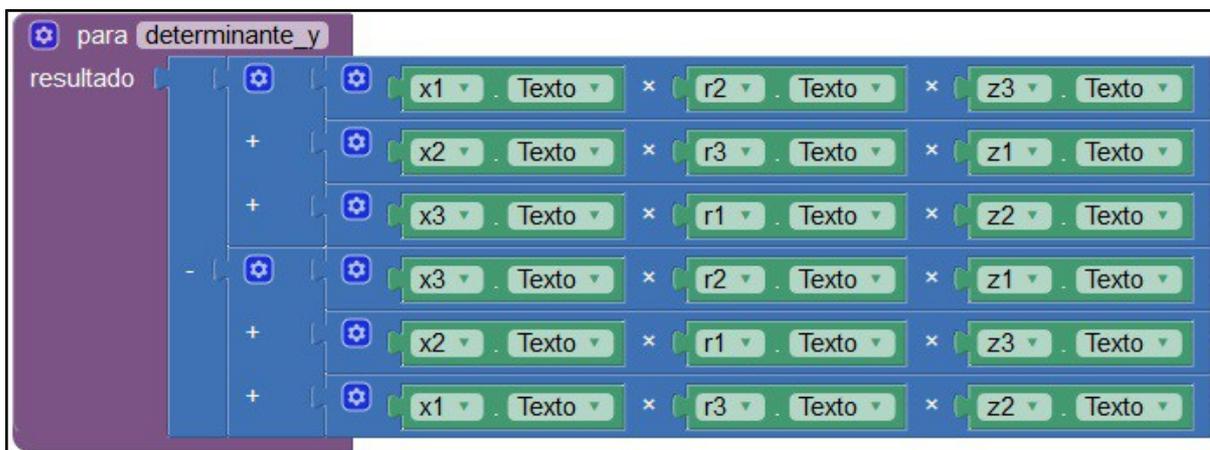
Fonte: Autor - print de tela

Figura 27: Bloco de programação do "determinante\_x"



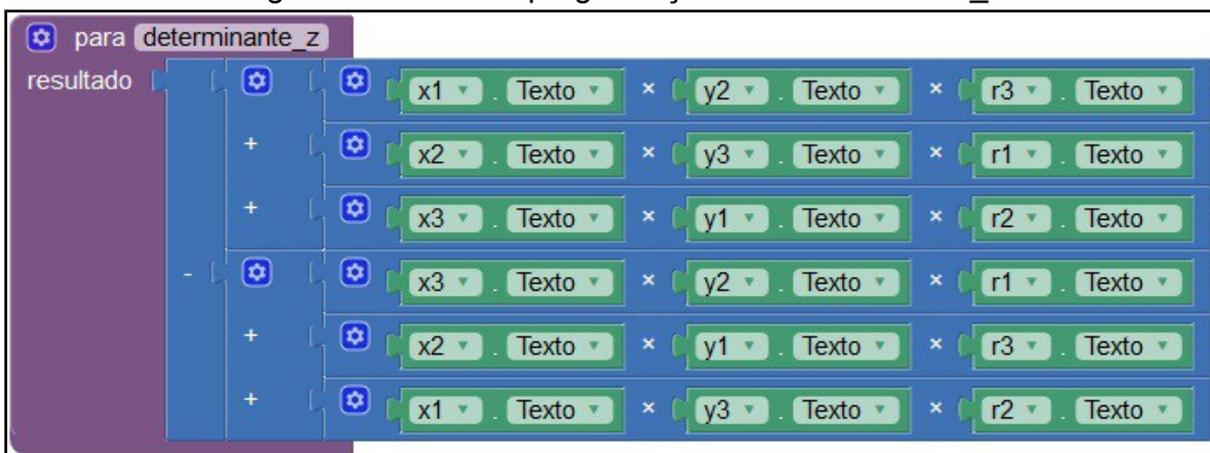
Fonte: Autor - print de tela

Figura 28: Bloco de programação do "determinante\_y"



Fonte: Autor - print de tela

Figura 29: Bloco de programação do "determinante\_z"



Fonte: Autor - print de tela

A programação do evento “clique” do botão “resolver\_equacao” deve inicialmente verificar se o sistema possui ou não solução. Para tal será utilizado um bloco de “controle (se/então)” que testará se o “determinante” é igual ou diferente de zero e executará blocos de programação distintos dependendo da resposta.

Se o “determinante” for igual a zero deve realizar as seguintes modificações nos atributos dos objetos (Quadro 8).

Quadro 8: Modificação de atributos para "determinante=0"

Nome do Objeto	Atributo	Valor
resultado	Visível	Verdadeiro
sem_solucao	Visível	Verdadeiro
resultado_x	Visível	Falso
resultado_y	Visível	Falso
resultado_z	Visível	Falso
sem_solucao	Texto	"Sistema Impossível ou Indeterminado!!!"

Fonte: Autor

Este procedimento informará ao usuário que o sistema é impossível ou indeterminado.

Se "determinante" for diferente de zero, as modificações nos atributos dos objetos devem seguir a Quadro 9.

Quadro 9: Modificação de atributos para "determinante" diferente de "0"

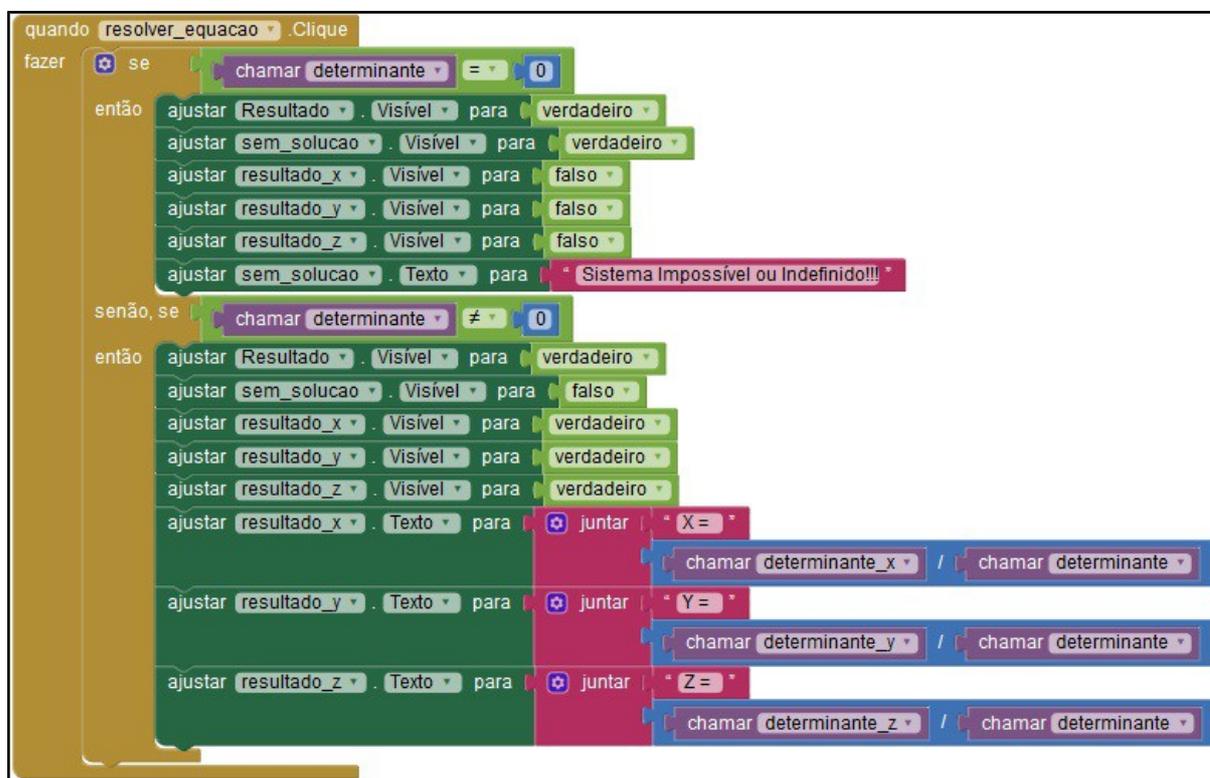
Nome do Objeto	Atributo	Valor	
resultado	Visível	Verdadeiro	
sem_solucao	Visível	Falso	
resultado_x	Visível	Verdadeiro	
resultado_y	Visível	Verdadeiro	
resultado_z	Visível	Verdadeiro	
resultado_x	Texto	Juntar	Texto: "X ="
			Divisão: "determinante_x / determinante"
resultado_y	Texto	Juntar	Texto: "Y ="
			Divisão: "determinante_y / determinante"
resultado_z	Texto	Juntar	Texto: "Z ="
			Divisão: "determinante_z / determinante"

Fonte: Autor

Este procedimento mostrará na tela do smartphone o resultado do sistema de três equações.

O bloco de programação do evento “clique” do botão “resolver\_equacao” deverá ficar semelhante à Figura 30.

Figura 30: Bloco de programação do botão "resolver\_equacao"



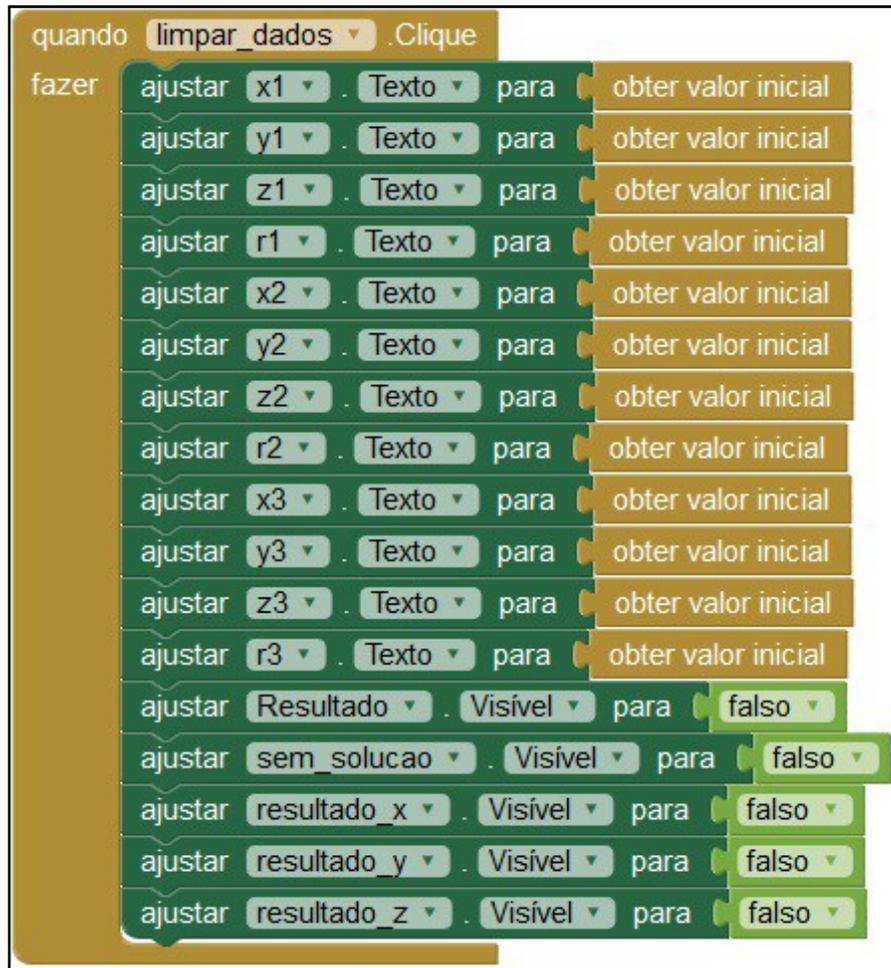
Fonte: Autor - print de tela

A programação do evento “clique” do botão “limpar\_dados” deve retomar a tela “sistema\_3por3” ao seu status inicial.

O atributo “texto” das caixas de texto “x1”, “y1”, “z1”, “r1”, “x2”, “y2”, “z2”, “r2”, “x3”, “y3”, “z3” e “r3” devem ser modificados para “obter valor inicial”. Já o atributo “visível” das legendas “resultado”, “sem\_solucao”, “resultado\_x”, “resultado\_y” e “resultado\_z” devem ser alterados para “falso”.

O bloco de programação do evento “clique” do botão “limpar\_dados” deverá ficar semelhante a Figura 31.

Figura 31: Bloco de programação do botão "limpar\_dados"



Fonte: Autor - print de tela

A programação do evento “clique” dos botões “equação\_2por2” e “voltar” deverão abrir as telas “sistema\_2por2” e “Screen1” respectivamente.

Deve ser incluído um bloco de “controle (abrir outra tela)” onde deve ser atrelado um bloco “texto” que, no botão “equacao\_2por2”, receberá o valor “sistema\_2por2” e, no botão “voltar”, receberá o valor “Screen1”.

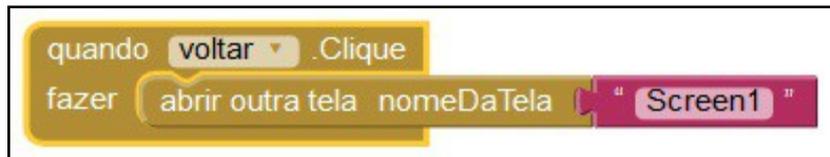
O bloco de programação do evento “clique” do botão “equacao\_2por2” ficará conforme a Figura 32 e do botão “voltar” ficará conforme a Figura 33.

Figura 32: Bloco de programação do botão "equacao\_2por2"



Fonte: Autor - print de tela

Figura 33: Bloco de programação do botão "voltar".



Fonte: Autor - print de tela

## 5 METODOLOGIA DE PESQUISA

A metodologia adotada foi uma Pesquisa Experimental com 34 alunos de uma turma do 2º ano do Ensino Médio Regular de uma escola da rede estadual situada no município de Paty do Alferes-RJ.

O público-alvo desta pesquisa foi escolhido devido a atuação deste pesquisador como professor regente da disciplina de matemática nesta turma e também pelo conteúdo previsto para mesma (matrizes e sistemas lineares) pelo Currículo Mínimo da Secretaria Estadual de Educação do Rio de Janeiro (SEEDUC, 2012) na época de realização da pesquisa.

As atividades com a turma foram realizadas no segundo semestre de 2016.

A turma já possuía conhecimentos prévios sobre matrizes e sistemas lineares adquiridos em aulas expositivas ministradas no decorrer do ano letivo.

No primeiro momento da pesquisa foi realizada uma aula expositiva de uma hora e quarenta minutos onde foram revistos os principais resultados de matrizes e sistemas lineares, dando ênfase em cálculo de determinante de matrizes quadradas de ordens 2 e 3 e a Regra de Cramer.

Num segundo momento foi aplicado um questionário avaliativo (apêndice A) e um pré-teste (apêndice B), contendo cinco questões objetivas sobre sistemas lineares, sendo três questões sobre sistemas com duas equações e duas sobre sistemas de três equações, o tempo limite para execução foi de uma hora e quarenta minutos, e os alunos foram autorizados a fazer uso de uma calculadora simples.

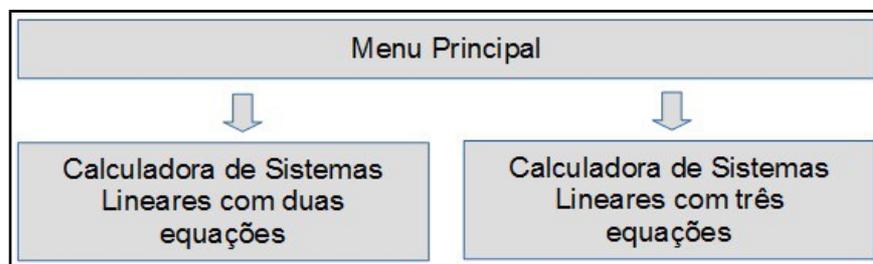
Em seguida, num terceiro momento os alunos foram divididos em grupos com 5 ou 6 integrantes e convidados a desenvolver um aplicativo (calculadora) capaz de resolver questões que versassem sobre equações lineares de duas e três equações.

O passo inicial para desenvolvimento do aplicativo foi a definição do número de telas contidos no mesmo, que definiria o escopo do projeto. Esta discussão ocorreu com toda a turma de uma só vez.

Foi definido de comum acordo entre todos presentes que o projeto seria composto de três telas (Figura 34) uma para fazer a função de “menu principal”, uma para calcular sistemas de duas equações e uma para sistemas de três equações.

Esta definição valeu para todos os projetos visando uma certa uniformização dos projetos para sequência do trabalho.

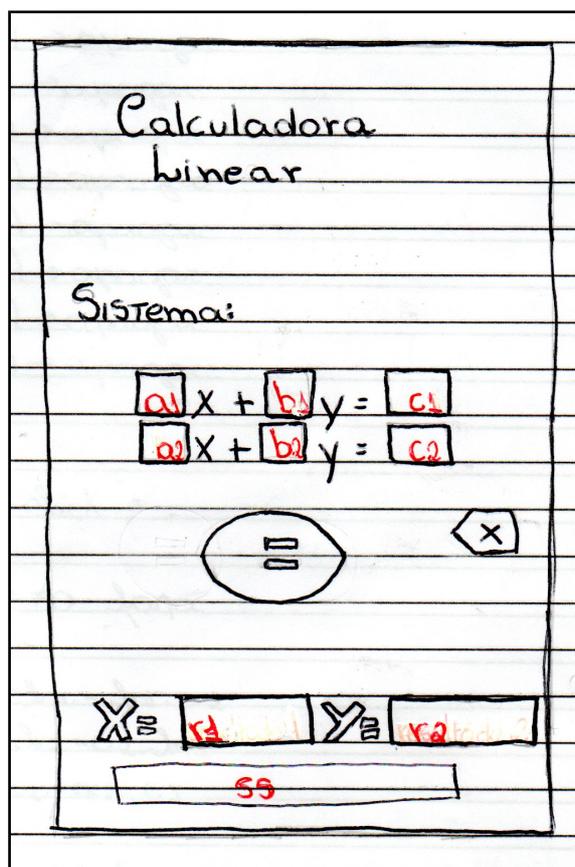
Figura 34: Escopo do Projeto



Fonte: Autor

Por este pesquisador, foi explicada de forma sucinta a função de três objetos contidos na Plataforma do MIT APP INVENTOR, são eles “Legenda”, “Caixa de Texto” e “Botão”, com a finalidade que os grupos fizessem um esboço do layout das três telas do aplicativo em folha de papel. Um destes esboços pode ser observado na Figura 35.

Figura 35: Exemplo de esboço da Tela "Sistema\_2por2"



Fonte: Autor - print caderno discente

Para finalizar esta etapa foi solicitado que os grupos nomeassem de forma clara e objetiva as caixas de texto, as legendas que sofreriam alteração na execução do aplicativo e os botões.

Todo o processo envolvendo o escopo do projeto e o layout das telas durou uma hora e quarenta minutos.

O quarto encontro foi utilizado para se discutir o funcionamento da tela menu principal e da tela que resolveria sistemas com duas equações.

Os grupos deveriam utilizar comandos curtos e claros quando fossem clicados os botões. Como exemplo o pesquisador demonstrou como seria o comando esperado para o botão que abriria a tela que calcula sistemas de duas equações. Supondo que o nome da tela a ser aberta fosse "sistema\_2por2" o

comando esperado para o botão seria “abrir tela sistema\_2por2”.

Todos os grupos incluíram dois botões na tela de menu principal, um para abrir a tela que calcula sistemas de duas equações e outro para abrir a tela que calcula sistema com três equações. Alguns grupos ainda criaram um terceiro botão para fechar o aplicativo.

Na tela que calcula sistemas de duas equações, após um exemplo dado pelo pesquisador de como funcionaria uma tela para calcular as raízes de uma equação quadrática, todos os grupos desenharam um conjunto de legendas e caixas de texto que serviriam para entrada dos dados, um botão para resolver a equação e um botão para iniciar uma nova operação. Alguns grupos desenharam um botão para voltar para o menu principal e um botão que abriria direto a tela para resolver equações com três incógnitas.

Os alunos foram orientados a descrever em folha de papel as funções que seriam executadas pelos objetos da tela da seguinte forma, deveriam indicar o nome do objeto seguido do evento.

Com a finalidade de simplificar o projeto para melhor entendimento pelos alunos o único evento relativo a objeto constante do projeto foi o evento “clique” relacionado ao objeto “botão”.

Abaixo do evento descrito deveriam colocar tudo que envolvia aquele evento, cada instrução deveria estar numa linha seguindo o formato: nome do objeto, procedido pelo atributo que se quer modificar, seguido do novo valor para o atributo.

Foi explicado para os grupos a ideia do teste condicional (“se/então/senão”), que executa tarefas diferentes atribuídas a resultados distintos obtidos em um teste inicial.

Como exemplo foi mostrado um botão que calcula a solução real de uma função quadrática do tipo  $f(x)=ax^2+bx+c$ , onde o teste trata da verificação do resultado obtido no discriminante delta ( $\Delta=b^2-4ac$ ), onde se  $\Delta<0$  escreve na tela “Não possui solução real”, e se  $\Delta\geq 0$  realiza os procedimentos para cálculo e exibição do resultado.

Com orientação do pesquisador, os alunos escreveram em folha de papel os comandos atribuídos ao evento “clique” das telas menu principal e calculadora de sistema de duas equações conforme pode ser observado na Figura 36 que mostra o

resultado do evento clique da tela "sistema\_2por2" de um dos grupos.

Figura 36: Evento "clique" dos botões da tela "sistema\_2por2" de um dos grupos

limpar → click

- $a_1(\text{texto}) \rightarrow \text{apagar}$
- $b_1(\text{texto}) \rightarrow \text{apagar}$
- $c_1(\text{texto}) \rightarrow \text{apagar}$
- $a_2(\text{texto}) \rightarrow \text{apagar}$
- $b_2(\text{texto}) \rightarrow \text{apagar}$
- $c_2(\text{texto}) \rightarrow \text{apagar}$
- $x_1(\text{texto}) \rightarrow \text{apagar}$
- $x_2(\text{texto}) \rightarrow \text{apagar}$

Calcular → click

\* Se  $\det A \neq 0$  faça

$$\left\{ \begin{array}{l} \det A = a_1 \cdot b_2 - b_1 \cdot a_2 \\ \det A_x = c_1 \cdot b_2 - c_2 \cdot b_1 \\ \det A_y = a_1 \cdot c_2 - a_2 \cdot c_1 \end{array} \right.$$

$R_1(\text{texto}) \rightarrow \frac{\det A_x}{\det A}$

$R_2(\text{texto}) \rightarrow \frac{\det A_y}{\det A}$

\* Se  $\det A = 0$  faça

$ss(\text{texto}) = \text{"Sistema impossível ou indeterminado"}$

Fonte: Autor - print caderno discente

Cabe salientar que a Figura 36 apresenta um erro que foi destacado em vermelho pelos discentes, o trecho destacado deveria estar antes do teste condicional que verifica se o  $\det(A) \neq 0$ .

O quinto e sexto encontro marcaram os primeiros contatos com a plataforma do MIT APP INVENTOR pelos alunos.

Neste momento ocorreram alguns imprevistos ocasionados pela precariedade na manutenção dos equipamentos de informática da escola.

Inicialmente a programação dos aplicativos seriam realizadas pelos grupos no laboratório de informática, porém antes do início do encontro com a turma foi constatado que os computadores do laboratório de informática não estavam com acesso à internet.

A segunda tentativa foi utilizar um notebook e um projetor no auditório da escola, onde um grupo seria escolhido para criar seu projeto enquanto, via projeção, o restante da turma acompanharia o passo a passo e discutiriam cada uma das etapas com o pesquisador.

Mais uma vez a tentativa foi frustrada, pois o ponto de internet fixa do auditório encontrava-se sem funcionamento no dia e a rede móvel estava indisponível.

A solução encontrada foi a disponibilização pelo pesquisador para uso da turma de seu notebook com acesso à rede móvel de internet compartilhada pelo smartphone do mesmo.

Esta solução enfrentou um terceiro problema de logística, porém não impeditivo, devido ao fato de o projetor da escola não ter sido capaz de projetar imagens oriundas do notebook utilizado.

O trabalho neste momento foi realizado da seguinte forma: um grupo por vez foi convidado, em sala de aula, para criar e desenvolver as telas “Screen1”, que alocava o menu principal do aplicativo, e “sistema\_2por2”, que alocava a calculadora de sistemas com duas equações.

Esta etapa ocorreu no decorrer do quinto e sexto encontros, tendo sido possível somente o desenvolvimento do aplicativo de três grupos, sempre com orientação direta do pesquisador.

Devido a recorrentes problemas de logística na escola, a tela que abrigou a

calculadora de sistemas com três equações foi desenvolvida pelo pesquisador, sendo o resultado posteriormente mostrado para a turma.

O sétimo encontro foi marcado pela instalação dos aplicativos nos smartphones dos alunos e o teste de sua funcionalidade através da resolução de questões sobre sistemas lineares.

Neste encontro alguns problemas foram detectados quando da instalação do aplicativo. Cinco aparelhos não tinham espaço suficiente na memória interna para instalação e em um aparelho o sistema operacional não era Android, o que inviabilizou a instalação nestes aparelhos.

No oitavo encontro foi aplicado pela segunda vez o questionário avaliativo (apêndice A) e um teste (apêndice C) contendo cinco questões objetivas sobre sistemas lineares, sendo as três primeiras sobre sistemas com duas equações e as duas últimas sobre sistemas com três equações.

A execução do teste se deu de forma individual. Foi permitido aos alunos o uso do aplicativo desenvolvido pelos grupos, para os que não possuíam o aplicativo ficou autorizado o empréstimo do aparelho de outro aluno condicionado o empréstimo a verificação prévia pelo pesquisador de que não estavam os alunos trocando informações por esta via.

## 6 ANÁLISE DE DADOS, RESULTADOS E DISCUSSÕES

Os instrumentos da pesquisa aplicados foram um questionário avaliativo composto por 14 itens desenvolvido conforme o componente curricular denominado Matrizes e Sistemas lineares constantes do Currículo Mínimo da Secretaria Estadual de Educação do Rio de Janeiro (SEEDUC, 2012), veja no Apêndice A.

O questionário foi aplicado em dois momentos distintos, no início e ao final do trabalho, foi aplicado um pré-teste no início do trabalho contendo 5 questões objetivas e ao final um teste contendo também 5 questões objetivas.

Neste capítulo será analisado inicialmente os resultados do questionário avaliativo, traçando um comparativo entre as aplicações inicial e final. Na sequência serão analisados os resultados obtidos no pré-teste e no teste, também traçando um comparativo entre os resultados obtidos. Em seguida será apresentada uma análise geral qualitativa e quantitativa de todo o trabalho.

### 6.1 RESULTADOS DO QUESTIONÁRIO AVALIATIVO

O questionário avaliativo tem como objetivo avaliar a motivação dos alunos durante o processo de ensino-aprendizagem. Para tal, o mesmo verifica o grau de satisfação com cada um dos itens do questionário que avaliam diversos parâmetros inerentes ao processo de ensino-aprendizagem.

Ao grau de satisfação poderiam ser atribuídas as seguintes respostas: Muito Insatisfeito, Insatisfeito, Mediamente Satisfeito, Satisfeito ou Muito Satisfeito. A estas foram atribuídas as pontuações de 1 a 5 conforme o Quadro 10.

Quadro 10: Definição do grau de satisfação com os itens do questionário.

Grau de Satisfação	Pontuação
Muito Insatisfeito	1
Insatisfeito	2
Mediamente Satisfeito	3
Satisfeito	4
Muito Satisfeito	5

Fonte: Autor

O Quadro 11 apresenta os resultados aferidos no Questionário Avaliativo antes do trabalho com os 34 alunos.

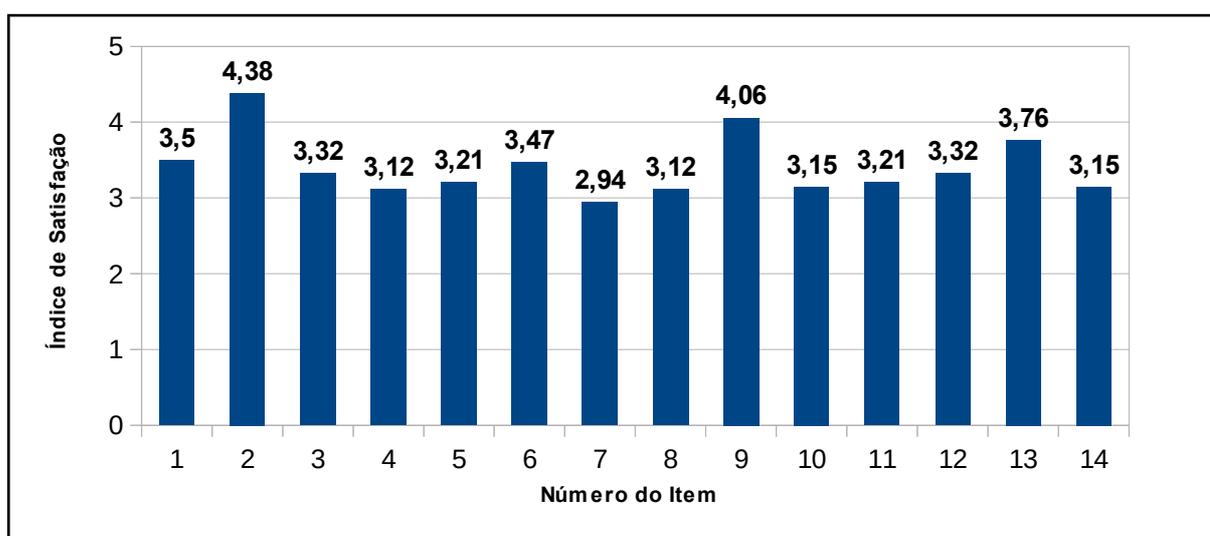
Quadro 11: Resultado do questionário avaliativo aplicado junto com o pré-teste

	Muito Insatisfeito	Insatisfeito	Mediamente Satisfeito	Satisfeito	Muito Satisfeito
1	0	2	17	11	4
2	0	0	4	13	17
3	2	5	10	14	3
4	7	4	7	10	6
5	3	4	14	9	4
6	2	2	14	10	6
7	7	5	8	11	3
8	6	2	11	12	3
9	1	3	6	7	17
10	3	4	16	7	4
11	5	2	13	9	5
12	2	6	10	11	5
13	0	2	12	12	8
14	7	4	6	11	6

Fonte: Autor

O grau de satisfação médio aferido em cada item está descrito no Gráfico 1.

Gráfico 1: Média do grau de satisfação com os itens do questionário



Fonte: Autor

O Quadro 12 apresenta os resultados aferidos no Questionário Avaliativo após a realização do trabalho com um total de 32 alunos.

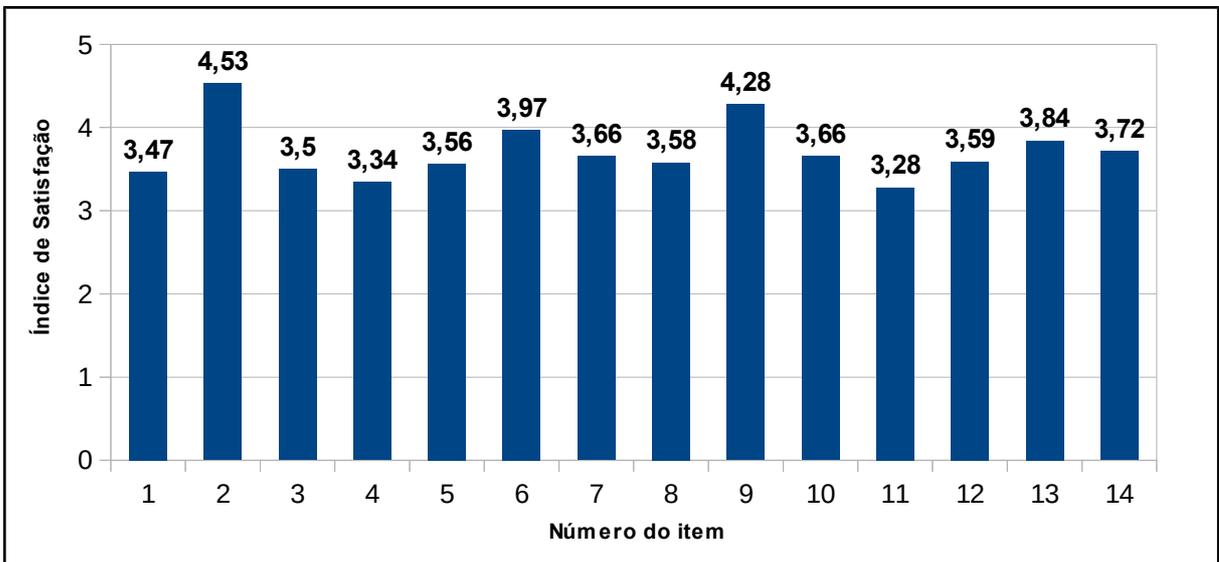
Quadro 12: Resultado do questionário avaliativo aplicado junto com o teste

	Muito Insatisfeito	Insatisfeito	Mediamente Satisfeito	Satisfeito	Muito Satisfeito
1	2	2	12	11	5
2	0	0	0	15	17
3	1	2	13	12	4
4	3	3	11	10	5
5	0	2	14	12	4
6	0	2	7	13	10
7	1	3	9	12	7
8	0	2	14	10	5
9	0	0	6	11	15
10	0	3	11	12	6
11	3	4	11	9	5
12	0	6	9	9	8
13	0	1	11	12	8
14	0	3	10	12	7

Fonte: Autor

O grau de satisfação médio aferido em cada item está descrito no Gráfico 2.

Gráfico 2: Média do grau de satisfação com os itens do questionário



Fonte: Autor

No Quadro 13 realiza-se uma análise da variação do grau de satisfação aferido pelo questionário avaliativo em dois momentos distintos com o objetivo de verificar as mudanças no grau de satisfação médio da turma em cada item.

Quadro 13: Comparativo dos resultados do questionário avaliativo

Item	Grau de satisfação médio do item		Variação Absoluta por item	Variação Percentual por item
	Questionário Avaliativo Inicial	Questionário Avaliativo Final		
01	3,50	3,47	-0,03	-0,86%
02	4,38	4,53	0,15	3,42%
03	3,32	3,50	0,18	5,42%
04	3,12	3,34	0,22	7,05%
05	3,21	3,56	0,35	10,90%
06	3,47	3,97	0,50	14,41%
07	2,94	3,66	0,72	24,49%
08	3,12	3,58	0,46	14,74%
09	4,06	4,28	0,22	5,42%
10	3,15	3,66	0,51	16,19%
11	3,21	3,28	0,07	2,18%
12	3,32	3,59	0,27	8,13%
13	3,76	3,84	0,08	2,13%
14	3,15	3,72	0,57	18,10%

Fonte: Autor

Pode-se observar no Quadro 13, que dos 14 itens aferidos, 13 tiveram uma variação positiva, dos quais 4 obtiveram uma variação entre 5% e 10% e outros 6 itens tiveram variação superior 10%. A variação média por item aferida foi positiva em 9,41%.

No Quadro 13, os itens 7 e 14 obtiveram maior percentual de variação com respectivamente 24,49% e 18,10%. Estes itens tratam da avaliação do trabalho realizado com matrizes e sistemas lineares na perspectiva de um mercado crescente no setor tecnológico. Este resultado é expressivo pois demonstra que o trabalho obteve êxito quando vislumbrado o objetivo específico enunciado por “Demonstrar para os alunos a viabilidade de atuação em um mercado em franco crescimento no mundo que é o de aplicativos e jogos para smartphone”.

No Quadro 13, o item 1 refere-se a avaliação do aprendizado em relação a matrizes. Este foi o único item a obter variação negativa, porém esta variação foi

inferior a 1%, e pode ser considerada inexpressiva.

Já o item 8, no Quadro 13, refere-se a avaliação do aprendizado em relação a sistemas lineares, foco principal do trabalho, este item obteve uma variação positiva de 14,74% demonstrando a aplicabilidade do método proposto na visão dos alunos.

No Quadro 13, os itens 5 e 12 avaliam a motivação dos alunos no aprendizado de matrizes e sistemas lineares, respectivamente. O item 5 obteve variação positiva de 10,90% enquanto o item 12 obteve variação positiva de 8,13% demonstrando que o método aplicado quebrou uma barreira no processo de ensino-aprendizagem que é a falta de motivação dos alunos frente aos conteúdos abordados.

Os itens 4 e 11, do Quadro 13, abordam a aplicabilidade na carreira profissional que o aluno pretende seguir dos temas matrizes e sistemas lineares. Quanto ao item 4 que trata de matrizes, a variação foi positiva em 7,05% o que aponta para melhora na contextualização deste tema. Já o item 11 variou positivamente em 2,18% o que pode ser considerada uma variação inexpressiva.

Os demais itens no Quadro 13 dizem respeito a proposta de abordar tais temas de forma diferenciada, com o recurso da plataforma MIT APP INVENTOR. Esta análise foi feita em blocos, onde o bloco 1 diz respeito aos itens 2, 3 e 6 e tem como enfoque matrizes. O bloco 2 diz respeito aos itens 9, 10 e 13 e tem como enfoque sistemas lineares. Os Quadros 14 e 15 a seguir demonstram a variação nestes blocos.

Quadro 14: Resultados, inicial e final, de alguns itens agrupados.

Bloco	Itens	Grau de satisfação médio do Item		Grau de satisfação médio do Bloco	
		Inicial	Final	Inicial	Final
Bloco 1	Item 2	4,38	4,53	3,72	4,00
	Item 3	3,32	3,50		
	Item 6	3,47	3,97		
Bloco 2	Item 9	4,06	4,28	3,66	3,93
	Item 10	3,15	3,66		
	Item 13	3,76	3,84		

Fonte: Autor

Quadro 15: Variação no grau de satisfação dos Blocos 1 e 2.

Bloco	Grau de satisfação médio do Bloco		Variação do grau de satisfação do bloco	
	Inicial	Final	Absoluta	Percentual
Bloco 1	3,72	4,00	0,28	7,53%
Bloco 2	3,66	3,93	0,27	7,38%

Fonte: Autor

Conforme Quadro 15 o Bloco 1 teve variação positiva de 7,53% enquanto o Bloco 2 teve variação positiva de 7,38% o que demonstra uma boa receptividade da classe em relação a forma diferenciada de aprendizagem proposta durante o trabalho.

## 6.2 RESULTADOS DO PRÉ-TESTE

O pré-teste foi composto por 5 questões objetivas todas sobre o componente curricular que trata dos sistemas lineares apresentado no Apêndice B. Do total de questões, 3 versavam sobre sistemas lineares com duas equações e duas incógnitas, as outras 2 questões versavam sobre sistemas lineares de três equações com três incógnitas.

Os alunos tiveram um tempo total de uma hora e quarenta minutos para execução do pré-teste de forma individual, anônima, com auxílio de uma calculadora simples.

A realização do pré-teste se deu no dia da aplicação inicial do questionário avaliativo. Neste ponto a classe já possuía conhecimentos prévios sobre matrizes e sistemas lineares, trabalhados com o auxílio do livro didático.

Os resultados aferidos no pré-teste encontram-se no Quadro 16. A célula destacada em cada linha refere-se a resposta correta da questão. Esta etapa contou com a participação de 28 alunos.

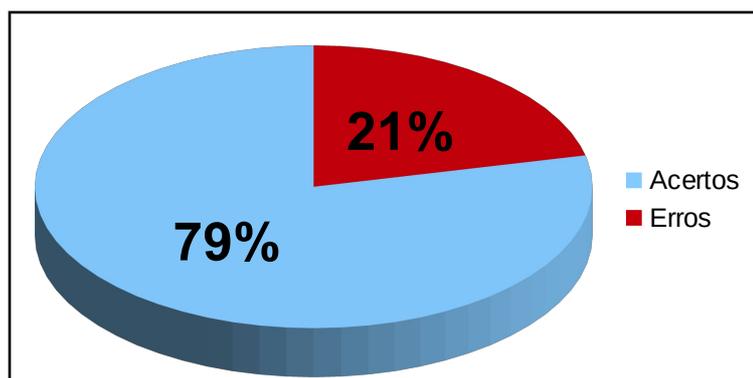
Quadro 16: Resultado aferido no pré-teste

	Resposta A	Resposta B	Resposta C	Resposta D	Resposta E	Resposta em Branco
Questão 1	2	2	22	0	0	2
Questão 2	0	4	0	0	16	8
Questão 3	11	2	1	4	1	9
Questão 4	0	1	1	2	12	12
Questão 5	0	2	5	6	0	15

Fonte: Autor

Os gráficos a seguir demonstram o percentual de acertos de cada uma das questões contidas no pré-teste seguidos de um breve comentário.

Gráfico 3: Aproveitamento da questão 1 do pré-teste



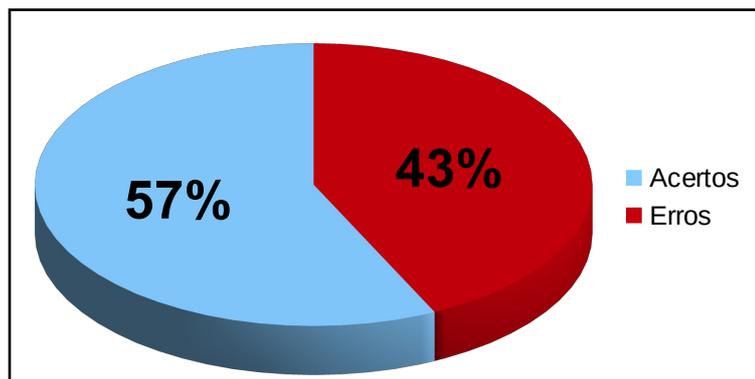
Fonte: Autor

O Gráfico 3 mostra que a classe obteve um percentual de 79% de êxito na questão 1.

A mesma trata de um sistema de equações com duas equações e duas incógnitas que se encontra, de certa forma, explícito, não exigindo interpretação para modelá-lo.

As opções de respostas continham valores possíveis para ambas as incógnitas, o que permitia aos alunos testar cada uma das soluções em busca da resposta correta.

Gráfico 4: Aproveitamento da questão 2 do pré-teste



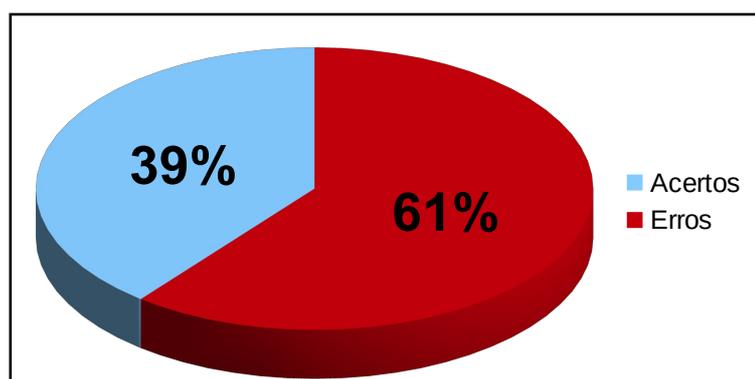
Fonte: Autor

O Gráfico 4 mostra que a classe obteve um percentual de 57% de êxito na questão 2.

A questão trata de um sistema de equações lineares com duas equações e duas incógnitas implícito no enunciado, o que exige do aluno interpretação para modelar o problema.

As soluções propostas também traziam duas opções para as incógnitas, o que possibilitou aos alunos que foram capazes de modelar o problema de forma correta, testarem cada uma das soluções para encontrar a correta.

Gráfico 5: Aproveitamento da questão 3 do pré-teste



Fonte: Autor

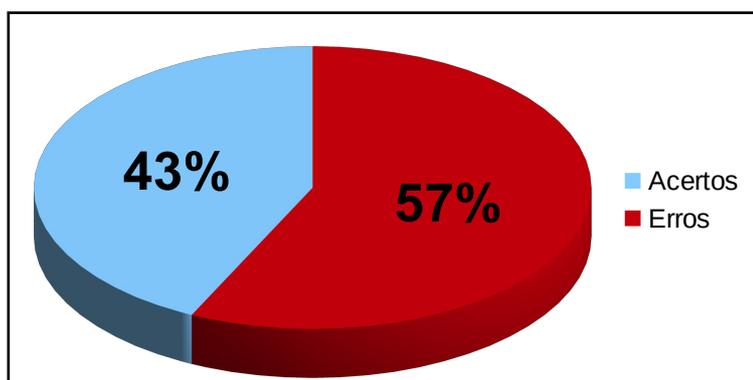
O Gráfico 5 demonstra que a classe obteve um percentual abaixo dos 50% na questão 3, tendo alcançado êxito um percentual de 39% da mesma.

A questão trata de um sistema de equações com duas equações e duas

incógnitas que se encontra implícita no enunciado, carecendo de interpretação por parte do aluno para modelar o problema.

As soluções traziam somente o valor de uma das incógnitas, o que inviabiliza por parte dos alunos que foram capazes de modelar o problema, testar cada uma das soluções até encontrar a correta, desta vez eles deveriam ser capazes de resolver o sistema até a solução final.

Gráfico 6: Aproveitamento da questão 4 do pré-teste



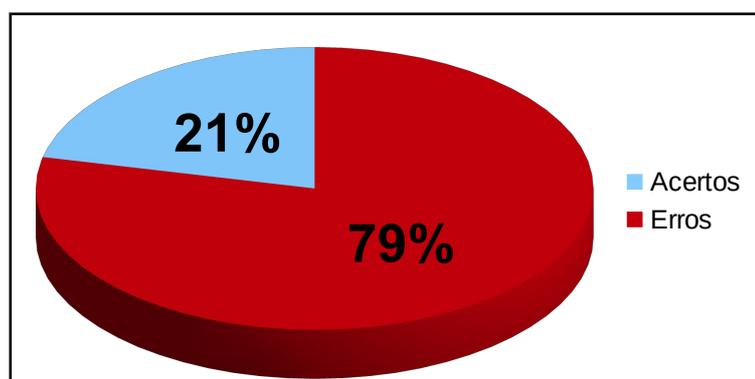
Fonte: Autor

O Gráfico 6 mostra que a classe obteve novamente um percentual de aproveitamento abaixo dos 50%, alcançando na questão 4 um percentual de êxito de 43%.

O enunciado da questão 4 trata de um sistema de equações com três equações e três incógnitas que se encontra, de certa forma, explícito, não exigindo interpretação para modelá-lo.

As opções de respostas continham valores possíveis para todas as incógnitas o que permitia aos alunos testar cada uma das soluções em busca da solução do problema.

Gráfico 7: Aproveitamento da questão 5 do pré-teste



Fonte: Autor

O Gráfico 7 demonstra que a classe obteve seu pior aproveitamento na questão 5, tendo alcançado êxito somente 21% da mesma.

A questão trata de um sistema de equações lineares com três equações e três incógnitas que se encontra, de certa forma, explícita no enunciado, não carecendo de interpretação por parte do aluno para modelar o problema.

As soluções traziam somente o valor de uma das incógnitas, o que inviabiliza, por parte dos alunos, testar cada uma das soluções até encontrar a correta, neste caso eles deveriam resolver todo o problema até a resposta final.

As questões do pré-teste versam sobre sistema de equações lineares e o Quadro 17 classifica as questões quanto ao número de equações presentes no sistema linear, se o sistema linear apresenta-se de forma implícita ou explícita no enunciado, a quantidade de incógnitas presentes nas opções de respostas e o aproveitamento da questão.

Quadro 17: Classificação das questões do pré-teste

	Quantidade de Equações do sistema	O sistema no enunciado encontra-se	Respostas possíveis para quantas incógnitas	Aproveitamento da questão
Questão 1	2	Explícito	Todas	79%
Questão 2	2	Implícito	Todas	57%
Questão 3	2	Implícito	1	39%
Questão 4	3	Explícito	Todas	43%
Questão 5	3	Explícito	1	21%

Fonte: Autor

A questão 2 obteve uma queda de 22 pontos percentuais se comparada a questão 1, conforme observado no Quadro 17, a única característica que difere as questões é o fato do sistema encontrar-se explícito no enunciado da questão 1 e implícito no enunciado da questão 2, apontando este resultado para uma dificuldade de interpretação do enunciado por parte dos alunos.

A questão 4 difere da questão 1, em característica, unicamente pela quantidade de equações lineares presentes no sistema, 3 e 2 respectivamente, esta diferença fez com que o aproveitamento reduzisse em 36 pontos percentuais, o que aponta uma dificuldade dos alunos em desenvolver cálculos mais extensos.

Da questão 2 para questão 3 houve uma queda de rendimento de 18 pontos percentuais e da questão 4 para questão 5 a queda registrada foi de 22 pontos percentuais. As questões 2 e 4, diferem em características das questões 3 e 5, respectivamente, pela quantidade de respostas para incógnitas presentes nas opções de solução, o que evidencia o uso do método de testar cada uma das soluções possíveis para validar o problema.

O Quadro 18 traz uma média do aproveitamento das questões separadas por grupos de características semelhantes apresentados no Quadro 17.

Quadro 18: Média de aproveitamento por grupo de questões semelhantes

	Formatos	Aproveitamento Médio
Quantidade de equações do sistema	2 equações	58,3%
	3 equações	32,0%
Apresentação do sistema no enunciado	Implícitas	48,0%
	Explícitas	47,6%
Respostas possíveis para as incógnitas	Todas incógnitas	59,6%
	Uma incógnita	30,0%

Fonte: Autor

Ao se confrontar o aproveitamento nas questões com duas e três equações, as questões com duas equações tiveram um aproveitamento médio superior as questões com três equações em 26,3 pontos percentuais, o que aponta uma dificuldade maior dos alunos quando os cálculos de tornam mais extensos.

O formato de apresentação do sistema no enunciado não influenciou significativamente no desempenho dos alunos, visto que a variação foi inferior a 1 ponto percentual.

Neste ponto cabe uma observação do pesquisador, pois uma parte expressiva dos alunos não se preocupou em modelar a questão e resolver o sistema, eles se utilizaram das respostas apresentadas e testaram no enunciado a fim de verificar a solução que atendia o problema.

A observação acima pode ser ratificada quando se analisa a interferência que teve no desempenho médio o fato das possíveis respostas apresentarem soluções para todas as incógnitas.

O aproveitamento nas questões que apresentaram soluções para todas as incógnitas superou em 29,6 pontos percentuais o aproveitamento das questões que traziam solução para somente uma incógnita, o que inviabilizava que os alunos testassem as soluções.

### **6.3 RESULTADOS DO TESTE**

O teste (Apêndice C) foi composto por cinco questões objetivas, todas versando sobre o tema de sistemas lineares.

Neste momento foi permitido que os alunos utilizassem o aplicativo construído (calculadora de sistemas lineares) durante as aulas, além do uso da calculadora simples. O tempo para realização do teste foi de uma hora e quarenta minutos, os alunos o fizeram de forma individual e sem consulta ao material de aula.

A realização do teste se deu após o desenvolvimento de todas as etapas do trabalho.

Das 5 questões do teste, 3 estavam relacionadas a sistemas lineares de duas equações com duas incógnitas e 2 estavam relacionadas a sistemas lineares de três equações e três incógnitas.

No Quadro 19 pode-se observar os resultados aferidos no teste. A célula destacada em cada uma das linhas refere-se a resposta correta da questão. Esta etapa contou com a participação de 32 alunos.

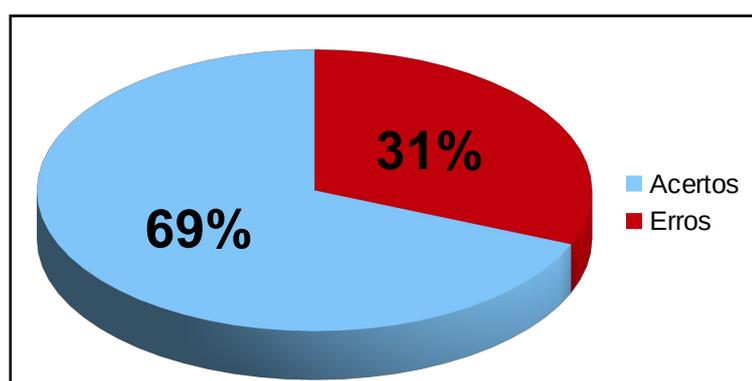
Quadro 19: Resultado aferido no teste

	Resposta A	Resposta B	Resposta C	Resposta D	Resposta E	Resposta em Branco
Questão 1	2	1	22	0	5	2
Questão 2	0	1	2	2	26	1
Questão 3	4	14	2	3	4	5
Questão 4	4	4	0	3	18	3
Questão 5	1	4	1	21	2	3

Fonte: Autor

Os gráficos a seguir demonstram o percentual de acertos de cada uma das questões contidas no teste seguidos de um breve comentário.

Gráfico 8: Aproveitamento da questão 1 do teste



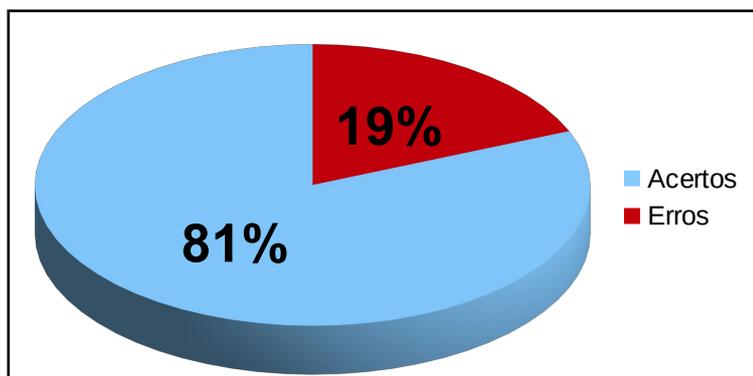
Fonte: Autor

O Gráfico 8 mostra que a classe obteve um percentual de 69% de êxito na questão 1.

A mesma trata de um sistema de equações com duas equações e duas incógnitas que não se encontra explícito, exigindo assim interpretação para modelar a questão.

As opções de respostas continham valor possível para uma única variável o que não possibilitava aos alunos testar cada uma das soluções em busca da resposta correta.

Gráfico 9: Aproveitamento da questão 2 do teste



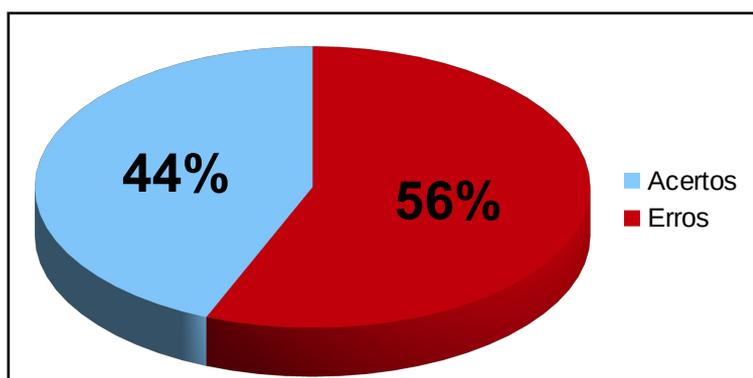
Fonte: Autor

O Gráfico 9 mostra que a classe obteve um percentual de 81% de êxito na questão 2.

A questão trata de um sistema de equações lineares com duas equações e duas incógnitas explícito no enunciado, o que não exigiu do aluno interpretação para modelar o problema.

As opções de respostas por sua vez apresentam-se na forma de um resultado de uma nova combinação destes incógnitas, o que verifica se o aluno tem real entendimento dos valores obtidos pelo aplicativo.

Gráfico 10: Aproveitamento da questão 3 do teste



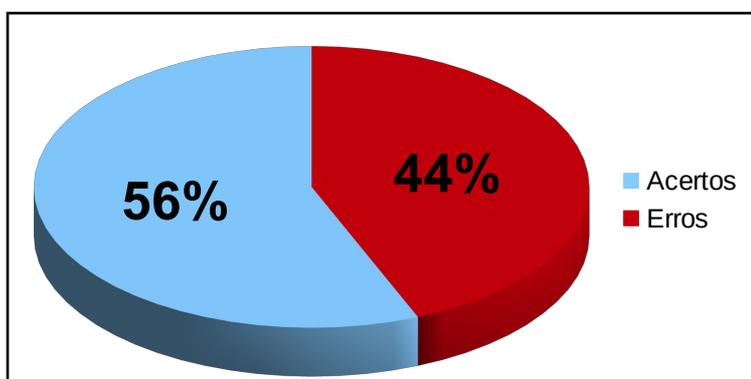
Fonte: Autor

O Gráfico 10 mostra que a classe obteve um percentual abaixo dos 50% na questão 3, tendo alcançado êxito um percentual de 44% da mesma.

A questão trata de um sistema de equações com duas equações e duas incógnitas que não se encontra explícito no enunciado, carecendo de interpretação por parte do aluno para modelar o problema.

As soluções traziam somente o valor de uma das incógnitas, o que inviabiliza por parte dos alunos que foram capazes de modelar o problema, testar cada uma das soluções até encontrar a correta, os alunos que se utilizaram do aplicativo deviam ser capazes de identificar qual incógnita de fato era a procurada.

Gráfico 11: Aproveitamento da questão 4 do teste



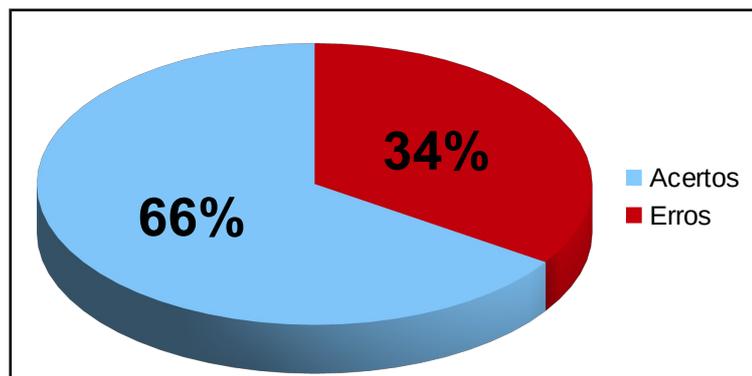
Fonte: Autor

O Gráfico 11 mostra que a classe obteve novamente um percentual de aproveitamento na questão 4 de 56%.

O enunciado da questão 4 trata de um sistema de equações com três equações e três incógnitas que se encontra explícito no enunciado, não exigindo interpretação para modelá-lo.

As alternativas de solução apresentam um resultado obtido através de uma nova combinação dos valores das incógnitas, o que verifica se os alunos sabem identificar dentre os valores obtidos, qual pertence a cada incógnita.

Gráfico 12: Aproveitamento da questão 5 do teste



Fonte: Autor

O Gráfico 12 demonstra que a classe obteve um aproveitamento na questão 5 de 66%.

A questão 5 traz um sistema com três equações e três incógnitas, o sistema não encontra-se explícito no enunciado, mesmo que sua interpretação seja facilitada pela presença de uma tabela.

As alternativas de resposta trazem uma solução para cada uma das três incógnitas, o que permite, caso o aluno descreva o sistema, alcançar a resposta diretamente através do aplicativo.

O Quadro 20 classifica as questões quanto ao número de equações presentes no sistema linear do teste, se o sistema linear apresenta-se de forma implícita ou explícita no enunciado, o formato de apresentação das soluções das incógnitas e o aproveitamento da questão.

Quadro 20: Classificação das questões do teste

	Quantidade de Equações do sistema	O sistema no enunciado encontra-se	Respostas em forma de nova combinação	Aproveitamento da questão
Questão 1	2	Implícito	Não	69%
Questão 2	2	Explícito	Sim	81%
Questão 3	2	Implícito	Não	44%
Questão 4	3	Explícito	Sim	56%
Questão 5	3	Implícito	Não	66%

Fonte: Autor

As questões 1 e 3 apresentam todas as características semelhantes, e mesmo assim a questão 3 apresentou um rendimento de 25 pontos percentuais a menos que a questão 1, este fato pode ser atribuído ao fato de uma das equações lineares do sistema da questão 3 apresentava um coeficiente negativo, o que dificultou a interpretação da questão por parte dos alunos.

As questões 2 e 4 diferenciam-se unicamente, pela quantidade de equações lineares do sistema, duas e três equações respectivamente, mesmo com o uso do aplicativo o rendimento na questão 4 foi 25 pontos percentuais inferior ao aproveitamento da questão 2, o que mostra que a dificuldade dos alunos não se encontra somente no cálculo mais extenso visto que o aplicativo resolve automaticamente os cálculos.

O Quadro 21 apresenta o aproveitamento médio das questões do teste agrupadas pelas características semelhantes identificadas no Quadro 20.

Quadro 21: Média de aproveitamento por grupo de questões semelhantes

	Formatos	Aproveitamento Médio
Quantidade de equações do sistema	2 equações	64,6%
	3 equações	61,0%
Apresentação do sistema no enunciado	Implícitas	59,6%
	Explícitas	68,5%
Respostas em forma de nova combinação das incógnitas	Sim	68,5%
	Não	59,6%

Fonte: Autor

O Quadro 21 mostra que as diferenças entre o aproveitamento médio entre grupos de questões com características semelhantes reduziu em relação aos resultados aferidos no pré-teste (Quadro 18). Nenhum dos grupos apresentou variação superior a dez pontos percentuais.

A redução na variação entre o aproveitamento dos grupos de questões com características semelhantes pode ser atribuído ao uso do aplicativo, que facilita a realização de extensos cálculos e ao melhor domínio de conteúdo por parte dos alunos, uma vez que os mesmos apresentaram mais clareza quanto ao significado dos resultados obtidos para as incógnitas.

## 6.4 DISCUSSÃO DOS RESULTADOS DO PRÉ-TESTE E DO TESTE

O Quadro 22 traz a média de aproveitamento do pré-teste, o Quadro 23 traz a média de aproveitamento do teste e o Quadro 24 traça um comparativo entre os resultados de ambos.

Quadro 22: Aproveitamento médio aferido no pré-teste

Número da Questão	Aproveitamento médio	Aproveitamento Médio do Pré-Teste
Questão 1	79%	<b>47,8%</b>
Questão 2	57%	
Questão 3	39%	
Questão 4	43%	
Questão 5	21%	

Fonte: Autor

Quadro 23: Aproveitamento médio aferido no teste

Número da Questão	Aproveitamento médio	Aproveitamento Médio do Pré-Teste
Questão 1	69%	<b>63,2%</b>
Questão 2	81%	
Questão 3	44%	
Questão 4	56%	
Questão 5	66%	

Fonte: Autor

Quadro 24: Comparativo dos aproveitamentos médios do pré-teste e teste

Aproveitamento Médio do Pré-teste	Aproveitamento Médio do Teste	Variação absoluta do aproveitamento	Variação relativa do aproveitamento
47,8	63,2	↑ 15,4	↑ 32,2 %

Fonte: Autor

O Quadro 24 mostra um aumento de 32,2% no aproveitamento do teste em comparação ao aproveitamento do pré-teste.

O resultado foi considerado satisfatório pelo pesquisador, porém é importante se discutir alguns aspectos que interferem de forma direta no mesmo.

Como apontado no Quadro 13, houve uma melhora na motivação dos alunos em estudar estes componentes curriculares o que interfere positivamente no processo de ensino-aprendizagem, fazendo-o mais eficaz.

Segundo a avaliação do pesquisador as questões do teste tem um nível de complexidade maior do que as questões do pré-teste.

Este aumento na complexidade do instrumento avaliativo se fez necessário para que o uso do aplicativo não dirimisse a necessidade de interpretação e análise dos dados do problema pelos alunos. O aplicativo se torna uma ferramenta complementar e funcional para resolução das questões propostas.

O domínio da ferramenta utilizada é também um fator importante que influencia diretamente no resultado, os alunos participaram de todo o processo de desenvolvimento do aplicativo, o que os habilita a manuseá-lo de forma consistente.

Durante o processo de desenvolvimento do aplicativo os alunos foram convidados a manipular o Teorema de Cramer, o trabalho minucioso envolveu cada variável do sistema linear e cada resultado obtido, o que rendeu aos alunos um melhor domínio do teorema.

O aproveitamento de 63,2% obtido pelos alunos no teste, na visão do pesquisador, embora tenha apresentado uma melhora significativa em relação ao pré-teste, demonstra um grau de dificuldade grande por parte da turma, uma vez que o tema foi tratado a exaustão e a ferramenta utilizada reduzia substancialmente a possibilidade de erros de cálculo durante o desenvolvimento da questão.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

O processo de ensino-aprendizagem de conteúdos da matemática é dificultado visto que sofre certa resistência por parte dos alunos.

Um dos motivos desta resistência apontada na pesquisa é a falta de contextualização adequada dos temas o que provoca uma desmotivação nos alunos durante este processo, acarretando em baixo rendimento escolar.

O trabalho buscou apresentar uma forma diferenciada de contextualização de um tema abordado no 2º ano do ensino médio na rede estadual de educação do Rio de Janeiro.

O tema escolhido para pesquisa foi matrizes e sistemas lineares, a escolha deveu-se ao fato da difícil contextualização do tema matrizes, além da grande carga de cálculos para resolução de problemas que envolvem estes dois assuntos.

Outro complicador no processo de ensino-aprendizagem apontado na pesquisa foi o uso indevido e excessivo de smartphones durante as aulas.

O trabalho desenvolvido buscou unir estas duas dificuldades apontadas e transformá-las num facilitador no processo de ensino-aprendizagem dos alunos.

Durante a pesquisa os alunos trabalharam com os temas inerentes a matrizes e sistemas lineares enquanto desenvolviam um aplicativo para smartphone, plataforma Android, utilizando princípios básicos de programação e a plataforma MIT APP INVENTOR.

O aplicativo desenvolvido foi uma calculadora capaz de resolver sistemas de equações lineares com duas equações e duas incógnitas e com três equações e três incógnitas.

Os alunos participaram de todas as etapas do desenvolvimento do aplicativo, sendo elas: a definição do escopo do projeto, o desenvolvimento do *layout* das telas, o desenvolvimento do algoritmo e a programação computacional.

O trabalho com princípios básicos de programação foi escolhido por desenvolver o raciocínio lógico-matemático dos alunos.

A diferenciação na contextualização dos temas matrizes e sistema lineares proposto se deu na forma do desenvolvimento de um aplicativo, o que modificou o papel do smartphone em sala de aula, de dificultador para facilitador no processo de

ensino-aprendizagem.

Com os resultados positivos apresentados nesta pesquisa concluiu-se que o uso de princípios básicos de programação pode ser utilizado como método alternativo para ensino de matrizes e sistemas lineares.

Os resultados evidenciaram melhorias na motivação dos mesmos em aprender estes conteúdos e também uma melhora no rendimento frente as questões objetivas que lhes foram propostas quando comparados os resultados do pré-teste e do teste.

No ano de 2017, a proposta trabalhada nesta pesquisa figura no planejamento pedagógico da unidade de ensino em que foi desenvolvida.

Os alunos que em 2017 cursam o 2º ano do ensino médio pediram que o trabalho com princípios básicos de programação fosse realizado também com eles, o que aponta uma satisfação dos alunos que participaram com a formato proposto a ponto de disseminar a experiência vivida com os demais, visto que não houve divulgação da pesquisa dentro da escola.

O trabalho realizado abordou somente dois temas presentes em um bimestre do 2º ano do ensino médio da rede estadual do Rio de Janeiro. Como trabalhos futuros pretende-se desenvolver outros temas do ensino médio como funções, números complexos, logaritmos e trigonometria, utilizando os princípios básicos de programação e a plataforma MIT APP INVENTOR.

## REFERÊNCIAS

**APPINVENTOR.** Tutorials. Disponível em:

<<http://appinventor.mit.edu/explore/ai2/tutorials.html>>. Acesso em: 20 abr. 2017.

AUSUBEL, D.P.; NOVAK, J.D.; HANESIAN, H. (1980). **Psicologia educacional**. Rio de Janeiro, Interamericana. Tradução para português, de Eva Nick et al., da segunda edição de Educational psychology: a cognitive view

BARBOSA, M.A. **Desenvolvendo aplicativos para dispositivos móveis através do MIT App Inventor 2 nas aulas de matemática**. Ilhéus/BA, 2016. 141p. Dissertação de Mestrado, Departamento de Ciências Exatas e Tecnológicas, Universidade Estadual de Santa Cruz.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio - Ciências da Natureza e suas Tecnologias**. Brasília: MEC, 2000.

GOMES, T. C. S; MELO, J. C. B. **O pensamento computacional no ensino médio: Uma abordagem Blended Learning**. In Congresso da Sociedade Brasileira em Computação, 33., 2013a. Maceió, AL. **Anais**. XXI Workshop de Educação em Computação, 2013, p.651-660.

GOMES, T. C. S; MELO, J. C. B. **App Inventor for Android: Uma Nova Possibilidade para o Ensino de Lógica de Programação**. In Congresso Brasileiro de Informática na Educação, 2., 2013b. Campinas, SP. **Anais**. II Congresso Brasileiro de Informática na Educação, 2013, p.620-629.

HEFEZ, A; FERNANDEZ, C.S. **Introdução à Álgebra Linear**. Rio de Janeiro: SBM, 2012, 328p.

IEZZI, G.; DOLCE, O.; DEGENSZAJN, D.; PÉRIGO, R.; ALMEIDA, N. **Matemática: ciência e aplicações**, volume 2: ensino médio – 7. Ed – São Paulo: Saraiva, 2013, 463p.

MATEUS, M.C.; BRITO, G.S. (2011). **Celulares, Smartphones e Tablets na Sala de Aula: Complicações ou Contribuições?** Curitiba: In X Congresso Nacional de Educação – EDUCERE

MORAES, P.G. **Gamificação no Ensino de Matemática: Propostas para o Ensino de Matrizes através de um Jogo de Realidade Alternativa**. Mossoró/RN, 2017. 76p. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal Rural do Semi-árido.

OLIVEIRA, J.M.V. **Criação de aplicativo para dispositivos móveis e sua utilização como recurso didático em aulas de geometria analítica**. Seropédica/RJ, 2016. 108p. Dissertação de Mestrado, Instituto de Ciências Exatas, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro.

PAIVA, T.Y. **Aprendizagem Ativa e Colaborativa: Uma proposta de uso de metodologias ativas no ensino da matemática**. Brasília/DF, 2016. 55p. Dissertação de Mestrado, Instituto de Ciências Exatas, Departamento de Matemática, Universidade de Brasília.

PRENSKY, M. **Digital natives, digital immigrants**. On the Horizon. NCB University Press, v. 9, n. 5, 2001.

ROCHA, J.S. **Ensino-Aprendizagem de Matrizes, Determinantes e Sistemas Lineares através da Planilha Excel**. Porto Velho/RO, 2015. 62p. Dissertação de Mestrado, Fundação Universidade Federal de Rondônia.

SAVITRAZ, M. **Determinante de Algumas Matrizes Especiais**. Dourados/MS, 2015. 76p. Dissertação de Mestrado, Faculdade de Ciências Exatas e Tecnológicas - FACET, Universidade Federal da Grande Dourados.

SCHEFFER, N. F.; ZANOELLO, S. F.; LOPES, C. C.; AGUIAR, C.; MATOS, E. P.; RONSONI, L.; BATTISTI, S. **O Uso das Tecnologias no Ensino de Matemática: Um Trabalho Realizado no PIBID**. In: CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2, Ijuí RS, 2011. **Anais**. Congresso Nacional de Educação Matemática; 9. Encontro Regional de Educação Matemática: Editora UNIJUÍ, 2011, n.p.

SEEDUC, Secretaria de Estado de Educação do Estado do Rio de Janeiro. **Currículo Mínimo**. 2012. Disponível em: <<http://conexoescola.rj.gov.br/professor/apoio-pedagogico/matematica>>. Acesso em: 26 abr. 2017.

VALIENTE, E. S. P. **Aplicações de Sistemas Lineares e Determinante na Engenharia Civil**. Campo Grande/MS, 2015. 77p. Dissertação de Mestrado, Instituto de Matemática, Universidade Federal de Mato Grosso do Sul.

## APÊNDICE A – Questionário Avaliativo

### Questionário Avaliativo sobre o componente curricular denominado Matrizes e Sistemas lineares constantes do Currículo Mínimo da Secretaria Estadual de Educação do Rio de Janeiro

Idade: \_\_\_\_\_ Sexo: M ( ) F ( )

Você possui Smartphone: ( ) sim ( ) não  
Caso afirmativo, o sistema operacional é Android: ( ) sim ( ) não

O presente questionário tem o objetivo de compreender melhor a importância, na visão do aluno, do ensino de matrizes e sistemas lineares, analisando seu grau de satisfação sobre os diversos aspectos que a envolve.

Suas respostas serão anônimas e mantidas em sigilo. Leia atentamente as frases que seguem. Marque utilizando a escala abaixo, o número que melhor corresponde a sua avaliação.

1	2	3	4	5
Muito Insatisfeito	Insatisfeito	Mediamente Satisfeito	Satisfeito	Muito Satisfeito

Avalie seu aprendizado em relação a matrizes.	1	2	3	4	5
Avalie a prática proposta pelo professor no ensino de matrizes.	1	2	3	4	5
Considerando que o conhecimento é algo que se adquire não apenas com informações, avalie os conhecimentos adquiridos nas aulas sobre matrizes.	1	2	3	4	5
Avalie sua satisfação com o que foi estudado sobre matrizes tendo como referência possíveis aplicações na carreira profissional que pretende seguir.	1	2	3	4	5
Uma grande dificuldade no processo de ensino e aprendizagem é a motivação do aluno. Avalie sua motivação em aprender sobre matrizes.	1	2	3	4	5
Existem diversas formas de aprender, avalie o modo de aprendizagem vivenciado no trabalho com matrizes.	1	2	3	4	5
Na atual perspectiva de um mercado crescente no setor tecnológico, avalie o trabalho realizado com matrizes.	1	2	3	4	5
Avalie seu aprendizado em relação a sistemas lineares.	1	2	3	4	5
Avalie a prática proposta pelo professor no ensino de sistemas lineares.	1	2	3	4	5
Considerando que o conhecimento é algo que se adquire não apenas com informações, avalie os conhecimentos adquiridos nas aulas sobre sistemas lineares.	1	2	3	4	5
Avalie sua satisfação com o que foi estudado sobre sistemas lineares tendo como referência possíveis aplicações na carreira profissional que pretende seguir.	1	2	3	4	5
Uma grande dificuldade no processo de ensino e aprendizagem é a motivação do aluno. Avalie sua motivação em aprender sobre sistemas lineares.	1	2	3	4	5
Existem diversas formas de aprender, avalie o modo de aprendizagem vivenciado no trabalho com sistemas lineares.	1	2	3	4	5
Na atual perspectiva de um mercado crescente no setor tecnológico, avalie o trabalho realizado com sistemas lineares.	1	2	3	4	5

## APÊNDICE B – Pré-Teste

### Pré-Teste

Sexo: ( ) Masculino ( ) Feminino

Idade: \_\_\_\_\_

1) No calçadão da praia havia um quiosque com o seguinte anúncio:

- 3 sucos e 2 sanduíches por R\$ 14,00
- 2 sucos e 1 sanduíche por R\$ 8,00

Quis os valores unitários do suco e do sanduíche?

- a) Suco R\$ 3,00; Sanduíche R\$ 2,50.                      d) Suco R\$ 1,00; Sanduíche R\$ 5,50.  
b) Suco R\$ 4,00; Sanduíche R\$ 1,00.                      e) Suco R\$ 3,00; Sanduíche R\$ 2,00.  
c) Suco R\$ 2,00; Sanduíche R\$ 4,00.

2) Em um estacionamento há motos e carros, num total de 79 veículos e 248 rodas. Qual o número de motos e carros no estacionamento, respectivamente?

- a) 30 e 49.                      b) 31 e 48.                      c) 32 e 47.                      d) 33 e 46.                      e) 34 e 45.

3) Numa danceteria, o convite para homens custava R\$ 20,00 e para mulheres, R\$ 10,00. Sabendo que o número de mulheres que foram a danceteria excede em 15 o número de homens e que, ao todo, foram arrecadados R\$ 960,00, pergunta-se: Qual o número de homens que foram a essa danceteria?

- a) 27                      b) 35                      c) 42                      d) 48                      e) 69

4) No mercado Ver-o-peso, em Belém do Pará, três vendedores combinaram de vender três espécies de peixe, cada uma delas pelo mesmo preço, e fazer uma competição para ver quem vendia mais peixe pelo preço combinado, durante uma hora.

Sabendo-se que os vendedores venderam e arrecadaram, respectivamente:

- Vendedor A: 7 kg de sardinha, 5 kg de anchova e 4 kg de robalo e arrecadou R\$ 65,00.
- Vendedor B: 8 kg de sardinha, 7 kg de anchova e 6 kg de robalo e arrecadou R\$ 88,00.
- Vendedor C: 5 kg de sardinha, 4 kg de anchova e 3 kg de robalo e arrecadou R\$ 49,00.

Quanto custa o kg da sardinha, da anchova e do robalo respectivamente.

- a) R\$ 2,00; R\$ 5,00 e R\$ 5,00.                      d) R\$ 2,00; R\$ 4,00 e R\$ 5,00.  
b) R\$ 2,00; R\$ 4,00 e R\$ 6,00.                      e) R\$ 3,00; R\$ 4,00 e R\$ 6,00.  
c) R\$ 3,00; R\$ 5,00 e R\$ 5,00.

5) Uma vendedora de loja de roupas atendeu, no mesmo dia, três clientes e efetuou as seguintes vendas:

- Cliente 1: 1 calça, 2 camisas e 3 pares de meias. Valor R\$ 156,00.
- Cliente 2: 2 calças, 5 camisas e 6 pares de meias. Valor R\$ 347,00.
- Cliente 3: 2 calças, 3 camisas e 4 pares de meias. Valor R\$ 253,00.

Quanto custou cada par de meia?

- a) R\$ 10,00.                      b) R\$ 35,00.                      c) R\$ 50,00.                      d) R\$ 12,00.                      e) R\$ 8,00.

## APÊNDICE C – Teste

### Teste

Sexo: ( ) Masculino ( ) Feminino

Idade: \_\_\_\_\_

1) Em um torneio de voleibol, cada vitória vale 2 pontos e cada derrota vale 1 ponto. Se a equipe jogou 12 partidas no torneio e terminou com 17 pontos, quantas vitórias obteve?

- a) 3                      b) 4                      c) 5                      d) 6                      e) 7

2) Em uma padaria, um refrigerante e cinco pães de queijo custam R\$ 4,50; dois refrigerantes e sete pães de queijo custam R\$ 7,20. Quanto custarão cinco refrigerantes e seis pães de queijo?

- a) R\$ 6,50.              b) R\$ 14,00.              c) R\$ 12,00.              d) R\$ 9,50.              e) R\$ 11,10.

3) Em um programa de TV, o participante começa com R\$ 500,00. Para cada pergunta respondida corretamente, recebe R\$ 200,00; e para cada resposta errada perde R\$ 150,00.

Se um participante respondeu todas as 25 questões formuladas e terminou com R\$ 600,00, quantas questões ele errou?

- a) 11                      b) 14                      c) 16                      d) 18                      e) 20

4) Um casal de namorados jantou, em um fast-food de cozinha árabe, quatro vezes em uma mesma semana.

- Na primeira noite, consumiram dois quibes, cinco esfirras e dois sucos e pagaram R\$ 11,00.

- Na segunda noite, consumiram três quibes, seis esfirras e três sucos e pagaram R\$ 15,30.

- Na terceira noite, consumiram dois quibes, dez esfirras e três sucos e pagaram R\$ 17,00.

Se na quarta noite, este casal consumiu 4 quibes, 5 esfirras e 4 sucos, quanto pagaram?

- a) R\$ 14,00.              b) R\$ 15,00.              c) R\$ 16,00.              d) R\$ 17,00.              e) R\$ 18,00.

5) Uma lanchonete vende sanduíche natural, composto de queijo branco, peito de peru e salada, em três tamanhos: médio, grande e super. Na tabela seguinte, encontramos a quantidade de ingredientes para cada tamanho:

Tamanho	Médio	Grande	Super
Queijo Branco	40 g	60 g	80 g
Peito de Peru	40 g	50 g	60 g
Salada	30 g	60 g	80 g

Durante o horário do almoço, verificou-se, em certo dia, que o consumo total de queijo branco foi de 2,44 kg; o consumo de peito de peru foi de 2,08 kg; e o consumo de salada foi de 2,29 kg.

Quantos sanduíches de cada tamanho a rede vendeu nesse dia?

- a) 15 Médios, 18 Grandes e 7 Super.  
b) 10 Médios, 18 Grandes e 8 Super.  
c) 15 Médios, 20 Grandes e 7 Super.  
d) 15 Médios, 20 Grandes e 8 Super.  
e) 10 Médios, 18 Grandes e 10 Super.