



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE
NACIONAL

A HISTÓRIA DA GEOMETRIA DESCRITIVA E UMA PROPOSTA DE
ATIVIDADES PARA O ENSINO MÉDIO

NELSON RANGEL COUTINHO NETO

Sob a orientação do Professor Doutor

André Luiz Martins Pereira.

Dissertação submetida como requisito parcial para obtenção do grau de **Mestre**, no curso de Pós-Graduação em Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, Área de Concentração em Matemática.

Seropédica (RJ)

Agosto de 2014

516.6

C871h Coutinho Neto, Nelson Rangel, 1980-

T A História da geometria descritiva e uma proposta de atividades para o ensino médio / Nelson Rangel Coutinho Neto. - 2014.

39 f.: il.

Orientador: André Luiz Martins Pereira.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Curso de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, 2014.

Bibliografia: f. 38-39.

1. Geometria descritiva - História - Teses. 2. Geometria descritiva - Estudo e ensino (Ensino médio) - Teses. 3. Monge, Gaspard, 1746-1818. - Teses. I. Pereira, André Luiz Martins, 1980- II. Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro. Curso de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional. III. Título.

UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO

INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS

**CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM Mestrado Profissional em
MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL – PROFMAT**

NELSON RANGEL COUTINHO NETO

Dissertação submetida como requisito parcial para obtenção do grau de **Mestre em Matemática**, no Curso de Pós-Graduação em Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, área de Concentração em Matemática.

DISSERTAÇÃO APROVADA EM ----/----/-----

André Luiz Martins Pereira – Doutor em Matemática – UFRRJ

(Orientador)

Douglas Monsôres de Melo Santos – Doutor em Matemática – UFRRJ

Alex Farah Pereira – Doutor em Matemática - UFF

Dedicatória

Dedico esse trabalho aos meus alunos, razão de ser da profissão de professor e esperança de um país melhor, mais decente e humano. Dedico, principalmente, à minha filha Geovana, razão da minha existência e por quem busco ser alguém melhor.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus.

À minha família pelo apoio e paciência durante os dois anos de curso.

À Elisangela Medeiros, mãe da minha filha, que muitas vezes acumulou as responsabilidades durante o decorrer do curso. Foram vários os sábados de ausência na criação de nossa filha Geovana.

Aos colegas de turma do PROFMAT que me proporcionaram momentos agradáveis e amenizaram o sacrifício.

Aos Mestres da UFRJ que conduziram de forma brilhante o PROFMAT e nos ofereceram todo o apoio e suporte necessários à conclusão do curso.

Aos queridos colegas de trabalho da Escola Municipal Princesa Isabel, principalmente às professoras Bruna Rodrigues e Regina Tieppo pelo apoio e incentivo.

Ao camarada e colega de curso Erickson Martins. Foram vários os momentos de dúvidas e diversas as trocas de experiências que contribuíram para o nosso êxito.

À gloriosa Marinha do Brasil por ter forjado meu caráter durante os seis anos de formação militar no Colégio Naval e na Escola Naval.

Ao PROFMAT e à UFRJ pela oportunidade de aperfeiçoamento e crescimento técnico e profissional.

Ao meu Mestre orientador André Luiz pela paciência, parceria, comprometimento e sabedoria durante a fase de conclusão do curso.

À CAPES pelo auxílio durante o Mestrado.

“Na maior parte das ciências, uma geração põe abaixo o que a outra construiu, e o que a outra estabeleceu a outra desfaz. Somente na Matemática é que cada geração constrói um novo andar sobre a antiga estrutura.”

Hermann Hankel

Resumo

A Geometria Descritiva teve sua origem durante a Era Napoleônica através do matemático Gaspard Monge. Chegou ao Brasil no início do século XIX por imposição de D. João VI. Destacou-se basicamente como disciplina integrante de currículos de cursos superiores, tais como Engenharia, Arquitetura e Artes. No ensino médio, o ensino da Geometria Descritiva está praticamente extinto, ficando restrito apenas a algumas instituições mais tradicionais. Entretanto, a Geometria Descritiva se relaciona intimamente com a Geometria Espacial, a Geometria Analítica e os Cálculos Diferencial e Integral, de maneira que sua aplicação no ensino médio poderá contribuir para o aprendizado de outros conceitos geométricos.

Palavras-chaves: Geometria Descritiva; Gaspard Monge; Geometria Espacial.

Abstract

The Descriptive Geometry had its origin during the Napoleonic Age through the mathematician Gaspard Monge. It arrived in Brazil in the early nineteenth century by imposition of D. João VI. It excelled mainly as part of the curriculum of higher education courses such as Engineering, Architecture and Arts discipline. In high school, teaching Descriptive Geometry is almost extinct, being restricted to only a few more traditional institutions. However, Descriptive Geometry is closely related to the Space Geometry, Analytical Geometry and Differential and Integral Calculus, so that its application in middle school will be of fundamental contribution to the learning of other geometric concepts.

Key words: Descriptive Geometry; Gaspard Monge; Spatial Geometry; Analytical Geometry

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO.....	1
1 A HISTÓRIA DA GEOMETRIA DESCRITIVA.....	2
1.1 A evolução do desenho até a Geometria Descritiva.....	2
1.2 Gaspard Monge: o criador da Geometria Descritiva.....	3
1.3 A Geometria Descritiva no Brasil	5
2 A GEOMETRIA DESCRITIVA	7
2.1 Por que estudar Geometria Descritiva?	7
2.2 O que é a Geometria Descritiva?.....	11
3 ATIVIDADES PROPOSTAS	23
3.1 Fundamentação	23
3.2 Aplicação das Atividades	23
3.3 Relação de exercícios.....	24
4 QUESTIONÁRIO SOBRE A IMORTÂNCIA DE GEOMETRIA DESCRITIVA.....	30
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	33
6 REFERÊNCIAS	34
7 APÊNDICE.....	36

INTRODUÇÃO

A Geometria Descritiva é uma técnica matemática de representação de figuras uni, bi ou tridimensionais. Apesar de ser uma disciplina fundamental porque revela estruturas e padrões que nos permitem compreender o mundo que nos rodeia, ela foi praticamente extinta dos programas de ensino médio, sendo recorrente apenas em determinados cursos superiores, tais como Engenharia, Arquitetura e Artes.

O propósito da pesquisa é abordar os possíveis motivos que levaram ao declínio dessa geometria, principalmente no ensino médio, analisar sua importância para o aprendizado das Geometrias Espacial e Analítica, as quais figuram nos currículos do ensino médio, e propor atividades que introduzirão os conceitos e princípios básicos da disciplina na formação do aluno. Para isso, foi desenvolvido um histórico da disciplina no capítulo 1, já que se trata de um conteúdo completamente novo para os alunos e, muitas vezes, para os docentes também. São abordados os motivos que levaram a Geometria Descritiva a ser praticamente extinta do ensino médio.

A seguir discorre-se sobre a Geometria Descritiva. O capítulo 2 fundamenta a intenção de abordar a disciplina nos currículos do ensino médio, discutindo a importância da técnica geométrica para o ensino de outras disciplinas do currículo, além de apresentar um breve resumo, introduzindo conceitos fundamentais e iniciais que possibilitam uma ideia acerca dos sistemas projetivos.

O capítulo 3 apresenta uma proposta de três aulas. As atividades objetivam proporcionar aos alunos a possibilidade de interação com o conteúdo da Geometria Descritiva e, ao professor, permite sua intervenção no processo de ensino-aprendizagem. Pretende-se dessa forma que o aluno compreenda a Geometria Descritiva como um canal interativo de participação entre o objeto físico (observação), sua geometria mental (recriação) e sua representação.

O último capítulo apresenta uma análise de um questionário aplicado para ex-alunos de Geometria Descritiva do Colégio Naval. Esses dados reforçam a importância da Geometria Descritiva, além de embasar nossa proposta de atividades como material de apoio para o Ensino Médio.

CAPÍTULO 1: A HISTÓRIA DA GEOMETRIA DESCRITIVA

Neste capítulo, é apresentada uma síntese acerca da origem da Geometria Descritiva: sua História, abordando a contribuição de Gaspard Monge, seu criador e nome mais importante na Geometria Descritiva e a sua chegada ao Brasil.

1.1 A evolução do desenho até a Geometria Descritiva

A Matemática está presente na vida do homem desde seu surgimento no planeta.

Segundo E. A. B. Torres, C. L. B. Vieira e P. D. M. Filho, em “A Importância da Geometria Descritiva na Engenharia” (ref. [16]), desde o início dos tempos os homens se expressam por meio de desenhos. Na Europa, registros de pinturas em cavernas sugerem que o homem primitivo já se utilizava da linguagem gráfica para representar seu dia-a-dia.

O desenho era a sua principal forma de comunicação, registrando fatos, comportamentos e padrões sociais.

O desenvolvimento de instrumentos materiais e técnicos contribuiu para a evolução dos desenhos. O avanço tecnológico proporcionava níveis de comunicação cada vez mais complexos.

Ainda de acordo com os autores (ref.[16]), placas de pedra, de argila, talhadeiras, estiletes, pergaminhos, papiros, tecidos, penas, tintas, papel, régua, esquadros, compassos, superfícies de concreto, pincéis, telas até as recentes ferramentas digitais e os poderosos softwares, permitem uma ideia dessa evolução.

Houve um tempo em que o homem só dispunha de tecnologias grosseiras. Suas construções eram demasiadamente trabalhosas e realizadas de maneira intuitiva, baseadas em tentativas e erros. Suas ferramentas eram arcaicas e obsoletas e não existiam desenhos que orientassem as tarefas. Dessa forma as dificuldades para a realização desses trabalhos eram absurdas.

Com o aprimoramento do Desenho, as técnicas de representação gráficas passam a ser utilizadas na arte, na geometria e na projeção. A sistematização da linguagem gráfica contribuiu bastante para o crescimento da construção civil, da engenharia e da arquitetura.

Os egípcios foram os primeiros a trabalhar com desenhos e, também, com projeções, de modo a facilitar os trabalhos e diminuir sua dificuldade.

A utilização desses recursos pelos gregos, também pode ser facilmente percebida pela grandiosidade e apuro de suas obras arquitetônicas.

O Império Romano foi avassalador e se consolidou a custa do subjugo sobre povos derrotados. Seu poderio bélico não permitia resistência e as populações “colonizadas” cediam suas tecnologias. Essas transferências de conhecimentos proporcionaram aos romanos avanços tecnológicos significativos e aumentavam sua hegemonia sobre os demais povos. Uma tecnologia tão avançada, naquele contexto histórico, só poderia ser atingida com utilização de desenho e projeções, essas técnicas foram então herdadas pelos italianos que passaram a utilizá-las em suas construções.

Foi na era napoleônica, entretanto, que a Geometria Descritiva teve sua origem. D. J. Struik, em “A concise History of Mathemática” (ref. [15]) afirma ter sido Gaspard Monge (1746-1818), então Ministro da Marinha de Napoleão Bonaparte, que estudou e aprimorou os conhecimentos tecnológicos absorvidos pelos franceses em suas conquistas, bem como as técnicas de desenho e projeções. A partir de então, a França se destacaria no cenário mundial pelo intenso desenvolvimento de sua indústria.

A Geometria Descritiva, por conseguinte, teve um impulso enorme tanto na França como na Itália, sendo estudada e aprimorada por inúmeros matemáticos. Difundiu-se pelas civilizações europeias mais aptas a utilizá-la, chegando ao corpo de doutrina atual.

1.2 Gaspard Monge: o criador da Geometria Descritiva

O geômetra Gaspard Monge nasceu em 1746 na França, filho de trabalhador humilde, o prodígio matemático, causou espanto ao construir um veículo para salvamentos e combate a incêndios com apenas quatorze anos. Sobre seu impressionante feito, respondeu:

“Eu uso dois trunfos infalíveis: uma tenacidade invencível e mãos que traduzem meu pensamento com fidelidade geométrica.” (G. Monge-1760)[REF. 15]

Gaspard Monge possuía o dom de visualizar relações espaciais complexas e era considerado pelos seus mestres do Collège des Oratoriens como *puer aureus* [menino de ouro]. Nasceria com talento para a Geometria e para a Engenharia. Terminara seus estudos em filosofia, física e matemática em 1762.

Struik (ref. [15]) conta em seu livro que Monge, aos dezesseis anos de idade, construiu seus próprios instrumentos de agrimensura e confeccionou o mapa completo de Beaune, cidade francesa da região de Borgonha, na mesma época. O mapa lhe rendeu o cargo de professor de Física do colégio da ordem religiosa de Lyon. O comandante da escola militar de Mézières, École Royal Du Génie, o coronel Vigneau, o efetivou no trabalho rotineiro de agrimensura e desenho. Gaspard Monge trabalhou durante vinte anos na referida escola.

Em 1768, desenvolveu métodos novos de defesa que seriam os primeiros alicerces da Geometria Descritiva.

Foi em uma conferência realizada na Escola Normal Superior de Paris, em 1794, que Monge apresentou seu novo método para engenheiros militares. Lagrange disse após a conferência: "*Eu não sabia que sabia geometria descritiva*".(J.L.Lagrange-1794)(Ref.[15])

O geômetra francês revolucionou a engenharia militar e o desenho mecânico. Contribuiu para o avanço da matemática preparando o caminho para Gauss que, por sua vez inspirou Bernhard Riemann.

Ainda segundo Struik (ref. [15]), Monge, assim como Condorcet e Carnot, esteve presente em diversas campanhas revolucionárias e participou ativamente da Revolução Francesa. Foi nomeado Ministro da Marinha durante um ano (1792-1793). Durante o exercício do cargo, foi responsável pela condenação do rei à morte. Mais tarde tornou-se figura influente no império de Napoleão Bonaparte.

Através do "Boletim 29" Monge tomou ciência da derrota do exército francês na invasão da Rússia, através do "Boletim 29". Após a derrota definitiva de Napoleão em 1816, os Bourbons de volta ao poder, expulsam-no da Academia. Logo depois veio a falecer.

A Geometria Descritiva, desenvolvida por Monge, teve uma enorme importância do ponto de vista tecnológico. Sem a geometria descritiva, a engenharia não teria progredido tanto no século XX. (Ref. [16])

A partir de notas das suas aulas foram posteriormente editados dois livros, "*Géometrie Descriptive*" e "*Feuilles d'analyse appliquée à La géometrie*".

Outro importante feito de Gaspard Monge de acordo com Struik (Ref. [15]) foi ter contribuído para reestruturação do Sistema Educacional da França, além de ter participado da fundação d'École Polytechnique.

1.3 A Geometria Descritiva no Brasil

A Geometria Descritiva chegou ao Brasil por imposição de D. João VI, em 1801, quando obrigou a inclusão da disciplina nos cursos de engenharia. Entretanto, foi apenas depois de 1812 que a Geometria Descritiva foi efetivamente implantada.

Em 1816, D. João VI, por meio de decreto real, cria a Escola Real de Ciências, Artes e Ofícios, cuja finalidade pode ser resumida no trecho abaixo de referido decreto (1816) (Ref.[1]).

“promover e difundir a instrução e conhecimentos indispensáveis aos homens destinados não só a empregos da Administração do Estado, mas também ao progresso da agricultura, Mineralogia, indústria e comércio, de que resulta a subsistência, a comodidade e a civilização dos povos, maiormente nesse Continente (...) fazendo-se, portanto necessário aos habitantes o estudo das Belas Artes (...)” (Trecho do decreto real (1816)-(Fundo Tesouro Nacional, códice 62, v. 2, f. 30, 31, 12/08/1816.)

Dessa forma, D. João VI atribui à Geometria Descritiva importante papel no processo de execução de nobres aspirações através da arte e possibilidades de progresso.

A UFRJ, Universidade Federal do Rio de Janeiro, na época chamada Universidade do Brasil, foi a pioneira na implementação da disciplina, estabelecendo padrões de excelência que deveriam ser seguidos por todas as Instituições de Ensino de Engenharia do Brasil, com ramificação no Desenho Técnico e em outras diversas ramificações profissionais.

A Geometria Descritiva, portanto, destacou-se basicamente como disciplina integrante de currículos de cursos superiores, tais como Engenharia, Arquitetura e Artes. No ensino médio, o ensino da Geometria Descritiva está praticamente extinto, ficando restrito a apenas algumas instituições mais tradicionais.

Conforme explica C. da Silva no trabalho de Mestrado intitulado “A insubstituível Geometria Descritiva” (Ref.[5]), a decadência do ensino da disciplina no ensino médio acentuou-se, principalmente após a Lei de Reforma Universitária de novembro de 1968 que suprimiu a Geometria Descritiva e o Desenho Geométrico dos exames vestibulares. Outro

provável motivo, de acordo com Da Silva (Ref.[5]), seria a dificuldade de correção das provas vestibulares atrelada aos elevados índices de reprovações.

Na contramão do que ocorrera na França de Gaspard Monge, que obteve considerável avanço tecnológico e industrial alavancados pela Geometria Descritiva e pelo Desenho Geométrico, no Brasil, tal ato governamental ocorreu justamente no momento em que o país caminhava em direção ao crescimento industrial e necessitava desenvolver tecnologia própria para que não dependesse dos centros tecnológicos internacionais.

Outro aspecto negativo é a precária formação em Geometria Descritiva e Desenho Geométrico dos professores de Matemática. As grades curriculares das Licenciaturas tiveram reduzidas as cargas horárias nas disciplinas e em alguns casos a Geometria Descritiva, tão pouco figura entre as disciplinas obrigatórias.

CAPÍTULO 2: DEFININDO A GEOMETRIA DESCRITIVA

2.1 Por que estudar Geometria Descritiva?

A Matemática constitui um dos pilares na formação acadêmica do indivíduo. Uma grande parcela do tempo de estudos do aluno nos bancos escolares é dedicada ao aprendizado da disciplina. Em função disso, seu êxito ao final do Ensino Médio está condicionado ao bom desempenho nos conteúdos matemáticos. Entretanto, o que se percebe é um elevado índice de rejeição por parte dos discentes, fato que contribui para altos níveis de reprovação e insucesso na matéria.

Além disso, a formação cada vez mais precária dos profissionais de educação alimenta ainda mais a aversão à disciplina. O professor deve ter o maior domínio possível do conteúdo a ser ministrado e deve criar estratégias para tornar seu trabalho em sala de aula mais atraente ao seu público.

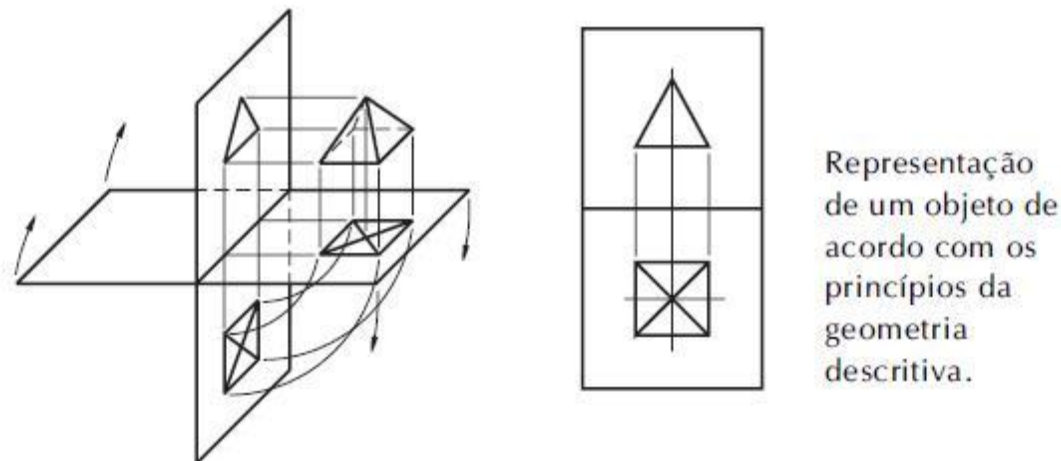
Sobre o papel do professor, Paulo Freire (1998 – Ref.[7]) analisa:

"Não temo dizer que inexistem validade no ensino em que não resulta um aprendizado em que o aprendiz não se tornou capaz de recriar ou de refazer o ensinado. (...) nas condições de verdadeira aprendizagem os educandos vão se transformando em reais sujeitos da construção e da reconstrução do saber ensinado (...)" Percebe-se, assim, que faz parte da tarefa do docente não apenas ensinar conteúdos, mas também ensinar a pensar certo. (Freire, 1998, 26-29)(Ref[7])

A Geometria Descritiva é uma técnica matemática de representação de figuras uni, bi ou tridimensionais. Assim como em outras geometrias, seus elementos básicos são o ponto, a reta e o plano que permitem trabalhar com as figuras bidimensionais e tridimensionais, como

os poliedros, seus cortes e interseções. Essa técnica matemática também permite trabalhar com precisão as posições relativas entre figuras ou partes delas, tais como paralelismo, perpendicularismo, ortogonalidade e inclinação.

Através de métodos como rotação, rebatimento e mudança de planos, a Geometria Descritiva ainda permite a posição relativa entre figuras e planos de projeção.



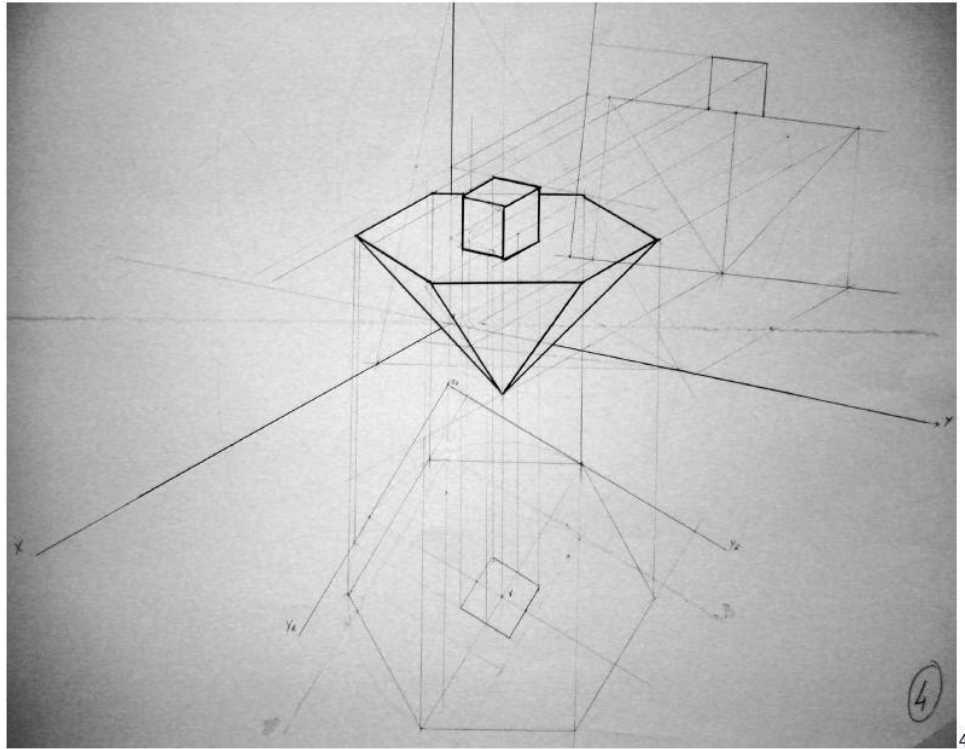
Fonte: <http://www.ebah.com.br/content/ABAAABsSOAE/desenho-tecnico-aula-01-introducao?part=4>. (Visitado em 15/06/2014)

O ensino da Geometria Descritiva desenvolve no indivíduo habilidades e competências, tais como: habilidade motora manual, visão ou raciocínio espacial, planejamento, precisão, capricho e ordem. (Ref. [5])

Durante as atividades inerentes ao ensino da disciplina, o aluno faz uso de instrumentos de desenho, tais como régua, esquadro, compasso e transferidor. O uso repetido de tais instrumentos e a exatidão de procedimentos que a disciplina exige estimula e desenvolve a capacidade motora manual.

Além disso, as operações gráficas e a ordem das ações para a solução dos problemas e das construções gráficas exigem do aluno o planejamento de suas ações.

O raciocínio espacial desenvolvido a partir da Geometria Descritiva ajuda o aluno a entender uma figura geométrica construída por suas projeções rebatidas no plano, obter essas projeções e, dessa forma, projetar e entender projetos de outros profissionais.



Fonte: <http://gddona.blogspot.com.br/2011/07/exame-geometria-descritiva-2-fase.html>

Acesso em: 08/06/2014

A visão espacial também permite ao indivíduo imaginar um objeto (abstração) e visualizar modificações, alterações de forma a relacionar os elementos que o constituem. De acordo com C. da Silva (Ref. [5]), é possível aplicar a GD em Grafostática (aplicação da Geometria à resolução de problemas da Mecânica e Estática), Geometria Espacial, Detalhamento de Construção, Sistemas Estruturais, e tantos outros.

Essa visão espacial deve ser aprimorada durante a pré-adolescência, após a consolidação do pensamento formal.

Segundo Jean Piaget: *“O pensamento concreto caracteriza o ciclo de 11 ou 12 anos, quando começa o pensamento formal, que se expande durante a adolescência”*.(Piaget, 1990)(Ref.[10])

Ainda sobre a importância da matemática para o desenvolvimento do adolescente, Rappaport afirma:

“O instrumento do pensamento do adolescente é a linguagem ou qualquer outro sistema simbólico, como, por exemplo, a matemática. Nesta medida, ele é capaz de formular hipóteses, e a partir delas, de chegar a conclusões que independem da verdade fatural ou da observação.” (RAPPAPORT - 1981, pag.69)(Ref.[13])

As operações de desenhos inerentes à Geometria Descritiva exigem do aluno exatidão nos traçados, além de organização e limpeza.

A LDBEN, Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, propõe uma nova identidade para o Ensino Médio por meio de um conjunto de iniciativas do Ministério da Educação que incluem a avaliação de livros didáticos e o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM). O Ensino Médio é definido como etapa final da formação básica do aluno, sendo responsável pela sua formação, integrando projeto individual ao projeto da sociedade em que está inserido, aprimoramento e preparação para o mundo do trabalho e para uma aprendizagem autônoma.

O Ministério da Educação, através do edital nº 12, de 8 de maio de 2014, para o Exame Nacional do Ensino Médio – ENEM 2014 (Ref.[2]) discrimina algumas das seguintes habilidades:

“Competência de área 2 - Utilizar o conhecimento geométrico para realizar a leitura e a representação da realidade e agir sobre ela.

H6 - Interpretar a localização e a movimentação de pessoas/objetos no espaço tridimensional e sua representação no espaço bidimensional.

H7 - Identificar características de figuras planas ou espaciais.

H8 - Resolver situação-problema que envolva conhecimentos geométricos de espaço e forma.

H9 - "Utilizar conhecimentos geométricos de espaço e forma na seleção de argumentos propostos como solução de problemas do cotidiano”.

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCN, 2000)(Ref.[3]) sobre a concepção de currículo adotada, evidencia-se que:

A aprendizagem das Ciências da Natureza, qualitativamente distinta daquela realizada no Ensino Fundamental, deve contemplar formas de apropriação e construção de sistemas de pensamento mais abstratos e ressignificados, que as trate como processo cumulativo de saber e de ruptura de consensos e pressupostos metodológicos. A aprendizagem de concepções científicas atualizadas do mundo físico e natural e o desenvolvimento de estratégias de trabalho centradas na solução

de problemas é finalidade da área, de forma a aproximar o educando do trabalho de investigação científica e tecnológica, como atividades institucionalizadas de produção de conhecimentos, bens e serviços.

Os estudos nessa área devem levar em conta que a Matemática é uma linguagem que busca dar conta de aspectos do real e que é instrumento formal de expressão e comunicação para diversas ciências. É importante considerar que as ciências, assim como as tecnologias, são construções humanas situadas historicamente e que os objetos de estudo por elas construídos e os discursos por elas elaborados não se confundem com o mundo físico e natural, embora este seja referido nesses discursos. Importa ainda compreender que, apesar de o mundo ser o mesmo, os objetos de estudo são diferentes, enquanto constructos do conhecimento gerado pelas ciências através de leis próprias, as quais devem ser apropriadas e situadas em uma gramática interna a cada ciência. E, ainda, cabe compreender os princípios científicos presentes nas tecnologias, associá-las aos problemas que se propõe solucionar e resolver os problemas de forma contextualizada, aplicando aqueles princípios científicos a situações reais ou simuladas.

Enfim, a aprendizagem na área de Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias indica a compreensão e a utilização dos conhecimentos científicos, para explicar o funcionamento do mundo, bem como planejar, executar e avaliar as ações de intervenção na realidade. (Ref. [3])

Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/blegais.pdf>

Não se poderia desconsiderar, portanto, a contribuição que a Geometria Descritiva tem na formação básica do aluno como cidadão e, principalmente, na formação do indivíduo que planeja seu ingresso no Ensino Superior na área de Engenharia, Arquitetura e Desenho Industrial.

2.2 Princípios Básicos da Geometria Descritiva

Em um primeiro momento, é fundamental estabelecer uma relação entre a disciplina e os diversos campos da Matemática.

A Geometria Descritiva se relaciona intimamente com a Geometria Espacial e a Geometria Analítica. Consiste num sistema de projeções que trabalha com figuras geométricas e tem por objetivo treinar o raciocínio lógico e a visualização mental.

Assim como outras ciências, a Geometria Descritiva estabelece conceitos e propriedades fundamentadas em observações e experiências. Esses conceitos e propriedades constituem as proposições geométricas.

As proposições geométricas podem ser aceitas com ou sem comprovação. São classificadas como conceitos primitivos ou como postulados.

Ponto, reta, plano e espaço são conceitos primitivos, pois dispensam definição. Suas noções são puramente intuitivas e servem de estruturas básicas para situações mais elaboradas.

Os postulados ou axiomas são afirmações que dispensam demonstração, aceitas consensualmente e irrestritamente. Toda a Geometria é fundamentada por postulados ou axiomas.

Como exemplo, temos o seguinte postulado ou axioma: *“Três pontos não colineares determinam um plano.”*

Já um teorema deve ser demonstrado, são proposições que precisam ser comprovadas para serem validadas.

Como já foi mencionado antes, a Geometria Descritiva estuda as figuras geométricas através de suas projeções. A técnica de Monge consiste no conjunto de procedimentos que, utilizando um determinado sistema projetivo, possibilita a resolução de problemas de uma figura objetiva através das projeções de seus elementos e a representação da figura projetada correspondente.

A ideia de projeção é quase intuitiva. Trata-se de um fenômeno físico que acontece no cotidiano naturalmente ou pode ser reproduzido pelo homem.

Um exemplo de projeção natural é a sombra de uma pessoa que caminha à noite sob a luz da lâmpada de um poste. A sombra, nada mais é do que a projeção do contorno do corpo na superfície do chão.



Fonte: <http://www.espectaculosendirecto.com/asp/principal.asp?Epig=Teatro>

Acesso: 23/05/2014

A lâmpada do poste é considerada um centro projetivo e seus raios luminosos são chamados raios projetantes. Já o corpo da pessoa é uma figura objetiva. O contorno da sombra é a figura projetada na superfície de projeção, que no exemplo, é o chão.

Segundo o Professor Brunner Rabello (Ref [4]) pode-se definir:

“Projeção é o conjunto de operações geométricas que permite obter a figura formada pelos pontos de interseção dos raios projetantes que partem de um centro projetivo e incidem sobre uma figura do espaço, como uma superfície.”(Brunner Rabello-2005)

A partir deste momento iremos definir os conceitos básicos e as noções básicas da Geometria Descritiva, para isto iremos utilizar como inspiração e fundamentação teórica as referências [4], [8], [14] e [12]. Lembrando que este material é de caráter introdutório, visando apenas um estudo inicial sobre Geometria Descritiva e consulta para professores e alunos do ensino médio. Para um estudo mais avançado recomendamos as referências citadas neste parágrafo.

Uma figura objetiva e uma figura projetada são consideradas correspondentes quando todos os pontos de ambas as figuras são, respectivamente, correspondentes, ou seja, pertencem ao mesmo raio projetivo.

No exemplo dado a pessoa, figura objetiva, é correspondente à sombra, figura projetada.

Sejam (O) o ponto do espaço que identifica um centro projetivo e um plano π de projeção, (f) a figura objetiva que se quer projetar sobre (π). Os raios projetantes que partem de (O) incidem sobre pontos de (f) formando um feixe de raios que, na realidade, é uma figura geométrica. Essa *figura projetante* é identificada por (f1).

Assim sendo, podem ser estabelecidas as seguintes condições:

- Se (f) é um ponto, (f1) será uma reta (fig.2a);
- Se (f) é uma reta que não contém (O), (f1) será um feixe de retas, portanto uma figura plana (fig.2b);
- Se (f) for uma figura plana, dois casos podem ocorrer:
- Se o plano que contém (f) contiver (O), (f1) será também um feixe de retas (fig.2c);

- Se o plano que contém (f) não contiver (O), (f1) será uma figura tridimensional (fig.2d);
- Se (f) for uma figura tridimensional, (f1) também o será (fig.2e).

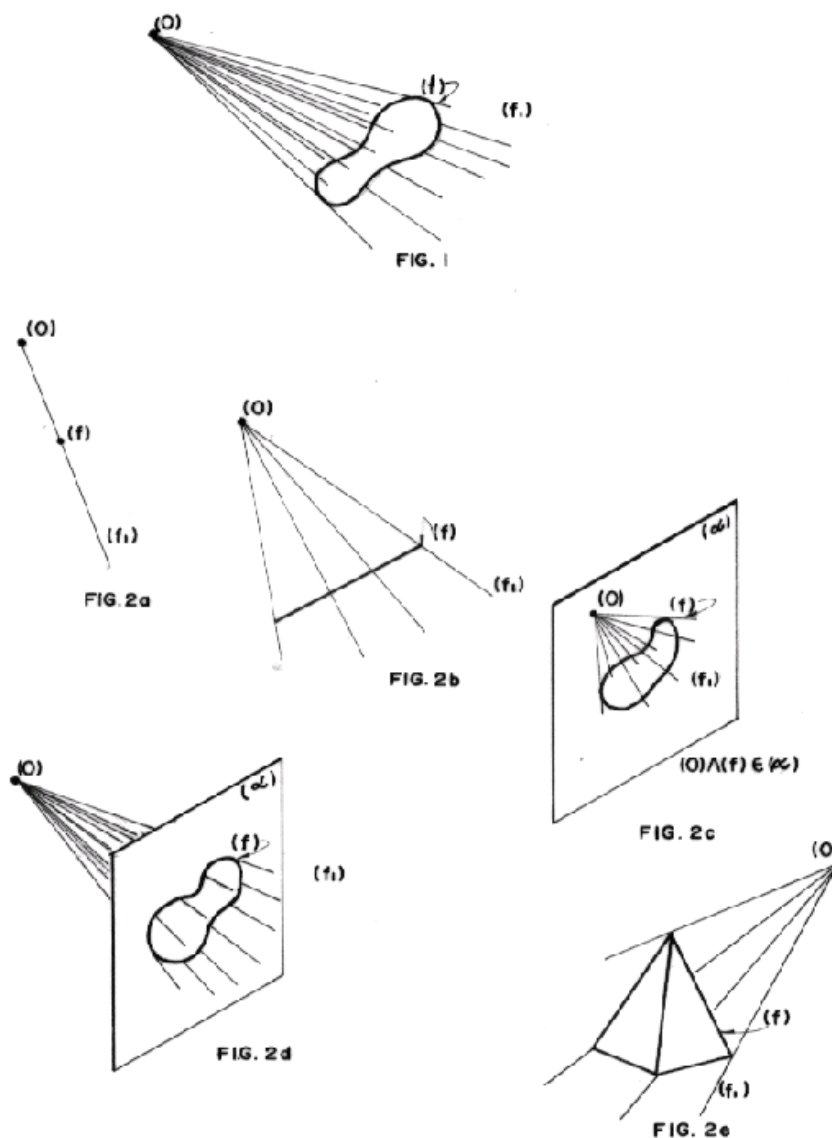


Ilustração do processo de projeção.

Paulo Sérgio Brunner Rabello, Rio de Janeiro, 2005.

<http://www.ime.uerj.br/?wpdmact=process&did=M5ob3RsaWRsaW5r> .

Acesso em 21 de março de 2014.

Pode-se concluir que o processo projetivo de figuras planas é, portanto, consequência de duas operações consecutivas e independentes: projetar (f) de um ponto (O), obtendo (f1) e cortar (f1) por um plano, obtendo (f).

Por razão de praticidade, no estudo descritivo de uma figura, os centros projetivos são reduzidos a um ponto e as superfícies projetivas são sempre planas.

A definição do número de planos de projeção, da posição relativa entre eles, bem como a determinação de cada centro projetivo em função dos planos de projeção, caracterizam um sistema projetivo.

Quanto à projeção, ela pode ser cônica, quando o centro projetivo é um ponto próprio. Ou será cilíndrica, quando o centro projetivo é um ponto impróprio.

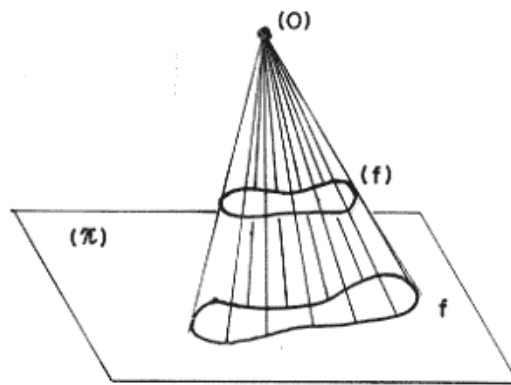


FIG. 4a

Projeção cônica

Paulo Sérgio Brunner Rabello, Rio de Janeiro, 2005

<http://www.ime.uerj.br/?wpdmact=process&did=Mi5ob3RsaWRsaW5r>.

Acesso em 21 de março de 2014.

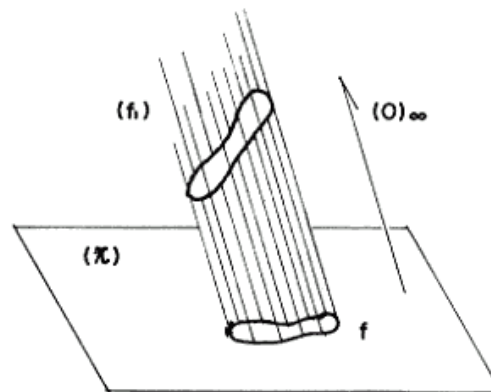


FIG. 4b

Projeção cilíndrica

Paulo Sérgio Brunner Rabello, Rio de Janeiro, 2005.

<http://www.ime.uerj.br/?wpdmact=process&did=Mt5ob3RsaWRsaW5r>.

Acesso em 21 de março de 2014.

O sistema de projeções cilíndricas é mais usual pelo fato de os raios projetantes serem paralelos, podendo ser ortogonais ou oblíquos (diz-se o que não é perpendicular nem paralelo e sim, inclinado) aos planos de projeção.

A Geometria Descritiva utiliza dois planos de projeção perpendiculares entre si e adota projeções ortogonais. O método mongeano consiste em fazer com que, após as operações projetivas, um dos planos de projeção gire em torno da reta comum a ambos, até que as figuras projetadas se situem num mesmo plano. A partir disso os problemas podem ser resolvidos com recursos da Geometria Plana.

Durante o processo admite-se um dos planos como sendo horizontal e o outro, naturalmente, vertical. Cada um dos planos de projeção está associado a um centro projetivo impróprio, fato que caracteriza o duplo sistema de projeções cilíndricas. Os raios projetantes que partem de cada centro projetivo são perpendiculares aos respectivos planos de projeção, caracterizando projeções ortogonais.

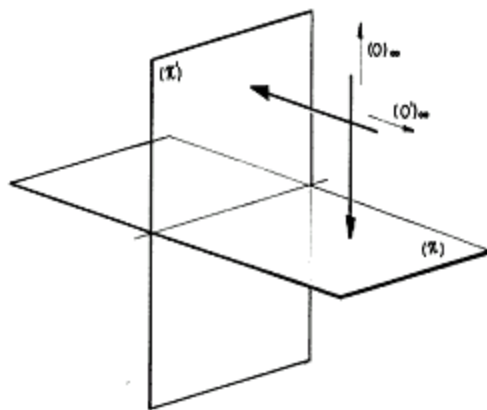


FIG. 5a

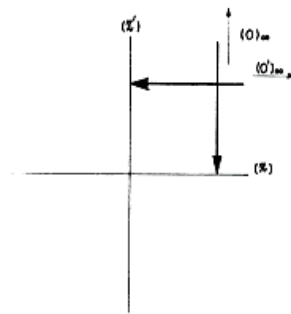


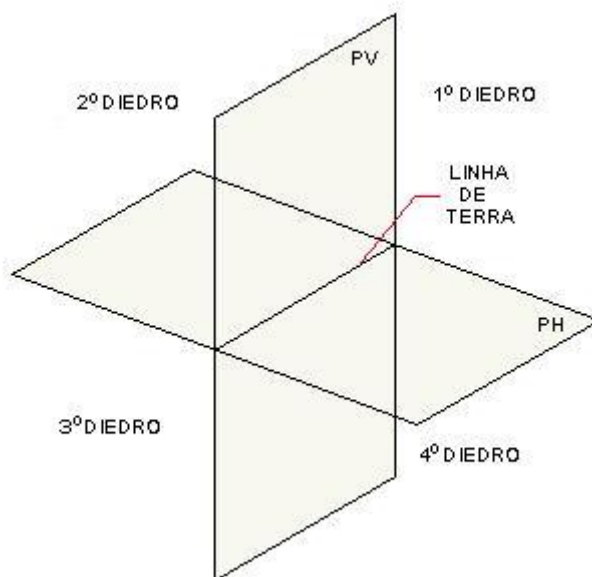
FIG. 5b

Paulo Sérgio Brunner Rabello, Rio de Janeiro, 2005.

<http://www.ime.uerj.br/?wpdmact=process&did=Mt5ob3RsaWRsaW5r>.

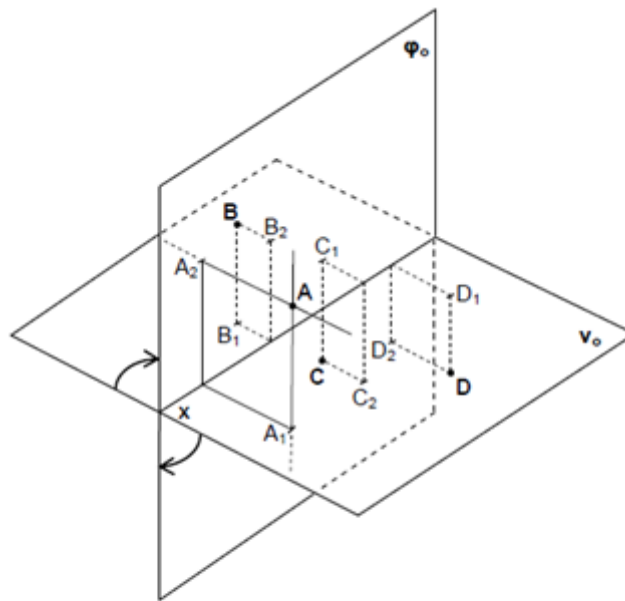
Acesso em 21 de março de 2014.

Os planos de projeção dividem o espaço em quatro porções, designadas por diedros: I°, II°, III° e IV°.



Fonte: <http://www4.faac.unesp.br/pesquisa/hypergeo/monge.htm>

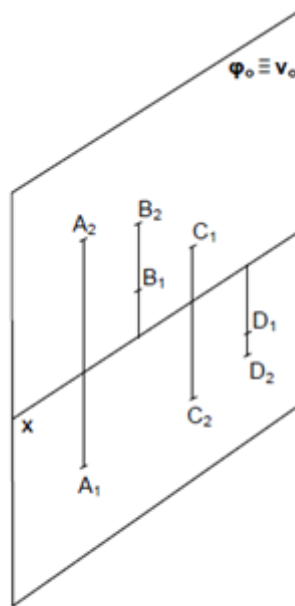
Os planos de projeção podem estar representados em perspectiva. Essa representação mostra os planos de projeção, os semiplanos, o eixo x e os diedros, além de ser bastante utilizada em Geometria Descritiva. Normalmente representa-se nesta posição, supondo o observador situado no I.º diedro, à esquerda.



Fonte: <http://antoniogalrinho.wordpress.com/geometria/manual-de-geometria-descritiva/>

Acesso: 23/05/2014

Quando representados de lado, os planos de projeção ficam reduzidos a duas retas e o eixo x reduzido a um ponto. Normalmente representa-se nesta posição, com o Iº diedro em cima, à direita, supondo que o observador se encontra do lado esquerdo.



Fonte: <http://antoniogalrinho.wordpress.com/geometria/manual-de-geometria-descritiva/>

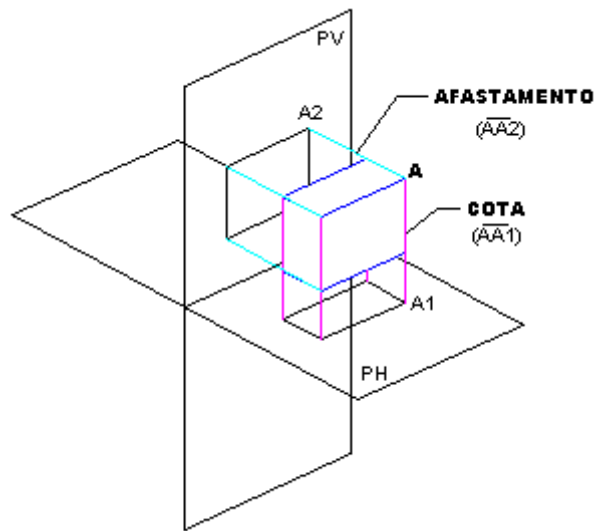
Acesso: 23/05/2014

Na Geometria Descritiva trabalha-se habitualmente com projeções ortogonais, o que significa que as figuras geométricas são projetadas do espaço para os planos de projeção através de retas que lhes são perpendiculares.

Considera-se na representação de um ponto, três coordenadas: o afastamento, a cota e a abscissa.

A distância de um ponto ao Plano Horizontal (PH) é denominada COTA do ponto, que em projeção é representada em *épura* pela distância de sua projeção vertical até a linha de terra. A distância de um ponto ao Plano Vertical (PV) é denominada AFASTAMENTO do ponto. Já a ABSCISSA de um ponto P é a, distância da Linha de Chamada do ponto P até o Plano de Perfil (PP). Assim, abscissa é a coordenada do eixo x.

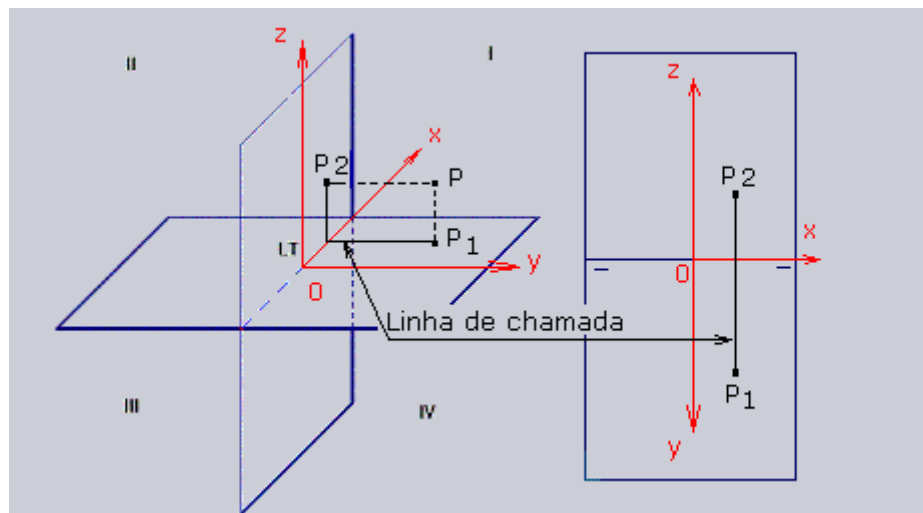
Entretanto, nem sempre as três coordenadas são necessárias, sendo suficiente trabalhar com afastamentos e cotas em muitos casos. Essa representação em um sistema planificado é chamada de *épura*.



Fonte: <http://www4.faac.unesp.br/pesquisa/hypergeo/monge.htm>

Acesso: 01/06/2014

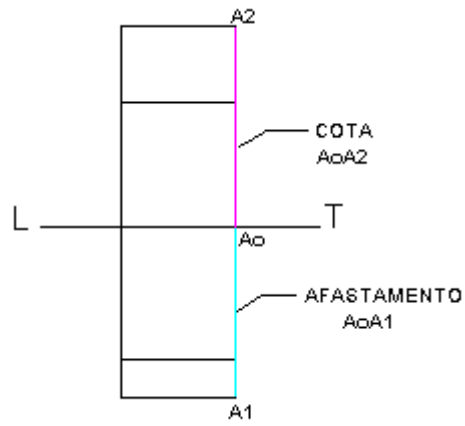
Na *épura* são representadas exclusivamente as projeções que definem uma determinada figura. Podemos notar que na *épura*, as duas projeções de um ponto pertencem a uma mesma reta perpendicular à linha de interseção entre os planos horizontal e vertical, chamada Linha Terra. Esta reta perpendicular é denominada linha de chamada.



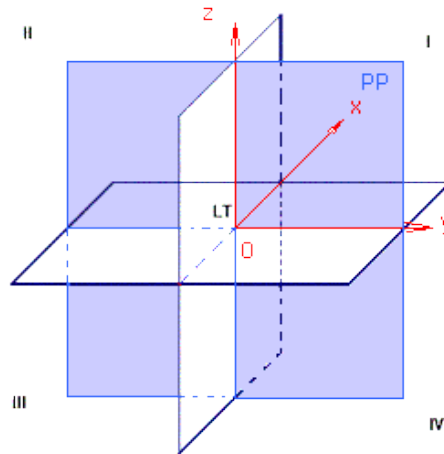
Fonte: http://www.mat.uel.br/geometrica/php/gd_t/gd_4t.php

Acesso: 01/06/2014

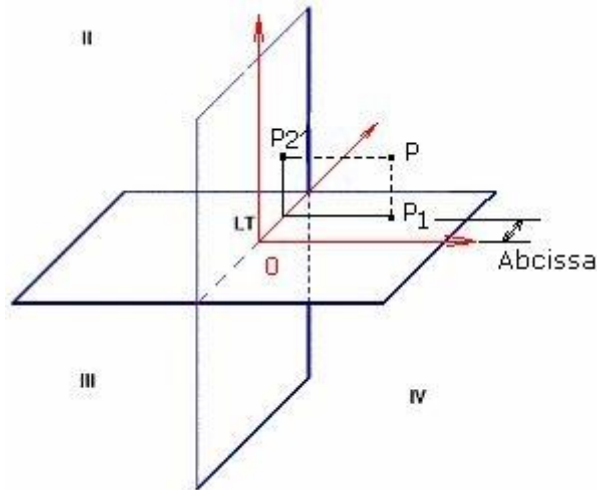
Em projeção é representada em *épura* pela distância de sua projeção horizontal até a linha de terra.



Fonte: <http://www4.faac.unesp.br/pesquisa/hypergeo/monge.htm>
 Acesso: 01/06/2014



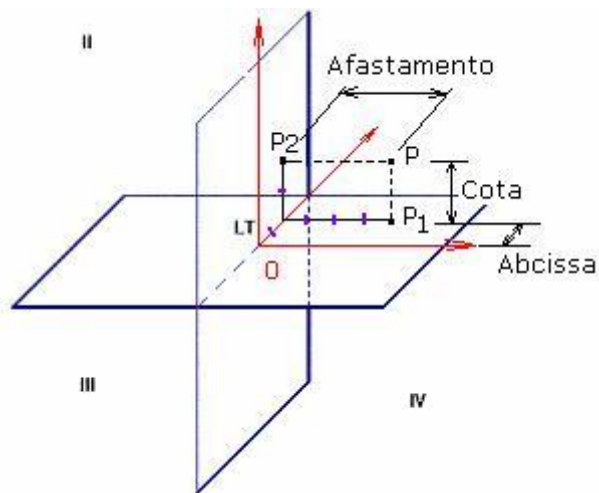
Fonte: http://www.mat.uel.br/geometrica/php/gd_t/gd_4t.php
 Acesso: 01/06/2014



Fonte: http://www.mat.uel.br/geometrica/php/gd_t/gd_4t.php

Acesso: 01/06/2014

Sendo assim, um ponto P está determinado quando conhecemos sua abscissa, sua cota e seu afastamento, como na ilustração a seguir:



Fonte: http://www.mat.uel.br/geometrica/php/gd_t/gd_4t.php

Acesso: 01/06/2014

O entendimento da projeção e representação de um ponto, elemento primitivo e mais simples, é condição para a elaboração de situações mais complexas.

CAPÍTULO 3: PROPOSTA DE ATIVIDADES

3.1 Fundamentações das atividades

Esse capítulo foi baseado no bom “Manual de Geometria Descritiva” de Antônio Galrinho (Ref.[8]).

Conforme exposto em capítulos anteriores o ensino da Geometria Descritiva desenvolve no aluno a habilidade de representar em duas dimensões (no plano) e o habilita a utilizar uma linguagem gráfica inerente às Geometrias Plana, Espacial e Analítica.

O professor Luiz Roberto Dante (2009) definindo as funções de um exercício, afirma que

“[...] serve para exercitar, para praticar determinado algoritmo ou procedimento. O aluno lê o exercício e extrai as informações necessárias para praticar uma ou mais habilidades algorítmicas”. (DANTE, 2009, p. 48) (Ref.[6])

As atividades propostas a seguir objetivam proporcionar aos alunos a possibilidade de interação com o conteúdo da Geometria Descritiva e, ao professor, permite sua intervenção no processo de ensino-aprendizagem. Pretende-se dessa forma que o aluno compreenda a Geometria Descritiva como um canal interativo de participação entre o objeto físico (observação), sua geometria mental (recriação) e sua representação.

3.2 Propostas de atividades

As atividades desenvolvidas neste trabalho tem por objetivo reiterar a importância que a Geometria Descritiva pode ter como facilitadora do aprendizado dos conteúdos de Geometria Plana, Geometria Espacial e Geometria Analítica. Ela está dividida em duas partes. A primeira um questionário introdutório para averiguação da aprendizagem dos conceitos básicos, retirado da página eletrônica: <http://www.jamor.eu/gd/10o-ano/exercicios-resolvidos/>. A segunda parte se refere à proposta de dois exercícios de fixação de conteúdos.

O exercício 2 sobre projeção de pontos e o exercício 3 sobre projeção de figuras planas. Ambos foram elaborados com base no “Manual de Geometria Descritiva” (Ref.[8]).

Outro detalhe importante é o nível de dificuldade das atividades. Busca-se evitar atividades com grau de complexidade muito grande, já que não é objetivo da proposta o aprofundamento nos conceitos de Geometria Descritiva, mas sim apresentá-la como auxiliadora e despertar nos alunos o interesse pela técnica Mongeana.

As atividades podem ser realizadas individualmente, em duplas ou em grupos de três alunos. O objetivo de agrupá-los é proporcionar-lhes a oportunidade de discutir as questões entre si, para que assim desenvolvessem a habilidade de argumentação e socialização do raciocínio empregado. Entretanto grupos muito numerosos podem dispersar a atenção dos componentes, principalmente por se tratar de uma técnica completamente nova da qual eles não tem domínio.

Considerando um tempo de aula com 50 minutos de duração, aplicar-se-ão as atividades em quatro tempos de aula. O primeiro tempo será utilizado para a apresentação da Geometria Descritiva. Um breve histórico e sua importância para as profissões de Engenharia, Arquitetura, Desenho Industrial e Artes Plásticas e para as outras geometrias serão transmitidos aos alunos. O segundo tempo será reservado para a apresentação dos conceitos básicos da Geometria Descritiva. Esses conceitos possibilitarão a terceira fase das atividades. Nos terceiro e quarto tempos serão aplicados dois exercícios. Os alunos terão sessenta minutos para discutirem e tentarem resolver os exercícios e os quarenta minutos finais serão reservados para correção na lousa pelo professor dos exercícios. O professor recolherá as soluções dos alunos para análise dos procedimentos e resultados.

3.3 Relação de exercícios

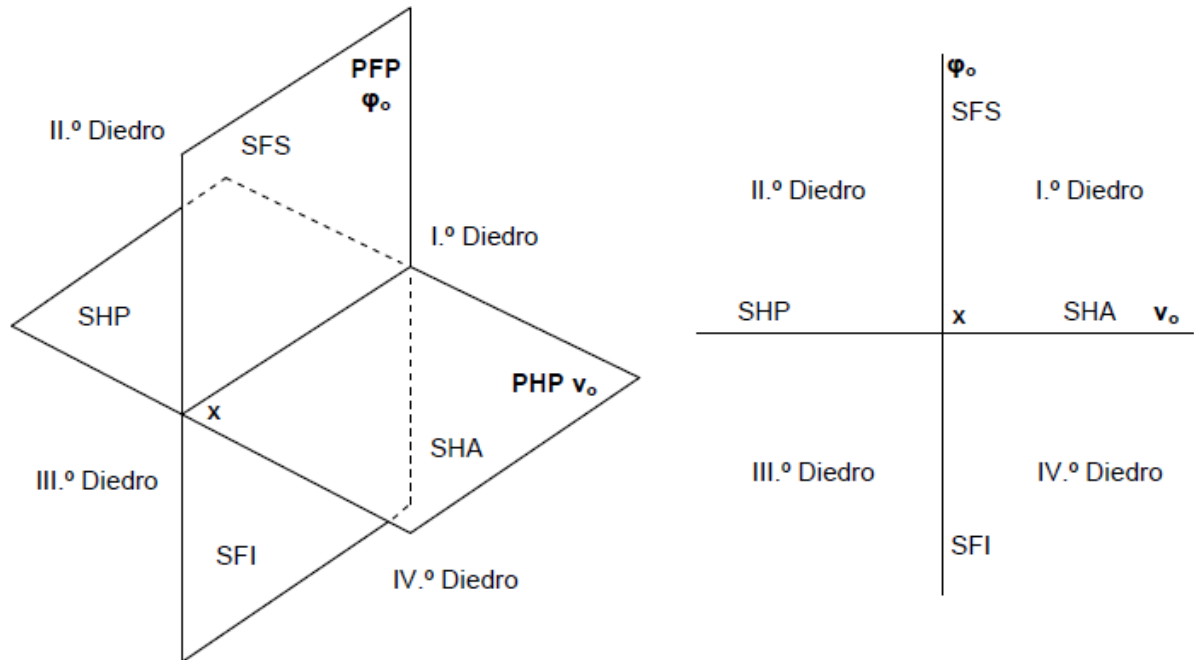
Exercício 1 - QUESTIONÁRIO

- 1) O referencial, em dupla projeção ortogonal, divide o espaço em quatro regiões do espaço iguais. Como se designa cada uma dessas regiões?

Resp: Diedros – 1º diedro, 2º diedro, 3º diedro e 4º diedro. O eixo x divide os planos de projeção em semiplanos: no Plano Frontal de Projeção existe o Semiplano Frontal

Superior (SFS) e o Semiplano Frontal Inferior (SFI); no Plano Horizontal de Projeção existe o Semiplano Horizontal Anterior (SHA) e o Semiplano Horizontal Posterior (SHP).

Ilustração

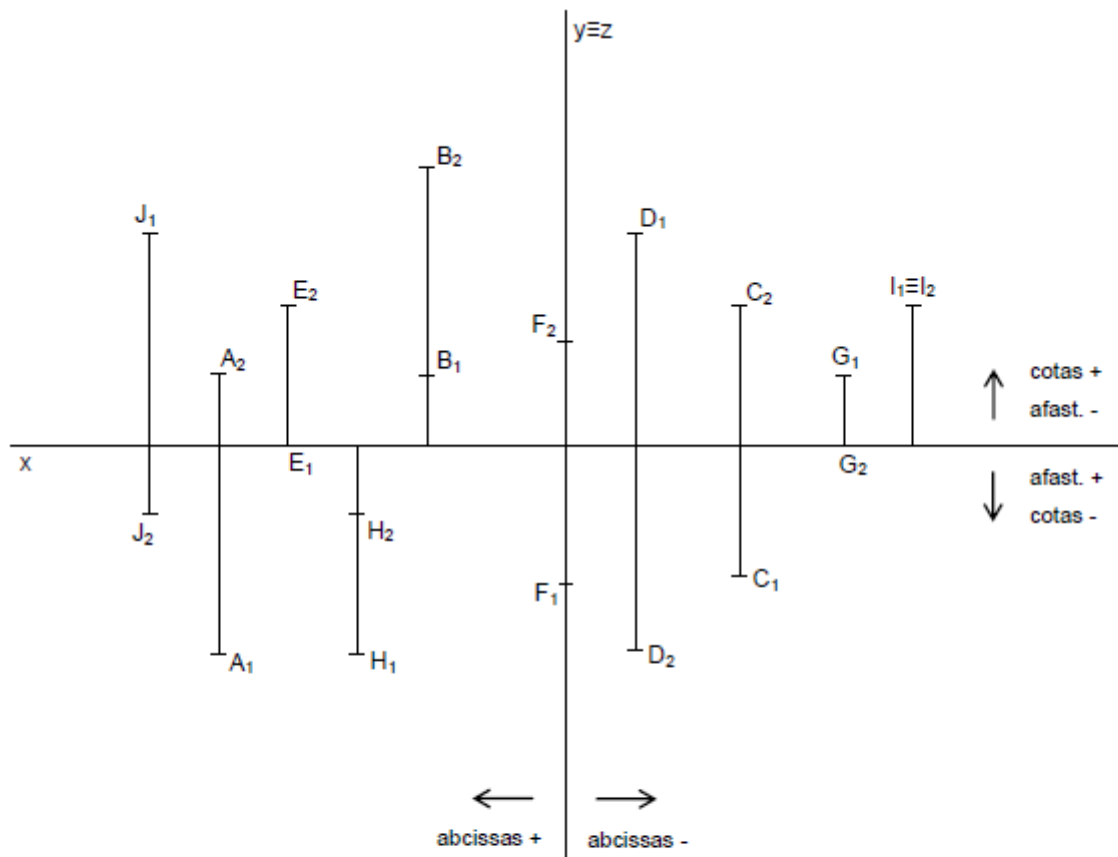


Fonte: <http://antoniogalrinho.wordpress.com/geometria/manual-de-geometria-descritiva/>

Acesso: 01/06/2014

2) Como se designam as três coordenadas de um ponto? Explique geometricamente essa representação.

Resp: Abscissa, afastamento e cota. Colocar a representação geométrica



Coordenadas dos pontos representados:

A(5;3;1) B(2;-1;4) C(-2,5;2;2) D(-1;-3;-3) E(4;0;2)
 F(0;2;1,5) G(-4;-1;0) H(3;3;-1) I(-5;-2;2) J(6;-3;-1)

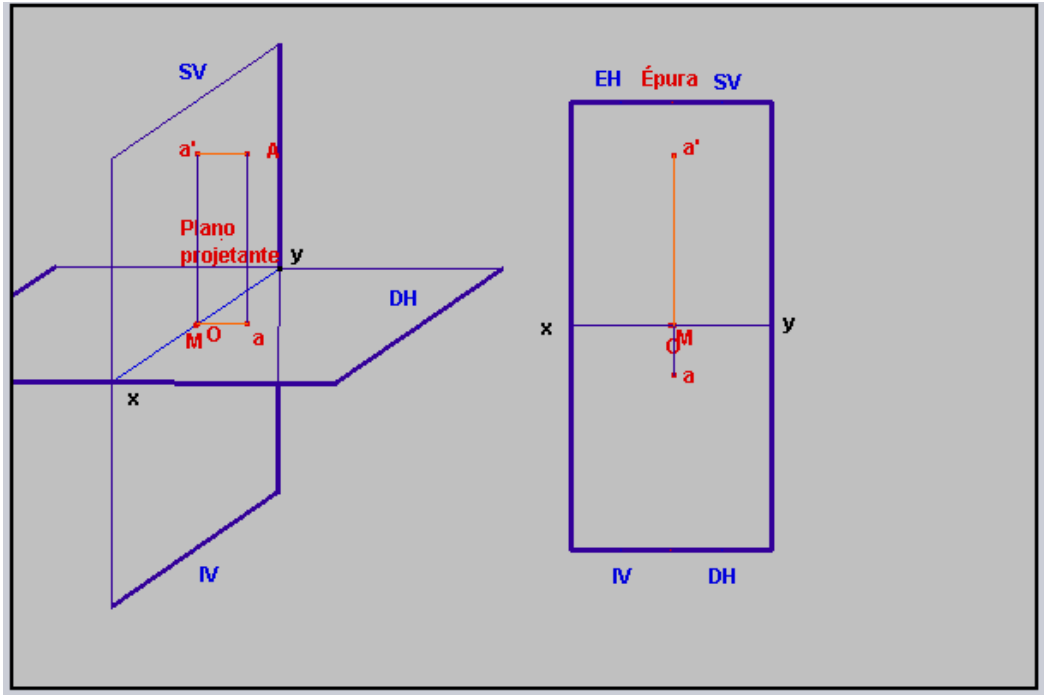
O primeiro valor corresponde à abscissa, o segundo ao afastamento, o terceiro à cota.

Fonte: <http://antoniogalrinho.wordpress.com/geometria/manual-de-geometria-descritiva/>

Acesso: 01/06/2014

3) Dado o ponto (0, 1, 5), o que se pode dizer sobre sua localização?

Resp: Está no 1º diedro, entre o semiplano frontal superior e o bissector dos diedros ímpares.

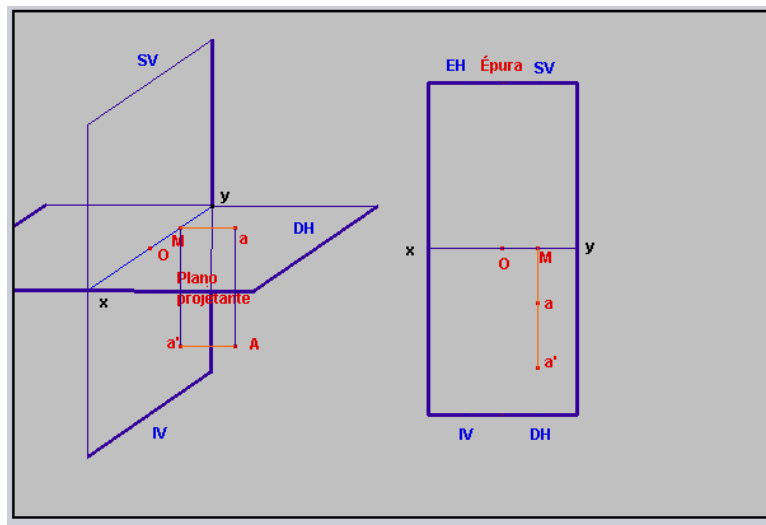


Fonte: http://www.mat.uel.br/geometrica/php/gd_t/gd_4t.php

Acesso: 01/06/2014

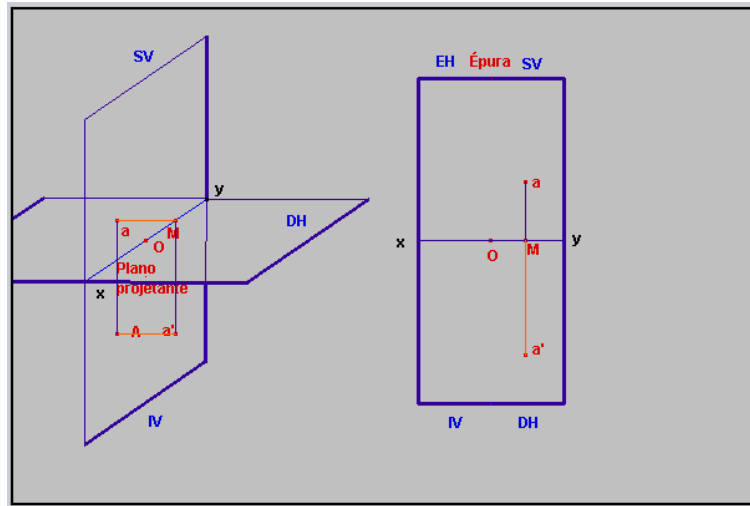
- 4) Um ponto tem cota negativa. O que se pode dizer sobre a localização do ponto no espaço?

Resp: Tem que estar abaixo do plano horizontal de projeção. Pode pertencer ao 3º ou 4º diedros.



Fonte: http://www.mat.uel.br/geometrica/php/gd_t/gd_4t.php

Acesso: 01/06/2014



Fonte: http://www.mat.uel.br/geometrica/php/gd_t/gd_4t.php

Acesso: 01/06/2014

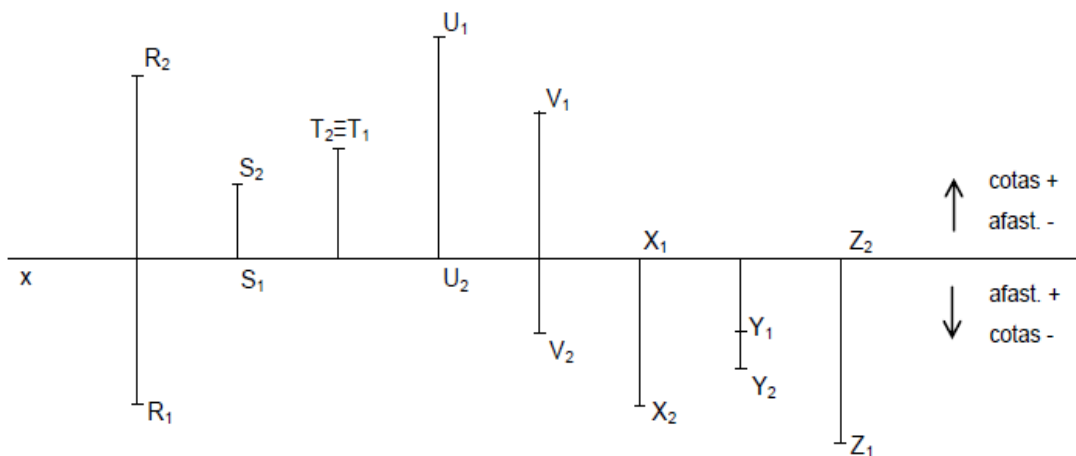
Exercício 2

Representar, em dupla projeção, os pontos:

R(1,5; 2) S(0; 1) T(-1,5; 1,5) U(-3; 0) V(-2; -1)

X(0; -2) Y(1; -1,5) Z(2,5; 0)

Solução 2



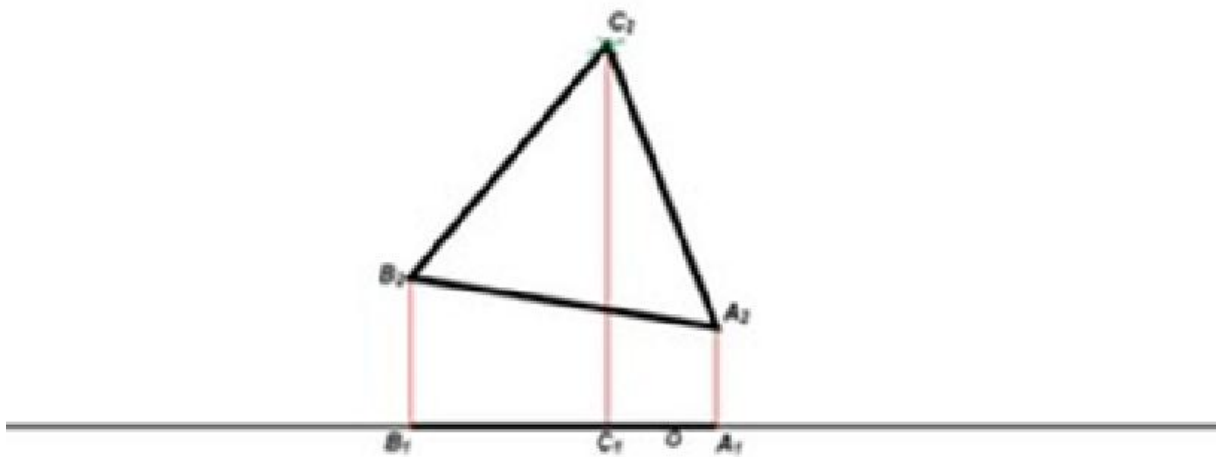
FONTE: <http://www.jamor.eu/gd/10o-ano/exercicios-resolvidos/figuras-planas.html>

Acesso: 01/06/2014

Exercício 3

Desenhe as projeções de um triângulo equilátero ABC, contida no plano frontal de projeção, sabendo que: A (-1; 0; 2) é o vértice de menor cota do triângulo e B tem 5 de abscissa e 3 de cota.

Solução 3



FONTE: <http://www.jamor.eu/gd/10o-ano/exercicios-resolvidos/figuras-planas.html>

Acesso: 01/06/2014

CAPÍTULO 4 – QUESTIONÁRIO SOBRE A GEOMETRIA DESCRITIVA NO ENSINO MÉDIO

Diante dos argumentos expostos em capítulos anteriores, foi elaborado um breve questionário sobre o estudo da Geometria Descritiva no Ensino Médio. Solicitamos a um grupo com quatorze ex-alunos da disciplina no ensino médio que respondessem às perguntas.

Escolhemos o Colégio Naval por se tratar da Instituição de Ensino Médio Militar mais antiga do Brasil e uma das mais tradicionais da América Latina, cuja qualidade de ensino é amplamente reconhecida. Naturalmente, todos os entrevistados estudaram Geometria Descritiva no ensino médio.

Atualmente, de acordo com os entrevistados, a Geometria Descritiva não faz parte da grade curricular do Colégio Naval, devido a uma readaptação do currículo da instituição à realidade acadêmica da Escola Naval, instituição de Ensino Superior da Marinha do Brasil, que em tese, constitui o destino dos jovens militares ao final do ensino médio. Os elevados índices de reprovação em cálculo na Escola Naval provocaram a substituição da Geometria Descritiva por Introdução ao Cálculo. A história e maiores informações sobre a instituição podem ser encontradas na página: <https://www.mar.mil.br/cn/>.

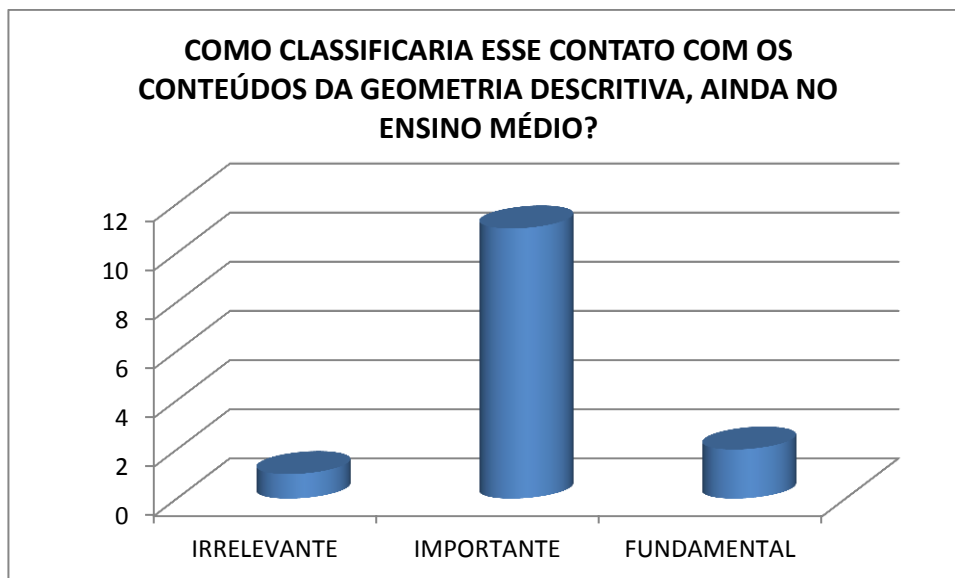
Após analisar as informações obtidas nos questionários, podemos entender que o primeiro contato com os conteúdos é considerado difícil ou regular, devido à falta de base e à complexidade dos conteúdos.



Entretanto, percebemos que os desempenhos individuais foram considerados bons ou muito bons, o que mostra que a abordagem dos conteúdos adotada pelo professor foi adequada, como sugerem as respostas da pergunta número 3.



Apesar da heterogeneidade do grupo, formado por cinco militares, três engenheiros, dois professores, três servidores públicos e um corretor, todos concordaram com a contribuição da Geometria Descritiva para o aprendizado da Geometria Analítica e a Geometria Espacial. Além disso, treze dos quatorze respondentes consideraram importante ou fundamental o ensino da Geometria Descritiva no ensino médio.



A pesquisa também confirma, conforme mencionado no copo do trabalho, o nível de importância da disciplina para a carreira de engenharia, tendo em vista a classificação dada a ela como fundamental por dois dos três engenheiros respondentes quanto à contribuição da Geometria Descritiva para a formação técnica e profissional.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O cenário atual da educação básica exige do professor uma gama de habilidades que exorbitam o sua bagagem científica como condição para a consecução do seu principal objetivo: a aprendizagem pelo aluno dos conteúdos ministrados.

Fatores externos influenciam cada vez mais nesse processo, dificultando a missão do professor. Para superar esses obstáculos, o docente deve desenvolver estratégias visando uma melhor interação com seus alunos para obtenção de êxito no ensino, especialmente na Geometria.

Incluir fundamentos da Geometria Descritiva no currículo do ensino médio será de fundamental importância, pois, entre outros motivos, ela participa da construção de estruturas de pensamento que servirão de alicerce para conteúdos mais elaborados. Consequentemente, ela contribui para um uso mais eficaz de figuras bidimensionais e tridimensionais na aprendizagem de Geometria Espacial pelos dos alunos.

O trabalho propõe a abordagem da Geometria Descritiva no currículo do ensino médio. Como apresentação da disciplina, sugerimos uma atividade dividida em três aulas com duração de 50 minutos. O objetivo é apresentar aos alunos um breve histórico da matéria. A seguir o professor discorrerá sobre os pontos principais da disciplina, de maneira a proporcionar ferramentas suficientes para a resolução dos exercícios recomendados.

Por se tratar de uma experiência nova para os alunos, o estudo da Geometria Projetiva em sala de aula de Matemática pode gerar desconfiança dos discentes. Por conseguinte, o professor deve orientar sua argumentação no sentido de desfazer o mito de que no estudo da Matemática só se faz contas, além de abordar a contribuição da disciplina para profissões importantes, tais como a Engenharia, as Artes e a Arquitetura.

Em relação às atividades de Geometria Descritiva, reiteramos que o professor tem fundamental importância na aplicação das atividades. Sua experiência e prática, além da boa vontade e criatividade, determinarão a eficiência das atividades previamente planejadas. O docente deve possibilitar autonomia suficiente ao aluno para que este construa de forma independente suas conclusões. De fato o professor não é mero transmissor de conteúdos, mas sim, orientador do processo educativo. Sua função precípua é criar oportunidades para que o conhecimento seja construído ao longo das atividades desenvolvidas, devendo motivar o aluno a refletir sobre os resultados obtidos, analisando avanços e dificuldades dessa prática.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICA

1. ARQUIVO NACIONAL. Decreto por meio do qual o príncipe regente estabelece a Escola Real de Ciências, Artes e Ofícios, e concede mercê de pensões a vários estrangeiros que seriam empregados na instituição. Fundo Tesouro Nacional, código 62, v. 2, f. 30, 31, 12/08/1816.
2. BRASIL.. *Edital nº 12 de 8 de maio de 2014 para o Exame Nacional do Ensino Médio, o ENEM*. Secretaria da Educação. Disponível em: http://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/edital/2014/edital_enem_2014.pdf . Acesso em 11/06/2014.
3. BRASIL. *Parâmetros Nacionais Curriculares para o Ensino Médio*. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/blegais.pdf> . Acesso em 11/06/2014.
4. BRUNNER, P.S.R. . *Geometria Descritiva Básica*. UERJ. Disponível em: <http://www.ime.uerj.br/?wpdmact=process&did=Mt5ob3RsaWRsaW5r> . Acesso em 21 de março de 2014.
5. DA SILVA, C. I. D. N.. *A insubstituível Geometria Descritiva*. Disponível em: <http://www.pucpr.br/eventos/educere/educere2006/anaisEvento/docs/CI-176-TC.pdf>. Acesso em 13/02/2014.
6. DANTE, L. R. . *Matemática*, São Paulo. Saraiva, 2009, Volume Único.
7. FREIRE, P.. *Pedagogia da Autonomia: saberes necessários à prática educativa*. São Paulo, Paz e Terra, 1998.
8. GALRINHO, A.. *Manual de Geometria Descritiva*. Disponível em: <https://antoniogalrinho.wordpress.com/geometria/manual-de-geometria-descritiva/>. Acesso em 01/06/2014.
9. OLIVEIRA, J. C. . *D. João VI, Adorador do Deus das Ciências? A Constituição da Cultura Científica no Brasil (1808-1821)*. Coleção Engenho e Arte. Volume 8. COPPE/UFRJ.
10. PIAGET, J.. *Epistemologia Genética*. São Paulo: Martins Fontes, 1990.
11. PIAGET, J.. *Psicologia da Inteligência*. 2. ed. Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1983.
12. PINHEIRO, V. A.. *Noções de Geometria Descritiva*, Vol. III, Ao Livro Técnico, Rio de Janeiro, 2ª ed., 1971.

13. RAPPAPORT, CL. (Org). *Psicologia do Desenvolvimento*. São Paulo: EPU, 1981. Volume 1.

14. SILVA, A.; RIBEIRO, C. T.; DIAS, J.; SOUSA, L. *Desenho técnico moderno*. 4 ed. Rio de Janeiro: LTC, 2006.

15. SRUIK, D.J. . *A Concise History of Mathematica*, Dover Publications, 4ª edição, 1984.

16. TORRES, E. A. B.; VIEIRA, C. L. B.; FILHO, P. D. M... *A Importância da Geometria Descritiva na Engenharia*. Disponível em: <http://www.abenge.org.br/CobengeAnteriores/1999/st/s/s076>. PDF. Acesso em 13/02/2014.

PÁGINAS ELETRÔNICAS

Página eletrônica: Marinha do Brasil. Disponível em : <https://www.mar.mil.br/cn/>. (Acesso em: 01/07/2014).

APÊNDICE

QUESTIONÁRIO SOBRE SUA EXPERIÊNCIA COMO ALUNO NA DISCIPLINA DE GEOMETRIA DESCRITIVA NO ENSINO MÉDIO

NOME COMPLETO

PROFISSÃO:

- 1) COMO AVALIARIA O NÍVEL DE COMPLEXIDADE DA GEOMETRIA DESCRITIVA?
 FÁCIL REGULAR DIFÍCIL MUITO DIFÍCIL

- 2) A MATEMÁTICA ESTUDADA NO SEU ENSINO FUNDAMENTAL FORNECEU BASE SUFICIENTE PARA O CONTATO COM A DISCIPLINA?
 SIM NÃO

- 3) A ABORDAGEM DOS CONTEÚDOS PELO PROFESSOR FOI ADEQUADA?
 SIM NÃO

- 4) CONSIDERANDO OS ÍNDICES EXIGIDOS PELO COLÉGIO NAVAL, COMO FOI SEU DESEMPENHO NA DISCIPLINA?
 INSATISFATÓRIO REGULAR BOM MUITO BOM

- 5) ACREDITA QUE A GEOMETRIA DESCRITIVA TENHA CONTRIBUÍDO PARA O APRENDIZADO DAS OUTRAS GEOMETRIAS, MAIS ESPECIFICAMENTE, A ESPACIAL E A ANALÍTICA?
 SIM NÃO

- 6) QUAL A MAIOR DIFICULDADE, EM SUA OPINIÃO, ENFRENTADA NO APRENDIZADO DA GEOMETRIA DESCRITIVA.
 COMPLEXIDADE DA DISCIPLINA DESPREPARO DO PROFESSOR
 FALTA DE BASE

- 7) EM SUA OPINIÃO DE EX-ALUNO DA DISCIPLINA NO ENSINO MÉDIO, COMO CLASSIFICARIA ESSE CONTATO COM OS CONTEÚDOS DA GEOMETRIA DESCRITIVA, AINDA NO ENSINO MÉDIO?
 IRRELEVANTE IMPORTANTE FUNDAMENTAL

- 8) COMO AVALIA A CONTRIBUIÇÃO DA GD PARA SUA FORMAÇÃO ACADÊMICA?
 IRRELEVANTE IMPORTANTE FUNDAMENTAL

- 9) COMO AVALIA A CONTRIBUIÇÃO DA GD PARA SUA FORMAÇÃO TÉCNICA E PROFISSIONAL?
 IRRELEVANTE IMPORTANTE FUNDAMENTAL