

UFRRJ
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE
NACIONAL – PROFMAT

DISSERTAÇÃO

**Intervenção Prática para Aplicação de Sequência Didática
com Alunos de Licenciatura em Matemática**

Pablo Mendes Peres de Souza

2017



**UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE
NACIONAL – PROFMAT**

**Intervenção Prática para Aplicação de Sequência Didática com
Alunos de Licenciatura em Matemática**

PABLO MENDES PERES DE SOUZA

Sob a Orientação do Professor

Cláudio Cesar Saccomori Júnior

Dissertação submetida como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre no Curso de Pós-Graduação em Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, Área de Concentração em Matemática.

Seropédica, RJ

Agosto de 2017

Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
Biblioteca Central / Seção de Processamento Técnico

Ficha catalográfica elaborada
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

S729i Souza, Pablo Mendes Peres de, 1986-
Intervenção Prática para Aplicação de Sequência
Didática com Alunos de Licenciatura em Matemática /
Pablo Mendes Peres de Souza. - 2017.
52 f.: il.

Orientador: Cláudio Cesar Saccomori Júnior.
Dissertação(Mestrado). -- Universidade Federal Rural
do Rio de Janeiro, Programa de Pós-Graduação em
Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional
PROFMAT, 2017.

1. Sequência Didática. 2. Aritmética. 3. Formação
de Professores. I. Saccomori Júnior, Cláudio Cesar,
1977-, orient. II Universidade Federal Rural do Rio
de Janeiro. Programa de Pós-Graduação em Mestrado
Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT
III. Título.

**UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA
EM REDE NACIONAL – PROFMAT**

PABLO MENDES PERES DE SOUZA

Dissertação submetida como requisito parcial para obtenção do grau de **Mestre**, no curso de Pós-Graduação em Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, área de Concentração em Matemática.

DISSERTAÇÃO APROVADA EM 23/08/2017

Cláudio Cesar Saccomori Júnior. Dr. UFRRJ
(Orientador)

André Luiz Martins Pereira. Dr. UFRRJ

Cleber Haubrichs dos Santos. Dr. IFRJ

Dedico este trabalho aos meus pais que fizeram o possível para alimentar nossos sonhos e mesmo em momentos de dificuldade sempre nos apoiaram.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus que dia após dia me fortalece a continuar a enfrentar os desafios que surgem ao longo da caminhada;

Agradeço ao meu professor orientador Cláudio Cesar Saccomori Júnior pelos conselhos, inspiração, por sua enorme paciência e pelo apoio em todas as etapas do projeto;

Agradeço aos professores da turma PROFMAT/2015 da UFRRJ pela dedicação e preocupação em nossa formação;

À professora Gisela Maria da Fonseca Pinto, que tanto me ajudou inicialmente no desenvolvimento do tema da dissertação e em valiosas orientações durante o desenvolvimento da pesquisa;

Aos coordenadores do PIBID Matemática da UFRRJ, campus Seropédica, que permitiram que sua pesquisa de dissertação fosse realizada junto aos bolsistas deste programa. Em especial, aos professores Douglas Monsôres de Melo Santos, Marcia Costa Chaves e Gisela Maria da Fonseca Pinto, que coordenavam o PIBID na época da pesquisa;

Agradeço aos meus colegas de classe que desde o início demonstraram um espírito de corpo e uma disposição sem limites na ajuda ao próximo;

Agradeço em especial ao nosso representante de turma Sérgio Dias por dedicar parte do seu tempo pro do bem de nossa turma;

Agradeço a minha noiva Rayenne Souza que com muita dedicação e paciência ajudou direta e indiretamente a me manter forte durante essa jornada;

Agradeço aos meus amigos professores que me inspiram constantemente a refletir sobre possíveis alternativas para fazer matemática em sala de aula de forma significativa;

Agraço a amiga Érica Azevedo pela ajuda não só na parte de formatação mas na preocupação de ler o trabalho de forma carinhosa para diluir possíveis problemas;

Agradeço à SBM e à CAPES que idealizaram este curso de pós-graduação stricto sensu para a formação dos novos mestres em matemática.

RESUMO

Tivemos nesse trabalho o objetivo de analisar de forma quantitativa o uso de uma sequência didática com a temática de Números Primos aplicada em licenciandos em matemática. Com intuito de justificar o viés escolhido, nos baseamos em documentos oficiais como os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) e autores que trazem considerações significativas para reflexões nesse sentido. Para referenciar a utilização dessa alternativa nos inspiramos em autores como Michéle Artigue, Antoni Zabala e Luiz Carlos Pais. Além disso, aplicamos o questionário elaborado pelo Dr. Rubens Vilhena Fonseca em sua tese de doutorado e nos baseamos no mesmo para nortear os tópicos abordados. Na pesquisa de campo, buscamos dialogar com os futuros docentes de forma a apresentar a abordagem utilizada como alternativa para a prática docente e fomentar reflexões para utilização de sequências didáticas.

Palavras Chaves: Sequência Didática; Aritmética; Formação de Professores.

ABSTRACT

The objective of this study was to analyse quantitatively, the use of didactic sequence, with theme of Prime Numbers, applied to undergraduate students in mathematics. In order to justify the chosen theme, we rely on official documents such the National Curricular Parameters (NCPs), and the authors that bring significant considerations for this purpose. To refer to use of this alternative we have inspired authors such Michéle Artigue, Antoni Zabala e Luiz Carlos Pais. Moreover, we applied the questionnaire prepared by Dr. Rubens Vilhena Fonseca in his doctoral thesis and based on it to guide the topics covered. In the field research, we seek to dialogue with future teachers in order to present the approach used as an alternative to the teaching practice and to promote reflections for the use of didactic sequences.

Key Words: Didactic Sequence; Arithmetic; Teachers Formation.

Lista de figuras

Figura 1. Resultados referentes à Questão 1 - Questionário 2.....	36
Figura 2. Resultados referentes à Questão 1 - Questionário 3.....	36
Figura 3. Resultados referentes à Questão 2 - Questionário 2.....	38
Figura 4. Resultados referentes à Questão 2 - Questionário 3.....	39
Figura 5. Resultados referentes à Questão 3 - Questionário 2.....	41
Figura 6. Resultados referentes à Questão 3 - Questionário 3.....	42
Figura 7. Resultados referentes à Questão 5 - Questionário 2.....	44
Figura 8. Resultados referentes à Questão 4 - Questionário 3.....	44
Figura 9. Resultados referentes à Questão 5 - Questionário 3.....	46

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	8
2. A MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA	11
3. O PAPEL DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA NO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM	14
4. SEQUÊNCIA DIDÁTICA	17
5. EMBASAMENTO MATEMÁTICO	22
6. ESTRUTURA DA EXPERIÊNCIA DE CAMPO	25
6.1 Primeira fase – análise prévia.....	26
6.2 Segunda fase - sequência didática.....	27
6.3 Terceira fase – concepções finais	31
7. ANÁLISE DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA APLICADA	32
7.1 Análises de resultados matemáticos por questão – Parâmetros de Comparação.....	32
7.2 Confronto de Resultados – Questionário 2 e 3.....	32
7.2.1 Confronto de Resultados - Questão 1 dos Questionários 2 e 3.....	33
7.2.2 Confronto de Resultados - Questão 2 dos Questionários 2 e 3.....	37
7.2.3 Confronto de Resultados - Questão 3 dos Questionários 2 e 3.....	39
7.2.4 Confronto de Resultados - Questão 5 do Questionário 2 e Questão 4 do Questionário 3.....	42
7.3. Questões não Comparadas	45
7.3.1 Questões não Comparadas – Questão 5 (Questionário 3)	45
7.3.2 Questões não Comparadas – Questão 6 (Questionário 3)	46
8. CONSIDERAÇÕES FINAIS	48
REFERÊNCIAS	49
ANEXO.....	51

1. INTRODUÇÃO

Diante dos desafios encontrados por um docente da educação básica quando se propõe a abordar um conteúdo em sala de aula, podemos dividir as etapas para alcançar os objetivos propostos em três momentos: a preparação ou planejamento, execução e avaliação dos resultados, para novamente realizar uma intervenção. Todos estes muito importantes e valiosos para uma previsão evolutiva dos resultados esperados no aspecto da aprendizagem. Sabendo disso, há de se atentar para aplicação de uma proposta didática entendendo esses aspectos estruturais que precisam ser levados em consideração em uma aula de matemática para efetivamente entender quais foram os impactos da proposta aplicada.

Nesse contexto e entendendo como corroborativas as experiências pautadas em propostas didáticas com licenciandos, traremos nesta pesquisa uma proposta estruturada como uma sequência didática com o objetivo principal analisar quantitativamente a aplicação da mesma junto à uma turma de licenciandos em matemática. Além disso, como objetivos específicos esse trabalho traz a fundamentação para utilização de sequências didáticas no planejamento de aula de matemática; elaboração e apresentação de sequência didática como alternativa para abordagem de conteúdo matemático a fim de refletir sobre suas implicações na busca pelos objetivos pré-estabelecidos; e aplicação de sequência didática a fim de verificar, reconsiderar e conceituar sobre Números Primos e algumas implicações.

Essa pesquisa é justificada pela necessidade refletir sobre as possibilidades em relação as abordagens utilizadas em aulas de matemática, seus impactos e a importante conexão de futuros docentes em trabalhos acadêmicos de cunho educacional.

Segundo Zabala (1998), a sequência didática “é determinada pela série ordenada e articulada de atividades que formam as unidades didáticas”. Para este trabalho, entenderemos sequência didática como um grupo de atividades encadeadas e que em consonância com outros grupos tem por finalidade ensinar algum conteúdo que estará dentro do currículo básico de matemática. Sobretudo, essas atividades devem ser planejadas para articularem entre si, prevendo as possíveis problemáticas particulares dos discentes e do assunto, e atendendo

aspectos fundamentais para a aprendizagem como conceituais, atitudinais e procedimentais. Para tanto, dissertaremos sobre essas variáveis e suas implicações na elaboração de aulas exemplo.

Além disso, este trabalho tem por finalidade dialogar com futuros docentes, com uma pesquisa de campo, de forma a ilustrar tópicos abordados na educação básica considerando as estratégias apresentadas por essa pesquisa. Em campo, buscaremos exhibir, discutir, criar e avaliar junto aos discentes para tentar contribuir com sua formação profissional. Dentro das motivações para essas investigações estão experiências como licenciando e profissional da rede pública e privada, o sentimento de incompletude do ponto de vista prático discente, como ex-aluno de licenciatura, e a “segurança” depois de anos de magistério que me deixou por vezes entrar em sala de aula sem previamente prepará-la.

No capítulo 2, serão feitas considerações sobre a importância da matemática em todo currículo básico como componente fundamental para a formação de um cidadão crítico no que se refere à leitura e interpretação do mundo a sua volta. Essas considerações serão baseadas em documentos oficiais como os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) e autores trazendo considerações significativas para reflexões nesse sentido.

Para o capítulo 3, este trabalho volta as atenções para a importância do professor no processo de ensino e aprendizagem de matemática. Para tanto, serão destacadas algumas das questões fundamentais para a reflexão sobre o trabalho docente na educação básica, bem como qualificantes, que o coloca em posição de intervir de forma significativa nesse cenário.

Após as reflexões propostas nos capítulos 2 e 3, que observam também por justificar a escolha pela pesquisa no âmbito da Educação Matemática, no capítulo 4 será apresentado o embasamento teórico que irá inspirar a proposta principal de nosso trabalho e campo, que é uma sequência didática inspirada nos preceitos da Engenharia Didática. O capítulo trará, fundamentado em autores como Michèle Artigue, Antoni Zabala e Luiz Carlos Pais, impressões sobre os temas supracitados no contexto metodológico e operacional como uma alternativa para o processo de ensino e aprendizagem.

Levando em consideração o aspecto matemático da proposta elaborada, o quinto capítulo se compromete com o rigor acadêmico da matemática, observando sobre as definições, proposições, corolários e teoremas que respaldam as técnicas e fundamentam essa esfera da pesquisa.

Dando prosseguimento, o capítulo 6 é destinado a estruturar a sequência didática que seria proposta em campo. Espera-se neste capítulo, evidenciar a proposta escolhida, explicitando público alvo, fontes e as fases de maneira a ilustrar o objetivo de tal inferência dentro do contexto didático. Além disso, o mesmo se mostra uma alternativa (como fonte) de estrutura didática para aplicação em trabalhos futuros com objetivos similares.

Para o sétimo capítulo reservamos os resultados das aplicações de forma quantitativa. Inicialmente de maneira comparativa, exibimos as consequências de questões aplicadas em dois momentos, pré e pós inferências, discussões e definições sobre questões pertinentes aos problemas abordados nos questionários propostos. Após, abordamos resultados complementares, gerados por observações e reflexões sobre questões não comparadas. Concluimos com uma breve reflexão sobre os resultados encontrados.

2. A MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA

Considerando a presença da matemática durante toda a estrutura curricular na educação básica, há que se discutir as implicações e os porquês dessa disciplina ser considerada fundamental para formação educacional. Ademais, a reavaliação dessa presença respalda os pressupostos dessa pesquisa no que concerne a valorizar uma proposta com enfoque de uma sala de aula matemática.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) para Terceiro e Quarto Ciclos do Ensino Fundamental nos ajudam a entender o motivo pelo qual a matemática é de grande valia no corpo de disciplinas no ensino fundamental e ressaltamos:

[...] o papel da Matemática no ensino fundamental pela proposição de objetivos que evidenciam a importância de o aluno valorizá-la como instrumental para compreender o mundo à sua volta e de vê-la como área do conhecimento que estimula o interesse, a curiosidade, o espírito de investigação e o desenvolvimento da capacidade para resolver problemas. Destacam a importância de o aluno desenvolver atitudes de segurança com relação à própria capacidade de construir conhecimentos matemáticos, de cultivar a autoestima, de respeitar o trabalho dos colegas e de perseverar na busca de soluções. Adotam como critérios para seleção dos conteúdos sua relevância social e sua contribuição para o desenvolvimento intelectual do aluno, em cada ciclo (BRASIL, 1998, p.15).

O texto continua defendendo a importância da Matemática caracterizada como “forma de compreender e atuar no mundo”, sendo “o conhecimento gerado nessa área do saber como um fruto da construção humana na sua interação constante com o contexto natural, social e cultural”. Nesse sentido, observa-se o constante contraponto entre a relação dinâmica onde a Matemática está no meio do indivíduo e os eventos naturais e a beleza das estruturas que buscam prever comportamentos que podem ser chamadas de “especulações puras” ou “construções abstratas”, feitas matematicamente dentro da matemática como ciência. Ademais, salienta o vínculo com a construção da cidadania perpassando pelos temas transversais (ética, orientação sexual, meio ambiente, saúde, pluralidade cultural, trabalho e consumo) como reflexão sobre a inserção do indivíduo na sociedade.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio, que possuem uma proposta de consolidação dos conceitos para utilização no cotidiano e trabalho, trazem um enfoque que passeia pelo “desenvolvimento das capacidades de

comunicação, resolver problemas, tomar decisões, fazer inferências, criar, aperfeiçoar conhecimentos e valores, trabalhar cooperativamente”. Sobre a formação para adequação à vida social e profissional, coloca:

Em um mundo onde as necessidades sociais, culturais e profissionais ganham novos contornos, todas as áreas requerem alguma competência em Matemática e a possibilidade de compreender conceitos e procedimentos matemáticos é necessária tanto para tirar conclusões e fazer argumentações, quanto para o cidadão agir como consumidor prudente ou tomar decisões em sua vida pessoal e profissional (BRASIL, 1999, p.40).

Para tanto, os PCNs Ensino Médio defendem a Matemática escolar e caracterizam sobre o seu papel da seguinte forma:

Em seu papel formativo, a Matemática contribui para o desenvolvimento de processos de pensamento e a aquisição de atitudes, cuja utilidade e alcance transcendem o âmbito da própria Matemática, podendo formar no aluno a capacidade de resolver problemas genuínos, gerando hábitos de investigação, proporcionando confiança e desprendimento para analisar e enfrentar situações novas, propiciando a formação de uma visão ampla e científica da realidade, a percepção da beleza e da harmonia, o desenvolvimento da criatividade e de outras capacidades pessoais (BRASIL, 1999, p.40).

Logo, com a integração entre as propostas e qualificantes referentes ao Ensino Fundamental e Médio pretende-se colocar o ensino de Matemática como fator motivador de autonomia para o desenvolvimento de senso crítico para questões amplas onde o texto destaca pontos importantes como “abstração, raciocínio em todas as suas vertentes, resolução de problemas de qualquer tipo, investigação, análise e compreensão de fatos matemáticos e de interpretação da própria realidade”.

Para PAIS (2013, p.14), a presença da matemática na educação básica é defendida excessivamente “pela possibilidade de contribuir com o desenvolvimento do raciocínio lógico e na capacidade de abstração do aluno”. Para tanto, o autor sugere que a mesma justificativa seja aprofundada, deixando clara essas concepções para os diversos conteúdos e os parâmetros que norteiam os valores dos mesmos. Além disso, a respeito dos valores que amparam a presença da Matemática escolar no currículo, segundo o autor, os mesmos estão ligados a “escolha das estratégias compatíveis com os objetivos mais amplos da educação, cujo sentido ultrapassa o contexto de uma disciplina e envolvem aspectos mais amplos do método”. Com isso, o autor traz a tona uma reflexão sobre os valores matemáticos e a relação entre os planos real e virtual completando:

Por esse motivo, na formação de professores, os desafios da educação matemática não devem ser desvinculados das questões educacionais mais amplas. Como todo método está entrelaçado a um conjunto de valores, não é conveniente pensar em separar esses aspectos que formam o novelo no qual está inserido o trabalho docente. [...] As possibilidades educativas da Matemática existem no plano virtual, estão latentes em livros, teses, softwares, relatórios, exames, parâmetros e outros estratos menos perceptíveis, como na consciência pedagógica dos professores. [...] O desafio consiste em convertê-la para o mundo dos eventos atuais vivenciado pelo educando (PAIS, 2013, p.14).

Levando em consideração as reflexões levantadas, podemos concluir que a potencialidade da matemática escolar pode ser observada de acordo com as especificidades dos conteúdos abordados e a interpretação do mundo por uma ótica particular, porém esse tema não se faz jus quando pautado simplesmente no plano virtual. É necessário avaliar as variáveis apresentadas no contexto pedagógico para dar significado às justificativas inerentes a essa presença.

3. O PAPEL DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA NO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM

Entendendo o docente como agente no processo do ensino de matemática, trazer à tona características básicas de uma aula, bem como algumas problemáticas desse cenário, ilustra suas atribuições e evidencia a importância de uma atenção sobre as etapas do processo de ensino e aprendizagem.

A título de aplicação dos procedimentos escolhidos como adequados para atingir os objetivos propostos na aula de matemática, a transposição do saber científico para o saber ensinado se mostra um dos pontos iniciais de discussões. Os PCNs salientam sobre o papel do professor na adequação do saber matemático em conhecimento passível a ser ensinado/aprendido e sobre o discernimento em relação ao processo de aprendizagem. Para tanto explicita que:

Para desempenhar seu papel de mediador entre o conhecimento matemático e o aluno, o professor precisa ter um sólido conhecimento dos conceitos e procedimentos dessa área e uma concepção de Matemática como ciência dinâmica, sempre aberta à incorporação de novos conhecimentos. [...] Além disso, essa transposição implica conhecer os obstáculos envolvidos no processo de construção de conceitos e procedimentos para que o professor possa compreender melhor alguns aspectos da aprendizagem dos alunos (BRASIL, 1998, p. 36).

Ainda sobre a transformação do saber científico para o saber escolar, mais precisamente sobre os obstáculos envolvidos no processo de construção de conceitos e procedimentos, PAIS (2015b) destaca que um dos pontos importantes nessa transição é a linguagem, já que o saber científico, oriundo da comunidade acadêmica, possui suas próprias regras e códigos. Tais abordagens trazem barreiras aos educandos na prática de sala de aula, visto que não são do cotidiano do aluno. O mesmo completa:

Se, por um lado, o saber científico é registrado por uma linguagem codificada, o saber escolar não deve ser ensinado nessa forma, tal como se encontram redigidos nos textos e relatórios técnicos. A desconsideração desse aspecto favorece a transformação da linguagem em uma dificuldade adicional. Assim, a linguagem é considerada como um elemento que interfere diretamente no sistema didático, pois guarda uma relação direta com o fenômeno cognitivo (PAIS, 2015, p. 18).

Além disso, pensar sobre prática educativa, professores e futuros professores necessitam compartilhar de uma visão holística do processo educacional. Nessa visão, a estrutura básica está relacionada com o antes, durante e depois. Em cima deste contexto que figuram planejamento, aplicação e avaliação. Nesse sentido, o autor Antoni Zabala coloca:

O planejamento e a avaliação dos processos educacionais são uma parte inseparável da atuação docente, já que o que acontece nas aulas, a própria intervenção pedagógica, nunca pode ser entendida sem uma análise que leve em conta as intenções, as previsões, as expectativas e a avaliação dos resultados. Por pouco explícitos que sejam os processos de planejamento prévio ou os de avaliação da intervenção pedagógica, esta não pode ser analisada sem ser observada dinamicamente desde um modelo de percepção da realidade da aula, onde estão estreitamente vinculados o planejamento, a aplicação e a avaliação (ZABALA,1998, p. 17).

Entender essas etapas como indissociáveis ajuda a compreender a importância de um planejamento adequado, levando em consideração as variáveis encontradas no âmbito da sala de aula e aproxima dos resultados estipulados e aferidos pós avaliação.

Ainda, sobre a efetiva atividade docente, as variáveis na composição de uma aula de matemática e as problemáticas enfrentadas nesse contexto, o autor Luiz Carlos Pais continua:

Há uma grande distância entre o que pode ser realizado em termos de objetivos e a efetiva realização do possível. A superação dessa distância certamente depende de muitas variáveis: formação de professores, redefinição de métodos, expansão dos atuais campos de pesquisa, criação e diversificação de estratégia, incorporação do uso das tecnologias digitais, e ainda uma boa dose de disponibilidade para revirar concepções enrijecidas pelo tempo (PAIS, 2015, p. 13).

Levando isso em consideração, o autor completa que o docente necessita observar os componentes “métodos, valores, estratégias e recursos” como articuláveis entre si sem desconexão para uma efetiva atuação em sala de aula.

Portanto, no processo de construção profissional, o docente necessita contemplar um significativo domínio do conteúdo para que o mesmo possa ser planejado, aplicado e avaliado de maneira a observar objeto, contexto e objetivos.

Considerando a importância do papel docente na sociedade e as problemáticas enfrentadas na prática educativa, uma formação acadêmica com experiências práticas como cursos extracurriculares, congressos e projetos com esse contexto, ou seja, ensaios voltados para sua futura rotina profissional,

corroboram para sua projeção como professor. Observa-se que o futuro docente em contato com tais possibilidades, juntamente com sua formação como indivíduo crítico poderá observar, avaliar e validar tais experiências no contexto de sua formação profissional individual, podendo, então, construir seu perfil profissional desejável.

4. SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Levando em consideração os pressupostos que fundamentam a importância da matemática como parte da educação básica e o papel do professor no processo de ensino e aprendizagem, neste trabalho são consideradas as atividades propostas pelo docente como o canal que estabelece o início do processo de aprendizagem e, na medida que as mesmas são desenvolvidas, concretizam o mesmo. Portanto, voltar as atenções para tais atividades nos traz possíveis reflexões sobre como, quando e o porquê, dessas variáveis serem selecionadas. Para nortear estas questões e propor uma alternativa prática, será utilizada a abordagem de uma sequência didática.

Para a compreensão dos parâmetros estabelecidos na definição e elaboração de uma sequência didática e inspirar a proposta que será apresentada por esse trabalho, inicialmente nos basearemos nas impressões e resultados difundidos principalmente na França nos anos 80. Em especial Michèle Artigue, precursora entre os franceses nas produções sobre Engenharia Didática.

Para Artigue (1996), o termo Engenharia Didática se estabelece na Didática Matemática pela semelhança em comparação ao trabalho de um engenheiro. O conhecimento científico seria utilizado como base para elaboração de processos práticos em campo cuja a ciência não possui uma solução para cada caso devido à complexidade das variáveis.

No texto, a autora coloca que esta caracterização foi percebida como uma forma de abordar duas questões cruciais, tendo em vista o estado de desenvolvimento da didática matemática na época. Sendo elas: a relação entre a pesquisa e a ação no sistema educacional e o papel que as “realizações didáticas” na sala de aula devem desempenhar dentro de metodologias de pesquisas didáticas.

Além disso, a autora se posiciona no caráter metodológico caracterizando como:

“um esquema experimental baseado em realizações didáticas em classe, isto é, sobre a concepção, a realização, a observação e a análise de sequências de ensino” (ARTIGUE, 1996, p. 247).

A obra também destaca que as diferentes etapas desse caráter metodológico se dão nas seguintes fases: análises prévias, concepção e análise a priori, experimentação, análise a posteriori e validação. A nível de compreensão das fases, entendendo como fator norteador da elaboração de sequências didáticas que serão as atividades pedagógicas desenvolvidas para os alunos, serão levados em consideração os pontos:

- 1. Análises Prévias:** baseada na estrutura teórica do conhecimento científico e da didática já adquirida na área estudada. Dentre os aspectos avaliados nessa fase, estão: análise epistemológica do assunto; análise do ensinamento habitual e o seu efeito; análise das concepções de alunos, dificuldades e obstáculos; e objetivos específicos da pesquisa.
- 2. Concepção e análise a priori:** nesta fase o professor define as variáveis que irão balizar seu trabalho. Tais variáveis são chamadas de “variáveis de controle” e classificam-se como macro-didáticas ou micro-didáticas. As variáveis macro-didáticas estão vinculadas a estrutura global das unidades didáticas, e as micro-didáticas às sessões que formam as mesmas unidades. Entende-se como fundamental nesse âmbito: definir hipóteses que irão compor as sessões (possivelmente vinculadas à estrutura global), bem como as situações a-didáticas decorrentes; analisar os possíveis problemas enfrentados pelos alunos em função da ação, escolha, decisão, controle e validação na execução das atividades; prever possíveis comportamentos e tentar mostrar como a análise permite controlar a sua direção.
- 3. Experimentação:** execução das atividades selecionadas para os alunos e observação dos resultados obtidos. Nesta fase, o docente deve estar atento aos resultados e agir como mediador da interação entre o discente e as atividades propostas.
- 4. Análise a posteriori e validação:** coleta e tabulação de dados sobre a produção dos alunos. Estas informações muitas vezes são complementadas por dados obtidos pela aplicação de questionários e entrevistas. Por validação entende-se como o confronto dos resultados obtidos com os objetivos pré-estabelecidos. A fim de não cair nas

armadilhas de uma habitual tabulação estatística, estas estarão relacionadas às variáveis de controle.

Dentro dos conceitos defendidos por Artigue, que ajudam a amparar a elaboração de uma estrutura didática, mais precisamente na etapa concepção e análise a priori, o professor deverá voltar às atenções a elaboração das atividades que a compõem a fim de entender quais abordagens irão atender melhor os cenários onde o mesmo trabalha. Para tanto, nos basearemos em autores como Antoni Zabala e Luiz Carlos Pais que dão continuidade a esse pensamento, corroborando diretamente sobre a elaboração e escolha dessas atividades.

Segundo Antoni Zabala, nas reflexões que precedem a prática educativa figuram algumas questões norteadoras para as finalidades e objetivos estipulados. Nesse contexto, é natural a presença de perguntas como “por que ensinar?”, “o que ensinamos?” ou “o que se deve aprender?”. As respostas para tais perguntas orientam, obviamente, os objetivos visto que explicitamente denotam a intenção da prática educativa. Em cima dessas questões, referenciado por Coll (1986), o autor coloca como com um grande potencial explicativo para os fenômenos educativos, dentre as diferentes formas de classificar os conteúdos, os vieses *conceitual*, *procedimental* e *atitudinal*. Para tanto, completa:

Se examinarmos a resposta tradicional sobre o papel do ensino e utilizarmos os diferentes tipos de conteúdos como instrumentos descritivos do modelo propedêutico que propõe, poderemos ver que é fácil efetuar uma descrição bastante precisa e que vai além das definições genéricas. As perguntas para defini-lo se resumiriam no que é preciso saber, saber fazer e ser neste modelo (ZABALA, 1998, p. 31).

No ponto de vista da matemática escolar, essa classificação se encaixa de forma a contemplar a aprendizagem significativa dos conteúdos tendo em vista que esses componentes formam os pilares da disciplina que são o saber matemático, fazer matemática e a atitude matemática.

Em relação a sequência de atividades para Zabala (1998), uma sequência didática, classificada como uma das diferentes variações metodológicas em sala de aula, é definida por uma “série ordenada e articulada de atividades que formam as unidades didáticas.” Segundo o autor os termos “unidade didática”, “unidade de programação” ou “unidade de intervenção pedagógica” se referem “às sequências

de atividades estruturadas para a realização de certos objetivos educacionais determinados”. Completa:

“Estas unidades têm a virtude de manter o caráter unitário e reunir toda a complexidade da prática, ao mesmo tempo que são instrumentos que permitem incluir as três fases de toda intervenção reflexiva: planejamento, aplicação e avaliação” (ZABALA, 1998, p.18).

Portanto, ao entender a abordagem, definir os métodos e escolher as atividades, o professor de matemática precisará levar em consideração o conteúdo de forma abrangente, qualificantes fundamentais, objetivos estabelecidos, perfil do aluno, ambiente de sala de aula, articulação entre as atividades, interações pessoais e métodos avaliativos. Em um cenário complexo como esse, definições sobre a estrutura escolhida poderá definir o nível de relevância sobre a avaliação do trabalho educacional.

Sobre a dimensão de tais escolhas, Zabala (1998) coloca ainda que se faz necessário levar em consideração a ordem em que as atividades são propostas, pois essa definição permitirá identificar uma primeira classificação do método utilizado. Portanto, essa ação norteia a abordagem a ser utilizada. O posicionamento de tais atividades e sobretudo a relação posicional das mesmas para atingir os objetivos estipulados nos ajuda a entender melhor o processo de aprendizagem e diagnosticar características importantes para interpretação de resultados.

Levando em consideração as ideias que norteiam o conceito de uma engenharia didática, o autor Luiz Carlos Pais (2015) reitera sobre a definição de sequência didática e a importância de um acompanhamento descritivo em circunstâncias reais como

“um certo número de aulas planejadas e analisadas previamente com a finalidade de observar situações de aprendizagem, envolvendo os conceitos previstos na pesquisa didática. Essas aulas são também denominadas de sessões, tendo em vista seu caráter específico para a pesquisa. Em outros termos, não são aulas comuns no sentido da rotina de sala de aula. Tal como acontece na execução de todo projeto, é preciso estar atento ao maior número possível de informações que podem contribuir no desvelamento do fenômeno investigado. [...] Muitas pesquisas exigem a observação direta de atividades realizadas pelos alunos, o que não é uma atividade evidente de ser registrada, tendo em vista as diversas relações nelas envolvidas.” (PAIS, 2015, p. 78)

Além disso, o autor acrescenta que a escolha do tipo de registro das atividades está diretamente ligada as variáveis selecionadas na análise a priori. Atento a essa questão o docente deverá observar se, por exemplo, um relato do

desenvolvimento em uma atividade irá descrever a complexidade das variáveis reais no momento. Exemplifica colocando que “o registro de atividades, envolvendo a manipulação de sólidos geométricos, exige um cuidadoso estudo preliminar para ampliar a confiabilidade da análise” e adiciona, lembrando que no campo essas “realizações podem ser filmadas, gravadas e outras, apenas descritas”.

A partir das considerações, registros e avaliações o professor poderá se debruçar sobre as análises a posteriori onde fará o tratamento dos dados levantados para que, quando confrontados com a análise a priori, gere subsídios para a validação da prática realizada.

5. EMBASAMENTO MATEMÁTICO

Para a aplicação da sequência didática, usaremos como pano de fundo tópicos da aritmética dos números primos, de forma mais específica, conceitos básicos sobre definições de números primos e compostos, juntamente com o Teorema Fundamental da Aritmética (TFA) e algumas implicações. Para tanto, este capítulo se destina a subsidiar os alicerces matemáticos que respaldam os conceitos abordados.

Definição 1: Chamaremos de *número primo* todo número natural maior que 1 (um) que admitir apenas os divisores positivos 1 e ele próprio.

Proposição 2: Sejam $a, b \in \mathbb{N}$ primos. Se $a|b$, então $a = b$.

Demonstração: Se $a|b$, como b é primo, então teríamos $a = b$ ou $a = 1$. Como $a > 1$, pois é primo, temos que $a = b$.

Proposição 3: Seja $a \in \mathbb{N}$ primo e $k \in \mathbb{Z}$. Se $a \nmid k$, então $\text{mdc}(a, k) = 1$.

Demonstração: De fato, se $\text{mdc}(a, k) = d$, teremos que $d|a$ e $d|k$. Contudo, como a é primo, $d = 1$ ou $d = a$. Entretanto, $a \nmid k$, portanto $d = 1$.

Definição 4: Chamaremos de *número composto* todo natural maior que 1 não primo.

Os números compostos serão gerados a partir do produto de dois números diferentes de 1. Com isso, dentre os possíveis divisores de um composto teremos sempre, no mínimo, um natural diferente de 1 e dele próprio.

Teorema 5: Dados a e b inteiros positivos cujo $\text{mdc}(a, b) = d$, existem $m, n \in \mathbb{Z}$ tais que:

$$am + bn = d.$$

Demonstração: Considerando o conjunto $I = \{am + bn \mid m, n \in \mathbb{Z}\}$, inicialmente mostraremos que, sendo $k = am_0 + bn_0$ o menor inteiro positivo de I , k divide a e b . Para tanto, vamos supor que k não divide a . Ao dividir o número a por k , utilizando o

método euclidiano, existem inteiros q e r , tais que $a = kq + r$, com $0 \leq r < k$. Portanto,

$$r = a - kq = a - q(am_0 + bn_0) = a(1 - qm_0) + b(-qn_0)$$

pertence ao conjunto I , o que é absurdo pois k é o menor elemento positivo de I . Analogamente, k divide b . Por fim, iremos mostrar que $k = d$. Como $\text{mdc}(a, b) = d$, escreveremos $a = dm_1$ e $b = dn_1$. Além disso,

$$k = am_0 + bn_0 = d(m_1m_0 + n_1n_0).$$

Logo, d divide k , sendo $d \leq k$. Porém, d não pode ser menor que k pois $\text{mdc}(a, b) = d$, e portanto $d = am_0 + bn_0$.

Proposição 6: Sejam $a, b, p \in \mathbb{Z}$, sendo p primo. Se $p|ab$, então $p|a$ ou $p|b$.

Demonstração: Mostrar a implicação em questão é equivalente a mostrar que se $p|ab$ e $p \nmid a$, então $p|b$. Se $p \nmid a$, então $\text{mdc}(p, a) = 1$. Logo, existem $m, n \in \mathbb{Z}$, tais que $mp + na = 1$. Multiplicando esta equação por b , temos que $b = mpb + n(ab)$. Agora, como $p|ab$, então existe $e \in \mathbb{Z}$ tal que $pe = ab$. Dessa forma, $b = mpb + npe = p(mb + ne)$. Portanto, $p|b$.

Corolário 7: Sejam p, p_1, p_2, \dots, p_n números primos. Se $p|p_1 \cdot p_2 \cdot p_3 \cdot \dots \cdot p_n$, então $p = p_i$, para algum $i \in \{1, 2, \dots, n\}$.

Demonstração: Se $p|p_1 \cdot p_2 \cdot p_3 \cdot \dots \cdot p_n$, então, pela Proposição 6, $p|p_1$ ou $p|p_2 \cdot p_3 \cdot \dots \cdot p_n$. Se $p|p_1$, $i = 1$ e nada mais há para mostrar. Se $p|p_2 \cdot p_3 \cdot \dots \cdot p_n$, então o resultado segue por indução em n .

Teorema 8 (Teorema Fundamental da Aritmética): Todo número natural maior do que 1 ou é primo ou se escreve de modo único (a menos da ordem dos fatores) como um produto de números primos.

Demonstração: Primeiramente, provaremos a existência. Suponha por indução que o resultado seja verdadeiro para todo número natural menor que n . Iremos provar que será verdadeiro também para n . Para n primo não há o que provar. Supondo n composto, temos dois naturais n_1 e n_2 de maneira que $n_1 \cdot n_2 = n$, $1 < n_1 < n$ e $1 < n_2 < n$. Pela hipótese de indução, temos $n_1 = p_1 \cdot p_2 \cdot \dots \cdot p_r$ e $n_2 = q_1 \cdot q_2 \cdot \dots \cdot q_s$, com $p_1, p_2, \dots, p_r, q_1, q_2, \dots, q_s$ primos. Logo, $n = p_1 \cdot p_2 \cdot \dots \cdot p_r \cdot q_1 \cdot q_2 \cdot \dots \cdot q_s$.

Quanto a unicidade, suponha que existam duas possíveis formas de representar n como produto de primos, ou seja, $n = p_1 \cdot p_2 \cdot \dots \cdot p_r = q_1 \cdot q_2 \cdot \dots \cdot q_s$, onde p_i e q_j são primos. Sendo assim $p_1 | q_1 \cdot q_2 \cdot \dots \cdot q_s$, pelo Corolário 7, temos que $p_1 = q_j$ para algum j , reorganizando faremos $j = 1$. Portanto, $p_2 \cdot p_3 \cdot \dots \cdot p_r = q_2 \cdot q_3 \cdot \dots \cdot q_s$. Sendo $p_2 \cdot p_3 \cdot \dots \cdot p_r < n$, por hipótese temos que $r = s$ e os p_i e os q_j são iguais dois a dois.

Teorema 9: Dado um número inteiro n diferente de 0, 1 e -1 , existem primos $p_1 < p_2 < \dots < p_r$ e $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_r \in \mathbb{N}$, determinados de forma unívoca, tais que

$$n = \pm p_1^{\alpha_1} \dots p_r^{\alpha_r}.$$

Implicação direta do TFA, o Teorema 9 estende a estrutura estabelecida de forma a contemplar os inteiros. Notemos que para comparar dois números inteiros a partir de suas decomposições em primos basta utilizarmos o recurso onde os expoentes podem ser zero, assim sendo, dois números poderão ser comparados primo a primo.

Outra consideração, um número inteiro $n = \pm p_1^{\alpha_1} \cdot \dots \cdot p_r^{\alpha_r}$ será quadrado perfeito se, e somente se, todo α_i é par, ou seja, $\alpha_i = 2k_i$, com $k_i \in \mathbb{N}$. Será cubo perfeito se, e somente se, $\alpha_i = 3k_i$, com $k_i \in \mathbb{N}$. Analogamente, podemos entender que $n = \pm p_1^{\alpha_1} \cdot \dots \cdot p_r^{\alpha_r}$ terá raiz m -ésima exata se, e somente se, $\alpha_i = mk_i$, com $k_i \in \mathbb{N}$.

Proposição 10: Seja $n = p_1^{\alpha_1} \cdot \dots \cdot p_r^{\alpha_r}$ natural decomposto em primos. Se n' é divisor positivo de n , então $n' = p_1^{\beta_1} \cdot \dots \cdot p_r^{\beta_r}$, onde $0 \leq \beta_i \leq \alpha_i$, para $i = 1, \dots, r$.

Demonstração: Considerando n' divisor positivo de n , existe p^β fator da decomposição em primos de n' . Como $p^\beta | n$, temos que p^β divide algum $p_i^{\alpha_i}$, por ser primo com os demais fatores da decomposição de n , logo $p = p_i$ e $0 \leq \beta_i \leq \alpha_i$.

6. ESTRUTURA DA EXPERIÊNCIA DE CAMPO

Para desenvolver a pesquisa de campo, inspirado pelos conceitos abordados nos aportes metodológicos, intervimos no ambiente escolhido, uma classe de licenciandos em Matemática regularmente matriculados e integrantes do Programa Instituição de Bolsas de Iniciação a Docência (PIBID), em três fases.

Na primeira com um questionário descrito na seção 6.1, elaborado para trabalho, foram inferidas questões sobre o ambiente de sala de aula, mais especificamente sobre características de uma aula de matemática com o objetivo de gerar reflexões sobre planejamento de aula, avaliações, possíveis abordagens e identificar os saberes prévios sobre sequências didáticas. Essas considerações e relatos nos trazem material hábil a nível de justificativa sobre a importância de ponderações e experiências práticas na formação de um docente, visto que a aplicação se deu em um ambiente onde estarão futuros docentes em diferentes níveis (período curricular) de formação.

Para a segunda fase, levamos até os alunos uma sequência didática dividida em três sessões, com o objetivo de refletir sobre suas concepções em relação aos números primos, abordando também algumas implicações para os conjuntos dos naturais e a fundamentação teórica deste tema abordado a partir das definições e problemáticas trabalhadas. Esperou-se, nesta fase, corroborar com o aprimoramento matemático dos futuros docentes.

Em seguida, na terceira fase, após explicar os detalhes da abordagem escolhida, trouxemos à tona novamente as questões sobre a dinâmica de sala de aula, observando as novas colocações dos alunos para avaliar ao final quais contribuições foram agregadas à percepção dos futuros docentes em relação a abordagem por intermédio de uma sequência didática.

Esperamos-se ao final de todas as fases, analisamos o uso de uma Sequência Didática em uma sala de aula para futuros docentes em Matemática. Para tanto, pretendemos, com a aplicação da sequência elaborada em consonância com as perspectivas dos licenciandos sobre o que é uma Sequência Didática,

exemplificar, fundamentar e discutir as implicações dessa prática no planejamento de uma aula de Matemática.

6.1 Primeira fase – análise prévia

Com a finalidade de conhecer o campo onde foi aplicada a pesquisa e em conformidade com os parâmetros estabelecidos para a elaboração das atividades, neste subcapítulo exibiremos o questionário que conduziram os relatos dos licenciandos sobre aspectos de uma aula de matemática juntamente com a percepção prévia sobre sequências didáticas.

Com um questionário, conforme o Questionário 1, tivemos como finalidade entender qual a perspectiva dos participantes em relação a proposta de abordagem, bem como a visão sobre o papel do professor no contexto de mediador do processo de ensino e aprendizagem.

QUESTIONÁRIO 1
Aluno 1: Nome
<p>1. Como elaborar uma aula de matemática? Quais variáveis considerar para construir uma estrutura didática aplicável?</p> <p>Consideração: Na elaboração de uma aula, segundo os autores citados neste trabalho, o docente deverá levar em consideração o tema, objetivos, turma, ambiente, recursos, entres outros fatores que podem dificultar ou facilitar o processo educacional. Para tanto, espera-se que o futuro docente tenha em mente que o processo de aprendizagem perpassa pelo planejamento rigoroso e que considera de forma constante as variáveis citadas nas etapas do planejamento, aplicação e avaliação.</p>
<p>2. Como conectar objetivos e atividades desenvolvidas em sala de aula?</p> <p>Consideração: Ao estruturar e escolher as atividades que serão aplicadas, o docente necessitará vislumbrar os objetivos a serem atingidos de forma prática e direta. Assim, o discente terá a percepção da busca por soluções em direção ao conhecimento, mas também o docente poderá observar o desenvolvimento para que, como mediador do processo, interfira de forma adequada.</p>

3. Como avaliar o que a turma aprendeu?

Consideração: Ao avaliar o desenvolvimento do discente no processo didático, o professor precisará entender que o diagnóstico deve ser abrangente, que contemple as atividades exercidas em todo o planejamento, bem como as contribuições agregadas a cada aluno durante essas atividades.

4. O que você entende sobre sequência didática?

Consideração: Espera-se aqui que os alunos tentem definir o significado desse termo de forma intuitiva ou empírica, se os mesmos se comprometerem a responder.

Nesse contexto, abrimos também uma breve entrevista com a finalidade de aproximar o mediador das atividades e os licenciandos, conhecendo melhor algumas características da turma. Essas entrevistas não foram relatadas nos resultados obtidos por não serem objeto central da pesquisa.

6.2 Segunda fase - sequência didática

A nível de aplicação das atividades para o ensino de matemática, com o propósito de apresentar uma alternativa para abordagem com sequência didática que circulem em volta de estruturas determinadas por questionários que estão previstos também pelo plano de aula (Anexo). No mesmo estão os passos a serem seguidos, tendo como pretexto consolidar conceitos sobre Números Primos e algumas implicações para nortear a aplicação das atividades na ordem estabelecida.

Para realizarmos essa sequência, após apresentar e discutir sobre um problema motivador de reflexão, contamos com a colaboração do trabalho do Dr. Rubens Vilhena Fonseca proposta em cumprimento das exigências para obtenção do título de Doutor em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. No mesmo, o autor se baseia nos trabalhos de Zazkis e Campbell (1996) e Zazkis e Liljedahl (2004) para elaborar e aplicar uma sequência didática a fim de corroborar, gerar e fomentar material acadêmico no campo da Educação Matemática, mais especificamente em Teoria dos Números. Dentro do nosso

trabalho nos referiremos sobre as contribuições de Fonseca (2015) como Questionário 2.

QUESTIONÁRIO 2

1) Como você descreve um número primo? E um número composto? Qual é a relação entre números primos e compostos? (ZAZKIS & LILJEDAHN, 2004).

Nesta questão, esperava-se que os estudantes indicassem especificamente uma definição para números primos no âmbito dos números naturais como sendo aqueles números que são divisíveis apenas por si mesmos e por um – ou, ainda, aqueles números cuja única decomposição em fatores admitida é a trivial, contendo, como fatores, o próprio número e o um. Definições parciais e/ou incompletas poderiam surgir, como a indicação de que os primos têm apenas dois divisores (sem especificar quais), ou que têm apenas a si mesmos como divisores (ignorando o 1).

Os números compostos possuem, além deles mesmos e do 1, como divisores, outros números menores do que ele mesmo e pertencentes ao conjunto dos números naturais. De forma mais completa, diz-se que os números compostos são aqueles que podem ser decompostos em fatores primos de forma única, a não ser pela ordem.

2) Considere $F = 151 \times 157$. F é um número primo? Indique SIM ou NÃO e explique sua decisão (ZAZKIS & LILJEDAHN, 2004).

Para esta questão, os estudantes deveriam anotar, como resposta, a alternativa “Não”, uma vez que a representação indicada, pretensamente transparente, indica que F é composto, relacionando, inclusive, os fatores primos componentes. Os estudantes deveriam recorrer ao TFA para concluir que a referida decomposição é única, a não ser pela ordem.

De outro modo, os sujeitos poderiam efetuar o produto indicado, obtendo 23707, uma representação opaca quanto à detecção do caráter composto do número. A partir desta outra representação, apesar de isto não ser necessário, o aluno poderia efetuar testes com os fatores para cogitar se este número seria primo ou não. Pode ocorrer, inclusive, de o sujeito tentar efetuar divisões pelos primos a partir de 3, desistindo quando perceber que os fatores menores que 151 não são divisores do número, podendo, inclusive, declarar erroneamente que o número é primo.

3) Considere o número $M = 3^3 \times 5^2 \times 7$ e decida se o mesmo é divisível por cada um dos números da lista formada por 7, 5, 3, 2, 15, 11, 9 e 63 (ZAZKIS & CAMPBELL, 1996);

Espera-se que o sujeito, ao observar a decomposição de M em fatores primos, e considerando que a mesma é única, pela simples observação dos fatores primos componentes consiga decidir corretamente quais seriam os divisores (todos da lista, com exceção do 2 e do 11, que não fazem parte da decomposição de M em primos). Uma estratégia alternativa – e desnecessária – pode ser a de multiplicar os fatores componentes, obtendo 4725, e tentar dividir por cada um dos números candidatos da lista, constatando individualmente quais deles seriam divisores.

4) Considere o número $K = 16199 = 97 \times 167$ (onde 97 e 167 são reconhecidos como números primos) e decida se K pode ser divisível por 3, 5, 11, 13 e 17 (ZAZKIS & CAMPBELL, 1996);

Da mesma forma que a questão anterior, considerando a representação pretensamente transparente disponível, era de se esperar que o sujeito constatasse que 97 e 167 são os fatores primos únicos nos quais o número se decompõe, descartando, desta maneira, quaisquer outros números candidatos a divisores. Da mesma forma que na questão anterior, pode ser que o estudante tente efetuar todas as divisões, o que seria desnecessário e teria um maior custo operatório.

5) Examine uma lista de números, tais como 8^2 , 17^2 , 17^3 , 234^3 , 234^6 , $5^2 \times 17^2$, $5^3 \times 7^2$, $5^6 \times 17^2$, p^3 com p primo, C^3 com C composto, e decida quais números da lista são, ou poderiam ser, quadrados perfeitos (ZAZKIS & CAMPBELL, 1996);

Aqui, espera-se que o sujeito reconheça como quadrados perfeitos todas as representações que possam ser escritas em função da forma n^2 . Para isto, espera-se, também, que o estudante perceba os conceitos de primos e compostos, e as possíveis decomposições em primos dos candidatos. Pode ocorrer a substituição, por parte dos estudantes, do conceito de quadrado perfeito pela notação n^2 , o que levaria os sujeitos a não reconhecerem representações numéricas em outras formas.

6) Considere $m(2k + 1)$, onde m e k são números inteiros. Este número é primo? Ou, poderia, de alguma forma, ser primo? (ZAZKIS & LILJEDAHL, 2004).

Aqui, espera-se que o sujeito primeiramente reconheça que o número dado possui dois fatores, m e $(2k+1)$. A partir daí, que recorra ao fato que, se um número p é primo, seus únicos fatores são p e 1 . A partir dessas informações, espera-se, também, que ele estabeleça m como um inteiro positivo e k como um inteiro não-negativo e faça as seguintes conjecturas:

- a) Se $k = 0$, restaria $m \times 1$, o que lhe permitiria admitir qualquer valor primo para m para que o número dado fosse primo;
- b) Se $k > 0$, o número ímpar $(2k+1)$ seria sempre maior que 1 , o que obrigaria, para que o candidato fosse primo, fixar $m = 1$ e admitir $2k+1$ primo;
- c) Se $k > 0$ e $m > 1$, restaria um número cujos fatores seriam maiores que 1 ; logo, não seria um número primo.

Para aplicação inicial do questionário, apresentamos as questões expostas no Questionário 2 de forma individualizada uma por vez para cada aluno, com o intuito de levar os mesmos a reflexões sobre os conceitos aprendidos até aquela fase de sua vida acadêmica. Ao término dessa aplicação, propusemos as mesmas questões de forma coletiva, com grupos de três a cinco alunos, para que dessa forma discutam entre si suas respostas a fim de consolidar as mesmas por uma perspectiva mais abrangente.

Em seguida, na mesma sessão, foram levantadas e discutidas as respostas para conceituar e generalizar as definições e teoremas que balizam os conceitos abordados para consolidação da teoria abordada. Esse trabalho foi feito por toda a turma e com o mediador da proposta.

Para uma segunda sessão, aplicamos o Questionário 3, baseado nos conceitos trabalhados anteriormente. O mesmo terá função de exame para compreendermos a variação na concepção dos saberes prévios e a posteriori. Para elaboração do mesmo, tomamos como inspiração o Questionário 2 e entende-se que, mesmo em proporções ou abordagens distintas, cumpre os mesmos objetivos.

QUESTIONÁRIO 3

- 1) Classifique, dividindo os naturais maiores que 1 , quanto sua primalidade e em seguida, destaque as características que motivam essa divisão.

2) Um número primo pode ser escrito como o produto de números naturais? Argumente sobre a sua resposta.
3) Considere o número $M = 5^2 \times 11^3 \times 2$ e decida se o mesmo é divisível por cada um dos números da lista formada por 3, 11, 17, 22, 5, 50 e 100.
4) Examine uma lista de números, tais como 27^2 , 5^2 , 7^3 , 127^5 , 127^6 , $7^2 \times 13^2$, $7^3 \times 13^2$, $7^6 \times 13^2$, q^5 com q primo, d^5 com d composto, e decida qual números da lista são, ou poderiam ser, quadrados.
5) Encontre o menor número natural não nulo que quando multiplicado por $N = 2^3 \times 3^8 \times 5^7 \times 7$ gera um produto quadrado perfeito.
6) Sendo $\frac{2 \times 3^2 \times 7^a}{7^b}$ uma divisão que gera quociente exato e $a, b \in \mathbb{N}$, existe alguma relação entre os possíveis valores de a e b ? Explique.

Na terceira sessão, após tabular e tratar os dados obtidos pelos Questionários 2 e 3, foram apresentados aos futuros docentes os resultados de forma quantitativa e comparativa para que os mesmos tenham dimensão sobre o impacto de uma proposta elaborada para atender às necessidades da turma.

6.3 Terceira fase – concepções finais

Para concluir a pesquisa de campo, levamos de forma expositiva aos alunos, os detalhes da abordagem utilizada, delimitando aos mesmos os objetivos e metodologias utilizadas para elaboração e aplicação das atividades realizadas. Levamos também aos alunos as considerações sobre sequências didáticas e suas características e alguns autores para pesquisa e aprofundamento futuro. Ao final da explanação foram discutidos os resultados obtidos no Questionário 1, levando novamente à reflexão sobre o papel didático do professor pós aplicação da proposta.

7. ANÁLISE DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA APLICADA

Este capítulo contém um levantamento dos resultados obtidos em campo com a aplicação dos Questionários 2 e 3 em consonância com as propostas didáticas. Espera-se gerar um panorama global em relação a relevância das atividades propostas, visto que os questionários objetivavam entender a percepção dos conceitos trabalhados no início e final da sequência didática. A proposta foi aplicada e concluída por vinte e dois alunos que registraram suas soluções para cada questão individualmente. Considerando o conceito abordado, bem como os requisitos básicos para aplicação da sequência, não será considerado, neste levantamento, o período curricular em que o graduando se encontra.

7.1 Análises de resultados matemáticos por questão – Parâmetros de Comparação

Para o diagnóstico dos resultados utilizamos variáveis de controle de acordo com cada questão trabalhada e os parâmetros de comparação: incorreta (IN), resposta incompleta (RI) e resposta completa (RC) para balizar as soluções, segundo os seguintes critérios:

- **Incorreta:** Quando a solução apresentada para a questão não atender nenhuma das variáveis de controle ou não for apresentada nenhuma solução;
- **Resposta Incompleta:** Quando a solução atender parcialmente as variáveis de controle;
- **Resposta Completa:** Quando a solução atender integralmente as variáveis de controle.

Os parâmetros balizadores foram entendidos pelas expectativas para cada questão expressas nos respectivos quadros em anexo.

7.2 Confronto de Resultados – Questionário 2 e 3

Como já citado neste trabalho, o Questionário 2 teve como principal objetivo diagnosticar o panorama prévio sobre os conceitos relacionados aos Números Primos que seriam o cerne da proposta matemática. O mesmo objetivo principal teve o Questionário 3 para um panorama pós abordagem do tema, elaborado para atuar em consonância com o Questionário 2 no que concerne aos objetivos específicos das questões. Para isso, o Questionário 3 traz quatro questões de comparação direta e duas para avaliação com correlação indireta. Assim, serão apresentados a seguir a relação entre as quatro questões de comparação direta no que tange seus objetivos, variáveis de controle e resultados, bem como as principais variações de respostas dentro de uma perspectiva holística da turma participante.

7.2.1 Confronto de Resultados - Questão 1 dos Questionários 2 e 3

Nas primeiras questões dos Questionários 2 e 3, esperava-se entender se os alunos traziam consigo e/ou compreenderam, após as atividades, as definições de números primos, compostos e a relação entre esses dois conjuntos tendo como parâmetro os Naturais.

Este trabalho entende que as questões:

- 1) (Questionário 2) Como você descreve um número primo? E um número composto? Qual é a relação entre números primos e compostos?
- 1) (Questionário 3) Classifique dividindo os naturais maiores que 1 quanto sua primalidade e em seguida destaque as características que motivam essa divisão.

Apesar de possuírem abordagens distintas, trazem consigo o mesmo apelo pelas definições que norteariam suas respostas sobre os temas supracitados. Para tanto, nos baseamos nos padrões de respostas apresentadas juntamente com algumas expectativas de resultados contidos no Questionário 2, sendo eles “indicar especificamente uma definição para números primos no âmbito dos números naturais como sendo aqueles números que são divisíveis apenas por si mesmos e por um – ou, ainda, aqueles números cuja única decomposição em fatores admitida é a trivial, contendo, como fatores, o próprio número e o um. Definições parciais e/ou incompletas poderiam surgir, como a indicação de que os primos têm apenas dois divisores (sem especificar quais), ou que têm apenas a si mesmos como divisores

(ignorando o 1); indicar como compostos os números que além deles mesmos e do 1, como divisores, outros números menores do que ele mesmo e pertencentes ao conjunto dos números naturais. De forma mais completa, diz-se que os números compostos são aqueles que podem ser decompostos em fatores primos de forma única, a não ser pela ordem”.

Dentro desse cenário, a partir do Questionário 2, observamos que os alunos não buscaram balizar as respostas com o um formalismo próprio da matemática, que seria encarado como natural visto que a turma era formada por licenciandos em matemática, porém no diagnóstico de suas respostas não foi levado em consideração como um ponto negativo e os resultados nos sugeriram padrões de respostas onde as principais alterações foram:

- Desconhecimento da definição para números primos e/ou compostos, bem como a relação entre esses grupos de números ou quaisquer características;
- Definição incompleta de primos; definir primo como um número que pode ser dividido por dois números, sem identificar estritamente quais;
- Não reconhecimento de números compostos; não argumentação sobre quaisquer características desse grupo de números.

Para as alterações, encontradas atribuímos os parâmetros Incorreta para a primeira citada e Incompleta para a segunda. Assim, quando confrontamos o universo estudado, vinte e dois alunos, onde oito atingiram de forma completa as definições exigidas, com os padrões de alterações presentes nos resultados obtemos:

Alteração Apresentada	Quantidade de Alunos
Desconhecimento da definição para números primos e/ou compostos	2
Definição incompleta de primos	2
Não reconhecimento de números compostos	10

Considerando os dados apresentados, entendemos que a proposta didática, como prevista, deveria incluir a discussão sobre formalização das definições para embasar as percepções prévias sobre esses dois conjuntos para entender as nuances de uma definição correta como fator determinante para construção de novos conceitos, enfatizando a utilização principalmente da terminologia para

números compostos e sua relação com primos fundamentada pelo Teorema Fundamental da Aritmética.

Como na segunda etapa da sequência proposta, discussão coletiva sobre as respostas no Questionário 2, algumas percepções já foram alteradas. Observou-se já nessa discussão entre os alunos uma mudança de visão principalmente para a definição completa de números primos. Assim, a proposta de formalização pelo mediador, que previa levantar essas alterações com a turma, trouxe apenas uma alternativa para definição de primos com observações no que poderia ocasionar as possíveis imprecisões.

Com a discussão coletiva entre os alunos sobre as respostas encontradas individualmente e a formalização e organização dos conceitos para diluir possíveis dúvidas, as atividades realizadas a partir do Questionário 2 deflagraram um novo panorama sobre o conceito abordado na Questão 1. Isso pode ser melhor compreendido pelos resultados encontrados para o Questionário 3. Neste, a única alteração apresentada foi o “Não reconhecimento de números compostos; não argumentação sobre quaisquer características desse grupo de números” e para o novo diagnóstico sete alunos apresentaram essa alteração.

Para compreender a diferença entre os diagnósticos entre o Questionário 2 e 3, utilizamos os parâmetros de comparação estipulados para observarmos nos gráficos a seguir a variação de desempenho da turma em função da realização da sequência didática. Na Figura 1 as siglas RC se referem à Resposta Completa e RI à Resposta Incompleta.

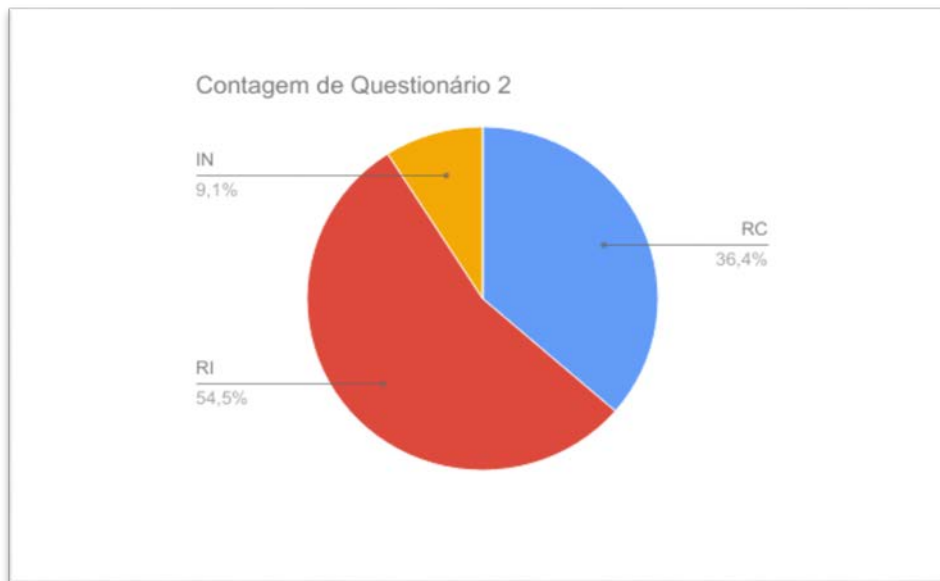


Figura 1. Resultados referentes à Questão 1 - Questionário 2

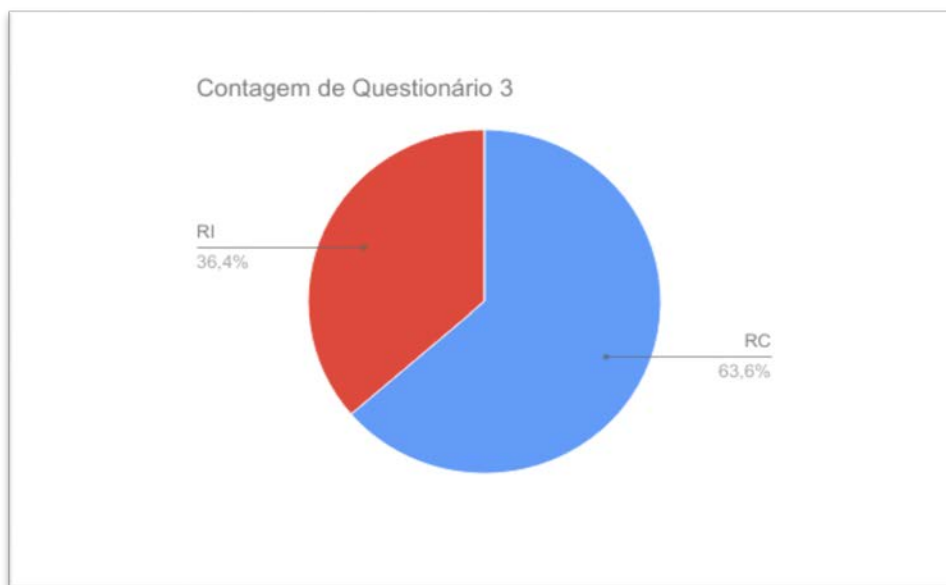


Figura 2. Resultados referentes à Questão 1 - Questionário 3

Visto que a totalidade não foi atendida, mas houve mudança no diagnóstico tendendo ao que se entende como Resposta Completa, a percepção sobre o desempenho para primeira questão dos Questionários 2 e 3 foi considerada satisfatória. Acredita-se que com a apresentação das variações de resposta e o diagnóstico geral para a turma na avaliação final, que não contará com novo diagnóstico, haverá ainda aprimoramento dos conceitos abordados.

7.2.2 Confronto de Resultados - Questão 2 dos Questionários 2 e 3

Na segunda questão aplicada nos Questionários 2 e 3, os alunos foram interpelados sobre uma implicação básica para a definição de primos, o reconhecimento da primalidade de um número gerado pelo produto de naturais. Para as questões:

2) (Questionário 2) Considere $F = 151 \times 157$. F é um número primo? Indique SIM ou NÃO e explique sua decisão.

2) (Questionário 3) Um número primo pode ser escrito como o produto de números naturais? Argumente sobre a sua resposta.

Este trabalho apresenta o mesmo objetivo geral, porém com abordagens distintas. No Questionário 2 o número F é exibido como uma multiplicação de naturais definidos, o que torna explícita a avaliação de possíveis divisores. Para tal avaliação, tomamos a solução e argumentação alternativa apresentada no Questionário 2 para esse Questionário, bem como levamos em consideração as possíveis justificativas, com o fim de comparar e qualificar sobre os parâmetros escolhidos. Para tanto, os pontos de alterações para respostas incorretas ou incompletas no Questionário 2 foram:

- Cálculo do produto sugerido por F e a indefinição de sua primalidade;
- Definição equivocada para primos: “número gerado pelo produto de primos”.

Observou-se que, como a questão abordada só admitia duas respostas, sim ou não, além da argumentação que iria confirmar a validade da resposta, não obtivemos como resultado respostas incompletas. Portanto, considerando que no levantamento dos dados registramos doze Respostas Completas, tivemos doze Respostas Incorretas. Ainda, para as doze Respostas Incorretas, dez foram geradas pelo “Cálculo do produto sugerido por F e a indefinição de sua primalidade”.

Na questão apresentada no Questionário 3, a indefinição dos números que podem figurar no produto pode sugerir uma resposta incorreta, quando o aluno, sem o embasamento do conceito, escolhe exemplos equivocados para a formulação do

argumento. Sendo assim, entende-se que a questão apresentada após a sequência didática possui grau de dificuldade maior que a comparada.

No novo diagnóstico, Questão 2 do Questionário 3, o número de respostas Incorretas passou a quatro e Respostas corretas para dezessete. Esta questão também apresentou uma Resposta considerada Incompleta por este trabalho.

Sendo assim, a relação para comparação de resultados confrontados para a Questão 2 nos Questionários 2 e 3, pode ser observada na representação gráfica abaixo:



Figura 3. Resultados referentes à Questão 2 - Questionário 2

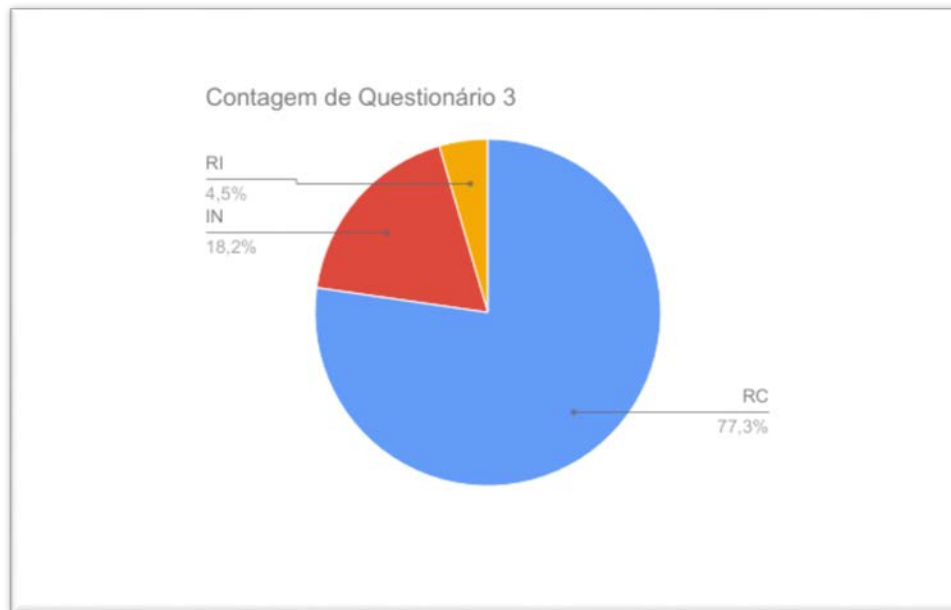


Figura 4. Resultados referentes à Questão 2 - Questionário 3

Analisando os gráficos para entendimento dos resultados, observa-se que, apesar da segunda questão ser considerada com um nível de dificuldade acima da comparada, os alunos alcançaram um número de Respostas Completas maior que o anterior.

7.2.3 Confronto de Resultados - Questão 3 dos Questionários 2 e 3

Para a Questão 3 nos Questionários 2 e 3, abordamos com os alunos envolvidos a identificação de divisores, dentre uma lista de naturais, para um número M dado decomposto em fatores primos. Ambas as questões apresentaram o mesmo enunciado com exceção dos valores numéricos, como se pode observar a seguir:

3) (Questionário 2) Considere o número $M = 3^3 \times 5^2 \times 7$ e decida se o mesmo é divisível por cada um dos números da lista formada por 7, 5, 3, 2, 15, 11, 9 e 63.

3) (Questionário 3) Considere o número $M = 5^2 \times 11^3 \times 2$ e decida se o mesmo é divisível por cada um dos números da lista formada por 3, 11, 17, 22, 5, 50 e 100.

Para a resolução de tais questões, esperava-se que os alunos, por observação da decomposição em primos de M e seu possível divisor, constatassem se os

números citados na lista são ou não divisores de M . Com isso, consideramos as soluções apresentadas pelos alunos e, dentro dos parâmetros estipulados neste trabalho, classificamos a título de comparação as mesmas, onde os principais equívocos cometidos foram:

- efetuar o produto apresentado na decomposição de M e não identificação de todos os divisores;
- identificar apenas os divisores primos presentes na lista.

Para o Questionário 2, onze alunos concluíram na sua totalidade a solução para a Questão 3. Dentro do universo complementar a esse, os alunos se dividiram da seguinte forma:

Alteração Apresentada	Quantidade de Alunos
Campo de Resposta em Branco	2
Produto e não identificação de nenhum divisor	3
Produto e identificação parcial de divisores	3
Identificação apenas dos divisores primos	3

Para os alunos distribuídos no quadro anterior, a classificação atribuída às suas respostas foram Incorreta, quando a mesma não identificou nenhum dos divisores ou não foi escrita (campo de resposta em branco), e Incompleta, quando o mesmo identificou parcialmente os divisores.

Após a aplicação do Questionário 3, em resposta ao diagnóstico pós aplicação da sequência didática, os resultados apresentados sofreram alterações no sentido comparativo. O número de Respostas Completas passou para dezessete e foi observado também alteração no padrão de Respostas Incompletas. As alterações observadas foram:

- efetuar o produto apresentado na decomposição de M e não identificação de todos os divisores;
- identificar apenas os divisores potências de primos presentes na lista.

Com isso, utilizando mesmos parâmetros de classificação para distribuição de Respostas Incorretas e Incompletas, obtivemos o seguinte resultados para alteração de respostas previstas:

Alteração Apresentada	Quantidade de Alunos
Campo de Resposta em Branco	2
Produto e identificação parcial de divisores	1
Identificação apenas dos divisores de potências de primos	2

Levando em consideração os dados recolhidos após a aplicação dos Questionários 2 e 3, usando como referência a Questão 3 em ambas, e a classificação atribuída às respostas dos alunos dentro dos parâmetros estabelecidos os gráficos a seguir exibem este cenário comparativo.

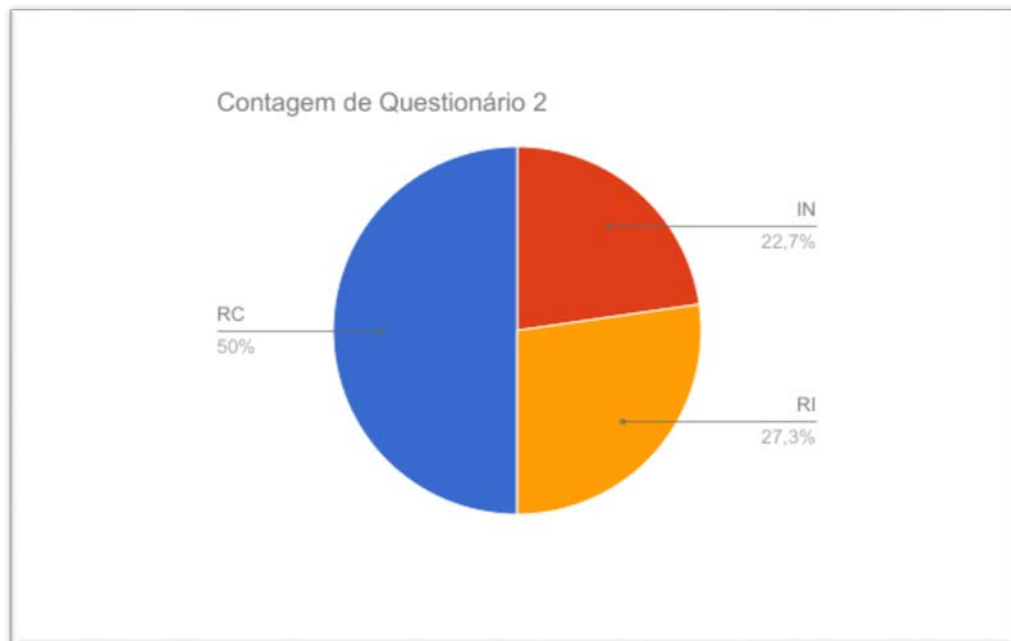


Figura 5. Resultados referentes à Questão 3 - Questionário 2

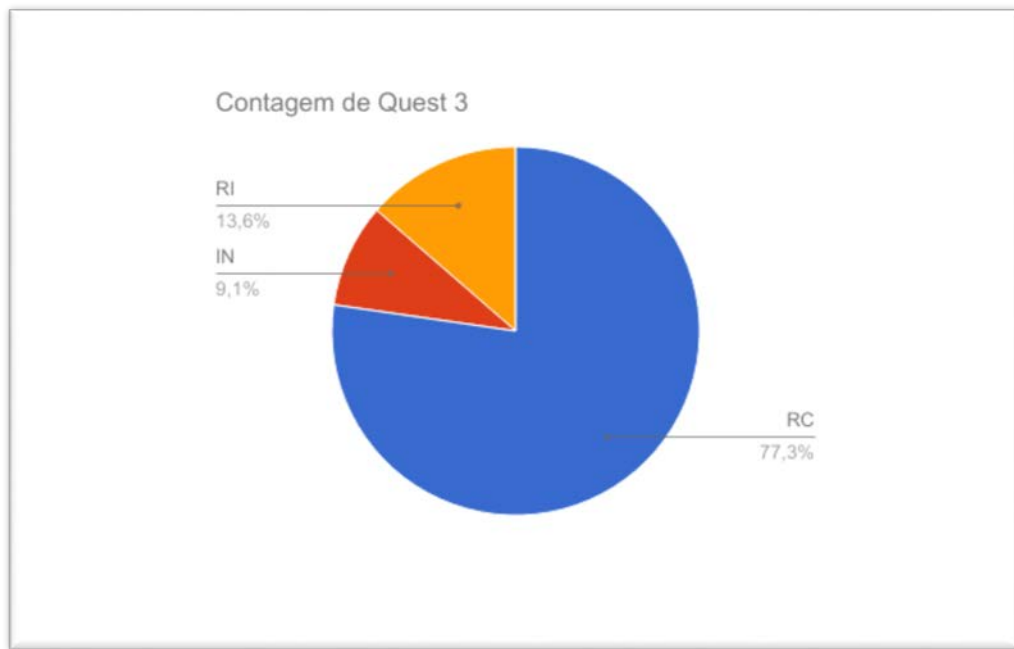


Figura 6. Resultados referentes à Questão 3 - Questionário 3

7.2.4 Confronto de Resultados - Questão 5 do Questionário 2 e Questão 4 do Questionário 3

Ainda na análise comparativa de Respostas para os Questionários 2 e 3, este trabalho enfatizou a comparação dos resultados para a quarta questão nos dois questionários. A mesma trazia como objetivo a identificação dos quadrados perfeitos ou possíveis quadrados dispostos em uma lista exibida pelo enunciado. Este trabalho também reconhece as questões:

5) (Questionário 2) Examine uma lista de números, tais como 8^2 , 17^2 , 17^3 , 2343, 2346, 52×172 , 53×72 , 56×172 , p^3 com p primo, C^3 com C composto, e decida quais números da lista são, ou poderiam ser, quadrados perfeitos;

4) (Questionário 3) Examine uma lista de números, tais como 27^2 , 5^2 , 7^3 , 127^5 , 127^6 , $7^2 \times 13^2$, $7^3 \times 13^2$, $7^6 \times 13^2$, q^5 com q primo, d^5 com d composto, e decida qual números da lista são, ou poderiam ser, quadrados;

como de comparação direta, visto que as mesmas apresentam o mesmo enunciado com exceção dos valores numéricos exibidos. Com isso, esperava-se diagnosticar,

com as respostas dos alunos, algum tipo de variação após a conclusão da sequência didática proposta.

Para os resultados obtidos na aplicação do Questionário 2, destacamos que as alterações observadas foram:

- Desconhecimento da terminologia “quadrado perfeito”;
- Identificação apenas dos quadrados escritos explicitamente na forma a^2 .

Nesse panorama, cinco alunos atingiram o status de Respostas Completas e identificaram corretamente todos os quadrados perfeitos. Para o restante dos alunos que realizaram a atividade, doze não responderam, justificando que não conheciam a terminologia, e cinco identificaram apenas os exibidos de forma explícita, ou seja, da forma a^2 .

Após as atividades previstas pela sequência didática e a aplicação do Questionário 3, os resultados obtidos sofreram algumas mudanças, em relação a questão comparada no Questionário 2.

Dentro das questões consideradas Incorretas e Incompletas, foram observados dois tipos de alterações que são:

- Desconhecimento da terminologia “quadrado perfeito”;
- Identificação apenas dos quadrados perfeitos, não argumentando sobre os possíveis quadrados na forma algébrica.

Classificando dentro dos parâmetros estipulados, dez alunos atingiram o status de Respostas Completa, nove respostas identificaram os quadrados perfeitos numéricos, classificadas como incompletas e três alunos não responderam. Para estes, a classificação foi Incorreta.

Os gráficos abaixo descrevem os cenários encontrados, em termos percentuais, das questões comparadas nos dois questionários aplicados antes e depois da sequência didática proposta.

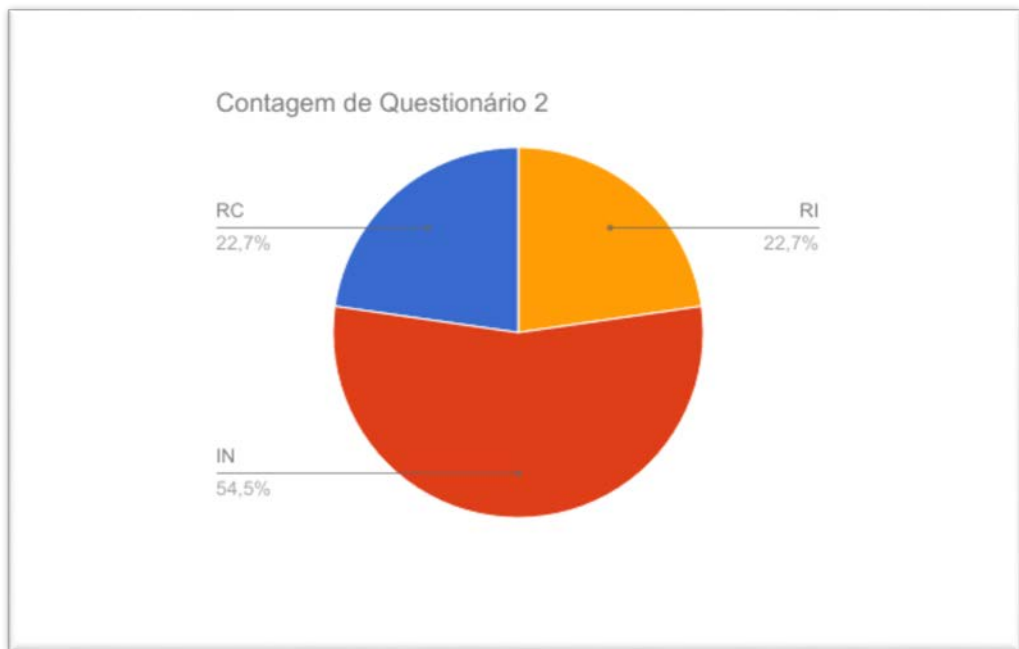


Figura 7. Resultados referentes à Questão 5 - Questionário 2

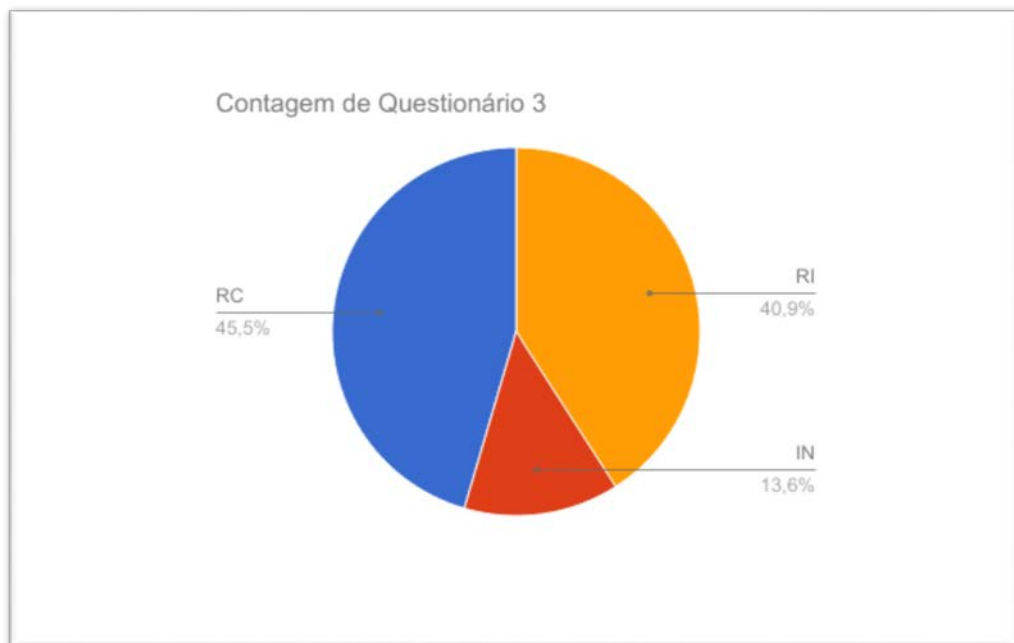


Figura 8. Resultados referentes à Questão 4 - Questionário 3

Observando os gráficos, o aumento do percentual de Respostas Completas e sensível redução de Respostas Incorretas, consideramos satisfatória a aplicação da sequência didática.

7.3. Questões não Comparadas

Além das reflexões sobre os resultados das questões trabalhadas de forma comparativa, a pesquisa de campo gerou subsídios para observar quatro questões, duas em cada questionário matemático, das quais as respostas foram reservadas para análises não comparativas.

No Questionário 2, as questões não comparadas foram as de número 4 e 6. As mesmas, pelo viés desta proposta, tiveram um papel complementar às demais questões para que os alunos refletissem sobre os conceitos com outras abordagens.

Já no Questionário 3, as Questões 5 e 6, também não comparadas, tiveram caráter complementar, porém com abordagens distintas das que foram trabalhadas no questionário anterior para entendermos se o conceito foi absorvido de forma manipulável.

7.3.1 Questões não Comparadas – Questão 5 (Questionário 3)

5) (Questionário 3) Encontre o menor número natural não nulo que, quando multiplicado por $N = 2^3 \times 3^8 \times 5^7 \times 7$, gera um produto quadrado perfeito.

Este trabalho considerou que os resultados obtidos na Questão 5 do Questionário 3, denotaram uma inclinação para a utilização dos conceitos abordados na avaliação da decomposição prima de quadrados perfeitos em outra possível abordagem. Entende-se que, ao solucionar a questão, além de compreender a estrutura geral de um quadrado perfeito decomposto, o aluno deveria “completar quadrados” para descobrir a resposta. Assim consideramos que para tal tarefa o aluno deveria ter propriedade na manipulação da decomposição prima de N , entendendo a necessidade de outros fatores primos para completar quadrados de forma mínima.

Utilizando os parâmetros de comparação apresentados na sessão 7.1 e tabulando os dados encontrados na questão referência nesta sessão, encontramos o resultado apresentado no gráfico a seguir:

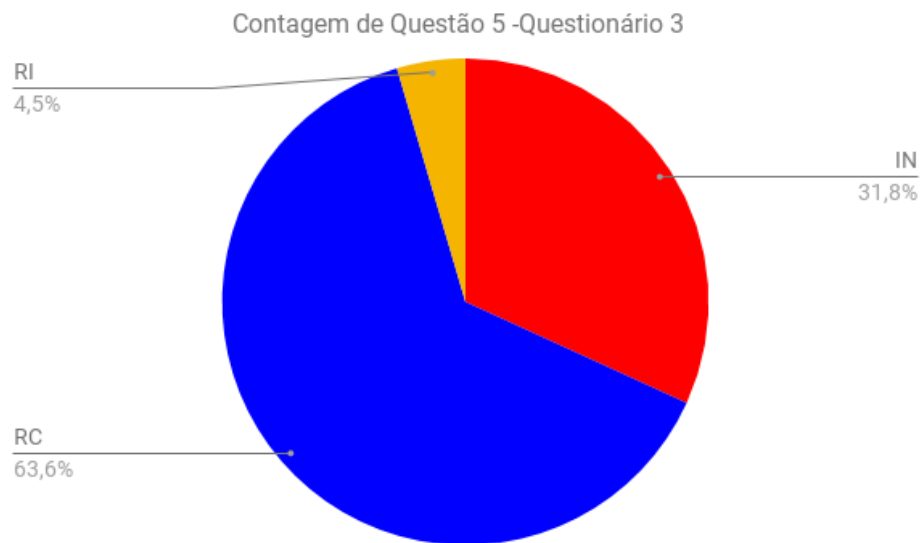


Figura 9. Resultados referentes à Questão 5 - Questionário 3

No universo trabalhado, quantificado por vinte e dois alunos, as sete soluções classificadas como incorretas tinham como ponto comum a não argumentação. A única resposta considerada incompleta recebeu esse parâmetro por apresentar um número que multiplicado por N geraria um quadrado perfeito, porém o mesmo não era o menor. Dentre as catorze soluções consideradas corretas, observamos que os alunos utilizaram basicamente as propriedades de multiplicação de potências para encontrar o número solicitado.

Dentro do cenário apresentado, consideramos que a reconstrução dos conceitos sobre primos foram fundamentais para a resolução da mesma questão. Colocamos desta forma, pois, referenciados pelo primeiro diagnóstico sobre quadrados decompostos, as principais problemáticas apresentadas foram o “Desconhecimento da terminologia quadrado perfeito” e “Identificação apenas dos quadrados escritos explicitamente na forma a^2 ” e a reflexão prévia dessas questões se mostrou uma alternativa para diluir dúvida ou desconhecimento sobre esses conceitos.

7.3.2 Questões não Comparadas – Questão 6 (Questionário 3)

6) (Questionário 3) Sendo $\frac{2 \times 3^2 \times 7^a}{7^b}$ uma divisão que gera quociente exato e $a, b \in \mathbb{N}$, existe alguma relação entre os possíveis valores de a e b ? Explique.

Para as soluções apresentadas referentes a questão supracitada, entendemos que os alunos deveriam compreender de forma clara a divisibilidade entre dois números a partir de suas decomposições, visto que às mesmas são explícitas. Além disso, a “intenção inicial” era que o aluno generalizasse algebricamente todos os possíveis valores de “ a ” em função de “ b ”, ou vice-versa. A expressão “intenção inicial” é colocada para expressar a percepção de que, pelos resultados obtidos, essa ideia não foi alcançada por todos os licenciandos.

Uma resposta vislumbrada pré aplicação foi: “Sim; para atender a divisão basta tomar $a \geq b$ ”. Este trabalho entende que o enunciado deveria ter sido mais específico quanto à forma de apresentação da argumentação e a abrangência do enunciado gerou diferentes interpretações, implicando em não-convergência de resultados.

Levando em consideração as questões já abordadas, consideramos como corretas argumentações que indicavam relações algébricas que não generalizavam a relação entre a e b . Entre elas: $a = b$ ou $a > b$. Com isso, tivemos sete Respostas Incorretas e quinze Respostas Corretas, dentre as vinte e duas consideradas.

8. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Dentro dos ideais inspirados pelos preceitos metodológicos e objetivos desenhados pelo trabalho por intermédio da proposta didática, após observar os dados comparativos, acredita-se que os resultados obtidos demonstram uma evolução entre os Questionários 2 e 3. As atividades foram realizadas de forma procedimental como esperado e de modo a explorar os conceitos escolhidos dentro do tema, Números Primos e algumas implicações.

Entendemos que os alunos participantes das atividades tiveram papel fundamental, principalmente no sentido de predisposição a discutir temas vistos por muitos professores como “básicos” de forma a refutar seus saberes prévios e agirem de maneira ativa na conceituação no contexto coletivo. Ao atuarem dessa forma, levaram a tona dúvidas, hipóteses, reflexões e deduções importantes, sobre os conceitos abordados, não só no contexto de saberes matemáticos pessoais mas, por conseguinte, no âmbito de suas formações profissionais. Considera-se também que os licenciandos demonstraram-se satisfeitos, principalmente ao final da aplicação, pela oportunidade de discutirem novamente os conceitos da forma proposta antes de serem levados a sala de aula como mediadores do processo de aprendizagem.

Além disso, entendemos também que a proposta apresentada exhibe uma alternativa de abordagem para futuros professores ou pesquisadores, entendendo como uma opção viável ao possível contexto de aplicação, para desencadear trabalhos futuros como: a influência da formação acadêmica de forma profissionalizante nos cursos de licenciatura; o desenvolvimento de propostas geradas por variações premeditadas nos procedimentos adotados; elaboração de propostas similares geradas considerando as reflexões colocadas por este trabalho; fonte de inspiração para pesquisas no campo da Educação Matemática, em particular sobre Números Primos e Sequências Didáticas.

REFERÊNCIAS

- [1] ARTIGUE, M. Engenharia Didática. In: BRUN, Jean. **Didáctica das Matemáticas**. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. p. 193-217.
- [2] BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática/5^a à 8^a séries**. Brasília: MEC/SEF, 1998.
- [3] BRASIL. Ministério da Educação, Secretaria da Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros curriculares Nacionais: ensino médio**. Brasília: Ministério da Educação, 1999^a.
- [4] CHEQUETTO, J. J. **Uma experiência didática para aprendizagem de frações: Matemática para residentes de uma casa de passagem**. 2016. Dissertação (Mestrado em Ensino na Educação Básica) – Programa de Pós-Graduação em Educação Básica, Universidade Federal do Espírito Santo.
- [5] FONSECA, R.V. Números Primos e o Teorema Fundamental da Aritmética: Uma Investigação entre estudantes de Licenciatura em Matemática. 2015. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, PUC/SP.
- [6] HEFEZ, A. **Aritmética**. – Rio de Janeiro, 2013. (Coleção PROFMAT)
- [7] LACERDA, J. A. **Praticando Aritmética**. – 6^a Edição. Rio de Janeiro: Dissonarte, 2012.
- [8] LIMA, E. L. **Matemática e Ensino** (Coleção do Professor de Matemática). 1^a. Edição. Rio de Janeiro: SBM, 2001.
- [9] MELLO, E. G. S. **Demonstração: uma sequência didática para a introdução de seu aprendizado no ensino da geometria**. 1999. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.
- [10] PAIS, L.C. **Didática da Matemática: uma análise da influência francesa**. Belo Horizonte: Autêntica, 2015.
- [11] PAIS, L. C. **Ensinar e Aprender Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2013.
- [12] PERETTI, L. Sequencia Didática Matemática. **Revista de Educação do Ideau**, Getúlio Vargas, volume 8, N^o 17, Jan./Jun., 2013. <http://www.ideau.com.br/getulio/restrito/upload/revistasartigos/31_1.pdf> . Acesso em: 20 set. 2016.
- [13] ROBONI, E. A. R. S. **Saberes Profissionais do Professor de Matemática: Focalizando o Professor e a Álgebra no Ensino Fundamental**. 2004. Dissertação (Mestrado em Educação) - Programa de Pós-Graduação em Educação da FCT, Universidade Estadual Paulista.

- [14] ZABALA, A. **A Prática Educativa: Como Ensinar**. Porto Alegre: Artmed, 1998.
- [15] ZAZKIS, R.; CAMPBELL, S. R. Prime decomposition: understanding uniqueness. **Journal of Mathematical Behavior**, 15(2), 207-218. 1996.
- [16] ZAZKIS, R.; LILJEDAHL, P. Understanding primes: the role of representation. **Journal for Research in Mathematics Education**, 35(3), 164-186. 2004.

ANEXO

PLANO DE AULA – NÚMEROS PRIMOS E TFA

OBJETIVOS:

- Definir os números primos no contexto dos conjuntos dos números Naturais;
- Entender os números compostos como a classe de naturais que admitem não só o um e primos como divisores positivos;
- Enunciar de forma simples o Teorema Fundamental da Aritmética;
- Reconhecer números primos a partir de um algoritmo simples;
- Identificar se um natural é divisível por outro pela decomposição em primos dos mesmos;
- Reconhecer um quadrado perfeito pela sua decomposição em primos.

CONTEÚDOS:

- Números Primos;
- Teorema Fundamental da Aritmética.

TEMPO ESTIMADO:

- Três Encontros

MATERIAL NECESSÁRIO:

- Fichas de resolução elaboradas pelo mediador;
- Livros didáticos para pesquisa.

DESENVOLVIMENTO:

1ª Sessão
<p>1º. Apresentação de um problema motivador de reflexão: Sendo $n \in \mathbb{N}$, com $n > 1$, quantos divisores positivos possui o número $6 \cdot n$?</p> <p>Levando esse problema aos alunos espera-se que os mesmos reflitam sobre as possibilidades para n. Daremos aproximadamente 5 minutos para que os alunos formulem suas respostas.</p>
<p>2º. Discussão sobre possíveis respostas e constatação da necessidade de</p>

limitar o universo de n entre primos e compostos para conclusões mais precisas.

3º. Aplicação da sequência de questões apresentadas no Questionário 2.

As questões serão propostas de forma individual e com os resultados obtidos separaremos a turma em grupos para que debatam e discutam sobre suas soluções a fim de encontrar soluções que atendam de forma mais sólida as perguntas.

2ª Sessão

4º. Exame.

Aplicação de teste individualizado, Questionário 3 com questões que envolvam os conceitos abordados.

3ª Sessão

5º. Avaliação.

Confronto dos resultados obtidos no questionário individual e coletivamente, bem como o resultado do exame. Apresentação de resultados obtidos para a turma.

AVALIAÇÃO:

Confronto dos resultados obtidos no questionário individual e coletivamente, bem como o resultado do exame. Apresentação de resultados obtidos para a turma.