

UFRRJ
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE
NACIONAL – PROFMAT

DISSERTAÇÃO

Diferentes abordagens para Geometria
em livros didáticos brasileiros

Sérgio Dias da Silva

2017



**UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE
NACIONAL – PROFMAT**

**DIFERENTES ABORDAGENS PARA GEOMETRIA
EM LIVROS DIDÁTICOS BRASILEIROS**

SÉRGIO DIAS DA SILVA

Sob a Orientação da Professora

Aline Mauricio Barbosa (UFRRJ)

Coorientação do Professor

Aginaldo da Conceição Esquinhalha (UERJ)

Dissertação submetida como requisito parcial para obtenção do grau de **Mestre**, no Curso de Pós-Graduação em Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, Área de Concentração em Matemática.

Seropédica, RJ
Junho de 2017

Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
Biblioteca Central / Seção de Processamento Técnico

Ficha catalográfica elaborada
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

S586d Silva, Sérgio Dias da, 1958-
Diferentes abordagens para Geometria em livros
didáticos brasileiros / Sérgio Dias da Silva. - 2017.
136 f.: il.

Orientadora: Aline Mauricio Barbosa.
Coorientador: Agnaldo da Conceição Esquincalha.
Dissertação(Mestrado). -- Universidade Federal
Rural do Rio de Janeiro, Programa de Pós-Graduação em
Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional
PROFMAT, 2017.

1. livros didáticos. 2. ensino de Geometria. 3.
História da Educação Brasileira. I. Barbosa, Aline
Mauricio, 1981-, orient. II. Esquincalha, Agnaldo da
Conceição, 1982-, coorient. III Universidade Federal
Rural do Rio de Janeiro. Programa de Pós-Graduação em
Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional
PROFMAT. IV. Título.

**UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MESTRADO PROFISSIONAL EM
MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL – PROFMAT**

SÉRGIO DIAS DA SILVA

Dissertação submetida como requisito parcial para obtenção do grau de **Mestre**, no Curso de Pós-Graduação em Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, área de Concentração em Matemática.

DISSERTAÇÃO APROVADA EM 13/06/2017

Aline Mauricio Barbosa, Dr^a. UFRRJ
(Orientadora)

Vinícius Leal do Forte, Dr. UFRRJ

Flávia dos Santos Soares, Dr^a. UFF

Além do certo e do errado há um campo.

Nos encontramos lá, eu e você.

(Rumi, poeta e místico persa, século XII)

Para Heloisa

AGRADECIMENTOS

Aos meus orientadores, Aline Mauricio Barbosa e Agnaldo da Conceição Esquinca, pela paciência, delicadeza, generosidade e incentivo.

A todos os cientistas matemáticos que vieram antes e sobre os quais me apoiei, em especial à Ubiratan D'Ambrósio.

À Capes, pelo apoio.

Ao professor Vinicius Leal do Forte, pela generosidade e desprendimento quando das aulas de Geometria.

À professora Eulina Coutinho Silva do Nascimento, pelo lado humano do programa.

Aos demais professores do PROFMAT, da UFRRJ, em especial André Luiz Martins Pereira, Cláudio César Saccomori Júnior, Douglas Monsôres de Melo Santos, Edivaldo Figueiredo Fontes Junior e Orlando Pereira, por terem me desafiado e instigado a alargar os meus limites.

Aos colegas mestrandos Alexander Pires da Silva, Diogo Myrrha Reis, Edhana da Graças Ferreira, Fábio da Rocha Costa, Fábio Santos Celestino, Hugo Carlos da Rosa Esquivel, Julio Cesar Pires do Nascimento, Pablo Mendes Peres de Souza, Rafael Almeida Fonseca, Stephenson Luiz da Silva e Wellington Simião de Souza, pelo companheirismo, apoio e cumplicidade.

Ao professor Roberto Gonçalves Ramalho, pela ajuda com as nuances da Língua Inglesa.

À equipe pedagógica do IFRJ – Campus Paracambi, em especial Henrique Ramos e Adriana Russo, pela ajuda em todos os momentos.

À diretora geral Cristiane Oliveira e aos demais diretores, pela compreensão e apoio.

Aos meus amigos professores Julieta Ventura e Amarildo Melchiades da Silva que, no passado, não permitiram que eu ficasse caído pelo caminho.

À professora Diva Fleming, que mesmo à distância soube guiar meus passos.

À minha companheira Heloisa, por dar sentido a minha vida;

Ao meu pai, que me deu a segurança de uma rocha.

À minha mãe, pela bondade.

A minha irmã Eliana, por ter me ensinado que amor de verdade é incondicional e que o Universo só subsiste por causa dele.

Muito obrigado.

Non nova sed nove.

Não coisas novas, mas de uma nova maneira.

(Provérbio latino)

RESUMO

SILVA, S.D. **Diferentes abordagens para Geometria em livros didáticos brasileiros.** 2017. 136 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT). Instituto de Ciências Exatas. Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, RJ, 2017.

Essa dissertação buscou observar de que forma o livro didático de Matemática brasileiro traduziu, no período de 1931 a 2004, as influências (pedagógicas, políticas e da legislação) da época para o ensino da Geometria. Para isso, o método utilizado na pesquisa foi a análise documental, usando uma abordagem qualitativa, por meio da qual observamos partes de livros didáticos no que se referia às formas de tratamento para a Geometria. Para cada período analisado foi construído um painel que apresenta o contexto social, a legislação educacional, a proposta para o ensino de Matemática e a abordagem específica que era dada ao ensino da Geometria, com o objetivo de mediar a observação dos livros didáticos. Mediante as observações realizadas há indícios de que a abordagem à Geometria nos livros didáticos estava interligada mais a projetos político-sociais do que propriamente à legislação educacional.

Palavras-chave: livros didáticos; ensino de Geometria; História da Educação Brasileira.

ABSTRACT

SILVA, S.D. **Different approaches to Geometry in Brazilian textbooks.** 2017. 136 p. Thesis (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT). Instituto de Ciências Exatas. Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, RJ, 2017.

This thesis sought to observe how Brazilian Mathematics textbooks, in the period from 1931 to 2004, reflect the influences (pedagogical, political and legislative) of the time for the teaching of Geometry. To that end, the chosen method in this research was a documental analysis, using a qualitative approach, through which we observed parts of didactic books regarding the forms of treatment for Geometry. For each period analyzed, a panel was created that presents the social context, the educational legislation, the proposal for the teaching of Mathematics and the specific approach that was given to the teaching of Geometry, in order to mediate the observation of textbooks. From the observations made, there is evidence that the approach to Geometry in textbooks was linked more to political-social projects than to educational legislation.

Keywords: Textbooks; Geometry Teaching; History of Brazilian Education.

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CIEAM: Commission Internationale pour l'Étude et l'Amélioration de l'Enseignement des Mathématiques

CNLD: Comissão Nacional do Livro Didático

COLTED: Conselho do Livro Técnico e Didático

DCNEF: Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental

DCNEM: Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio

ENEM: Encontro Nacional de Educação Matemática

ENEM: Exame Nacional do Ensino Médio

FENAME: Fundação Nacional do Material Escolar

FNDE: Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação

GEEM: Grupo de Estudos do Ensino de Matemática

GHEMAT: Grupo de Pesquisa de História da Educação Matemática no Brasil

IMPA: Instituto de Matemática Pura e Aplicada

INL: Instituto Nacional do Livro

LDB: Lei de Diretrizes e Bases da Educação

LDBN: Lei de Diretrizes e Bases Nacionais

MEC: Ministério da Educação e Cultura

OECE: Organização Européia de Cooperação Econômica

OED: Objetos Digitais Educacionais

PCN: Parâmetros Curriculares Nacionais

PCN+: Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais

PCNEM: Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio

PLD: Programa do Livro Didático

PLIDEF: Programa do Livro Didático para o Ensino Fundamental

PNE: Plano Nacional de Educação

PNLD: Programa Nacional do Livro Didático

PNLDEM: Programa Nacional do Livro Didático para o Ensino Médio

SNEL: Sindicato Nacional de Editores de Livro

USAID: United States Agency International for Development

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	11
2 CONTEXTO E LEGISLAÇÃO	17
2.1 Período de 1931 a 1941 – os Cursos Complementares	25
2.2 Período de 1937 a 1950 – os Cursos Clássico e Científico	31
2.3 Período de 1951 a 1966 – o Programa Mínimo	40
2.4 Período dos anos 50, 60 e 70 – a Matemática Moderna	41
2.5 Período dos anos 70 e 80	47
2.6 Os anos 90 e o início do século XXI	50
3 O ENSINO DE GEOMETRIA NO BRASIL	57
3.1 - Geometria Experimental	63
3.2 - Geometria em Ambientes Computacionais	67
4 LIVROS DIDÁTICOS – LEGISLAÇÃO E OBSERVAÇÕES REFERENTES À ABORDAGEM DA GEOMETRIA PLANA	69
4.1 O livro didático nos programas oficiais de governo	71
4.2 Observações referentes à abordagem da Geometria	84
CONSIDERAÇÕES FINAIS	122
REFERÊNCIAS	129

1 INTRODUÇÃO

Certo dia, no intervalo entre as aulas, ouvi colegas professores conversando e reclamando. Pode parecer redundância porque – reconheço – nós, professores, adquirimos esse hábito de reclamar frente a tantas agruras que atravessam o nosso caminho. Mas, o que me chamou a atenção era que cada um deles reclamava exatamente daquilo que o outro exaltava. Um deles reclamava da qualidade dos livros didáticos em uso na escola pública – “cheio de penduricalhos, de exercícios inúteis, sem objetividade” - e elogiava a apostila da escola particular – essa sim, direta, objetiva, com exercícios selecionados e que nem lhe davam o trabalho de escolher, bastava seguir a dinâmica da apostila. O colega interlocutor defendia o livro da escola pública, escolhido por ele e pelos colegas da disciplina – que, no caso, era Matemática – e que proporcionava diversas opções para a abordagem dos conteúdos, inclusive com graduações de dificuldade que atendiam diferentes públicos. Fiquei pensando com os meus botões: o ser humano nunca está satisfeito... E essa é uma das coisas mais maravilhosas de ser humano: a completude está sempre além da esquina que não se dobrou ainda.

Veio-me, então, à mente, uma frase que havia lido pouco tempo antes, num artigo escrito por Marisa Lajolo (1996, p.8): “[...] o pior livro pode ficar bom na sala de um bom professor e o melhor livro desanda na sala de um mau professor. Como todo e qualquer livro, o didático também propicia diferentes leituras para diferentes leitores”.

Associado a essa interpretação subjetiva – o que é ser um bom ou mau professor – muitas discussões se acumulam ao redor do livro didático. Desde os tempos da graduação – e, talvez, mesmo antes dela – muito já li e ouvi sobre livros didáticos, seus autores, sua concepção, modismos e pertinência ou não, dentro do trabalho didático numa sala de aula. Conforme o tempo passava, era possível observar as idas e vindas de certos discursos, tendências, críticas ou elogios: a fala sobre o livro didático reflete muito da “fala social”, influenciada pela metodologia de ensino predominante em cada momento. Isso é realmente fascinante!

Um pouco dessa fascinação deu origem à ideia inicial desse trabalho: como o livro didático se relaciona e é influenciado pelo tempo histórico no seu discurso pedagógico, na sua apresentação, na abordagem dos temas? Como isso ocorria dentro da Matemática? Seria a

Matemática, por ser uma ciência “exata”, menos influenciada pelo ambiente externo? Começava a se delinear o problema de pesquisa, embora ainda não estivessem consolidados os caminhos.

Interessava-nos, particularmente, apresentar um panorama da complexa dinâmica de relações sócio-políticas-econômicas-culturais que envolve a Educação – e a Matemática – traduzidas nos livros didáticos. Para consecução de tal proposta, tomamos como base dois autores: Chervel (1990) e D’Ambrósio (2011). Ambos teriam em comum a possibilidade de validar nossa ideia preliminar para essa dissertação, ou seja, privilegiar o diálogo entre a Matemática e a Educação. Tanto Chervel (1990), quanto D’Ambrósio (2011) defendem que a educação se constrói com base em relações intermediadas pela e com a sociedade. A sociedade, por sua vez, é regida por relações de poder, que vão desde o poder econômico e jurídico, até o cultural. Assim sendo, os livros didáticos estariam irremediavelmente interligados às relações de poder expressas num determinado momento histórico.

Tal ideia é corroborada no trabalho de Regina Maria Pavanello (1989), que enfatiza ao longo de seu texto que a luta pelo conhecimento é a luta pelo poder. Inspirados pelo professor Ubiratan D’Ambrósio (2011, p. 23) – quando analisa a transmissão do conhecimento como um ato político, submetido a filtros construídos pelas estruturas de poder – percebemos que, para pensar a Matemática, precisaríamos também pensar a escola, suas relações políticas e sociais no tempo e no espaço. A Matemática, tanto quanto as demais disciplinas escolares, é balizada pelo tempo histórico, por locais geográficos e projetos políticos e sociais, que regem o mundo e as nações. Somente reconhecendo – ainda que minimamente – esse processo, seremos capazes de compreender a socialização do conhecimento dentro da escola, da sala de aula e no livro didático.

Percebemos, então, a amplitude e a complexidade que tal desafio representava; impossível de ser concretizado no tempo e nos objetivos de uma dissertação. A solução encontrada para dar continuidade à ideia original foi estabelecer um recorte temático e temporal: dentro da Matemática, selecionamos o tópico Geometria no Ensino Médio¹ – por afinidade pessoal – e o período que vai da década de 1940 ao início do século XXI - por representar uma sequência de transformações que impactam (ainda) o momento presente e por ser um período de intensas transformações para o ensino de nível médio.

¹ Ensino Médio é a nomenclatura atual para o curso imediatamente anterior ao ensino superior e que já foi chamado de “curso complementar”, “curso secundário”, “curso clássico”, “curso científico” e “segundo grau”.

Quadro 1: Legislação educacional no período compreendido imediatamente anterior à década de 1940 e o início do século XXI

1931	Reforma Francisco Campos
1942	Reforma Capanema
1951	Portaria Ministerial nº 966, institui o Programa Mínimo
1961	Lei 4.024 – LDB
1971	Lei 5.692 – nova LDB
1985	Programa Nacional do Livro Didático – PNLD
1988	Constituição
1996	Lei 9.394 - LDBN
1998	Resolução nº 2, da Câmara de Ensino Básico do Conselho Nacional de Educação – Diretrizes Curriculares Nacionais
1999	Parâmetros Curriculares Nacionais – PCNEM
2001	Lei nº 10.172 – Plano Nacional de Educação – PNE
2002	PCN+ Ensino Médio

Delimitava-se, assim, a nossa questão de pesquisa: como se deu a evolução na abordagem ao ensino de Geometria, no ensino de nível médio, por meio de livros didáticos publicados no Brasil, entre a década de 1940 e o início do século XXI?

A partir dessa delimitação, se estabeleceu como objetivo geral traçar o panorama do modo como a Geometria foi explorada em livros didáticos do período. Em seguida, foram estabelecidos como objetivos específicos:

- Observar, em livros didáticos de Matemática, quais as tendências para o ensino da Geometria nas últimas décadas;
- Verificar se essas tendências acompanharam as recomendações curriculares oficiais de cada época pesquisada.

Nesse momento da pesquisa, tivemos acesso ao trabalho de Fabio Donizeti de Oliveira (2010) que investigou a produção acadêmica dos grupos de pesquisa vinculados à universidades brasileiras que têm se dedicado à História da Educação Matemática. Em relação a essas pesquisas, selecionou aquelas voltadas para os livros didáticos. Em linhas gerais, Oliveira (2010) mapeou duas tendências em curso no Brasil para análise dos livros didáticos de Matemática: a pragmática e a histórica. A “análise pragmática” se concentraria na utilização do material na sala de aula, na perspectiva do livro didático como importante instrumento mediador da relação ensino-aprendizagem. A outra tendência seria a “abordagem histórica”, na qual estariam lotados os trabalhos que reconstituem a trajetória histórica de uma

abordagem, tema ou conteúdo matemático; podendo, ainda, estabelecer relações com as condições sociais e educacionais da época de publicação/utilização do livro didático. Em geral, complementa o autor, a abordagem histórica é também usada como preâmbulo para uma análise comparativa. Ressalta, no entanto, que ambas as funções podem operar em conjunto, ou de forma complementar. A função pragmática, por exemplo, pode recorrer a algum tipo de reconstituição histórica de um tema ou conteúdo matemático para tratar sua abordagem nos livros didáticos.

Considerando o que foi exposto por Oliveira (2010), podemos dizer que o nosso trabalho se encaminha na operação conjunta dessas duas tendências: uma introdução histórica antecedendo a apresentação das observações dos livros didáticos de determinado período.

Para isso, adotamos a metodologia de pesquisa qualitativa, uma vez que não estávamos em busca de representatividade numérica – quantos livros adotavam essa ou aquela maneira de expor a Geometria – mas sim do aprofundamento da compreensão de como se dava o ensino da Geometria nos livros didáticos, num recorte de tempo perpassado por inúmeras reformas educacionais.

Godoy (1995, p. 21) afirma que numa abordagem qualitativa não se deve esperar uma “proposta rigidamente estruturada”, uma vez que o olhar, a imaginação e a criatividade do pesquisador podem proporcionar a exploração de novos enfoques. O mais importante numa pesquisa qualitativa é que o objetivo da amostra consiga produzir informações aprofundadas e ilustrativas.

Fomos, então, em busca do material que forneceria os nossos dados: as informações históricas, a legislação educacional e os livros didáticos do período delimitado. Descobrimos, que encontrar livros didáticos antigos não é tarefa fácil. O descarte de livros e materiais didáticos é comum, ainda mais em tempos recentes, nos quais as mídias digitais substituem o suporte em papel e a maioria das pessoas precisa otimizar seus espaços físicos. Em função disso, optamos por três caminhos complementares para coleta de dados: a pesquisa bibliográfica, a pesquisa documental e a pesquisa eletrônica. Na pesquisa bibliográfica fomos em busca de obras – no nosso caso, livros didáticos de Matemática – em bibliotecas, livrarias e sebos que nos permitissem observar o desenvolvimento da abordagem em relação à Geometria. Descobrimos que a maioria das bibliotecas, a nosso alcance, não dispunha de acervos de livros didáticos; nas livrarias – aquelas que comercializam esse tipo de livros – possuem em catálogo apenas as edições mais recentes; nas editoras, idem. Restava-nos os sebos, onde conseguimos alguns exemplares.

O segundo caminho percorrido para coleta de dados foi a pesquisa documental. Toda a parte de legislação educacional e constitucional está disponível em meio eletrônico, nos *sites* dos órgãos oficiais do governo, permitindo acesso de primeira mão. Para complementar as lacunas de informação referentes aos livros didáticos, não obtidos pela pesquisa bibliográfica, lançamos mão da coleta de dados por fontes secundárias. O acesso a essas fontes se deu, principalmente, pela pesquisa eletrônica. Os acervos de universidades e grupos de pesquisa permitiram que tivéssemos acesso à livros didáticos antigos, digitalizados e disponibilizados para pesquisa virtual e *download*, bem como a relatórios, teses e dissertações que cobriram diferentes aspectos do nosso trabalho. Tomamos cuidado especial em relação à confiabilidade das fontes e ao caráter científico da documentação utilizada, dando preferência a *sites* acadêmicos.

Uma vez que a nossa seleção dos livros se deu pelo critério de disponibilidade, tanto física quanto virtual, salientamos a importância de manter em mente que nem sempre os documentos obtidos se constituem nas amostras mais expressivas do nosso objeto de estudo. Segundo Godoy (1995, p.22) isso não chega a comprometer uma pesquisa qualitativa.

Dito isso, apresentamos a configuração do nosso trabalho.

No Capítulo 2, apresentamos a relação da escola com o conhecimento, propondo um entendimento preliminar das relações que se estabelecem entre o discurso oficial e a prática pedagógica dentro da escola e nos livros didáticos. A questão das teorias do currículo é abordada de forma meramente ilustrativa, como pano de fundo para a mudança de mentalidades que se processa no mundo e se reflete no cenário educacional brasileiro. Destacamos a influência de André Chervel e sua proposta de privilegiar o olhar por dentro da escola, seus aspectos como instituição e fruto das políticas públicas. Além disso, nos inspiramos também na ideia de construir amplos painéis de contextualização da legislação e do contexto sociopolítico e educacional que antecedem e coexistem com os períodos tratados. Os painéis de contextualização mostram as relações da sociedade e dos governos com a Educação: o impacto das carências, o clamor por mudanças, o confronto entre os movimentos conservadores e inovadores, as políticas públicas. Inspirados pelo trabalho de Wagner Valente (1999), construímos a periodização das mais significativas transformações que ocorreram no ensino da Matemática e nos livros didáticos, que orientaram o desenvolvimento do trabalho.

O Capítulo 3 trata especificamente do ensino da Geometria para o ensino de nível médio, no Brasil, e apresenta a evolução dos estudos sobre o tema a partir de autores brasileiros. Tratamos ainda, em aspectos gerais, das inovações trazidas pela Geometria Dinâmica e pela influência de novas abordagens, como a Modelagem Matemática, a

perspectiva sociocultural de abordagens interdisciplinares e contextualizadas, e o modelo de Van Hiele. Apresentamos, a título ilustrativo, uma lista de *softwares* utilizados no ensino da Geometria Dinâmica.

O Capítulo 4 se refere à observação realizada sobre os livros didáticos de Matemática para o ensino de nível médio, se concentrando na abordagem em relação à Geometria. Apresentamos um painel das principais políticas públicas para o livro didático no Brasil e algumas avaliações do PNLD em relação ao conteúdo de Geometria para o Ensino Médio. Em seguida, realizamos observações em relação às diferentes formas de tratamento para a Geometria em livros didáticos publicados entre a década de 1940 e o início do século XXI. Para cada período analisado foi construído um painel de contextualização que apresenta o contexto social, a legislação educacional, a proposta para o ensino da Matemática e a abordagem específica que era dada ao ensino da Geometria. As análises são acompanhadas, sempre que possível, de reprodução parcial dos livros comentados.

Finalizamos o trabalho com as Considerações Finais, na qual buscamos enfatizar o que depreendemos da relação dos livros didáticos com os modelos dominantes na sociedade em relação ao ensino da Geometria, no ensino de nível médio brasileiro.

2 CONTEXTO E LEGISLAÇÃO

Em certo momento da história da humanidade, os saberes acumulados e os novos saberes que se juntam a eles precisam ser compartilhados, momento em que adentram a escola. As disciplinas escolares são assim constituídas, balizadas pelo tempo histórico, pelos locais e por projetos políticos e sociais que regem o mundo, as sociedades, as nações e as leis. A tradução de tais movimentos se dá por meio do currículo – ou dos currículos – que formam o sistema educacional de cada país. São esses currículos que darão os filtros e as dimensões do conhecimento que se espera disseminar. As disciplinas escolares procuram fazer a “tradução adequada” a determinado público.

O professor Ubiratan D’Ambrósio (2011, p.23) nos traz uma reflexão sobre a disseminação do conhecimento:

Todas as estratégias de sobrevivência e de transcendência são organizadas intelectualmente e compartilhadas socialmente graças a um sofisticado sistema de comunicação, característico da espécie humana. Constituem os sistemas de conhecimento. Esses consistem de explicações e estratégias para lidar com fatos e fenômenos que possibilitam sobreviver e transcender nas situações típicas do ambiente natural e social específico. Os sistemas de conhecimento são, eventualmente, expropriados por indivíduos e grupos, organizados no que se identifica como poder. A estrutura do poder fica, então, detentora dos sistemas de conhecimento e, portanto, das estratégias de sobrevivência e transcendência, e as institucionaliza. Uma vez institucionalizados, os sistemas de conhecimento e as estratégias de sobrevivência e transcendência são devolvidas à população. [...] mas a devolução, na forma de transmissão e difusão, é submetida a filtros, com objetivo que seja transmitido e difundido apenas o que interessa à estrutura de poder.

No entanto, é dentro da escola, na sala de aula, no trabalho cotidiano dos professores e nos materiais didáticos, que se concretiza realmente a socialização desse conhecimento. E esta socialização pode ter muitos percursos, obstáculos e desvios. Nem sempre aquilo que se encontra legalmente estabelecido é operacionalizado no cotidiano escolar.

A fim de que possamos ter um entendimento preliminar das relações que se estabelecem entre o discurso oficial e a prática pedagógica dentro da escola – e nos seus materiais didáticos – é preciso que tenhamos em mente o percurso percorrido pelos estudos na área de Educação. Observar apenas as políticas educacionais já não responde muitas das questões do momento presente; foi-se, então, além: ao estudo das disciplinas escolares, no cotidiano da sala de aula, em busca de outros caminhos, de outras respostas.

A palavra currículo – na acepção dos dias de hoje – está ligada a preocupações de organização e método educacional como campo especializado de estudos, que surgiram a partir da literatura educacional norte-americana. O processo crescente de urbanização e industrialização, a institucionalização da educação de massas, a extensão da educação escolarizada em níveis cada vez mais altos a segmentos cada vez maiores da população e a formação de uma burocracia estatal encarregada de negócios ligados à Educação foram fatores que levaram à necessidade desses estudos específicos.

Silva (2010) considera que foi no início do século XX, num momento em que os Estados Unidos passavam pelo conflito de diferentes forças - econômicas, políticas e culturais – que “procuravam moldar os objetivos e as formas da educação de massas de acordo com suas diferentes e particulares visões” (SILVA, 2010, p.22), que os estudos sobre o currículo e educação de massa começaram. As orientações que norteavam esses estudos propunham que o sistema educacional deveria ser tão eficiente quanto qualquer empresa e a educação escolarizada deveria voltar-se para a formação de “habilidades necessárias para exercer com eficiência as ocupações profissionais na vida adulta” (Idem, p.23).

A fim de se contrapor ao conservadorismo que essa linha de pensamento representava, desenvolveu-se uma outra linha, que propunha que a preocupação democrática deveria se sobrepôr a preocupação econômica. A escolarização não deveria buscar apenas os resultados na vida profissional, mas também – e talvez principalmente - na participação democrática e social, na convivência e usufruto cultural.

A ideia inicial de uma educação voltada quase que exclusivamente para o trabalho arrebatou os pesquisadores da área de currículo porque trazia implícita a possibilidade de ser “mais científica”: bastava enumerar as habilidades necessárias ao bom desempenho profissional, em cada uma das profissões existentes, para construir um caminho “sólido” que treinasse as crianças naquela direção. Nessa perspectiva, bastaria a escola se concentrar em oferecer às crianças e jovens experiências com objetivos claros, definidos, previamente estabelecidos e mensuráveis. Para cada objetivo definido, uma sequência de experiências; ao final delas, uma avaliação. Essa proposta dominou a década de 60, do século XX, nos Estados Unidos, e a década de 70, no Brasil, com a educação tecnicista.

No entanto, a década de 60 do século XX, além de trazer transformações sociais, políticas e culturais, trouxe também questionamentos sobre os resultados educacionais desse modelo. Um novo movimento surgiu e passou a ser conhecido como “movimento de reconceptualização” (SILVA, 2010, p.29). Althusser, Bourdier, Passeron, Baudelot, Establet e Paulo Freire foram expoentes das novas propostas, as teorias críticas do currículo. Se no

modelo tradicional, em vigor até então, predominavam as atividades técnicas de como fazer o currículo, nas teorias críticas questionavam-se os arranjos sociais e educacionais, expondo as desigualdades e injustiças que perpetravam.

Na década de 70, do século XX, vemos surgir na Inglaterra uma nova interpretação para o movimento de reconceptualização. Se, até aquele momento, a preocupação dos especialistas em currículo era somente com o fracasso escolar das crianças e jovens da classe operária, medido por estatísticas de entrada e saída do sistema escolar, a nova proposta era olhar o que acontecia durante esse intervalo, dentro das escolas, o que “contava” como conhecimento adquirido.

Nesse momento se construíram duas linhas para pensar a escola “por dentro” e o conhecimento adquirido:

- 1- Inglaterra: partindo dos currículos, estudam as disciplinas escolares;
- 2- França: estudam as disciplinas escolares levando em conta a perspectiva histórica para, a partir daí, abordar a construção dos currículos. Essa é a linha seguida por André Chervel: privilegiar o olhar por dentro da escola, seus aspectos como instituição e fruto das políticas públicas. Defende a articulação entre textos oficiais, a legislação, e suas relações com o material interno da escola: livros, diários de classe, planejamento de aulas, provas, etc.

Chervel (1990) nos diz que definir as finalidades e os objetivos da escola é um dos problemas mais complexos e mais sutis com que podemos nos defrontar. Em cada época e lugar, esses objetivos e finalidades se apresentam com configuração própria e diferentes prioridades. Na atualidade é possível perceber a predominância das finalidades sociopolíticas, que podem ser, dentre outras, a “restauração de uma antiga ordem, a formação deliberada de uma classe média pelo ensino secundário” (CHERVEL, 1990, p.187), o nacionalismo, um novo projeto de nação. Todos esses fatores podem se configurar tão importantes quanto as grandes mudanças estruturais de uma sociedade e influenciar diretamente o conteúdo de ensino.

A análise conjunta dos dispositivos legais que regem essas mudanças, associado ao material específico de uso da escola e na sala de aula (livros didáticos, planejamentos, relatórios, diários, etc) permitem ver a amplitude, a efetividade e o interesse das transformações pretendidas. Nem sempre a “força da lei” muda comportamentos enraizados; nem sempre fica claro aos diretamente atingidos pela mudança (alunos, professores, profissionais da educação, familiares, sociedade local) os objetivos pretendidos, os prazos

necessários e as consequências dos atos. Como exemplo, poderíamos citar o Movimento da Matemática Moderna – que será abordado em tópico específico mais adiante.

Um aspecto destacado por Chervel é que o que realmente acontece dentro da escola, da sala de aula, no material didático, nem sempre estará em consonância com o discurso oficial. Dito isso, reforça-se a necessidade do estudo paralelo entre os âmbitos da lei e da realidade escolar – “dos objetivos fixados e da realidade pedagógica” (CHERVEL, 1990, p.191). Para isso, conta-se com toda a sorte de material produzido e utilizado para e na escola propriamente dita; dentre eles, o livro didático.

Cabe aqui nos determos num conceito caro ao autor e que tem sido bastante utilizado pelos pesquisadores nos tempos atuais: a vulgata. O autor defende que a vulgata parece ser um fenômeno comum às diferentes disciplinas escolares. Consiste em que, numa mesma época e local, disciplina e nível escolar, praticamente todos os professores (ou a grande maioria) ensinam a mesma coisa, do mesmo modo.

Os conceitos ensinados, a terminologia adotada, a coleção de rubricas e capítulos, a organização do *corpus* de conhecimentos, mesmo os exemplos utilizados ou os tipos de exercícios praticados são idênticos, com variações aproximadas. São apenas as variações, aliás, que podem justificar a publicação de novos manuais e, de qualquer modo, não apresentam mais do que desvios mínimos: o problema do plágio é uma das constantes da edição escolar. (CHERVEL, 1990, p.203)

Para analisar o estabelecimento de uma vulgata, ou a sua ruptura, na perspectiva do livro didático, é preciso que se determine uma amostra significativa, caso não seja possível analisar todos os livros escolares de um determinado período (CHERVEL, 1990, p. 203). Ambas as opções demandam tempo e oportunidade, principalmente para obter os exemplares dos livros mais antigos. É recente no Brasil o movimento de valorização do material produzido e utilizado dentro da escola. Por muito tempo as pesquisas se detiveram apenas na análise das políticas públicas, de fácil obtenção e domínio público. Livros e materiais das escolas eram (e são ainda) descartados com frequência, porque não se via neles o valor de registros de memória.

No caso específico do nosso trabalho faremos uso – em parte – da pesquisa do professor Wagner Valente e seu grupo de pesquisa, o GHEMAT² (VALENTE, 1999). O trabalho desenvolvido por eles já estabeleceu uma periodização da legislação educacional que se refletiu na produção dos livros didáticos. Embora sem delimitar com exatidão os períodos

² O GHEMAT - Grupo de Pesquisa de História da Educação Matemática no Brasil foi criado em 2000. O Grupo, cadastrado no Diretório de Grupos de Pesquisas do CNPq, tem como líderes os professores Neuza Bertoni Pinto (PUC-PR) e Wagner Rodrigues Valente (UNIFESP - Campus Guarulhos). O Grupo faz uso de um repositório de conteúdo virtual, para armazenar documentação vinda de diferentes partes do País, com a finalidade de subsidiar estudos sobre História da Educação Matemática brasileira. O repositório pode ser livremente consultado em <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/1769>.

de vulgata, o trabalho de Valente e do GHEMAT estabelece contornos bastante nítidos dos períodos de transformação e acomodação nos conteúdos dos livros didáticos de Matemática, utilizados no Brasil, principalmente nos grandes centros urbanos. A partir disso, nos deteremos na análise das transformações ocorridas na apresentação do conteúdo para o ensino da Geometria, no Ensino Médio, em cada período alvo. Estaremos com isso, buscando a existência de uma acomodação ou de uma transformação na abordagem dos conteúdos; analisando se a mudança ocorrida foi lenta e gradual, ou se a transformação, naquele livro, já se deu por completo; se “o antigo sistema ainda continua lá, ao mesmo tempo em que o novo se instaura” (CHERVEL, 1990, p.203).

Gostaríamos, entretanto, de levantar uma questão – que embora não seja alvo desse estudo – poderá conduzir um trabalho de investigação posterior, ou mesmo, quem sabe, instigar outros pesquisadores. Entendemos, por meio da leitura de Chervel (1990), que as inovações didáticas para apresentação, abordagem ou desenvolvimento de um conteúdo escolar surgem e se disseminam com o tempo, podendo levar um longo período até que se constitua uma vulgata. Em tempos recentes, com a implementação de políticas públicas relacionadas à distribuição do livro didático entre as escolas, começam a surgir “listas de recomendação” ou mesmo uma espécie de “ranqueamento” dos livros, que acabam por influenciar a escolha dos professores. Especulamos aqui se os livros “melhor colocados” nessas listas acabam por influenciar os demais e provocar efetivas mudanças no seu conteúdo. E, se caso isso realmente aconteça, seria por pressão das editoras ou por reconhecimento dos autores que seus colegas conseguiram uma melhor abordagem do conteúdo em relação ao público-alvo. Deixamos em aberto a questão.

A fim de buscarmos a amplitude de cenário – conforme proposto por Chervel (1990) - que norteia as transformações ocorridas no Brasil e que se refletem na escola e no material didático, daremos início à construção de um painel da legislação e do contexto sociopolítico e educacional que antecedem e coexistem com os períodos tratados nesse trabalho.

A escola tem passado por grandes e sucessivas transformações ao longo de sua história. Vários modelos educacionais podem ser mapeados nessa trajetória, ora mais conservadores, ora mais liberais, se sucedendo ou ainda convivendo simultaneamente no mesmo período. É importante compreendermos pelo menos uma parte de sua história no Brasil para então abordarmos o ensino da Matemática e as relações que se estabelecem com os livros didáticos.

Os primeiros anos da República brasileira mantinham ainda muito vivos os conflitos dos últimos anos da Monarquia. As novas forças que se organizavam na sociedade urbana,

antes estranguladas no espaço entre o poder da Corte e dos senhores rurais, iam pouco a pouco demarcando suas necessidades e soltando a voz para expressá-las publicamente. Forças que cresciam com as cidades, acompanhando o lento processo de urbanização do século XIX (CARVALHO, 1996).

Uma nova sociedade era justamente o que desejava a camada urbana da população baseada na diversificação dos interesses, das atividades e dos investimentos econômicos, sociais e educacionais, com objetivo de abrir caminhos para o desenvolvimento do País. Confrontavam-se a todo instante com as antigas estruturas que reproduziam práticas e atitudes que davam continuidade a um Império extinto, como forma de manutenção da ordem social existente e justificativa para o seu próprio poder. Nessa luta pela transformação do cenário brasileiro começava a se destacar o papel da educação como fator determinante para conquistar e concretizar as mudanças (ROMANELLI, 1978).

Um dos primeiros sinais de uma possível transformação foi o aumento da procura por escolas na cidade do Rio de Janeiro, tanto pela classe de maior poder aquisitivo quanto pelas camadas populares. Ambas as iniciativas esbarraram no mesmo problema – o limitado número de vagas, tanto em escolas públicas quanto em escolas particulares. A falta de investimentos no setor público assim como o problema da qualificação dos professores foram as grandes barreiras a impedir a expansão educacional imediata (ROMANELLI, 1978).

Ao final da primeira década do século XX, começaram a retornar ao País os primeiros homens que tinham ido completar sua formação nos Estados Unidos. Esse tipo de prática, diferenciada da postura anterior que buscava apenas na Europa a complementação educacional, já permitia antever que mudanças estavam em curso. A sociedade industrial norte-americana despontava como novo parâmetro para o desenvolvimento brasileiro (CARVALHO, 1996).

A sociedade local há muito esperava por mudanças que não aconteciam, a instabilidade política e econômica era responsabilizada pelos constantes atrasos no desenvolvimento. O capital estrangeiro que há muito impulsionava a economia brasileira começava a sentir a crise que prenunciava a Primeira Guerra Mundial, e se retraía. A velha estrutura do café sentiu a dificuldade de se manter no poder, perdendo a presidência da República para os militares – quando assumiu Hermes da Fonseca (1910-1914). Mais preocupado com as questões econômicas, o governo brasileiro deu continuidade à política educacional de sucessivas reformas, tentando atacar os problemas imediatos, que causavam descontentamento social.

Enquanto uma reforma, com base num determinado modelo era vista como solução para os problemas apresentados pelo outro modelo, os problemas reais agravavam-se e, no dia-a-dia escolar, profissionais e alunos solucionavam como podiam, isto é, improvisadamente. (RIBEIRO, 1993, p.81)

O governo do presidente Wenceslau Brás (1914-1918) coincidiu com o período de duração da Primeira Guerra, sentindo a economia brasileira todos os efeitos da retração do comércio exterior. Movimentos grevistas começaram a surgir, principalmente no Rio de Janeiro e São Paulo - principais núcleos industriais, sob influência de organizações de trabalhadores - reivindicando medidas governamentais de proteção ao salário, às condições de trabalho e de vida. Toda essa movimentação ocorria em paralelo com o surto de industrialização provocado pela economia de guerra, que restringiu a entrada de produtos manufaturados. A fim de substituí-los, começaram a se instalar no País indústrias de bens de consumo que, segundo Alencar (1984, p.219), eram as que requeriam tecnologia mais simples e menor volume de capital, fatores que atraíram o investimento da burguesia - que não dispunha de linhas de crédito. Somando-se a isso, havia a facilidade na obtenção de matéria-prima, mão-de-obra a baixo custo (embora sem qualificação) e demanda no mercado interno. A produção conseguiu se desenvolver, captar mais investimentos e ampliar sua participação junto ao mercado interno, o que gerou condições favoráveis para resistir ao término da guerra e competir (ainda que em desvantagem) com os produtos que voltaram a chegar do exterior. Esse fortalecimento vai se refletir no governo do presidente Epitácio Pessoa (1919-1922), quando o desenvolvimento industrial impulsionou a burguesia a lutar novamente pelo poder e exigiu uma política educacional que desse respaldo à continuidade do desenvolvimento. A sociedade passou a exigir escolas para diminuir a quantidade de analfabetos e qualificar a força produtiva. Começava um confronto direto entre as oligarquias rurais e as forças urbano-industriais. Como explica Sodré (1987, p.56):

[...] a luta da burguesia ascensional corresponderia ao rompimento com os velhos padrões de criação, à simpatia com o ímpeto renovador e particularmente com a crescente necessidade de incorporação de amplas camadas da pequena burguesia à cultura, desde sua forma elementar, a simples alfabetização, até as mais superiores da pesquisa científica mais complexa.

Teve início um período de efervescência cultural, de contestação ao estabelecido, ao tradicional. Um intenso clamor pela educação, o entusiasmo e o otimismo pedagógicos culminaram nas propostas da Escola Nova (“Manifesto dos Pioneiros da Educação Nova” –

1932) (ROMANELLI, 1978). Nesse mesmo lastro chegaram o rádio, o incentivo aos esportes e a mudança do referencial cultural europeu para o norte-americano.

A Educação, que até este momento era uma questão meramente política, e por isso mesmo tratada e gerida por políticos, passa a ser assunto de educadores profissionais, intelectuais e homens públicos, cabendo a eles iniciar o processo de organização de um sistema nacional de ensino para o Brasil, no qual cada nível tivesse suas funções divididas e delimitadas, de modo que fosse possível o controle centralizado pela União. Defendiam que o povo precisava ser alfabetizado e produtivo em modelos mais modernos para atender as novas necessidades da sociedade que surgia, na qual as oligarquias seriam combatidas pelo voto do cidadão esclarecido; a crise econômica poderia ser revertida pela qualificação da mão-de-obra; e a expansão do ensino secundário e superior levaria ao crescimento da elite e uma configuração social com desníveis suavizados (ROMANELLI, 1978)

No entanto, todo incremento do assunto educacional, a defesa ideológica dos diferentes pontos de vista, o entusiasmo pela educação e o otimismo pedagógico não conseguiram atingir por completo o território brasileiro. Apenas o Brasil urbano se mobilizou para discutir e transformar as práticas educacionais existentes. O outro Brasil, perdido num tempo e num espaço que nem mesmo conseguimos localizar com precisão, no sertão ou na floresta, na favela ou no interior, ontem como hoje, acompanhou de longe o que foi determinado ou apenas tentou aplicar as resoluções como lhe ordenaram fazer (RIBEIRO, 1993).

Tendo em mente que cada período da História não tem fronteiras rígidas e que cada tendência pedagógica não se esgota ao final de determinado ano, propomos a seguinte periodização para indicar as referências educacionais e legislativas predominantes, na sociedade como um todo e no ensino de Matemática em particular, que irão orientar nossa análise dos livros didáticos. A periodização que pretendemos seguir é adaptada da proposta feita por Valente (1999) e estendida segundo os propósitos desse trabalho, abordando as influências predominantes em cada período.

- 1 – de 1931 a 1941 – os Cursos Complementares
- 2 – de 1937 a 1950 – os Cursos Clássico e Científico
- 3 – de 1951 a 1966 – o Programa Mínimo
- 4 – anos 50, 60 e 70 – a Matemática Moderna
- 5 – anos 70 e 80 – Lei 5.692/71 (LDB) e o Tecnicismo
- 6 – anos 90 e início do século XXI

2.1 Período de 1931 a 1941 – os Cursos Complementares

A Reforma Francisco Campos (1931) estruturou e centralizou para a administração federal os cursos superiores, o ensino secundário e o ensino comercial (médio profissionalizante). Restringiu-se aos níveis de ensino secundário e superior, os mais procurados pelas elites, não contemplando o ensino primário ou elementar e o ensino normal, que permaneceram da alçada dos estados. Estabeleceu o currículo seriado, a frequência obrigatória, o ensino em dois ciclos: um fundamental, com duração de cinco anos; e outro complementar, com dois anos. Trouxe ainda a exigência de habilitação nos cursos complementares para o ingresso no ensino superior.

Os Cursos Complementares, na forma de pré-jurídico, pré-médico e pré-politécnico (todos de dois anos), poderiam ser ministrados nos anexos das Faculdades, “enquanto não forem em número suficiente os cursos complementares organizados nos termos desse artigo [...]” (Decreto 21.241, de 4 de abril de 1932, parágrafo 1º, apud OLIVEIRA FILHO, 2013, p.5). O Colégio Pedro II e os colégios secundários particulares, mediante inspeção federal, poderiam a partir de então se organizar segundo o decreto e oferecer tais cursos.

O Artigo 11º do decreto 21.241, de 4 de abril de 1932 pontuava que

O Curso Complementar poderá ser organizado no Colégio Pedro II e, também a juízo do Conselho Nacional de Educação e mediante inspeção especial, nos estabelecimentos de ensino equiparados ou livres, que oferecerem quer em instalações, quer na constituição do corpo docente, garantias bastantes à eficiência do seu funcionamento. (OLIVEIRA FILHO, 2013, p.6)

Os Cursos Complementares (equivalentes ao Ensino Médio atual) organizaram a seriação que passaria a anteceder, pela primeira vez, o Ensino Superior. Segundo Oliveira Filho (2013) ainda não havia um padrão para o ensino da Matemática, o que acabou por se refletir na produção dos livros didáticos do período.

A crise econômica³ de 1929 teve como um de seus inúmeros reflexos no Brasil a elevação do preço dos livros importados. Simultaneamente a esse fato, o governo Vargas passou a incentivar uma política nacionalista que, dentre várias consequências, levou a criação de livros nacionais, escritos por autores brasileiros, em substituição a livros de autores estrangeiros. Os livros didáticos destinados aos Cursos Complementares, escritos e produzidos aqui, privilegiavam a preparação para os exames ao ensino superior (OLIVEIRA FILHO, 2013).

³ Ocasionada pela quebra da Bolsa de Nova York.

Podemos observar nas imagens a seguir o livro “Lições de Matemática” (1938), de Thales Mello Carvalho, para o Curso Complementar Pré-Politécnico (Figura 1). Note-se que, logo em sua capa, enfatiza estar de acordo com o programa do Curso Complementar de Engenharia. A imagem em sequência (Figura 2) – do Índice – permite vislumbrar o conteúdo tratado.

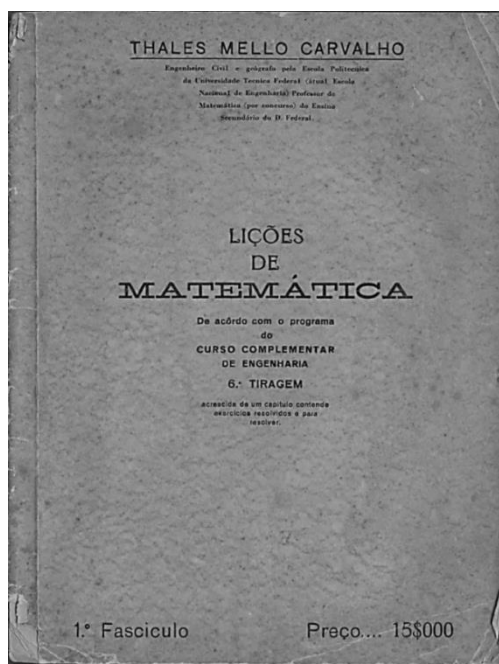


Figura 1

“Lições de Matemática” (1938) – capa
Thales Mello Carvalho

Acervo GHEMAT - Grupo de Pesquisa de História da Educação Matemática no Brasil
<http://www.unifesp.br/centros/ghemat>

I N D I C E

PREFACIO PG. 3

CAPITULO I - NUMEROS IRRACIONAIS

A evolução do conceito de numero - 4. A generalização algébrica da noção de numero - 6 . Concepção de Dedekind - 8 . Definições de igualdade e ordem na classe dos numeros reais - 9 . Operações sobre irracionais - 10 . Noção de intervalo . Continuidade das operações aritméticas - 11.

CAPITULO II - ANÁLISE COMBINATORIA

Agrupamentos - 12 . Arranjos - 12 . Arranjos com repetição - 14 . Permutações - 15 . Permutações com repetição - 17 . Combinações - 18 . Numeros binomiais - 19 . Combinações com repetição - 20. Teorêmas relativos às combinações - 21 . Triângulo de Pascal - 22. Noções sobre substituições - 23.

CAPITULO III - POTENCIAS DE POLINOMIOS

Produto de binomios - 25 . Formula do Binomio de Newton - 26. Aplicação do Triângulo de Pascal - 27 . Soma de potencias semelhantes dos numeros naturais - 28. Potenciação de polinomios - 30. Formula de Leibniz - 31.

CAPITULO IV - TEORIA DOS DETERMINANTES

Preliminares - 33. Definição - 34. Regra de Sarrus - 35. Propriedades dos determinantes - 36. Determinantes menores - 40. Desenvolvimento de um determinante - 41. Teorêma de Laplace - 44. Produto de dois determinantes - 45. Determinante de Vandermonde - 46.

CAPITULO V - EQUAÇÕES LINEARES

Resolução geral - 48 . Regra de Cramer - 49. Sistêma de 3 equações lineares com 3 incognitas - 50. Sistêma de 3 equações lineares com 2 incognitas - 53. Sistêma de n equações lineares com n incognitas - 54. Sistêma de n equações lineares homogêneas com n incognitas - 56 . Teorêma de Rouché - 56 . Formas lineares - 57.

Figura 2

“Lições de Matemática” (1938) – índice

Thales Mello Carvalho

Acervo GHEMAT - Grupo de Pesquisa de História da Educação Matemática no Brasil

<http://www.unifesp.br/centros/ghemat>

A seguir, a imagem do livro “Lições de Matemática” (1941), de Alberto Nunes Serrão, para o Curso Complementar Pré-Médico (Figura 3), que também destaca estar de acordo com o programa do Curso Complementar, dessa vez para o Pré-Médico. Imediatamente após, as imagens relativas ao conteúdo abordado (Figuras 4 e 5).

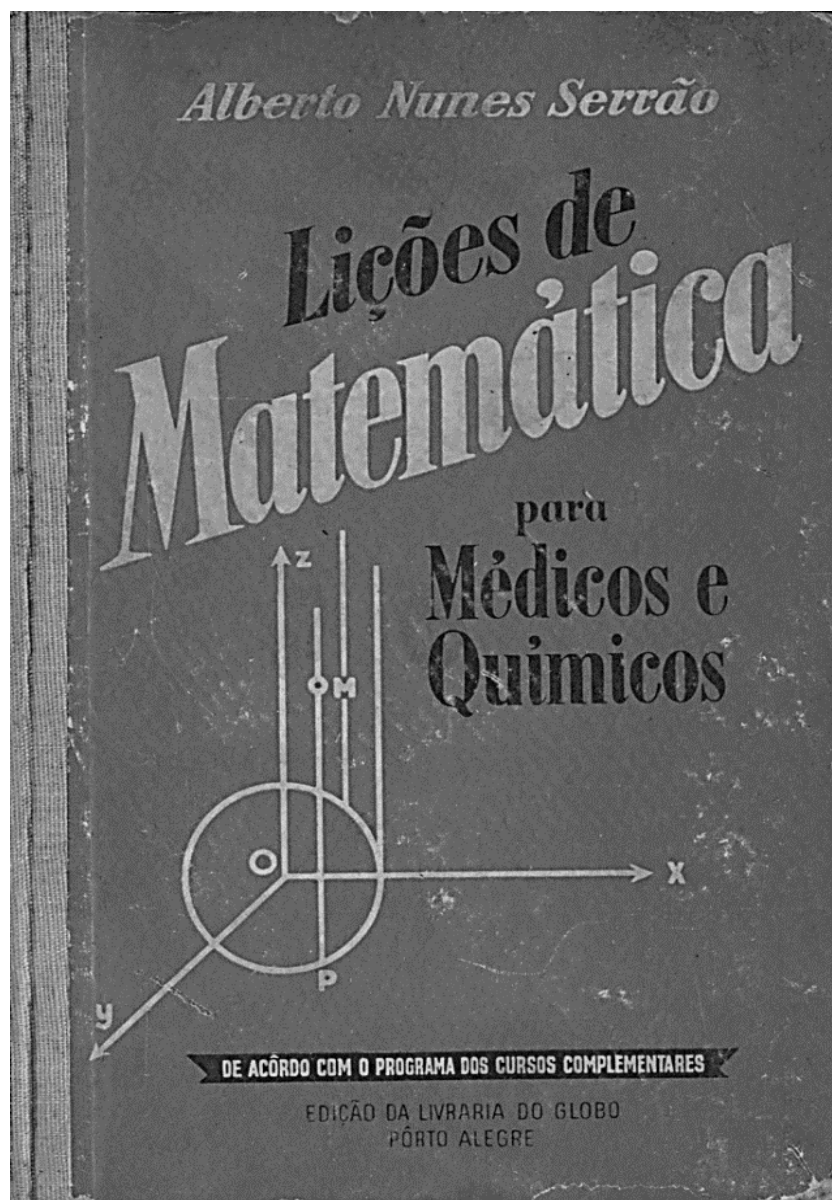


Figura 3

“Lições de Matemática” (1941) – capa

Alberto Nunes Serrão

Acervo GHEMAT - Grupo de Pesquisa de História da Educação Matemática no Brasil

<http://www.unifesp.br/centros/ghemat>

ÍNDICE		Págs.
Prefácio		5
PARTE I		
Elementos de Álgebra		9
Capítulo I:	Análise combinatória	11
" II:	Binômio de Newton	17
" III:	Teoria dos limites. Infinitamente pequenos.....	24
" IV:	Séries numéricas. Números. Limites notáveis.....	33
	A — Séries numéricas	33
	B — Número E	39
	C — Limites notáveis	41
" V:	Noção de função. Logaritmos.....	44
PARTE II		
Elementos de trigonometria e cálculo vectorial		57
Capítulo VI:	Generalidades. Operações sobre vectores.....	59
" VII:	Linhas trigonométricas. Teoria das projecções....	67
" VIII:	Operações sobre arcos. Triângulos.....	79
" IX:	Produto escalar e vectorial.....	85
PARTE III		
Elementos de geografia analítica a duas e três dimensões		87
Capítulo X:	Generalidades. Sistemas de coordenadas.....	89
" XI:	Transformação de coordenadas	98
" XII:	Linha reta. Problemas	105
" XIII:	Lugares geométricos	119
" XIV:	Sistemas de coordenadas no espaço de três dimen- sões	130
" XV:	Plano e linha reta. Problemas.....	140
" XVI:	Lugares geométricos usuais no espaço.....	153

Figura 4

“Lições de Matemática” (1941) – índice 1

Alberto Nunes Serrão

Acervo GHEMAT - Grupo de Pesquisa de História da Educação Matemática no Brasil

<http://www.unifesp.br/centros/gemat>

S		Págs.
ALBERTO NUNES SERRÃO		
PARTE IV		
Capítulo XVII:	Continuidade — Aplicações	161
" XVIII:	Derivadas e diferenciais das funções de uma va- riável	165
	A) Definição e interpretação	165
	B) Cálculo das derivadas	169
" XIX:	Funções crescentes e decrescentes. Máximos e m- nimos	188
" XX:	Desenvolvimento em série	202
" XXI:	Derivadas e diferenciais das funções de várias va- riáveis	208
" XXII:	Representação gráfica da variação das funções....	221
" XXIII:	Aplicações geométricas do cálculo diferencial.....	229
PARTE V		
Elementos de cálculo integral		241
Capítulo XXIV:	Integrais indefinidas. Métodos gerais de integração	243
" XXV:	Cálculo de integrais indefinidas.....	253
	A) Integração de frações racionais.....	253
	B) Integração de funções trigonométricas....	257
	C) Integração de funções irracionais.....	259
" XXVI:	Integrais definidas e suas aplicações.....	263
	A) Trabalho	275
	B) Velocidade das reações químicas.....	276
" XXVII:	Equações diferenciais	285
" XXVIII:	Interpolação. Aplicações	302
	A) Teoria das diferenças	303
" XXIX:	Noções de cálculo das probabilidades e estatística.	314
	A) Cálculo das probabilidades	314
	B) Tabelação e representação gráfica.....	320
	C) Valores centrais	326
	D) Medidas da variação	333
	E) Correlação	336
Logaritmos		351-352
Antilogaritmos		353-354

Figura 5

“Lições de Matemática” (1941) – índice 2

Alberto Nunes Serrão

Acervo GHEMAT - Grupo de Pesquisa de História da Educação Matemática no Brasil

<http://www.unifesp.br/centros/gemat>

Corroborando o que dissemos anteriormente, o próprio autor, Alberto Nunes Serrão, admite não haver “preocupação de fundamentar sob um ponto de vista conceitual a matéria tratada”, uma vez que este livro destinava-se a área Pré-Médica – “a natureza dos leitores a que destinamos o nosso trabalho” (Figura 6).

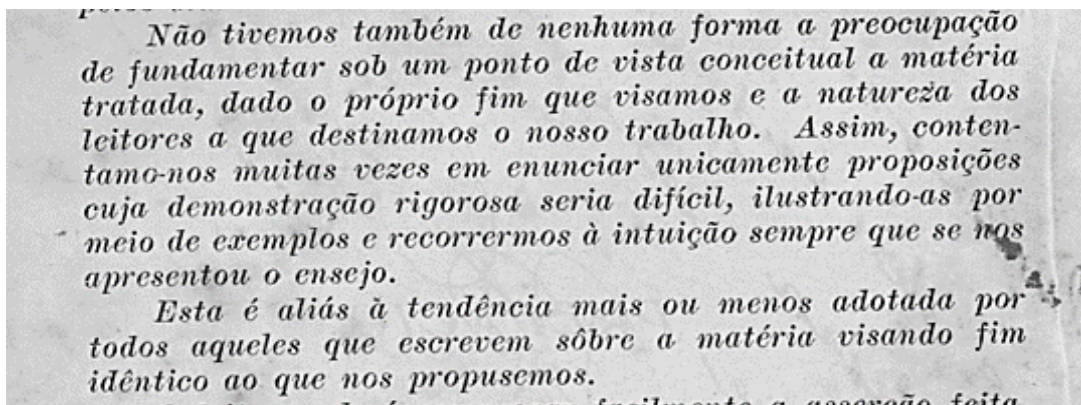


Figura 6

“Lições de Matemática” (1941) – prefácio

Alberto Nunes Serrão

Acervo GHEMAT - Grupo de Pesquisa de História da Educação Matemática no Brasil

<http://www.unifesp.br/centros/ghemat>

Em 1928, Euclides Roxo havia proposto ao Colégio Pedro II uma reforma curricular para o ensino da Matemática. Buscando a modernização e seguindo tendências internacionais, propôs a unificação das matemáticas lecionadas - a Aritmética, a Álgebra e a Geometria⁴ - em uma única disciplina, a Matemática. A proposta de reforma do currículo de Matemática do Colégio Pedro II foi institucionalizada pelo Decreto nº 18.564 de 15/1/1929 (TURÍBIO, 2015, p.44). A partir de 1931, os autores tiveram que adequar seus livros para atender à nova estrutura implantada e que foi sendo adotada pelos demais colégios.

Roxo, praticamente sozinho, como demonstram vários estudos, elaborou uma proposta de fusão das disciplinas Aritmética, Álgebra e Geometria, com vistas à constituição de uma única disciplina denominada *Matemática*. Aproveitando experiência anterior, obtida no interior do Colégio Pedro II, no Rio de Janeiro, onde foi professor e diretor, Roxo fez colocar no texto da legislação da primeira reforma nacional do ensino – que passou a ficar conhecida pelo nome do ministro – sua escrita sobre conteúdos e métodos de como a nova disciplina deveria ser conduzida. (VALENTE, 2011, p.648)

⁴ Alguns autores, como GOMES (2012, p.19) incluem ainda a Trigonometria.

O encaminhamento que Euclides Roxo dava às questões do ensino da Matemática não foi bem recebido por um grupo de professores da época, que não viam com bons olhos as inovações pedagógicas da Escola Nova – embora Roxo não estivesse diretamente comprometido com o movimento, era simpático a algumas perspectivas defendidas. Ao levantar questionamentos em relação à escola tradicional, ao tratamento do conteúdo por meio de uma metodologia predominantemente expositiva, centrada no professor, e pouco democrática no acesso ao conhecimento, Roxo questionou a “velha ordem”, os valores tradicionais tão caros a uma parcela da população.

Todo esse debate acerca de inovações fez com que algumas das propostas originais de Roxo não fossem levadas a cabo; uma delas, entretanto, venceu: a Matemática como disciplina única – como praticamos ainda nos dias de hoje. A proposta curricular para o ensino da Matemática, construída por Roxo na Reforma Francisco Campos, “é bastante detalhada, ultrapassando uma simples lista de conteúdos a serem ensinados na escola secundária” (GOMES, 2012, p.19). Enfatizava que o estudante não deveria ser visto ou tratado como um receptor passivo dos conteúdos; era preciso estimular seu envolvimento, seu trabalho ativo, e o respeito a seu grau de desenvolvimento mental e interesses. Especificamente em relação à Geometria, Roxo destacava que “o estudo das demonstrações formais precisa ser precedido de atividades de experimentação e construção” (GOMES, 2012, p.20).

De acordo com Valente (2004), a nova forma de organização do ensino fez multiplicar o número de publicações de livros didáticos de Matemática, atendendo a demanda de professores por material específico para cumprir as novas determinações da Reforma Francisco Campos – o que anteriormente havia feito com que muitos se posicionassem contra ela, por falta de material de apoio didático (GOMES, 2012, p.20).

2.2 Período de 1937 a 1950 – os Cursos Clássico e Científico

Em 10 de novembro de 1937, o governo de Getúlio Vargas implantou o Estado Novo, com dura censura aos meios de comunicação. Medidas tomadas pelo novo governo restringem a obrigação do Estado em relação à educação. Desaparece do novo texto constitucional (Constituição de 1937) a exigência de um plano nacional de educação (PALMA FILHO, 2005).

Dentro de uma perspectiva de centralização e controle estatal, foi criada a Comissão Nacional do Livro Didático (CNLD), em 1938, pelo Decreto-Lei nº 1.006, de 30/12/1938

(FNDE, Histórico, s.d.). No âmbito do Decreto, estabeleciam-se as condições de produção, importação, determinação das normas de utilização e avaliação dos livros didáticos, para adoção nas escolas. Ficavam de fora apenas os livros destinados ao ensino superior.

DECRETO-LEI Nº 1.006, DE 30 DE DEZEMBRO DE 1938

O PRESIDENTE DA REPÚBLICA, usando da atribuição que lhe confere o artigo o artigo 180, da Constituição, DECRETA:

[...]

Art. 3º - A partir de 1º de janeiro de 1940, os livros didáticos que não tiverem tido autorização prévia, concedida pelo Ministério da Educação nos termos desta Lei, não poderão ser adotados no ensino das escolas pré-primárias, primárias, normais, profissionais e secundárias, em toda a República.

Parágrafo único. Os livros didáticos próprios do ensino superior independem da autorização de que trata este artigo, nem estão sujeitos às demais determinações da presente Lei, mas é dever dos professores orientar os alunos, a fim de que escolham as boas obras, e não se utilizem das que lhes possam ser perniciosas à formação da cultura.

[...]

Art. 6º - É livre ao professor a escolha do processo de utilização dos livros adotados, uma vez que seja observada a orientação didática dos programas escolares.

Parágrafo único. Fica vedado o ditado de lições constantes dos compêndios ou o ditado de notas relativas a pontos dos programas escolares.

(FNDE, Histórico, s.d.)

Em 1942, o então Ministro da Educação, Gustavo Capanema, edita a Lei Orgânica para o Ensino Secundário (Decreto-lei 4.244, em 9 de abril de 1942) – que, juntamente com outras leis que regulamentavam a educação, ficaram conhecidas como Reforma Capanema. Dentre as várias modificações estava a de uma nova configuração para o ensino secundário: o ginásio de quatro anos, seguido pelo colégio, com duração de três anos. O colégio passa ainda a ter duas trajetórias possíveis: o clássico e o científico. Ambos com currículos que se caracterizavam pelo enciclopedismo, com valorização da cultura geral e humanística.

DECRETO-LEI N. 4.244 - DE 9 DE ABRIL DE 1942

Lei orgânica do ensino secundário

[...]

Art. 17. As disciplinas comuns aos cursos clássico e científico serão ensinadas de acordo com um mesmo programa, salvo a matemática, a física, a química e a biologia, cujos programas terão maior amplitude no curso científico do que no curso clássico, e a filosofia, que terá neste mais amplo programa do que naquele.

(BRASIL, PRESIDENCIA DA REPÚBLICA, CASA CIVIL, 1942)

De acordo com Palma Filho (2005), em termos de conteúdo, clássico e científico eram muito parecidos, havendo apenas uma diferença de ênfase: enquanto no científico as Ciências Naturais são privilegiadas, no clássico as Humanidades ganham maior destaque. Na prática,

diz o autor, quem ingressa no curso colegial tem mesmo em vista os vestibulares. E “a preferência dos alunos era pelo curso científico, visto este ter um currículo mais adequado que prepara para qualquer tipo de vestibular” (PALMA FILHO, 2005, p.12).

Depois de implementada a Reforma Capanema, tem início um longo debate sobre os possíveis rumos da educação no País e a necessidade de um plano nacional para dirigi-la. Esse debate durou treze anos, na tentativa de desenvolver um anteprojeto para uma Lei de Diretrizes e Bases (LDB). A Lei Orgânica do Ensino Secundário permaneceu em vigor até a aprovação da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, em 1961.

Segundo Valente (2007, p.1564), os programas para os cursos de Matemática, tanto do clássico quanto do científico, só foram divulgados a público no ano de 1943, e ambos seguiam a mesma estrutura (Figuras 8 e 9). Os conceitos matemáticos abordados eram praticamente os mesmos, sendo que para o curso clássico com menor aprofundamento. Em 1951, foi expedida a Portaria nº 966, de 02 de outubro de 1951, que aprovou novos programas, a partir da qual é possível notar modificações nos livros didáticos.

O desenvolvimento da teoria e a utilização de exemplos e exercícios foram perdendo a complexidade e o exagerado rigor matemático encontrado nos livros didáticos de Matemática para os Cursos Complementares passando a um desenvolvimento menos complexo, ainda conservando o rigor matemático, mas fazendo dos exercícios um meio para o estudo e assimilação dos conteúdos. (VALENTE, 2007, p.1567)

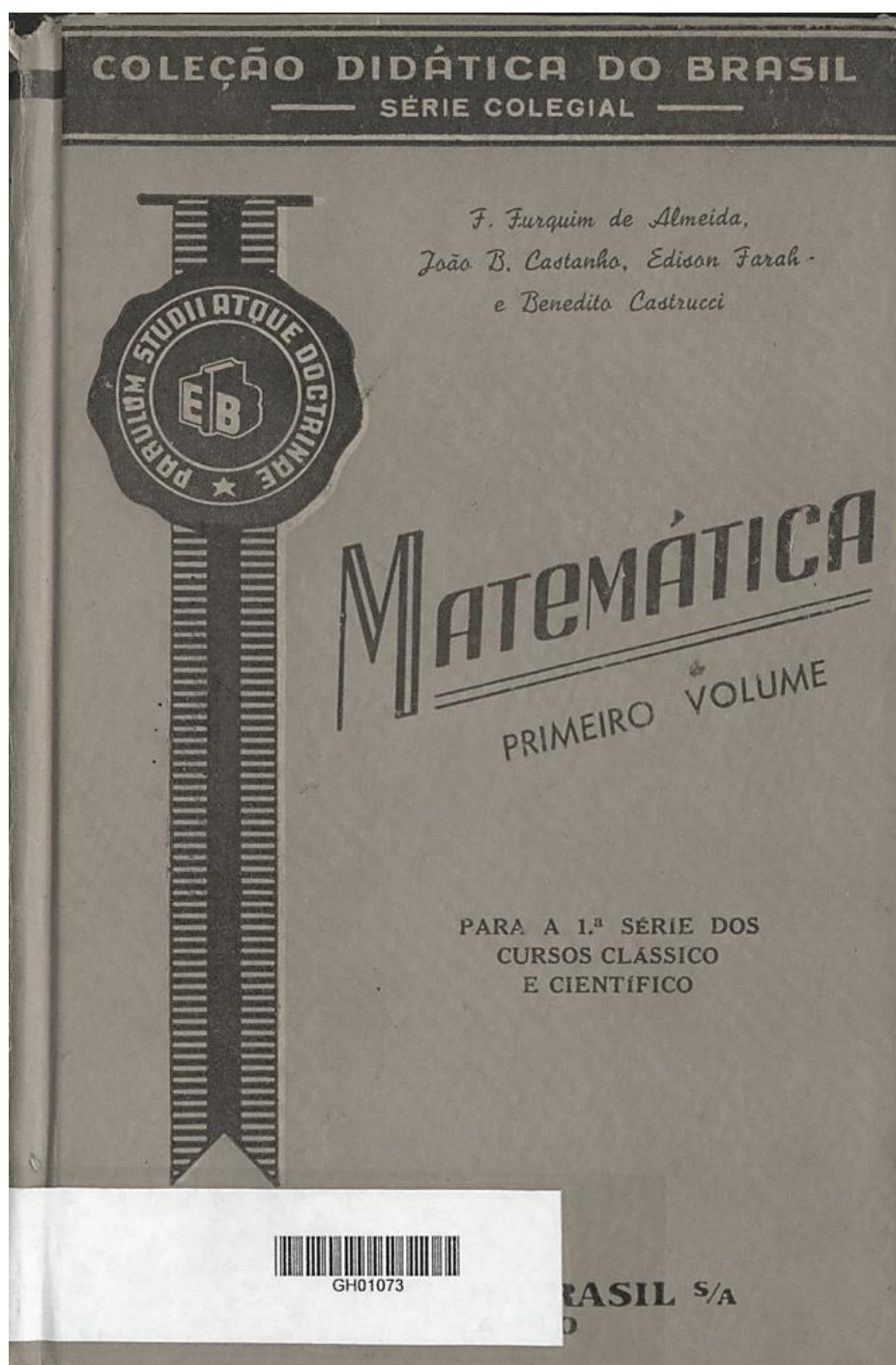


Figura 7
"Matemática" (1944)
Primeiro Volume - capa
F. Furquim de Almeida; João B. Castanho; Edison Farah; Benedito Castrucci
Acervo GHEMAT - Grupo de Pesquisa de História da Educação Matemática no Brasil
<http://www.unifesp.br/centros/ghemat>

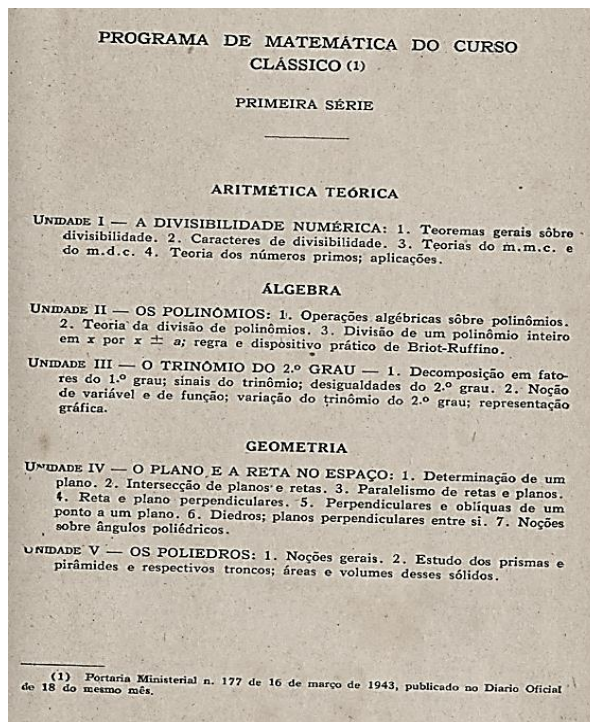


Figura 8

“Matemática” (1944)

Primeiro Volume – Programa do Curso Clássico

F. Furquin de Almeida; João B. Castanho; Edison Farah; Benedito Castrucci

Acervo GHEMAT - Grupo de Pesquisa de História da Educação Matemática no Brasil

<http://www.unifesp.br/centros/ghemat>

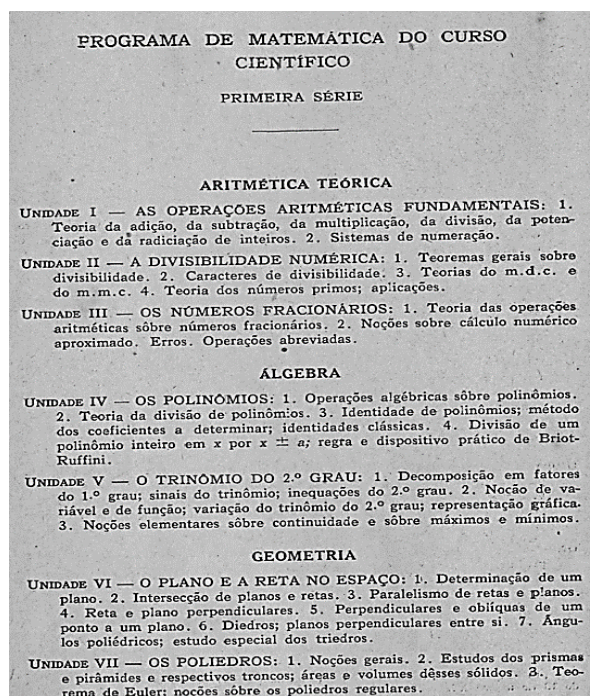


Figura 9

“Matemática” (1944)

Primeiro Volume – Programa do Curso Científico

F. Furquin de Almeida; João B. Castanho; Edison Farah; Benedito Castrucci

Acervo GHEMAT - Grupo de Pesquisa de História da Educação Matemática no Brasil

<http://www.unifesp.br/centros/ghemat>

Outro fator que se destaca nesse período é que os livros didáticos já não abordam um único assunto – como apenas Álgebra, por exemplo – mas englobam, no mesmo volume, diferentes assuntos, direcionados a determinada série. Valente (2007, p.1567) considera a coleção “Matemática 2º ciclo”, de autoria de Euclides Roxo, Haroldo Cunha, Roberto Peixoto e César Dacorso Netto (Figura 10 e 11), inovadora no sentido de ser a primeira a acrescentar uma “metodologia diferenciada” ao conteúdo, fazendo uso de exercícios, resolução de problemas e elementos da História da Matemática na abordagem e no desenvolvimento de alguns temas.



Figura 10

Coleção “Matemática 2º ciclo” (1945)

1ª. Série – 2 ed. - capa

Euclides Roxo, Haroldo Cunha, Roberto Peixoto e César Dacorso Netto
Acervo GHEMAT - Grupo de Pesquisa de História da Educação Matemática no Brasil
<http://www.unifesp.br/centros/ghemat>

ADVERTÊNCIA

Com o presente volume, inicia-se a série MATEMÁTICA — 2º CICLO, destinada aos alunos dos *Cursos científico e clássico*.

A matéria não ficou adstrita, entretanto, aos títulos e sub-títulos dos atuais programas.

Procuraram os autores sugerir alguns complementos e aplicações, sem se afastar, contudo, dos assuntos dos programas e sem quebrar a harmonia do conjunto.

Tais desenvolvimentos, apresentados, em geral, em tipo menor, permitirão certa liberdade quanto à extensão a dar ao curso, de acôrdo com a reação oferecida pelo aluno.

Cumpra observar, ainda, que as notas, que ilustram algumas passagens e completam outras, tiveram, em sua maioria, a dupla finalidade de ampliar os conhecimentos do aluno e de incitar-lhe a curiosidade pela matéria.

Finalmente, deverá ser frizado que os atuais programas do 2º Ciclo são compostos de partes nitidamente distintas que compreendem: *Aritmética teórica, Álgebra elementar e complementar* (incluída a teoria das equações), *Geometria elementar, Trigonometria, Álgebra vetorial e Geometria analítica*. Por isso, com o fim de manter, na exposição de cada um desses ramos, a indispensável unidade didática, julgaram os autores, do melhor alvitre, dividir a tarefa tal como é indicado em cada uma das partes.

Figura 11

Coleção “Matemática 2º ciclo” (1945)

1ª. Série – 2 ed. – Prefácio

Euclides Roxo, Haroldo Cunha, Roberto Peixoto e César Dacorso Neto

Acervo GHEMAT - Grupo de Pesquisa de História da Educação Matemática no Brasil

<http://www.unifesp.br/centros/ghemat>

Na Coleção “Matemática 2º ciclo”, 3ª série, 2 ed, 1946, de Euclides Roxo, Haroldo Cunha, Roberto Peixoto e César Dacorso Netto, podemos encontrar diversos exemplos das inovações citadas acima. Selecionamos dois exemplos do uso da História da Matemática (Figuras 11 e 12):

1- Na “Interpretação Cinemática da Derivada”

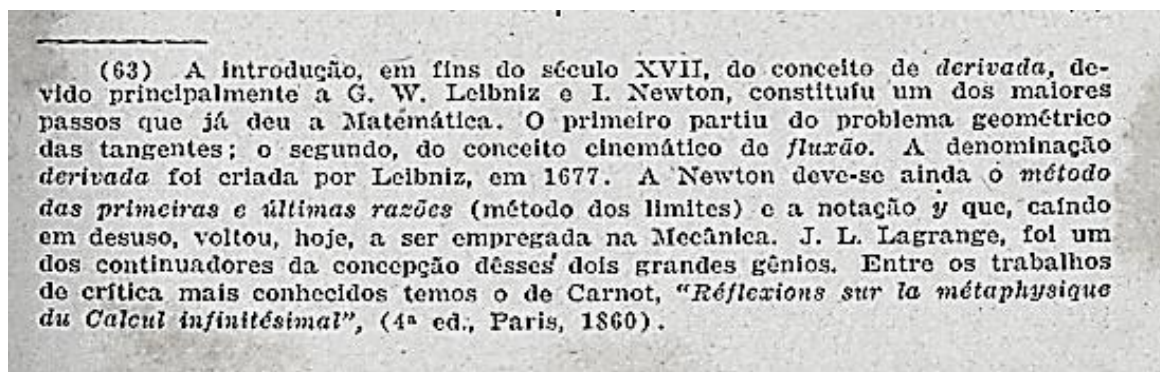
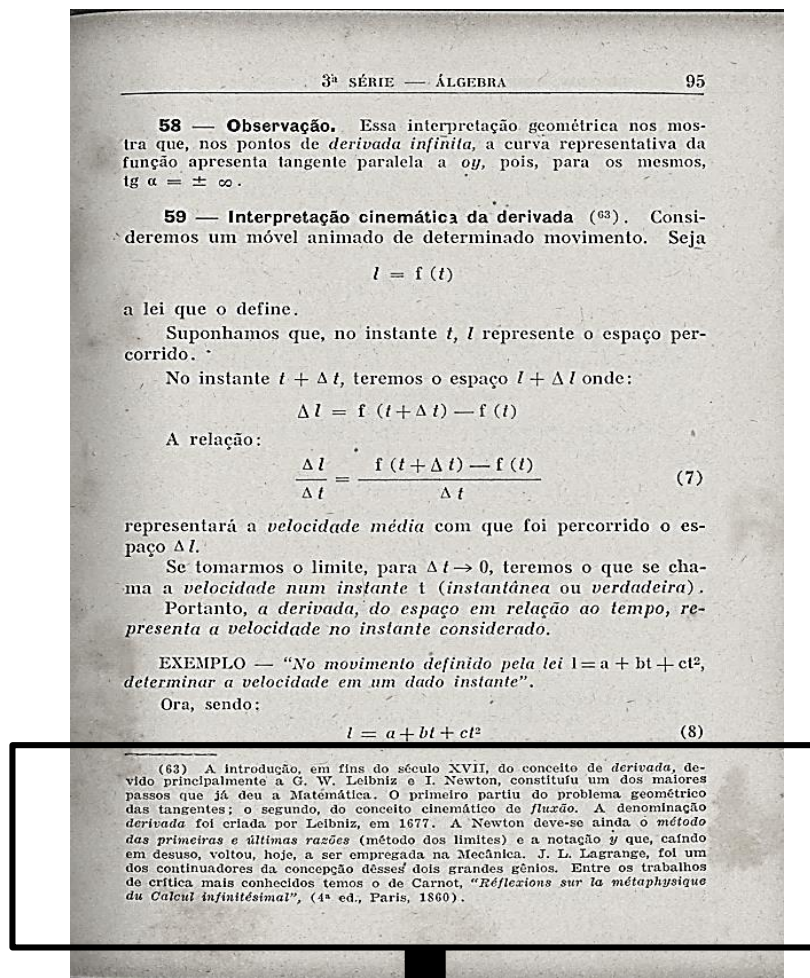


Figura 12

Coleção “Matemática 2º ciclo” (1946)

3ª. Série – 2 ed. – p.95

Euclides Roxo, Haroldo Cunha, Roberto Peixoto e César Dacorso Netto
Acervo GHEMAT - Grupo de Pesquisa de História da Educação Matemática no Brasil
<http://www.unifesp.br/centros/ghemat>

2- Na explicação da Ceviana.

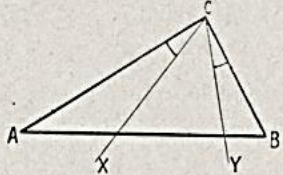
UNIDADE VI

TEOREMA DE STEWART E SUAS APLICAÇÕES AO CÁLCULO DAS LINHAS NOTÁVEIS DO TRIÂNGULO.

1 — Definições. Chama-se *CEVIANA* ⁽¹⁾ qualquer reta traçada no plano de um triângulo por um de seus vértices. O comprimento de uma ceviana é o segmento de tal reta compreendido entre o vértice e o lado oposto. Este é a *base* em relação à ceviana. *Pé* de uma ceviana é a sua intersecção com a base.

As cevianas mais notáveis num triângulo são as *alturas*, as *medianas* e as *bissetrizes*.

Cevianas isogonais são duas cevianas que partem de um mesmo vértice e formam ângulos iguais com os lados concorrentes nesse vértice; elas são simétricas em relação à bissetriz que parte do vértice comum. Tais são *CX* e *CY* no triângulo *ABC*.



(Fig. 1)

2 — Teorema de Stewart. Entre as medidas algébricas dos segmentos orientados determinados por três pontos colineares *B, C, D* ⁽²⁾ e um outro ponto qualquer, *A*, existe a relação.

$$\frac{\overline{AB}^2}{\overline{BC} \cdot \overline{BD}} + \frac{\overline{AC}^2}{\overline{CB} \cdot \overline{CD}} + \frac{\overline{AD}^2}{\overline{DB} \cdot \overline{DC}} = 1$$

(1) Também se diz, *transversal angular*. A denominação *ceviana*, devida a *Poulain*, é derivada do nome de *João Ceva*, matemático italiano de meados do sec. XVII e autor de obras notáveis, mormente sobre a Geometria pura dos antigos.

(2) Supõem-se esses pontos marcados sobre um eixo, numa ordem qualquer.

Matemática — 2º Ciclo — 3ª Série 8

(1) Também se diz, *transversal angular*. A denominação *ceviana*, devida a *Poulain*, é derivada do nome de *João Ceva*, matemático italiano de meados do sec. XVII e autor de obras notáveis, mormente sobre a Geometria pura dos antigos.

(2) Supõem-se esses pontos marcados sobre um eixo, numa ordem qualquer.

Matemática — 2º Ciclo — 3ª Série 8

Figura 13

Coleção “Matemática 2º ciclo” (1946)

3ª. Série – 2 ed. – p.221

Euclides Roxo, Haroldo Cunha, Roberto Peixoto e César Dacorso Netto

Acervo GHEMAT - Grupo de Pesquisa de História da Educação Matemática no Brasil-

<http://www.unifesp.br/centros/ghemat>

2.3 Período de 1951 a 1966 – o Programa Mínimo

O período que iremos tratar agora é considerado por Marques (2005, p.32) o que “antecede o advento de uma grande modificação no ensino da matemática, de dimensões internacionais”, a Matemática Moderna, que chegou ao Brasil nos anos 1960. A fim de que possamos entender o contexto no qual se implantou a Matemática Moderna, acreditamos ser importante entender o que acontecia no período imediatamente anterior.

De acordo com Chervel (1990), uma grande transformação numa disciplina escolar somente ocorre após um período de estabilidade, a qual se segue um período de desestabilidade. A estabilidade é “percebida quando as discussões entre os educadores se amenizam” (MARQUES, 2005, p.14), as orientações metodológicas e de conteúdo cedem lugar a pequenos ajustes, feitos aqui ou acolá. Foi justamente esse tipo de período que a educação brasileira viveu nos anos 1950.

Em 1951, uma portaria ministerial – Portaria Ministerial nº. 966 - assinada pelo Ministro da Educação Simões Filho, alterou os programas do ensino secundário. Foi proposto um “Programa Mínimo” que simplificou e reduziu os conteúdos, permitindo ainda que os estados criassem seus próprios planos a partir desses programas mínimos. Como a partir dessa década estava ocorrendo um afluxo maior de estudantes para esse nível de ensino, os colégios e os professores alegavam que com poucas aulas semanais e vasto conteúdo a ser coberto nas disciplinas – em especial na matemática tornava-se cada vez mais difícil o cumprimento das exigências em vigor até então. A simplificação dos programas era uma tentativa de superar a questão do aumento e da diversificação da população escolar que ocorria no ensino secundário (ROMANELLI, 1978). Em relação à matemática, a Portaria apregoava que deveria ser evitada a “exagerada inclinação para a teoria e a abstração” (MARQUES, 2005, p.54). Foi somente a Portaria Ministerial nº 1045, de 14/12/1951, que normatizou os conteúdos mínimos que a disciplina matemática deveria tratar.

A implantação dos Programas Mínimos fez com que a década de 1950 fosse apenas de pequenos ajustes nas rotinas educacionais. Uma estabilidade percebida por muitos – em geral que vivenciaram o período como docentes ou discentes – como de grande produtividade para os estudos.

No ano de 1961, foi aprovada a Lei de Diretrizes e Bases (LDB) – Lei 4.024 de 1961 – com pequenos reajustes aos programas em vigor. Os livros didáticos utilizados no período de 1961 a 1966 continuaram seguindo as orientações de 1951 (GOMES, 2016).

2.4 Período dos anos 50, 60 e 70 – a Matemática Moderna

O desenvolvimento científico e o seu rápido impacto na vida do homem comum foram de tal magnitude que o cientista passou a exercer a liderança em numerosos setores da vida administrativa. Assumiu, assim, como lhe competia, o papel de interpretar o impacto do desenvolvimento científico na sociedade e seu efeito no planejamento da educação da juventude. Devido à sua grande importância para o desenvolvimento econômico, social e tecnológico dos países, o ensino de Ciências e de Matemática passou a ser um dos principais problemas tratados pelos administradores. (GODOY, 2012, p. 260)

Na década de 1950, em especial na Europa e nos Estados Unidos, foi intensificada a discussão sobre o ensino da Matemática, com destaque para a praticada no ensino secundário. Nos congressos especializados, em ensino e em Matemática, debatia-se a necessidade de uma revisão, tanto metodológica quanto da estrutura curricular, que se adequasse aos novos tempos e aos avanços já consolidados. Na Matemática, as discussões giravam em torno de como a teoria dos conjuntos, as estruturas algébricas e a geometria vetorial poderiam adentrar no ensino secundário, de forma a que este se aproximasse da Matemática do ensino superior. Essas propostas baseavam-se, principalmente, nas ideias difundidas pelo Grupo Bourbaki⁵ e se denominaram Matemática Moderna.

Até 1750 a Matemática era separada em Aritmética, Álgebra, Geometria e Análise (contexto clássico), após isto, com a criação da Geometria Analítica e posteriormente do Cálculo Diferencial e Integral não foi mais possível o trabalho separado destas áreas, criando-se uma Matemática num contexto moderno. (MORALES, 2003, p. 119)

Em linhas gerais, visto não ser esse o objetivo do nosso trabalho, iremos traçar a trajetória do Movimento da Matemática Moderna. O Movimento teria iniciado em 1950, quando da criação e lançamento da Comissão Internacional para o Aprimoramento da Matemática - CIEAEM - *Commission Internationale pour l'Étude et l'Amélioration de l'Enseignement des Mathématiques* - por iniciativa de Caleb Gattegno, matemático, pedagogo e filósofo da Universidade de Londres, reunido, entre outros, com os matemáticos Jean Dieudonné, Gustave Choquet, André Lichnerowicz e com o psicólogo Jean Piaget (VALENTE, 2008, p.584).

Em 1959, a Organização Europeia de Cooperação Econômica (OECE) patrocinou uma pesquisa entre seus países membros sobre a situação do ensino da matemática, com vistas a incentivar a produção de uma ampla reforma de modernização curricular. A exposição e a

⁵ O Grupo Bourbaki, originalmente, se dedicava exclusivamente aos estudos e a reorganização da Matemática para o Ensino Superior. Para maiores informações, veja, por exemplo: ESQUINCALHA, A.C. **Nicolas Bourbaki e o Movimento da Matemática Moderna**. Revista de Educação, Ciências e Matemática, v.2, n.3, set/dez. 2012.

análise dos resultados dessa pesquisa, bem como os primeiros encaminhamentos da reforma se deram no “Seminário de Royaumont”, no final de 1959, no *Cercle Culturel de Royaumont*, em Asnières-sur-Oise, França, com a participação de cinquenta delegados de dezoito países (VALENTE, 2008, p.590). Em 1960, aconteceu uma nova reunião – na cidade de Dubrovnik – que deu origem ao documento “Um programa moderno de Matemática para o ensino secundário” – publicado em 1961 – no qual são apresentadas propostas concretas para a reformulação curricular e metodológica da matemática no ensino secundário.

O novo programa, assim, propõe “a valorização da Álgebra e da Geometria vetorial, com a correspondente desvalorização da Geometria de Euclides, na orientação axiomática dada ao estudo da Matemática, e numa valorização da linguagem e simbologia matemáticas”. (GUIMARÃES, 2007, p. 32 apud VALENTE, 2008, p.591)

Valentin Junior (2011) e Valente (2008) afirmam que a Matemática Moderna chegou ao Brasil a partir do II Congresso Brasileiro do Ensino de Matemática, realizado na cidade de Porto Alegre, RS, no ano de 1957, por meio de menções em algumas comunicações. Durante a realização do III Congresso Brasileiro do Ensino de Matemática, na cidade do Rio de Janeiro, RJ, em 1959, ainda não havia conquistado muitos adeptos. Valente (2008, p.596) então nos fala sobre uma resistência dos professores, em especial daqueles que eram autores de livros didáticos, em abraçar uma revisão de tal monta como a que era proposta pelo Movimento da Matemática Moderna, o que inviabilizaria os seus livros já publicados.

No entanto, parece haver consenso entre os professores de Matemática que os avanços alcançados nos últimos tempos precisavam, de alguma forma, adentrar as salas de aula. Tal evidência transparece numa recomendação aprovada ao final do III Congresso:

Solicitar aos Srs. Professores realizem experiências no Curso Secundário sobre a introdução de noções de Matemática Moderna e levem ao 4.º Congresso Brasileiro do Ensino da Matemática o resultado das mesmas (CONGRESSO NACIONAL DE ENSINO DA MATEMÁTICA, 1959b, p. 214 apud VALENTE, 2008, p. 596).

O professor Osvaldo Sangiorgi embora tenha sido um dos profissionais que pioneiramente apresentou as referências em relação a Matemática Moderna no II Congresso, mostrou-se cauteloso, segundo Valente (2008, p. 596), ao defender uma mudança radical de conteúdos e abordagens no III Congresso. Valente (2008) levanta a hipótese que tal cautela poderia estar relacionada ao impacto que essa mudança poderia ocasionar na comercialização dos livros de Sangiorgi, “verdadeiros *best-sellers* didáticos dos anos 50”. Seja como for, um

estágio realizado no ano de 1960, nos Estados Unidos, tornou Sangiorgi um fervoroso adepto da Matemática Moderna, o que o fez reformular todos os seus livros e passou a coordenar um grupo de trabalho na Secretaria de Educação do Estado de São Paulo – GEEM, Grupo de Estudos do Ensino de Matemática, criado em 1961- com vistas a operacionalizar as inovações no ensino da Matemática.

Ainda em 1961, entrou em vigor a nova LDB - Lei nº 4024 de 20 de dezembro de 1961, Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB) – que permitiu a descentralização curricular por meio da criação dos Sistemas Estaduais de Ensino. Tal medida incentivou que os Estados regulassem seus currículos e promovessem inovações. A Matemática Moderna foi então apresentada ao Brasil, por meio de Sangiorgi e do GEEM, no IV Congresso Brasileiro do Ensino de Matemática – realizado em 1962, em Belém, PA – como proposta oficial do estado de São Paulo, ficando conhecida como “Assuntos Mínimos”.

O programa elaborado pelo GEEM, sob a coordenação de Osvaldo Sangiorgi, elenca vinte e quatro itens de conteúdos de ensino para as quatro primeiras séries do ensino secundário (ginásio) e dezoito para as três séries finais (colegial). Ao lado de cada item de conteúdo, de modo sumário, estão postas as sugestões didático-metodológicas para abordagem dos temas. (VALENTE, 2008, p.601)

Valente (2008, p.605) sugere que os livros de Sangiorgi, por serem os primeiros a aderir à Matemática Moderna, acabaram por se tornar, “oficiosamente uma nova programação para o ensino de Matemática no Brasil”. Ainda que oficialmente o programa de Matemática não devesse se estender por todo o País – visto ser uma proposta do estado de São Paulo – os professores acabaram convencidos que precisavam mudar, que era preciso inovar, modernizar o ensino por meio da adoção dessa proposta. Ficou parecendo que havia “uma nova Matemática a ser ensinada” e que os livros de Sangiorgi eram os pioneiros nessa inovação.

Nas imagens selecionadas que serão apresentadas a seguir, destacamos trechos dos prefácios dos livros de Manoel Jairo Bezerra (1968) (Figura 14) e de Benedito Castrucci (1968) (Figura 15), nos quais se posicionam em relação à Matemática Moderna. Para Manoel Jairo Bezerra, o ensino da Matemática Moderna na Escola Secundária – em 1968 – tinha “caráter experimental”; o “moderno programa” foi proposto pela OECE (Organização Europeia de Cooperação Econômica) e o autor manteve uma parte de Geometria Euclidiana, porque continuava sendo cobrada nos exames vestibulares. Já para Benedito Castrucci, a “algebrização da Geometria” era um passo ousado para o momento e nível de ensino. A Geometria Euclidiana parece ter sido um impasse para a Matemática Moderna, no Brasil.

APRESENTAÇÃO

Para atender a êsse verdadeiro impacto da Matemática Moderna escrevemos êste livro. Esperamos que êle venha facilitar o trabalho aos nossos colegas e ajudar aos estudantes.

Esclarecemos que:

- 1.º) Em virtude do caráter experimental de que se reveste o ensino da Matemática Moderna na Escola Secundária, achamos mais prudente escrever, de início, um trabalho para cada série, antes de reunirmos tôda a Matemática Moderna do 2.º ciclo em um só volume.
- 2.º) Fizemos a distribuição dos assuntos pelas três séries de acôrdo com o moderno programa de Matemática para a Escola Secundária, organizado pela OEEC (Organização Européia de Cooperação Econômica), sem deixar de atender às implicações decorrentes da realidade brasileira.
- 3.º) O último capítulo, referente à Geometria de Euclides (no espaço) foi mantido, praticamente, sob a forma tradicional a fim de atender às exigências dos exames vestibulares ainda em vigor e a fim de esperar orientação para modificá-lo.

Resolvemos assim porque, na última semana de março de 1967, em conversa pessoal, em Paris, com membros da Comissão Ministerial de Organização dos Programas de Matemática Moderna para as Escolas Secundárias da França, presidida por A. Lichnerowicz, verificamos que ainda não tinham decidido como proceder em relação à Geometria (aliás o último Congresso de Matemática, em São Paulo, também nada determinou nesse sentido).

- 4.º) Com o intuito de colaborar com nossos colegas, colocamos, no início do livro, uma distribuição do número de aulas disponíveis pelos assuntos apresentados.

Esperamos merecer de nossos colegas suas valiosas críticas, as quais agradecemos antecipadamente.

O AUTOR

Rio, 3/4/67.

Figura 14

Coleção "Moderno Curso de Matemática" (1968)

1.º. Ano dos Cursos Clássico e Científico

Manoel Jairo Bezerra

Acervo GHEMAT - Grupo de Pesquisa de História da Educação Matemática no Brasil

<http://www.unifesp.br/centros/ghemat>

P R E F Á C I O

Este curso de Geometria substitui as nossas "LIÇÕES DE GEOMETRIA ELEMENTAR", que durante muitos anos mereceram a preferência dos estudantes, o que nos foi provado pelas sucessivas edições.

Entretanto, em face do movimento irreversível de renovação de conteúdo e de adaptação a novas bases que atingiu a Matemática em grande número de países, sentimo-nos, como participante que somos dessas idéias no Brasil, de trazer a público uma nova apresentação do curso, precedendo-o das noções indispensáveis de Lógica e de Teoria dos Conjuntos.

O nosso trabalho na chamada Matemática Moderna tem sido no sentido de uma evolução e não de uma revolução, por isso, achamos conveniente e útil não alterar a seqüência dos assuntos e teoremas da Geometria, tratando-os apenas numa nova linguagem, com base na Teoria dos Conjuntos, pondo em relêvo certos aspectos que constituem uma nova atitude e que nos livros tradicionais não eram ressaltados.

Para conservarmos o material existente no antigo volume, vimo-nos obrigados a dividir o trabalho em quatro tomos.

Nos dois primeiros volumes, trataremos exclusivamente, além da introdução de Lógica e de Teoria dos Conjuntos, da Geometria com exclusão da medida e das transformações, que constituirão os outros tomos.

Para os que querem imediatamente estudar a parte relativa a Geometria, sem demorar-se no capítulo O (Lógica e Conjuntos), colocamos um DICIONÁRIO DE SÍMBOLOS E DEFINIÇÕES, que precede o capítulo I, o que facilitará a leitura.

Nos cursos colegiais, aconselhamos a eliminação de diversos tópicos de Geometria que são desnecessários para uma formação inicial geométrica.

Há um movimento para a substituição do conteúdo geométrico no curso colegial e, talvez, no ginasial, por uma algebrização da Geometria, tratando-a como um capítulo de Álgebra Linear.

Acreditamos que esta inovação preconizada por grandes matemáticos não possa ser feita imediatamente, pois a nosso ver seria, no momento, um passo ousado.

Esperando que este trabalho possa contribuir para uma boa formação dos nossos estudantes, dentro desta nova ordem de idéias, aguardamos as críticas construtivas que possam melhorar este nosso esforço.

O Autor

Figura 15

Coleção "Geometria um Curso Moderno" (1968)

Vol.1, 3 ed.

Benedito Castrucci

Acervo GHEMAT - Grupo de Pesquisa de História da Educação Matemática no Brasil

<http://www.unifesp.br/centros/ghemat>

A Matemática Moderna sobreviveu por um tempo no Brasil, mas a partir da década de 1970 começou a ser severamente criticada por sua má aplicação, exageros e não compreensão por parte da maioria dos professores.

Falava-se de Monóides, Grupos, Corpos e Anéis desde a 5ª série. Os livros da 1ª até a 5ª série não ensinavam algoritmos e as crianças sabiam que $3+2=2+3$, e que isto era a propriedade comutativa, mas não sabiam quanto era $3+2$! Se exageravam na notação dos conjuntos, ensinando união e intersecção de conjuntos para crianças ainda não alfabetizadas no jardim da infância.

Falava-se de isomorfismos para crianças que não sabiam o que eram funções. A Teoria das Matrizes adotada tomava tanto tempo que seu objetivo principal, a resolução de Sistemas de Equações, não era contemplado. As crianças tinham contatos com vetores, funções, estruturas algébricas e conjuntos, mas não sabiam o que era um número natural, uma fração ou um ângulo reto. Desprezava-se as aplicações e a Matemática prática. Queriam a compreensão do método axiomático de crianças que ainda não conheciam a indução. É claro que fracassaria. Como não? (MORALES, 2003, p. 134)

De acordo com Soares (2001), não é possível precisar uma data na qual a Matemática Moderna tenha sido deixada de lado no Brasil. As críticas surgidas nos anos 1970 arrefeceram o entusiasmo que dominou certos setores, em grande parte apoiados pelos governos do pós-golpe. Mas, o que parece ter predominado foi a constatação de que, apesar dos esforços, “o ensino da Matemática não melhorou” (SOARES, 2001, p.111). A autora continua, nos trazendo a fala do matemático francês G. Choquet – publicada em 1973 – um dos entusiastas e divulgador do Movimento:

Estou estarecido com o que constato no ensino da escola primária e da secundária. Fui um dos promotores da reforma de ensino da Matemática, mas o que eu preconizava era simplesmente uma poda de galhos mortos, atravancadores, e a introdução de um pouco de álgebra. Pois bem, em suma, os novos programas e as instruções correspondentes são mais satisfatórias que os antigos, em que pesem erros razoáveis; mas há toda uma atmosfera nociva, que tem acompanhado seu desenvolvimento. Em particular, um ataque contra a geometria e contra os recursos da intuição: foi dito aos professores que seria lastimável que eles estudassem triângulos e que a álgebra linear substituiria toda a velha geometria... o resultado é tal que, sem uma forte reação de base, eu penso que a geração atual de nossa escola receberá uma formação matemática que não a prepara nem para a pesquisa, nem para a utilização da Matemática em técnicas ou ciências experimentais. (CHOQUET apud CHARLOT, 1991, p.29, apud SOARES, 2001, p.112)

Em 1975, num artigo publicado no jornal “O Estado de São Paulo”, o professor Sangiorgi elenca as principais falhas do Movimento da Matemática Moderna, em especial no Brasil:

- 1- Abandono paulatino do salutar hábito de calcular (não sabendo a “tabuada” em plena 5ª. e 6ª. séries!) porque as operações sobre conjuntos (principalmente com os vazios!) prevalecem acima de tudo; acrescenta-se ainda o exclusivo e prematuro uso das maquininhas de calcular, que se tornaram tão populares do mesmo modo que os brinquedos eletrônicos.
- 2- Deixa-se de aprender frações ordinárias e sistema métrico decimal – de grande importância para toda a vida – para se aprender, na maioria das vezes incorretamente, a teoria dos conjuntos, que é extremamente abstrata para a idade que se encontra o aluno.
- 3- Não se sabe mais calcular áreas de figuras geométricas planas muito menos dos corpos sólidos que nos cercam, em troca da exibição de rico vocabulário de efeito exterior, como por exemplo “transformações geométricas”.
- 4- Não se resolvem mais problemas elementares – da vida cotidiana – por causa da invasão de novos símbolos e de abstrações completamente fora da realidade, como: “O conjunto das partes de um conjunto vazio é um conjunto vazio?”, proposto em livros de 5ª.série. (SANGIORGI, 1975b apud SOARES, 2001, p.116)

Outras manifestações contrárias ao movimento se somaram, em especial do IMPA (Instituto de Matemática Pura e Aplicada) – que havia sido fundado em 1952, na cidade do Rio de Janeiro. Constatada a ineficiência das propostas do Movimento no mundo todo, os

Estados Unidos lançaram um outro movimento para substituí-lo: o “Back to basis” (Volta às bases). Diversos professores, dentre eles o prof. Ubiratan D’Ambrósio, recomendaram cautela antes de aderir a um novo movimento depois do fracasso e das frustrações que a Matemática Moderna havia produzido (SOARES, 2001, p.117).

2.5 Período dos anos 70 e 80

O fracasso da Matemática Moderna foi constatado no Brasil em meio a um período conturbado da dinâmica social. Para entendermos o que se seguiu em relação ao ensino da Matemática no ensino médio, torna-se necessário investigar um pouco os movimentos educacionais e algumas partes da dinâmica educação/sociedade que ocorreram na sequência.

Um golpe militar foi desfechado no Brasil em 1964. Em 1965, o então presidente Castelo Branco assinou o ato institucional número 2 (AI 2), acabando com os partidos políticos e legitimando a eleição indireta para presidente (LIRA, 2010, p.34). Seguiram-se uma série de cassações de mandatos e suspensão dos direitos políticos. A segurança nacional estava diretamente ligada ao controle do “inimigo interno”, associado diretamente à influência das ideias socialistas. Em 1967 foi redigida uma nova Constituição que legitimava as ações dos militares e desvinculava o repasse de verbas para a Educação. A política econômica concentrou riquezas, de tal forma que provocou enorme arrocho salarial; o dinheiro ia todo para financiar a acumulação (LIRA, 2010, p. 35). A censura se impôs com a decretação do AI-5, em 1968.

As manifestações contra a ditadura ocorreram em todo o país. No Rio de Janeiro, durante uma sessão no Cinema Copacabana, todos os espectadores foram presos e levados ao Forte de Copacabana, pois ao surgir a imagem do presidente Costa e Silva no jornal cinematográfico Canal 100, este foi vaiado veementemente pela plateia. Dentro do cinema havia um militar que telefonou solicitando uma intervenção, assim os ônibus que faziam ponto final próximo ao quartel foram requisitados e levados para a porta do cinema onde a sessão foi interrompida e os espectadores presos (LIRA, 2010, p. 40).

Em 1970, o governo contra-ataca com intensa propaganda nacionalista. São lançados os *slogans* “Brasil: Ame-o ou Deixe-o” e “Pra Frente Brasil”, que embalaram a participação e a vitória brasileira na Copa do Mundo de Futebol. Difundiu-se, com auxílio da mídia, as imagens de grandeza e do “milagre brasileiro”, das obras faraônicas – como a Transamazônica – e de um alardeado crescimento de 10% na economia (LIRA, 2010, p.44).

O Plano Setorial de Educação e Cultura, nos anos de 1972 a 1974, previa a expansão gradativa do alcance da escolarização de nível médio, aliada a mudanças de conteúdo e

qualidade; enfatizando a necessidade de preparação para o trabalho. Constavam ainda desse documento os principais problemas encontrados à época para esse nível de ensino:

- aspecto elitizante, evidenciado pelo percentual de 47,4% pertencer ao sistema particular;
- baixa remuneração do corpo docente;
- insuficiência da rede escolar, em equipamento e instalações, absorvendo somente 20% da faixa etária;
- permanência de uma evasão de aproximadamente 70%;
- inadequação dos currículos às necessidades do mercado e força de trabalho, provocando desajustamentos individuais e ociosidade de mão-de-obra;
- inadequado preparo do corpo docente, principalmente quanto ao aspecto didático. (PAMPLONA, 1973, p.12)

O modelo econômico implantado pela ditadura “obteve certo sucesso” até meados de 1973 (LIRA, 2010, p.52). A crise internacional do petróleo (em 1973, o preço do barril triplicou) colaborou para a aceleração do desgaste do modelo, expondo a fragilidade da economia brasileira, elevando a inflação e serviços de saúde, alimentação e educação.

O governo do general Ernesto Geisel (1974-1979) declarou que começaria a ser executado o processo de abertura política, lenta e gradual, começando por extinguir a censura da imprensa. Mas as condições de vida se tornavam a cada dia insustentáveis: 1978 e 1979 testemunharam a multiplicação das greves pelo País (LIRA, 2010, p. 58). Começava, então, um movimento contra a exclusão social, envolvendo diversos setores e grupos da sociedade. Os movimentos sociais começavam a se organizar.

Em 1971, foi promulgada a lei 5.692, a nova LDB que fixava diretrizes e bases para o novo ensino de 1º. e 2º. graus. Um dos objetivos propostos era o aumento de vagas em todos os níveis da educação – grande demanda da população ao governo militar. No entanto, o sistema educacional não estava preparado para isso, o que acabou por ocasionar inchaço das escolas e a falta de professores, em especial na área das ciências exatas. Buscando remediar tal problema, foram criadas as licenciaturas curtas (Parecer nº. 30/74). Tais cursos, no entanto, não atenderam às expectativas, visto que aligeiravam os conteúdos e reforçavam a dependência dos professores em relação ao livro didático. Tais cursos acabaram por ser extintos com a nova LDB, de 1996.

A LDB de 1971 estabeleceu um currículo com núcleo comum (obrigatório em âmbito nacional) que incluía a Matemática e a parte diversificada (atendimento às necessidades locais) (MORALES, 2003, p.133). Embora não tenha alterado significativamente o currículo de Matemática, teve impacto sobre a produção de livros didáticos – que enfrentavam o momento mais crítico da Matemática Moderna e oscilavam entre o que manter e o que descartar, fato que parece ter se agravado frente a um despreparo dos professores formados

nas licenciaturas curtas e com baixa capacidade crítica em relação a operacionalização dos conteúdos.

Concomitantemente, a Lei 5.692/71 – a LDB - trouxe ainda o ideário da Escola Tecnicista ao Brasil. Ainda que não estivesse explícito em seu texto tal adesão, o indicativo de priorizar a formação técnica de nível médio (então chamado 2º. Grau) para uma trabalhadora que construiria o desenvolvimento da nação, entusiasmou diversos setores da educação que buscavam se adequar às exigências de uma nova sociedade, moderna, tecnológica e industrial. Apoiando-se na ideia de formar indivíduos competentes para o mercado de trabalho, enfatizava o uso da tecnologia e a transmissão de informações objetivas, com passos sequenciados e instrução programada.

[...] a política educacional do período compreendido entre 1964 e 1985 foi de fato um instrumento de racionalidade tecnocrática de acordo com a concepção tecnicista e elitista. A democratização das oportunidades educacionais foi um grande golpe retórico para justificar a transferência de incomensuráveis somas de recursos públicos para a iniciativa privada, e consolidar a estratificação social educacional. (SANTOS, 2010, p.31)

Valente (2016) retoma a ideia com que abrimos esse nosso capítulo: nenhum movimento educacional deve ser visto como único em seu tempo.

Em análise mais ampla, cada movimento jamais está sozinho numa época histórica, uma vez que é sempre construído no embate com outros, visando a se sobrepor a eles. Longe a ideia de estabelecer que um dado movimento inclui todos numa mesma causa, ideais e práticas. A caracterização dos movimentos da matemática na escola é devedora de características de movimentos sociais mais amplos. Sua especificidade, em cada tempo histórico, leva a correntes dominantes, perspectivas que têm mais adeptos nos debates, nas publicações, nos referentes para o ensino e a aprendizagem da matemática. Enfim, são ações coletivas hegemônicas numa dada época da história da educação sobre a matemática na escola. (VALENTE, 2016, p.16)

De acordo com Morales (2003, p. 140) nos anos 1970, 1980 e 1990, no Brasil, conviviam diversas tendências no ensino da Matemática: Tecnicismo, Resolução de Problemas, Matemática Moderna, Abordagens Etnomatemáticas, Modelagem Matemática, Uso de Tecnologias, Abordagens Históricas, Uso de Jogos, etc.

Do fim da Matemática Moderna até 1991 todos os livros didáticos comerciais brasileiros eram tecnicistas e de baixa qualidade, o que refletiu também numa péssima qualidade do ensino. Ainda as propostas curriculares e as pesquisas que vinham surgindo não surtiam efeito. Excelentes matemáticos escreviam livros ruins, que não respeitavam a cognição do aluno e reduziam a Matemática a algebreira. (MORALES, 2003, p.151)

2.6 Os anos 90 e o início do século XXI

“A partir de 1985 o Brasil ficou livre da Ditadura Militar. [...] A discussão da política educacional, o embate das ideias pedagógicas e a legislação, tudo isso, ganhou um nível de complexidade jamais visto” (GHIRALDELLI JR, 2001, p. 162). O autor busca resumir a situação em que se encontrava a educação brasileira, citando uma publicação de Darcy Ribeiro – “Nossa escola é uma calamidade” – de 1984, que expunha os fatores que levaram a tal crise.

- 1) “verbalismo”;
 - 2) “decoreba”;
 - 3) “exclusão de todo fazimento e expressividade”;
 - 4) “ordem”;
 - 5) “mandonismo”;
 - 6) não admissão de avaliação do trabalho docente;
 - 7) descuido com os alunos com dificuldade de aprendizagem;
 - 8) uma “pauta normal” e exigência para todos, ainda que a imensa maioria dos alunos não acompanhe esta pauta;
 - 9) professora não-educadora, mas sim uma “técnica que vai à escola derramar instruções sobre os alunos”;
 - 10) o aprendizado é feito “de oitava pelo rádio e televidendo”.
- (RIBEIRO, D.; GHIRALDELLI JR., 1990, p. 215 apud GHIRALDELLI JR, 2001, p. 165)

A partir desse momento, começaram a surgir reflexões acerca da educação levando em conta tanto o lado pedagógico quanto a forma de implantar algum tipo de política que pudesse favorecê-la. Uma nova Constituição é lançada em 1988 e nela a educação “não veio contemplada apenas no seu local próprio, no tópico específico destinada a ela, mas veio também espalhada em outros tópicos” (GHIRALDELLI JR, 2001, p. 169). Além disso, a nova Constituição (1988) determinava a elaboração de uma nova LDB, agora LDBN – Leis de Diretrizes e Bases Nacionais – que somente viria a ser publicada em 1996.

A LDBN – Lei 9.394/1996 – determinou, entre outras, duas ações que merecem o nosso destaque:

- 1- A construção dos currículos, no Ensino Fundamental e Médio, “com uma Base Nacional Comum, a ser complementada, em cada sistema de ensino e estabelecimento escolar, por uma parte diversificada, exigida pelas características regionais e locais da sociedade, da cultura, da economia e da clientela” (Art. 26);
- 2- A criação de um Plano Nacional de Educação (PNE).

Em 9 de janeiro de 2001, foi sancionada a Lei nº 10.172, que estabeleceu o PNE. Em seu art. 2º estabeleceu que os estados, o Distrito Federal e os Municípios elaborassem, em harmonia com o plano nacional, planos estaduais e municipais correspondentes. Em relação

ao Ensino Médio, o PNE constata que “este foi o nível de ensino que apresentou maior taxa de crescimento nos últimos anos, em todo o sistema” (BRASIL, PNE, 2001, p. 55), mas apesar disso, destaca Ghiraldelli (2001, p. 214), “de todos os níveis de ensino é este com maior dificuldade de encontrar o seu destino”.

Entre os diferentes níveis de ensino, esse foi o que enfrentou, nos últimos anos, a maior crise em termos de ausência de definição dos rumos que deveriam ser seguidos em seus objetivos e em sua organização. Um aspecto que deve ser superado com a implementação das Novas Diretrizes Curriculares para o ensino médio e com programas de formação de professores, sobretudo nas áreas de Ciências e Matemática (BRASIL, PNE, 2001, p.56).

O PNE estabeleceu ainda o prazo de um ano para a criação de um “programa emergencial para formação de professores, especialmente nas áreas de Ciências e Matemática” (BRASIL, PNE, 2001, p.60).

Em relação a Base Nacional Comum, sua proposta enfatizava dois caminhos: a preparação para a continuidade dos estudos no nível superior e a preparação para o trabalho, sendo que ambos deveriam contribuir para “a construção de competências que se manifestarão em habilidades básicas, técnicas ou de gestão” (BRASIL, PCNEM, 2000, p. 17). A partir da Base Nacional Comum surgiram os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio, organizados em três grandes áreas: Linguagens, Códigos e suas Tecnologias; Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias; e Ciências Humanas e suas Tecnologias.

Em 1998, a Resolução nº 2, da Câmara de Ensino Básico do Conselho Nacional de Educação, publicou as Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental (DCNEF). A resolução nº 3, do mesmo ano, trouxe a proposta para o Ensino Médio (DCNEM). Segundo Ghiraldelli (2001, p.221), as Diretrizes Curriculares Nacionais do Ensino Médio foram “altamente sofisticadas do ponto de vista filosófico e pedagógico”, mas ao não fixarem detalhadamente os conteúdos a serem abordados no ensino médio – substituindo-os por “áreas de saber” – esbarraram na deficiência de formação da maior parte dos professores que atuam nesse nível de ensino.

Segundo as Diretrizes Curriculares do Ensino Médio, uma das áreas do conhecimento é a das “Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias”. Ao mencionar tal área, o documento procurou dizer que ao aluno caberia “compreender as ciências como construções humanas, entendendo como elas se desenvolvem por acumulação, continuidade ou ruptura de paradigmas, relacionando o desenvolvimento científico com a transformação da sociedade”. E, pouco mais adiante, o documento enfatizou que os alunos também deveriam compreender o caráter aleatório e não determinístico dos fenômenos naturais e sociais e utilizar instrumentos adequados para medidas, determinação de amostras e cálculo de probabilidades”. [...] Mas como podem os professores, os diretores de escolas e

mesmo os técnicos do MEC entenderem as Diretrizes que, como o leitor já notou, possuem uma linguagem sofisticada, se eles mesmos não estiveram, não estão e não estarão com informações básicas em “Humanidades”? (Diretrizes Curriculares para o Ensino Médio apud GHIRALDELLI JR, 2001, p. 224)

De acordo com Souza Neto (2014, p. 113), a publicação das Diretrizes Curriculares Nacionais, seguida dos PCN, foi uma forma de buscar eficiência para a educação escolar, “fornecendo limites e condições de funcionamento para os currículos na escola, bem como os mínimos conteúdos a serem ministrados nas disciplinas”. Para melhor compreender o que são os PCN, precisamos ter em mente a sua apresentação:

- Ensino Fundamental para o I e II ciclos, foram editados em 1997;
- Ensino Fundamental para o III e IV ciclos, em 1998;
- Ensino Médio (PCNEM), em 1999 (desdobrado em outro documento conhecido como Orientações Curriculares para o Ensino Médio, editado em 2006);
- PCN+, em 2002;
- e as Orientações Curriculares para o Ensino Médio, em 2006. (SOUZA NETO, 2014, p. 114).

Em 2000, quando foram publicados os PCNEM, especificamente em relação ao ensino da Matemática, seu texto dizia apenas:

[...] a Matemática é uma linguagem que busca dar conta de aspectos do real e que é instrumento formal de expressão e comunicação para diversas ciências. [...] a aprendizagem na área de Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias indica a compreensão e a utilização dos conhecimentos científicos, para explicar o funcionamento do mundo, bem como planejar, executar e avaliar as ações de intervenção na realidade. (BRASIL, PCNEM, 2000, p.20)

Conforme mencionamos anteriormente, Ghiraldelli (2001) já questionava a falta de objetividade do texto dos PCNEM. Esse questionamento parece ter se repetido no meio educacional pois, logo a seguir, em 2002, foram lançados os PCN+ Ensino Médio, orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais, que propunham “novas orientações para o ensino” (BRASIL, PCN+, 2002, p.12), explicitando detalhadamente (inclusive com exemplos) a abordagem dos conteúdos e as competências que o aluno do Ensino Médio deveria possuir ao final do curso. Tomemos como exemplo as orientações quanto ao desenvolvimento do conteúdo “Medidas, quantificações, grandezas e escalas”, que possuem ingerência direta sobre o estudo da Geometria:

Quadro 2: Medidas, quantificações, grandezas e escalas no estudo de Geometria (BRASIL, PCN+, 2002, p. 116)

Medidas, quantificações, grandezas e escalas	
Selecionar e utilizar instrumentos de medição e de cálculo, representar dados e utilizar escalas, fazer estimativas, elaborar hipóteses e interpretar resultados.	<ul style="list-style-type: none">• Identificar e fazer uso de diferentes formas e instrumentos apropriados para efetuar medidas ou cálculos; por exemplo, discriminar o melhor instrumento para medir, comparar ou calcular comprimentos e distâncias, ângulos, volumes ocupados por líquidos, em dada situação específica. Usar adequadamente réguas, esquadros, transferidores, compassos, calculadoras e outros instrumentos ou aparelhos.• Identificar diferentes formas de quantificar dados numéricos para decidir se a resolução de um problema requer cálculo exato, aproximado, probabilístico ou análise de médias. Por exemplo, de acordo com uma dada situação, escolher número de algarismos apropriado ou fazer aproximações adequadas, optar pelo uso de fração, porcentagem, potências de dez; escolher melhor unidade para representar uma grandeza.• Fazer previsões e estimativas de ordens de grandeza, de quantidades ou intervalos esperados para os resultados de cálculos ou medições e, com isso, saber avaliar erros ou imprecisões nos dados obtidos na solução de uma dada situação-problema.• Compreender a necessidade e fazer uso apropriado de escalas; por exemplo, na construção de gráficos ou em representações de plantas e mapas.

Os PCN+ alertavam ainda sobre a necessidade de “fazer um recorte, usando alguns critérios orientadores” (BRASIL, PCN+, 2002, p. 119) para evitar uma quantidade excessiva de informações, mas simultaneamente propunham uma abordagem ampla, científica e cultural, como, por exemplo, em relação à Geometria:

A abordagem tradicional, que se restringe à métrica do cálculo de áreas e volumes de alguns sólidos, não é suficiente para explicar a estrutura de moléculas e cristais em forma de cubos e outros sólidos, nem tampouco justifica a predominância de paralelepípedos e retângulos nas construções arquitetônicas ou a predileção dos artistas pelas linhas paralelas e perpendiculares nas pinturas e esculturas. Ensinar Geometria no ensino médio deve possibilitar que essas questões aflorem e possam ser discutidas e analisadas pelos alunos (BRASIL, PCN+, 2002, p. 119)

Orientavam, ainda, que Álgebra (Números e Operações), Geometria (e Medidas) e Análise de Dados e Probabilidades compoñham “eixos ou temas estruturadores” (BRASIL, PCN+, 2002, p.120) a serem trabalhados de forma simultânea nas três séries do Ensino Médio. Rejeitavam, no entanto, que fosse seguida uma “lista de assuntos” comum a todas as escolas. Ainda assim foi feita a proposta de “uma organização dos temas e suas unidades”:

Quadro 3: Organização dos temas e suas unidades para o Ensino Médio (BRASIL, PCN+, 2002, p. 128)

1ª série	2ª série	3ª série
1. Noção de função; funções analíticas e não-analíticas; análise gráfica; seqüências numéricas; função exponencial ou logarítmica. 1. Trigonometria do triângulo retângulo.	1. Funções seno, cosseno e tangente. 1. Trigonometria do triângulo qualquer e da primeira volta.	1. Taxas de variação de grandezas.
2. Geometria plana: semelhança e congruência; representações de figuras.	2. Geometria espacial: poliedros; sólidos redondos; propriedades relativas à posição; inscrição e circunscrição de sólidos. 2. Métrica: áreas e volumes; estimativas.	2. Geometria analítica: representações no plano cartesiano e equações; intersecção e posições relativas de figuras.
3. Estatística: descrição de dados; representações gráficas.	3. Estatística: análise de dados. 3. Contagem.	3. Probabilidade.

Em 2006 foi publicada as Orientações Curriculares para o Ensino Médio, que começou a ser gestada pelo Ministério da Educação em 2004, por meio de encontros e discussões com os profissionais das áreas. Seu principal enfoque foi a escolha de conteúdos, a forma de trabalhar esses conteúdos, o projeto pedagógico e a organização curricular. Sua proposta baseia-se na

[...] retomada da discussão dos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio, não só no sentido de aprofundar a compreensão sobre pontos que mereciam esclarecimentos, como também, de apontar e desenvolver indicativos que pudessem oferecer alternativas didático-pedagógicas para a organização do trabalho pedagógico, a fim de atender às necessidades e às expectativas das escolas e dos professores na estruturação do currículo para o ensino médio. (BRASIL, Orientações Curriculares para o Ensino Médio, 2006, p. 8)

Em relação à Matemática, o documento propunha “dar prioridade à qualidade do processo e não à quantidade de conteúdos a serem trabalhados”, organizando o trabalho pedagógico em Números e Operações; Funções; Geometria; Análise de Dados e Probabilidade (BRASIL, Orientações Curriculares para o Ensino Médio, 2006, p. 70). Orientava ainda sobre a necessidade de retomar conteúdos do Ensino Fundamental, como forma de consolidar certos conhecimentos. Com orientações precisas e bem específicas, sugeria aos professores formas de abordar os conteúdos. Em relação à Geometria, destacamos algumas dessas orientações (BRASIL, Orientações Curriculares para o Ensino Médio, 2006, p. 75):

- Desenvolvimento da capacidade de resolver problemas práticos do cotidiano, como, por exemplo, orientar-se no espaço, ler mapas, estimar e comparar distâncias percorridas, reconhecer propriedades de formas geométricas básicas, saber usar diferentes unidades de medida;
- Teoremas e argumentações dedutivas;
- A Geometria que leva à Trigonometria;
- A Geometria para o cálculo de comprimentos, áreas e volumes;
- Aprofundar e sistematizar o trabalho com as diferentes figuras planas e espaciais, presentes na natureza ou imaginadas;
- Consolidar conceitos estudados no Ensino Fundamental, tais como as ideias de congruência, semelhança e proporcionalidade, o Teorema de Tales e suas aplicações, as relações métricas e trigonométricas nos triângulos (retângulos e quaisquer) e o Teorema de Pitágoras;
- Articular o trabalho entre Geometria e Álgebra, por meio da Geometria Analítica.

O documento “Orientações Curriculares para o Ensino Médio” (2006) acabou por se constituir valioso instrumento de apoio ao professor e interessante roteiro para complementar a abordagem dos conteúdos por meio dos livros didáticos. Na opinião de Morales (2003), os PCN trouxeram significativa melhoria para os livros de Matemática, com uma nova visão e rompimento com um longo período de vulgata.

Em 2013, o Ministério da Educação faz publicar um novo documento de orientação: as Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica. Em sua apresentação definiu seu propósito de estabelecer uma “base nacional comum, responsável por orientar a organização, articulação, o desenvolvimento e a avaliação das propostas pedagógicas de todas as redes de ensino brasileiras” (BRASIL, DCNEB, 2013, p. 4). Complementou suas orientações afirmando que “trabalho, ciência, tecnologia e cultura são instituídos como base da proposta e do desenvolvimento curricular no Ensino Médio” (BRASIL, DCNEB, 2013, p. 162), buscando

[...] integrar em um mesmo currículo a formação plena do educando, possibilitando construções intelectuais mais complexas; a apropriação de conceitos necessários para a intervenção consciente na realidade e a compreensão do processo histórico de construção do conhecimento (BRASIL, DCNEB, 2013, p. 163).

Em relação ao currículo, o documento estabeleceu apenas que este deve ser “pertinente”, evitando acúmulo de informações e conhecimentos, por meio de uma seleção rigorosa de conteúdos, que permitam o “diálogo entre os saberes”, o “desenvolvimento da capacidade de busca autônoma do conhecimento e formas de garantir sua apropriação”

(BRASIL, DCNEB, 2013, p. 181), com o domínio das novas tecnologias da informação e comunicação.

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO CONSELHO NACIONAL DE EDUCAÇÃO
RESOLUÇÃO Nº 2, DE 30 DE JANEIRO 2012

Define Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio

[...]

Art. 7º A organização curricular do Ensino Médio tem uma base nacional comum e uma parte diversificada que não devem constituir blocos distintos, mas um todo integrado, de modo a garantir tanto conhecimentos e saberes comuns necessários a todos os estudantes, quanto uma formação que considere a diversidade e as características locais e especificidades regionais. Art. 8º O currículo é organizado em áreas de conhecimento, a saber: I – Linguagens; II – Matemática; III – Ciências da Natureza; IV – Ciências Humanas.

[...]

Art. 12. O currículo do Ensino Médio deve: I – garantir ações que promovam: a) a educação tecnológica básica, a compreensão do significado da ciência, das letras e das artes; b) o processo histórico de transformação da sociedade e da cultura; c) a língua portuguesa como instrumento de comunicação, acesso ao conhecimento e exercício da cidadania; II – adotar metodologias de ensino e de avaliação de aprendizagem que estimulem a iniciativa dos estudantes; III – organizar os conteúdos, as metodologias e as formas de avaliação de tal forma que ao final do Ensino Médio o estudante demonstre: a) domínio dos princípios científicos e tecnológicos que presidem a produção moderna; b) conhecimento das formas contemporâneas de linguagem. (BRASIL, DCNEB, 2013, p. 194-195)

A Base Nacional Comum⁶, a que se referiu o documento em seu início, ainda estava em processo de construção quando surgiu repentinamente a reforma do Ensino Médio, proposta pelo governo que substituiu o da Presidenta Dilma Roussef, após seu *impeachment* em 2016. O que acontecerá de agora em diante somente os colegas pesquisadores poderão analisar no futuro.

Tendo construído o panorama que envolvia a educação brasileira, partimos agora para refinar o nosso olhar em relação ao objeto do nosso estudo, a Geometria. Dentro da mesma perspectiva adotada até o momento, buscaremos traçar um panorama histórico que permita mapear as transformações pela qual passou o ensino da Geometria no Brasil. Para tal fim, propomos trabalhar com os autores pioneiros e os atuais, cujo encaminhamento dentro da Educação Matemática mostra a diversidade de caminhos que pode ser seguida com o aporte das novas metodologias e das novas tecnologias.

⁶ Para mais informações sobre a Base Nacional Comum consulte: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br>

3 O ENSINO DE GEOMETRIA NO BRASIL

Começamos essa parte do nosso trabalho apresentando a dissertação de Pavanello (1989), que acabou por tornar-se, ao longo do tempo e pela qualidade da análise, referência aos estudos do ensino de Geometria. Pavanello (Idem, p.2), logo no início do seu trabalho, aponta um problema: o ensino da Geometria vinha “gradualmente desaparecendo do currículo real das escolas”. Na década de 1960, a autora detectou que seus alunos, apesar de conhecerem “certas definições e os enunciados de alguns teoremas”, raramente eram capazes de aplicar tais conhecimentos para resolução de problemas práticos. Na década de 1980, continua a autora, foi possível observar que poucos professores – do ensino fundamental e médio, do estado de São Paulo – incluíam a Geometria no planejamento de suas aulas. Questionados sobre o porquê dessa ausência, as respostas praticamente se concentraram em: “não dominavam o conteúdo de Geometria” – se justificando como tendo tido uma formação insatisfatória ou mesmo não tendo tido tal formação. Dentre aqueles que incluíam a Geometria em seu planejamento, poucos conseguiam realmente trabalhar os conteúdos com bons resultados. A maioria dos professores alocava a Geometria para o final do ano e, por falta de tempo, apresentava os conteúdos de forma superficial ou sequer os apresentava.

Na década de 1980, Pavanello (Idem, p.6) observou que: “Esse costume de programar a geometria para o final do ano letivo é, de certo modo, reforçado pelos livros didáticos que, pelo que pude observar, abordam esse tema quase sempre por último, dando a impressão que essa é a programação mais conveniente”.

Repetindo o que vimos anteriormente na fala do professor Manoel Jairo Bezerra (figura 14), de 1968, Pavanello (Idem, p. 6) sugere que nos anos 1980 o “conteúdo continua a ser abordado somente porque questões relativas a ele são ainda propostas nos exames vestibulares às Universidades oficiais”.

A pesquisa de Pavanello girou em torno de responder o questionamento: há um descaso com o ensino de Geometria? Se há, quando começou? Acompanhemos seu raciocínio: “[...] os elementos geométricos e sinestéticos vem, progressivamente, cedendo lugar, nos últimos 150 anos, a preocupações com o formal, com o simbólico, o verbal e o analítico – tanto na educação, como na pesquisa matemática” (DAVIS; HERSCH, 1985, p. 351 apud PAVANELLO, 1989, p. 11). Assim sendo, a Geometria euclidiana estava em desvantagem em relação ao rigor e a visualização, estando também sendo subordinada à

prevalência da Álgebra em tempos recentes. Em relação ao rigor, aponta que desde o século XIX, com o desenvolvimento do Cálculo Diferencial e das Geometrias não euclidianas, os matemáticos foram levados a um “exame mais atento dos procedimentos usados por Euclides nos Elementos” (PAVANELLO, 1989, p. 11).

[...] o tratamento não rigoroso dado à geometria euclidiana, o apelo que esta faz a visualização – atrelando seu estudo a duas ou três dimensões e induzindo oticamente certos resultados – e sua “submissão” à álgebra tem sido os motivos matemáticos invocados para a diminuição do espaço reservado à geometria nos currículos escolares dos vários níveis e sua substituição pela álgebra e pelo cálculo. (PAVANELLO, 1989, p. 15)

A partir do século XIX, o conhecimento científico que se desenvolveu dentro das universidades e centros de pesquisa foi sendo rapidamente absorvido pelo acelerado processo de desenvolvimento industrial. À medida que aumentava esse prestígio, a Ciência se tornava uma organização formal, o cientista ganhava *status* social de profissão reconhecida e, de certa forma, se desvinculava das responsabilidades sociais. Ainda segundo a autora, grande parte disso se deve a influência positivista, que pregava a “neutralidade e objetividade da ciência”, gerando “um afastamento geral dos intelectuais dos problemas concretos para os abstratos” (PAVANELLO, 1989, p. 64). Soma-se a isso, o desenvolvimento da concepção formalista da Matemática, na qual “os símbolos (termos) de uma certa linguagem são manipulados segundo regras (lógicas) bem definidas (Idem, p. 64). Desse modo, a Matemática acaba por afastar-se dos problemas concretos; a “Matemática Pura” não aspira utilidade.

Conforme aumentava a pressão por escolarização de nível superior para as camadas médias, ampliando o acesso às universidades já no século XX, o tratamento abstrato dado a Geometria de Euclides se expandiu. A Geometria mais concreta, de aspectos mais práticos foi sendo deixada de lado, embora ainda fizesse parte dos conteúdos programáticos.

[...] o ensino da geometria no enfoque tradicional já enfrentava grandes problemas, seja com relação ao conhecimento do professor, aos métodos utilizados ou ainda às dificuldades de se estabelecer uma ponte entre a geometria prática preconizada para a escola elementar e a abordagem axiomática introduzida na secundária. Problemas ainda maiores surgem com a implantação de programas onde se desenvolve a geometria sob o enfoque das transformações – até os próprios defensores da matemática Moderna reconhecem não se tratar de tópico dominado pela maioria dos professores em exercício. A geometria acaba muitas vezes por não ser ensinada, sob qualquer enfoque (KLINE, 1976, p. 37 apud PAVANELLO, 1989, p. 96).

Pavanello (1989, p. 98) afirmava que a questão do ensino de Geometria devia ser vista “como um ato político e não somente pedagógico”, pois estava relacionado com o tipo de escola e formação que se pretendia oferecer ao cidadão. Se na escola popular o conteúdo de Geometria era cada vez mais aligeirado – ou mesmo inexistente – nas escolas de elite a

Geometria continuava sendo ensinada, fosse na forma tradicional ou utilizando-se novos métodos.

[...] a geometria continua sendo privilégio da elite. A grande massa não tem acesso a ela a não ser no que ela tem de prático, de útil, no que se refere diretamente às profissões – e até mesmo isso lhe é negado, à medida que se “ampliam” as oportunidades educacionais das classes inferiores da sociedade, e se reduz o caráter diretamente profissional da educação. (PAVANELLO, 1989, p. 100)

Analisando especificamente a sociedade brasileira, a autora (Idem, p. 166) coloca que, “na tradicional dualidade do ensino brasileiro”, em termos de ensino de Matemática, era possível concluir que existia uma “escola que ensina geometria (escola de elite)” e outra “escola onde não se ensina geometria (escola para o povo)”.

Gomes (2007), no entanto, atualiza a visão de Pavanello (1989) para a realidade brasileira recente, afirmando que tal perspectiva desfez-se com o tempo, pelo menos nos centros urbanos. E, hoje, “a ênfase social da Geometria não está relacionada com o nível socioeconômico médio dos alunos da escola”. Entretanto, as pesquisas realizadas nessa área tem foco restrito nas grandes cidades, deixando em aberto, para outros estudos, como essa relação se desenvolve em outros cenários.

Sintetizando a situação do ensino de Geometria no Brasil, Gomes (2007) mapeia:

- Nos anos 50 e 60, predomina uma escola secundária voltada para as elites socioeconômicas que se dirigiam ao Ensino Superior;
- A partir da expansão da rede escolar, ocorrida nos anos 1960, aligeira-se a formação de professores para compensar a demanda; no entanto, continuam faltando professores e os disponíveis acabam por ter formação insuficiente;
- Uma associação de propostas mal sucedidas (o Movimento da Matemática Moderna, a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional de 1971 e a preparação aligeirada dos docentes) contribuiu para o afastamento da Geometria da maior parte das escolas públicas brasileiras;
- A permanência do ensino de Geometria (com metodologia anterior ao Movimento da Matemática Moderna) nas escolas das classes econômicas mais favorecidas.

Pavanello finalizou seu trabalho defendendo que a luta pelo conhecimento é a luta pelo poder; que as decisões relativas ao ensino possuem cunho político e ideológico, e que “o ensino de certas disciplinas, reconhecidamente importantes para a formação dos indivíduos, foi negligenciado, e não por acaso” (PAVANELLO, 1989, p. 184).

No que se refere especificamente ao ensino de Geometria no Brasil – por meio da legislação - é possível mapear, no trabalho de Gomes (2007), o seguinte panorama para o ensino médio:

- Antes da Reforma Francisco Campos: a Matemática se organizava em diferentes disciplinas, com programas, livros didáticos e professores específicos: Aritmética, Álgebra, Geometria e Trigonometria.
- Reforma Francisco Campos (1931):
 - criação da disciplina Matemática na escola secundária, formada a partir da Aritmética, Álgebra, Geometria e Trigonometria;
 - propostas para a Geometria: para o início, uma abordagem prática e intuitiva; nas últimas séries, o enfoque dedutivo.

Partindo da intuição viva e concreta, a feição lógica crescerá pouco a pouco, até atingir, gradualmente a exposição formal; ou por outras palavras, os conhecimentos serão adquiridos, a princípio, pela experimentação e pela percepção sensorial, e, depois, lentamente, pelo raciocínio analítico. Assim, quanto à Geometria, o estudo demonstrativo formal deve ser precedido de um curso propedêutico, destinado ao ensino intuitivo, de caráter experimental e construtivo (Decreto nº 19980, 1931, apud VALENTE, 2005).

- em relação aos livros didáticos, somente Euclides Roxo, na obra “Curso Elementar de Matemática”, seguiu essas orientações.

- Reforma Capanema (1942):
 - propõe um novo programa para o ensino da Matemática, mas esse programa não era detalhado e não continha orientações metodológicas;
 - em relação à Geometria, mantém as orientações anteriores: a permanência de um curso propedêutico de caráter intuitivo e experimental, no início, e a Geometria dedutiva depois;
 - em relação aos livros didáticos, há menos o enfoque intuitivo e maior destaque para os aspectos formais da Geometria.

- Até a década de 1960:
 - nos livros didáticos prevalece a abordagem formal e dedutiva; o modelo utilizado era o dos Elementos de Euclides;
 - a apresentação dos elementos primitivos (ponto, reta e plano) é seguida pelas definições, postulados e teoremas, destacando-se, para esses últimos, a hipótese, a tese e a demonstração.

- Matemática Moderna (décadas de 1960 e 1970):
 - procurou integrar o ensino da Aritmética, da Álgebra e da Geometria pela introdução da linguagem dos conjuntos e do estudo das estruturas algébricas;

- deu destaque à Álgebra nas práticas educativas escolares;
- substituiu a abordagem euclidiana clássica pelo enfoque das transformações geométricas, com o estudo dos conceitos de vetor, espaço vetorial e transformação linear;
- apresentação de noções topológicas elementares, como as de curva aberta e fechada, interior, exterior e fronteira;
- segundo Miorim (2005, apud GOMES, 2007), a Geometria foi a que apresentou maiores dificuldades para ser abordada nos livros didáticos do período da Matemática Moderna; cada autor se norteou por suas próprias experiências pedagógicas e leitura das propostas modernistas.

Pode dizer-se, porém, que resultou dos modos de apropriação das ideias do movimento, em parte, a descaracterização da abordagem axiomático-dedutiva da Geometria em favor da presença de uma abordagem eclética na qual se tornou patente o abrandamento da exigência das demonstrações. (IMENES, 1987; FIORENTINI; MIGUEL; MIORIM, 1992; NASSER; TINOCO, 2001 apud GOMES, 2007, s.p.)

- Depois da Matemática Moderna:
 - Gomes (2007), citando Imenes (1987), afirma que após o Movimento da Matemática Moderna o ensino de Geometria se tornou “meramente informativo”, o professor “informava” as propriedades das figuras, sem dedução ou justificativa.

A geometria apresentada desta maneira reduz-se a uma série de receitas. Nem é intuitiva ou experimental, nem é dedutiva. Deste modo, as verdades geométricas transformam-se em **dogmas**. Os fatos geométricos carecem de significado. A geometria perde seu encanto... (IMENES, 1987, p.57, apud GOMES, 2007, s.p.)

Gomes explica que essa abordagem informativa que dominou o ensino da Geometria após o Movimento da Matemática Moderna, no Brasil, é decorrente da influência do tecnicismo (corrente pedagógica que teve forte expressão). Estava também diretamente ligado ao momento político pelo qual passava o País, vivendo sob uma ditadura militar, com um projeto político educacional de formação técnica aligeirada e sem espaço para construção de um pensamento de base reflexiva. À “tendência de deixar de lado o raciocínio dedutivo e as demonstrações em favor de um enfoque sobretudo informativo” (GOMES, 2007, s.p.) veio somar-se uma outra tendência: as abordagens experimentais.

As abordagens experimentais possuem múltiplas interpretações, que diferentes autores dão a elas ao longo do tempo. Em comum, podemos perceber, segundo Gomes, a importância “de experiências sensoriais, sobretudo visuais e tácteis, bem como de atividades que

privilegiem a ação, a manipulação e a experimentação com materiais concretos e jogos”. Tais abordagens ganharam força a partir dos anos 1970, imediatamente após a intensificação das críticas à Matemática Moderna, resgatadas de uma proposta anterior feita pelo Movimento da Escola Nova, nos anos 1920.

No trabalho com a geometria experimental é importante compreender, claramente, qual é o papel desempenhado pelos materiais e instrumentos. Eles não valem por si sós. São apenas acessórios do processo. Sem dúvida, são acessórios importantes. Mas o material didático, sozinho, não desencadeia o processo de aprendizagem. Fundamentais são as operações mentais que a criança realiza quando desenvolve certas atividades com ele. Disto decorre a importância fundamental do professor e da maneira como ele trabalha com seus alunos, usando o material didático de forma adequada. (IMENES, 1987, p. 60, apud GOMES, 2007, s.p.)

A partir dos anos 1980, com a intensificação do movimento da Educação Matemática, a perspectiva de “uma abordagem inicial que priorize as dimensões intuitivas e experimentais e que se encaminhe, posterior e progressivamente, para o trabalho com deduções locais dos resultados mais importantes” (GOMES, 2007, s.p.) ganha força e adeptos no ensino de Geometria. A publicação dos PCN, PCN+ e Orientações Curriculares para o Ensino Médio reforçam tal encaminhamento.

Reproduzimos aqui um dos vários relatos que Gomes (2007, s.p.) apresenta em seu artigo, de um professor de Matemática (não identificado), de Belo Horizonte, acerca do seu trabalho com a Geometria experimental:

Trabalho Geometria Plana e Figuras Geométricas Sólidas. Dentro do Projeto Produtos e Embalagens (Interdisciplinar), desenvolvo a exploração das formas geométricas das embalagens e dedicamos uma ênfase maior no peso/volume do produto. Fazemos Feira de Geometria relacionando os conhecimentos matemáticos à consciência ecológica (produção de figuras sólidas com objetos reciclados).

Note-se que a abordagem dada ao conteúdo Geometria permite ainda o exercício da interdisciplinaridade e a combinação com temas transversais, contemplando as propostas pedagógicas e curriculares mais atuais. Esse tipo de abordagem também tem sido encontrada em livros didáticos, publicados pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD.)

[...] no que diz respeito à abordagem da Geometria, Luiz Carlos Pais (2006) analisou 12 coleções publicadas entre 1985 e 2002, com o propósito de explicitar as tendências atuais no ensino a partir do estudo das estratégias propostas nessas obras. Um dos resultados do trabalho desse pesquisador é a constatação de que a valorização do enfoque experimental, ao lado das referências históricas e do uso de situações do cotidiano, é um aspecto característico do conjunto de livros analisados. (GOMES, 2007, s.p.).

Gomes elenca três cenários no ensino de Geometria no início dos anos 2000:

1. Aqueles que se restringem às atividades de experimentação, sem maiores cuidados com a sistematização dos conceitos, a formalização das propriedades e as deduções;
2. Aqueles que adotam atividades experimentais e trabalham a sistematização, a formalização e a dedução de forma desconectada de tais atividades;
3. Aqueles, atualmente bem mais raros, que ignoram completamente as atividades experimentais e limitam-se a apresentações totalmente formais de Geometria.

Uma vez que chegamos a estes cenários, cabe-nos agora apresentar as tendências didático-pedagógicas que tem norteado o ensino de Geometria, no final do século XX e início do século XXI. Para isso, faremos uso dos estudos de Andrade e Nacarato (2007) que se debruçaram sobre o período de 1987 a 2001, analisando os Anais de Encontros Nacionais de Educação Matemática (ENEM), por considerarem o espaço um fórum representativo “de discussão e circulação das produções acadêmicas da área” (ANDRADE; NACARATO, 2007, p.1). É importante explicitar ainda a concepção dos autores em relação às tendências didático-pedagógicas por eles pesquisadas, definidas como “um modo de produzir conhecimentos geométricos na sala de aula e para a sala de aula” (Idem, p. 1). Os autores identificaram as seguintes categorias para o ensino de Geometria, expressas por meio de diferentes tipos de trabalhos apresentados (idem, p.2), que podemos agrupar em dois grandes grupos: Geometria Experimental; Geometria em Ambientes Computacionais.

3.1 - Geometria Experimental

Considera-se Geometria Experimental ao ensino com atividades de experimentações por meio de manipulações de objetos concretos; representações, por meio de desenhos e construções de modelos; resolução de problemas; construção de conceitos pelo aluno; provas e argumentações. Nessa categoria, há predominância da perspectiva empírico-ativista, na maioria das vezes sob influência da pedagogia ativa proposta pelo Movimento da Escola Nova - que se fez presente no Brasil na década de 1920, e que foi retomada a partir da década de 1970, diante dos questionamentos e do fracasso do Movimento da Matemática Moderna.

Andrade e Nacarato detectaram que existia um movimento no ensino de Geometria, no momento em que foi feita a pesquisa, que tentava distanciar-se da perspectiva puramente ativista, se aproximando de encaminhamentos que contemplavam: a perspectiva sociocultural, a perspectiva das provas e argumentações/refutações e a busca de novos aportes teóricos.

Com base em Petry (2013) e em Andrade e Nacarato (2007), construímos a seguinte síntese:

Quadro 4: Tendências para o ensino de Geometria (PETRY, 2013; ANDRADE; NACARATO, 2007)

Perspectiva empírico-ativista	<ul style="list-style-type: none">- visualização e manipulação para construção do conhecimento;- intensa utilização de material didático, jogos e experimentos nas aulas; trabalha o lúdico;- utilização da Modelagem Matemática, estimulando a relação do conhecimento matemático com as vivências do aluno;- o currículo escolar pode ser mudado para atender aos interesses e ao desenvolvimento dos alunos.
Perspectiva sociocultural	<ul style="list-style-type: none">- com suporte teórico nos estudos socioculturais (com aportes teóricos de Vygotsky e Pino) e nos estudos semânticos (com aportes teóricos de Peirce, Bakhtin, Eco);- a ênfase é posta nos processos de significação: Significado é o conjunto de coisas que se diz a respeito de um objeto; produzir significado para conceitos geométricos subentende relacioná-los a outros contextos internos ou externos à Matemática (ANDRADE; NACARATO, 2007, p.6).- Modelagem Matemática, Abordagens interdisciplinares e contextualizadas e Resolução de Problemas.
Perspectiva das provas e argumentações/refutações	<ul style="list-style-type: none">- dinâmica dialógica, processo de negociação de significados (processo de argumentação em que professor e alunos aprendem simultaneamente); dar e pedir analogias, descrever e pedir descrições, explicar e pedir explicações, dar e receber exemplos; resgate dos processos dedutivos para o ensino de Geometria.
Perspectiva de fundamentos teórico-epistemológicos	<ul style="list-style-type: none">- modelo de Van Hiele;- Didática da Matemática Francesa;- construções que buscam desenvolver a visualização e a representação, favorecendo a compreensão das conexões entre a teoria e a prática.

Buscaremos agora explicitar, de forma sintética, algumas dessas perspectivas:

Perspectiva empírico-ativista - utilização da Modelagem Matemática

Bassanezi (2002, p. 16) nos diz que para compreender o real significado da Modelagem Matemática é preciso que tenhamos em mente uma nova forma de encarar o ensino da Matemática: “de poder ser tão agradável quanto interessante”. A partir dessa forma de pensar, a Modelagem Matemática é a “arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real”. Tal forma de pensar a Matemática juntamente com a utilização da Modelagem Matemática permite a combinação de aspectos lúdicos com o potencial de suas aplicações⁷.

⁷ Sugerimos àqueles que desejem se aprofundar no tema a leitura do livro “Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática”, disponibilizado pelo autor para *download* gratuito em: <www.researchgate.net/publication/256007243_Ensino_-_aprendizagem_com_Modelagem_matematica>.

Perspectiva sociocultural - Abordagens interdisciplinares e contextualizadas

A síntese dessa perspectiva poderia ser: respeitar a realidade do aluno de forma a se obter uma aprendizagem significativa. O desafio proposto ao ensino de Matemática hoje é o de fazer com que os alunos relacionem os conhecimentos prévios da disciplina com aqueles que estão sendo introduzidos e que tudo isso possa interagir com a sua realidade. O próprio documento “Parâmetros Curriculares Nacionais – Matemática” enfatiza isso:

Um conhecimento só é pleno se for mobilizado em situações diferentes daquelas que serviram para lhe dar origem. Para que sejam transferíveis a novas situações e generalizados, os conhecimentos devem ser descontextualizados, para serem novamente contextualizados em outras situações. [...] espera-se que o conhecimento aprendido não fique indissolúvelmente vinculado a um contexto concreto e único, mas que possa ser generalizado, transferido a outros contextos (BRASIL, MEC, PCN Matemática, 1998, p. 36).

Perspectiva de fundamentos teórico-epistemológicos - modelo de Van Hiele

O modelo de Van Hiele para desenvolver o pensamento geométrico e reconhecer as fases de aprendizagem é usado para facilitar a compreensão de conteúdos em Geometria. Trata de “níveis de aprendizagem” geométrica e capacidade de superar cada uma delas. Foi desenvolvido por Dina van Hiele Geldof e seu marido Pierre Marie van Hiele, tomando por base seus alunos do curso secundário na Holanda. Baseia-se nos seguintes níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico (CANDIDO, 2007; RODRIGUES, 2007):

- nível 1 ou de visualização e reconhecimento: as figuras são avaliadas pela sua aparência; o vocabulário é básico; nesse nível encontram-se os alunos que só conseguem reconhecer as figuras por meio das formas, sem reconhecer as propriedades;
- nível 2 ou de análise: os alunos conseguem reconhecer as características das figuras e descrever algumas propriedades; já são capazes de resolver alguns problemas que envolvam essas propriedades;
- nível 3 ou de dedução informal e classificação: as propriedades das figuras começam a ser ordenadas logicamente e começam a se construir as definições. Algumas demonstrações já são acompanhadas pelos alunos, memorizadas e reproduzidas, mas ainda não permite maiores elaborações; os alunos já começam a comparar figuras;
- nível 4 ou de dedução formal: o aluno já consegue distinguir postulados, teoremas e definições; torna-se capaz de fazer provas formais, sem decorar, e raciocinar num contexto de um sistema matemático completo, reconhecendo que pode chegar a um resultado por diferentes caminhos;

- nível 5 ou de rigor: última etapa, alcançada por poucos alunos; refere-se aos aspectos abstratos formais da dedução; capacidade de comparar diferentes sistemas axiomáticos; capacidade de compreensão das geometrias não – euclidianas.

Os níveis 4 e 5 dificilmente são obtidos por alunos do ensino médio. Há de se registrar que o aluno pode estar em diferentes níveis em relação a diferentes tópicos do ensino de Geometria. A inclusão em determinado nível não tem relação direta com a idade/série do aluno, segundo os Van Hiele; isso estaria diretamente associado ao ensino, a forma como a Geometria foi trabalhada com o aluno.

Destaca-se também no modelo de Van Hiele que cada um desses níveis é subdividido em fases sequenciais de aprendizado: interrogação ou informação, orientação dirigida, explicitação, orientação livre e integração. Sendo a fase de interrogação ou informação uma espécie de avaliação diagnóstica, para verificar o que o aluno já sabe; a fase de orientação dirigida é a de apresentação de materiais, seguindo uma ordenação crescente de dificuldade que encaminhem às conclusões pretendidas pelo professor; a fase de explicitação é de registro (oral ou escrito) do que foi descoberto anteriormente, começando a ser introduzida uma linguagem matemática mais elaborada, de acordo com o grau de ensino a que o aluno pertença; na fase de orientação livre são introduzidos exercícios e problemas referentes ao conteúdo anteriormente trabalhado, não apenas de aplicação direta mas que exijam elaboração; por fim, na fase de integração é o momento do aluno analisar e resumir os tópicos trabalhados, encadeando os conhecimentos (RODRIGUES, 2007).

Perspectiva de fundamentos teórico-epistemológicos Didática da Matemática Francesa

A Didática da Matemática Francesa e seus autores (como, por exemplo, Guy Brousseau, Gérard Vergnaud, Yves Chevallard, Michele Artigue e Régine Douady) trouxeram um novo olhar sobre a relação ensino-aprendizagem. Além do foco professor-aluno, destacam a importância do ambiente no qual essa relação é estabelecida e o próprio conhecimento que permeia a relação como elementos determinantes para o sucesso do processo.

Soares (2011) considera importante que os professores e licenciandos de Matemática travem conhecimento com as diferentes abordagens dos autores franceses, visto que as tendências propostas por eles impregnam o cotidiano escolar e a legislação brasileira atual.

Os PCN, livros didáticos, a diversidade de artigos, teses e dissertações, e as diretrizes curriculares para o ensino de matemática, pela forma como são estruturados, são exemplos da influência francesa na educação matemática no Brasil. No entanto, embora já possamos perceber aplicações da didática da matemática (francesa) nas escolas, há ainda uma distância que separa o currículo escolar do currículo acadêmico [...] (SOARES, 2011, p.11)

3.2 - Geometria em Ambientes Computacionais

O ensino/aprendizado de Geometria exige a capacidade de lidar com certo grau de abstração, na qual “os objetos do mundo físico passam a ser associados a entes abstratos, que são definidos e controlados por um corpo de pressupostos, o sistema de axiomas da teoria” (GRAVINA, 1996, s.p.). Em ambientes informatizados, a construção desse processo de abstração se dá de forma mais rápida, facilitando o desenvolvimento de etapas posteriores, de argumentação e demonstração matemática. A Geometria em Ambientes Computacionais - também chamada de Geometria Dinâmica - permite, então, a aproximação das propriedades perceptivas da representação das propriedades formais dos objetos trabalhados.

Segundo King e Schattschneider (1997, apud SCHMIDT, 2002, p.6) as principais vantagens da utilização de *softwares* de Geometria Dinâmica são:

- precisão de construção;
- capacidade de visualização das relações geométricas;
- exploração das construções e descoberta de relações e propriedades geométricas;
- geração de transformações;
- construção de lugares geométricos;
- possibilidade de simulação;
- construção de micromundos com características próprias;
- prova de teoremas de forma experimental⁸.

Existem atualmente diversos tipos de *softwares*. A escolha de qual deverá ser usado para o trabalho com Geometria Dinâmica depende de diversos fatores, que vão desde a disponibilidade e a capacidade dos laboratórios de informática instalados na escola, até a desenvoltura de utilização pelo próprio professor. Os *softwares* disponíveis no mercado (comerciais ou de uso livre) apresentam interfaces e possibilidades de trabalho diferentes, cabendo ao professor escolher o que melhor se adequa a seus objetivos. A comparação entre

⁸ A afirmação “prova de teoremas de forma experimental”, conforme citado pela autora, é melhor esclarecida na continuação de seu texto: “[...] que a visualização pode ajudar a construir a intuição necessária tanto para a proposição de teoremas, quanto para a compreensão e a criação de novas provas. Críticos acreditam que a tradicional construção imaculada da prova de teoremas matemáticos corre o risco de ser corroída pela perigosa falta de rigor. A aceitação, ou não, da visualização como uma parte legítima da investigação matemática tem implicações não apenas para os matemáticos, mas para a comunidade inteira de expressão visual.” (SCHMIDT, 2002, p.8)

os *softwares* é, portanto, intrinsecamente subjetiva. No entanto, é possível afirmar que todos permitem mais precisão nas construções geométricas e agilidade na execução das tarefas do que anteriormente era possível com o uso de régua, compasso e demais instrumentos.

Quadro 5: Exemplificando alguns dos *softwares* disponíveis (Fonte: pesquisa na *Internet*):

GeoGebra	Software gratuito, disponível em português para <i>desktop</i> , <i>tablet</i> e <i>smartphone</i> . Windows, Mac e Linux. <i>Download:</i> www.geogebra.org/download
Geoplano Virtual	<i>Software</i> gratuito. <i>Download:</i> www.mathplayground.com/geoboard.html
Poly	<i>Software</i> gratuito. <i>Download:</i> www.peda.com/poly/
MathGV	<i>Software</i> gratuito. <i>Download:</i> www.mathgv.com/
Modellus	<i>Software</i> gratuito. <i>Download:</i> modellus.fct.unl.pt/
NonEuclid	<i>Software</i> gratuito. <i>Download:</i> www.ngkszki.hu/~trembe/noneuclid/NonEuclid-Italian.html
Régua e Compasso (C.a.R.)	<i>Software</i> de construções geométricas com régua e compasso. <i>Software</i> gratuito. <i>Download:</i> http://car.rene-grothmann.de/doc_en/download.html
S-LOGO	<i>Software</i> gratuito. <i>Download:</i> https://sourceforge.net/projects/slogo3b/files/slogod/SLogoD.zip/Logo2004mar.zip/download?use_mirror=ufpr&download=
WINPLOT	<i>Software</i> gratuito. <i>Download:</i> http://math.exeter.edu/rparris/winplot.html

4 LIVROS DIDÁTICOS – LEGISLAÇÃO E OBSERVAÇÕES REFERENTES À ABORDAGEM DA GEOMETRIA

Conforme visto anteriormente, os programas de ensino e as escolas passaram por muitas transformações ao longo do tempo. Vários modelos podem ser mapeados nessa trajetória, ora mais conservadores, ora mais liberais, se sucedendo ou ainda convivendo simultaneamente no mesmo período. No entanto, mesmo na diversidade de modelos de Educação e de escola que tem se apresentado até agora, uma coisa é comum e perceptível: a escola perpetua uma

[...] natureza burocrática e ortodoxa, que hierarquicamente, separa, organiza e regulamenta os sujeitos e o trabalho desenvolvido no âmbito escolar, e, acima de tudo, seleciona as competências e os saberes a serem ensinados e aprendidos. (TURÍBIO, 2015, p.27)

Tomando-se por referência essa observação sobre a escola, podemos depreender que o livro didático – expressão mais concreta dos saberes a serem ensinados e aprendidos - tem sua história intimamente atrelada à história das políticas educacionais brasileiras. Turíbio (2015) vai mais longe ainda, afirmando que o livro didático é produto de uma indústria cultural, que define e impõe as regras e os limites da relação com o saber mediados por esses livros. Mas, ao mesmo tempo, sinaliza que esse mesmo livro didático pode se tornar um “instrumento potencializador de aprendizagens” (TURÍBIO, 2015, p.134), dependendo do uso que o trabalho docente faz dele. E, uma vez que hoje, praticamente todos os alunos dispõem de livros didáticos, essa democratização de acesso torna o livro didático um dos principais instrumentos do professor.

Dante (1996, p.82) já havia feito essa constatação: “o livro didático passou a ser o principal e, em muitos casos, o único instrumento de apoio ao trabalho docente”. Seja em relação aos objetivos, aos conteúdos, metodologias e estratégias de ensino, ou mesmo a sequência de apresentação de conteúdos, sua amplitude ou ritmo de desenvolvimento costumam aparecer no planejamento do professor em íntima consonância com o que pode ser observado no livro didático. Embora nos dias atuais as orientações legais busquem combater tal prática, incentivando o professor a produzir ele próprio seus caminhos e ritmos, ainda é comum observarmos – tanto em relação aos professores quanto aos profissionais da área pedagógica das escolas – a manutenção da antiga postura de “seguir o livro”.

Além disso, a capacidade de adaptação do livro didático, seus autores e editoras, às diferentes transformações ocorridas na escola e nas políticas educacionais brasileiras corrobora – e torna relevante – a produção de mais um estudo sobre os livros didáticos; que longe de esgotar o assunto, suscita em nós a ambição que outros colegas enveredem pelo tema, esclarecendo pontos novos que emergem a cada novo trabalho produzido.

Ainda de acordo com Dante (1996, p.84), o processo de ensino-aprendizagem da Matemática pode ser enriquecido com a boa utilização do livro didático. O autor elenca algumas razões que contribuem para o sucesso desse processo; aproveitamos para complementar, com uma visão mais atual do ensino da Matemática, segundo parâmetros vigentes atualmente:

- O uso do livro possibilita ampliar a abordagem de um tema para além daquilo que foi tratado no espaço da aula; sendo parte dessa ampliação: variedade e diversidade de exercícios, informações complementares; resolução de problemas diferenciados; outras informações complementares, como, por exemplo, tópicos da História da Matemática ou aplicações cotidianas ou transversais daquele conhecimento;
- O professor tem muitos alunos, afazeres e atividades extracurriculares que o impedem de planejar e escrever textos, problemas interessantes e questões desafiadoras, sem ajuda do livro didático; além disso, o livro didático contém definições, propriedades, tabelas e explicações, cujas referências são frequentemente feitas pelo professor (DANTE, 1996, p.83-84);
- Para professores com formação insuficiente em Matemática, um livro didático correto e com enfoque adequado pode ajudar a suprir essa deficiência (Idem, p.84);
- Muitas escolas são limitadas em recursos como bibliotecas, materiais pedagógicos, computadores, de modo que o livro didático constitui o básico, senão o único recurso didático do professor (Idem, p.84).

Lajolo (1996, p.4), destaca ainda que o livro didático atende a dois públicos: o aluno e o professor; tendo o professor, em muitas ocasiões o seu próprio livro, o “livro do professor”. Dentro dessa perspectiva, o professor é “leitor privilegiado da obra didática”, com a qual deve estabelecer o diálogo para, depois, estendê-lo à sua classe, numa espécie de “tradução”, ajuste ou adaptação, quando necessário.

O caso é que não há livro que seja à prova de professor: o pior livro pode ficar bom na sala de um bom professor e o melhor livro desanda na sala de um mau professor. Pois o melhor livro, repita-se mais uma vez, é *apenas* um livro, instrumento auxiliar da aprendizagem. Nenhum livro didático, por melhor que seja, pode ser utilizado sem adaptações. Como todo e qualquer livro, o didático também propicia diferentes leituras para diferentes leitores [...] (LAJOLO, 1996, p.8)

Todos os autores por nós consultados para a elaboração dessa etapa do trabalho (DANTE, 1996; LAJOLO, 1996; SILVA, 2012; TURÍBIO, 2015) reconhecem a importância da avaliação prévia dos livros didáticos a serem adotados em sala de aula.

4.1 O livro didático nos programas oficiais de governo

O processo de avaliação dos livros didáticos, no período da República, se iniciou no Brasil de forma sistematizada em 1938, com a criação da Comissão Nacional do Livro Didático (CNLD), durante a gestão do ministro da Educação Gustavo Capanema, no governo de Getúlio Vargas. Nessa ocasião, foi também publicada uma “primeira definição oficial para o livro didático” (TURÍBIO, 2015, p.28):

Decreto-Lei nº 1006 de 30 de dezembro de 1938

Capítulo I

[...]

Artigo 20:

Para os efeitos da presente lei, são considerados livros didáticos os compêndios e os livros de leitura de classe.

§ 1º- Compêndios são livros que exponham total ou parcialmente a matéria das disciplinas constantes dos programas escolares.

§ 2º- Livros de leitura de classe são os livros usados para leitura dos alunos em aula (BRASIL, 1938, p. 2, apud TURÍBIO, 2015, p.28).

As competências da Comissão Nacional do Livro Didático eram:

- 1) Examinar os livros didáticos que lhe forem apresentados, e proferir julgamento favorável ou contrário à autorização de seu uso;
- 2) Promover, periodicamente, a organização de exposições nacionais dos livros didáticos cujo uso tenha sido autorizado na forma desta lei;
- 3) Indicar os livros didáticos estrangeiros de notável valor, que mereçam ser traduzidos e editados pelos poderes públicos, bem como sugerir-lhes a abertura de concurso para a produção de determinadas espécies de livros didáticos de sensível necessidade e ainda não existentes no País (BRASIL, 1938, p. 2, apud TURÍBIO, 2015, p.29).

A partir de 1945, a CNLD permitiu aos professores que escolhessem os livros didáticos para serem usados com seus alunos, desde que esses livros fizessem parte da relação oficial das obras autorizadas (TURÍBIO, 2015, p.29). Em 1966, a CNLD foi substituída pelo recém-criado Conselho do Livro Técnico e Didático (COLTED)⁹. O COLTED atuou mediando acordos internacionais entre o Ministério da Educação (MEC), a Agência Norte-

⁹ O COLTED passou a se chamar, logo depois, Comissão do Livro Técnico e Didático, mantendo a mesma sigla.

Americana para o Desenvolvimento Internacional (USAID) e o Sindicato Nacional de Editores de Livro (SNEL).

[...] através do convênio MEC/USAID/SNEL, pretendia-se fazer a distribuição gratuita de cerca de 51 milhões de livros para os estudantes brasileiros no prazo de três anos. O acordo também tinha outros objetivos, dentre eles construir novas bibliotecas e suprir as existentes, baixar o preço dos manuais e promover contratos com as editoras a fim de disponibilizar uma maior quantidade de livros para os níveis primário, médio e superior (TURÍBIO, 2015, p.30).

Em 1967, foi criada a FENAME (Fundação Nacional do Material Escolar), para produzir e distribuir material didático às escolas, dentre esses os livros didáticos. Em 1970, o Ministério da Educação passou a trabalhar com o sistema de coedição de livros com as editoras nacionais, com recursos do Instituto Nacional do Livro (INL) (TURÍBIO, 2015, p.30). Em 1971, com o fim do convênio MEC/USAID, foi extinta a COLTED; em seu lugar foi criado o Programa do Livro Didático para o Ensino Fundamental (PLIDEF). Em 1976, a FENAME assume o Programa do Livro Didático (PLD), no entanto devido à falta de recursos, a maioria das escolas não foi atendida em sua demanda por livros didáticos (FNDE, 2013 apud TURÍBIO, 2015, p. 30).

A FENAME acabou por ser transformada na Fundação de Assistência ao Estudante (FAE), no ano de 1983, vinculada ao Ministério da Educação e Cultura. A partir dessa transformação, passou a atender estudantes da pré-escola até o final da educação básica, tanto com material escolar e didático, como com alimentação escolar e bolsas de estudo e manutenção (TURÍBIO, 2015, p.31). Como a FAE passou a possuir uma maior abrangência, em 1985, foi criado o Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), “com a finalidade de distribuir livros escolares aos estudantes matriculados nas escolas públicas de 1º Grau” (FNDE, Histórico, Decreto nº 91.542, de 19/8/85).

Duas inovações foram trazidas pelo PNLD: uma era a reutilização do livro didático, que deixava de ser descartável e deveria ter seu uso continuado na escola; a segunda era a participação dos professores na escolha do livro que seria adotado, favorecendo as “obras que atendessem mais especificamente às necessidades de sua comunidade escolar” (TURÍBIO, 2015, p.31).

Araújo Lopes (2000, p.28) descreve esse período como de proliferação de editoras – especializadas ou mais voltadas – para os livros didáticos. Citando Pinsk (1985), que dirigia a editora da Unicamp à época:

As empresas produtoras de livros, especialmente os didáticos, cresceram durante o chamado ‘milagre brasileiro’ (1968-1975), continuaram crescendo nos anos seguintes, de estagnação, e não pararam de crescer na época da recessão econômica (os anos 80). Pelo contrário, até, enquanto milhares de empresas eram fechadas, o desemprego grassava, a fome e a miséria alimentavam de dólares os banqueiros americanos, as editoras de livro didático só faziam crescer (PINSK, 1985, p.23, apud ARAUJO LOPES, 2000, p.29).

Em relação aos livros de Matemática, Araújo Lopes (2000, p.29) elenca algumas editoras e seus respectivos autores no período 1971-1989.

Quadro 6: Autores e editoras no período 1971-1989 (ARAÚJO LOPES, 2000, p.29).

Companhia Editora Nacional	Sangiorgi; Goulart; Ludmila e Zago
Editora Ática	Zambuzzi; Sardella e Motta; Malveira
Editora Atual	Iezzi, Dolce e Machado
Editora do Brasil	Name; Andrini; Lamego; Name, Goretti e Cilli; Garcia
Editora Moderna	Bianchini
Editora Saraiva	Scipione; Scipione, Angelo, Carmo, Faccio e Rodrigues; Clauzet; Kosien e Mascarini; Averbuch, Gottlieb, Sanches e Liberman
Editora Scipione	Trotta
Editora Vigília	Smits, Ferreira e Smits
FTD	Giovanni, Giovanni Jr. e Castrucci; Timoni
IBEP	Scipioni; Volpino; Papini; Domênico, Lago e Ens; Bonjorno e outros
LISA – Livros Irradiantes	Marmo de Oliveira

No início dos anos 1990, especialistas começaram a denunciar que o fraco desempenho escolar de muitos alunos poderia estar diretamente ligado à baixa qualidade do livro didático, em especial dos livros de Matemática. Em 1991, o MEC criou uma comissão para avaliar os livros didáticos, começando pelos livros utilizados da 1ª a 4ª série. Em 1995, essa investigação ampliou-se para os livros da 1ª a 8ª série, analisando todos os livros que estavam disponíveis no catálogo da Fundação de Assistência ao Estudante (FAE). Como esses livros já faziam parte do catálogo que seria lançado em 1997, a solução encontrada foi classificá-los como ‘recomendado’ ou ‘não recomendado’ (ARAÚJO LOPES, 2000, p.33). Essa avaliação dos livros didáticos por parte do MEC continuou e se expandiu nos anos seguintes, gerando forte reação, tanto das editoras quanto dos autores, que reclamavam na mídia. Um desses manifestos é parcialmente reproduzido por Araújo Lopes (2000, p.34):

A forma como o MEC divulgou os resultados da avaliação criou na opinião pública a impressão de que todos os livros excluídos contém erros graves e, por isso, foram 'reprovados'. Na verdade, em Matemática, livros foram excluídos apenas porque têm uma proposta pedagógica que não é a favorita do grupo de avaliadores. Com isso, autores-educadores responsáveis e atualizados, que estão em constante contato com professores e alunos, foram tachados de incompetentes.

A partir de 1996, o PNLD passou a oferecer aos professores da rede pública o Guia de Livros Didáticos, buscando facilitar a seleção e a escolha. Esse Guia apresenta resenhas dos livros que foram aprovados pelas regras do PNLD, e mais, apresenta os critérios que foram usados na avaliação.

Os critérios usados pelo PNLD 2015, elaborado no ano de 2014, foram os seguintes:

- I. Identificação, com nome, autoria, editora, ano de edição e capa da obra;
- II. Visão geral da obra com a apresentação das características positivas e negativas;
- III. Descrição dos conteúdos e a sua forma de organização (se em capítulos ou unidades);
- IV. Análise quanto à abordagem dos conteúdos matemáticos: a) seleção e distribuição dos campos da Matemática escolar (Números e Operações, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, Estatística e Probabilidade), b) metodologia adotada na apresentação e desenvolvimento, c) a contextualização, d) a qualidade da linguagem utilizada nos diferentes textos e imagens gráficas e f) o manual do professor (explicitação dos pressupostos que fundamentam a coleção, orientações para o uso do livro e para a avaliação da aprendizagem do aluno, resolução das atividades e ainda, indicações para formação do professor);
- V. Em sala de aula: sugestões sobre como utilizar a coleção, materiais didáticos e recomendações sobre conteúdos a serem complementados; além de explicitar os erros de revisão que deveriam ser corrigidos. (BRASIL, PNLD 2015, 2014, p. 9-11).

Em 1997, foi lançado o documento dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de 1ª a 4ª série, que provocou intensa movimentação no mercado editorial para adaptar suas obras.

O Ensino Médio somente começou a ser contemplado com o Programa Nacional do Livro Didático para o Ensino Médio (PNLEM) a partir de 2004.

A partir do ano de 2005, gradativamente, o MEC, por meio do PNLD, implantou uma política de distribuição de livros didáticos de todos os componentes curriculares, de forma a atender todos os níveis da Educação Básica, exceto a Educação Infantil. (FNDE, 2013, p.1 apud TURÍBIO, 2015, p.33).

PNLD 2004: O atendimento do Ensino Médio foi instituído progressivamente. Em 2004, seu primeiro ano de execução, foram adquiridos livros de Matemática e Português para os alunos do 1º ano do Norte e do Nordeste.

PNLEM 2005: Ensino Médio – distribuição parcial (Matemática e Português para 1ª série do Norte e do Nordeste). O Guia do Livro Didático saiu apenas para o Ensino Fundamental.

PNLEM 2006: Ensino Médio – distribuição parcial (Matemática e Português para todos os anos e regiões do País).

PNLEM 2007: Ensino Médio – distribuição parcial (integral para Biologia, mais reposição e complementação de Matemática e Português).

PNLEM 2008: Ensino Médio – distribuição parcial (integral para Química e História, mais reposição e complementação de Matemática, Português e Biologia).

PNLEM 2009: Ensino Médio – distribuição integral para Matemática, Português, Biologia, Física e Geografia, mais reposição e complementação para Química e História. Para o Ensino Médio, também foi adicionado o componente curricular língua estrangeira (com livros de Inglês e Espanhol), além de livros para Filosofia e Sociologia (em volume único e consumível).

PNLD 2010: Ensino Médio – 1ª reposição e complementação.

PNLD 2011: Ensino Médio – 2ª reposição e complementação.

PNLD 2012: é direcionado à aquisição e distribuição integral de livros aos alunos do Ensino Médio (inclusive na modalidade Educação de Jovens e Adultos).

Em 2012 foi publicado um edital para formação de parcerias para estruturação e operação de serviço público e gratuito de disponibilização de materiais digitais a usuários da educação nacional. Pela primeira vez as editoras puderam inscrever objetos educacionais digitais complementares aos livros impressos para o Ensino Médio. O material multimídia podia incluir – além da versão digital do livro impresso – vídeos, animações, jogos educativos, simuladores e infográficos animados, que seriam enviados às escolas em DVD. Esse edital também permitiu a apresentação de obras somente na versão impressa, para viabilizar a participação das editoras que ainda não dominavam as novas tecnologias.

PNLD 2015: foi destinado ao atendimento de alunos e professores do Ensino Médio, com livros de Português, Matemática, Geografia, História, Física, Química, Biologia, Inglês, Espanhol, Filosofia e Sociologia. As editoras podiam apresentar obras multimídia e objetos educacionais digitais, mas ainda precisavam apresentar o livro impresso. Além dos componentes curriculares já atendidos na última edição do PNLD de Ensino Médio, a novidade foi o livro de Artes.

A escolha dos livros didáticos tem se dado a cada três anos: professores e equipe pedagógica das escolas se reúnem e analisam os títulos aprovados pelo MEC/PNLD. Antes

dessa reunião, é comum que as editoras enviem seus livros para as escolas, a fim de que os professores possam manuseá-los e fazer a escolha conveniente. A maioria das editoras têm enviado, junto com os livros, material multimídia de apoio a essa seleção – ou disponibiliza esse material em seu *site*.

Na escolha sempre há a primeira e segunda opção, caso não seja possível o envio da primeira, a segunda opção será a coleção destinada à escola. As coleções escolhidas são adquiridas pelo Ministério da Educação através do FNDE e enviadas a todas as escolas de ensino público do país para serem utilizadas por um período de três anos (TURÍBIO, 2015, p.53).

Tentamos obter para esse trabalho todos os guias publicados pelo PNLD para o Ensino Médio. No entanto, nos sites oficiais – seja do MEC, do FNDE ou do PNLD – nem todos estão disponíveis. Conseguimos os guias do PNLEM/2009, PNLD/2012/Ensino Médio, PNLD/2015; em relação ao PNLD 2006/2007, para o Ensino Médio, conseguimos obter apenas a publicação, no Diário Oficial da União (BRASIL, DOU, 14/11/2006, nº 218, seção 1, página 35), da relação dos livros recomendados.

Ministério da Educação
GABINETE DO MINISTRO

PORTARIA Nº- 1.818, DE 13 DE NOVEMBRO DE 2006
O MINISTRO DE ESTADO DA EDUCAÇÃO, no uso de suas atribuições, resolve
Art. 1º - Divulgar o resultado da avaliação do Livro Didático do Componente Curricular de Matemática e Língua Portuguesa, realizada no âmbito do Programa Nacional do Livro para o Ensino Médio - PNLEM/2007:

Títulos Recomendados - Matemática

Matemática - Luiz Roberto Dante – Editora Ática
Matemática aula por aula - Benigno Filho e Cláudio Xavier da Silva - Editora FTD
Matemática Completa - José R. Bonjorno, José R. Giovanni e José R.G.Júnior – Editora FTD
Matemática e suas tecnologias - Angel P. Rubió e Lucinda M. T. de Freitas - Editora IBEP
Matemática - Manoel Rodrigues Paiva - Editora Moderna
Matemática - Ensino Médio - Kátia C.S. Smole, Rokusaburo Kiykawa, Maria Ignez de Souza Vieira Diniz – Editora Saraiva
Matemática no Ensino Médio - Márcio Cintra Goulart - Editora Scipione
Matemática - Antonio N. Yossef, Vicente P. Fernández e Elizabeth Soares – Editora Scipione

[...]

Art. 2º - A divulgação do resultado não implica no compromisso de aquisição dos referidos títulos, conforme disposto na Portaria nº 2.922, de 17 de outubro de 2003, publicada no DOU 20 de outubro de 2003 e na Portaria nº 2.963, de 29 de agosto de 2005, publicado no DOU de 30 de agosto de 2005, bem como na Resolução nº 38, de 15 de outubro de 2003 e na Resolução nº 20, de 24 de maio de 2005 e no Edital do Programa.

O Catálogo do PNLEM/2009: obras de Matemática avaliadas e aprovadas no processo.

Quadro 7: Obras disponibilizadas no Catálogo de Matemática do PNLEM/2009.

Livro/coleção	Autor(es)	Editora
Matemática Ensino Médio Volumes 1, 2 e 3 5ª edição	Kátia Stocco Smole Maria Ignez Diniz	Editora Saraiva
Matemática Aula por Aula Volumes 1, 2 e 3 2ª edição renovada	Benigno Barreto Filho Cláudio Xavier da Silva	Editora FTD
Matemática Completa Volumes 1, 2 e 3 2ª edição renovada	José Roberto Bonjorno José Ruy Giovanni	Editora FTD
Matemática e suas tecnologias Volumes 1, 2 e 3	Angel Pandés Rubió Luciana Maria Ternuta de Freitas	Editora IBEP
Matemática no Ensino Médio Volumes 1, 2 e 3 2ª edição	Marcio Cintra Goulart	Editora Scipione
Matemática Volume único	Luiz Roberto Dante	Editora Ática
Matemática Volume único	Antônio Nicolau Yossef Elizabeth Soares Vicente Paz Fernandez	Editora Scipione
Matemática Volume único	Manoel Paiva	Editora Moderna

Selecionamos dois livros para observar a análise feita pelo Catálogo do PNLD/2009 e destacar o enfoque dado na abordagem dessa análise.

Em relação ao livro “Matemática”, de Luiz Roberto Dante, o catálogo destaca tratar-se de uma abordagem inovadora por ser apresentada em volume único. Cada capítulo é iniciado com uma situação-problema contextualizada por fatos cotidianos ou interdisciplinares. Em seguida, desenvolve-se a teoria necessária à análise daquela situação-problema, que é então aplicada para fornecer a correspondente solução. Chama a atenção, ainda, para a conexão entre os grandes campos temáticos, a comparação entre o conhecimento novo e o já abordado, a retomada de conceitos e procedimentos seguidos de aprofundamento. A maioria dos capítulos é finalizado com um texto no qual são apresentadas curiosidades, aspectos interdisciplinares e momentos da evolução do tema. No entanto, há uma advertência explícita aos professores: o livro não aborda o conteúdo limites e derivadas (BRASIL, FNDE, PNLEM/2009, 2008, p. 56).

No livro de Manoel Paiva, ao contrário do anterior, cada capítulo é iniciado por um texto. O catálogo destaca que essa configuração pode ser mais motivadora em relação ao assunto a ser estudado. É possível encontrar também textos, numa espécie de quadro de leitura complementar, fechando os capítulos. Há, ainda, atividades de fixação do conteúdo e baterias de exercícios, tanto resolvidos como propostos. Os exercícios exploram os conceitos estudados, mas não há questões que requeiram raciocínio mais elaborado ou que exijam imaginação e criatividade na sua resolução. Em geral, os exercícios propostos são similares aos solucionados. Dentre os exercícios mais complexos, a maioria é oriunda de exames oficiais ou de vestibulares. O catálogo faz críticas à ausência do estudo de cônicas, e de certos tópicos sobre números complexos, especialmente sua representação geométrica e a fórmula de DeMoivre. Destaca-se o tratamento dado aos sistemas lineares e às equações e inequações trigonométricas e lineares, que são estudadas tanto na forma geométrica quanto na forma algébrica. O catálogo tece elogios ao Manual do Professor, destacando sua utilização para o desenvolvimento da aula, exemplificando como fazer a passagem da etapa de raciocínio concreto para a de raciocínio abstrato, os critérios de avaliação e as sugestões de leitura para o professor (BRASIL, FNDE, PNLEM/2009, 2008, p.69).

No catálogo do PNLEM 2012 - Matemática os requisitos propostos para avaliação e aprovação das obras foram:

1. Incluir todos os campos da Matemática escolar, a saber: Números e Operações, Funções, Equações Algébricas, Geometria Analítica, Geometria, Estatística e Probabilidade.
2. Privilegiar a exploração dos conceitos matemáticos e de sua utilidade para resolver problemas.
3. Apresentar os conceitos com encadeamento lógico, evitando: recorrer a conceitos ainda não definidos para introduzir outro conceito, utilizar-se de definições circulares, confundir tese com hipótese em demonstrações matemáticas, entre outros.
4. Propiciar o desenvolvimento, pelo aluno, de competências cognitivas básicas, como: observação, compreensão, argumentação, organização, análise, síntese, comunicação de ideias matemáticas, memorização. (BRASIL, FNDE, PNLEM 2012 Matemática, 2011, p.17)

Uma inovação trazida por essa edição foi a análise individualizada dos campos que são tratados: Aritmética, Álgebra, Geometria, Análise, Estatística e etc. Essa análise foi feita nas obras a fim de constatar se a abordagem desejada pelo MEC era efetivamente encontrada nos livros.

Apresentamos, como exemplo, os comentários trazidos pelo Guia do Livro Didático 2012, em relação à Geometria (BRASIL, FNDE, PNLEM 2012 Matemática, 2011, p. 34).

GEOMETRIA

No ensino médio, o aluno é levado a conhecer o caráter dedutivo da geometria, em geral na parte da geometria espacial denominada “geometria de posição”, porém muitas vezes sem os cuidados necessários. Isso acontece ao serem propostos, como ponto de partida, variados conjuntos de axiomas, por vezes inadequados. Por exemplo, em alguns livros, escolhe-se como um dos axiomas da geometria espacial: “*Existem infinitos pontos no espaço*”, mas não é exigido, axiomáticamente, que esses pontos não estejam todos em um mesmo plano. Isso acarreta que seria admissível uma geometria espacial em que o objeto de estudo fosse um único plano.

Um das falhas relacionadas com a tentativa de fazer uma introdução à geometria dedutiva é que isso, em geral, permanece completamente isolado na obra, sem nenhum reflexo em seu restante. Fechada a seção ou o capítulo em que se mencionaram axiomas e teoremas, raramente se volta a apresentar uma dedução, seja em geometria, seja em outro campo da matemática escolar.

Ainda em relação às críticas, apresentadas pelo próprio Guia, foram destacadas a ausência de incentivos à utilização de materiais concretos, instrumentos de desenho, calculadora e computador. Na aprendizagem de Geometria não havia qualquer estímulo, na maioria dos livros didáticos, ao uso de instrumentos de desenho ou *software* de Geometria Dinâmica. (BRASIL, FNDE, PNLEM 2012 Matemática, 2011, p.42)

Fica claro também, nessa análise, que a maioria dos livros didáticos para o Ensino Médio mantinha a excessiva preocupação com a etapa seguinte, isto é, o acesso ao Ensino Superior.

É preciso ressaltar a excessiva inclusão de exercícios de concursos, vestibulares e do Enem. Tais exercícios estão disponíveis em outros meios e não precisariam ocupar tantas páginas dos livros didáticos. Além disso, ao distribuir exercícios do Enem, por exemplo, em listas propostas logo após a apresentação de um determinado tópico, desperdiça-se uma ocasião para desenvolver a principal habilidade para resolução de exercícios em concursos, que é identificar a que tópico e a que estratégia se pode recorrer para resolvê-lo. (BRASIL, FNDE, PNLEM 2012 Matemática, 2011, p.40)

Quadro 8: Livros disponibilizados no Catálogo de Matemática do PNLEM/2012.

Livro/coleção	Autor(es)	Editora
Conexões com a Matemática	Juliane Matsubara Barroso	Editora Moderna
Matemática Contexto & Aplicações	Luiz Roberto Dante	Editora Ática
Matemática	Manoel Paiva	Editora Moderna
Matemática Ciência e Aplicações	David Degenszajn Gelson Iezzi Nilze de Almeida Osvaldo Dolce Roberto Périgo	Editora Saraiva
Matemática Ciência, Linguagem e Tecnologia	Jackson Ribeiro	Editora Scipione
Matemática Ensino Médio	Maria Ignez Diniz Kátia Stocco Smole	Editora Saraiva
Novo olhar - Matemática	Joamir Souza	Editora FTD

Novamente selecionamos duas obras para acompanhar a avaliação do Catálogo de Matemática do PNLD/2012. Optamos por continuar observando as obras dos professores Luiz Roberto Dante e Manoel Paiva, no intuito de averiguar se as críticas e elogios anteriores teriam continuidade. Como, a partir dessa edição do catálogo, as análises são individualizadas por campo tratado, concentramos nossa observação no que diz respeito à Geometria.

A coleção “Matemática Contexto & Aplicações”, de Luiz Roberto Dante, substitui o volume único do catálogo anterior – “Matemática”, da Editora Ática – que havia sido bastante elogiado. A nova coleção foi agora editada pela Saraiva. A análise do catálogo não é favorável a obra: critica o que chama de “quantidade exagerada” de conteúdos e atividades (em particular no livro da 1ª série) e o exagero em procedimentos e no uso de terminologias, o que exigirá do docente uma seleção cuidadosa, a fim de priorizar aqueles que considerar indispensáveis à formação dos alunos do Ensino Médio. Em relação à Geometria chama a atenção que aproximadamente 10% do livro da 1ª série é dedicado a uma revisão de Geometria Plana, que é feita, em geral, de maneira cuidadosa. No entanto, a análise do catálogo considera que tal revisão é muito extensa – insinuando ser desnecessária – e aponta críticas bastante sérias, como imprecisões (nomeando, especificamente, na demonstração do teorema de Tales, nas ilustrações da Geometria Espacial e no estudo dos sólidos espaciais). A Geometria Espacial articula-se, satisfatoriamente, com a Geometria Plana. A coleção não

propõe o uso de materiais de desenho e nem de tecnologias. A História da Matemática é abordada em todos os livros; sua aplicação é frequente ao se explorarem problemas extraídos de documentos históricos, como o papiro Rhind. São dadas indicações bibliográficas para o professor e sugestões de *sites* interessantes para os alunos (BRASIL, FNDE, PNLEM 2012 Matemática, 2011, p.61).

O livro “Matemática”, de Manoel Paiva, continuou sendo editado pela Moderna e mantém, em essência, sua configuração anterior: capítulos temáticos, subdivididos em itens; abertura dos capítulos agora não mais com um texto, mas procurando apresentar uma situação contextualizada relativa ao tema a ser abordado. Em alguns capítulos, o item inicial trata de um fato histórico ou de uma aplicação. Seguem-se os itens com os conteúdos matemáticos do capítulo, exercícios resolvidos e exercícios propostos. A distribuição dos campos matemáticos nos três volumes não é equilibrada. Em relação à Geometria, os conceitos são desenvolvidos de maneira articulada entre si e apoiados por uma boa quantidade de exemplos, de exercícios e de desenhos. A Geometria é relacionada com outros campos e com aplicações práticas. No entanto, o catálogo critica essas aplicações práticas, chamando a atenção para que nem sempre o modelo geométrico é adequado à situação no mundo físico. Situações contextualizadas também são encontradas nas explicações e nos exercícios, embora algumas delas sejam artificiais. O catálogo destaca a necessidade do professor realizar uma avaliação prévia dos conhecimentos dos alunos no campo da Geometria, a fim de que possam acompanhar certos encaminhamentos propostos pelo livro (BRASIL, FNDE, PNLEM 2012 Matemática, 2011, p.68).

No PNLD 2015 Ensino Médio Matemática teve, pela primeira vez, a inclusão da versão digital dos livros disponibilizados, bem como o Manual do Professor. Alguns livros traziam propostas de trabalho com Objetos Digitais Educacionais (ODE), que consistiam em opções de atividades que deveriam estar integradas ao “conjunto da obra e possam desempenhar um papel suplementar à proposta didático-pedagógica da coleção, com a exploração de aspectos de seus conteúdos” (BRASIL, FNDE, PNLD 2015 Matemática, 2014, p.13). Toda a parte digital vinha formatada para multiplataformas e para os principais sistemas operacionais: *Android 2.3* ou posteriores, *IOS*, *Linux (ubuntu)* e *Windows 7* ou posteriores, para dispositivos como *laptop*, *desktop* e *tablet*.

Quadro 9: Livros recomendados pelo PNLD 2015 Ensino Médio Matemática.

Livro/coleção	Autor(es)	Editora
Conexões com a Matemática 2ª edição 2013	Fábio Martins de Leonardo	Editora Moderna
http://www.moderna.com.br/pnld2015/conexoescomamatematica/		
Matemática: Contexto & Aplicações 2ª edição 2013	Luiz Roberto Dante	Editora Ática
http://www.atica.com.br/pnld2015/matematicacontextoeaplicacoes		
Matemática 2ª edição 2013	Manoel Rodrigues Paiva	Editora Moderna
http://www.moderna.com.br/pnld2015/matematicapaiva/		
Matemática – Ciência e Aplicações 7ª edição 2013	Gelson Iezzi Osvaldo Dolce David Mauro Degenszajn Roberto Périgo Nilze Silveira de Almeida	Editora Saraiva
http://www.editorasaraiva.com.br/pnld2015/matematica_ciencia_e_aplicacoes		
Matemática – Ensino Médio 8ª edição 2013	Kátia Cristina Stocco Smole Maria Ignez de Souza Vieira Diniz	Editora Saraiva
http://www.editorasaraiva.com.br/pnld2015/matematica_para_ensino_medio		
Novo Olhar – Matemática 2ª edição 2013	Joamir Souza	Editora FTD
http://www.ftd.com.br/pnld2015/novoolharmatematica		

Continuamos acompanhando as análises para os livros de Luiz Roberto Dante e Manoel Paiva (que agora passa a se apresentar como Manoel Rodrigues Paiva), no Catálogo Ensino Médio Matemática, do PNLD 2015. Novamente, como as análises são individualizadas por campo tratado, concentramos nossa observação no que diz respeito à Geometria.

O livro “Matemática: Contexto & Aplicações”, de Luiz Roberto Dante, passou a ser editado pela Ática. Deve-se destacar a diminuição de críticas em relação ao catálogo anterior, que sugere uma cuidadosa revisão nessa nova edição. Na Geometria Plana é feita uma revisão de polígonos e de áreas de figuras planas, com demonstrações claras e breves. O Teorema de Tales é demonstrado somente para o caso dos segmentos de reta comensuráveis, mas há uma oportuna menção à sua validade no caso dos segmentos incomensuráveis. Observa-se uma articulação satisfatória entre a Geometria e os demais campos da Matemática Escolar. Em contrapartida, a Geometria Espacial de posição é estudada de modo extenso, fragmentado e com excesso de classificações sobre as posições relativas de retas e planos, além de haver muitos exercícios repetitivos. Observa-se, ainda, que as aplicações desses conceitos às

representações planas de objetos espaciais não são exploradas. No estudo das figuras espaciais, apresentam-se caixas de texto em destaque, nas quais são articulados ou enfatizados conhecimentos anteriormente estudados, o que favorece a aprendizagem. Os poliedros são definidos apropriadamente como sólidos geométricos tridimensionais. Entretanto, não se adverte o aluno que, no caso, as planificações referem-se apenas às superfícies que formam as fronteiras desses sólidos. No cálculo do volume dos sólidos geométricos faz-se uma dedução apropriada da fórmula do volume do paralelepípedo retângulo. E mais, de modo bem justificado, recorre-se ao Princípio de Cavalieri na dedução das fórmulas para o volume dos demais sólidos geométricos usualmente estudados nessa fase da aprendizagem (BRASIL, FNDE, PNLD 2015 Matemática, 2014, p.30).

O livro “Matemática”, de Manoel Rodrigues Paiva, parece manter a fórmula que vem dando certo: mesma editora, mesma configuração, revisão e atualizações pontuais. Segundo a análise do catálogo, no geral, é feita uma articulação satisfatória entre os três domínios que integram o estudo da Geometria: os conceitos, os objetos do mundo físico associados a esses conceitos e as representações verbais ou gráficas. O estudo das figuras geométricas planas é apresentado por meio de suas conexões com propriedades de objetos do mundo físico. A Geometria Espacial de posição é iniciada com a comparação entre figuras planas e não planas. Poliedros, prismas, pirâmides, cilindros, cones, troncos e esferas são abordados com rigor adequado ao nível de ensino a que se destina a obra. O Princípio de Cavalieri é empregado corretamente para a obtenção do volume de sólidos geométricos (BRASIL, FNDE, PNLD 2015 Matemática, 2014, p.39).

Até esse momento, buscamos traçar um panorama de como se deu a relação das políticas governamentais com a produção e avaliação dos livros didáticos. Vimos surgir a necessidade de avaliação desses livros, segundo parâmetros pertinentes à época e à legislação. Optamos por apresentar a evolução da análise do PNLD a fim de mostrar como o olhar sobre o livro didático modificou-se com o passar do tempo. Novas perspectivas são incorporadas às exigências, sejam da legislação educacional, sejam da própria relação do livro com o ambiente socioeducacional. Chamou-nos a atenção, em particular, a tendência que muitos livros apresentaram de preparação para os concursos de acesso ao nível superior, contrariando a orientação da legislação educacional em vigor, que prioriza a formação cidadã e para o mundo trabalho. Também causou-nos estranheza a pouca relação que os livros didáticos mais recentes mantêm – ou deveriam manter – com as novas tecnologias. O aprofundamento dessa reflexão não cabe no escopo deste trabalho, mas poderia ser um tema interessante para ser abordado noutra ocasião.

4.2 Observações referentes à abordagem da Geometria

A partir desse ponto, daremos início ao desenvolvimento da nossa proposta de pesquisa propriamente dita: reconhecer as diferentes abordagens para Geometria em livros didáticos publicados no Brasil entre a década de 1940 e o início do século XXI. Para isso, conforme já mencionado anteriormente, fizemos uso da pesquisa qualitativa, com a coleta de dados efetuada por três caminhos complementares: a pesquisa bibliográfica, a pesquisa documental e a pesquisa eletrônica.

O tratamento dos dados obtidos seguiu a orientação exposta em Oliveira (2010), com uma introdução histórica antecedendo a observação dos livros didáticos do período selecionado. Optamos pela apresentação da introdução histórica em forma de quadro, sintetizando as informações já tratadas, com maior detalhamento, no Capítulo 3. A construção de um quadro panorâmico favorece a visualização das condições sócio-políticas-educacionais e, conseqüentemente, seus reflexos no contexto didático – que por desdobramento se refletem também no livro didático.

Observar como se desenrola a abordagem de um tema nos livros didáticos de diferentes épocas é rever os caminhos percorridos pelas diversas tendências pedagógicas que dominaram o ensino da Geometria no Brasil, ao longo do período abrangido por essa pesquisa. Nossa intenção é simplesmente mapear como se deram e quais foram as principais transformações ocorridas nos livros e de que forma se mostravam em consonância com as legislações e tendências pedagógicas preconizadas na época de seu lançamento. Não é nossa proposta emitir juízo de valor quanto aos méritos deste ou daquele autor.

Começemos, então, a observar as circunstâncias em que se organizava o ensino de nível médio e de que forma isso se refletia na organização dos livros didáticos. De forma sintética, as condições a seguir expostas traçam o panorama que desejamos.

Síntese do período 1931/1941 – os Cursos Complementares

Contexto social	Legislação educacional	Matemática	Geometria
Aumenta a demanda por escolarização. A falta de investimentos do setor público e a baixa qualificação dos professores eram barreiras para a expansão educacional. Os níveis de ensino secundário e superior eram mais procurados pelas elites.	Reforma Francisco Campos (1931) Exigência de habilitação nos cursos complementares (com duração de 2 anos) para o ingresso no ensino superior. Não havia uniformidade curricular entre as escolas.	A Matemática é unificada, passando a ser formada por Aritmética, Álgebra, Geometria e Trigonometria. As publicações de livros didáticos aumentam muito, surgem novos autores que buscam atender a nova orientação.	Propostas para a Geometria: para o início, uma abordagem prática e intuitiva; nas últimas séries, o enfoque dedutivo.

Síntese do período 1937/1950 – os Cursos Clássico e Científico

Contexto social	Legislação educacional	Matemática	Geometria
A Educação como forma de desenvolvimento e diminuição das desigualdades sociais. As elites e as classes médias urbanas almejam o ensino superior. Preferência dos alunos era pelo curso científico que preparava melhor para o vestibular.	Reforma Capanema (1942) Nova configuração para o Ensino Secundário: 3 anos – formação clássica ou científica.	A teoria e as demonstrações não são mais a base para os estudos; cresce o papel dos exercícios para estudo e assimilação da teoria, preservando-se o rigor matemático.	A Geometria é tratada com ênfase nos processos dedutivos, visando o desenvolvimento do raciocínio lógico; mas perde cada vez mais espaço nas escolas secundárias. Nos livros didáticos, mostra pouca presença do enfoque intuitivo e maior destaque para os aspectos formais.

Destacamos, ao final desses períodos, que o ensino médio se organiza:

- 1- Como nível de acesso ao ensino superior;
- 2- Com organização curricular própria;
- 3- Com a unificação da Matemática;
- 4- Com a produção de livros nacionais voltados a esse segmento da Educação.

Observação dos livros de Euclides Roxo (e outros) para o período dos Cursos Clássico e Científico.

Ano	Livro	Autor(es)	Editora
1945 2ª edição	Matemática 2º Ciclo Volume 1 1ª série	Euclides Roxo Roberto Peixoto Haroldo Cunha Dacorso Netto	Livraria Francisco Alves
1944	Matemática 2º Ciclo Volume 2 2ª série	Euclides Roxo Roberto Peixoto Haroldo Cunha Dacorso Netto	Livraria Francisco Alves
1946 2ª edição	Matemática 2º Ciclo Volume 3 3ª série	Euclides Roxo Roberto Peixoto Haroldo Cunha Dacorso Netto	Livraria Francisco Alves

Não foi possível obter os livros de forma completa, faltavam páginas em todos os volumes que tivemos acesso¹⁰. Como no Volume 3, livro da 3ª série, a parte referente a Geometria possui maior número de páginas disponíveis, concentraremos nele a nossa observação.

Conforme nos disse Valente (1999), a coleção Matemática de Euclides Roxo (e outros) foi pioneira em apresentar a Matemática unificada – conforme havia sido proposto pela Reforma Francisco Campos. No entanto, os livros deixam claro que cada autor foi responsável por alguns tópicos. Especulamos, visto não ter sido encontrada essa informação, que seriam aqueles nos quais se sentiam mais à vontade. A Geometria da 3ª série foi escrita por Euclides Roxo.

Nos trechos que tivemos acesso, observamos a preocupação com o rigor das demonstrações, seguido de exercícios nos quais se aplica a teoria, em número reduzido.

O sumário (Figuras 16 e 17) mostra o caráter enciclopédico do conteúdo, com assuntos pouco usuais nos livros atuais, recomendados pelo PNLD 2015, como Teoremas de Stewart, de Hiparco ou Ptolomeu, os eixos, centro e planos radicais, na parte de transformações de figuras e comentários sobre hélice cilíndrica, na parte de seções cônicas.

¹⁰ Os livros consultados foram digitalizados e disponibilizados apenas em parte pelo Centro de Documentação do GHEMAT (www.unifesp.br/centros/ghemat). Para consulta da obra completa seria preciso visitar pessoalmente a biblioteca do grupo, em São Paulo. Por questões diversas, tal visita não foi possível de ser agendada durante a pesquisa.

Parte III — Geometria	
UNIDADE VI	
Determinação de um plano	265
Intersecção de retas e planos	269
Paralelismo de retas e planos	271
Reta e plano perpendiculares	277
Perpendiculares e oblíquas de um ponto a um plano	281
Diedros; planos perpendiculares entre si	285
Projeções sobre um plano	293
Ângulos poliédricos. Estudo especial dos triedros	297
UNIDADE VII	
Noções gerais sobre poliedros	309
Prisma; áreas	311
Paralelepípedo; áreas	315
Pirâmides; áreas	319
Volumes	337
Teorema de Euler. Noções sobre poliedros regulares	386
SOLUÇÕES DOS EXERCÍCIOS DE GEOMETRIA	401

Figura 16

Sumário - Geometria da 1ª série (continua)
 Matemática 2º Ciclo Volume 1 (1945) 2ª edição
 Euclides Roxo, Roberto Peixoto, Haroldo Cunha e Dacorso Netto
 Acervo GHEMAT - Grupo de Pesquisa de História da Educação Matemática no Brasil
<http://www.unifesp.br/centros/ghemat>

GEOMETRIA

Unidade V. — Os corpos redondos: 1. Noções sobre geração e classificação das superfícies. 2. Estudo do cilindro e do cone; áreas e volumes desses sólidos. 3. Estudo da esfera, área da esfera, da zona e do fuso esférico; volume da esfera.

GEOMETRIA

Unidade VI. — Relações métricas: 1. Teorema de Stewart e suas aplicações ao cálculo das linhas notáveis no triângulo. 2. Relações métricas nos quadriláteros; teorema de Ptolomeu ou Hiparco; 3. Potência de um ponto; eixos radicais; planos radicais.

Unidade VII. — Transformação de figuras: 1. Deslocamentos, translação, rotação, simetria. 2. Homotetia e semelhança nos espaços de duas e de três dimensões. 3. Inversão pelos raios vetores recíprocos.

Unidade VIII. — Curvas usuais: 1. Definição e propriedades fundamentais da elipse, da hipérbole e da parábola. 2. As secções cônicas. 3. Definição e propriedades fundamentais da hélice cilíndrica.

Figura 17

Sumário - Geometria da 3ª série (continuação)
 Matemática 2º Ciclo Volume 3 (1946) 2ª edição
 Euclides Roxo, Roberto Peixoto, Haroldo Cunha e Dacorso Netto
 Acervo GHEMAT - Grupo de Pesquisa de História da Educação Matemática no Brasil
<http://www.unifesp.br/centros/ghemat>

Observação do livro de Furquin de Almeida (e outros) para o período dos Cursos Clássico e Científico.

Ano	Livro	Autor(es)	Editora
1944	Matemática Primeiro Volume Para a 1ª série dos Cursos Clássico e Científico	F. Furquin de Almeida João B. Castanho Edison Farah Benedito Castrucci	Editores do Brasil

O exemplar desse livro também não está completo, faltando diversas páginas.

Conforme ocorreu no livro anterior, aqui também cada autor escreveu uma parte, conforme pode ser observado na Figura 18.

Não possui uma apresentação ou introdução; os autores colocam apenas o Programa de Matemática, para a 1ª. série, dos Cursos Clássico e Científico (Figuras 19 e 20). Numa nota de rodapé, afirmam que o conteúdo está de acordo com o programa oficial. Porém, logo em seguida ao índice, no tópico “Advertência” (Figura 18), os autores reconhecem que fizeram acréscimos e modificações, que reputam à necessidade de construção de uma sequência lógica.

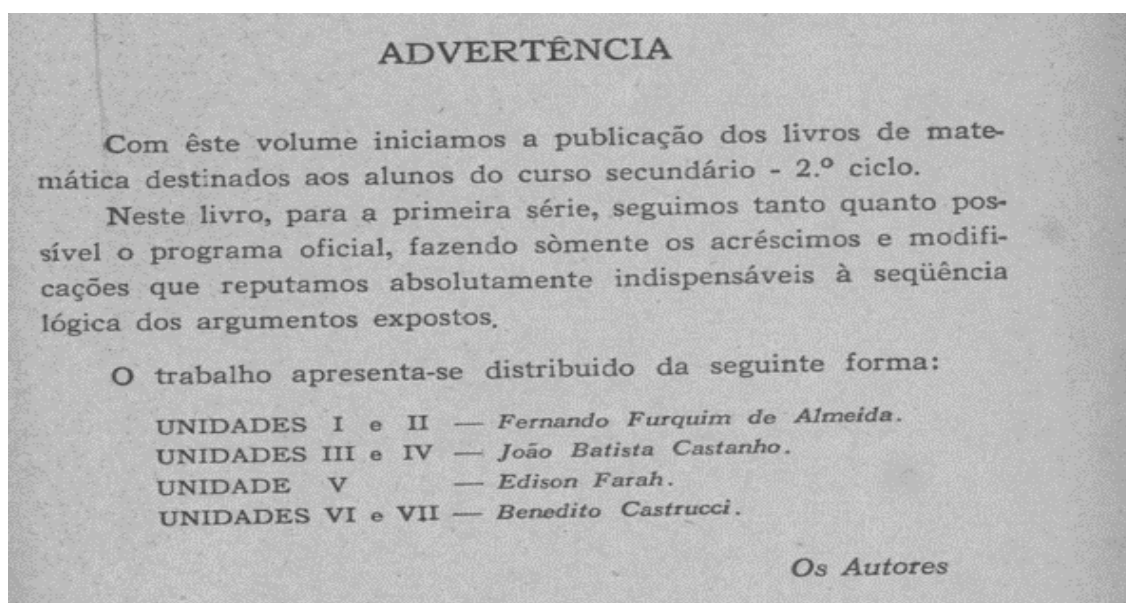


Figura 18

Advertência
Matemática (1944)

F. Furquin de Almeida; João B. Castanho; Edison Farah; Benedito Castrucci
Acervo GHEMAT - Grupo de Pesquisa de História da Educação Matemática no Brasil
<http://www.unifesp.br/centros/ghemat>

PROGRAMA DE MATEMÁTICA DO CURSO
CLÁSSICO (1)

PRIMEIRA SÉRIE

ARITMÉTICA TEÓRICA

UNIDADE I — A DIVISIBILIDADE NUMÉRICA: 1. Teoremas gerais sobre divisibilidade. 2. Caracteres de divisibilidade. 3. Teorias do m.m.c. e do m.d.c. 4. Teoria dos números primos; aplicações.

ÁLGEBRA

UNIDADE II — OS POLINÔMIOS: 1. Operações algébricas sobre polinômios. 2. Teoria da divisão de polinômios. 3. Divisão de um polinômio inteiro em x por $x \pm a$; regra e dispositivo prático de Briot-Ruffino.

UNIDADE III — O TRINÔMIO DO 2.º GRAU — 1. Decomposição em fatores do 1.º grau; sinais do trinômio; desigualdades do 2.º grau. 2. Noção de variável e de função; variação do trinômio do 2.º grau; representação gráfica.

GEOMETRIA

UNIDADE IV — O PLANO E A RETA NO ESPAÇO: 1. Determinação de um plano. 2. Intersecção de planos e retas. 3. Paralelismo de retas e planos. 4. Reta e plano perpendiculares. 5. Perpendiculares e oblíquas de um ponto a um plano. 6. Diedros; planos perpendiculares entre si. 7. Noções sobre ângulos poliédricos.

UNIDADE V — OS POLIEDROS: 1. Noções gerais. 2. Estudo dos prismas e pirâmides e respectivos troncos; áreas e volumes desses sólidos.

(1) Portaria Ministerial n. 177 de 16 de março de 1943, publicado no Diário Oficial de 18 do mesmo mês.

Figura 19

Programa de Matemática para a 1ª. série do Curso Clássico
Matemática (1944)

F. Furquin de Almeida; João B. Castanho; Edison Farah; Benedito Castrucci
Acervo GHEMAT - Grupo de Pesquisa de História da Educação Matemática no Brasil
<http://www.unifesp.br/centros/ghemat>

PROGRAMA DE MATEMÁTICA DO CURSO
CIENTÍFICO

PRIMEIRA SÉRIE

ARITMÉTICA TEÓRICA

- UNIDADE I — AS OPERAÇÕES ARITMÉTICAS FUNDAMENTAIS: 1. Teoria da adição, da subtração, da multiplicação, da divisão, da potenciação e da radiciação de inteiros. 2. Sistemas de numeração.
- UNIDADE II — A DIVISIBILIDADE NUMÉRICA: 1. Teoremas gerais sobre divisibilidade. 2. Caracteres de divisibilidade. 3. Teorias do m.d.c. e do m.m.c. 4. Teoria dos números primos; aplicações.
- UNIDADE III — OS NÚMEROS FRACIONÁRIOS: 1. Teoria das operações aritméticas sobre números fracionários. 2. Noções sobre cálculo numérico aproximado. Erros. Operações abreviadas.

ÁLGEBRA

- UNIDADE IV — OS POLINÔMIOS: 1. Operações algébricas sobre polinômios. 2. Teoria da divisão de polinômios. 3. Identidade de polinômios; método dos coeficientes a determinar; identidades clássicas. 4. Divisão de um polinômio inteiro em x por $x \pm a$; regra e dispositivo prático de Briot-Ruffini.
- UNIDADE V — O TRINÔMIO DO 2.º GRAU: 1. Decomposição em fatores do 1.º grau; sinais do trinômio; inequações do 2.º grau. 2. Noção de variável e de função; variação do trinômio do 2.º grau; representação gráfica. 3. Noções elementares sobre continuidade e sobre máximos e mínimos.

GEOMETRIA

- UNIDADE VI — O PLANO E A RETA NO ESPAÇO: 1. Determinação de um plano. 2. Intersecção de planos e retas. 3. Paralelismo de retas e planos. 4. Reta e plano perpendiculares. 5. Perpendiculares e oblíquas de um ponto a um plano. 6. Diedros; planos perpendiculares entre si. 7. Ângulos poliédricos; estudo especial dos triedros.
- UNIDADE VII — OS POLIEDROS: 1. Noções gerais. 2. Estudos dos prismas e pirâmides e respectivos troncos; áreas e volumes desses sólidos. 3. Teorema de Euler; noções sobre os poliedros regulares.

Figura 20

Programa de Matemática para a 1ª. série do Curso Científico
Matemática (1944)

F. Furquin de Almeida; João B. Castanho; Edison Farah; Benedito Castrucci
Acervo GHEMAT - Grupo de Pesquisa de História da Educação Matemática no Brasil
<http://www.unifesp.br/centros/ghemat>

Chamamos a atenção para a pequena diferença entre os programas dos Cursos Clássico e Científico no que se refere especificamente ao ensino de Geometria, na 1ª. série. Para o Curso Científico foi acrescentado o estudo do Teorema de Euler e noções sobre poliedros regulares (Figuras 21 e 22).

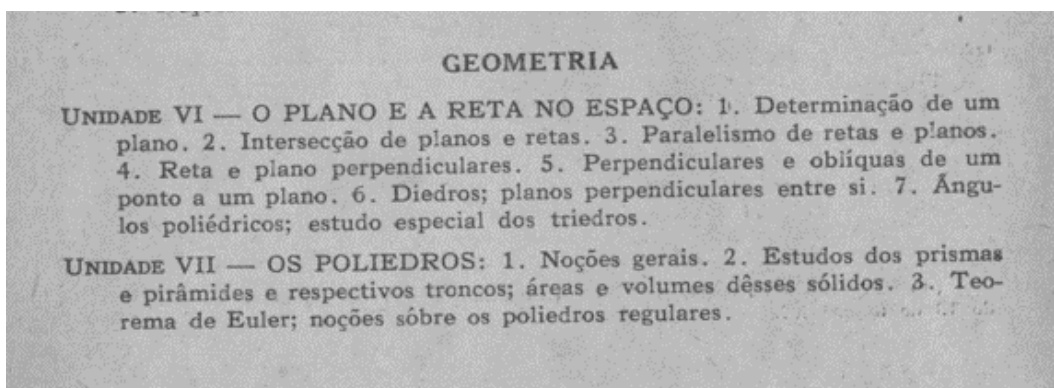


Figura 21

Programa de Geometria para a 1ª. série do Curso Científico
Matemática (1944)

F. Furquin de Almeida; João B. Castanho; Edison Farah; Benedito Castrucci
Acervo GHEMAT - Grupo de Pesquisa de História da Educação Matemática no Brasil-
<http://www.unifesp.br/centros/ghemat>

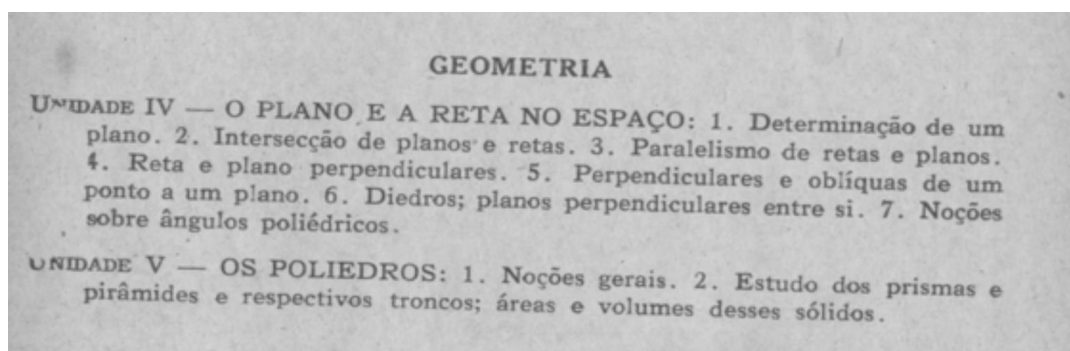


Figura 22

Programa de Geometria para a 1ª. série do Curso Clássico
Matemática (1944)

F. Furquin de Almeida; João B. Castanho; Edison Farah; Benedito Castrucci
Acervo GHEMAT - Grupo de Pesquisa de História da Educação Matemática no Brasil-
<http://www.unifesp.br/centros/ghemat>

Nas partes do livro que tivemos acesso, a teoria é apresentada de maneira formal, por meio de enunciados de definições, postulados e teoremas. Para ilustrar as demonstrações os autores recorrem a figuras. Percebemos, ainda, que o livro não segue a orientação legal da Reforma Capanema de privilegiar os exercícios. Estes sucedem cada tópico sem, no entanto, cobrir todo o conteúdo tratado. Como tivemos acesso a apenas uma parte do livro, não sabemos se possui bibliografia ou sugestões de leitura.

Síntese do período 1951/1966 – o Programa Mínimo

Contexto social	Legislação educacional	Matemática	Geometria
<p>Aumenta o número de alunos, mas não cresce o número de professores. Com mais alunos, com diferentes formações anteriores, não conseguem cumprir os programas. Aligeira-se a formação de professores para compensar a demanda; no entanto, continuam faltando professores e os disponíveis acabam por ter formação insuficiente.</p> <p>1964 _ Golpe Militar e acordo MEC-USAID 1965 – o acordo visa diretamente o Ensino Médio: treinar professores nos Estados Unidos.</p>	<p>Uma Portaria Ministerial cria o “Programa Mínimo”, que simplifica e reduz os conteúdos, permitindo ainda que os Estados criassem seus próprios planos a partir desses programas mínimos.</p> <p>1961 – aprovada a 1ª LDB.</p>	<p>A orientação era evitar a exagerada inclinação para a teoria e a abstração.</p>	<p>Vai perdendo sua importância e sendo deixada de lado, principalmente nas escolas públicas. Falta de tempo para cumprir o programa e formação inadequada dos professores podem ser a causa.</p>

Destacamos nesse período:

- 1- O aumento do número de alunos no ensino médio não se fez acompanhar do aumento do número de professores;
- 2- Para contornar o número insuficiente de professores aligeira-se a sua formação;
- 3- A legislação educacional simplifica e reduz conteúdos;
- 4- O ensino da Geometria começa a ser comprometido, tanto pela falta de tempo, quanto pela formação inadequada dos professores.

Observação do livro de Benedito Castrucci para o período do Programa Mínimo.

Ano	Livro	Autor	Editora
1955	Lições de Geometria Plana	Benedito Castrucci	Sem editora

Mais uma vez não foi possível ter acesso ao livro completo, apenas algumas partes.

Logo no prefácio o autor declara que não segue um programa oficial, mas sim uma forma particular de ver a Geometria (Figura 23). Pode-se subentender de suas palavras que o conteúdo tratado no livro está além do programa oficial. É interessante observar a sutileza contida na frase final do prefácio, quando chama a atenção de futuros professores do magistério secundário para a necessidade de aprofundamento dos estudos de Geometria, fornecendo, inclusive, uma sugestão de leitura por meio da bibliografia disponibilizada ao final do livro (Figura 24).

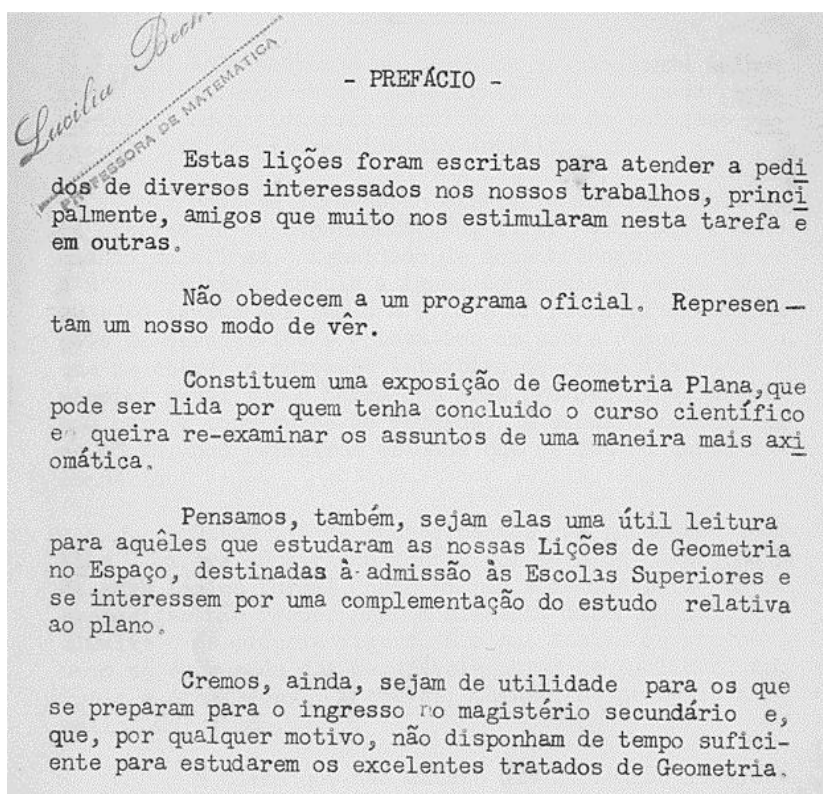


Figura 23

Prefácio

Lições de Geometria Plana (1955)

Benedito Castrucci

Acervo GHEMAT - Grupo de Pesquisa de História da Educação Matemática no Brasil

<http://www.unifesp.br/centros/ghemat>

BIBLIOGRAFIA :

Elementi di Geometri - F. Severi- Vol. I- 4ª ed.- 1933.
Exercices de Géométrie-Th. Caronnet- 4ª ed.- 1948.
Ebene Geométrie - H. B. Lübsen - 33ª edição - 1929.
Fundamentos de la Geometria - F. Enriques, U. Amaldi, A. G
Gaduci, G. Vitali e G. Vailati - 2ª ed. - 1948.
Geometria Elementare- M. Cipola e G. Mignosi - Vol. I- 6ª
edição - 1938.
Geometria - Rosati e Benedetti - vol. I - 6ª edição - 1934.
Geometria Elementare - Enriques e Amaldi- 1ª parte - 2ª ed.-
1927.
Géométrie Rationnelle - G. Bruce Halsted - 1911.
Grundlagen der Geometrie - D. Hilbert - 3ª edição - 1913.
Geometria Racional - J. Rey Pastor - 2ª edição - 1927.
Géométrie Elementaire - E. Combette - 9ª edição - 1908.
Leçons de Géométrie Elémentaire - Hadamard, J. - tomo I-
13ª edição - 1947.
Leçons de Géométrie Elémentaire - G. Plane - B. Nieweng--

-135-

owski et L. Gérard- 2ª edição-
- 1918.
Medida da circunferência - Conferência na Universidade de
São Paulo - B. Castrucci - 1947.
Polígonos equivalentes - Idem - 1947.
Problèmes de Géométrie - G. Lemaire - 15ª edição - 1947.
Traité de Géométrie - G. Plane - E. Rouché et de Comberous
se - Nova edição - 1949.
Cours de Géométrie- Reunion de Professeurs - 1947.

Figura 24

Bibliografia (no final do livro)
Lições de Geometria Plana (1955)
Benedito Castrucci

Acervo GHEMAT - Grupo de Pesquisa de História da Educação Matemática no Brasil
<http://www.unifesp.br/centros/ghemat>

O livro não tem um caráter tão enciclopédico, como aqueles analisados no período anterior, os conteúdos se aproximam dos livros atuais (Figura 25). Esses conteúdos são tratados formalmente, por meio de demonstrações de teoremas, usando o método dedutivo.

Na primeira página, explica ao aluno a diferença entre o modo intuitivo e a maneira axiomática de compreender as ciências em geral – e a Geometria em particular – introduzindo os conceitos de axiomas, postulados e teoremas, fazendo referência aos períodos históricos anteriores e posteriores à Grécia Clássica.

A parte do livro que tivemos acesso não nos permite avaliar se os exercícios, que seguem cada tópico, cobrem todo o conteúdo apresentado.

<u>Índice</u>		Pg.
	<u>Prefácio.</u>
	<u>Introdução.</u>
	<u>Capítulo I:</u>
§ 1º	- A Reta 1
	<u>Capítulo II:</u>	
§ 1º	- O Plano 6
§ 2º	- Retas perpendiculares 12
§ 3º	- Triângulos 17
§ 4º	- Desigualdades entre elementos de um triângulo 25
§ 5º	- Igualdade de triângulos retângulos 29
§ 6º	- Perpendiculares e oblíquas 31
§ 7º	- Paralelismo de retas 33
§ 8º	- Lugar geométrico 40
§ 9º	- Polígonos convexos 43
§ 10º	- Quadriláteros 46
§ 11º	- Paralelas e transversais 50
§ 12º	- Pontos notáveis de um triângulo 53
§ 13º	- Equivalência de polígonos 56
	<u>Capítulo III:</u>	
§ 1º	- Circunferência 63
§ 2º	- Diâmetros e cordas 68
§ 3º	- Posições relativas de reta e circunferência 71
§ 4º	- Posições relativas de duas circunferências 75
§ 5º	- Ângulos na circunferência 82
§ 6º	- Polígonos regulares 87
	<u>Capítulo IV:</u>	
§ 1º	- Grandezas geométricas. Noções de medida 91
§ 2º	- Grandezas geométricas proporcionais 98
§ 3º	- Segmentos proporcionais 102
§ 4º	- Polígonos semelhantes 107
§ 5º	- Relações de semelhança nos triângulos e nas circunferências 112
§ 6º	- Áreas poligonais 113
§ 7º	- Relações métricas no triângulo, na circunferência e nos polígonos regulares 118
§ 8º	- Medida da circunferência. Área do círculo. Área do sector circular e do segmento circular. Cálculo de π 125
	Bibliografia 134

Figura 25

Índice

Lições de Geometria Plana (1955)

Benedito Castrucci

Acervo GHEMAT - Grupo de Pesquisa de História da Educação Matemática no Brasil

<http://www.unifesp.br/centros/ghemat>

Observação do livro do Irmão Proment Enrico para o período do Programa Mínimo.¹¹

Ano	Livro	Autor(es)	Editora
1965 3ª edição	Matemática Primeira Série Curso Colegial	Irmão Proment Enrico	F.T.D.

O livro faz parte da coleção do antigo curso colegial das escolas dirigidas pelos Irmãos Maristas – congregação católica que mantém colégios no mundo todo, preferencialmente nas regiões periféricas, visando assistir jovens em situação de risco.¹²

Chamou-nos a atenção que logo nas primeiras páginas traz um verbete sobre o professor Francesco Severi, ilustre matemático italiano da primeira metade do século XX. Não há registro de catalogação bibliográfica, por isso não temos informações precisas sobre a origem dessa obra e sua relação com o referido matemático, porém o livro desse autor, *Elementi di Geometri*, é o primeiro a ser citado na bibliografia do livro analisado anteriormente, “Lições de Geometria Plana”, de B. Castrucci (1955).

O livro de Enrico anuncia trazer “instruções metodológicas” para o ensino da Matemática, que na verdade se resumem numa enumeração sequencial dos conteúdos (Figura 26). No índice, ao final da obra, ficamos sabendo que se trata de orientação pedagógica do Prof. Francesco Severi.

A obra divide-se em três partes: Aritmética, Álgebra e Geometria. Os tópicos são introduzidos por um histórico, etimologia e definições. Cada capítulo apresenta uma quantidade significativa de exercícios.

Chamou-nos a atenção o tópico relativo aos logaritmos vir antes das equações exponenciais.

A parte relativa à Geometria se preocupa em fornecer instruções para construir as figuras, utilizando régua e compasso. Bastante completa, oferece conteúdos não usuais aos livros atuais, indo até geração e classificação das superfícies.

Como era comum então, antes do advento e da universalização do acesso a todos os tipos de calculadoras eletrônicas, há preocupação em apresentar tabelas com valores aproximados de irracionais e das funções circulares em graus.

¹¹ Todos os livros analisados a partir desse ponto fazem parte de arquivo pessoal.

¹² Maiores informações sobre a ação educacional dos Irmãos Maristas estão disponíveis em: <<http://maristas.org.br/sobre-a-rede-marista/identidade-marista>>, acesso em: 29/05/2017.

Há uma vasta coleção de exercícios de vestibulares, como outros livros do período, reforçando a ideia do ensino secundário como apenas uma “passagem” para o ensino superior. Ou, talvez, uma forma preparatória para outros exames de acesso.

Não há referências bibliográficas, nem sugestões de leitura. Não há referência a História da Matemática, nem a situações do cotidiano.

A abordagem não segue as orientações do Programa Mínimo quanto a evitar o excesso de teoria e abstrações.

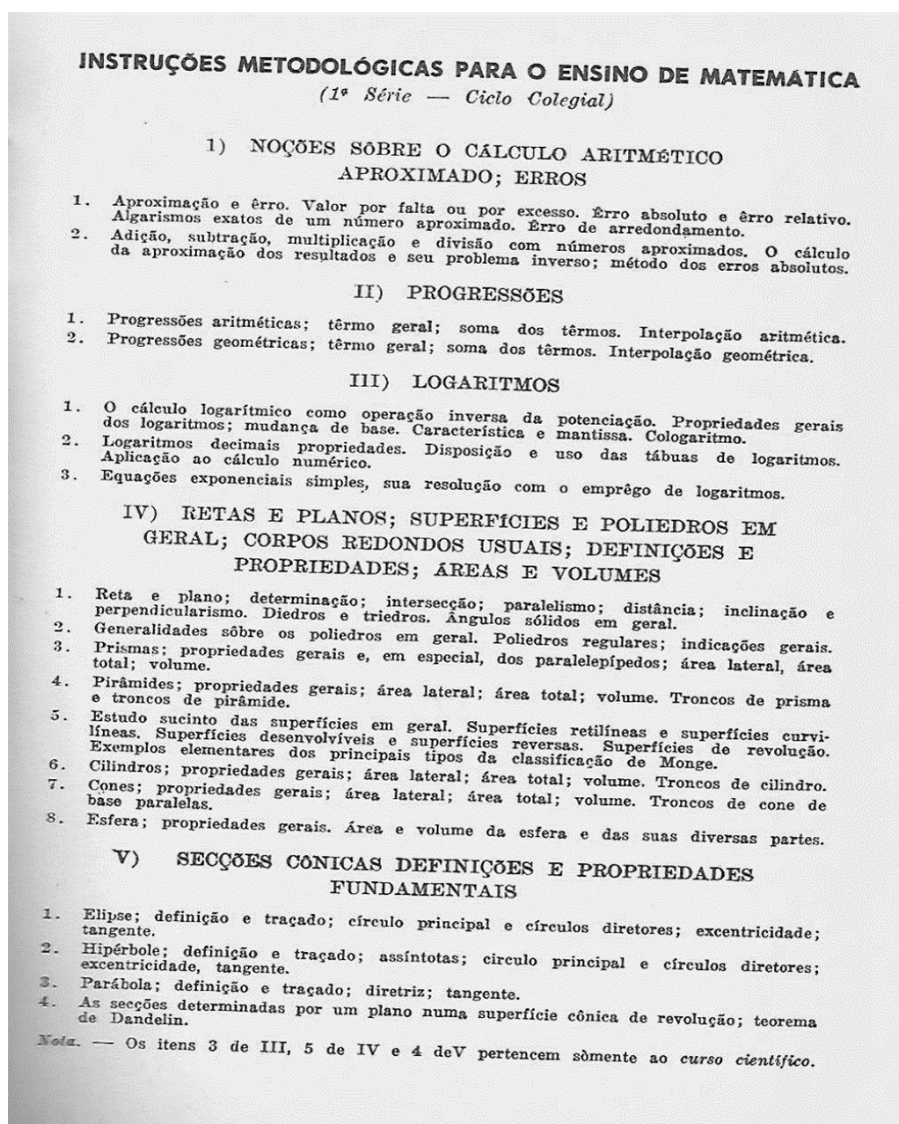


Figura 26
Instruções Metodológicas para o ensino de Matemática
Matemática Primeira Série Curso Colegial (1965)
Irmão Proment Enrico
(Acervo pessoal)

Síntese do período dos anos 50, 60 e 70 – a Matemática Moderna

Contexto social	Legislação educacional	Matemática	Geometria
<p>Como era uma quase unanimidade “a ineficiência do ensino secundário”, as mudanças eram saudadas como modernizadoras, por grande parte da sociedade.</p> <p>Os professores acabaram por ser convencidos que precisavam mudar, que era preciso inovar, modernizar o ensino, familiarizando os alunos, desde as primeiras séries, para enfoques mais avançados.</p>	<p>A Matemática Moderna é apresentada ao Brasil, por meio de Sangiorgi e do GEEM, no IV Congresso Brasileiro do Ensino de Matemática – realizado em 1962, em Belém, PA – como proposta oficial do Estado de São Paulo.</p>	<p>As discussões giravam em torno de como a Teoria dos Conjuntos, as Estruturas Algébricas e a Geometria Vetorial poderiam adentrar no ensino secundário, de forma a que este se aproximasse da Matemática do Ensino Superior.</p>	<p>Integrar o ensino da Aritmética, da Álgebra e da Geometria pela introdução da linguagem dos conjuntos e do estudo das estruturas algébricas.</p> <p>A Geometria é proposta sob o enfoque das transformações, com o estudo dos conceitos de vetor, espaço vetorial e transformação linear.</p> <p>A Geometria foi a que apresentou maiores dificuldades para ser abordada nos livros didáticos do período.</p>

Destacamos nesse período:

- 1- A Matemática Moderna chega ao Brasil quando está em vigor o Programa Mínimo;
- 2- A formação ineficiente de professores acabou por comprometer seu desempenho em sala de aula;
- 3- A complexidade da proposta da Matemática Moderna acaba por não ser bem assimilada e, conseqüentemente, bem aplicada;
- 4- O ensino da Geometria – que já vinha sendo comprometido desde o período anterior – se deteriora ainda mais.

Destacamos ainda, que a importância conferida à Matemática Moderna, no final dos anos 1960 e início dos anos 1970, pode ser confirmada pelo destaque que a maioria das capas dos livros, publicados no período, estampava (Figura 27). Não bastava “ser moderno”, era preciso alardear a opção por essa modernidade.



Figura 27
Coletânea de capas de livros didáticos de Matemática
com destaque para a utilização da Matemática Moderna
Fonte: <<https://www.estantevirtual.com.br>>, acesso em: 29/05/2017.

Observação do livro de Benedito Castrucci (1968) para o período da Matemática Moderna.

Ano	Livro	Autor	Editora
1968 3ª edição	Geometria Curso Moderno Volume 1	Benedito Castrucci	Livraria Nobel

No prefácio, o autor inicia lembrando o sucesso editorial de suas coleções, justificando as renovações de conteúdo e adaptações a novas bases, influências do Movimento da Matemática Moderna.

Sobre Geometria, avisa que esta será tratada de uma forma mais algébrica, como parte da Álgebra Linear. No entanto, considera ousadia implantar essas inovações de uma maneira imediata, acreditando mais numa evolução gradual do que numa revolução radical, reconhecendo de antemão as dificuldades que alunos e professores terão com essa grande mudança de paradigmas.

[...] em face de movimento irreversível de renovação de conteúdo e de adaptação a novas bases que atingiu a Matemática em grande número de países, sentimo-nos, como participante que somos dessas ideias no Brasil, de trazer a público uma nova apresentação do curso, precedendo-o das noções indispensáveis de Lógica e de Teoria dos Conjuntos.

O nosso trabalho na chamada Matemática Moderna tem sido no sentido de uma evolução e não de uma revolução, por isso, achamos conveniente e útil não alterar a sequência dos assuntos e teoremas da Geometria, tratando-os apenas numa nova linguagem, com base na Teoria dos Conjuntos, pondo em relevo certos aspectos que constituem uma nova atitude e que nos livros tradicionais não eram ressaltados.

[...]

Nos cursos colegiais, aconselhamos a eliminação de diversos tópicos de Geometria que são desnecessários para uma formação inicial geométrica. (CASTRUCCI, 1968, Prefácio)

Introduz noções de Lógica Matemática, Teoria dos Conjuntos, Operações e Estruturas. E talvez reconhecendo as dificuldades do novo método, deixa em aberto a possibilidade de iniciar-se o curso de Geometria diretamente. Para tanto, introduziu um capítulo intitulado “dicionário de símbolos e definições”.

Todos os teoremas são demonstrados segundo a linguagem da Teoria dos Conjuntos.

Apresenta uma sequência de exercícios “adiantados” e desenhos das figuras, mas nenhuma construção geométrica. Nota-se um distanciamento entre a Geometria e o desenho geométrico. Não há nenhuma referência à régua ou ao compasso.

Não propõe exercícios voltados a vestibulares, nem de nenhum outro concurso, embora na capa do livro haja menção a seu uso para os exames vestibulares.

Não sugere leitura complementar alguma – o que poderia ser útil, uma vez que o próprio autor reconhece anteriormente a possível dificuldade de alunos e professores frente à nova forma de abordagem dos conteúdos.

<u>Í N D I C E</u>	
CAPÍTULO 0 -	
§ 1º - Algumas Noções de Lógica.....	pg. 1
§ 2º - Elementos de Teoria dos Conjuntos.....	19
§ 3º - Operações e Estruturas.....	56
CAPÍTULO I - O PLANO E A RETA NO ESPAÇO	
§ 1º - Preliminares	73
§ 2º - Paralelismo de retas	91
§ 3º - Paralelismo de reta e plano.....	97
§ 4º - Paralelismo de planos.....	104
§ 5º - Perpendicularismo de reta e plano.....	125
§ 6º - Perpendicularismo de planos.....	142
§ 7º - Projeção Ortogonal Perpendiculares e Oblíquas A um Plano Distância. Ângulo de Reta e Plano. Reta de maior declive.....	147
§ 8º - Diedros, Congruência e Soma de ângulos. Secções igualmente inclinadas.....	165
§ 9º - Triedros	187
§ 10º - Ângulos Poliédracos Convexos.....	209

Figura 28

Índice

Geometria Curso Moderno
Volume 1 (1968) 3ª edição
Benedito Castrucci
(Acervo pessoal)

Observação do livro de Benedito Castrucci (1969) para o período da Matemática Moderna.

Ano	Livro	Autor	Editora
1969 3ª edição	Geometria Curso Moderno Volume 2	Benedito Castrucci	Livraria Nobel

Neste segundo volume, as demonstrações perdem sua rigidez em relação a linguagem dos conjuntos, em comparação ao primeiro volume. Embora entre em detalhes quanto a precisão dos conceitos, por exemplo, distinguindo cunha de fuso esférico, não trabalha volume de sólidos.

Traz o que chama de exercícios “não triviais”.

Os outros aspectos apresentados no primeiro volume se mantêm.

Í N D I C E

CAPÍTULO II - POLIEDROS	
§ 1º - Prismas.....	Página 1
§ 2º - Pirâmides.....	26
§ 3º - Troncos.....	49
§ 4º - Superfície Poliédricas. Poliedros	51
§ 5º - As pontes de Königsberg. O problema das quatro côres. Teorema de Descartes - Euler.....	54
§ 6º - Poliedros Regulares.....	71
CAPÍTULO III - CORPOS REDONDOS	
§ 1º - Considerações intuitivas sobre Geração e Classificação das Superfícies	77
§ 2º - Superfície Cilíndricas de Rotação. Propriedades	91
§ 3º - Superfícies Cônicas de Rotação. Propriedades.	104
§ 4º - Troncos de Cilindro e de Cone	116
§ 5º - Superfície Esférica. Esfera	119
CAPÍTULO IV - SECÇÕES CÔNICAS	
§ 1º - Elipse	147
§ 2º - Hipérbole	165
§ 3º - Parábola	183

Figura 29
Índice
Geometria Curso Moderno
Volume 2 (1969) 3ª edição
Benedito Castrucci (Acervo pessoal)

Síntese do período dos anos 70 e 80

Contexto social	Legislação educacional	Matemática	Geometria
As manifestações contra a ditadura ocorreram por todo o País. Anos 70 – intensa propaganda nacionalista: ‘Brasil: ame-o ou deixe-o’. Recessão e desemprego: a sociedade pressiona o governo por mais educação, em especial o ensino médio e superior – que atendiam às classes médias.	1971 - Lei 5.692, a nova LDB, ideário da escola tecnicista. O Plano Setorial de Educação e Cultura, de 1972 a 1974, previa a expansão gradativa do nível médio, aliada a mudanças de conteúdo e qualidade; enfatiza a preparação para o trabalho. Criação das licenciaturas curtas para formar mais professores. Formação aligeirada gerou grande dependência dos livros didáticos.	Foi reconhecido o fracasso da Matemática Moderna. Passaram a conviver diversas tendências no ensino da matemática: Tecnicismo, Resolução de Problemas, Matemática Moderna, Abordagens Etnomatemáticas, Modelagem Matemática, Uso de Tecnologias, Abordagens Históricas, Uso de Jogos, etc. Cresce o movimento da Educação Matemática.	Uma associação de propostas mal sucedidas (o Movimento da Matemática Moderna, a LDB e as licenciaturas curtas) contribuiu para o afastamento da Geometria da maior parte das escolas públicas brasileiras. O ensino da Geometria (com metodologia anterior ao Movimento da Matemática Moderna) tem continuidade nas escolas das classes econômicas mais favorecidas e nas melhores escolas públicas.

Destacamos nesse período:

- 1- As licenciaturas curtas não resolveram o problema da falta de professores e acabaram por comprometer ainda mais a qualidade do ensino;
- 2- A proposta de “preparação para o trabalho”, contida na LDB, acaba por fazer com que tanto essa preparação quanto a formação geral fossem comprometidas;
- 3- Em 1976, a FENAME assume o PLD (Plano do Livro Didático), mas como o governo não repassou as verbas, as escolas não receberam livros didáticos;
- 4- Professores com formação insuficiente, escolas sem livros didáticos, grande crise na educação pública. Crescimento das escolas particulares, aumento na demanda pelas (poucas) escolas públicas de qualidade – como, por exemplo, o Colégio Pedro II e o Colégio Militar;
- 5- A Educação Matemática começa a suscitar novos questionamentos.

Observação do livro de Gelson Iezzi (e outros) para os anos 70.

Ano	Livro	Autor	Editora
1974 3ª edição revisada	Matemática 1ª série 2º Grau	Gelson Iezzi Osvaldo Dolce José Carlos Teixeira Nilson José Machado Márcio Cintra Goulart Luiz Roberto da Silveira Castro Antonio dos Santos Machado	Editora Atual

No prefácio do livro, os autores reconhecem as dificuldades em ensinar Matemática (Figura 30). Explicam que decidiram escrever um livro acessível para o aluno comum de um curso colegial, com deficiências de formação, ao invés de escrever para os poucos alunos que dominam os conteúdos anteriores, gostam de Matemática e são suficientemente motivados, mostrando uma opção política. Para tanto, os autores procuraram ouvir os professores das redes pública e particular, cuja opinião, segundo eles, foi decisiva para suas opções quanto ao tratamento do conteúdo.

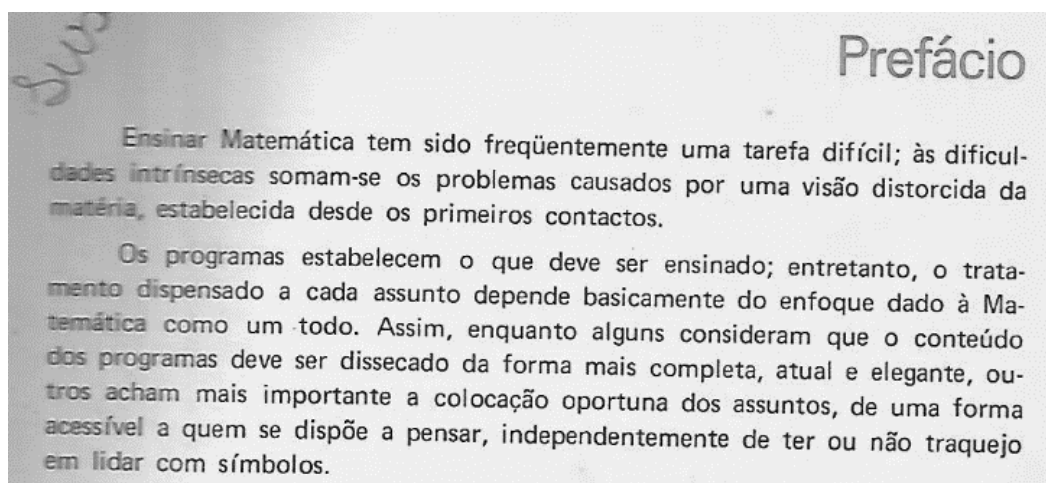


Figura 30

Prefácio

Matemática 1ª série 2º Grau (1974) 3ª edição revisada
Gelson Iezzi; Osvaldo Dolce; José Carlos Teixeira; Nilson José Machado;
Márcio Cintra Goulart; Luiz Roberto da Silveira Castro; Antonio dos Santos Machado.
(Acervo pessoal)

As formalizações necessárias foram reduzidas ao mínimo; a chegada a conceitos fundamentais foi feita por meio de exemplos, tentando tornar as definições as mais naturais possíveis.

Esse discurso evidencia que a obra se insere no período pós Movimento da Matemática Moderna, a qual se contrapõe, sem renunciar ao tratamento dos conteúdos por meio da Teoria dos Conjuntos, mas de uma maneira mais informal. No caso específico da Geometria, os autores retomam o tratamento clássico, euclidiano, sem referências a transformações lineares e Álgebra Linear. Os tópicos “Introdução à Trigonometria”, “Funções Circulares” e “Relações Fundamentais” cobrem, de maneira geral, todo o conteúdo proposto e um apêndice sobre triângulos quaisquer complementa a obra. É de se notar que as escolhas desses conteúdos passou a se generalizar desde então.

Os exercícios resolvidos muitas vezes são utilizados para explicar o conteúdo, servindo de modelo aos exercícios propostos. Estes são divididos em grupos com crescente grau de complexidade, e cada uma destas séries repete um mesmo modelo várias vezes, aparentemente com vistas a proporcionar oportunidade de treinamento e memorização de procedimentos de resolução. Essa característica sinaliza uma abordagem tecnicista.

Os conteúdos de Geometria foram deixados para o final do livro (Figura 31) e se o desenvolvimento do plano de aulas do professor seguir essa ordem, o estudo do tema poderá ser comprometido pela escassez de tempo e cansaço natural do final do ano.

Nota-se o abandono das construções geométricas. Nenhuma referência à construção de figuras com régua e compasso.

A parte destinada a Álgebra possui 198 páginas, divididas em 8 capítulos e a parte destinada à Geometria ficou com 95 páginas, em 8 tópicos.

As referências a outras disciplinas são meramente ilustrativas.

ÍNDICE

1 CONJUNTOS

1

1. Introdução, 1 — 2. Conjunto - Elemento - Pertinência, 1 — 3. Determinação - Igualdade, 2 — 4. Universo - Unitário - Vazio, 3 — 5. Subconjuntos, 4 — 6. Complementar - Diferença, 6 — 7. Interseção - Reunião, 8 — 8. Os símbolos da linguagem dos conjuntos - Resumo, 10 — 9. Considerações finais, 12.

2 NÚMEROS

17

1. Introdução - Naturais e inteiros, 17 — 2. Racionais, 18 — 3. Reais, 19 — 4. Ordenação dos reais, 21 — 5. Intervalos, 23 — 6. Módulo, 26 — 7. Considerações finais, 28.

3 RELAÇÕES E FUNÇÕES

33

A. NOÇÕES BÁSICAS DE GEOMETRIA ANALÍTICA. 1. Eixo e segmento orientado, 33 — 2. Abscissa de um ponto, 33 — 3. Medida algébrica, 34 — 4. Par ordenado, 37 — 5. Sistema cartesiano ortogonal, 38 — 6. Distância entre dois pontos, 41. B. RELAÇÕES. 7. Definição, 44 — 8. Domínio e imagem, 44 — 9. Produto cartesiano, 47 — 10. Gráficos de uma relação, 49. C. FUNÇÕES. 11. Preliminares, 53 — 12. Definição, 54 — 13. Notação, 54 — 14. Domínio, 56 — 15. Gráfico de uma função, 57.

4 FUNÇÃO DO 1º GRAU

65

1. Introdução, 65 — 2. Função constante, 65 — 3. Função identidade, 66 — 4. Função linear, 68 — 5. Função afim, 70 — 6. Coeficientes da função $y = ax + b$, 71 — 7. Zero da função afim, 73 — 8. Função crescente e função decrescente, 74 — 9. Sinal da função afim, 76 — 10. Inequação produto e inequação quociente, 80.

5 FUNÇÃO QUADRÁTICA

89

1. Conceito, 89 — 2. Gráfico, 90 — 3. Zeros, 92 — 4. Domínio e imagem, 96 — 5. Sinal, 99 — 6. Inequações do 2º grau, 104 — 7. Inequações redutíveis à quadrática, 107 — 8. Problemas de máximos e de mínimos, 109.

6 FUNÇÃO MODULAR

115

1. Função composta, 115 — 2. Função definida por várias sentenças, 118 — 3. Função modular, 121 — 4. Equações modulares, 124 — 5. Inequações modulares, 126.

7 FUNÇÃO EXPONENCIAL

133

1. Potência com expoente inteiro, 133 — 2. Radicais, 135 — 3. Potência com expoente racional, 137 — 4. Potência com expoente irracional, 138 — 5. Potência com expoente real, 139 — 6. Equações exponenciais, 139 — 7. Comparação de potências com mesma base, 141 — 8. Função exponencial, 143 — 9. Gráfico da função exponencial, 143 — 10. Inequações exponenciais, 146.

8 FUNÇÃO LOGARÍTMICA

151

1. Preliminares, 151 — 2. Definição, 152 — 3. Propriedades, 153 — 4. Sistemas de logaritmos, 156 — 5. Propriedades operatórias, 158 — 6. Mudança de base, 166 — 7. Funções inversíveis, 169 — 8. Função logarítmica, 174 — 9. Aplicações dos logaritmos, 181.

9 FUNÇÕES CIRCULARES

199

A. INTRODUÇÃO À TRIGONOMETRIA. 1. Noções fundamentais, 199 — 2. Seno, 200 — 3. Cosseno, 202 — 4. Relações entre o seno e o cosseno, 203 — 5. Tangente, 204 — 6. Considerações finais, 208. — B. AS FUNÇÕES CIRCULARES. 7. Arcos e ângulos, 209 — 8. A função seno, 220 — 9. A função cosseno, 225 — 10. Propriedades das funções seno e cosseno, 227 — 11. A função tangente, 232 — 12. Outras funções trigonométricas, 235 — 13. Redução ao primeiro quadrante, 237. — C. RELAÇÕES FUNDAMENTAIS. 14. As cinco relações principais, 242 — 15. Relações decorrentes, 243 — 16. Identidade, 245. — D. TRANSFORMAÇÕES TRIGONOMÉTRICAS. 17. Fórmulas de adição, 246 — 18. Conseqüências das fórmulas de adição, 251 — 19. Fórmulas de transformação em produto, 257. — E. EQUAÇÕES TRIGONOMÉTRICAS. 20. Equação $\sin x = a$, 260 — 21. Equação $\cos x = a$, 262 — 22. Equação $\operatorname{tg} x = a$, 264 — 23. Equações redutíveis a uma equação do 2º grau (em $\sin x$, $\cos x$ ou $\operatorname{tg} x$), 265 — 24. Equação $a \sin x + b \cos x = c$, 266 — 25. Equações fatoráveis, 267 — 26. Observação, 268. — F. INEQUAÇÕES TRIGONOMÉTRICAS. 27. Inequação: $\sin x > a$ ou $\sin x < a$, 269 — 28. Inequação: $\cos x > a$ ou $\cos x < a$, 270 — 29. Inequação: $\operatorname{tg} x > a$ ou $\operatorname{tg} x < a$, 272 — 30. Inequações que recaem nas anteriores, 273. — G. FUNÇÕES CIRCULARES INVERSAS. 31. Função arco-seno, 274 — 32. Função arco-cosseno, 276 — 33. Função arco-tangente, 278. — H. RESOLUÇÃO DE TRIÂNGULO. 34. Triângulos retângulos, 282 — 35. Triângulos quaisquer, 284.

Figura 31

Índice

Matemática 1ª série 2º Grau (1974) 3ª edição revisada

Gelson Iezzi; Osvaldo Dolce; José Carlos Teixeira; Nilson José Machado Márcio Cintra Goulart;

Luiz Roberto da Silveira Castro; Antonio dos Santos Machado.

(Acervo pessoal)

Bibliografia

1. ALLENDOERFER, C.B. – *Fundamentals of College Algebra* – McGraw-Hill Book Company – New York – 1967.
2. AYRES JR., Frank – *First Year College Mathematics* – McGraw-Hill Book Company – New York – 1958.
3. BREMIKER, K. – *Logarithmisch – Trigonometrische* – Tafeln – Berlin – 1962.
4. CARONNET, TH. – *Exercices de Trigonométrie* – Vuibert – Paris – 1955.
5. CASTANHO, J.B. e outros – *Matemática, Curso Colegial* – Editora do Brasil S.A. – S. Paulo – 1955.
6. DIRETORIA DO ENSINO NAVAL – *Matemática Básica* – Gráfica Atlântica Ltda – R. Janeiro – 1951.
7. DOLCE, O. e outros – *Conjuntos, Funções e Inequações* – Editora Moderna Ltda – S. Paulo – 1970.
8. DOLCIANI, M.P. e outros – *Modern Algebra: Structure and Method* – Houghton Mifflin Company – Boston – 1965.
9. DOLCIANI, M.P. e outros – *Modern Algebra and Trigonometry* – Houghton Mifflin Company – Boston – 1965.
10. GUELLI, C. e outros – *Álgebra I* – Editora Moderna Ltda – S. Paulo – 1969.
11. IEZZI, G. e DOLCE, O. – *Geometria Analítica* – Editora Moderna Ltda – S. Paulo – 1972.
12. IEZZI, G. e outros – *Trigonometria* – Editora Moderna Ltda – S. Paulo – 1969.
13. JACY MONTEIRO, L.H. – *Elementos de Álgebra* – Ao Livro Técnico S.A. e Editora da Universidade de S. Paulo – R. Janeiro – 1969.
14. LAGES LIMA, E. – *Elementos de Topologia Geral* – Ao Livro Técnico S.A. – R. Janeiro – 1970.
15. LIPSCHUTZ, S. – *Teoria dos Conjuntos* – Editora McGraw-Hill do Brasil Ltda – R. Janeiro – 1970.
16. MAILLARD-MILLET – *Cours des Mathématiques* – Paris – 1965.
17. MOISE, E.E. – *Cálculo – vol. I* – Editoras Edgard Blücher e Universidade de S. Paulo – 1970.
18. NEVES RODRIGUES, J.J. – *Tábuas de Logaritmos* – Editora Distribuidora de Livros Escolares Ltda – R. Janeiro – 1968.
19. PALATINI, A. e outro – *Elementi di Algebra* – Casa Editrice Ghisetti e Corvi – Milano – 1963.
20. PAPPY – *Mathématique Moderne* – Marcel Didier – Bruxelas – 1970.
21. SCHOOL MATHEMATICS STUDY GROUP – *Matemática, Curso Colegial – vol. I* – EDART Livraria Editora Ltda – S. Paulo – 1966.
22. UNIVERSITY OF ILLINOIS COMMITTEE ON SCHOOL MATHEMATICS – *High School Mathematics* – Chicago – 1962.

Figura 32

Bibliografia

Matemática 1ª série 2º Grau (1974) 3ª edição revisada

Gelson Iezzi; Osvaldo Dolce; José Carlos Teixeira; Nilson José Machado; Márcio Cintra Goulart;
Luiz Roberto da Silveira Castro; Antonio dos Santos Machado.

(Acervo pessoal)

Observação do livro de Damian Schor e José Guilherme Tizziotti para os anos 70.

Ano	Livro	Autor	Editora
1975	Matemática Segundo Grau Volume II	Damian Schor José Guilherme Tizziotti	Editora Ática

Numa breve apresentação (Figura 33), os autores destacam que a obra foi fruto de sua própria experiência no ensino da Matemática. Ao exporem o que chamam de principais características do manual, propõem sua didática: a teoria é dada sem fugir ao rigor matemático, embora remetendo apenas ao que consideram o essencial de cada assunto, seguindo-se exercícios modelo e questões a resolver. Para não condicionar o aluno a depender sempre dos exercícios modelo, ao final de cada capítulo propõem o que chamam de exercícios gerais. Fazem questão de destacar os numerosos exercícios do livro.

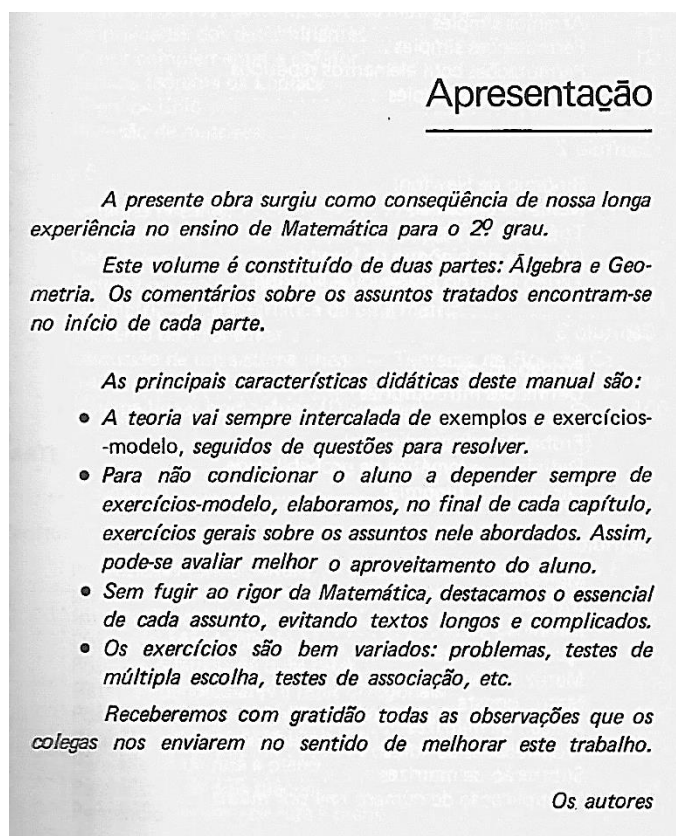


Figura 33
Apresentação
Matemática Segundo Grau Volume II (1975)
Damian Schor; José Guilherme Tizziotti.
(Acervo pessoal)

O livro se divide em duas partes: Álgebra e Geometria, ambas iniciadas com uma pequena introdução explicativa sobre o que o leitor deve esperar.

A parte de Geometria ficou para o final (Figura 34) e possui um número menor de páginas (Álgebra: 151 páginas, divididas em seis capítulos; Geometria: 104 páginas, em quatro capítulos). Se o professor fizesse do livro seu plano de aulas, vemos que a Geometria seria dada no final do ano, se sobrasse tempo e disposição.

Multiplicação de matriz por matriz	95	Perpendicularismo de dois planos	183.
Matriz-unidade de ordem $n \rightarrow I_n$	98	Projeções	185
Propriedades da multiplicação	99	Distâncias	186
Matriz inversa	100	Ângulos	187
Capítulo 5		Capítulo 2	
Determinantes:		Diedros — Triedros — Poliedros:	
Introdução	105	Diedros — Definição, secção, medidas, congruência e bis-setor	195
Definição	105	Triedros — Introdução e definição	199
Regra de Sarrus (determinante da matriz de 3ª ordem)	109	Ângulos poliédricos	202
Propriedades dos determinantes	112	Superfícies poliédricas	203
Menor complementar e cofator	125	Poliedros convexos	{ Lema e teorema de Euler
Lema e teorema de Laplace	127		{ Poliedro de Platão
Regra de Chió	132		{ Poliedro regular
Inversão de matrizes	135		
Capítulo 6		Capítulo 3	
Sistemas lineares:		Prismas e Pirâmides:	
Introdução	143	Definição e elementos do prisma	215
Definições	144	Secção — Superfície lateral e total	216
Sistema normal — Teorema de Cramer	146	Prisma reto, oblíquo e regular	217
Submatriz — Característica de uma matriz	151	Paralelepípedos	218
Teorema de Kronecker	153	Volume de um prisma — Princípio de Cavalieri	220
Discussão de um sistema linear — Teorema de Rouché-Capelli	156	Definição e elementos das pirâmides	223
Sistema linear homogêneo (Discussão)	160	Pirâmide regular — Secção transversal	225
		Volume de uma pirâmide	229
		Tronco de pirâmide	230
PARTE II		Capítulo 4	
Geometria	165	Cilindro — Cone — Esfera:	
Capítulo 1		Definição e elementos do cilindro	239
Proposições fundamentais — Posições relativas de retas e planos — Paralelismo e perpendicularismo no espaço:		Secção transversal e meridiana	241
Introdução e postulados	167	Área lateral e total — Volume	242
Determinação de planos	172	Cones — Definição e elementos	246
Posições relativas de duas retas	173	Secção transversal e meridiana	247
Retas perpendiculares e retas ortogonais	175	Área lateral e total — Volume	249
Posições relativas de uma reta e um plano	176	Tronco de cone	251
Posições relativas de dois planos	177	Esfera — Definição, superfície, secção e círculo máximo ..	255
Paralelismo de reta e plano	178 ✓	Volume da esfera	256
Paralelismo de dois planos	180 ✓	Área da superfície de uma esfera	258
Perpendicularismo de reta e plano	181	Bibliografia	269

Figura 34

Índice

Matemática Segundo Grau Volume II (1975)

Damian Schor; José Guilherme Tizziotti.

(Acervo pessoal)

Os conceitos primitivos são introduzidos por meio de postulados e axiomas. São apresentados poucos teoremas e apenas quatro são demonstrados. É utilizada a linguagem dos conjuntos. Todo o conteúdo é exposto por meio de descrições das figuras. Tanto o Lema quanto o Teorema de Euler são oferecidos sem nenhuma explicação. Da mesma maneira é exposto o Princípio de Cavalieri.

O volume da pirâmide é mostrado por meio da decomposição do prisma, fazendo uso de ilustrações. Aceito o princípio de Cavalieri, o volume da esfera também é mostrado por meio de figuras, porém a fórmula da área da superfície esférica é dada sem nenhuma explicação.

Não são oferecidos exercícios de vestibulares.

O livro apresenta uma pequena bibliografia ao final (Figura 35).

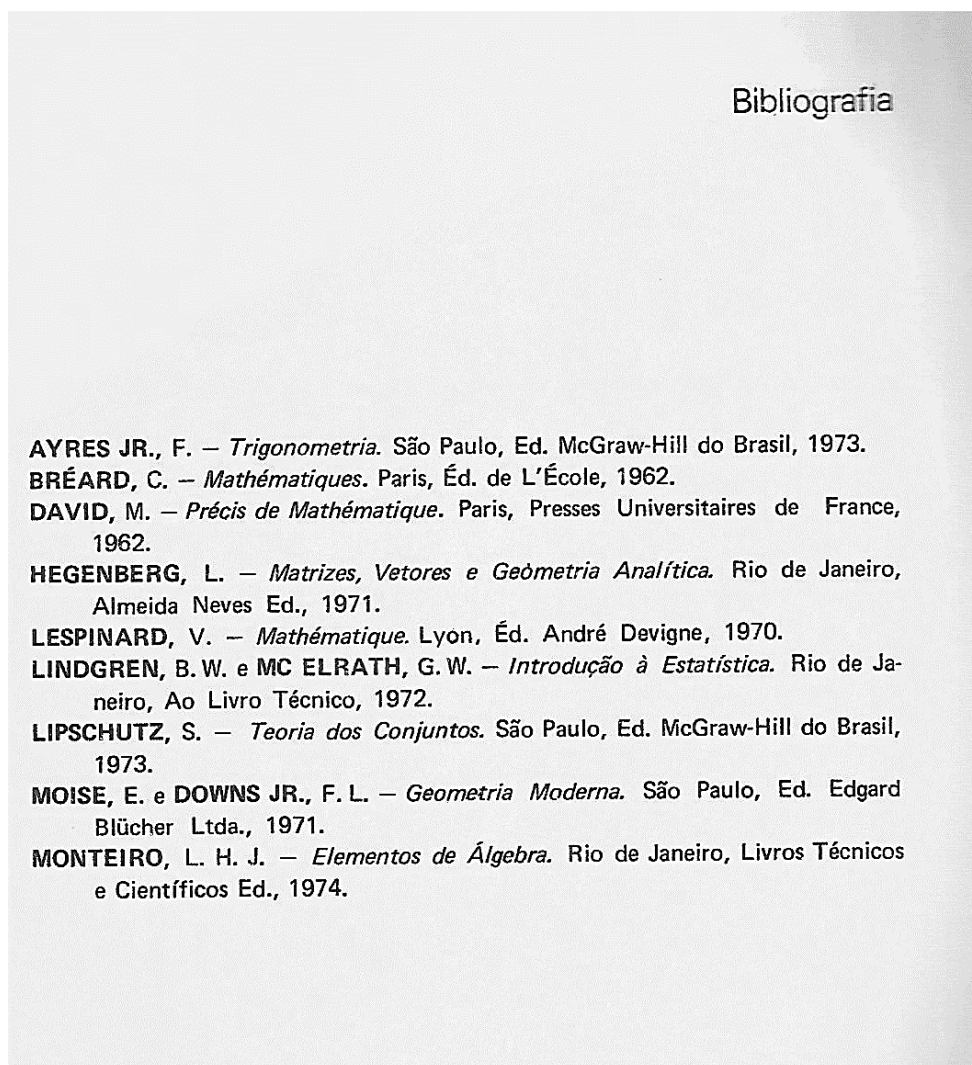


Figura 35

Bibliografia

Matemática Segundo Grau Volume II (1975)

Damian Schor; José Guilherme Tizziotti.

(Acervo pessoal)

Observação do livro de Fernando Trotta (e outros) para o período de transição dos anos 70 para os anos 80.

Ano	Livro	Autor	Editora
1980	Matemática Aplicada Segundo Grau Volume II	Fernando Trotta Luiz Márcio Pereira Imenes José Jakubovic	Editora Moderna

Nesse livro constatamos que em relação à disposição dos capítulos, a Álgebra e a Geometria são trabalhadas de forma entremeadas. Dos oito capítulos, vemos que o primeiro, o segundo, o quinto, o sexto e o oitavo (cinco capítulos) trazem conteúdos algébricos, enquanto que o terceiro, o quarto e o sétimo trazem conteúdos da Geometria. É de se notar que a Geometria não foi deixada para o final.

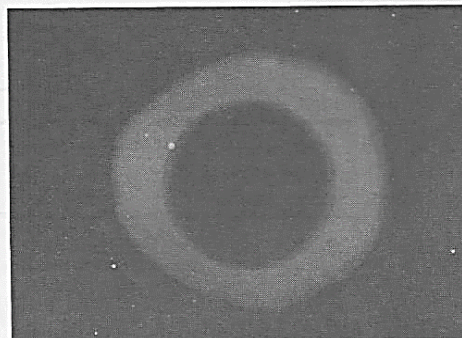
O livro analisado não possui introdução, nem nenhuma apresentação da obra. Os autores não explicitaram suas justificativas e objetivos, talvez pelo fato deste ser o terceiro e último volume da coleção. Não dispomos dos outros volumes.

Notamos uma diferença no tratamento da Álgebra e da Geometria. Em ambas, os autores fazem recorrência à História da Matemática, situando os conteúdos na linha do tempo e mostrando como as ideias surgiram. No entanto, é possível notar que a história dos conteúdos geométricos é muito mais aprofundada, sendo citadas fontes, como os livros de Carl B. Boyer, “História da Matemática” (Figura 36), e de E. Paul Karlson, “A Magia dos Números”.

Ressalte-se que a História da Matemática não foi utilizada de uma forma meramente ilustrativa ou curiosa, seu uso foi feito na introdução dos conteúdos, na maioria das vezes mostrando como a solução de determinado problema, por um matemático, originou a teoria a ser apresentada.

13. O VOLUME DA ESFERA

A preocupação com o cálculo do volume da esfera e da área da superfície esférica é bastante antiga, conforme nos demonstram os pesquisadores de história da Matemática. Assim, por exemplo, Carl B. Boyer nos conta que:



eclipse do Sol

Arquimedes escreveu muitos tratados maravilhosos, dentre os quais seus sucessores se inclinavam a admirar mais Sobre espirais. O próprio autor parece ter preferido outro, Sobre a esfera e o cilindro. Arquimedes pediu que sobre seu túmulo fosse esculpida uma representação de uma esfera inscrita num cilindro circular reto cuja altura é igual ao seu diâmetro, pois ele tinha descoberto, e provado, que a razão dos volumes do cilindro e da esfera é igual à razão das áreas, isto é, três para dois. Essa propriedade, que Arquimedes descobriu após sua Quadratura da parábola, era, diz ele, desconhecida dos geometras que o precederam. Tinha-se pensado outrora que os egípcios sabiam achar a área de um hemisfério; mas agora Arquimedes aparece como o primeiro a saber, e provar, que a área da esfera é quatro vezes a área de um seu círculo máximo. (...) A fórmula familiar para o volume da esfera aparece em Sobre a esfera e o cilindro 1.34:

Toda esfera é igual a quatro vezes o cone que tem base igual ao círculo máximo da esfera e altura igual ao raio da esfera.

O teorema é provado pelo método usual de exaustão, e a razão entre o volume e a área da superfície da esfera e cilindro circunscrito seguem como corolário simples. O diagrama da esfera em um cilindro foi de fato esculpido no túmulo de Arquimedes, como sabemos por uma referência de Cícero. Quando foi questor na Sicília, o orador romano achou o túmulo abandonado com a figura. Ele restaurou o túmulo – o que foi quase a única contribuição de um romano à história da matemática – mas a partir daí qualquer traço dele desapareceu.

Carl B. Boyer, *História da Matemática*, Ed. Blücher e EDUSP, pp. 96 e 97.

Figura 36

Matemática Aplicada

Segundo Grau Volume II (1980)

Fernando Trotta; Luiz Márcio Pereira Imenes; José Jakubovic.

(Acervo pessoal)

Nos três capítulos dedicados à Geometria – “O volume de um sólido”, “As figuras no espaço” (Figura 37) e “As cônicas” – os conteúdos são introduzidos com exemplos práticos e histórias de como os mais importantes geometras do passado pensaram as soluções sugeridas.

Dentre os livros de Ensino Médio analisados – e mesmo entre aqueles que já tivemos oportunidade de utilizar – esse é o que expõe com maior riqueza de exemplos práticos a intuição que está por trás das grandes descobertas, invenções e fórmulas. Contém vasto programa de Geometria – comparativamente, muito maior que os demais livros analisados nesse trabalho. É o primeiro que chegou ao nosso conhecimento que mostra as ideias que estão por trás da fórmula da superfície da esfera. O princípio de Cavalieri é exaustivamente ilustrado e explicado, e é mostrada aos alunos a evolução histórica dos conceitos de limites,

geometricamente. Além disso, utilizam variados tipos de materiais, como prismas de madeira, e há referências à cultura regional brasileira.

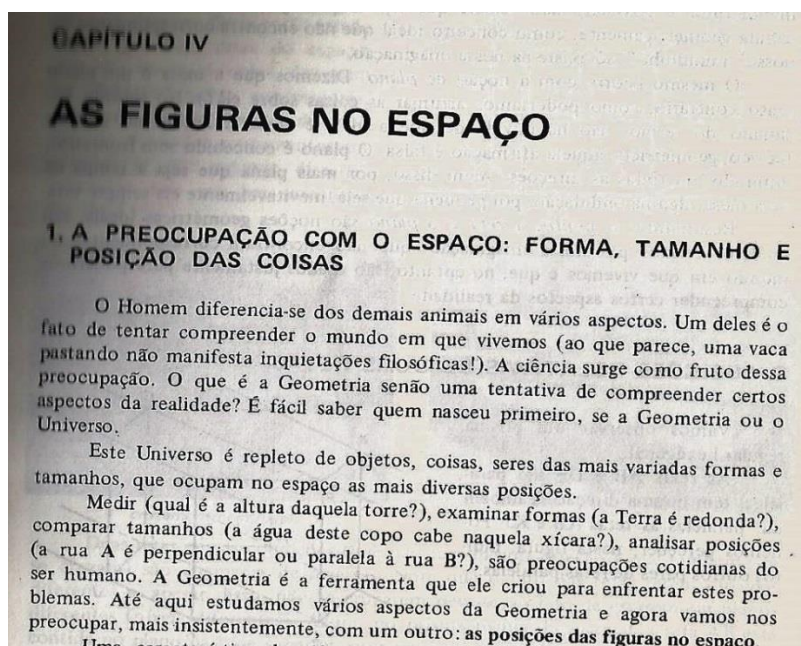


Figura 37
Matemática Aplicada
Segundo Grau Volume II (1980)
Fernando Trotta; Luiz Márcio Pereira Imenes; José Jakubovic.
(Acervo pessoal)

Destacamos que todos os capítulos são finalizados com a apresentação de um problema, que também serve como introdução ao capítulo posterior. O livro é contemporâneo do movimento que chamamos de tecnicismo, mas seguramente o ultrapassa, principalmente pela cuidadosa (re)construção dos conceitos e utilização da História. Nele, o aluno não é visto meramente como um repositório de conhecimentos, mas é convidado – ou melhor, instigado – a comprovar na prática as fórmulas que encontra, o que é adequado ao nível proposto.

De acordo com Silva (2009, p.175) – que fez dessa coleção o tema de sua dissertação – esse livro está no período de transição entre o Tecnicismo e a Educação Matemática. Segundo ele, os autores seguem a postura da Etnomatemática, fazendo da Modelagem Matemática a mediadora da aprendizagem e estabelecendo um diálogo com a Matemática escolar: “[...] a transição do ensinar Matemática para o educar pela Matemática.” (SILVA, 2009, p.175).

Nos exemplos e exercícios de Geometria, encontramos situações-problema da Física, Arquitetura, Engenharia, construção civil, balística, entre outras, num processo incipiente de interdisciplinaridade.

Síntese do período dos anos 90 e início do século XXI.

Contexto social	Legislação educacional	Matemática	Geometria
A partir de 1985 o Brasil ficou livre da Ditadura Militar.	A discussão da política educacional, o embate das ideias pedagógicas e a legislação ganharam um nível de complexidade jamais visto	PCNEM: compreensão e utilização dos conhecimentos científicos, para explicar o funcionamento do mundo, bem como planejar, executar e avaliar as ações de intervenção na realidade.	Deve ser ensinada nas três séries do Ensino Médio.
1988 – nova Constituição.			A orientação: 1ª série: geometria plana
A sociedade cobrava a melhoria da educação, das escolas e da formação oferecida.	1996 - LDBN – Leis de Diretrizes e Bases Nacionais.		2ª série: geometria espacial
Aumenta o acesso aos computadores e à internet. O mundo virtual começa a produzir mudanças na sociedade.	Criação de um Plano Nacional de Educação (PNE).	PCN+: evitar excesso de informações, fazer uso de uma abordagem ampla, científica e cultural.	3ª série: geometria analítica.
	Novos currículos para o Ensino Fundamental e Médio.		Multiplicidade de formas de abordagem; a geometria computacional começa a ganhar força.
	PCNEM- Parâmetros Curriculares para o Ensino Médio	Orientações Curriculares para o Ensino Médio: dar prioridade à qualidade do processo e não à quantidade de conteúdos.	
	O Ensino Médio enfrentava uma ausência de definição de rumos.	Intensificação do movimento da Educação Matemática.	

Destacamos nesse período:

- 1- A liberdade de expressão intensifica as reivindicações da pauta educacional: mais e melhores escolas, ensino público e gratuito, acesso à tecnologia;
- 2- Planos e programas educacionais se sucedem buscando melhoria dos processos e dos resultados da aprendizagem;
- 3- O Ensino Médio ainda busca uma identidade própria, na tentativa de superar a relação de “passagem” para o ensino superior ou de meramente preparatório aos exames de acesso;
- 4- A expansão das discussões propostas pela Educação Matemática expande os horizontes e atinge cada vez mais professores e estudantes de licenciatura;
- 5- A tecnologia se torna uma realidade para a escola, trazendo novas discussões.

Observação do livro de Gelson Iezzi (e outros) para o período de transição dos anos 90 e início do século XXI.

Ano	Livro	Autor	Editora
1990 10ª edição revista e atualizada	Matemática 1ª série 2º Grau Livro do Professor	Gelson Iezzi Osvaldo Dolce José Carlos Teixeira Nilson José Machado Márcio Cintra Goulart Luiz Roberto da Silveira Castro Antonio dos Santos Machado	Editora Atual

Analisaremos agora a 10ª edição de um livro cuja 3ª edição, lançada 16 anos antes, foi analisada anteriormente. A introdução inicia-se com o mesmo texto e apenas no final do livro os autores destacam algumas mudanças, motivadas por sua intenção de melhorar o trabalho a partir de críticas e sugestões. Destacam essas mudanças, como o aumento do número de exercícios e sua reordenação de acordo com o grau crescente de dificuldade. Porém, notamos que os exercícios resolvidos diminuíram, passando de 243 para 192, enquanto os propostos aumentaram de 460 para 594. Informa, por fim, a apresentação de textos no final de cada capítulo. Esses textos fazem referência a História da Matemática, apresentando aos alunos conceitos básicos e curiosidades.

No entanto, a abordagem dos conteúdos mudou muito pouco, tendo sido acrescentado um capítulo dedicado à Geometria Analítica - colocado entre os capítulos da parte relacionada à Álgebra - conservando os demais capítulos dedicados à Geometria no final, com as implicações já descritas. O referido capítulo, intitulado “Noções básicas de Geometria Analítica”, traz apenas as noções de par ordenado e de sistema cartesiano ortogonal, servindo de introdução aos próximos capítulos, que versam sobre relações e funções.

A parte dedicada à Geometria é desenvolvida da mesma maneira nas duas edições, com oito capítulos, dos quais sete tratam de trigonometria e um é dedicado à resolução de triângulos quaisquer. De um total de 98 páginas, 55 tratam o conteúdo geométrico de uma maneira algébrica, por meio de funções.

As referências bibliográficas são as mesmas (Figura 38), expressas de maneira diferente. Não houve mudanças significativas na obra, mesmo 16 anos depois. Embora as inferências desse fato ultrapassem o escopo deste trabalho, destacamos duas: a primeira é que o tecnicismo floresceu durante muito tempo, convivendo com outras correntes contemporâneas a ele; e a segunda, é a perenidade desta obra, que seguramente foi um sucesso editorial.

Bibliografia

- ALLEUDOERFER, C.B. *Fundamentals of college algebra*. New York, McGraw-Hill, 1967.
- AYRES JR., Frank. *First year college mathematics*. New York, McGraw-Hill, 1958.
- BREMIKER, K. *Logarithmisch, trigonometrische. Berlin, Tafeln*, 1962.
- CARONNET, TH. *Exercices de trigonométrie*. Paris, Vuibert, 1955.
- CASTANHO, J.B. e outros. *Matemática, curso colegial*. São Paulo, Editora do Brasil, 1955.
- DIRETORIA DO ENSINO NAVAL. *Matemática básica*. Rio de Janeiro Gráfica Atlântica, 1951.
- DOLCE, O. e outros. *Conjuntos, funções e inequações*. São Paulo, Moderna, 1970.
- DOLCIANI, M. P. e outros. *Modern algebra: structure and method*. Boston, Houghton Mifflin, 1965.
- _____. *Modern algebra and trigonometry*. Boston, Houghton Mifflin, 1965.
- GUELLI, C. e outros. *Álgebra I*. São Paulo, Moderna, 1969.
- IEZZI, G. e DOLCE, O. *Geometria analítica*. São Paulo, Moderna, 1972.
- _____. e outros. *Trigonometria*. São Paulo, Moderna, 1969.
- JACY MONTEIRO, L. H. *Elementos de álgebra*. Ao Livro Técnico Edusp, 1969.
- LAGES LIMA, E. *Elementos de topologia geral*. Rio de Janeiro, Ao Livro Técnico, 1970.
- LIPSCHUTZ, S. *Teoria dos conjuntos*. Rio de Janeiro, McGraw-Hill do Brasil, 1970.
- MAILLARD-MILLET. *Cours de mathématiques*. Paris, 1965.
- MOISE, E.E. *Cálculo*. V. 1. Edgard Blücher/Edusp, 1970.
- NEVES RODRIGUES, J. J. *Tábuas de logaritmos*. Rio de Janeiro, Editora Distribuidora de Livros Escolares, 1968.
- PALATINI, A. e outros. *Elementi di álgebra*. Milano, Casa Editrice Ghisetti e Corvi, 1963.
- PAPY. *Mathématique moderne*. Bruxelas, Marcel Didier, 1970.
- SCHOOL MATHEMATICS STUDY GROUP. *Matemática, curso colegial*. V. 1. São Paulo, Edart, 1966.
- UNIVERSITY OF ILLINOIS COMMITTEE ON SCHOOL MATHEMATICS. *High school mathematics*. Chicago, 1962.

309

Figura 38

Matemática

1ª série 2º Grau (1980)

Gelson Iezzi; Osvaldo Dolce; José Carlos Teixeira;

Nilson José Machado; Márcio Cintra Goulart;

Luiz Roberto da Silveira Castro; Antonio dos Santos Machado.

(Acervo pessoal)

Observação do livro de Manoel Paiva para o início do século XXI.

Ano	Livro	Autor	Editora
2002	Matemática Conceitos, linguagem e aplicações Volume 2	Manoel Paiva	Editores Moderna

O autor inicia a apresentação colocando a Matemática como uma linguagem, citando Galileu em seu apoio. Em seguida, mostra o papel aglutinador da Matemática em grande parte dos estudos científicos, de várias ciências, para afirmar que sua obra encara a linguagem matemática sob essa ótica, interdisciplinar, cotidiana. Enfatiza, entre outros aspectos, que procura apresentar conceitos com casos particulares para em seguida partir para generalizações.

Recomenda o uso de calculadoras e, em Geometria Plana, o uso de régua, compasso e transferidor, sob o argumento de que “a construção de desenhos com esses instrumentos é uma forma de aplicar as propriedades das figuras geométricas” (PAIVA, 2002, s.p.). Procuramos em todo o livro, mas não encontramos nenhuma atividade em que fosse demonstrado ou sugerido o uso de compasso ou transferidor.

No estudo de Geometria Espacial são propostos exercícios que se utilizam de desenhos, por acreditar que este método seja um facilitador da aprendizagem. Demonstra o volume da esfera e a área da superfície esférica por meio do princípio de Cavallieri, de uma maneira adequada ao nível proposto. Ainda na parte relacionada a Geometria Espacial, são dados alguns conceitos primitivos e alguns teoremas, que não são demonstrados, mas explicados, muitas vezes por meio de ilustrações, o que é adequado ao nível. São mostradas da mesma maneira algumas propriedades.

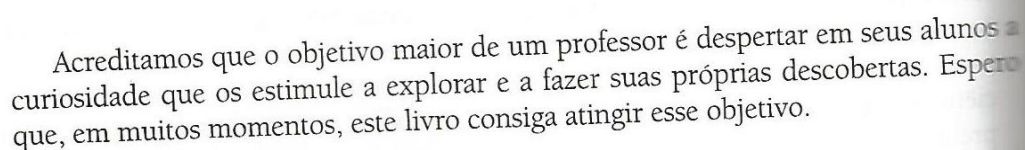
O livro observado, o segundo volume da coleção, é dividido em nove unidades: cinco dedicados à Álgebra e quatro à Geometria. Essas unidades são subdivididas em vinte e nove capítulos, sendo que dezesseis dedicados à Álgebra e treze à Geometria. Devemos assinalar que, dos oito capítulos dedicados à Trigonometria, seis a tratam de uma maneira algébrica. Contamos aproximadamente 119 páginas para Geometria, incluindo Trigonometria, e 183 páginas para Álgebra. Contamos um total de 733 exercícios na parte de Geometria, sendo 110 resolvidos, 198 atividades e 425 complementares. Por fim, o autor avisa que ao final do

terceiro e último volume da série, não analisado aqui, se encontram cerca de 800 exercícios propostos, visando os exames vestibulares.

Apesar de intercalar a parte relacionada à Trigonometria entre os primeiros capítulos, deixa o restante da Geometria para o final. Se imaginarmos o conteúdo do livro sendo seguido na ordem que se encontra, a parte relacionada à Geometria fica alocada ao final de cada semestre – mais uma vez recaindo no problema que vem sendo sistematicamente denunciado nesse trabalho: o aligeiramento ou mesmo a supressão de partes do programa de Geometria.

Possui bibliografia.

Chamou-nos a atenção um trecho da apresentação do livro de Paiva (2002):



Acreditamos que o objetivo maior de um professor é despertar em seus alunos a curiosidade que os estimule a explorar e a fazer suas próprias descobertas. Espero que, em muitos momentos, este livro consiga atingir esse objetivo.

Manoel Paiva

Figura 39
Matemática
Conceitos, linguagem e aplicações
Volume 2 (2002)
Manoel Paiva
(Acervo pessoal)

Tendo sido lançado logo após o PNE (2001) e o PCN Ensino Médio (2000), parece refletir uma nova forma de ver a relação do conhecimento com a escola, preconizada por esses documentos. No texto das bases legais do PCN (BRASIL, 2000, p.15) são propostas como novas diretrizes para a Educação no Ensino Médio, o “aprender a conhecer”, “aprender a fazer”, “aprender a viver” e “aprender a ser”. Consideramos que, possivelmente, tais diretrizes possam ter sido traduzidas na fala de Paiva (2002) como “despertar”, “estimular”, “explorar”, “suas próprias descobertas”. Nos parece que estas se tornarão as novas tônicas que doravante parametrizarão a Matemática escolar e estarão mais explicitamente colocadas nos livros didáticos. Se isso realmente aconteceu (ou não) é um tema que pode ser explorado em trabalhos futuros.

Observação do livro de Gelson Iezzi (e outros) para o início do século XXI.

Ano	Livro	Autor	Editora
2004 2ª edição	Matemática Ciência e Aplicações Volume 1 e Volume 2	Gelson Iezzi Osvaldo Dolce David Degenszajn Roberto Périgo Nilze de Almeida	Editora Atual

Quando constatamos que, fortuitamente, estávamos fazendo a análise de três livros cujos autores mais destacados eram os mesmos, quisemos aproveitar a oportunidade de comparar sua evolução ao longo do tempo. Os dois primeiros, analisados anteriormente, foram os primeiros volumes de duas edições diferentes da série Matemática 2º Grau. Quando iniciamos a análise do primeiro volume desta nova coleção, constatamos que a maioria dos conteúdos de Geometria tratados no primeiro volume da coleção antiga foram transferidos para o segundo volume da nova, o que nos motivou a analisar simultaneamente os dois primeiros volumes desta vez.

Nestes livros, de 2004, vemos os consagrados autores Gelson Iezzi e Osvaldo Dolce, agora acompanhados por coautores diferentes dos livros analisados anteriormente, de 1974 e 1990.

A apresentação da coleção de três volumes mudou. Além da descrição dos seus conteúdos, os autores procuram expor a nova didática utilizada, introduzindo os assuntos de uma maneira mais intuitiva e coloquial, mas trazendo os conceitos de uma maneira rigorosa e precisa. Contam que buscaram mostrar justificativas de propriedades e teoremas mais simples, na parte relacionada a Álgebra. A parte relacionada à Geometria Espacial é tratada numa linguagem inteiramente coloquial, concreta, que vai ao encontro das orientações dos PCN. Os autores enfatizam ainda a utilização de temas transversais e do cotidiano dos alunos como facilitadores da aprendizagem (Figura 40).

Levando em conta as propostas dos Parâmetros Curriculares Nacionais para o ensino médio, apresentamos muitos exemplos de aplicação da Matemática às outras ciências e à realidade dos alunos. Nesses exemplos, não perdemos a oportunidade de tocar em alguns dos temas transversais, como cidadania, meio ambiente, pluralidade social, racial, cultural e religiosa. Quando tratamos da matemática financeira e da estatística, assuntos bastante ligados ao nosso dia-a-dia, recorremos exaustivamente a matérias de jornais e de revistas.

Figura 40

Matemática

Ciência e Aplicações Volume 2 (2004)

Gelson Iezzi; Osvaldo Dolce; David Degenszajn;

Roberto Périgo; Nilze de Almeida

(Acervo pessoal)

Como os livros anteriores, continuam trazendo temas da História da Matemática para ilustrar ou complementar algumas abordagens.

Não enfatizam mais a quantidade de exercícios, mas fazem referência que alguns deles foram retirados de exames vestibulares e provas do ENEM (Exame Nacional do Ensino Médio).

A simbologia da linguagem dos conjuntos continua sendo utilizada em alguns conteúdos.

No sumário dos dois volumes, notamos alterações em relação aos livros anteriores. No primeiro volume, são treze capítulos, contra os nove dos livros anteriores. Desses treze capítulos, três são dedicados à Geometria, trazendo os assuntos: semelhança de triângulos, trigonometria no triângulo retângulo e resolução de triângulos. Vemos que, embora a parte relacionada à Geometria tenha passado de um para três capítulos, o conteúdo diminuiu. Tendo acesso ao segundo volume da coleção, notamos que nele se concentra a maioria dos conteúdos relacionados à Geometria. No primeiro volume, a parte destinada à Geometria foi deixada inteiramente para o final do livro.

Das 398 páginas, coube à Geometria apenas 65 (16,3 %). Dos 954 exercícios, 837 se relacionavam à Álgebra e 117 à Geometria (12,2%). Dos 408 testes, 330 eram de Álgebra e 78 de Geometria (19,1%).

No segundo volume, notamos uma distribuição dos capítulos dedicados à Geometria ao longo do livro. As funções circulares, que ocupavam o último capítulo do primeiro volume da coleção antiga, agora ocupam os cinco primeiros capítulos do segundo volume. Os conteúdos de Geometria retornam no nono e no décimo capítulos, e encerram o livro do

décimo quarto ao vigésimo. Assim, notamos que a parte dedicada à Geometria (308 páginas, 60,7%) é maior que a da Álgebra (199 páginas, 39,2%). Outra constatação é a de que os autores se preocuparam em adequar sua coleção à nova orientação vigente à época para o Ensino Médio: PCN+ (2002).

Nos dois volumes encontramos referências à História da Matemática, usadas para explicar o surgimento e algumas aplicações de conteúdos. Em muitos exercícios foram encontradas contextualizações – também preconizadas pelo PCN+. Não encontramos referências diretas a outras disciplinas nestes dois primeiros volumes.

Ao final de cada capítulo, ofereceram alguns exercícios chamados de desafios, que não continham respostas. É notável a quantidade de exercícios que seguem um mesmo modelo, o que sugere um método de treinamento. Esse fato, aliado ao grande número de testes de vestibulares mostra que a tendência aos métodos do período tecnicista ainda não foram abandonados.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Essa pesquisa desenvolveu-se na busca de respostas às questões:

- Como se deu a evolução na abordagem ao ensino da Geometria, nos livros didáticos, no período compreendido entre a década de 1940 e o início do século XXI?
- Quais as tendências para o ensino de Geometria puderam ser percebidas nesse período, por meio da análise dos livros didáticos?
- Essas tendências acompanharam as recomendações da legislação educacional?

Nesse processo, foi possível perceber que no período anterior àquele delimitado para nossa pesquisa ocorreu um intenso processo de urbanização no Brasil, que fez crescer a população, as cidades e a atividade econômica. Esse conjunto de fatores fez aumentar a demanda por escolarização, combate ao analfabetismo e qualificação da mão-de-obra. Todo esse crescimento, no entanto, não se fez acompanhar do proporcional – e necessário – investimento no setor educacional. As medidas e reformas implementadas atenderam, de forma pontual, às reivindicações – em especial de setores mais influentes da sociedade. Foram justamente esses setores – maiores clientes em potencial do ensino médio – os atendidos no período compreendido entre 1937 e 1950, quando teve início o processo de organização dessa etapa da Educação brasileira.

As Reformas Francisco Campos e Capanema formataram em três anos o ensino médio, propuseram um currículo próprio e o definiram como forma de acesso ao ensino superior. Essa configuração ocorre no momento em que há, também, a unificação da Matemática, por Euclides Roxo, primeiramente para o Colégio Pedro II, depois para os demais colégios. Ainda nesse período ocorrem as Guerras Mundiais e as crises econômicas que atingem praticamente todos os países, envolvidos ou não diretamente no conflito. Tais crises dificultam a importação de livros didáticos – seja por questões de circulação de mercadorias, seja por questões de elevação de custos. Vimos aí, então, o crescimento da produção de livros didáticos nacionais, escritos por autores brasileiros. Esses livros – ainda que sob influência da produção estrangeira, passível de ser observada nas referências bibliográficas dos mesmos – buscavam atender às exigências das novas orientações criadas para o ensino médio. Na Matemática, especificamente no que se refere ao ensino da Geometria, ainda que a legislação oriente para uma abordagem prática e intuitiva, nas séries iniciais, e somente depois seja trabalhado o enfoque dedutivo, o que foi possível observar nos

livros didáticos é a predominância desse enfoque, o destaque para os aspectos formais e conteúdo enciclopédico.

O período que vem a seguir - de 1951 a 1966, o Programa Mínimo – expõe claramente o agravamento dos problemas já detectados no período anterior. A demanda por educação e o acesso à escola continuam crescendo, os investimentos continuam insuficientes e, junta-se a isso, a crescente falta de professores. O Programa Mínimo listava, então, o que deveria ser básico na formação e abria a possibilidade, para cada estado da federação, complementar, criando seu próprio currículo. Na Matemática, orientava-se que não se privilegiasse a teoria e a abstração que não fossem absolutamente necessárias. A Geometria começa a se apresentar nos livros didáticos de forma mais simplificada, não tratando de conteúdos complexos como no período anterior – é possível perceber que começa a ficar mais próxima da abordagem que encontramos nos últimos livros didáticos analisados. Alguns autores por nós consultados (PAVANELLO, 1989; GOMES, 2007), afirmam que a Geometria vai perdendo cada vez mais espaço na prática escolar cotidiana, embora ainda permaneça nos livros didáticos. Ressaltam que tal perda de espaço, no entanto, se deu de forma mais intensa nas escolas públicas, em geral pela deficiência de formação de seus professores, embora também registrem a existência da alegação de falta de tempo para cumprir o programa. Esses mesmos autores sinalizam, embora não explicitem, a existência de uma inadequação de formação dos alunos que chegavam ao ensino médio; o que nos leva a crer na existência de maiores e mais complexos problemas na etapa anterior de sua formação escolar.

Não podemos deixar de mencionar mais uma vez que, no livro de Castrucci (1955) para esse período – conforme já chamamos a atenção no capítulo anterior – há a sutil orientação aos futuros professores do magistério secundário, para que se aprofundem no estudo da Geometria.

A década de 60, do século XX, vê chegar ao Brasil, o Movimento da Matemática Moderna. Num ambiente socioeducacional no qual predominava o sentimento de “ineficiência do ensino secundário”, a proposta de modernização teve boa receptividade. Apesar de ser, originalmente, uma proposta curricular para o estado de São Paulo, acabou por se expandir para todo o País. No ensino da Matemática, se discutia a aproximação entre as abordagens matemáticas do ensino superior com as do ensino médio. No entanto, persistiam as dificuldades, relatadas anteriormente, em relação à formação dos professores. A complexidade da proposta da Matemática Moderna acaba por não ser bem assimilada e, conseqüentemente, bem aplicada. O ensino da Geometria, que já vinha sendo comprometido desde períodos anteriores, se deteriora. Nos livros didáticos – que podem ser considerados

pontos de apoio ao desempenho do professor – a Geometria foi a que apresentou maiores dificuldades, na abordagem sob o enfoque das transformações. Segundo as palavras de Castrucci (1968), no prefácio do seu livro, as dificuldades seriam tanto dos professores quanto dos alunos, o que o leva a preconizar uma evolução e não uma revolução. Tanto que, no segundo volume da coleção, na edição seguinte (Castrucci, 1969), as demonstrações perdem sua rigidez em relação à linguagem dos conjuntos.

Os anos 70, do século XX, trazem o reconhecimento do fracasso da Matemática Moderna. Durante um período de tempo, os livros didáticos ainda oscilam entre o que preservar e o que descartar em relação a ela. A chegada de uma nova LDB, em 1971, somou-se à criação das Licenciaturas Curtas, para comprometer ainda mais a formação de professores. Os autores por nós pesquisados relatam um aumento significativo da dependência em relação aos livros didáticos, por parte dos docentes do ensino médio. O “seguir o livro” parecer ser uma prática escolar com gênese nesse período.

O ambiente democrático que se estabeleceu após o fim da ditadura militar, favoreceu a abertura do diálogo em diversas frentes. Na Matemática não foi diferente. Nesse momento, intensificam-se os debates e as pesquisas acerca dos problemas no seu ensino; passam a conviver diferentes tendências e cresce a participação da Educação Matemática na busca por alternativas. Nos livros didáticos foi possível perceber que o conteúdo passa a ser apenas o essencial de cada assunto, as formalizações diminuem, enquanto o número de exercícios aumenta. Exercícios resolvidos seguidos por exercícios a resolver, dentro do mesmo modelo, são encontrados com frequência – deduzimos que por influência do modelo tecnicista. No livro Matemática (Iezzi e outros, 1974 e 1990) ainda encontramos resíduos da Matemática Moderna, mas o uso da Teoria dos Conjuntos se dá de modo mais informal. A Geometria continua a ser alocada nas páginas finais dos livros, o que para alguns autores significaria ser tratada ao final do ano letivo, de forma aligeirada, apenas para cumprir o programa; ou mesmo não ser tratada, por falta de tempo.

Nos anos 80, se começa a perceber o retorno da História da Matemática, de uma forma mais ilustrativa – digamos, contando uma história – buscando contextualizar alguns temas e deixar fluir uma narrativa que envolva o aluno. Aliás, nesse período o número de alunos a ser envolvido aumenta muito: o PNLD é lançado em 1985 e, a partir de então, vai progressivamente atender todo o público da Educação Básica. A expansão desse atendimento, fazendo o livro didático chegar a diferentes lugares e públicos, talvez seja responsável pela “interface mais amigável” que, intuitivamente, sentimos – falta-nos um termo melhor para definir o conjunto formado pela disposição do conteúdo, diagramação e ilustrações.

Dos anos 90 ao início do século XXI – na nossa pesquisa, até o ano de 2004 – o que nos chamou a atenção, em particular, foi o detalhamento que a legislação educacional proporcionou (as Diretrizes Curriculares, as Orientações Curriculares, os Parâmetros Curriculares). As inúmeras discussões que tiveram início tempos atrás parecem ter sido traduzidas em orientações específicas à ação de ensinar. E mais, falava-se explicitamente também sobre a ação do aprender. Essas orientações abarcaram aspectos de diferentes campos: de conceitos filosóficos à metodológicos; do conteúdo propriamente dito de cada disciplina aos conteúdos transversais.

Chegaram aos livros didáticos conceitos como a contextualização, a interdisciplinaridade e a diversidade. A tecnologia - que se expandia em rápido processo e já havia atingido a Educação – ainda não encontrava um bom ambiente de diálogo com os livros. Embora as calculadoras já estejam popularizadas, dos livros que analisamos somente o de Manoel Paiva (2002) faz menção a seu uso. Entretanto, há que se ressaltar que, embora as orientações vigentes enfatizassem a importância das relações com o mundo, a cultura e a tecnologia, o PNL D – fórum de diálogo com os livros didáticos – somente mais adiante iria assimilar essa nova realidade tecnológica.

A Geometria Dinâmica já era uma realidade nesse período, mas também nenhum livro analisado fez menção a ela. Segundo as orientações em vigor, a Geometria deveria ser tratada nas três séries do Ensino Médio, sequencialmente a Geometria Plana, depois a Geometria Espacial e, por fim, a Geometria Analítica. A forma de abordagem, nos livros que tivemos acesso, não trouxe inovações. E continuaram alocando a Geometria ao final do livro didático.

O que percebemos ao longo desse estudo, no manuseio dos livros didáticos, é que conforme o acesso à educação escolar expandiu-se – atingindo um número maior de indivíduos e as massas trabalhadoras – o estímulo ao pensamento científico foi se tornando mais tímido, superficial ou mesmo inexistente.

Associamos o desenvolvimento do pensamento científico ao desenvolvimento do pensamento geométrico. Eves (2004, p.132) nos diz que na entrada da “Academia”, de Platão estava escrito: “Que aqui não adentrem aqueles não-versados em geometria”. Ainda segundo Eves, a Platão não pode ser creditada nenhuma descoberta no campo da Matemática; no entanto, sua importância como filósofo – que transpõe séculos – reside numa convicção entusiástica de que a Geometria podia fornecer o mais refinado treinamento do espírito, sendo essencial para aqueles que desejassem pensar o mundo e suas relações.

De acordo com Boyer, (1974; p. 4, p. 20, p. 56 e p. 57), Eves (2004; p. 94) e Roque (2012; p. 138), o pensamento científico surgiu com a Geometria, assim como o método

dedutivo. Em tempos atuais, são reconhecidas as contribuições da Geometria Pura à Análise e ao desenvolvimento da Topologia – que se tornou um dos campos mais avançados da Matemática na atualidade (BOYER, 1974, p. 355; EVES, 2004, p. 655; ROQUE, 2012, p.473). Queremos enfatizar com isso a importância da Geometria na construção da Ciência, como temos hoje.

A prática recorrente em muitos livros, por nós analisados, de alocar a Geometria nos capítulos finais tem como consequência a insistente possibilidade de não ser tratada em sala de aula, ou ser tratada de forma aligeirada, ao final do período letivo. Ainda que os documentos oficiais mantenham o ensino da Geometria no currículo do Ensino Médio, seu conteúdo já não apresenta a dimensão que se encontrava na fala de Platão.

Reconhecemos que a expansão do conhecimento que adentrou à escola nos últimos tempos – e em especial a partir da segunda metade do século XX – fragmentou a importância de praticamente todos os conteúdos que passaram a ser necessários à formação de nossos jovens. No entanto, reconhecemos também que, em linhas gerais, talvez tenha sido a Geometria uma das maiores vítimas da proliferação desses conteúdos a serem tratados na escola. Especulamos aqui (visto não ser o objeto de nossos estudos), se a perda de prestígio da Geometria, dentro do programa de ensino da Matemática - que passa a ser notada, de forma gradual, no período compreendido entre o Programa Mínimo (1951) e o final da década de 90, nos livros didáticos - não teria se intensificado ainda mais frente às dificuldades trazidas pelo Movimento da Matemática Moderna.

Reconhecidamente difícil de ser ensinada dentro da abordagem proposta pela Matemática Moderna, a Geometria encontrou também entraves na formação dos professores e, conseqüentemente, no processo de ensino-aprendizagem. Some-se a isso o período político e educacional que sucedeu o movimento, passando a privilegiar a visão neoliberal, traduzida na Educação pelo método tecnicista. Difícil de ensinar e não mais reconhecida como fator de importância para o desenvolvimento do pensamento científico do educando – o fazer suplantou o pensar, naquele momento – a Geometria foi diminuída de seu protagonismo.

Foi somente com as novas orientações curriculares do final do século XX e início do século XXI, que a importância da Geometria voltou a ser resgatada, ocupando novamente espaços similares aos dos demais componentes do programa de Matemática nos livros didáticos. Podemos perceber isso na análise dos livros do período, na quantidade de capítulos dedicados ao ensino de Geometria, no intercalar desses capítulos aos que tratam de outros conteúdos matemáticos. Em alguns livros por nós analisados, a Geometria não estava mais relegada às páginas finais; passou a se inter-relacionar com o cotidiano; remete ao passado, à

História da Matemática, mas também une-se ao futuro, seja com base na Geometria Dinâmica ou nas novas aplicações matemáticas.

A “nova” Geometria já é uma realidade dentro de alguns livros, dentro de trabalhos acadêmicos e mesmo na legislação educacional (em vigor até o momento em que foi escrito esse trabalho). Resta ser encampada pela prática cotidiana dos professores, nas salas de aula, nos cursos de formação. Mas isso é, novamente, uma opção política que demandará esforços para manter as conquistas recentes e impedir retrocessos futuros.

Consideramos que os objetivos propostos, inicialmente, para a nossa pesquisa foram atendidos. Foi possível mapear as transformações ocorridas no ensino da Geometria, ao longo do período compreendido entre a década de 1940 e o início do século XXI no texto dos livros didáticos e na forma de abordagem dos conteúdos matemáticos. E também, inter-relacioná-las ao contexto social, político, econômico e legal que envolvia a escola e nela – e em seus materiais didáticos, como é o caso dos livros - se refletia.

Nos livros por nós analisados, foi possível perceber que a adequação à legislação educacional nem sempre se deu de imediato, principalmente nos livros de períodos anteriores aos anos 80, do século XX. Consideramos que a produção gráfica daquele tempo não dispunha de recursos tecnológicos que viabilizassem a revisão, a adequação e a impressão em curto espaço de tempo; além dos custos editoriais significativos. No entanto, também foi possível perceber – e destacamos esse fato ao longo de nossa análise¹³ – que alguns autores hesitavam em aderir às novas propostas. Foi somente com os PNLD, em 1985, e a formalização das regras para a participação nos catálogos oficiais das obras que seriam adquiridas pelo governo para a distribuição nas escolas – e dentre essas regras a rígida observância à legislação educacional – é que encontramos uma correspondência mais exata entre o que propunha a lei e o que era apresentado nos livros que analisamos.

Finalizando, queremos ressaltar a contribuição que essa pesquisa nos proporcionou, no sentido de ampliar os horizontes de entendimento da relação da escola com a sociedade, dos reflexos dessa relação com o conteúdo e a forma de ensinar, e de como todo esse processo foi traduzido no livro didático. Nem sempre ao fazer uso de um livro didático, na sala de aula, temos tempo e capacidade perceptiva para apreender a complexidade dessas relações. E então, por vezes, reduzimos nosso discurso àquele debate que os colegas mencionados no início desse trabalho travaram: é melhor o livro ou a apostila? Respondemos: o melhor é estar consciente da proposta pedagógica que existe por trás de um e outro.

¹³ Chamamos a atenção para as Figuras 14, 15, 18, 23, 26 e 30, nas quais os autores explicitam não seguirem as orientações em vigor no período.

Se pensarmos na continuidade possível para futuras pesquisas, podemos dizer que a relação do livro didático com a Educação e a sociedade é um caminho longo, que ainda alimentará a curiosidade de muitos colegas pesquisadores. E desvendará meandros que, talvez, sequer tenham sido aventados ainda. O reconhecimento da dimensão política da Educação, com seus consequentes reflexos no ensino da Matemática, foi o maior legado que essa pesquisa nos deixou.

De nossa parte, apesar da enorme contribuição que a pesquisa sobre livros didáticos de Matemática nos trouxe como educadores, ela também permitiu que se abrissem outros caminhos, que conduziram a novas curiosidades, novos temas.

Sendo a Matemática cada vez mais essencial à sociedade, sendo a Geometria uma forma de contribuição ao desenvolvimento do pensamento científico, sendo a tecnologia uma interface que não poderá mais ser desprezada, nos seduz a perspectiva de investigar a forma como se dará o desenvolvimento desse diálogo.

Uma vez que neste trabalho observamos em retrospectiva a relação da Matemática com o livro didático, instiga-nos pesquisar o futuro dessa relação – quando o “livro didático” não mais tiver a forma, a linguagem e a relação didática que vimos até aqui.

Novos caminhos a caminhar!

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, F. F. et al. *Matemática Primeiro Volume para a 1ª. série dos Cursos Clássico e Científico*. São Paulo: Editora do Brasil, 1944. Disponível em GHEMAT - Grupo de Pesquisa de História da Educação Matemática no Brasil- <www.unifesp.br/centros/ghemat>. Acesso em: 21 out.2016.

ANDRADE, J.A.A.; NACARATO, A.M. Tendências Didático-Pedagógicas para o Ensino de Geometria. In: ANPED, 27. GT 19. 2007, Caxambu. *Anais eletrônicos*. Disponível em: <27reuniao.anped.org.br/>. Acesso em: 10 out.2016.

ALENCAR, F.; CARPI, L.; RIBEIRO, M. V. *História da Sociedade Brasileira*. 2 ed. Rio de Janeiro: Ao Livro Técnico, 1984.

ARAÚJO LOPES, J. *Livro Didático de Matemática: Concepção, Seleção e Possibilidades frente a descritores de análise e tendências em Educação Matemática*. 2000. 264 f. Tese (Doutorado em Educação). Faculdade de Educação, Universidade de Campinas, Campinas.

BASSANEZI, R.C. *Ensino-aprendizagem com modelagem matemática*. 3 ed. São Paulo: Contexto, 2002. Disponível em: <www.researchgate.net/publication/256007243_Ensino_-_aprendizagem_com_Modelagem_matematica>. Acesso em: 03 dez.2016.

BEZERRA, M.J. *Moderno Curso de Matemática*. São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1968.

BOYER, C.B. *História da Matemática*. São Paulo: Edgard Blücher, 1974.

BOMENY, H. *A educação no segundo governo Vargas*. Rio de Janeiro: CPDOC – Fundação Getúlio Vargas. [2004?] Disponível em: <cpdoc.fgv.br/producao/dossies/AEraVargas2/artigos/EleVoltou/Educacao>. Acesso em: 09 out.2016.

BOMENY, H. *O sentido político da Educação de Jango*. Rio de Janeiro: CPDOC – Fundação Getúlio Vargas. [2004?] Disponível em: <cpdoc.fgv.br/producao/dossies/Jango/artigos/NaPresidenciaRepublica/O_sentido_politico_da_educacao_de_Jango>. Acesso em: 09 out.2016.

BRASIL, PRESIDÊNCIA DA REPÚBLICA, CASA CIVIL. Decreto-lei 4.244, de 09 de abril de 1942. Lei Orgânica do Ensino Secundário. Disponível em: <www.planalto.gov.br/ccivil_03/decreto-lei/1937-1946/De14244.htm>. Acesso em: 15 out.2016.

BRASIL, Ministério da Educação. *Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Básico*. Brasília, 2013. 562 p. Disponível em: <portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=13448-diretrizes-curriculares-nacionais-2013-pdf&Itemid=30192>. Acesso em: 12 nov.2016.

BRASIL, Ministério da Educação, FNDE. *Histórico*. Brasília, [20--?]. Disponível em: <www.fnde.gov.br/programas/livro-didatico/item/518-hist%C3%B3rico>. Acesso em: 02 dez.2016.

BRASIL, Ministério da Educação, FNDE. *Programa Nacional do Livro Didático*. Brasília, [20--?]. Disponível em: <www.fnde.gov.br/>. Acesso em: 02dez.2016.

BRASIL, Ministério da Educação, FNDE. *Matemática: catálogo do Programa Nacional do Livro para o Ensino Médio: PNLEM/2009*. Brasília, 2008. 87 p. Disponível em: <www.fnde.gov.br/programas/livro-didatico/guias-do-pnld>. Acesso em: 15 dez.2016.

BRASIL, Ministério da Educação, FNDE. *Matemática: catálogo do Programa Nacional do Livro para o Ensino Médio: PNLEM/2012*. Brasília, 2011. Disponível em: <www.fnde.gov.br/programas/livro-didatico/guias-do-pnld>. Acesso em: 15 dez.2016.

BRASIL, Ministério da Educação, FNDE. *Matemática: catálogo do Programa Nacional do Livro para o Ensino Médio: PNLD/2015*. Brasília, 2014. 104 p. Disponível em: <www.fnde.gov.br/programas/livro-didatico/guias-do-pnld>. Acesso em: 15 dez.2016.

BRASIL, Ministério da Educação. *Orientações Curriculares para o Ensino Médio*. Brasília, 2006. 135 p. Disponível em: <portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/book_volume_03_internet.pdf>. Acesso em: 04 nov.2016.

BRASIL, Ministério da Educação. *Parâmetros Curriculares Nacionais Ensino Médio*. Brasília, 2000. 71 p. Disponível em: <portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/14_24.pdf>. Acesso em: 04 nov.2016.

BRASIL, Ministério da Educação. *PCN+*. Brasília, 2002. 144 p. Disponível em: <portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/book_volume_02_internet.pdf>. Acesso em: 04 nov.2016.

BRASIL, Ministério da Educação. *PCN Matemática*. Brasília, 1998. 148 p. Disponível em: <portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>. Acesso em: 11 nov.2016.

BRASIL, Ministério da Educação. *PNLEM/2007*. Brasília: DOU, 14/11/2006, nº 218, seção 1, página 35. Disponível em: <pesquisa.in.gov.br/imprensa/jsp/visualiza/index.jsp?jornal=1&pagina=35&data=14/11/2006>. Acesso em: 20 out.2016.

BRASIL, Ministério da Educação. *Plano Nacional de Educação*. Brasília, 2001. 186 p. Disponível em: <www.dominiopublico.gov.br/download/texto/me000069.pdf>. Acesso em: 04 nov.2016.

BRASIL, Decreto-lei nº 1.006, de 30 de dezembro de 1938. Estabelece as condições de produção, importação e utilização do livro didático. Disponível em: <www2.camara.leg.br/legin/fed/declei/1930-1939/decreto-lei-1006-30-dezembro-1938-350741-publicacaooriginal-1-pe.html>. Acessado em 15/10/2016.

CARVALHO, J.B.P. et al. Euclides Roxo e o movimento de reforma do ensino de matemática na década de 30. *Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos*, Brasília, v.81, n. 199, p. 415-424, set./dez. 2000. Disponível em: <www.repositorio.uff.br/jspui/handle/1/323>. Acesso em: 15/10/2016.

CARVALHO, J. M. *A Construção da Ordem / Teatro de Sombras*. 2 ed. Rio de Janeiro: UFRJ; Relume-Dumará, 1996.

CARVALHO, T.M. *Lições de Matemática*. 6 ed. [S.l.: s.n.], 1938.

CANDIDO, C.C.; SILVA, L. Modelo de Aprendizagem de Geometria do casal Van Hiele. In: SIMPÓSIO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA E PÓS-GRADUAÇÃO, 2., 2007, São Paulo. *Anais eletrônicos*. São Paulo: Universidade de São Paulo, Instituto de Matemática, 2007. Disponível em: <www.ime.usp.br/~cpq/main/arquivos/outros/Luciana%20Silva.pdf>. Acesso em: 19 jan.2017.

CASTRUCCI, B. *Lições de Geometria Plana*. [S.l.:s.n.], 1955. Disponível em: <www.unifesp.br/centros/ghemat>. Acesso em: 21 out.2016.

CASTRUCCI, B. *Geometria Curso Moderno*. v. 1. 3 ed. Rio de Janeiro: Nobel, 1968.

CASTRUCCI, B. *Geometria Curso Moderno*. v. 2. 3 ed. Rio de Janeiro: Nobel, 1969.

CHERVEL, A; COMPÈRE, Marie-Madeleine. As humanidades no ensino. Tradução de Circe Maria Fernandes Bittencourt. *Educação & Pesquisa*, São Paulo, v. 25, n.2, p. 149-170, 1999. Disponível em: <www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1517-97021999000200011>. Acesso em: 21 nov.2016.

CHERVEL, A. História das disciplinas escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa. *Teoria & Educação*, Porto Alegre, v.2, p.177-229, 1990.

D'AMBRÓSIO, U. *Uma História concisa da Matemática no Brasil*. 2 ed..Petrópolis: Vozes, 2011.

_____. *Educação Matemática e a crise da civilização moderna*. [200-?]. Disponível em: <ubiratandambrosio.blogspot.com.br/p/textos.html>. Acesso em 15 nov.2016.

DANTE, L.R. Livro Didático: uso ou abuso? *Em Aberto*, Brasília, ano 16, n.69, p. 83-97, jan./mar. 1996. Disponível em: <rbep.inep.gov.br/index.php/emaberto/article/view/2068/2037>. Acessado em 12 dez.2016.

ENRICO, I.P. *Matemática Primeira Série Curso Colegial*. 3 ed. Rio de Janeiro: FTD, 1965.

EVES, H. *Introdução à História da Matemática*. Campinas: UNICAMP, 2004.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. *O profissional em Educação Matemática*. Preprint, [S.l.: s.n.], 2001. Disponível em: <www.ufjf.br/mestradoedumat/files/2016/07/O_profissional_em_Educacao_Matematica-Erica2108.pdf>. Acesso em: 11 nov.2016.

FIorentini, D. Alguns modos de ver e conceber o ensino da Matemática no Brasil. *Zetetiké*, São Paulo, ano 3, n.4, p. 1-38, 1995. Disponível em: <ojs.fe.unicamp.br/ged/zetetike/article/view/2561>. Acesso em: 09 nov.2016.

GHEMAT - Grupo de Pesquisa de História da Educação Matemática no Brasil - <www.unifesp.br/centros/ghemat>.

GERHARDT, T.E.; SILVEIRA, D.T. Métodos de Pesquisa. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009.

GHIRALDELLI JR, P. *Introdução à Educação Escolar Brasileira: História, Política e Filosofia da Educação*. Versão prévia, [S.l.: s.n.], 2001.

GODOY, A.S. Pesquisa Qualitativa. *Revista de Administração de Empresas*. São Paulo, v.35, n.3, p.20-29, mai/jun. 1995. Disponível em: <bibliotecadigital.fgv.br/ojs/index.php/rae/article/download/38200/36944>. Acesso em: 25/05/2017.

GODOY, E.V. & SANTOS, V.M. O cenário do ensino de Matemática e o debate sobre o currículo de Matemática. *Revista Práxis Educacional*, Vitória da Conquista (BA), v.8, n.13, p.253-280. jul/dez, 2012. Disponível em: <periodicos.uesb.br/index.php/praxis/article/viewFile/1590/1462>. Acesso em: 21 out.2016.

GOMES, M.R.B. et al. A matemática escolar do curso ginásial no colégio Taylor-gídio (1950-1959). *Educ. Matem. Pesq.*, São Paulo, v.18, n.2, pp. 627-647, 2016. Disponível em: <revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/download/24352/pdf>. Acesso em: 12 out.2016.

GOMES, M. L. M. *História do Ensino da Matemática: uma introdução*. Belo Horizonte: CAED-UFGM, 2012.

_____. Ensino da Geometria no Brasil nas últimas décadas: da ausência à presença com prevalência das abordagens experimentais. In: SEMINÁRIO DE ENSINO DE GEOMETRIA, 1., 2007, Ouro Preto. *Anais eletrônicos*. Ouro Preto: UFOP, p. 5-23, 2007. Disponível em: <pt.scribd.com/document/59094678/Ensino-Da-Geometria-No-Brasil-MLaura>. Acesso em 4 jan 2017.

GRAVINA, M.A. Geometria Dinâmica: uma nova abordagem para o aprendizado da Geometria. SIMPÓSIO BRASILEIRO DE INFORMÁTICA NA EDUCAÇÃO, 7., Belo Horizonte. Anais. p. 1-13. Belo Horizonte, 1996.

HOUAISS, Antônio. *Dicionário Houaiss da Língua Portuguesa*. Disponível em: <houaiss.uol.com.br/pub/apps/www/v3-0/html/index.htm#0>.

KANG, T. H. Educando a Elite para garantir o Progresso Nacional: Políticas Educacionais e Ensino Primário no Brasil, 1930-1964. ENCONTRO NACIONAL DE ECONOMIA - ANPEC, 41., 2013. *Anais eletrônicos*. Disponível em: <www.anpec.org.br/encontro/2013/files_I/i3-246f81cc581efebd9a000b0b75e7578a.pdf>. Acesso em: 13 out.2016.

_____. *Instituições, Voz Política e atraso educacional no Brasil 1930-1954*. 2010. 196 f. Dissertação (Mestrado em Economia) – Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade, Universidade de São Paulo, São Paulo. Disponível em: <www.teses.usp.br/teses/disponiveis/12/12140/tde-01052010-141552/pt-br.php>. Acesso em 19 out.2016.

IEZZI, G. et al. *Matemática 1ª. série 2º. Grau*. 3 ed revisada. São Paulo: Atual, 1974.

_____. *Matemática 1ª. série 2º. Grau*. Livro do Professor. São Paulo: Atual, 1990. 10 ed revista e atualizada.

_____. *Matemática Ciência e Aplicações*. v 2. São Paulo: Atual, 2004. 2 ed.

LAJOLO, M. Livro Didático: um (quase) manual do usuário. *Em Aberto*, Brasília, ano 16, n.69, jan./mar. 1996. Disponível em: <www.dominiopublico.gov.br/download/texto/me001398.pdf>. Acesso em: 10 dez.2016.

LIRA, A. T.N. *A Legislação de Educação no Brasil durante a ditadura militar (1964-1985): um espaço de disputas*. 2010. 367 f. Tese (Doutorado em História Social) – Instituto de Ciências Humanas e Filosofia, Universidade federal Fluminense, Niterói. Disponível em: <www.historia.uff.br/stricto/td/1265.pdf>. Acesso em: 7 out.2016.

MARQUES, A.S. *Tempos Pré-Modernos: a Matemática Escolar dos Anos 1950*. 2005. 161 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Matemática, Pontifícia Universidade Católica, São Paulo. Disponível em: <sapientia.pucsp.br/handle/handle/10926>. Acesso em: 10 out.2016.

MARTINS, F.M.L. et al. Ensinar através da Modelação Matemática. *Educação e Formação*, Coimbra (Portugal), n.8, p. 165-180, 2013. Disponível em: <www.exedrajournal.com/wp-content/uploads/2014/09/12.pdf>. Acesso em: 4 dez.2016.

MINAYO, M. C. S. *O desafio do conhecimento*. São Paulo: HUCITEC, 2007.

MORALES, C. et al. *Uma História da Educação Matemática no Brasil através dos livros didáticos de Matemática dos anos finais do Ensino Fundamental*. 2003. 174 f. Monografia (Pós-Graduação em Metodologia do Ensino-aprendizagem da Matemática) -. Faculdade de Educação São Luís, Jaboticabal, SP. Disponível em: <www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/MATEMATICA/Monografia_Morales.pdf>. Acesso em: 26 out.2016.

OLIVEIRA FILHO, F. Os cursos complementares como embrião da disciplina Matemática para o Colégio. ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 11., 2013, Curitiba. *Anais eletrônicos*. São Paulo: SBEM, 2013. Disponível em: <sbem.web1471.kinghost.net/anais/XIENEM/autores_f.html>. Acesso em: 15 out.2016.

OLIVEIRA, F. D. Análise de textos didáticos de Matemática: um mapeamento e uma proposta metodológica fundada numa perspectiva hermenêutica. *Bolema – Boletim de Educação Matemática*, Rio Claro (SP), v. 23, nº 35B, p. 477- 496, abril 2010. Disponível em: <www2.rc.unesp.br/bolema/?q=node/204>. Acesso em: 17 out.2016.

PAIVA, M. *Matemática Conceitos, linguagem e aplicações*. v. 2. Rio de Janeiro: Moderna, 2002.

PALMA FILHO, João Cardoso. *Pedagogia Cidadã*. Cadernos de Formação. História da Educação. 3 ed. São Paulo: PROGRAD/UNESP; Santa Clara Editora, 2005.

PAMPLONA, C. *A Política e o Plano Setorial de Educação e Cultura*. Brasília: MEC, 1973. Disponível em: <www.dominiopublico.gov.br/pesquisa/DetailObraDownload.do?select_action=&co_obra=25140&co_midia=2>. Acesso em: 12 out.2016.

PAVANELLO, R.M. *O abandono do ensino de Geometria: uma visão histórica*. 1989. 201 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas. Disponível em: <www.bibliotecadigital.unicamp.br/document/?code=vtls000045423>. Acesso em 8 out.2016.

PETRY, V.A. *Tendências no Ensino da Geometria nas escolas públicas municipais de Esteio/RS*. 2013. 129 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Luterana do Brasil, Canoas (RS).

RIBEIRO, M. L. S. *História da Educação Brasileira*. A Organização Escolar. 13 ed. São Paulo: Autores Associados, 1993.

RODRIGUES, A.C. *O Modelo de Van Hiele de desenvolvimento do pensamento geométrico*. 2007. 110 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) - Departamento de Matemática, Universidade Católica de Brasília, Brasília. Disponível em: <www.ucb.br/sites/100/103/TCC/22007/AlessandraCoelhoRodrigues.pdf>. Acesso em: 19 jan.2017.

ROMANELLI, O. *História da Educação no Brasil*. Petrópolis: Vozes, 1978.

ROQUE, T. *História da Matemática*. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

ROXO, E. et al. *Matemática 2º. Ciclo*, v.2, 2ª. série. Rio de Janeiro: Francisco Alves, 1944. Disponível em: <www.unifesp.br/centros/ghemat>. Acesso em: 21 out.2016.

_____. *Matemática 2º. Ciclo*, v.1, 1ª. série. 2 ed. Rio de Janeiro: Francisco Alves, 1945. Disponível em: <www.unifesp.br/centros/ghemat>. Acesso em: 21 out.2016.

_____. *Matemática 2º. Ciclo*, v.3, 3ª. série. 2 ed. Rio de Janeiro: Francisco Alves, 1946. Disponível em: <www.unifesp.br/centros/ghemat>. Acesso em: 21 out.2016.

SANTOS, S.L.O. *As Políticas Educacionais e a Reforma do Estado Brasileiro*. 2010. 122 f.. Dissertação (Mestrado em Ciência Política) - Programa de Pós-Graduação em Ciência Política, Universidade Federal Fluminense, Niterói. Disponível em: <www.uff.br/dcp/wp-content/uploads/2011/10/Disserta%C3%A7%C3%A3o-de-2010-Sebasti%C3%A3o-Luiz-Oliveira-dos-Santos.pdf>. Acesso em: 13 out.2016.

SCHOR, D.; TIZZIOTTI, J.G. *Matemática Segundo Grau*. v.2. Rio de Janeiro: Ática, 1975.

SERRÃO, A.N. *Lições de Matemática* – para médicos e químicos. Porto Alegre: Livraria do Globo, 1941.

SILVA, I. P. *Matemática escolar da década de 1970: Esquecimento, abandono, gestação ou nascimento?*. 2009. 245 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal de Mato Grosso, Cuiabá. Disponível em: <www.dominiopublico.gov.br/pesquisa/DetalheObraForm.do?select_action=&co_obra=136699>. Acesso em: 17 jan.2017.

SILVA, T. T. *Documentos de Identidade: uma introdução às teorias do currículo*. 3 ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2010.

SCHMIDT, A. *O uso da Geometria Dinâmica na transformação de figuras*. 2002. 48 f. Monografia (Graduação em Matemática) - Centro de Ciências Físicas e de Matemática, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis.

SOARES, F. *Movimento da Matemática Moderna no Brasil: avanço ou retrocesso?* 2001. 203 f. Dissertação (Mestrado em Matemática Aplicada). Departamento de Matemática, Pontifícia Universidade Católica, Rio de Janeiro. Disponível em: <www.dbd.puc-rio.br/>. Acesso em: 17 out.2016.

SOARES, N.N.; CARVALHO, M.I. Didática da Matemática Francesa: implicações na formação em exercício de professores dos anos iniciais do ensino fundamental. CONFERENCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. 13., 2011, Recife. Anais eletrônicos. Disponível em: <ciaem-redumate.org/ocs/index.php/xiii_ciaem/xiii_ciaem/paper/viewFile/1058/773>. Acesso em: 04 dez.2016.

SODRE, N. W. *Síntese de História da Cultura Brasileira*. 14 ed. São Paulo: Difel, 1987.

SOUZA NETO, A. O que são os PCNs? *Debates em Educação*, Maceió, v. 6, n. 12, p. 112-128, jul./dez. 2014. Disponível em: <www.seer.ufal.br/index.php/debateseducacao/article/viewFile/797/1076>. Acesso em: 04 nov.2016.

TROTTA, F. et al. *Matemática Aplicada Segundo Grau*. v. 2. Rio de Janeiro: Moderna, 1980.

TURÍBIO, S. R.T. *As mudanças ocorridas no livro didático de Matemática e sua influência na prática pedagógica do professor*. Dissertação (Mestrado em Educação). 2015. 151 f. Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal de Mato Grosso, Rondonópolis. Disponível em: <www.ufmt.br/ppgedu/arquivos/9faf6963d16e3973effed9873f5c7748.pdf>. Acesso em: 17 out.2016.

VALENTE, W.R. Os movimentos da matemática na escola: do ensino de matemática para a educação matemática; da educação matemática para o ensino de matemática; do ensino de matemática para a Educação Matemática; da Educação Matemática para o Ensino de Matemática? *Pensar a Educação em Revista*, Curitiba/Belo Horizonte, v. 2, n. 2, p. 3-23, abr./jun./2016. Disponível em: <www.pensaraeducacaoemrevista.com.br/vol_2/vol_2_no_2_Wagner_Valente.pdf>. Acesso em: 12 out.2016.

_____. A Matemática do ensino secundário: duas disciplinas escolares? *Diálogo Educacional*, Curitiba, v.11, n.34, p.645-662, set./dez. 2011. Disponível em: <repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/160370>. Acesso em: 15 out.2016.

_____. Osvaldo Sangiorgi e o Movimento da Matemática Moderna no Brasil. *Diálogo Educacional*, Curitiba, v.8, n.25, p. 583-613, set./dez.2008. Disponível em: <www.ime.usp.br/~sphem/documentos/sphem-tematicos-5.pdf>. Acesso em: 26 out.2016.

_____. História da Educação Matemática: interrogações metodológicas. *Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática*, Florianópolis, v. 2, n. 1, p. 28-49, jan. 2007. Disponível em: <periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/12990>. Acesso em: 16 out.2016.

_____ (org.). *A Matemática do Ginásio*. Livros Didáticos e as Reformas Campos e Capanema. CD-ROM. São Paulo: GHEMAT/FAPESP, 2005.

_____ (org.). *O Nascimento da Matemática do Ginásio*. São Paulo: Annablume/Fapesp, 2004.

_____. *Uma História da Matemática Escolar no Brasil (1730-1930)*. São Paulo: ANNABLUME, 1999.

VALENTIN JUNIOR, J.L. et al. A Geometria Analítica do Ensino Secundário vista nos Livros Didáticos de 1940 a 1970. SEMINÁRIO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. 2., 2011, Juiz de Fora. *Anais eletrônicos*. Disponível em: <www.ufjf.br/mestradoedumat/files/2011/09/Produto-educacional-Artigo-Joselio-Lopes.pdf>. Acesso em: 20 out.2016.