

UFRRJ
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE
NACIONAL – PROFMAT

DISSERTAÇÃO

**UMA PROPOSTA SOBRE ABORDAGEM SIGNIFICATIVA
PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA NO ENSINO MÉDIO
COM O USO DA TABELA DO CAMPEONATO BRASILEIRO
DE FUTEBOL EM UMA ESCOLA PÚBLICA DA REDE
ESTADUAL NO MUNICÍPIO DE GUAPIMIRIM – RJ**

Rodrigo da Silva Macedo

2018



**UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE
NACIONAL – PROFMAT**

**UMA PROPOSTA SOBRE ABORDAGEM SIGNIFICATIVA PARA O
ENSINO DE MATEMÁTICA NO ENSINO MÉDIO COM O USO DA
TABELA DO CAMPEONATO BRASILEIRO DE FUTEBOL EM UMA
ESCOLA PÚBLICA DA REDE ESTADUAL NO MUNICÍPIO DE
GUAPIMIRIM – RJ**

RODRIGO DA SILVA MACEDO

Sob a Orientação do Professor

Pedro Carlos Pereira

Dissertação submetida como requisito parcial para a obtenção do título de **Mestre**, no Curso de Pós-Graduação em Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, Área de Concentração em Matemática.

Seropédica, RJ

Outubro de 2018

Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
Biblioteca Central / Seção de Processamento Técnico

Ficha catalográfica elaborada com os
dados fornecidos pelo(a) autor(a)

M141p Macedo, Rodrigo da Silva , 1982-
UMA PROPOSTA SOBRE ABORDAGEM SIGNIFICATIVA PARA O
ENSINO DE MATEMÁTICA NO ENSINO MÉDIO COM O USO DA
TABELA DO CAMPEONATO BRASILEIRO DE FUTEBOL EM UMA
ESCOLA PÚBLICA DA REDE ESTADUAL NO MUNICÍPIO DE
GUAPIMIRIM - RJ / Rodrigo da Silva Macedo. - 2018.
65 f.: il.

Orientador: Pedro Carlos Pereira.
Dissertação (Mestrado). -- Universidade Federal Rural
do Rio de Janeiro, MESTRADO PROFISSIONAL EM
MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL - PROFMAT, 2018.

1. Aprendizagem Significativa. 2. Números. 3.
Probabilidade. 4. Futebol. I. Pereira, Pedro Carlos,
1959-, orient. II Universidade Federal Rural do Rio
de Janeiro. MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM
REDE NACIONAL - PROFMAT III. Título.

**UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MESTRADO PROFISSIONAL EM
MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL – PROFMAT**

RODRIGO DA SILVA MACEDO

Dissertação submetida como requisito parcial para obtenção do grau de **Mestre**, no curso de Pós-Graduação em Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, área de Concentração em Matemática.

DISSERTAÇÃO APROVADA EM 26/10/2018

Pedro Carlos Pereira. Dr. UFRRJ
(Orientador)

Orlando dos Santos Pereira. Dr. UFRRJ

Renato Machado Aquino. Dr. UFRRJ

Gabriela dos Santos Barbosa. Dr.^a UERJ

Dedico este trabalho ao meu filho Theo de Souza Macedo, por me ensinar, desde o seu nascimento, como ser um bom pai.

AGRADECIMENTOS

À toda minha família pelo incentivo e investimento na educação, em todos os sentidos, em especial à minha mãe Marinalva Cerqueira da Silva e à minha esposa e colega de profissão Simone Porfíria de Souza. Sem todos eles, nada seria possível.

Aos meus colegas de profissão que sempre me incentivaram no progresso da profissão, em especial aos colegas do curso de mestrado PROFMAT – UFRRJ turma 2016, aos professores do curso, ao orientador da dissertação de mestrado, à coordenação do curso e aos meus colegas que estão no cotidiano das escolas em busca de uma educação melhor para todos.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

This study was financed in part by the Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Finance Code 001.

Resumo

MACEDO, Rodrigo da Silva. **Uma proposta sobre abordagem significativa para o ensino de matemática no ensino médio com o uso da tabela do Campeonato Brasileiro de Futebol em uma escola pública da rede estadual no município de Guapimirim – RJ**. 2018. 65 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT). Instituto de Ciências Exatas. Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, RJ, 2018.

O presente trabalho apresenta uma proposta para sala de aula fazendo uso da aprendizagem significativa de conteúdos matemáticos do Ensino Médio, utilizando a Tabela do Campeonato Brasileiro de Futebol, do ano de 2011, quando o Campeonato Brasileiro na modalidade de pontos corridos foi muito competitivo no aspecto técnico do futebol e analítico do ponto de vista matemático. Para tanto, os estudantes, juntos com o professor, conjecturaram métodos de desenvolvimento de *números e operações*, juntamente com *análise de dados e probabilidade*, a partir de dados reais, desenvolvendo matematicamente os resultados, as combinações e as probabilidades das rodadas número 36, 37 e 38. O projeto foi aplicado em turmas do Ensino Médio de uma escola pública estadual do município de Guapimirim – RJ, e os resultados foram analisados de forma qualitativa, segundo o desempenho apresentado pelos estudantes. Mesmo tendo aluno em sala de aula que não gosta de futebol, o desenvolvimento da atividade foi satisfatório e os métodos de resolução de problemas matemáticos estão inseridos em contextos da nossa realidade, fazendo com que os alunos desenvolvam sua criatividade e o raciocínio lógico, que são tão imprescindíveis em nosso cotidiano e, em sala de aula, para uma boa aprendizagem dos conteúdos da Matemática.

Palavras-Chave: Aprendizagem Significativa, Números, Probabilidade, Futebol.

Abstract

MACEDO, Rodrigo da Silva. A proposal on a meaningful approach to the teaching of mathematics in high school with the use of the table of the Brazilian Soccer Championship in a public school of the state network in the municipality of Guapimirim - RJ. 2018. 65 p. Dissertation (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT). Instituto de Ciências Exatas. Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, RJ, 2018.

The present work presents a proposal for classroom making use of the significant learning of mathematical contents of High School, using the Table of the Brazilian Soccer Championship, of the year 2011, when the Brazilian Championship in the modality of running points was very competitive in the technical aspect of football and analytical from the mathematical point of view. To do so, the students, together with the teacher, conjectured numbers and operations development methods, together with data and probability analysis, from real data, mathematically developing the results, combinations, and probabilities of rounds 36, 37 and 38. The project was applied in high school classes of a state public school in the municipality of Guapimirim - RJ, and the results were analyzed in a qualitative way, according to the performance presented by the students. Even though students in the classroom do not like football, the development of the activity was satisfactory and the methods of solving mathematical problems are inserted in contexts of our reality, causing students to develop their creativity and logical reasoning. so indispensable in our daily life and, in the classroom, for a good learning of the contents of Mathematics.

Keywords: Significant Learning, Numbers, Probability, Football.

Sumário

1. INTRODUÇÃO	1
1.1. Problema.....	2
1.2. Justificativa	2
1.3. Objetivos	3
2. METODOLOGIA.....	4
3. REVISÃO DE LITERATURA	10
3.1.O que é aprendizagem significativa e a sua importância para o ensino da Matemática? 10	
3.2. A relação entre o ensino da Matemática e o Futebol	14
4. O FUTEBOL NA AULA DE MATEMÁTICA	17
4.1. Realização das Atividades	23
5. RESULTADOS FINAIS	38
6. CONCLUSÃO.....	63
7. REFERÊNCIAS.....	64

1. INTRODUÇÃO

A Matemática é uma ciência que vem sendo desenvolvida ao longo da história através da resolução de problemas do cotidiano. Portanto, o ensino da Matemática, para os dias atuais, deve ser acessível e priorizar o raciocínio lógico e a criatividade do estudante. Para tanto, é importante que a aprendizagem da Matemática seja significativa, levando o aprendiz a conectar diversos conhecimentos do cotidiano aos conteúdos matemáticos apresentados em sala de aula.

O processo de ensino e aprendizagem é algo complexo, já que depende de fatores sociais e psicológicos que refletem na relação entre o profissional de educação e seu aprendiz. Esse processo pode priorizar a relação vertical de transmissão de conhecimento por parte do professor (apresentada por muitos como tradicional), e priorizar o papel do professor como intermediador e incentivador da criatividade na construção do conhecimento por parte do estudante (denominada como sociocontrutivista). A segunda função é a que se propõe na utilização de situações-problema onde o estudante reflete sobre o papel da Matemática no mundo moderno.

Dessa maneira, o trabalho que ora se apresenta propõe uma aprendizagem significativa de conteúdos matemáticos do Ensino Médio usando a tabela do campeonato brasileiro de futebol, onde os estudantes, juntos com o professor, conjecturam métodos de desenvolvimento de *números e operações* juntamente com *análise de dados e probabilidade*. A atividade foi aplicada em duas turmas do Ensino Médio, sendo duas do 2º ano do e duas turmas do 1º ano. Os resultados foram analisados qualitativamente, segundo o desempenho apresentado pelos estudantes.

1.1. Problema

Os conteúdos matemáticos apresentados no Ensino Médio possuem uma adequada aplicabilidade nos fatos do cotidiano, bem como a capacidade de contribuir para o desenvolvimento do raciocínio lógico dos estudantes. Diante dessa importância e da forma como são abordados nos livros didáticos do Ensino Médio, surge a questão: como introduzir e desenvolver os conceitos dos tópicos da Matemática, do Ensino Médio, de modo significativo, usando a tabela do Campeonato Brasileiro de Futebol, na modalidade de pontos corridos?

Este trabalho consiste em responder a essa questão e verificar como os alunos se apropriam dos conceitos matemáticos, considerados necessários, para discutir, de forma crítica, a construção da Tabela e os possíveis resultados do Campeonato.

1.2. Justificativa

Este trabalho advém da dificuldade que alguns professores apresentaram em abordarem determinados conteúdos da Matemática, do Ensino Médio, de forma significativa para os seus alunos. Em conversa com os demais professores de Matemática, e de outras disciplinas, da escola do município de Guapimirim, foi possível constatar que os alunos possuem dificuldades em compreender determinados conceitos matemáticos por não saberem onde eles podem ser aplicados no contexto onde estão inseridos.

Após vários encontros pedagógicos entre os professores, onde foi tratado de como suprir essa deficiência, disciplina de Matemática sugeriu em trabalhar com a Tabela do Campeonato Brasileiro de Futebol, por considerar que vários conteúdos matemáticos podem ser discutidos a partir dela. Nesta escola, sendo professor de duas turmas do 2º ano e duas turmas do 1º ano, foi possível verificar uma dificuldade dos alunos em compreender de forma significativa os seguintes conteúdos: *números e operações* com números inteiros, *análise de dados e probabilidade*, *resolução de equações* do 1º e 2º grau, raciocínio lógico, porcentagem, análise combinatória e matriz. Procurou-se no projeto apresentar questionamentos para que essas dificuldades sejam sanadas, e os alunos, até

aqueles que não gostam de futebol, tenham uma melhor compreensão desses conteúdos.

1.3. Objetivos

- Levar o aluno a reconhecer a Matemática como um construto humano, a partir de necessidades culturais específicas.
- Incentivar a construções de competências ligadas à prática científica, tais como o de questionar, levantar hipóteses, verificar a validade de certo procedimento, praticar o raciocínio indutivo e dedutivo, etc.
- Estimular no aluno o gosto pela Matemática, tanto pelo seu caráter intrínseco de ciência estruturada em técnicas e formas de argumentação específicas, quanto pelo seu aspecto de ferramenta para outras ciências;
- Conhecer diversos aspectos da metodologia de Resolução de Problemas;
- Construir expressões matemáticas para a quantidade de pontos a partir da quantidade de vitórias, empates e derrotas dos times;
- Conjecturar a expressão para o saldo de gols dados a quantidade de gols feitos e a quantidade de gols sofridos;
- Analisar o aproveitamento de cada time, como razão da quantidade de pontos alcançados e a quantidade de pontos possíveis;
- Introduzir, com a utilização da quantidade de jogos de cada time e da combinação de resultados possíveis, os conceitos iniciais de análise combinatória.

2. METODOLOGIA

Este trabalho é uma pesquisa-ação que, ao passo que experimenta uma abordagem significativa da Matemática no Ensino Médio, também age com o intuito de desenvolver cada conteúdo proposto. O profissional como pesquisador esteve atento às situações que influenciaram a aprendizagem, utilizando os resultados obtidos para uma análise qualitativa do projeto.

Foram disponibilizadas as tabelas do Campeonato Brasileiro de Futebol série A com a quantidade de vitórias, empates e derrotas de cada time, bem como a quantidade de gols pró e gols contra. Com essas informações, e com a informação de que cada vitória vale 3 pontos, cada empate vale 1 ponto e cada derrota não vale nenhum ponto, deveria ser completado o campo “pontos ganhos (PG)”, “quantidade de jogos (J)”, “saldo de gols (SG)” e “aproveitamento (A)” (arquivo anexo). A princípio se conclui com os estudantes que $PG = 3.V + 1.E$ e que $SG = GP - GC$. Também se conclui que o aproveitamento do time é a razão entre o total de pontos obtidos e a quantidade de pontos que atingiria se obtivesse 100% de vitórias ($A = PG/3.J$). Essa razão geralmente dá um resultado com diversas casas decimais, que ao ser multiplicado por 100 pode-se interpretar o resultado em porcentagem. Também é feita uma relação de multiplicação de matrizes, onde a matriz coluna PG é resultado da multiplicação da matriz com colunas V, E e D pela matriz $M = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$. A proposta de desenvolvimento desses conteúdos foi feita com estudantes do ensino médio de uma escola pública estadual no município de Guapimirim – RJ: duas turmas de 2º ano com aproximadamente 60 alunos, turmas 2001 e 2002, no final do ano letivo de 2017, e duas turmas de 1º ano com aproximadamente 60 alunos, turmas 1001 e 1002, no início de 2018. Foram disponibilizados papel e fotocópia das tabelas que serão entregues aos alunos. Também foi necessário, em alguns casos, o uso de calculadora para o cálculo de aproveitamento de um time. Foram trabalhados os conteúdos curriculares de *números e operações* juntamente com *análise de dados e probabilidade*. O trabalho será de caráter experimental, com avaliação qualitativa dos objetivos atingidos e análise de desempenho dos estudantes nas atividades propostas.

O trabalho foi realizado no Colégio Estadual Cortume Carioca (CECC), situado no município de Guapimirim – RJ. A escola possui atualmente cerca de 300 alunos no ensino médio, divididos em 10 turmas (quatro turmas de 1º ano, quatro turmas de 2º ano e duas turmas de 3º ano). A cidade de Guapimirim possui três escolas estaduais, sendo o CECC localizado na região limite entre urbana e rural. As escolas estaduais da região só possuem o ensino médio por conta da otimização de gestão decorrente da escassez econômica.



Fotografia 1: Colégio Estadual Cortume Carioca, Guapimirim – RJ



Fotografia 2: Colégio Estadual Cortume Carioca, Guapimirim - RJ

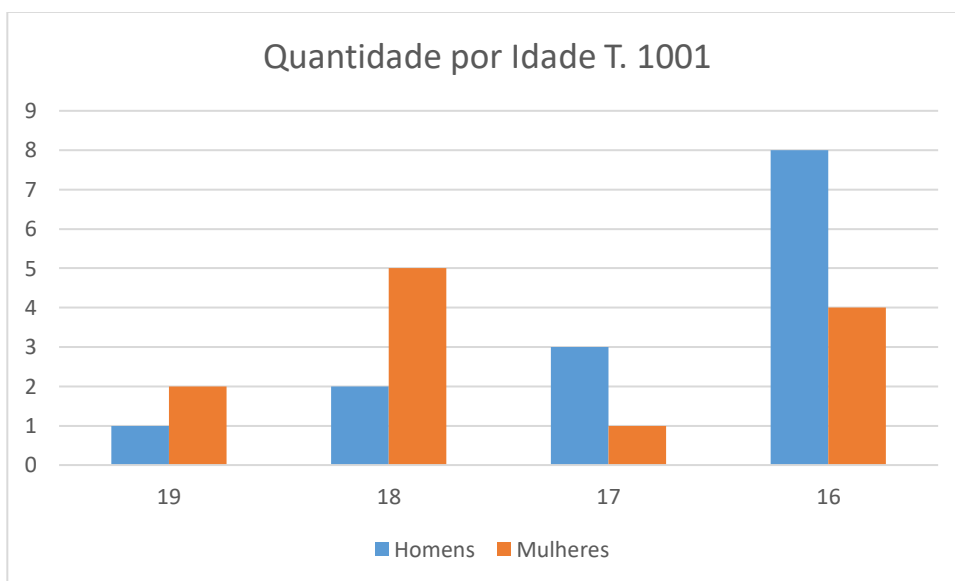
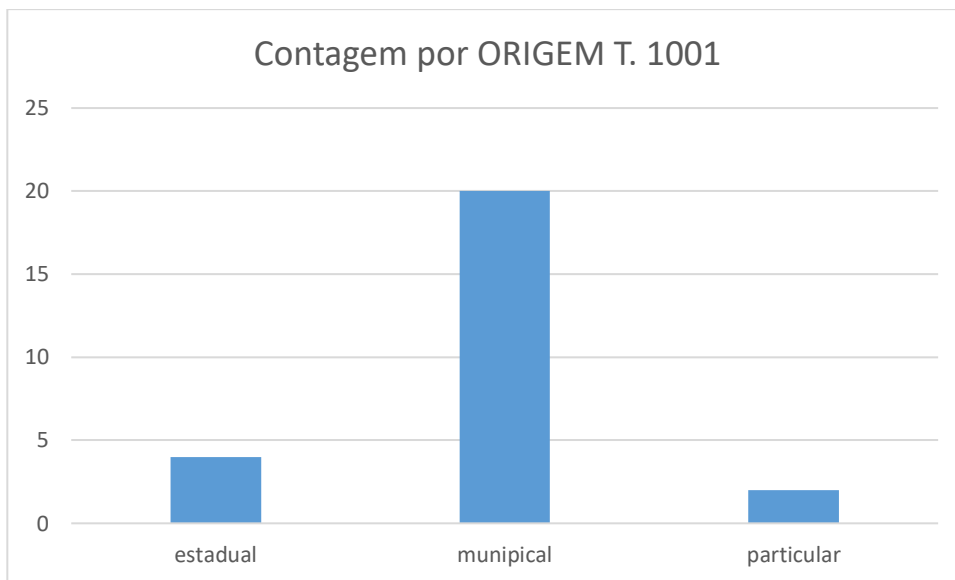
Por conta da otimização da quantidade de turmas, a escola não mais possui o ensino fundamental, funcionando para os alunos no período matutino (1º turno), com subutilização do espaço da escola, mas com possibilidade de ampliação da carga horária do ensino médio para a Educação Integral Profissionalizante. A escola possui quadra de esportes coberta, biblioteca, sala de informática (sem internet), laboratório de ciências, sala de oficina de jogos matemáticos e sala de leitura. Existe a possibilidade de ampliação de um espaço usado como sala de artes para a construção do auditório.

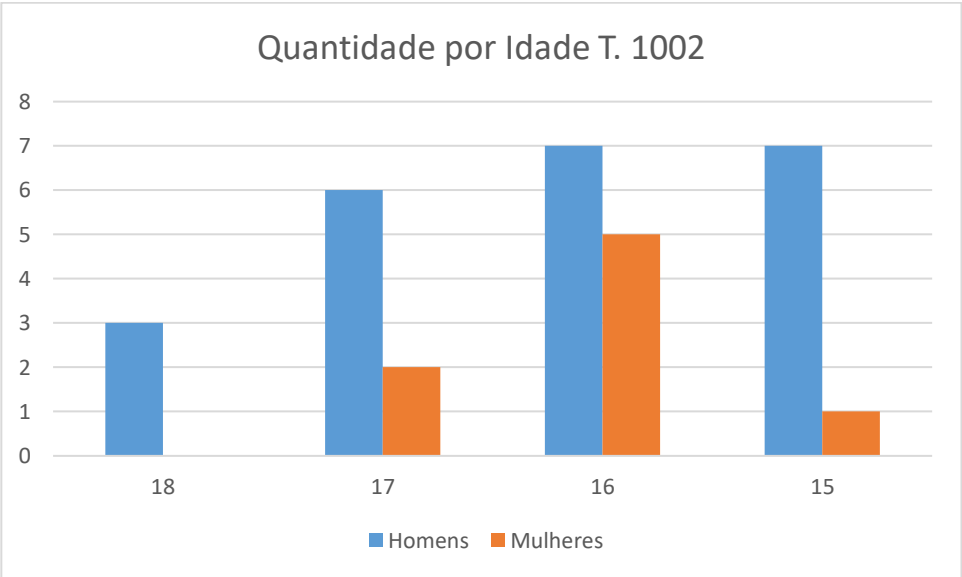
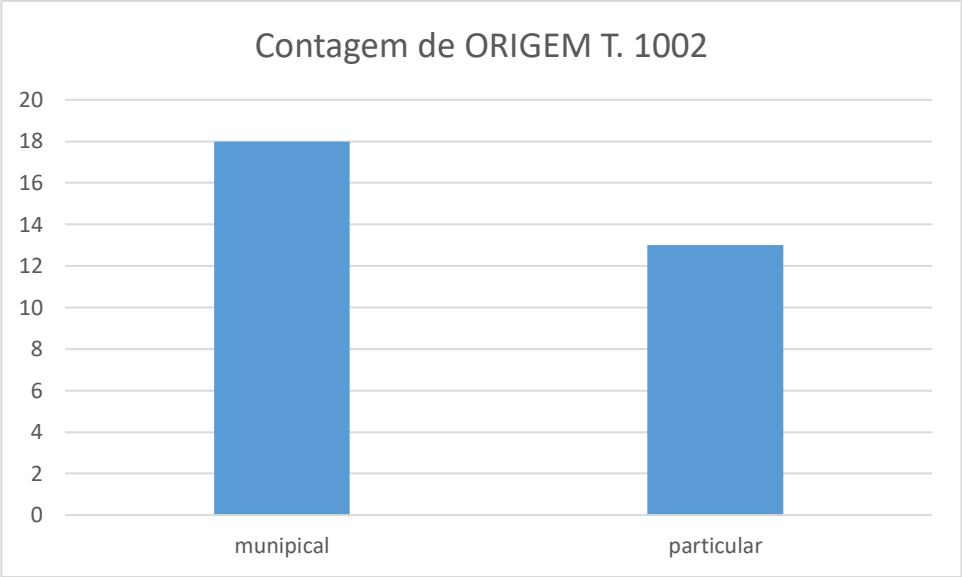
O trabalho apresentado nessa dissertação foi iniciado no ano de 2017 com alunos de duas turmas do 2º ano do ensino médio (turmas 2001 e 2002), sendo desenvolvido com esses estudantes a parte teórica para o ensino de matrizes e introdução ao estudo de probabilidades. Na parte teórica foi desenvolvido com os alunos do 2º ano o conceito inicial de matrizes, as operações, as propriedades e o conceito de determinante. Já na parte de probabilidade foi desenvolvido o conceito inicial de contagem (análise combinatória) e desenvolvida também a noção inicial de probabilidade, com caracterização do espaço amostral e do evento proposto. Após a introdução teórica desses conteúdos, foi introduzida a análise da tabela do Campeonato Brasileiro de Futebol para o estudo e aplicação dos referidos temas.

Por conta da troca de turmas do ano de 2017 para o ano de 2018, o trabalho foi realizado com maior desenvolvimento e recolhimento de dados e resultados com aluno de duas turmas do 1º ano do ensino médio (turmas 1001 e 1002), fazendo com esses alunos uma conjectura de resultados, sem especificar formalmente com eles que parte do conteúdo se estava trabalhando, mas justificando formalmente todos os passos dados em relação ao conteúdo matemático.

Os alunos da turma 1002 responderam, no geral, de maneira mais eficiente ao que se propunha o trabalho (que é o estudo matemático dentro da tabela do Campeonato Brasileiro de Futebol), enquanto os alunos da turma 1001 focalizaram no geral a parte “emocional” que o futebol proporciona. Isso provavelmente se deve ao fato da relação e distorção série/idade discrepante na comparação entre as duas turmas de 1º ano, como os gráficos mostram a seguir. Os gráficos mostram a contagem por origem de ensino dos alunos das duas turmas do 1º ano (escola pública municipal, escola pública estadual ou escola

particular) e quantidade de homens e mulheres por idade em cada turma. Essa contagem não foi feita com os alunos das turmas no 2º ano pelo motivo apresentado anteriormente (troca de turmas trabalhadas do ano de 2017 para o ano de 2018).





Os gráficos mostram as comparações entre as turmas 1001 e 1002 nos aspectos que influenciam a aprendizagem, como distorção série/idade e origem de escolaridade anterior (ensino fundamental). Considerando como 15 anos a idade certa para o 1º ano do ensino médio (com tolerância para 16 anos em alguns casos), a comparação mostra a turma 1001 com mais distorção série/idade do que a 1002, distribuídos entre homens e mulheres. A comparação também mostra que a turma 1002 tem mais aluno com origem em escolas particulares do que a 1001, podendo influenciar no aspecto de aproveitamento de resultados.

3. REVISÃO DE LITERATURA

3.1. O que é aprendizagem significativa e a sua importância para o ensino da Matemática?

A ideia do pesquisador David Paul Ausubel, no período de 1963 a 1968, era introduzir uma nova proposta de aprendizagem que interagisse com o conhecimento prévio do aprendiz e que o fizesse construir algum significado relacionado a um determinado conteúdo. Segundo Moreira (2010):

Aprendizagem significativa é aquela em que ideias expressas simbolicamente interagem de maneira substantiva e não-arbitrária com aquilo que o aprendiz já sabe. Substantiva quer dizer não-literal, não ao pé-da-letra, e não-arbitrária significa que a interação não é com qualquer ideia prévia, mas sim com algum conhecimento especificamente relevante já existente na estrutura cognitiva do sujeito que aprende. (...). **É importante reiterar que a aprendizagem significativa se caracteriza pela interação entre conhecimentos prévios e conhecimentos novos, e que essa interação é não-literal e não-arbitrária. Nesse processo, os novos conhecimentos adquirem significado para o sujeito e os conhecimentos prévios adquirem novos significados ou maior estabilidade cognitiva.** (p. 2)

A aprendizagem significativa relaciona os novos conteúdos apresentados em sala de aula com os já existentes na memória do estudante. Essas relações se dão por conexões conceituais, denominadas de “teias”, que vão criando significado ao novo que o aluno está aprendendo, procurando justificar sua necessidade para sua vida escolar e seu contexto sociocultural. Tem-se, assim, “subsunções” onde um determinado conhecimento dá origem a outros mais abrangentes, criando uma “rede de conhecimentos” aprendidos de maneira expressiva.

A Aprendizagem Significativa é uma ferramenta metodológica que o professor pode utilizar no processo de ensinar e aprender determinado conteúdo, porém, deve ter clareza que ela não é a única e nem é a mais eficiente. Em determinados casos faz-se necessário, em sala de aula, que a aprendizagem se dê mecanicamente, onde o aluno aprende de forma literal certo conteúdo. Segundo o próprio Ausubel, esses conteúdos aprendidos de modo mecânico podem originar outros conteúdos a serem aprendidos significativamente.

Portanto, o planejamento de estratégias pedagógicas é fundamental para que se decida por qual caminho a se seguir para se atingir o objetivo desejado.

Os tipos de aprendizagem, seja ela mecânica ou significativa, são independentes, porém não são diametralmente opostos. Os tipos de aprendizagem se complementam e devem ser trabalhados estrategicamente para o sucesso no processo de ensino. Segundo Vasconcelos, Praia e Almeida (2003):

Duas dimensões do processo de aprendizagem, relativamente independentes, são importantes na teoria de assimilação de Ausubel e cols. (1981): (i) o modo como o conhecimento a ser aprendido é tornado disponível ao aluno (por recepção ou por descoberta); e (ii) o modo como os alunos incorporam essa informação nas suas estruturas cognitivas já existentes (mecânica ou significativa). Assim, segundo Ausubel e cols. (1981), há quatro tipos básicos de aprendizagem: por recepção mecânica, por recepção significativa, por descoberta mecânica e por descoberta significativa. Numa primeira fase, a informação torna-se disponível ao aluno numa aprendizagem por recepção e/ou por descoberta. Numa segunda fase, se o aprendiz tenta reter a informação nova, relacionando-a ao que já sabe, ocorre aprendizagem significativa, se o aluno tenta meramente a informação nova, ocorre aprendizagem mecânica. (pp. 14-15)

Para muitos, a Matemática é dita como uma ciência exata e possui em sua estrutura uma estabilidade nos seus cálculos e teorias fundamentadas ao longo da história da humanidade. Porém, a Matemática tem um dinamismo no seu processo de construção, o que evidencia ser uma ciência com um significado expressivo no contexto sociocultural da humanidade. Essa dinâmica colabora intensamente com o desenvolvimento das outras áreas do conhecimento, proporcionando um crescimento científico e tecnológico para que o homem possa compreender sua importância como ser humano. Mesmo assim, o ensino da Matemática em sala de aula, em muitas das vezes, é dado de forma fria e estanque, dando subsídios para que ela seja considerada difícil de compreensão, sem significado e mitificada, levando vários alunos a serem reprovados nos anos escolares e muitos desistindo dos bancos escolares.

Moreira (2010) enfatiza que os conteúdos apresentados em sala de aula não necessariamente precisam ser estruturados de maneira linear, a fim de dar significado às suas estruturas. Sugere-se que determinados conteúdos podem

ser trabalhados como redes interconectadas, enfatizando cada item com sua devida importância, sem que se tenha o “mais importante para o final”:

Observe-se, no entanto, que começar com o que é mais geral, mais inclusivo, em uma disciplina não significa apresentá-lo em sua forma final, formal, abstrata, sofisticada matematicamente. Isso estaria contrariando a diferenciação progressiva, a reconciliação integrativa e o levar em conta o conhecimento prévio do aluno. No caso de um conteúdo científico, por exemplo, que esteja organizado em torno de duas ou três leis científicas, a abordagem desse conteúdo deveria começar com essas leis, mas de um ponto de vista fenomenológico e conceitual. Progressivamente, as mesmas seriam exemplificadas e modeladas matematicamente, em níveis crescentes de complexidade, até alcançar-se o nível esperado no contexto da disciplina. (p. 20)

Acredita-se que o ensino da Matemática na Educação Básica deva ser apresentado de forma que sua aprendizagem seja significativa, aliada a fatos do cotidiano e históricos. Segundo PCN (1997, pp. 30 e 31):

A Matemática comporta um amplo campo de relações, regularidades e coerências que despertam a curiosidade e instigam a capacidade de generalizar, projetar, prever e abstrair, favorecendo a estruturação do pensamento e o desenvolvimento do raciocínio lógico. Faz parte da vida de todas as pessoas nas experiências mais simples como contar, comparar e operar sobre quantidades. Nos cálculos relativos a salários, pagamentos e consumo, na organização de atividades como agricultura e pesca, a Matemática se apresenta como um conhecimento de muita aplicabilidade. Também é um instrumental importante para diferentes áreas do conhecimento, por ser utilizada em estudos tanto ligados às ciências da natureza como às ciências sociais e por estar presente na composição musical, na coreografia, na arte e nos esportes.

Nas Orientações Curriculares para o Ensino Médio, em seu volume sobre Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias, se compara o método de ensino tradicional (válido para poucos estudantes já empolgados com a Matemática) e o método significativo de aprendizagem (2006, p.87):

Uma segunda corrente, ainda pouco explorada em nossos sistemas de ensino, transfere para o aluno, em grande parte, a responsabilidade pela sua própria aprendizagem, na medida em que o coloca como ator principal desse processo. As ideias socioconstrutivistas da aprendizagem partem do princípio de

que a aprendizagem se realiza pela construção dos conceitos pelo próprio aluno, quando ele é colocado em situação de resolução de problemas. Essa ideia tem como premissa que a aprendizagem se realiza quando o aluno, ao confrontar suas concepções, constrói os conceitos pretendidos pelo professor. Dessa forma, caberia a este o papel de mediador, ou seja, de elemento gerador de situações que propiciem esse confronto de concepções, cabendo ao aluno o papel de construtor de seu próprio conhecimento matemático.

Assim, propõe-se nesta dissertação a apresentação de um modo de trabalhar os conteúdos matemáticos que considere tudo o que foi adquirido pelos estudantes ao longo da sua trajetória escolar, bem como poder conectar cada conteúdo com outros da Matemática e das demais áreas, criando uma teia de conhecimento que leve o estudante ao máximo possível da construção do seu raciocínio lógico-matemático, conjecturando estruturas que levem os alunos aos conceitos mais complexos e abstratos. A Base Nacional Comum Curricular para o Ensino Médio (BNCC) já relata a importância dessa integração:

A BNCC da área de Matemática e suas Tecnologias propõe a ampliação e o aprofundamento das aprendizagens essenciais desenvolvidas até o 9º ano do Ensino Fundamental. Para tanto, coloca em jogo, de modo mais inter-relacionado, os conhecimentos já explorados na etapa anterior, de modo a possibilitar que os estudantes construam uma visão mais integrada da Matemática, ainda na perspectiva de sua aplicação à realidade. (p. 517)

A BNCC relata ainda como os estudantes desenvolverão os conteúdos de Números e Probabilidade e Estatística, que estão presentes neste trabalho:

Em relação aos Números, os estudantes do Ensino Fundamental têm a oportunidade de desenvolver habilidades referentes ao pensamento numérico, ampliando a compreensão a respeito dos diferentes campos e significados das operações. Para isso, propõe-se a resolução de problemas envolvendo números naturais, inteiros, racionais e reais, em diferentes contextos (do cotidiano, da própria Matemática e de outras áreas do conhecimento) (...). No tocante à Probabilidade, os estudantes do Ensino Fundamental têm a possibilidade, desde os anos iniciais, de construir o espaço amostral de eventos equiprováveis, utilizando a árvore de possibilidades, o princípio multiplicativo ou simulações, para estimar a probabilidade de sucesso de um dos eventos. (pp. 517 – 518)

3.2. A relação entre o ensino da Matemática e o Futebol

No âmbito da Aprendizagem Significativa, o ensino da Matemática requer relações entre a sala de aula e fatos do cotidiano, trazendo para o aluno um significado e sentido para o que se está aprendendo. Essas conexões, por exemplo, podem ser estabelecidas nas relações comerciais, nas práticas sociais, na natureza, na astronomia, no esporte, etc. Busca-se na presente pesquisa verificar quais são as possíveis contribuições que determinados conteúdos da Matemática podem dar para se compreender o cotidiano esportivo.

A Matemática está presente em diversas partes do cotidiano, inclusive no mundo dos esportes, do qual o futebol faz parte. No futebol podem ser analisadas as confecções de tabelas, a combinação de resultados e confrontos, a estatística de desempenhos, entre outros aspectos. A preferência pelo futebol na análise de conteúdos matemáticos se dá pela influência que esse esporte tem na cultura popular brasileira e mundial. Segundo Rinaldi (2000):

O futebol foi e continua sendo um elemento importante da cultura brasileira. Enquanto fenômeno social, sempre esteve em consonância com a forma de a sociedade se organizar, assim como outros elementos da cultura popular – carnaval, arte, religião, música e outros. (pp. 167-168)

Já para Lopes (2014):

A realidade de uma criança é o meio que lhe é familiar: o lugar em que vive, o espaço em que circula; as pessoas com quem convive, sua família, seus parentes, amigos e vizinhos; suas coisas, seus brinquedos e brincadeiras. Esta realidade - este cenário - é um campo fértil para semear ideias matemáticas nas crianças. Desta perspectiva, as possibilidades de explorar Matemática a partir da realidade são bastante amplas, basta para isto que o professor se dê conta deste potencial e tenha a sensibilidade de perceber o que pode e o que não pode ser problematizado para explorar relações, construir ideias e ensinar procedimentos matemáticos. (p. 25)

Ao vincular o conteúdo da Matemática com o cotidiano do discente, neste caso com o futebol, se está contribuindo para o desenvolvimento da sua criatividade e da sua percepção do uso da Matemática como ferramenta

necessária para resoluções de problemas. De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (1998), o ensino de Matemática tem função fundamental no desenvolvimento do raciocínio com suas aplicações no cotidiano:

O que também se observa em termos escolares é que muitas vezes os conteúdos matemáticos são tratados isoladamente e são apresentados e exauridos num único momento. Quando acontece de serem retomados (geralmente num mesmo nível de aprofundamento, apoiando-se nos mesmos recursos), é apenas com a perspectiva de utilizá-los como ferramentas para a aprendizagem de novas noções. De modo geral, parece não se levar em conta que, para o aluno consolidar e ampliar um conceito, é fundamental que ele o veja em novas extensões, representações ou conexões com outros conceitos.

Também a importância de levar em conta o conhecimento prévio dos alunos na construção de significados geralmente é desconsiderada. Na maioria das vezes, subestimam-se os conceitos desenvolvidos no decorrer das vivências práticas dos alunos, de suas interações sociais imediatas, e parte-se para um tratamento escolar, de forma esquemática, privando os alunos da riqueza de conteúdos proveniente da experiência pessoal. (pp. 22-23)

Dessa maneira o futebol se torna um campo fértil para a disseminação de ideias e conceitos matemáticos, considerando sua popularidade e a capacidade que esse esporte tem em absorver conteúdos científicos para sua aplicabilidade. No futebol pode-se relacionar conceitos geométricos, ao considerarmos as dimensões do campo, com as formas geométricas presentes nas linhas do campo e na estrutura da bola. Pode-se ainda relacionar fenômenos físicos com estruturas matemáticas ao se estudar a cinemática da bola, sua trajetória, e as forças empregadas nos movimentos. E também pode-se estudar as regras que formam os jogos e campeonatos, suas estratégias, estatísticas e contagens relacionadas aos aspectos extracampo.

As Orientações Curriculares para o Ensino Médio (2006) destacam o modo como aspectos do cotidiano, para nós o futebol, contribuem para o desenvolvimento do raciocínio tecnológico-científico e para a criatividade de estratégias de resolução de problemas matemáticos, e como esses aspectos devem ajudar na aprendizagem significativa. Além disso:

Para a escolha de conteúdos, é importante que se levem em consideração os diferentes propósitos da formação matemática

na educação básica. Ao final do ensino médio, espera-se que os alunos saibam usar a Matemática para resolver problemas práticos do cotidiano; para modelar fenômenos em outras áreas do conhecimento; compreendam que a Matemática é uma ciência com características próprias, que se organiza via teoremas e demonstrações; percebam a Matemática como um conhecimento social e historicamente construído; saibam apreciar a importância da Matemática no desenvolvimento científico e tecnológico.

A forma de trabalhar os conteúdos deve sempre agregar um valor formativo no que diz respeito ao desenvolvimento do pensamento matemático. Isso significa colocar os alunos em um processo de aprendizagem que valorize o raciocínio matemático – nos aspectos de formular questões, perguntar-se sobre a existência de solução, estabelecer hipóteses e tirar conclusões, apresentar exemplos e contraexemplos, generalizar situações, abstrair regularidades, criar modelos, argumentar com fundamentação lógico-dedutiva. Também significa um processo de ensino que valorize tanto a apresentação de propriedades matemáticas acompanhadas de explicação quanto a de fórmulas acompanhadas de dedução, e que valorize o uso da Matemática para a resolução de problemas interessantes, quer sejam de aplicação ou de natureza simplesmente teórica. (pp. 69-70)

Procurou-se na dissertação apresentar as possíveis conexões que o futebol possui com a Matemática, bem como responder a seguinte pergunta: **qual conteúdo matemático que deve ser trabalhado em sala de aula para que se faça a leitura e interpretação de uma tabela de campeonato de futebol de forma clara e efetiva?**

Inicialmente pode-se afirmar que o conteúdo principal é a probabilidade, mas com um olhar mais crítico faz-se necessário, também, a compreensão dos conceitos de matrizes, função do 1º e 2º grau e operações com números inteiros, o que proporciona ao aluno criar modelos matemáticos que possam prever os possíveis resultados, o que está em comum acordo com as Orientações Curriculares para o Ensino Médio (MEC, 2006).

4. O FUTEBOL NA AULA DE MATEMÁTICA

A partir dos pressupostos citados na Revisão da Literatura, passa-se a discutir a maneira como foram trabalhados com alunos das duas turmas do 2º ano do ensino médio a tabela do Campeonato Brasileiro de Futebol, da série A, por pontos corridos no ano de 2017, onde foram expostas as regras da competição. Nesse tipo de campeonato composto por 20 times, todos se enfrentam dois a dois, em turno e returno. O mesmo procedimento foi feito com os estudantes do 1º ano do ensino médio no ano de 2018, com a tabela de pontos corridos do ano de 2011. Em cada jogo, a equipe vitoriosa ganha três pontos, em caso de empate, cada time ganha um ponto e para a equipe derrotada não há ponto ser acrescentado. A partir das informações sobre o andamento, as implicações e consequências de um campeonato de futebol, todos os alunos, mesmo para aqueles que alegaram não acompanhar o andamento de um campeonato, foi relevante, pois todos, nesta etapa, estavam devidamente nivelados. Após essas explicações e decorridas algumas rodadas foram distribuídas tabelas do campeonato para os estudantes, sendo que alguns campos estavam incompletos.

Campeonato Brasileiro de Futebol 2017 Série A (05/11/2017)

Pos	Equipe	PG	J	V	E	D	GP	GC	SG	%
1	Corinthians			18	8	6	43	23		
2	Santos			15	11	6	36	23		
3	Grêmio			16	6	10	48	29		
4	Palmeiras			16	6	10	50	36		
5	Cruzeiro			14	9	9	39	30		
6	Botafogo			13	9	10	40	34		
7	Flamengo			12	11	9	41	32		
8	Vasco			12	9	11	32	40		
9	São Paulo			12	7	13	42	43		
10	Bahia			11	9	12	42	41		
11	Atlético-PR			11	9	12	37	38		
12	Atlético-MG			11	9	12	37	39		
13	Fluminense			10	12	10	42	42		
14	Chapecoense			11	7	14	37	44		
15	Coritiba			10	8	14	36	41		
16	Sport			9	9	14	40	48		
17	Vitória-BA			9	8	15	40	49		
18	Ponte Preta			9	8	15	31	42		
19	Avai			8	11	13	22	41		
20	Atlético-GO			7	6	19	29	49		

PG=Pontos Ganhos, J=Jogos, V=Vitórias, E=Empates, D=Derrotas, GP=Gols Pró, GC=Gols Contra

Tabela 1: Fonte <<http://globoesporte.globo.com/futebol/brasileirao-serie-a/>> Acesso 05 nov 2017

Em seguida, discutiu-se quais eram os campos vazios, seu significado e como se poderia preenchê-los a partir dos dados fornecidos.

Para se chegar ao valor numérico do campo “Pontos Ganhos” (PG) de cada time, os estudantes utilizaram as informações dadas anteriormente, que são: * cada vitória vale três pontos; * cada empate vale um ponto; * e cada derrota não vale nenhum ponto. Assim, multiplicando o valor numérico do campo “Vitórias” (V) por três, o valor numérico do campo “Empates” (E) por um, o valor numérico do campo “Derrotas” (D) por zero, e somando esses resultados temos:

$$PG = 3.V + 1.E + 0.D$$

$$PG = 3.V + E \quad (1)$$

Sabe-se que em cada jogo um determinado time pode obter somente um dos resultados: vitória, empate ou derrota. Assim, para se chegar ao valor

numérico do campo “Jogos” (J) deve-se adicionar os valores dos campos (V), (E) e (D), ou seja:

$$J = V + E + D \quad (2)$$

Para completar a penúltima coluna, “Saldo de Gols” (SG), foi discutido e concluiu-se que a quantidade de gols que cada time faz em um jogo não interfere incisivamente no valor de (PG), pois, se um time que ganha de 1x0 e outro time que ganha de 5x1, ambos recebem os mesmos três pontos. Mas essa quantidade de gols é importante no caso de desempate para a classificação. Para tanto, tem-se que a quantidade de gols feitos por um time é denominada de “Gols Pró” (GP) e a quantidade de gols sofridos é indicada por “Gols Contra” (GC). Por fim, concluiu-se que o valor do SG é determinado pela diferença entre os valores do (GP) e do (GC), ou seja:

$$SG = GP - GC \quad (3)$$

Finalizando esta etapa, perguntou-se aos alunos o que significa cada uma das sentenças (1), (2) e (3). Eles falaram de contas, fórmulas e por fim concluíram que essas sentenças podem ser classificadas de equação do 1º grau, quando conhecidos os valores de GP e GC, ou uma função afim de variáveis GP e GC.

Para completar a última coluna da tabela, (%), foi discutido com os alunos sobre o que é porcentagem e a sua importância no cotidiano de cada um. Apesar de ser uma parte da Matemática altamente aplicada, esse assunto ainda é um tabu para a maioria deles. Para chegar a definir porcentagem, retornou-se ao conteúdo de frações, frações equivalentes, frações decimais, números decimais e razões. Depois de toda essa discussão foi feito o cálculo do “Aproveitamento” (%) de cada time, onde os alunos concluíram que o valor (%) é a razão entre a quantidade PG e a quantidade total de pontos possíveis, ou seja, se esse time ganhasse todos os jogos. Assim:

$$(\%) = \frac{(PG)}{3 \cdot (J)} \quad (4)$$

Após completar a tabela os alunos observaram que a classificação final do campeonato, do 1º lugar ao 20º lugar, está diretamente ligada à quantidade de Pontos Ganhos (PG) e ao Aproveitamento (%).

Durante a aplicação dessa atividade o conteúdo que estava sendo aplicado em sala de aula era Matriz. Então, foi feita uma pergunta aos alunos: há alguma relação entre uma matriz e a tabela do campeonato?

Os alunos falaram que na tabela há linhas e colunas como em uma matriz, porém, não sabiam como representar cada elemento da tabela no formato matricial. Neste momento perguntei: quantas linhas e colunas tem a tabela do Campeonato? Eles responderam prontamente: 20 linhas e 11 colunas. Então, definimos a tabela como uma matriz M de $i = 20$ linhas e $j = 11$ colunas.

Em seguida, foi lançado um desafio para os alunos: como se pode calcular o “Saldo de Gols” (SG) e “Pontos Ganhos” (PG) utilizando as operações de matriz? Foi posto que se pode multiplicar a matriz 20×3 , com colunas V, E, D

para cada linha referente a cada time, com a matriz $\begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}_{3 \times 1}$,

resultando na matriz coluna $[PG]_{20 \times 1}$. Pode-se também subtrair as matrizes-coluna GP e GC, como abaixo, para obtenção do Saldo de Gols, da seguinte maneira:

$$[GP]_{20 \times 1} - [GC]_{20 \times 1} = [SG]_{20 \times 1}$$

Esse conceito inicial de matrizes confrontou junto aos estudantes a formalização da definição com a prática usual das suas operações. Os alunos, geralmente, apresentam dificuldade na manipulação de definições formais, como é o caso da definição inicial de uma matriz. Porém, a aprendizagem mecânica do conceito inicial se complementa com o modo significativo que o conteúdo é trabalhado posteriormente, tanto ao se trabalhar linhas e colunas da tabela do campeonato, quanto ao se fazer operações simples de linhas e colunas usando as regras colocadas para o campeonato.

Após as discussões sobre função e matriz inicialmente contidos na Tabela do Campeonato Brasileiro de Futebol, passou-se a fazer conjecturas de possíveis combinações de confrontos e resultados, sempre usando o raciocínio lógico-dedutivo. Essas conjecturas foram feitas para levar o aluno a deduzir a quantidade de jogos por rodada, sendo cada jogo realizado por dois a dois times, a quantidade de rodadas até o término do campeonato e a quantidade de jogos

no campeonato todo e para tanto não foram utilizadas as definições formais da “Análise Combinatória”.

Sabendo que cada jogo é realizado por dois times, de um universo de 20 times, é certo que cada rodada tem $20 \div 2 = 10$ jogos. Como cada time jogará até o final do campeonato, logo participará de $(20 - 1) \cdot 2 = 38$ jogos, já que todos os times se enfrentam duas vezes. Ou seja, teremos 38 rodadas. Assim, a quantidade de jogos até o final do campeonato será de $10 \cdot 38 = 380$ jogos.

Outro modo de deduzir a quantidade de jogos até o final do campeonato, se dá multiplicando a quantidade de times pela quantidade de jogos que cada time terá que realizar. Não podemos esquecer que devemos dividir o resultado encontrado pela metade, já que os jogos foram contados em dobro: $(20 \cdot 38) \div 2 = 380$ jogos.

Os estudantes ainda observaram que a soma da quantidade (GP) de todos os times é igual à soma da quantidade (GC) de todos os times, pelo simples fato: um time que faz gols o faz em um outro time que sofre esse gol, e vice-versa. Os alunos também perceberam que a quantidade de jogos, nesse caso de uma tabela com 20 times se enfrentando duas vezes, só pode chegar ao máximo no número 38. Temos aqui, de forma intuitiva, uma introdução à contagem e à análise combinatória. Em seguida, discutimos sobre as possibilidades dos resultados para os futuros enfrentamentos e qual a probabilidade de um determinado time ser o 1º colocado, após decorridas determinadas rodadas. Toda essa análise foi realizada de modo não-litera e não-formal. Este processo foi uma introdução ao cálculo de probabilidade, onde os alunos determinaram a razão entre a quantidade de eventos que se quer alcançar e a quantidade de eventos possíveis.

Como colocado anteriormente, a possibilidade de um certo time ser o 1º colocado no Campeonato Brasileiro de Futebol, depois de decorridas algumas rodadas, foi determinada de modo intuitivo. Também foram feitas contagens dos resultados totais possíveis e, para que seja feita a razão entre os resultados esperados e os resultados totais. Por exemplo, se falta uma rodada para terminar o campeonato e o time que está em 1º lugar tem diferença maior de 3 pontos para o 2º lugar, então certamente ele será o campeão. Se a diferença for igual ou menor que 3 pontos, fatores como número de vitórias, saldo de gols e

resultados possíveis serão considerados. Ou seja, faltando uma rodada poderemos ter (sem confrontos diretos dos 3 primeiros colocados):

1º Corinthians PG = 70 pontos (V = +3 ou E = + 1 ou D = 0)

2º Vasco PG = 68 pontos (V = +3 ou E = + 1 ou D = 0)

3º Fluminense PG = 62 pontos (V = +3 ou E = + 1 ou D = 0)

Como o Fluminense não pode ser o campeão, podemos ter:

Corinthians	V	V	V	E	E	E	D	D	D
Vasco	V	E	D	V	E	D	V	E	D
Campeão	COR	COR	COR	COR	COR	COR	VAS	COR	COR

Neste exemplo, a possibilidade do Corinthians (COR) ser campeão é de 8 em 9, ou seja, $\frac{8}{9}$. Já a possibilidade do Vasco (VAS) ser o campeão é de 1 em 9, ou seja, $\frac{1}{9}$. Temos uma combinação de resultados que igualará a quantidade de pontos dos dois times, tendo que considerar outros fatores não colocados no exemplo, tais como, número de vitórias, saldos de gols, etc.. De qualquer forma, pode ser mostrado aos alunos que o Corinthians tem mais chance de ser campeão que o Vasco.

Nesse cálculo foi possível deduzir que:

- Se a quantidade de resultados esperada é nula, então a razão entre resultados esperados/resultados totais é nula também. Ou seja, não existe possibilidade de o time ser o 1º colocado na tabela.
- Se a quantidade de resultados esperada for igual à quantidade de resultados totais, então a razão entre resultados esperados/resultados totais é igual a 1. Ou seja, certamente esse time será o campeão.

Determinar a possibilidade de ser campeão depende de diversos fatores e é cada vez mais complexa quando a quantidade de rodadas é mais distante da quantidade total de rodadas (38 rodadas). Toda essa complexidade foi vivenciada com os alunos, porém o que foi esperado com essa atividade, como o assunto “probabilidade”, é introduzir o seu conceito de modo intuitivo e não-literal, e também conectar esse conceito com todos os outros conceitos trabalhados anteriormente de maneira significativa. Com isso, o estudante

poderá ter maior autonomia para empregar os conceitos matemáticos trabalhados em resoluções de problemas e modelagem em diversas áreas do conhecimento.

O tema Futebol na Aula de Matemática foi iniciado com turmas do 2º ano do ensino médio em 2017 e teve sua sequência no ano de 2018 com turmas de 1º ano do ensino médio, com análise de dados e colhimento de informações que são mostradas nos tópicos adiante.

4.1. Realização das Atividades

No mês de março do ano de 2018, no Colégio Estadual Cortume Carioca, no município de Guapimirim, realizou-se nas turmas 1001 e 1002 do Ensino Médio, a atividade que envolvia a tabela do Campeonato Brasileiro de Futebol do ano de 2011. Foi neste ano que o Campeonato foi decidido na última rodada e as probabilidades finais para o campeão e para o rebaixamento foram as mais perceptíveis. Desse modo, esperou-se que os alunos tivessem maior compreensão dos conceitos matemáticos existentes na Tabela do Campeonato.

O desenvolvimento das atividades se deram em torno do debate em torno da duração do Campeonato, com a pontuação de pontos corridos, com 20 times, onde todos se enfrentam duas vezes. Ficou evidente que cada time jogaria contra 19 times, ou seja, o campeonato teria $19 \times 2 = 38$ rodadas. Como um jogo de futebol é disputado dois a dois, então cada rodada tem 10 jogos, sendo o campeonato todo com $38 \times 10 = 380$ jogos. Se iniciou a discussão da tabela a partir da 36ª rodada, onde algumas colocações estavam evidentes, porém sem definição final.

A partir das fórmulas determinadas anteriormente, (1) $PG = 3.V + E$, (2) $J = V + E + D$, (3) $SG = GP - GC$ e (4) $(\%) = \frac{(PG)}{3 \cdot (J)}$, e junto com os alunos passamos a determinar os valores que faltam para completar a tabela abaixo.

Campeonato Brasileiro de Futebol 2011 - 36ª rodada

CLASSIFICAÇÃO	PG	J	V	E	D	GP	GC	SG	%
1	Corinthians		20	7	9	52	36		
2	Vasco		18	11	7	54	38		
3	Fluminense		20	2	14	58	48		
4	Internacional		15	12	9	56	42		
5	Figueirense		15	12	9	45	43		
6	Flamengo		14	15	7	57	46		
7	São Paulo		15	11	10	53	44		
8	Botafogo		16	7	13	51	44		
9	Coritiba		15	9	12	56	40		
10	Santos		15	7	14	53	50		
11	Grêmio		13	8	15	47	54		
12	Palmeiras		10	16	10	42	39		
13	Atlético-GO		11	11	14	43	42		
14	Atlético-MG		12	6	18	45	54		
15	Bahia		10	12	14	40	47		
16	Cruzeiro		10	9	17	40	48		
17	Ceará		10	8	18	44	60		
18	Atlético-PR		9	11	16	36	53		
19	América-MG		7	13	16	48	63		
20	Avai		7	9	20	44	73		

PG=Pontos Ganhos, J=Jogos, V=Vitórias, E=Empates, D=Derrotas, GP=Gols Pró, GC=Gols Contra, SG=Saldo de Gols, %=Aproveitamento

Figura1: Tabela do Campeonato Brasileiro de Futebol 2011 36ª rodada, retiradas as colunas PG, J, SG e % (Fonte <http://futpedia.globo.com/campeonato/campeonato-brasileiro/2011/#fase=fase-unica/rodada=36>, acesso 01/03/2018).


Após a aplicações das fórmulas, a tabela do Campeonato ficou completa e assim definida:

Campeonato Brasileiro de Futebol 2011 - 36ª rodada

CLASSIFICAÇÃO		PG	J	V	E	D	GP	GC	SG	%
1	Corinthians	67	36	20	7	9	52	36	16	62.0
2	Vasco	65	36	18	11	7	54	38	16	60.2
3	Fluminense	62	36	20	2	14	58	48	10	57.4
4	Internacional	57	36	15	12	9	56	42	14	52.8
5	Figueirense	57	36	15	12	9	45	43	2	52.8
6	Flamengo	57	36	14	15	7	57	46	11	52.8
7	São Paulo	56	36	15	11	10	53	44	9	51.9
8	Botafogo	55	36	16	7	13	51	44	7	50.9
9	Coritiba	54	36	15	9	12	56	40	16	50.0
10	Santos	52	36	15	7	14	53	50	3	48.1
11	Grêmio	47	36	13	8	15	47	54	-7	43.5
12	Palmeiras	46	36	10	16	10	42	39	3	42.6
13	Atlético-GO	44	36	11	11	14	43	42	1	40.7
14	Atlético-MG	42	36	12	6	18	45	54	-9	38.9
15	Bahia	42	36	10	12	14	40	47	-7	38.9
16	Cruzeiro	39	36	10	9	17	40	48	-8	36.1
17	Ceará	38	36	10	8	18	44	60	-16	35.2
18	Atlético-PR	38	36	9	11	16	36	53	-17	35.2
19	América-MG	34	36	7	13	16	48	63	-15	31.5
20	Avai	30	36	7	9	20	44	73	-29	27.8

PG=Pontos Ganhos, J=Jogos, V=Vitórias, E=Empates, D=Derrotas, GP=Gols Pró, GC=Gols Contra, SG=Saldo de Gols, %=Aproveitamento
 Figura2: Tabela do Campeonato Brasileiro de Futebol 2011 36ª rodada (Fonte <http://futpedia.globo.com/campeonato/campeonato-brasileiro/2011/#fase=fase-unica/rodada=36>, acesso 01/03/2018).

De posse da tabela, a turma foi dividida em duplas e, para cada uma, entreguei uma folha de atividades com 8 questões.



REPÚBLICA FEDERATIVA DO BRASIL
ESTADO DO RIO DE JANEIRO
SECRETARIA DE ESTADO DE EDUCAÇÃO
COLÉGIO ESTADUAL CORTUME CARIOCA

Prova: ____
 Teste: ____
 Trab.: ____
 Média: ____

Nome:			
Turma:	1002	Ensino:	Medio
Data:	09/03/2018		
Trabalho de Matemática - 1º Ano - Prof. Rodrigo da Silva Macedo			

Considere a tabela do Campeonato Brasileiro de Futebol do ano de 2011 da 36ª rodada, onde a vitória (V) de cada time vale 3 pontos, cada empate (E) vale 1 ponto e cada derrota (D) não vale nenhum ponto. Considere também que o saldo de gols (SG) de um time é a diferença entre a quantidade de gols pró (GP) e a quantidade de gols contra (GC). Nesse tipo de campeonato com 20 times, todos se enfrentam duas vezes, onde cada jogo tem uma dupla de times.

1) Escreva uma expressão matemática que relacione a quantidade de pontos ganhos de cada time (PG) com a quantidade de vitórias (V), de empates (E) e derrotas (D). Complete a coluna (PG) para cada time.

2) Escreva uma expressão matemática que relacione a quantidade de jogos de cada time (J) com a quantidade de vitórias (V), de empates (E) e derrotas (D). Complete a coluna (J) para cada time.

3) Escreva uma expressão matemática que relacione o saldo de gols (SG) e a quantidade de gols pró (GP) e gols contra (GC). Complete a coluna (SG) para cada time.

4) Relacione o aproveitamento de cada time (%) com a quantidade de pontos ganhos (PG) e a quantidade máxima de pontos possíveis. Complete a coluna (%) para cada time.

5) Mostre que o campeonato tem 38 rodadas, com 10 jogos em cada rodada.

6) Com os resultados da 36ª rodada, e sabendo que ainda faltam duas rodadas para encerrar o campeonato, responda:
 a) Quais times podem atingir a 1ª colocação (campeão)? Justifique.

b) Quais times podem atingir uma das quatro últimas colocações (rebaixamento)? Já existe algum time rebaixado? Justifique.

7) Com os resultados dos enfrentamentos da 37ª rodada, complete a tabela do Campeonato 2011 (37ª rodada) seguindo as mesmas regras que foram usadas para a 36ª rodada, e responda:
 a) Já existe um time campeão? Quais times podem atingir a 1ª colocação (campeão) e quais são suas probabilidades? Justifique.

b) Quais times podem atingir uma das quatro últimas colocações (rebaixamento)? Já existe algum time rebaixado? Justifique.

8) Com os resultados dos enfrentamentos da 38ª rodada, complete a tabela do Campeonato 2011 (38ª rodada), determinando o time campeão e os times rebaixados.

Figura3: Atividade utilizada em sala de aula para o desenvolvimento das etapas do Campeonato Brasileiro de Futebol 2011 a partir da 36ª rodada.

As questões 1, 2, 3 e 4 são referentes a esse preenchimento da tabela e os estudantes não tiveram dificuldade para realizá-la, porém, a coluna referente ao “Aproveitamento” ($\% = PG/3.J$) que requereu um pouco mais de atenção.

Como a tabela foi apresentada faltando apenas duas rodadas para terminar o campeonato, a questão número “5” solicitava que os estudantes justificassem o total de partidas do Campeonato. Com os resultados obtidos na tabela, que já se encontrava na 36ª rodada do Campeonato, possamos a debater o que foi pedido na questão “6”: *quais times podem atingir a 1ª colocação e quais times têm a possibilidade de atingir alguma das quatro últimas posições?* Para cada pergunta foi pedido aos alunos que registrassem uma justificativa para sua resposta, tal fato nos fez compreender melhor como eles estavam entendendo cada questão. Os discentes concluíram que os times que tinham maior possibilidade de chegar à 1ª colocação seriam os times que tinham até no máximo 6 pontos a menos que o próprio Corinthians, e que nessa rodada estava na 1ª colocação. Além do próprio Corinthians, existia também possibilidade para Vasco e Fluminense, em ordem decrescente de chance, porém sem como quantificar cada possibilidade. Do mesmo modo foi colocado que, além dos quatro últimos colocados, Ceará, Atlético-PR, América-MG e Avaí, havia também a possibilidade para as quatro últimas posições para as equipes do Cruzeiro, Bahia, Atlético-MG e Atlético-GO, em ordem decrescente de possibilidade.

A partir dessa discussão sobre possíveis resultados e possibilidade para a 36ª rodada, foi distribuída aos estudantes uma tabela com os últimos confrontos que decidiriam o campeonato, para a 37ª e 38ª rodadas. Os confrontos estavam com os resultados em branco para que os alunos vivenciassem o desenvolvimento real das etapas do campeonato, podendo debater eventuais possibilidades futuras e produzir maiores informações na tabela a partir dos dados anteriores.



Figura4: Confrontos da 37ª e 38ª rodadas sem os resultados do Campeonato Brasileiro de Futebol 2011. Fonte <<http://futpedia.globo.com/campeonato/campeonato-brasileiro/2011#fase=fase-unica/rodada=37>>, acesso: 01/03/2018.

Na aula seguinte, foi dada continuidade à atividade. Para tanto, foi fornecido aos alunos cada resultado dos confrontos da 37ª rodada, e assim foi construída a tabela da 37ª rodada a partir dos números da 36ª rodada, seguindo as regras vigentes. Os resultados obtidos pelos estudantes foram plotados em uma tabela em branco fornecida para esse fim, sendo expostos a seguir:



Figura5: Resultados da 37ª rodada do Campeonato Brasileiro de Futebol 2011 para desenvolvimento da tabela. Fonte < <http://futpedia.globo.com/campeonato/campeonato-brasileiro/2011/#fase=fase-unica/rodada=37>>, acesso: 01/03/2018.

Campeonato Brasileiro de Futebol 2011 - 37ª rodada

CLASSIFICAÇÃO	PG	J	V	E	D	GP	GC	SG	%
1									
2									
3									
4									
5									
6									
7									
8									
9									
10									
11									
12									
13									
14									
15									
16									
17									
18									
19									
20									

PG=Pontos Ganhos, J=Jogos, V=Vitórias, E=Empates, D=Derrotas, GP=Gols Pró, GC=Gols Contra, SG=Saldo de Gols, %=Aproveitamento

Figura6: Tabela em branco do Campeonato Brasileiro de Futebol 2011 37ª rodada para desenvolvimento a partir dos números da 36ª rodada e dos resultados dos enfrentamentos da 37ª rodada. Fonte < <http://futpedia.globo.com/campeonato/campeonato-brasileiro/2011/#fase=fase-unica/rodada=37>>, acesso: 01/03/2018.

Até esse momento do desenvolvimento da atividade, não foram fornecidos aos estudantes os resultados da 38ª rodada, para que eles analisassem algumas possibilidades dos possíveis resultados do campeonato, com um olhar mais realista. Com o fornecimento dos resultados da 37ª rodada foi possível montar a tabela e responder à questão “7” da atividade.

classificação / jogos

37ª rodada

CLASSIFICAÇÃO	F	J	V	E	D	GP	GC	SG	%
1 Corinthians	70	37	21	7	9	53	36	17	63.1
2 Vasco	68	37	19	11	7	56	39	17	61.3
3 Fluminense	62	37	20	2	15	59	50	9	55.9
4 Flamengo	60	37	15	15	7	58	46	12	54.1
5 Coritiba	57	37	16	9	12	57	40	17	51.4
6 Internacional	57	37	15	12	10	56	43	13	51.4
7 Figueirense	57	37	15	12	10	45	44	1	51.4
8 São Paulo	56	37	15	11	11	53	45	8	50.5
9 Botafogo	55	37	16	7	14	51	48	3	49.5
10 Santos	53	37	15	8	14	54	51	3	47.7
11 Palmeiras	49	37	11	16	10	43	39	4	44.1
12 Grêmio	48	37	13	9	15	49	56	-7	43.2
13 Atlético-MG	45	37	13	6	18	49	54	-5	40.5
14 Atlético-GO	45	37	11	12	14	45	44	1	40.5
15 Bahia	43	37	10	13	14	41	48	-7	38.7
16 Cruzeiro	40	37	10	10	17	42	50	-8	36.0
17 Ceará	39	37	10	9	18	46	62	-16	35.1
18 Atlético-PR	38	37	9	11	17	37	55	-18	34.2
19 América-MG	37	37	8	13	16	50	64	-14	33.3
20 Avaí	30	37	7	9	21	44	74	-30	27.0

Figura7: Resultados esperados para a tabela do Campeonato Brasileiro de Futebol 2011 37ª rodada a partir dos números da 36ª rodada e dos resultados dos confrontos da 37ª rodada. Fonte < <http://futpedia.globo.com/campeonato/campeonato-brasileiro/2011/#fase=fase-unica/rodada=37>>, acesso: 01/03/2018.

Com a tabela da 37ª rodada completa, os alunos puderam analisar melhor alguns resultados possíveis para o final do campeonato, analisando chances e probabilidades para a 1ª colocação, ou seja, o time campeão, e também analisando as possibilidades para as quatro últimas colocações, isto é, os times que serão rebaixados e essas análises foram solicitadas na questão número “7” da atividade. Em seguida, concluiu-se que somente o Corinthians e o Vasco tinham a possibilidade de ser o 1º colocado ao final do campeonato, já que apenas 3 pontos estava em disputa até o final do campeonato. E pelo

mesmo motivo, a possibilidade para as últimas quatro posições, além dos quatro últimos na rodada: Ceará, Atlético-PR, América-MG e Avaí, somente o Cruzeiro seria rebaixado.

Sabendo que somente um dos times, Vasco ou Corinthians, tinham a possibilidade de ser campeão, fizemos uma tabela analisando qual deles teria a maior chance, já que os confrontos finais, da 38ª rodada, são Corinthians x Palmeiras e Vasco x Flamengo:

Possibilidades	1ª	2ª	3ª	4ª	5ª	6ª	7ª	8ª	9ª
Corinthians	V	V	V	E	E	E	D	D	D
Vasco	V	E	D	V	E	D	V	E	D
Campeão	COR	COR	COR	COR	COR	COR	VAS	COR	COR

Possibilidades	1ª	2ª	3ª	4ª	5ª	6ª	7ª	8ª	9ª
PG Corinthians	73	73	73	71	71	71	70	70	70
PG Vasco	71	69	68	71	69	68	71	69	68
Campeão	COR	COR	COR	COR	COR	COR	VAS	COR	COR

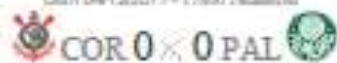
Como a diferença entre os times, Corinthians e Vasco, na 37ª rodada, é de 2 pontos, com 3 pontos em disputa para a última rodada e sem confrontos diretos de possíveis primeiros colocados, a única combinação de resultados que igualaria a quantidade de pontos dos dois times está explícita na 4ª possibilidade. Mas, como no primeiro critério de desempate, quantidade de vitórias “V”, o Corinthians tem duas unidades a mais que o Vasco, então, mesmo assim, o Corinthians seria o campeão. Os estudantes construíram essas possibilidades e perceberam que o Vasco só teria a 7ª chance como viável para a sua primeira colocação, ganhando o seu jogo contra o Flamengo e que o Corinthians fosse derrotado pelo Palmeiras. Com isso o Vasco tem uma possibilidade entre 9 resultados possíveis, enquanto o Corinthians tem 8 possibilidades entre 9 possíveis.

Time	Quantificação de possibilidade de ser campeão
Corinthians	$8 \text{ em } 9 = \frac{8}{9} = 0,888 \dots \cong 88,88\%$
Vasco	$1 \text{ em } 9 = \frac{1}{9} = 0,111 \dots \cong 11,11\%$

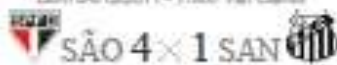
Essas simulações de resultados e possibilidades foram realizadas com a maior naturalidade possível. Com os resultados reais da 37ª rodada e omitindo, propositalmente, os resultados da 38ª rodada, para que os alunos analisassem as possibilidades com total isenção. Após essa análise foi fornecido cada resultado dos confrontos programados para a última rodada e que a tabela definitiva, a partir dos resultados da penúltima rodada do campeonato, ficasse pronta.

CBF 2011 38ª Rodada

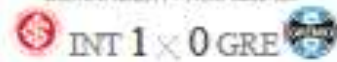
Dom 04/12/2011 - 17h00 Fluminense



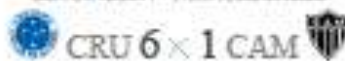
Dom 04/12/2011 - 17h00 Vail Claret



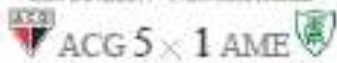
Dom 04/12/2011 - 17h00 Sainz-Riz



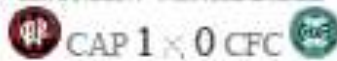
Dom 04/12/2011 - 17h00 Arena do Jacaré



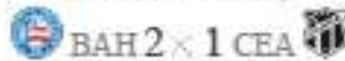
Dom 04/12/2011 - 17h00 Serra Dourada



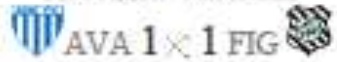
Dom 04/12/2011 - 17h00 Arena da Barragem



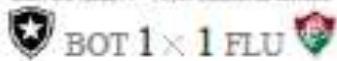
Dom 04/12/2011 - 17h00 Itaipava



Dom 04/12/2011 - 17h00 Ressacaú



Dom 04/12/2011 - 17h00 Estádio de Oliveira



Dom 04/12/2011 - 17h00 Engenheiro

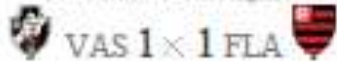


Figura8: Resultados da 38ª rodada do Campeonato Brasileiro de Futebol 2011 para desenvolvimento da tabela. Fonte <
<http://futpedia.globo.com/campeonato/campeonato-brasileiro/2011#fase=fase-unica/rodada=38>>, acesso: 01/03/2018.

Campeonato Brasileiro de Futebol 2011 - 38ª rodada

CLASSIFICAÇÃO	PG	J	V	E	D	GP	GC	SG	%
1									
2									
3									
4									
5									
6									
7									
8									
9									
10									
11									
12									
13									
14									
15									
16									
17									
18									
19									
20									

PG=Pontos Ganhos, J=Jogos, V=Vitórias, E=Empates, D=Derrotas, GP=Gols Pró, GC=Gols Contra, SG=Saldo de Gols, %=Aproveitamento

Figura9: Tabela em branco do Campeonato Brasileiro de Futebol 2011 38ª rodada para desenvolvimento a partir dos números da 37ª rodada e dos resultados dos enfrentamentos da 38ª rodada. Fonte < <http://futpedia.globo.com/campeonato/campeonato-brasileiro/2011#/fase=fase-unica/rodada=38>>, acesso: 01/03/2018.

classificação / jogos

38ª rodada

CLASSIFICAÇÃO	P	J	V	E	D	GP	GC	SG	%
1 Corinthians	71	38	21	8	9	53	36	17	62.3
2 Vasco	69	38	19	12	7	57	40	17	60.5
3 Fluminense	63	38	20	3	15	60	51	9	55.3
4 Flamengo	61	38	15	16	7	59	47	12	53.5
5 Internacional	60	38	16	12	10	57	43	14	52.6
6 São Paulo	59	38	16	11	11	57	46	11	51.8
7 Figueirense	58	38	15	13	10	46	45	1	50.9
8 Coritiba	57	38	16	9	13	57	41	16	50.0
9 Botafogo	56	38	16	8	14	52	49	3	49.1
10 Santos	53	38	15	8	15	55	55	0	46.5
11 Palmeiras	50	38	11	17	10	43	39	4	43.9
12 Grêmio	48	38	13	9	16	49	57	-8	42.1
13 Atlético-GO	48	38	12	12	14	50	45	5	42.1
14 Bahia	46	38	11	13	14	43	49	-6	40.4
15 Atlético-MG	45	38	13	6	19	50	60	-10	39.5
16 Cruzeiro	43	38	11	10	17	48	51	-3	37.7
17 Atlético-PR	41	38	10	11	17	38	55	-17	36.0
18 Ceará	39	38	10	9	19	47	64	-17	34.2
19 América-MG	37	38	8	13	17	51	69	-18	32.5
20 Avaí	31	38	7	10	21	45	75	-30	27.2

Figura10: Resultados esperados para a tabela do Campeonato Brasileiro de Futebol 2011 38ª rodada a partir dos números da 37ª rodada e dos resultados dos confrontos da 38ª rodada. Fonte < <http://futpedia.globo.com/campeonato/campeonato-brasileiro/2011/#/fase=fase-unica/rodada=38>>, acesso: 01/03/2018.



Prova: _____
 Teste: _____
 Trab.: _____

Nome:	Resultados Esperados		
Turma:	1002	Ensino:	Medio
		Data:	09/03/2018
Trabalho de Matemática - 1º Ano - Prof. Rodrigo da Silva Macedo			

Média: _____

Considere a tabela do Campeonato Brasileiro de Futebol do ano de 2011 da 36ª rodada, onde a vitória (V) de cada time vale 3 pontos, cada empate (E) vale 1 ponto e cada derrota (D) não vale nenhum ponto. Considere também que o saldo de gols (SG) de um time é a diferença entre a quantidade de gols pró (GP) e a quantidade de gols contra (GC). Nesse tipo de campeonato com 20 times, todos se enfrentam duas vezes, onde cada jogo tem uma dupla de times.

1) Escreva uma expressão matemática que relacione a quantidade de pontos ganhos de cada time (PG) com a quantidade de vitórias (V), de empates (E) e derrotas (D). Complete a coluna (PG) para cada time.

$$PG = 3.V + E$$

2) Escreva uma expressão matemática que relacione a quantidade de jogos de cada time (J) com a quantidade de vitórias (V), de empates (E) e derrotas (D). Complete a coluna (J) para cada time.

$$J = V + E + D$$

3) Escreva uma expressão matemática que relacione o saldo de gols (SG) e a quantidade de gols pró (GP) e gols contra (GC). Complete a coluna (SG) para cada time.

$$SG = GP - GC$$

4) Relacione o aproveitamento de cada time (%) com a quantidade de pontos ganhos (PG) e a quantidade máxima de pontos possíveis. Complete a coluna (%) para cada time.

$$\% = PG/3.J$$

5) Mostre que o campeonato tem 38 rodadas, com 10 jogos em cada rodada.
 Cada um dos vinte times jogará 19.2 = 38 vezes. Como os jogos são feitos dois a dois, cada rodada tem 20/2 = 10 jogos.

6) Com os resultados da 36ª rodada, e sabendo que ainda faltam duas rodadas para encerrar o campeonato, responda:

a) Quais times podem atingir a 1ª colocação (campeão)? Justifique.

De acordo com a tabela, e por estarem em jogo mais 8 pontos, só podem atingir a 1ª colocação os times que tem acima de 87 - 8 = 81 pontos. No caso, Corinthians, Vasco e Fluminense.

b) Quais times podem atingir uma das quatro últimas colocações (rebaixamento)? Já existe algum time rebaixado? Justifique.

Podem ser rebaixados os times que estão na zona da soma de pontos do 17º colocado por 8 (38 + 8 = 44). No caso, Atlético-GO, Atlético-MG, Bahia e Cruzeiro, além dos quatro últimos colocados. Como 30 + 8 = 38 não ultrapassa o 18º colocado com 38 pontos, o Avas já está rebaixado.

7) Com os resultados dos enfrentamentos da 37ª rodada, complete a tabela do Campeonato 2011 (37ª rodada) seguindo as mesmas regras que foram usadas para a 36ª rodada, e responda:

a) Já existe um time campeão? Quais times podem atingir a 1ª colocação (campeão) e quais são suas probabilidades? Justifique.

De acordo com a tabela, e por estarem em jogo mais 3 pontos, só podem atingir a 1ª colocação os times que tem acima de 71 - 3 = 68 pontos. No caso, somente Corinthians e Vasco.
 Para ser campeão e ultrapassar o Corinthians, o Vasco precisa vencer o jogo da última rodada e sofrer para uma derrota do Corinthians (1 possibilidade em 8 possíveis), enquanto o Corinthians tem a seu favor as possibilidades restantes (8 em 8 possíveis).

b) Quais times podem atingir uma das quatro últimas colocações (rebaixamento)? Já existe algum time rebaixado? Justifique.

Podem ser rebaixados os times que estão na zona da soma de pontos do 17º colocado por 3 (38 + 3 = 42). No caso, somente o Cruzeiro, além dos quatro últimos colocados. Como 30 + 3 = 33 e 37 + 3 = 40 não ultrapassam o 18º colocado com 40 pontos, o Avas e América-MG já estão rebaixados.

8) Com os resultados dos enfrentamentos da 38ª rodada, complete a tabela do Campeonato 2011 (38ª rodada), determinando o time campeão e os times rebaixados.

Resultados na tabela.

Figura 11: Resultados esperados para a atividade da figura 3.

5. RESULTADOS FINAIS

As aplicações das atividades foram realizadas em cinco aulas, de 50 minutos cada, durante uma semana. No primeiro dia foi apresentado o objetivo da atividade, explicando as expressões que compõem a tabela do campeonato de futebol, exposição das regras e análise do passo-a-passo de cada item da atividade. Foi posto que seria simulada a evolução do campeonato brasileiro de futebol a partir da 36ª rodada até o final do campeonato, com análise de eventos que envolvem a conquista do campeonato, 1ª colocação, e a “fuga” da zona de rebaixamento, as quatro últimas colocações.

A turma foi dividida em duplas e distribuídas para cada dupla uma ficha em branco da 36ª rodada e uma lista de atividades propostas. As quatro primeiras questões da lista de atividades estavam voltadas para determinar uma expressão matemática que poderia ser utilizada para determinar os valores que seriam colocados nas colunas em branco e a questão número 5 discutia sobre a quantidade de rodadas e de jogos. Para o cálculo de saldo de gols (SG) envolvendo número negativo e no cálculo de aproveitamento (%) envolvendo razão de números naturais os alunos fizeram os cálculos, e as aproximações, com uso de uma calculadora.

Campeonato Brasileiro de Futebol 2011 - 36ª rodada

CLASSIFICAÇÃO	PG	J	V	E	D	GP	GC	SG	%
1	Corinthians		20	7	9	52	36		
2	Vasco		18	11	7	54	38		
3	Fluminense		20	2	14	58	48		
4	Internacional	57	15	12	9	56	42		
5	Figueirense	57	15	12	9	45	43		
6	Flamengo	57	14	15	7	57	46		
7	São Paulo	56	15	11	10	53	44		
8	Botafogo	55	16	7	13	51	44		
9	Coritiba	54	15	9	12	56	40		
10	Santos	52	15	7	14	53	50		
11	Grêmio	47	13	8	15	47	54		
12	Palmeiras	46	10	16	10	42	39		
13	Atlético-GO	44	11	11	14	43	42		
14	Atlético-MG	42	12	6	18	45	54		
15	Bahia	42	10	12	14	40	47		
16	Cruzeiro	39	10	9	17	40	48		
17	Ceará	38	10	8	18	44	60		
18	Atlético-PR	38	9	11	16	36	53		
19	América-MG	34	7	13	16	48	63		
20	Avaí	30	7	9	20	44	73		

PG=Pontos Ganhos, J=Jogos, V=Vitórias, E=Empates, D=Derrotas, GP=Gols Pró, GC=Gols Contra, SG=Saldo de Gols, %=aproveitamento

Campeonato Brasileiro de Futebol 2011 - 36ª rodada

CLASSIFICAÇÃO	PG	J	V	E	D	GP	GC	SG	%	
1	Corinthians	67	36	20	7	9	52	36	16	62
2	Vasco	65	36	18	11	7	54	38	16	60
3	Fluminense	62	36	20	2	14	58	48	10	57
4	Internacional	57	36	15	12	9	56	42	14	52
5	Figueirense	57	36	15	12	9	45	43	02	52
6	Flamengo	60	36	14	15	7	57	46	11	55
7	São Paulo	56	36	15	11	10	53	44	09	51
8	Botafogo	55	36	16	7	13	51	44	07	50
9	Coritiba	54	36	15	9	12	56	40	16	50
10	Santos	52	36	15	7	14	53	50	03	48
11	Grêmio	47	36	13	8	15	47	54	-7	43
12	Palmeiras	46	36	10	16	10	42	39	03	42
13	Atlético-GO	44	36	11	11	14	43	42	-1	40
14	Atlético-MG	42	36	12	6	18	45	54	-9	38
15	Bahia	42	36	10	12	14	40	47	-7	38
16	Cruzeiro	39	36	10	9	17	40	48	-8	36
17	Ceará	38	36	10	8	18	44	60	-16	35
18	Atlético-PR	38	36	9	11	16	36	53	-17	35
19	América-MG	34	36	7	13	16	48	63	-15	34
20	Avaí	30	36	7	9	20	44	73	-29	27

PG=Pontos Ganhos, J=Jogos, V=Vitórias, E=Empates, D=Derrotas, GP=Gols Pró, GC=Gols Contra, SG=Saldo de Gols, %=aproveitamento

Campeonato Brasileiro de Futebol 2011 - 36ª rodada

CLASSIFICAÇÃO	P	J	V	E	D	GP	GC	SG	%	
1	Corinthians	67	36	20	7	9	52	36	24	62
2	Vasco	65	36	18	11	7	54	38	24	60
3	Fluminense	62	36	20	2	14	58	48	10	57
4	Internacional	57	36	15	12	9	56	42	14	52
5	Figueirense	57	36	15	12	9	45	43	2	52
6	Flamengo	57	36	14	15	7	57	46	11	52
7	São Paulo	56	36	15	11	10	53	44	9	51
8	Botafogo	55	36	16	7	13	51	44	7	51
9	Coritiba	54	36	15	9	12	56	40	16	50
10	Santos	52	36	15	7	14	53	50	-3	48
11	Grêmio	47	36	13	8	15	47	54	-7	43
12	Palmeiras	46	36	10	16	10	42	39	3	42
13	Atlético-GO	44	36	11	11	14	43	42	1	40
14	Atlético-MG	42	36	12	6	18	45	54	-9	38
15	Bahia	42	36	10	12	14	40	47	-7	38
16	Cruzeiro	39	36	10	9	17	40	48	-8	36
17	Ceará	38	36	10	8	18	44	60	-16	35
18	Atlético-PR	38	36	9	11	16	36	53	-17	35
19	América-MG	34	36	7	13	16	48	63	-15	31
20	Avai	30	36	7	9	20	44	73	-29	27

P=Pontos Ganhos, J=Jogos, V=Vitórias, E=Empates, D=Derrotas, GP=Gols Pró, GC=Gols Contra, SG=Saldo de Gols, %=Aproveitamento

Campeonato Brasileiro de Futebol 2011 - 36ª rodada

CLASSIFICAÇÃO	P	J	V	E	D	GP	GC	SG	%	
1	Corinthians	67	36	20	7	9	52	36	16	62
2	Vasco	65	36	18	11	7	54	38	16	60
3	Fluminense	62	36	20	2	14	58	48	10	57
4	Internacional	57	36	15	12	9	56	42	14	52
5	Figueirense	57	36	15	12	9	45	43	2	52
6	Flamengo	57	36	14	15	7	57	46	11	52
7	São Paulo	56	36	15	11	10	53	44	9	51
8	Botafogo	55	36	16	7	13	51	44	7	51
9	Coritiba	54	36	15	9	12	56	40	16	50
10	Santos	52	36	15	7	14	53	50	-3	48
11	Grêmio	47	36	13	8	15	47	54	-7	43
12	Palmeiras	46	36	10	16	10	42	39	3	42
13	Atlético-GO	44	36	11	11	14	43	42	1	40
14	Atlético-MG	42	36	12	6	18	45	54	-9	38
15	Bahia	42	36	10	12	14	40	47	-7	38
16	Cruzeiro	39	36	10	9	17	40	48	-8	36
17	Ceará	38	36	10	8	18	44	60	-16	35
18	Atlético-PR	38	36	9	11	16	36	53	-17	35
19	América-MG	34	36	7	13	16	48	63	-15	31
20	Avai	30	36	7	9	20	44	73	-29	27

P=Pontos Ganhos, J=Jogos, V=Vitórias, E=Empates, D=Derrotas, GP=Gols Pró, GC=Gols Contra, SG=Saldo de Gols, %=Aproveitamento

Campeonato Brasileiro de Futebol 2011 - 36ª rodada

Clasificación de São Paulo após o jogo

CLASSIFICAÇÃO	PG	J	V	E	D	GP	GC	SG	%	
1	Corinthians	67	36	20	7	9	52	36	16	62%
2	Vasco	65	36	18	11	7	54	38	16	60%
3	Fluminense	62	36	20	2	14	58	48	10	57%
4	Internacional	57	36	15	12	9	56	42	14	52%
5	Figueirense	57	36	15	12	9	45	43	2	52%
6	Flamengo	57	36	14	15	7	57	46	11	52%
7	São Paulo	56	36	15	11	10	53	44	9	51%
8	Botafogo	55	36	16	7	13	51	44	7	50%
9	Coritiba	54	36	15	9	12	56	40	16	50%
10	Santos	52	36	15	7	14	53	50	3	48%
11	Grêmio	47	36	13	8	15	47	54	-7	43%
12	Palmeiras	46	36	10	16	10	42	39	3	42%
13	Atlético-GO	44	36	11	11	14	43	42	1	40%
14	Atlético-MG	42	36	12	6	18	45	54	-9	38%
15	Bahia	42	36	10	12	14	40	47	-7	38%
16	Cruzeiro	40	36	10	9	17	40	48	-8	36%
17	Ceará	38	36	10	8	18	44	60	-16	35%
18	Atlético-PR	38	36	9	11	16	36	53	-17	35%
19	América-MG	34	36	7	13	16	48	63	-15	31%
20	Avai	30	36	7	9	20	44	73	-29	27%

PG=Pontos Ganhos, J=Jogos, V=Vitórias, E=Empates, D=Derrotas, GP=Gols Pró, GC=Gols Contra, SG=Saldo de Gols, %=Aproveitamento

Campeonato Brasileiro de Futebol 2011 - 36ª rodada

CLASSIFICAÇÃO	PG	J	V	E	D	GP	GC	SG	%	
1	Corinthians	67	36	20	7	9	52	36	16	62%
2	Vasco	65	36	18	11	7	54	38	16	60%
3	Fluminense	62	36	20	2	14	58	48	10	57%
4	Internacional	57	36	15	12	9	56	42	14	52%
5	Figueirense	57	36	15	12	9	45	43	2	52%
6	Flamengo	57	36	14	15	7	57	46	11	52%
7	São Paulo	56	36	15	11	10	53	44	9	51%
8	Botafogo	55	36	16	7	13	51	44	7	50%
9	Coritiba	54	36	15	9	12	56	40	16	50%
10	Santos	52	36	15	7	14	53	50	3	48%
11	Grêmio	47	36	13	8	15	47	54	-7	43%
12	Palmeiras	46	36	10	16	10	42	39	3	42%
13	Atlético-GO	44	36	11	11	14	43	42	1	40%
14	Atlético-MG	42	36	12	6	18	45	54	-9	38%
15	Bahia	42	36	10	12	14	40	47	-7	38%
16	Cruzeiro	40	36	10	9	17	40	48	-8	36%
17	Ceará	38	36	10	8	18	44	60	-16	35%
18	Atlético-PR	38	36	9	11	16	36	53	-17	35%
19	América-MGO	34	36	7	13	16	48	63	-15	31%
20	Avai	30	36	7	9	20	44	73	-29	27%

PG=Pontos Ganhos, J=Jogos, V=Vitórias, E=Empates, D=Derrotas, GP=Gols Pró, GC=Gols Contra, SG=Saldo de Gols, %=Aproveitamento

Campeonato Brasileiro de Futebol 2011 - 36ª rodada

CLASSIFICAÇÃO	PG	J	V	E	D	GP	GC	SG	%
1 - Corinthians	67	36	20	7	9	52	36	16	62%
2 - Vasco	65	36	18	11	7	54	38	16	60%
3 - Fluminense	62	36	20	2	14	58	48	10	59%
4 - Internacional	57	36	15	12	9	56	42	14	52%
5 - Figueirense	57	36	15	12	9	45	43	2	52%
6 - Flamengo	57	36	14	15	7	57	46	11	52%
7 - São Paulo	56	36	15	11	10	53	44	9	51%
8 - Botafogo	55	36	16	7	13	51	44	7	50%
9 - Coritiba	54	36	15	9	12	56	40	16	50%
10 - Santos	52	36	15	7	14	53	50	3	48%
11 - Grêmio	47	36	13	8	15	47	54	-7	43%
12 - Palmeiras	46	36	10	16	10	42	39	3	42%
13 - Atlético-GO	44	36	11	11	14	43	42	1	40%
14 - Atlético-MG	42	36	12	6	18	45	54	-9	38%
15 - Bahia	42	36	10	12	14	40	47	-7	38%
16 - Cruzeiro	39	36	10	9	17	40	48	-8	36%
17 - Ceará	38	36	10	8	18	44	60	-16	25%
18 - Atlético-PR	38	36	9	11	16	36	53	-17	35%
19 - América-MG	34	36	7	13	16	48	63	-15	31%
20 - Avasi	30	36	7	9	20	44	73	-29	22%

PG=Pontos Ganhos, J=Jogos, V=Vitórias, E=Empates, D=Derrotas, GP=Gols Pró, GC=Gols Contra, SG=Saldo de Gols, %=Desempenho

Campeonato Brasileiro de Futebol 2011 - 36ª rodada

CLASSIFICAÇÃO	PG	J	V	E	D	GP	GC	SG	%
1 - Corinthians	67	36	20	7	9	52	36	16	62%
2 - Vasco	65	36	18	11	7	54	38	16	60%
3 - Fluminense	62	36	20	2	14	58	48	10	59%
4 - Internacional	57	36	15	12	9	56	42	14	52%
5 - Figueirense	57	36	15	12	9	45	43	2	52%
6 - Flamengo	57	36	14	15	7	57	46	11	52%
7 - São Paulo	56	36	15	11	10	53	44	9	51%
8 - Botafogo	55	36	16	7	13	51	44	7	50%
9 - Coritiba	54	36	15	9	12	56	40	16	50%
10 - Santos	52	36	15	7	14	53	50	3	48%
11 - Grêmio	47	36	13	8	15	47	54	-7	43%
12 - Palmeiras	46	36	10	16	10	42	39	3	42%
13 - Atlético-GO	44	36	11	11	14	43	42	1	40%
14 - Atlético-MG	42	36	12	6	18	45	54	-9	38%
15 - Bahia	42	36	10	12	14	40	47	-7	38%
16 - Cruzeiro	39	36	10	9	17	40	48	-8	36%
17 - Ceará	38	36	10	8	18	44	60	-16	25%
18 - Atlético-PR	38	36	9	11	16	36	53	-17	35%
19 - América-MG	34	36	7	13	16	48	63	-15	31%
20 - Avasi	30	36	7	9	20	44	73	-29	22%

PG=Pontos Ganhos, J=Jogos, V=Vitórias, E=Empates, D=Derrotas, GP=Gols Pró, GC=Gols Contra, SG=Saldo de Gols, %=Desempenho

Campeonato Brasileiro de Futebol 2011 - 36ª rodada

CLASSIFICAÇÃO	P	J	V	E	D	GP	GC	SG	%
1 Corinthians	67	36	20	7	9	52	36	16	62
2 Vasco	65	36	18	11	7	54	38	16	60
3 Fluminense	62	36	20	2	14	58	48	10	57
4 Internacional	57	36	15	12	9	56	42	14	52
5 Figueirense	57	36	15	12	9	45	43	2	52
6 Flamengo	57	36	14	15	7	57	46	11	52
7 São Paulo	56	36	15	11	10	53	44	9	51
8 Botafogo	55	36	16	7	13	51	44	7	50
9 Coritiba	54	36	15	9	12	56	40	16	50
10 Santos	52	36	15	7	14	53	50	3	48
11 Grêmio	47	36	13	8	15	47	54	-7	43
12 Palmeiras	46	36	10	16	10	42	39	3	42
13 Atlético-GO	44	36	11	11	14	43	42	1	40
14 Atlético-MG	42	36	12	6	18	45	54	-9	38
15 Bahia	42	36	10	12	14	40	47	-7	38
16 Cruzeiro	39	36	10	9	17	40	48	-8	36
17 Ceará	38	36	10	8	18	44	60	-16	36
18 Atlético-PR	38	36	9	11	16	36	53	-17	35
19 América-MG	34	36	7	13	16	48	63	-15	31
20 Avai	30	36	7	9	20	44	73	-29	27

P=Pontos Ganhos, J=Jogos, V=Vitórias, E=Empates, D=Derrotas, GP=Gols Pró, GC=Gols Contra, SG=Saldo de Gols, %=Porcentagem

Campeonato Brasileiro de Futebol 2011 - 36ª rodada

CLASSIFICAÇÃO	P	J	V	E	D	GP	GC	SG	%
1 Corinthians ↑	67	36	20	7	9	52	36	16	62
2 Vasco ↑	65	36	18	11	7	54	38	16	60
3 Fluminense ↓	62	36	20	2	14	58	48	10	57
5 Internacional ↓	57	36	15	12	9	56	42	14	52
6 Figueirense ↓	57	36	15	12	9	45	43	2	52
4 Flamengo ↑	57	36	14	15	7	57	46	11	52
7 São Paulo ↓	56	36	15	11	10	53	44	9	51
16 Botafogo ↑	55	36	16	7	13	51	44	7	50
9 Coritiba ↑	54	36	15	9	12	56	40	16	50
10 Santos →	52	36	15	7	14	53	50	3	48
11 Grêmio →	47	36	13	8	15	47	54	-7	43
12 Palmeiras ↑	46	36	10	16	10	42	39	3	42
13 Atlético-GO →	44	36	11	11	14	43	42	1	40
14 Atlético-MG ↑	42	36	12	6	18	45	54	-9	38
15 Bahia →	42	36	10	12	14	40	47	-7	38
16 Cruzeiro →	39	36	10	9	17	40	48	-8	36
17 Ceará →	38	36	10	8	18	44	60	-16	36
18 Atlético-PR ↓	38	36	9	11	16	36	53	-17	35
19 América-MG ↑	34	36	7	13	16	48	63	-15	31
20 Avai ↓	30	36	7	9	20	44	73	-29	27

P=Pontos Ganhos, J=Jogos, V=Vitórias, E=Empates, D=Derrotas, GP=Gols Pró, GC=Gols Contra, SG=Saldo de Gols, %=Porcentagem

1) Escreva uma expressão matemática que relacione a quantidade de pontos ganhos de cada time (PG) com a quantidade de vitórias (V), de empates (E) e derrotas (D). Complete a coluna (PG) para cada time.

$$PG = 3 \cdot 20 + 7 = 67$$

2) Escreva uma expressão matemática que relacione a quantidade de jogos de cada time (J) com a quantidade de vitórias (V), de empates (E) e derrotas (D). Complete a coluna (J) para cada time.

$$J = 76$$

3) Escreva uma expressão matemática que relacione o saldo de gols (SG) e a quantidade de gols pró (GP) e gols contra (GC). Complete a coluna (SG) para cada time.

$$36 = 67 - 66$$

4) Relacione o aproveitamento de cada time (%) com a quantidade de pontos ganhos (PG) e a quantidade máxima de pontos possíveis. Complete a coluna (%) para cada time.

$$Q.P. Possível = 315$$

$$Q.P.; PG$$

5) Mostre que o campeonato tem 38 rodadas, com 10 jogos em cada rodada.

$$M = 22 = 33$$

$$20 \div 2 = 10$$

1) Escreva uma expressão matemática que relacione a quantidade de pontos ganhos de cada time (PG) com a quantidade de vitórias (V), de empates (E) e derrotas (D). Complete a coluna (PG) para cada time.

$$PG = 3 \cdot V + E$$

2) Escreva uma expressão matemática que relacione a quantidade de jogos de cada time (J) com a quantidade de vitórias (V), de empates (E) e derrotas (D). Complete a coluna (J) para cada time.

$$J = V + E + D$$

3) Escreva uma expressão matemática que relacione o saldo de gols (SG) e a quantidade de gols pró (GP) e gols contra (GC). Complete a coluna (SG) para cada time.

$$SG = GP - GC$$

4) Relacione o aproveitamento de cada time (%) com a quantidade de pontos ganhos (PG) e a quantidade máxima de pontos possíveis. Complete a coluna (%) para cada time.

Aproveitamento (%) $APROV = \frac{PG}{33}$
 Quant. Pontos possíveis: 33
 Quant. Pontos: PG

5) Mostre que o campeonato tem 38 rodadas, com 10 jogos em cada rodada.

$$R: \begin{array}{r} 38 \\ \times 10 \\ \hline 380 \text{ jogos} \end{array}$$

1) Escreva uma expressão matemática que relacione a quantidade de pontos ganhos de cada time (PG) com a quantidade de vitórias (V), de empates (E) e derrotas (D). Complete a coluna (PG) para cada time.

$$PG = 3 \cdot V + E$$

2) Escreva uma expressão matemática que relacione a quantidade de jogos de cada time (J) com a quantidade de vitórias (V), de empates (E) e derrotas (D). Complete a coluna (J) para cada time.

$$J = V + E + D$$

3) Escreva uma expressão matemática que relacione o saldo de gols (SG) e a quantidade de gols pró (GP) e gols contra (GC). Complete a coluna (SG) para cada time.

$$SG = GP - GC$$

4) Relacione o aproveitamento de cada time (%) com a quantidade de pontos ganhos (PG) e a quantidade máxima de pontos possíveis. Complete a coluna (%) para cada time.

$$\text{Aprov.} = \frac{PG}{3 \cdot J}$$

5) Mostre que o campeonato tem 38 rodadas, com 10 jogos em cada rodada.

1) Escreva uma expressão matemática que relacione a quantidade de pontos ganhos de cada time (PG) com a quantidade de vitórias (V), de empates (E) e derrotas (D). Complete a coluna (PG) para cada time.

$$PG = 3 \cdot V + E$$

2) Escreva uma expressão matemática que relacione a quantidade de jogos de cada time (J) com a quantidade de vitórias (V), de empates (E) e derrotas (D). Complete a coluna (J) para cada time.

$$J = V + E + D$$

3) Escreva uma expressão matemática que relacione o saldo de gols (SG) e a quantidade de gols pró (GP) e gols contra (GC). Complete a coluna (SG) para cada time.

$$SG = GP - GC$$

4) Relacione o aproveitamento de cada time (%) com a quantidade de pontos ganhos (PG) e a quantidade máxima de pontos possíveis. Complete a coluna (%) para cada time.

$$\text{Aprov.} = \frac{PG}{3 \cdot J} \Rightarrow \frac{65}{108} = 0,6018518518518518$$

5) Mostre que o campeonato tem 38 rodadas, com 10 jogos em cada rodada.

1) Escreva uma expressão matemática que relacione a quantidade de pontos ganhos de cada time (PG) com a quantidade de vitórias (V), de empates (E) e derrotas (D). Complete a coluna (PG) para cada time.

$$PG = 3V + E$$

2) Escreva uma expressão matemática que relacione a quantidade de jogos de cada time (J) com a quantidade de vitórias (V), de empates (E) e derrotas (D). Complete a coluna (J) para cada time.

$$J = V + E + D$$

3) Escreva uma expressão matemática que relacione o saldo de gols (SG) e a quantidade de gols pró (GP) e gols contra (GC). Complete a coluna (SG) para cada time.

$$SG = GP - GC$$

4) Relacione o aproveitamento de cada time (%) com a quantidade de pontos ganhos (PG) e a quantidade máxima de pontos possíveis. Complete a coluna (%) para cada time.

$$\% = \frac{PG}{3 \cdot J}$$

5) Mostre que o campeonato tem 38 rodadas, com 10 jogos em cada rodada.

$$20 - 1 = 19 \times 2 = 38$$
$$2 \times 19 = 38$$

1) Escreva uma expressão matemática que relacione a quantidade de pontos ganhos de cada time (PG) com a quantidade de vitórias (V), de empates (E) e derrotas (D). Complete a coluna (PG) para cada time.

$$PG = 3V + E$$

2) Escreva uma expressão matemática que relacione a quantidade de jogos de cada time (J) com a quantidade de vitórias (V), de empates (E) e derrotas (D). Complete a coluna (J) para cada time.

$$J = V + E + D$$

3) Escreva uma expressão matemática que relacione o saldo de gols (SG) e a quantidade de gols pró (GP) e gols contra (GC). Complete a coluna (SG) para cada time.

$$SG = GP - GC$$

4) Relacione o aproveitamento de cada time (%) com a quantidade de pontos ganhos (PG) e a quantidade máxima de pontos possíveis. Complete a coluna (%) para cada time.

$$\text{Aprov.} = \frac{PG}{3 \cdot J}$$

5) Mostre que o campeonato tem 38 rodadas, com 10 jogos em cada rodada.

$$\begin{array}{r} 19 \\ \times 2 \\ \hline 38 \end{array}$$

1) Escreva uma expressão matemática que relacione a quantidade de pontos ganhos de cada time (PG) com a quantidade de vitórias (V), de empates (E) e derrotas (D). Complete a coluna (PG) para cada time.

$$PG = 3 \cdot V + E$$

2) Escreva uma expressão matemática que relacione a quantidade de jogos de cada time (J) com a quantidade de vitórias (V), de empates (E) e derrotas (D). Complete a coluna (J) para cada time.

$$J = V + E + D$$

3) Escreva uma expressão matemática que relacione o saldo de gols (SG) e a quantidade de gols pró (GP) e gols contra (GC). Complete a coluna (SG) para cada time.

$$SG = GP - GC$$

4) Relacione o aproveitamento de cada time (%) com a quantidade de pontos ganhos (PG) e a quantidade máxima de pontos possíveis. Complete a coluna (%) para cada time.

Quantidade de pontos possíveis
 $3 \cdot J$
Quant. pontos = $\frac{PG}{3 \cdot J}$

5) Mostre que o campeonato tem 38 rodadas, com 10 jogos em cada rodada.

$$19 \times 2 = 38$$

1) Escreva uma expressão matemática que relacione a quantidade de pontos ganhos de cada time (PG) com a quantidade de vitórias (V), de empates (E) e derrotas (D). Complete a coluna (PG) para cada time.

$$PG = 3 \cdot V + E$$

2) Escreva uma expressão matemática que relacione a quantidade de jogos de cada time (J) com a quantidade de vitórias (V), de empates (E) e derrotas (D). Complete a coluna (J) para cada time.

$$J = V + E + D$$

3) Escreva uma expressão matemática que relacione o saldo de gols (SG) e a quantidade de gols pró (GP) e gols contra (GC). Complete a coluna (SG) para cada time.

$$SG = GP - GC$$

4) Relacione o aproveitamento de cada time (%) com a quantidade de pontos ganhos (PG) e a quantidade máxima de pontos possíveis. Complete a coluna (%) para cada time.

5) Mostre que o campeonato tem 38 rodadas, com 10 jogos em cada rodada.

1) Escreva uma expressão matemática que relacione a quantidade de pontos ganhos de cada time (PG) com a quantidade de vitórias (V), de empates (E) e derrotas (D). Complete a coluna (PG) para cada time.

$$PG = 3 \cdot V + E$$

2) Escreva uma expressão matemática que relacione a quantidade de jogos de cada time (J) com a quantidade de vitórias (V), de empates (E) e derrotas (D). Complete a coluna (J) para cada time.

$$J = V + E + D$$

3) Escreva uma expressão matemática que relacione o saldo de gols (SG) e a quantidade de gols pró (GP) e gols contra (GC). Complete a coluna (SG) para cada time.

$$SG = GP - GC$$

4) Relacione o aproveitamento de cada time (%) com a quantidade de pontos ganhos (PG) e a quantidade máxima de pontos possíveis. Complete a coluna (%) para cada time.

$$P = \frac{PG}{3 \cdot J}$$

5) Mostre que o campeonato tem 38 rodadas, com 10 jogos em cada rodada.

Com a tabela completa da 36ª rodada em mãos, os estudantes puderam analisar o que se propunha na questão 6 da atividade, com relação aos possíveis times campeões e os possíveis rebaixados até o final do campeonato. Nesse momento foram debatidas questões envolvendo pontuação máxima que poderia ser atingida por cada time já sabendo cada confronto próximo, sem ainda os resultados e sem cálculo de probabilidade. Os alunos tiveram dificuldade na escrita da justificativa para a exposição dos possíveis campeões e rebaixados, mas alguns souberam expor e explicar verbalmente cada motivo. Os resultados estão expostos a seguir.

6) Com os resultados da 36ª rodada, e sabendo que ainda faltam duas rodadas para encerrar o campeonato, responda:

a) Quais times podem atingir a 1ª colocação (campeão)? Justifique.

Vasco e Fluminense

b) Quais times podem atingir uma das quatro últimas colocações (rebaixamento)? Já existe algum time rebaixado? Justifique.

Asi...

6) Com os resultados da 36ª rodada, e sabendo que ainda faltam duas rodadas para encerrar o campeonato, responda:

a) Quais times podem atingir a 1ª colocação (campeão)? Justifique.

Corinthians, Vasco e Fluminense

b) Quais times podem atingir uma das quatro últimas colocações (rebaixamento)? Já existe algum time rebaixado? Justifique.

*Ceará, Atlético-PA
América-MG
AVAI*

6) Com os resultados da 36ª rodada, e sabendo que ainda faltam duas rodadas para encerrar o campeonato, responda:

a) Quais times podem atingir a 1ª colocação (campeão)? Justifique.

Corinthians, porque tem mais pontuação.

b) Quais times podem atingir uma das quatro últimas colocações (rebaixamento)? Já existe algum time rebaixado? Justifique.

Cruzeiro, porque eles está com saldo negativo.

6) Com os resultados da 36ª rodada, e sabendo que ainda faltam duas rodadas para encerrar o campeonato, responda:

a) Quais times podem atingir a 1ª colocação (campeão)? Justifique.

Vasco e Fluminense

b) Quais times podem atingir uma das quatro últimas colocações (rebaixamento)? Já existe algum time rebaixado? Justifique.

Ceará, América-MG, Atlético-PA

6) Com os resultados da 36ª rodada, e sabendo que ainda faltam duas rodadas para encerrar o campeonato, responda:

a) Quais times podem atingir a 1ª colocação (campeão)? Justifique.

Corinthians ou Vasco.

Não tem campeão

b) Quais times podem atingir uma das quatro últimas colocações (rebaixamento)? Já existe algum time rebaixado? Justifique.

Ceará, Atlético-PR, América-MG, Anápolis

Atlético-GO, Atlético-MG, Botafogo e

Paraná / CS, e Mar. pois de rebaixado

7) Com os resultados dos enfrentamentos da 37ª rodada, complete a tabela do Campeonato 2011 (37ª rodada) seguindo as mesmas regras que foram usadas para a 36ª rodada, e responda:

a) Já existe um time campeão? Quais times podem atingir a 1ª colocação (campeão) e quais são suas probabilidades? Justifique.

Não, Corinthians ou Vasco

b) Quais times podem atingir uma das quatro últimas colocações (rebaixamento)? Já existe algum time rebaixado? Justifique.

Ceará, Atlético-PR, América-MG, Anápolis

Todos os times acima

8) Com os resultados dos enfrentamentos da 38ª rodada, complete a tabela do Campeonato 2011 (38ª rodada), determinando o time campeão e os times rebaixados.

na lista em que está

6) Com os resultados da 36ª rodada, e sabendo que ainda faltam duas rodadas para encerrar o campeonato, responda:

a) Quais times podem atingir a 1ª colocação (campeão)? Justifique.

Corinthians, Vasco e Fluminense.

Porque são os que tem mais de 61 pontos e o mínimo tem 61 - 55

b) Quais times podem atingir uma das quatro últimas colocações (rebaixamento)? Já existe algum time rebaixado? Justifique.

Ceará, Atlético-PR, América-MG e Anápolis porque são os que estão com menos pontos.

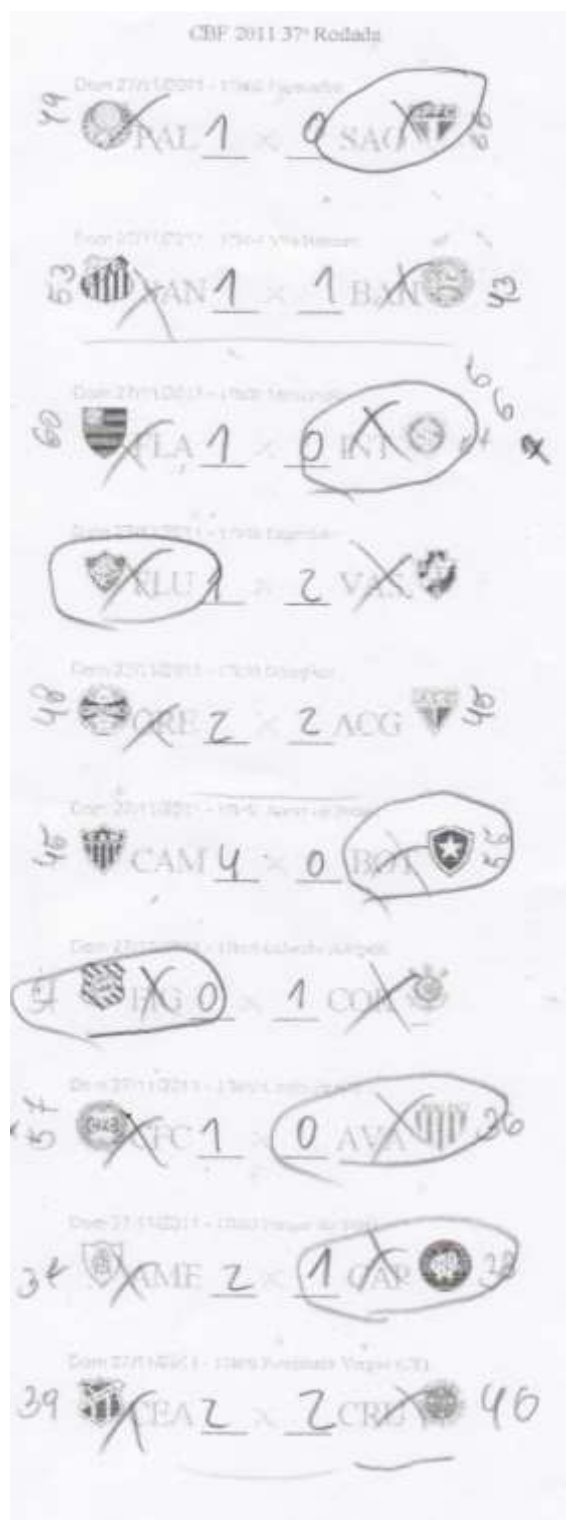
6) Com os resultados da 36ª rodada, e sabendo que ainda faltam duas rodadas para encerrar o campeonato, responda:

a) Quais times podem atingir a 1ª colocação (campeão)? Justifique. Vasco e fluminense

b) Quais times podem atingir uma das quatro últimas colocações (rebaixamento)? Já existe algum time rebaixado? Justifique.

Leão, Atlético-MG e Atlético-GO. São, e Anápolis.

Para dar prosseguimento na atividade, e elaboração da tabela da 37ª rodada, foram fornecidos os resultados dos confrontos dessa rodada. Os alunos anotaram os resultados em um documento apropriado, porém se destaca uma dupla que, além de anotar os resultados, organizou a pontuação atingida de cada time, facilitando a sua transferência para a tabela.



Com os resultados das partidas da 37ª rodada os alunos completaram a tabela da rodada e puderam responder à questão 7 da atividade sobre possíveis campeões, e se continuavam os mesmos possíveis da rodada anterior e agora com cálculo de probabilidade, e rebaixados, e os possíveis rebaixado, se continuavam os mesmos da rodada anterior e se tinham mais times sem chances de escapar do rebaixamento.

Na montagem da tabela da 37ª rodada, os estudantes perceberam que alguns times mudaram de posição em relação à tabela anterior, recebendo orientação para escreverem na ordem preferida, porém colocando ao lado do nome do time a sua colocação efetiva na tabela. As dificuldades encontradas na confecção da tabela da 37ª rodada foram sanadas em relação à 36ª rodada, só que essa confecção foi mais trabalhosa por estar totalmente em branco e por ter que relacionar os números anteriores com os resultados da rodada, plotando tudo nos campos da tabela. Mas isso tudo foi feito sem grandes dificuldades.

Percebe-se com os trabalhos a seguir que os discentes, comparando com o início da atividade, conjecturaram melhor as possibilidades para o campeão e para o rebaixamento. Nesse nível da atividade os estudantes perceberam o objetivo do trabalho, onde se estava simulando o desenvolvimento do campeonato com todas as nuances matemáticas envolvidas. As expressões iniciais foram úteis na confecção mais rápida da tabela.

O cálculo da probabilidade sugerido na questão 7 da atividade foi por mim explicado com um passo-a-passo dos possíveis resultados para os que tem no momento a possibilidade de ser campeão. Esse cálculo foi desenvolvido naturalmente pelos estudantes, que ainda relacionaram a razão que envolve a probabilidade (1 em 9 ou 8 em 9) com números racionais decimais e com porcentagem, como foi feito com o cálculo de aproveitamento.

A dificuldade encontrada nesse nível da atividade foi perceber que na disputa contra o rebaixamento se considerava primeiramente a quantidade de pontos ganhos e depois a quantidade de vitórias, ficando o saldo de gols em terceiro lugar no critério de desempate, segundo a regra do campeonato.

Campeonato Brasileiro de Futebol 2011 - 37ª rodada

CLASSIFICAÇÃO		Pt	J	V	E	D	GP	GC	SG	%
1	Corinthians	70	37	21	7	9	53	36	17	63%
2	Nordeste	62	37	19	11	7	56	39	17	61%
3	Fluminense	62	37	20	2	15	59	50	9	55%
4	Flamengo	60	37	15	15	7	58	46	12	54%
6	Coritiba	57	37	16	9	12	54	40	14	51%
7	Internacional	57	37	15	12	10	56	43	13	51%
8	Figueirense	57	37	15	12	10	45	43	2	51%
9	Botafogo	55	37	16	7	14	51	41	10	49%
10	Santos	53	37	15	8	14	54	51	3	47%
11	Palmeiras	49	37	11	16	10	43	39	4	43%
12	Grêmio	48	37	13	9	15	49	56	7	42%
13	Atlético-MG	48	37	13	6	18	49	54	5	39%
14	Atlético-GO	45	37	11	12	14	44	47	1	39%
15	Bahia	43	37	10	13	14	41	48	-7	32%
16	Guarani	40	37	10	10	17	42	50	-8	34%
17	Leão	39	37	10	9	18	46	62	-16	32%
18	Atlético-PR	26	37	9	12	16	49	65	-16	32%
19	América-MG	37	37	8	13	16	50	64	-14	31%
20	Cruzeiro	30	37	7	9	21	49	79	-30	29%
5	São Paulo	56	37	15	11	11	53	45	8	50%

Pt- Pontos Ganhos, J- Jogos, V- Vitórias, E- Empates, D- Derrotas, GP- Gols Pró, GC- Gols Contra, SG- Saldo de Gols, %- Porcentagem

Campeonato Brasileiro de Futebol 2011 - 37ª rodada

CLASSIFICAÇÃO		Pt	J	V	E	D	GP	GC	SG	%
1	Corinthians	70	37	21	7	9	53	36	17	63%
2	Nordeste	62	37	19	11	7	56	39	17	61%
3	Fluminense	62	37	20	2	15	59	50	9	55%
4	Flamengo	60	37	15	15	7	58	46	12	54%
6	Internacional	57	37	15	12	10	56	43	13	51%
7	Figueirense	57	37	15	12	10	45	43	2	51%
5	Botafogo	56	37	16	9	12	57	40	17	51%
8	São Paulo	56	37	16	11	10	53	45	8	50%
9	Botafogo	55	37	16	7	14	51	48	3	49%
10	Santos	53	37	15	8	14	54	51	3	47%
11	Palmeiras	49	37	11	16	10	43	39	4	43%
12	Grêmio	48	37	13	9	15	49	56	-7	43%
13	Atlético-MG	45	37	13	6	18	49	59	-10	40%
14	Atlético-GO	45	37	13	10	14	44	43	1	40%
15	Bahia	43	37	10	13	14	41	48	-7	38%
16	Guarani	40	37	10	10	17	42	50	-8	36%
17	Leão	39	37	10	9	18	46	62	-16	35%
18	Atlético-PR	26	37	9	12	16	49	65	-16	32%
19	América-MG	37	37	8	13	16	50	64	-14	33%
20	Cruzeiro	30	37	7	9	21	49	79	-30	29%

Pt- Pontos Ganhos, J- Jogos, V- Vitórias, E- Empates, D- Derrotas, GP- Gols Pró, GC- Gols Contra, SG- Saldo de Gols, %- Porcentagem

Campeonato Brasileiro de Futebol 2011 - 37ª rodada

CLASSIFICAÇÃO		PG	J	V	E	D	GP	GC	SG	%
1	Corinthians	70	37	21	7	9	53	36	17	63%
2	Vasco	68	37	19	11	7	56	39	17	61%
3	Fluminense	62	37	20	2	15	59	50	9	55%
4	Internacional	57	37	15	12	10	56	43	13	51%
5	Flamengo	57	37	15	12	10	45	44	1	51%
6	São Paulo	56	37	15	11	11	53	46	7	50%
7	Botafogo	55	37	16	7	14	51	48	3	49%
8	Santos	53	37	16	9	12	52	40	12	51%
9	Gremio	52	37	15	8	14	54	51	3	47%
10	Coritiba	48	37	13	9	15	49	56	-7	43%
11	Palmeiras	49	37	11	16	10	43	39	4	44%
12	Atlético-RO	45	37	11	12	14	45	44	1	46%
13	Atlético-MG	45	37	13	6	18	49	54	-5	40%
14	Bahia	43	37	10	13	14	41	48	-7	38%
15	Cruzeiro	40	37	10	9	18	42	50	-8	36%
16	Ceará	39	37	10	9	18	46	62	-16	35%
17	Atlético-PR	38	37	9	11	17	37	55	-18	34%
18	América-MG	37	37	8	13	16	50	64	-14	33%
19	Avai	30	37	7	9	21	44	74	-30	27%

P=Pontos; GP=Golos, V=Vitórias, E=Empates, D=Derrotas, GP=Gols Pró, GC=Gols Contra, SG=Saldo de Gols, %=Porcentagem

Campeonato Brasileiro de Futebol 2011 - 37ª rodada

CLASSIFICAÇÃO		PG	J	V	E	D	GP	GC	SG	%
1	CORINTHIANS	70	37	21	7	9	53	36	17	63%
2	VASCO	68	37	19	11	7	56	39	17	61%
3	FLUMIN.	62	37	20	2	15	59	50	9	55%
4	FLAMENGO	60	37	15	15	7	58	46	12	54
5	INTERNACIONAL	57	37	15	12	10	56	42	14	51
6	FIGUEIRENSE	57	37	15	12	10	45	43	2	51
7	CORITIBA	57	37	15	12	10	56	40	16	51
8	SÃO PAULO	56	37	15	11	11	53	44	9	50
9	BOTAFOGO	55	37	16	7	14	51	44	7	49
10	SANTOS	53	37	15	8	14	53	50	3	44
11	GREMIO	50	37	13	8	16	47	54	-7	43
12	PALMEIRAS	49	37	11	16	10	42	39	3	44
13	ATLÉTICO-MG	45	37	13	6	18	43	54	-11	39
14	ATLÉTICO-GO	45	37	11	12	14	43	42	1	39
15	BAHIA	43	37	10	12	15	40	47	-7	38
16	CRUZEIRO	40	37	10	10	17	40	48	-8	38
17	CEARÁ	39	37	10	9	18	44	60	-16	35
18	ATLÉTICO-PR	38	37	9	11	17	36	53	-17	34
19	AMÉRICA-MG	37	37	8	13	16	48	63	-15	33
20	AVAI	30	37	7	9	21	44	73	-29	27

P=Pontos; GP=Golos, V=Vitórias, E=Empates, D=Derrotas, GP=Gols Pró, GC=Gols Contra, SG=Saldo de Gols, %=Porcentagem

Campeonato Brasileiro de Futebol 2011 - 37ª rodada

CLASSIFICAÇÃO		PG	J	V	E	D	GP	GC	SG	%
1	Corinthians	60	37	21	7	9	53	36	17	63%
2	Flamengo	60	37	19	11	7	56	39	17	61%
3	Fluminense	62	37	20	2	15	60	50	9	55%
4	Internacional	60	37	15	15	7	52	46	6	54%
5	Atlético-MG	57	37	15	12	10	56	43	13	51%
6	Santos	57	37	12	12	13	45	44	1	51%
7	Botafogo	57	37	16	9	12	56	40	16	51%
8	São Paulo	56	37	15	11	11	53	44	9	50%
9	Grêmio	53	37	15	7	15	51	48	3	49%
10	Paraná	52	37	15	8	14	53	50	3	49%
11	Coritiba	50	37	13	8	16	47	59	-12	43%
12	Palmeiras	49	37	11	16	10	42	39	3	44%
13	Atlético-GO	45	37	11	12	14	43	42	1	38%
14	Atlético-PR	45	37	13	6	18	45	54	-9	39%
15	Náutico	43	37	10	12	15	40	47	-7	32%
16	Cruzeiro	42	37	10	10	17	40	48	-8	28%
17	Wanderlei	39	37	10	9	18	44	60	-16	30%
18	Atlético-PA	38	37	9	11	17	35	53	-18	34%
19	América-MG	37	37	3	13	16	48	63	-15	33%
20	Avaí	30	37	7	9	20	44	73	-29	21%

Fonte: Confederação Brasileira de Futebol, CBF, 2011. Última atualização: 03/11/2011.

Campeonato Brasileiro de Futebol 2011 - 37ª rodada

CLASSIFICAÇÃO		PG	J	V	E	D	GP	GC	SG	%
1	Corinthians	60	37	21	7	9	53	36	17	63%
2	Flamengo	60	37	19	11	7	56	39	17	61%
3	Fluminense	62	37	20	2	15	60	50	9	55%
4	Internacional	60	37	15	15	7	52	46	6	54%
5	Atlético-MG	57	37	15	12	10	56	43	13	51%
6	Santos	57	37	12	12	13	45	44	1	51%
7	Botafogo	57	37	16	9	12	56	40	16	51%
8	São Paulo	56	37	15	11	11	53	50	3	50%
9	Grêmio	53	37	15	7	15	51	48	3	49%
10	Paraná	52	37	15	8	14	53	50	3	49%
11	Coritiba	50	37	13	8	16	47	59	-12	43%
12	Palmeiras	49	37	11	16	10	42	39	3	44%
13	Atlético-GO	45	37	11	12	14	43	42	1	38%
14	Atlético-PR	45	37	13	6	18	45	54	-9	39%
15	Náutico	43	37	10	12	15	40	47	-7	32%
16	Cruzeiro	42	37	10	10	17	40	48	-8	28%
17	Wanderlei	39	37	10	9	18	44	60	-16	30%
18	Atlético-PA	38	37	9	11	17	35	53	-18	34%
19	América-MG	37	37	3	13	16	48	63	-15	33%
20	Avaí	30	37	7	9	20	44	73	-29	21%

Fonte: Confederação Brasileira de Futebol, CBF, 2011. Última atualização: 03/11/2011.

Campeonato Brasileiro de Futebol 2011 - 37ª rodada

CLASSIFICAÇÃO	PG	J	V	E	D	GP	GC	SG	%	
1	Corinthians	70	37	21	7	9	53	36	17	63%
2	Flamengo	68	37	19	11	7	56	39	17	61%
3	Fluminense	62	37	20	0	15	50	50	0	55%
4	Flamengo	63	37	15	15	7	58	46	12	56%
5	Internacional	57	37	16	8	12	57	40	17	52%
6	Vicente	57	37	15	12	10	56	43	13	52%
7	Coritiba	57	37	15	17	10	42	42	0	51%
8	São Paulo	56	37	16	7	18	53	48	5	50%
9	Bahia	55	37	15	6	14	52	51	1	48%
10	Santos	53	37	15	8	14	54	51	3	47%
11	Grêmio	48	37	15	8	15	49	56	-7	43%
12	Palmeiras	44	37	11	16	10	43	39	4	44%
13	Atlético-GO	44	37	12	12	13	45	44	1	40%
14	Atlético-MG	43	37	12	0	18	43	54	-11	40%
15	Bahia	43	37	10	13	14	41	48	-7	38%
16	Cruzeiro	40	37	20	10	17	62	50	-12	36%
17	Pescaria	39	37	10	0	18	46	60	-14	35%
18	Atlético-PR	38	37	0	11	17	36	57	-21	34%
19	América-MG	37	37	0	13	16	50	64	-14	33%
20	Coritiba	30	37	0	10	18	49	74	-25	27%

PG: Pontos Ganhos, J: Jogos, V: Vitórias, E: Empates, D: Derrotas, GP: Gols Pró, GC: Gols Contra, SG: Saldo de Gols, %: Aproveitamento

Campeonato Brasileiro de Futebol 2011 - 37ª rodada

CLASSIFICAÇÃO	PG	J	V	E	D	GP	GC	SG	%	
1	Corinthians	70	37	21	7	9	53	36	17	63%
2	Flamengo	68	37	19	11	7	56	39	17	61%
3	Fluminense	62	37	20	0	15	50	50	0	55%
4	Flamengo	63	37	15	15	7	58	46	12	56%
5	Internacional	57	37	16	8	12	57	40	17	52%
6	São Paulo	57	37	15	12	10	49	44	5	51%
7	Vicente	57	37	16	9	12	57	40	17	52%
8	Coritiba	56	37	15	11	11	53	45	8	50%
9	Bahia	55	37	16	7	14	52	48	4	48%
10	Santos	53	37	15	8	14	54	51	3	47%
11	Palmeiras	49	37	13	4	15	48	35	13	43%
12	Grêmio	48	37	11	16	10	49	39	10	44%
13	Atlético-GO	44	37	11	12	14	45	44	1	40%
14	Bahia	45	37	12	6	18	49	54	-5	40%
15	Atlético-MG	43	37	12	0	18	43	54	-11	40%
16	Cruzeiro	40	37	10	9	18	42	50	-8	36%
17	Atlético-PR	39	37	10	0	18	46	60	-14	35%
18	Coritiba	38	37	0	11	17	36	57	-21	34%
19	América-MG	37	37	0	13	16	50	64	-14	33%
20	Coritiba	30	37	0	10	18	49	74	-25	27%

PG: Pontos Ganhos, J: Jogos, V: Vitórias, E: Empates, D: Derrotas, GP: Gols Pró, GC: Gols Contra, SG: Saldo de Gols, %: Aproveitamento

Campeonato Brasileiro de Futebol 2011 - 37ª rodada

70:113

CLASSIFICAÇÃO	PG	J	V	E	D	GP	GC	SG	%
Corinthians	70	37	21	4	3	53	36	17	63
Vasco	68	37	19	11	7	56	39	17	61
Fluminense	62	37	20	2	15	59	50	9	55
Flamengo	63	37	15	15	7	68	46	22	56
Internacional	57	37	15	12	10	56	42	14	52
Saqueense	57	37	15	12	10	45	43	02	52
Puntista	57	37	16	09	12	57	40	16	51
São Paulo	56	37	15	11	11	53	45	08	50
Paraná	55	37	16	07	14	56	44	12	48
Santos	53	37	15	08	14	54	51	03	47
Grêmio	48	37	13	03	15	49	56	-7	43
Palmeiras	49	37	11	16	10	43	39	04	44
Atlético-GO	45	37	11	12	14	55	44	11	40
Atlético-MG	45	37	13	06	18	43	54	-5	40
Bahia	43	37	10	13	14	41	48	-7	38
Cruzeiro	40	37	10	10	17	42	50	-8	36
Leão	39	37	10	09	18	46	62	-6	35
Atlético-PR	38	37	09	11	17	36	54	-18	34
América-MG	37	37	08	13	16	50	64	-14	33
Avaí	30	37	07	10	20	44	74	-30	27

Fonte: Folha de São Paulo, 10/09/2011, 14h30min. Última atualização: 10/09/2011, 14h30min.

7) Com os resultados dos enfrentamentos da 37ª rodada, complete a tabela do Campeonato 2011 (37ª rodada) seguindo as mesmas regras que foram usadas para a 36ª rodada, e responda:

a) Já existe um time campeão? Quais times podem atingir a 1ª colocação (campeão) e quais são suas probabilidades? Justifique.

Corint → $\frac{8}{9} = 0,888... = 88,88\%$

b) Quais times podem atingir uma das quatro últimas colocações (rebaixamento)? Já existe algum time rebaixado? Justifique.

Atlético-PR, Leão, América, Avaí, Sim, Avaí pois tem o saldo negativo: -30

7) Com os resultados dos enfrentamentos da 37ª rodada, complete a tabela do Campeonato 2011 (37ª rodada) seguindo as mesmas regras que foram usadas para a 36ª rodada, e responda:

a) Já existe um time campeão? Quais times podem atingir a 1ª colocação (campeão) e quais são suas probabilidades? Justifique.

Não, Corinthians → Vasco
 Probabilidade: Corinthians → $\frac{8}{9} = 88,88\%$
 Vasco → $\frac{1}{9} = 11,11\%$

b) Quais times podem atingir uma das quatro últimas colocações (rebaixamento)? Já existe algum time rebaixado? Justifique.

Grêmio, Atlético PR, América MG, Avaí. Sim, o Avaí, porque ele está a mais de 3 pontos das outras colocadas.

7) Com os resultados dos enfrentamentos da 37ª rodada, complete a tabela do Campeonato 2011 (37ª rodada) seguindo as mesmas regras que foram usadas para a 36ª rodada, e responda:

a) Já existe um time campeão? Quais times podem atingir a 1ª colocação (campeão) e quais são suas probabilidades? Justifique.

Não, Corinthians ou Vasco

7) Com os resultados dos enfrentamentos da 37ª rodada, complete a tabela do Campeonato 2011 (37ª rodada) seguindo as mesmas regras que foram usadas para a 36ª rodada, e responda:

a) Já existe um time campeão? Quais times podem atingir a 1ª colocação (campeão) e quais são suas probabilidades? Justifique.

Não, Vasco e Corinthians têm chances de ganhar.

b) Quais times podem atingir uma das quatro últimas colocações (rebaixamento)? Já existe algum time rebaixado? Justifique.

Cruzeiro, Leão e Avaí. Sim, a 38ª rodada o Cruzeiro perde.

A elaboração da tabela, com a 38ª rodada, após a divulgação dos resultados da última rodada, foi bem mais fácil para os alunos. E também foi uma concretização das expectativas deles em relação a quem seria o campeão e quem seria rebaixado. E eles também perceberam que a Matemática está bastante inserida na tabela de um campeonato de pontos corridos, e que a análise de possibilidades não determina quais os eventos que acontecerão, e sim determina quais elementos estão mais propensos a determinando eventos, representados por uma razão. Essa percepção se evidencia nas respostas transcritas no questionário e na organização dos resultados obtidos, conforme as tabelas confeccionadas pelos alunos:

Campeonato Brasileiro de Futebol 2011 - 38ª rodada

CLASSIFICAÇÃO		PG	J	V	E	D	GP	GC	SG	%
1	Corinthians	71	38	21	8	9	53	36	17	67%
2	Flamengo	69	38	19	12	7	51	37	14	60%
3	Fluminense	63	38	20	3	15	60	51	9	55%
4	Atlético	61	38	16	16	6	59	47	12	53%
5	Internacional	60	38	16	12	10	54	43	11	52%
6	São Paulo	59	38	16	11	11	57	46	11	51%
7	Sociedade	58	38	15	13	10	46	45	1	50%
8	Botafogo	57	38	16	9	13	57	41	16	50%
9	Grêmio	56	38	16	8	14	52	49	3	49%
10	Paraná	53	38	15	8	15	55	55	0	46%
11	Palmeiras	50	38	11	14	13	43	39	4	43%
12	Atlético GO	48	38	13	9	16	49	54	-5	42%
13	Atlético GO	48	38	12	12	14	49	44	5	42%
14	Bahia	46	38	11	12	15	43	49	-6	40%
15	Atlético MG	45	38	13	6	19	50	60	-10	39%
16	Cruzeiro	43	38	11	10	17	48	51	-3	37%
17	Atlético PR	41	38	10	11	17	38	55	-17	35%
18	Ceará	39	38	10	9	19	47	61	-14	34%
19	América-MG	37	38	8	13	17	51	69	-18	32%
20	Coritiba	31	38	7	10	21	45	75	-30	24%

PG-Pontos; J-Jogos; V-Vitórias; E-Empates; D-Derrotas; GP-Gols Pró; GC-Gols Contra; SG-Saldo de Gols; %-Aproveitamento

Campeonato Brasileiro de Futebol 2011 - 38ª rodada

CLASSIFICAÇÃO	PG	J	V	E	D	GP	GC	SG	%	
1	Corinthians	71	38	21	8	9	53	36	17	62%
2	Coroa	69	38	19	12	7	57	40	17	60%
3	Fluminense	63	38	20	3	15	60	51	9	55%
6	Internacional	60	38	16	12	10	52	43	10	52%
7	Equipe	58	38	15	13	10	46	45	1	50%
4	Flamengo	61	38	15	16	7	50	47	3	53%
5	São Paulo	60	38	16	11	11	57	46	11	52%
9	Petrobras	56	38	16	8	14	52	48	4	49%
8	Botafogo	52	38	16	9	13	52	41	11	50%
10	Santos	53	38	14	8	16	55	55	0	46%
12	Grêmio	48	38	13	9	16	49	52	-3	42%
11	Almirante	50	38	11	17	10	43	39	4	43%
13	Atlético-GO	48	38	12	12	14	50	45	5	42%
15	Atlético-MG	45	38	13	6	19	50	60	-10	39%
14	P Bahia	46	38	11	13	14	42	40	-2	40%
16	Guarani	43	38	11	9	18	48	51	-3	38%
18	Flora	39	38	10	9	19	47	64	-17	34%
17	Atlético-PR	41	38	10	11	17	38	55	-17	35%
19	América-MG	37	38	8	13	17	51	69	-18	32%
20	Avaí	31	38	7	10	21	45	75	-30	29%

PG-Pontos, J-Jogos, V-Vitórias, E-Empates, D-Derrotas, GP-Gols Pró, GC-Gols Contra, SG-Saldo de Gols, %-Porcentagem

Campeonato Brasileiro de Futebol 2011 - 38ª rodada

CLASSIFICAÇÃO	PG	J	V	E	D	GP	GC	SG	%	
1	Corinthians	71	38	21	8	9	53	36	17	62%
2	Coroa	69	38	19	11	7	57	40	17	61%
3	Fluminense	63	38	20	3	15	60	51	9	55%
4	Internacional	60	38	16	12	10	60	44	16	51%
5	Flamengo	60	38	15	16	7	58	47	11	51%
6	Internacional	60	38	16	12	10	52	46	6	50%
7	São Paulo	59	38	16	11	11	57	45	12	49%
8	Petrobras	58	38	16	8	14	58	48	10	49%
9	Equipe	58	38	15	13	10	49	47	2	48%
10	Santos	53	38	15	8	15	52	48	4	45%
11	Botafogo	50	38	11	17	10	43	39	4	43%
12	Grêmio	48	38	13	9	16	49	40	9	43%
13	Atlético-GO	48	38	12	12	14	46	44	2	42%
14	Atlético-MG	48	38	13	6	19	50	59	-9	42%
15	P Bahia	46	38	11	13	14	43	40	-3	40%
16	Guarani	45	38	11	10	17	48	47	1	40%
17	Atlético-PR	41	38	10	11	17	38	55	-17	35%
18	Flora	39	38	10	9	19	47	64	-17	34%
19	América-MG	37	38	8	13	17	51	69	-18	32%
20	Avaí	31	38	7	10	21	45	75	-30	29%

PG-Pontos, J-Jogos, V-Vitórias, E-Empates, D-Derrotas, GP-Gols Pró, GC-Gols Contra, SG-Saldo de Gols, %-Porcentagem

Campeonato Brasileiro de Futebol 2011 - 38ª rodada

CLASSIFICAÇÃO	PG	J	V	E	D	GP	GC	SG	%	
1	Corinthians	71	38	21	8	9	53	36	17	64%
2	Flamengo	69	38	19	12	7	57	36	21	62%
3	Fluminense	63	38	20	3	15	59	50	9	55%
4	Flamengo	61	38	15	16	7	59	46	13	55%
5	Internacional	60	38	16	12	10	56	42	14	54%
6	São Paulo	59	38	16	11	11	53	44	9	53%
7	Pigueriano	57	38	13	13	12	45	43	2	51%
8	Botafogo	55	38	16	7	15	53	44	9	50
9	Santos	53	38	15	8	15	50	44	6	47
10	Palmeiras	50	38	11	16	11	42	39	3	44
11	Atlético-GO	48	38	12	12	14	43	42	1	42
12	Atlético-MG	48	38	11	12	15	43	42	1	39
13	Grêmio	50	38	13	8	17	47	54	-7	43
14	Cruzeiro	57	38	16	9	13	56	40	16	51
15	Botafogo	46	38	11	12	15	40	47	-7	38
16	Corinthians	44	38	10	10	18	44	60	-16	35
17	Cruzeiro	43	38	11	10	17	40	48	-8	30
18	Atlético-PR	41	38	10	11	17	36	55	-19	34
19	América-MG	37	38	8	13	17	48	63	-15	29
20	Paraná	21	38	7	10	21	44	73	-29	27

PG=Pontos Ganhos, J=Jogos, V=Vitórias, E=Empates, D=Derrotas, GP=Gols Pró, GC=Gols Contra, SG=Saldo de Gols, %=Porcentagem

Campeonato Brasileiro de Futebol 2011 - 38ª rodada

CLASSIFICAÇÃO	PG	J	V	E	D	GP	GC	SG	%	
1	Corinthians	71	38	21	8	9	53	36	17	
2	Flamengo	69	38	20	12	7	57	40	17	
3	Fluminense	63	38	20	3	15	59	50	9	
4	Flamengo	61	38	15	16	7	59	46	13	
5	Internacional	60	38	16	12	10	56	42	14	
6	São Paulo	59	38	16	11	11	53	44	9	
7	Pigueriano	57	38	13	13	12	45	43	2	
8	Botafogo	55	38	16	7	15	53	44	9	
9	Santos	53	38	15	8	15	50	44	6	
10	Palmeiras	50	38	11	16	11	42	39	3	
11	Atlético-GO	48	38	12	12	14	43	42	1	
12	Atlético-MG	48	38	11	12	15	43	42	1	
13	Grêmio	50	38	13	8	17	47	54	-7	
14	Cruzeiro	57	38	16	9	13	56	40	16	
15	Botafogo	46	38	11	12	15	40	47	-7	
16	Corinthians	44	38	10	10	18	44	60	-16	
17	Cruzeiro	43	38	11	10	17	40	48	-8	
18	Atlético-PR	41	38	10	11	17	36	55	-19	
19	América-MG	37	38	8	13	17	48	63	-15	
20	Paraná	21	38	7	10	21	44	73	-29	

PG=Pontos Ganhos, J=Jogos, V=Vitórias, E=Empates, D=Derrotas, GP=Gols Pró, GC=Gols Contra, SG=Saldo de Gols, %=Porcentagem

Campeonato Brasileiro de Futebol 2011 - 38ª rodada

CLASSIFICAÇÃO		PG	J	V	E	D	GP	GC	SG	%
1	Corinthians	71	38	21	8	9	53	36	17	62
2	Flamengo	69	38	19	12	7	51	40	11	60
3	Fluminense	63	38	20	3	15	60	51	9	59
4	Flamengo	61	38	15	16	7	59	47	12	59
5	Internacional	60	38	16	12	10	57	43	14	59
6	São Paulo	59	38	16	11	11	57	46	11	59
7	Santos	58	38	15	13	10	46	45	1	51
8	Coritiba	57	38	16	9	13	57	41	16	59
9	Botafogo	56	38	16	7	15	52	49	3	49
10	Santos	53	38	15	8	15	51	55	0	46
11	Palmeiras	50	38	11	17	10	43	39	4	44
12	Grêmio	48	38	12	9	17	49	52	-3	42
13	Coritiba-GO	48	38	12	12	14	50	45	5	42
14	Botafogo	46	38	11	13	14	43	49	-6	40
15	Athletico-MG	45	38	13	6	19	50	60	-10	39
16	Grêmio	43	38	11	10	17	48	51	-3	42
17	Athletico-PR	41	38	10	11	17	38	55	-17	36
18	Coritiba	39	38	10	9	19	47	64	-17	34
19	Athletico-MG	37	38	8	13	17	51	60	-9	32
20	Coritiba	37	38	7	10	21	45	75	-30	27

PG-Pontos Ganhos, J-Jogos, V-Vitórias, E-Empates, D-Derrotas, GP-Gols Pró, GC-Gols Contra, SG-Saldo de Gols, %-aproveitamento

Campeonato Brasileiro de Futebol 2011 - 38ª rodada

CLASSIFICAÇÃO		PG	J	V	E	D	GP	GC	SG	%
1	Corinthians	71	38	21	8	9	53	36	17	62
2	Flamengo	69	38	19	12	7	51	40	11	60
3	Fluminense	63	38	20	3	15	60	51	9	59
4	Flamengo	61	38	15	16	7	59	47	12	59
5	Internacional	60	38	16	12	10	57	43	14	59
6	São Paulo	59	38	16	11	11	57	46	11	59
7	Santos	58	38	15	13	10	46	45	1	51
8	Coritiba	57	38	16	9	13	57	41	16	59
9	Botafogo	56	38	16	7	15	52	49	3	49
10	Santos	53	38	15	8	15	51	55	0	46
11	Palmeiras	50	38	11	17	10	43	39	4	44
12	Grêmio	48	38	12	9	17	49	52	-3	42
13	Coritiba-GO	48	38	12	12	14	50	45	-5	42
14	Botafogo	46	38	11	13	14	43	49	-6	40
15	Athletico-MG	45	38	13	6	19	50	60	-10	39
16	Grêmio	43	38	11	10	17	48	51	-3	42
17	Athletico-PR	41	38	10	11	17	38	55	-17	36
18	Coritiba	39	38	10	9	19	47	64	-17	34
19	Athletico-MG	37	38	8	13	17	51	60	-9	32
20	Coritiba	37	38	7	10	21	45	75	-30	27

PG-Pontos Ganhos, J-Jogos, V-Vitórias, E-Empates, D-Derrotas, GP-Gols Pró, GC-Gols Contra, SG-Saldo de Gols, %-aproveitamento

Campeonato Brasileiro de Futebol 2011 - 38ª rodada

CLASSIFICAÇÃO	PG	J	V	E	D	GP	GC	SG	%
Paraná	71	38	21	8	9	53	36	17	62
Vasco	69	38	19	12	7	57	40	17	61
Fluminense	63	38	20	3	15	60	51	9	55
Flamengo	61	38	15	16	7	59	47	12	54
Internacional	60	38	16	12	10	57	43	14	53
São Paulo	59	38	16	11	11	57	46	11	52
Sociedade	58	38	15	13	10	46	45	1	51
Cruzeiro	57	38	16	9	13	57	41	16	50
Botafogo	56	38	16	8	14	52	49	3	49
Santos	53	38	15	8	15	55	55	0	46
Palmeiras	50	38	11	17	10	43	39	4	44
Grêmio	48	38	13	9	16	49	57	-8	42
Atlético-GO	48	38	12	12	14	50	45	5	42
Bahia	46	38	11	13	14	43	49	-6	40
Atlético-MG	45	38	13	6	19	50	60	-10	39
Cruzeiro	43	38	11	10	17	48	51	-3	38
Atlético-PR	41	38	10	11	17	38	55	-17	36
Leão	39	38	10	9	19	47	64	-17	34
América-MG	37	38	8	13	17	51	69	-18	32
Avaí	27	38	7	10	21	45	75	-30	27

PG=Pontos Ganhos; J=Jogos; V=Vitórias; E=Empates; D=Derrotas; GP=Gols Pró; GC=Gols Contra; SG=Saldo de Gols; %=porcentagem

Os resultados obtidos pelos estudantes mostram que a dificuldade na aprendizagem está presente na rotina escolar e se necessita transpor essa barreira. A teoria da aprendizagem significativa propõe que a dificuldade seja transposta com o uso de elementos que dão significado cognitivo ao estudante, não de maneira “milagrosa” ou imediatista, mas sim de maneira estruturadas e duradoura.

As dificuldades apresentadas pelos estudantes na realização das atividades demonstram que uma atividade baseada na teoria da aprendizagem significativa não trará resultados positivos imediatos em sua totalidade. Neste trabalho foram analisados dados de pesquisa e se verificou que vários aspectos contribuíram para o sucesso ou fracasso dos estudantes (que não são totais): meio que estão inseridos, influência familiar, história escolar e familiar, distorção série – idade, tempo de escolarização, dentre vários outros aspectos.

O trabalho com os estudantes se mostrou eficaz no entendimento e na aplicação de conteúdos matemáticos, dando significado ao que se quer

aprender, aumentando a capacidade na resolução de problemas matemáticos simples. Porém este trabalho também mostrou aspectos que precisam ser trabalhados com estudantes em toda a Educação Básica, evidenciando a necessidade de que o pensamento matemático (em conjunto com os pensamentos das linguagens e das outras ciências) deve ser estimulado nos estudantes desde a Educação Infantil, continuando o estímulo no Ensino Fundamental, para que o estudante chegue ao Ensino Médio com a mínima competência para se exercer o pleno saber matemático.

O trabalho usando a tabela do Campeonato Brasileiro de Futebol e os resultados obtidos demonstraram que a aprendizagem significativa pode contribuir de maneira eficiente no processo de desenvolvimento cognitivo com foco no raciocínio lógico e na resolução de problemas, mesmo com as dificuldades apresentadas, que de certa forma também contribuíram para a análise de como o processo pode se desenvolver. Porém esses resultados positivos não são plenos sem a prioridade para a infraestrutura logística, financeira, legal e de formação profissional que a Educação (como um todo) deve ter de toda a sociedade.

6. CONCLUSÃO

Não existe “receita pronta” para o ensino de Matemática, de modo que o aluno relacione os conteúdos matemáticos às práticas vividas em seu cotidiano. Para que o pensamento matemático se desenvolva de forma mais acessível possível, faz-se necessário a melhor contextualização dos conteúdos e a prática dos métodos aplicados.

A proposta de ensino dos conteúdos matemáticos usando a Tabela do Campeonato Brasileiro de Futebol, na modalidade de pontos corridos, traz a importância da significação de conteúdos, porém sem deixar de lado o rigor necessário para o aprimoramento do conhecimento científico. Em alguns casos, o método pode desenvolver no aluno a criatividade para resolução de problemas matemáticos e o aprimoramento do raciocínio lógico. Porém, em outros casos, o estudante pode continuar com a dependência do professor no processo de desenvolvimento de expressões matemáticas e de raciocínio lógico, muito característico do método tradicional de ensino.

Assim, este trabalho propõe uma sugestão de método de ensino de Matemática que convirja para a independência de raciocínio do aluno, mesmo que a longo prazo, onde a sala de aula poderá se tornar um lugar de troca de experiências cognitivas, com o professor sendo o intermediador do conhecimento dentro de um contexto construtivista, para a culminância do que se espera de maneira mais ampla: aprender Matemática.

7. REFERÊNCIAS

BRASIL, Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular – Educação é a base – Ensino Médio*. Documento homologado pela Portaria nº 1.570, publicada no D.O.U. de 21/12/2017, Seção 1, Pág. 146. Brasília, 2017.

BRASIL, *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática*. Secretaria de Educação Fundamental - Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL, Ministério de Educação e do Desporto. *Parâmetros curriculares nacionais: Matemática – Ensino Médio*. Brasília: SEF/SEMTEC, 2000.

BRASIL, *Orientações curriculares para o ensino médio – volume 2: Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias*. Secretaria de Educação Básica – Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2006.

ESPORTE, G. *Futpédia, a história do futebol em números*, Rio de Janeiro. Disponível em <http://futpedia.globo.com/campeonato/campeonato-brasileiro/2011>. Acesso em 01 mar. 2018.

ESPORTE, G. *Tabela do Campeonato Brasileiro de Futebol*, Rio de Janeiro. Disponível em <http://globoesporte.globo.com/futebol/brasileirao-serie-a/>. Acesso em 05 nov. 2017.

GRÜTZMANN, T. P.; ALVES, R. S.; RAMOS, R. C. S. S.; *APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA NA MATEMÁTICA E A FORMAÇÃO DOCENTE: UMA EXPERIÊNCIA COM OS JOGOS TEATRAIS*, Aprendizagem Significativa em Revista – V5(2), pp. 13-24, UFPel – Pelotas – RS, 2015.

JESUS, M. A. S.; SILVA, R. C. O. *A TEORIA DE DAVID AUSUBEL – O USO DOS ORGANIZADORES PRÉVIOS NO ENSINO CONTEXTUALIZADO DE FUNÇÕES*. Anais do VIII ENEM – Minicurso GT 3 – Educação Matemática no Ensino Médio, UFPE – Recife – PE, 2004.

LOPES (BIGODE), A. J. *Matemática do Cotidiano*. Rio de Janeiro: Editora Scipione, 2014.

LOPES (BIGODE), A. J. *Matemática do cotidiano: um ensaio de problematização a partir do futebol*. Matemática e a relação com outros campos do saber no ciclo de alfabetização. Boletim Salto para o Futuro, TV Escola. Brasil – MEC, 2014.

MOREIRA, M. A. *O QUE É AFINAL APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA?* Aula Inaugural do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais, Instituto de Física, Universidade Federal do Mato Grosso – Cuiabá – MT, 2010.

MOREIRA, M.A., CABALLERO, M.C. e RODRÍGUEZ, M.L. *Actas del Encuentro Internacional sobre el Aprendizaje Significativo*. Burgos, Espanha, 1997.

NASCIMENTO, F. J.; SOUSA, R. M. N. *FUTEBOL E MATEMÁTICA: INTERAÇÃO PARA PROMOÇÃO DA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA*. Relato de Experiência para o II CNEM (Congresso Nacional de Educação Matemática) e IX EREM (Encontro Regional de Educação Matemática). UNIJUÍ, Ijuí – RS, 2011.

RINALDI, W. *Futebol: Manifestação Cultural e Ideologização*. Revista de Educação Física da UEM, Maringá – PR, 2000.

SOARES, L. H. *Aprendizagem significativa na educação matemática: uma proposta para a aprendizagem de geometria básica* / Luís Havelange Soares. UFPB – João Pessoa – PB, 2008.

VASCONCELOS, C.; PRAIA, J. F.; ALMEIDA, L. S. *TEORIAS DE APRENDIZAGEM E O ENSINO/APRENDIZAGEM DAS CIÊNCIAS: DA INSTRUÇÃO À APRENDIZAGEM*. Psicologia Escolar e Educacional / Associação Brasileira de Psicologia Escolar e Educacional.- v. 7, n. 1, p.11-19. São Paulo – SP, 2003.