UFRRJ

INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS

MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL - PROFMAT

DISSERTAÇÃO

A MATEMÁTICA E OS CÓDIGOS DE BARRAS: UMA PROPOSTA DE ENSINO

Betania de Almeida Moreti Freire

2020

UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL - PROFMAT

A MATEMÁTICA E OS CÓDIGOS DE BARRAS: UMA PROPOSTA DE ENSINO

Betania de Almeida Moreti Freire

Sob a Orientação do Professor
Cláudio Cesar Saccomori Júnior

Dissertação submetida como requisito parcial para obtenção do grau de **Mestre**, no Curso de Pós-Graduação em Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, Área de concentração em Matemática.

Seropédica, RJ
Julho de 2020

Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
Biblioteca Central / Seção de Processamento Técnico

Ficha catalográfica elaborada
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

F866m

Freire, Betania de Almeida Moreti, 1981-
A matemática e os códigos de barras: uma proposta de ensino / Betania de Almeida Moreti Freire. - Seropédica, 2020.
169 f.: il.

Orientador: Cláudio Cesar Saccomori Júnior.
Dissertação(Mestrado). -- Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Curso de Pós-graduação em Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, 2020.

1. Códigos de barras. 2. Motivação. 3. Ensino de Matemática. I. Saccomori Júnior, Cláudio Cesar, 1977 , orient. II Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro. Curso de Pós-graduação em Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT III. Título.

UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL – PROFMAT

BETANIA DE ALMEIDA MORETI FREIRE

Dissertação submetida como requisito parcial para a obtenção do grau de **Mestre**, no curso de Pós-Graduação em Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, área de Concentração em Matemática.

DISSERTAÇÃO APROVADA EM 01/07/2020.

Conforme deliberação número 001/2020 da PROPPG, de 30/06/2020, tendo em vista a implementação de trabalho remoto e durante a vigência do período de suspensão das atividades acadêmicas presenciais, em virtude das medidas adotadas para reduzir a propagação da pandemia de Covid-19, nas versões finais das teses e dissertações as assinaturas originais dos membros da banca examinadora poderão ser substituídas por documento (s) com assinaturas eletrônicas. Estas devem ser feitas na própria folha de assinaturas, através do SIPAC, ou do Sistema Eletrônico de Informações (SEI) e neste caso a folha com a assinatura deve constar como anexo ao final da tese / dissertação.

Membros da banca:

Cláudio Cesar Saccomori Júnior. Dr. UFRRJ
(Orientador e Presidente da Banca)

André Luiz Martins Pereira. Dr. UFRRJ
(Membro interno)

André Luiz Cordeiro dos Santos Dr. CEFET/RJ
(Membro externo)

AGRADECIMENTOS

A Deus, pela vida e por me permitir realizar mais um sonho.

Aos meus pais, pelo amor incondicional, por acreditarem e me apoiarem em todos os momentos.

Ao meu esposo, Robertson, pela parceria.

Aos amigos da Escola Municipal Marcílio Dias, pelo apoio e conversas, em especial a Talita de Oliveira Costa pelas valiosas dicas.

Ao professor Dr. Cláudio Cesar Saccomori Júnior, pela orientação.

Aos professores do PROFMAT da Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, pelos ensinamentos. Em especial à professora Dra. Aline Mauricio Barbosa, pela contribuição em vários momentos do curso.

Aos colegas da turma 2018, pela força, ajuda e companheirismo. Principalmente a Alan, Andressa, Helom, Juliana e Maia.

Ao PROFMAT e à UFRRJ pela oportunidade proporcionada.

A todos que direta e indiretamente fizeram parte da minha formação, o meu muito obrigada.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

This study was financed in part by the Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Finance Code 001.

RESUMO

FREIRE, Betania de Almeida Moreti. **A MATEMÁTICA E OS CÓDIGOS DE BARRAS: UMA PROPOSTA DE ENSINO**. 2020. 169p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT). Instituto de Ciências Exatas, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, RJ, 2020.

Os códigos de barras podem ser uma importante ferramenta para estimular a aprendizagem da Matemática, pois são extremamente utilizados no cotidiano. Nesse sentido, este trabalho tem como objetivo geral analisar a compreensão das principais características dos códigos de barras e a motivação dos alunos do 9º ano do ensino fundamental da Escola Municipal Marcílio Dias, localizada na cidade de Nova Iguaçu – RJ. Inicialmente abordamos o conceito de motivação, seus diferentes tipos, estratégias motivacionais e sua importância na aprendizagem. Na sequência, definimos alguns conceitos matemáticos necessários para entender a matemática que está por trás dos códigos de barras. Em seguida, descrevemos a estrutura dos códigos de barras, em particular dos códigos de barras EAN-13. Também apresentamos de forma resumida os QR Codes. Por fim, é feita uma abordagem qualitativa a partir da avaliação de atividades diversificadas e de instrumentos de pesquisas, buscando identificar a motivação escolar e a motivação pela Matemática dos envolvidos. O presente trabalho demonstra que é possível motivar os alunos em seus processos de ensino-aprendizagem ao contextualizar a Matemática, através dos códigos de barras.

Palavras-chave: Códigos de barras. Motivação. Ensino de Matemática.

ABSTRACT

FREIRE, Betania de Almeida Moreti. **MATHEMATICS AND BAR CODES: A TEACHING PROPOSAL.** 2019. 169 Pages. Dissertation (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT). Instituto de Ciências Exatas, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, RJ, 2019.

Barcodes can be an important tool to stimulate the learning of math, because they are extremely used everyday. With that in mind, this work has as it general objective to analyze the comprehension of the main characteristics of barcodes and the motivation of 9th grade students of the elementary school of the Marcílio Dias Municipal School, in Nova Iguaçu-RJ. Initially, we approach the concept of motivation, its different types, motivational strategics and its importance in the learning process. In sequence, we define some math concepts that they need to understand the math behind the barcodes. Then, we describe the barcodes structures, specially of the EAN-13 barcodes. We also briefly present the QR Codes. Lastly, a qualitative approach is made based on the evaluation of diversified activies and of research instruments, seeking to identify the school motivation and math motivation of those involved. This work demonstrates that is possible to motivate students in their teaching-learning processes by contextualizing math, through barcodes.

Keywords: Barcodes. Motivation. Math's teaching.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE GRÁFICOS

LISTA DE TABELAS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

O uso de códigos de barras para a identificação de uma variedade de produtos nos dias de hoje é, certamente, fruto do avanço da tecnologia. Tal representação torna os sistemas de compra, venda, controle e armazenamento de mercadorias mais eficazes e seguros, conferindo-lhes agilidade e fácil acesso a informações relevantes.

Tão presente no nosso dia a dia, os códigos de barras podem ser uma importante ferramenta na sala de aula para estimular a relevância da Matemática e suas aplicações no cotidiano. Portanto, indaga-se: É possível motivar os alunos através da compreensão das principais características dos códigos de barras?

Diante da triste realidade, em que a maioria dos alunos considera a Matemática chata, difícil, desinteressante e pouco utilizada em suas vidas, esse trabalho procura construir estratégias para a solução de problemas, valorizando a criatividade, o ambiente investigativo, promovendo a participação dos alunos e a interação professor/aluno dentro de um ambiente de aprendizagem mútua através de diferentes atividades propostas com o uso de códigos de barras.

O objetivo geral da presente pesquisa foi analisar a compreensão das principais características dos códigos de barras e a motivação dos alunos de uma turma do 9° ano do Ensino Fundamental da Escola Municipal Marcílio Dias localizada na Rua Pintassilgo, s/n, bairro Santa Rita, na cidade de Nova Iguaçu, no estado do Rio de Janeiro. Esta turma possuía 18 alunos com idade entre 15 e 17 anos.

Para alcançar o seu objetivo central, esta dissertação encontra-se organizada em cinco capítulos, sendo esta introdução o primeiro deles. No Capítulo 2 apresenta-se o conceito e os tipos de motivação, algumas estratégias motivacionais e a importância da motivação na aprendizagem.

No Capítulo 3 são tratados alguns conceitos matemáticos preliminares para relacioná-los a Matemática envolvida nos códigos de barras. No Capítulo 4, descrevem-se alguns aspectos históricos dos códigos de barras como quando surgiu, finalidade, evolução, importância, tipos, expansão no atual mundo globalizado e automatizado e, mais especificamente, a estrutura dos códigos de barras EAN-13. Além disso, apresentam-se algumas aplicações da Matemática, tal como descrita no capítulo anterior, nos códigos de barras EAN-13 e, ainda, uma breve descrição dos códigos QR CODES.

A metodologia, os instrumentos de pesquisa, a análise dos resultados e discussões constam no Capítulo 5. Devido a pequena quantidade de alunos envolvidos e por serem de uma mesma turma, a abordagem da metodologia foi qualitativa. Não havendo, portanto, recursos para uma abordagem quantitativa.

Para a coleta de dados e o desenvolvimento das ações foram utilizadas exposições orais, vídeos explicativos, atividades práticas da teoria, questionários com respostas abertas e fechadas e testes com atividades avaliativas. Quanto aos procedimentos, a pesquisa possui cunho bibliográfico através da sistematização e análise de artigos, dissertações, revistas científicas e livros.

Para a análise dos resultados e discussões foram aplicados dois questionários: o primeiro objetivou sondar o relacionamento do aluno com a Matemática e suas expectativas sobre as aulas que envolveram códigos de barras, e o segundo questionário buscava saber se as atividades propostas atingiram as expectativas iniciais do aluno e analisar sua motivação escolar e pela Matemática.

Além desses questionários, a fim de investigar o nível de motivação dos alunos em Matemática foi aplicada a Escala de Motivação em Matemática de Gontijo (2007) antes e depois da proposta de ensino. No final das atividades desenvolvidas durante as aulas foi aplicada uma avaliação para averiguar a compreensão das principais características dos códigos de barras e realizou-se, também, momentos de interação por meio de uma atividade denominada Caça ao tesouro, que envolveu todo o segundo segmento da escola. Encerram este trabalho as seções de Considerações Finais, Referências Bibliográficas, Apêndices e Anexos.

2 MOTIVAÇÃO ESCOLAR E ESTRATÉGIAS MOTIVACIONAIS

Neste capítulo apresentaremos o conceito de motivação, seus diferentes tipos, algumas estratégias motivacionais e sua importância na aprendizagem.

Iniciaremos este capítulo conceituando motivação para, em seguida, tratarmos da motivação no contexto escolar, que é nosso foco neste trabalho.

Segundo Bzuneck e Boruchovitch (2002), etimologicamente a palavra motivação deriva do verbo latino *movere* – que significa mover – e que se relaciona ao substantivo motivum – ou seja, motivo. Assim, motivação possui a acepção de ser aquilo que move uma pessoa e/ou que a põe em ação e/ou a faz mudar de curso.

Para Ferreira (1999, p. 1164), motivação "é o conjunto de fatores psicológicos (conscientes ou inconscientes), os quais agem entre si, e determinam a conduta de um indivíduo". Portanto, motivação é como uma força motor que faz alguém ter determinada atitude, se esforçar para realizar uma tarefa.

De acordo com Deci e Ryan (2000 apud ALMEIDA, 2012, p. 31),

> [...] motivação é o impulso suscitado por algum fator, podendo este impulso ser provocado por fatores externos ou internos. Assim, quem não sente ímpeto ou inspiração para agir é caracterizado como desmotivado, enquanto que aquele dotado de energia e impulsionado ou ativo em direção a um fim é visto como motivado. [...] professores, chefes ou treinadores, enfrentam, frequentemente, desafios para aumentar a motivação de seus alunos ou equipes. Em suas ações geralmente evidenciam a concepção que se refere a um fenômeno unitário e pode variar indicando um grau ínfimo de motivação para agir ou um grau muito elevado de motivação para enfrentar grandes desafios.

Segundo Robbins (2005), motivação é um pré-requisito em qualquer ação, seja no esporte, no lazer, no trabalho, na escola, etc. Essencial para o desenvolvimento do ser humano, a motivação possui, para este autor, três características: direção, intensidade e persistência. Juntas elas impulsionam uma pessoa ao foco em alcançar sua meta.

Portanto, motivação é o que não nos deixa desistir e nos faz tentar acertar, e se errarmos, tentar de novo e seguir rumo a um fim.

2.1 MOTIVAÇÃO ESCOLAR

Diante das afirmações anteriores, é preciso aplicar o conceito de motivação ao contexto escolar, uma vez que um aluno motivado se dispõe a realizar as atividades propostas pelo professor, pois vê motivo para tal, tem estímulo para estudar.

Entretanto, na escola os alunos geralmente são obrigados a fazer as atividades que exigem concentração, atenção, uso da cognição e do raciocínio. A maioria dessas exigências não é de interesse desses sujeitos e podem comprometer a disposição na realização das atividades, ou seja, a motivação para a aprendizagem.

Nos dias atuais, é um grande desafio para os professores, principalmente da rede pública – que possui menos atrativos e recursos – buscar caminhos para despertar o interesse em aprender nos jovens, em especial do segundo segmento do Ensino Fundamental e do Ensino Médio, onde é visível que a motivação escolar é inversamente proporcional ao ano de escolaridade que o aluno está cursando, ou seja, quanto maior o ano de escolaridade menores são a motivação, o encantamento e a magia de aprender do aluno, conforme afirmam Caldas e Hübner (2001):

> Nos primeiros anos, a maioria deles aprende com vontade, os poucos aprendizes relutantes destacam-se dos outros. A partir dos graus intermediários e da escola secundária, a balança muda; estudantes sem nenhuma vontade predominam. [...] O desencantamento ou perda de interesse ou ainda desmotivação, são sinônimos e caracterizam-se pela decepção, desilusão, perda de alegria, do prazer e do fascínio e consequente diminuição do interesse pelo aprender na escola. (p.72-73).

Conforme afirmam Bzuneck e Boruchovitch (2002), alunos desmotivados são alunos que estudam muito pouco ou quase nada, que apresentam queda de investimento pessoal e de qualidade nas tarefas de aprendizagem e, assim, aprendem muito pouco. Consequentemente podem gerar indisciplina ou apatia na sala de aula.

Quando falamos especificamente de Matemática, a desmotivação é muito maior em relação às outras disciplinas. Conceição, Mendes e Borges (2015, p. 4), asseguram que "A matemática é vista como o bicho 'papão' por alguns alunos e uma das principais causas de reprovação nas escolas...". Esse fato contribui para o fracasso dos alunos e é uma realidade no Brasil, segundo dados do PISA [1] (2018):

[1] Programa Internacional de Avaliação dos Alunos, tradução de *Programme for International Student Assessment*, é um estudo comparativo internacional sobre o desempenho dos estudantes na faixa etária dos 15 anos, realizado a cada três anos pela Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE).

> Dos estudantes brasileiros 68,1% estão no pior nível de proficiência em matemática e não possuem nível básico, considerado como o mínimo para o exercício pleno da cidadania. Mais de 40% dos jovens que se encontram no nível básico de conhecimento são incapazes de resolver questões simples e rotineiras. Apenas 0,1% dos 10.961 alunos participantes do Pisa apresentou nível máximo de proficiência na área. (INEP, 2020)

De um lado temos o professor com o desafio de cumprir o currículo mínimo de Matemática, tentar suprir a defasagem escolar de anos anteriores e motivar os alunos a quererem aprender, do outro lado temos o aluno que, na maioria das vezes, não vê relação dos conteúdos estudados com o seu cotidiano, além de uma parcela significativa que “odeia”matemática, que pensa que nunca irá usar a maioria dos conteúdos vistos na sala de aula, que bloqueou seu cognitivo, que não quer ou não consegue aprender matemática.

A Matemática tem grande importância em aplicações do nosso dia a dia tanto no manuseio do dinheiro e na vivência de fatos que se solucionam através das operações matemáticas, quanto nas engenharias, medicina, setor financeiro, e diversas áreas e ciências. Ainda assim, boa parte dos alunos não tem interesse em aprender e, inclusive, não se dá conta de suas aplicações em seu cotidiano porque não consegue formular, empregar e interpretar a matemática no seu contexto diário.

Por isso, os professores podem mostrar aplicações da matemática como forma de despertar o interesse do aluno em aprender e buscar solução para problemas do seu cotidiano a partir das vivências no contexto escolar.

> O ambiente escolar tem especificidades que, em conjunto, não são encontradas em outros contextos. Para a compreensão da motivação do estudante, é necessário que se considerem algumas questões presentes na realidade do professor e do aluno e que estão diretamente relacionadas com a motivação. Sem ela o desenvolvimento das propostas educacionais fica prejudicado; alunos desmotivados comprometem-se pouco ou não se comprometem com as atividades escolares e isso configura uma situação educacional que impede a formação de indivíduos críticos para viverem em sociedade e se realizarem como pessoas. (PAJARES; SCHUNK, 2001 apud ALMEIDA, 2012, p. 35–36),

A motivação está relacionada diretamente ao processo de aprendizagem. Para que o aprendizado aconteça é necessário que o aluno tenha estímulos, aplique esforço e persista frente aos desafios. Esses estímulos podem ser de fatores externos (extrínsecos) que estão ligados à interação, ou internos (intrínsecos) ligados ao cognitivo. Dessa forma, surgem os conceitos de motivação intrínseca, motivação extrínseca e motivação para aprender.

2.1.1 MOTIVAÇÃO INTRÍNSECA

A motivação intrínseca está baseada nas condições do próprio sujeito, na ligação afetiva com o objeto de estudo, em sua autonomia, na espontaneidade que é mobilizada pela satisfação da realização da tarefa, como fim em si mesma.

Para Guimarães (2002), considerando o significado etimológico da palavra motivação – um motivo que leva alguém a fazer alguma coisa –, motivação intrínseca configura-se como o motivo interno do indivíduo que o leva a realizar uma tarefa por escolha própria, movido pela curiosidade, pelo interesse em adquirir conhecimento, pela possibilidade de desenvolver novas habilidades, encarar desafios, persistir e conquistar novos domínios. A participação na tarefa resulta como a principal recompensa, não sendo necessárias pressões externas, internas ou prêmios para seu cumprimento. A atividade lhe atrai e de alguma forma lhe gera satisfação.

De acordo com Pozo e Gómez-Crespo (2009 apud RIBEIRO et al., 2016), a motivação intrínseca surge quando leva o aluno a se dedicar e a compreender aquilo que lhe é ensinado, ou seja, a dar um significado contextualizado ao que se coloca diante de si. Pozo vinculou a motivação intrínseca à aprendizagem significativa, já que para o aluno a sua busca pessoal o conduzirá a um melhor entendimento dos conceitos apresentados.

Para Guimarães (2002), um traço marcante do aluno que apresenta predominância da motivação intrínseca é a inclinação por buscar desenvolver tarefas desafiadoras onde as falhas ocorridas na execução das atividades o estimulam a continuar tentando, e o caracterizam como um sujeito muito curioso, interessado, concentrado e persistente no desempenho das mais variadas atividades.

Embora seja difícil encontrar alunos com tais comportamentos, o conhecimento dos determinantes da motivação intrínseca pode auxiliar professores a aproveitarem oportunidades e investirem nesses alunos a fim de otimizar a motivação para a aprendizagem no ambiente escolar.

2.1.2 MOTIVAÇÃO EXTRÍNSECA

A motivação extrínseca tem como origem fatores externos ao indivíduo, visa mais aos resultados do que à atividade em si.

> A motivação extrínseca se refere quando uma pessoa se mobiliza para fazer uma atividade para receber um prêmio, uma promoção, recompensas materiais ou sociais, para obter elogios ou reconhecimento, para se ver livre de uma punição ou para ter uma recompensa qualquer. Nesse caso, na ausência delas, sua motivação diminui ou desaparece. Quase tudo o que fazemos no dia a dia é movido por motivação externa. Portanto, quando um aluno vai para a escola por imposição dos pais, sua motivação para o processo de escolarização é considerada extrínseca. A

> motivação para a maioria dos alunos para estar em sala de aula é externa. (JESUS, 2011, p. 27)

A motivação do aluno é muitas vezes controlada por motivadores extrínsecos, como elogios, notas, prêmios, desejo de agradar aos pais e professores, aprovação no final do ano letivo, competição entre colegas objetivando melhor desempenho.

Guimarães (2002) alerta para o fato de que as experiências de aprendizagem proporcionadas pela escola são, em geral, extrinsecamente motivadas visto que alguns alunos que fracassam, evadem ou concluem seus cursos, ao saírem da escola, têm a sensação de alívio e liberdade em relação às pressões sofridas.

Muitos professores concordam que diante de um aluno completamente desmotivado, com ausência total de predisposição para ação, uma recompensa externa pode ser uma estratégia interessante, conforme afirma Ruiz (2004). Pois é melhor um aluno que realiza suas tarefas somente para obtenção de recompensas do que um aluno que simplesmente não se envolve em atividades no ambiente escolar.

> Há situações concretas e bem identificadas como no caso de algum aluno nada motivado por certa tarefa ou conteúdo, ou que lhe pareça de todo desinteressante, que motivadores externos são oportunos. Além disso, afora os casos em que um aluno já esteja intrinsecamente motivado, recompensas podem às vezes até favorecer a motivação autônoma. A condição para que ocorra esse efeito positivo é que sejam ministradas ou contingentemente ao progresso, ou de maneira que alimentem o senso de competência do aluno, ao mesmo tempo em que não sejam por ele entendidas como formas de suborno ou de controle comportamental (PINTRICH; SCHUNK 1996; RYAN; DECI, 2000b; STIPEK, 1998 apud BZUNECK; GUIMARÃES; BORUCHOVITCH, 2010, p. 53)

Segundo Guimarães (2002), as ações motivadas extrinsecamente podem ser internalizadas e integradas ao indivíduo, isto é, podem passar a ser motivada internamente. Ou seja, uma atividade que inicialmente foi imposta pode ser internalizada e passar a fazer parte do comportamento do indivíduo de forma autônoma e autodeterminada. Assim, o aluno na sala de aula movido por uma motivação externa pode por meio de estratégias motivacionais e do incentivo do professor transformar os motivos externos em motivos próprios, obtendo prazer em aprender.

Entretanto, a utilização de recompensas tem sido alvo de muitas críticas. Guimarães (2002) aponta que geralmente sujeitos ao receberem recompensas apresentam diminuição no interesse e no envolvimento nas tarefas, podendo levar o aluno a executar o solicitado somente para a obtenção de tais recompensas.

> Em suma, o uso das recompensas externas em situações de aprendizagem deve ser viabilizado de forma criteriosa, evitando que os alunos sejam orientados extrinsecamente no envolvimento com as atividades. No entanto, a presença das recompensas em situações de sala de aula não deve ser abolida, considerando-se os efeitos benéficos do uso adequado dessas estratégias. A controvérsia permanece, transparecendo que muito ainda há que se descobrir, através de resultados de pesquisas, sobre o problema. (GUIMARÃES, 2002, p. 54)

Concluímos que as recompensas podem ser um facilitador da aprendizagem quando usadas na medida certa. Cabe ao professor, à escola e à família balancearem a dosagem adequada.

2.1.3 MOTIVAÇÃO PARA APRENDER

Brophy (1987), conforme citado por Jesus (2011, p. 28), propõe outro tipo de motivação que se diferencia da motivação intrínseca e da motivação extrínseca: chamada motivação para aprender.

> A marca da motivação para aprender é uma disposição duradoura para esforçar-se para o conhecimento do conteúdo e domínio de competências em situações de aprendizagem. O estado da motivação para aprender existe quando o engajamento do aluno numa atividade particular é guiado pela intenção de adquirir o conhecimento ou dominar a habilidade que a atividade é designada a ensinar. (BROPHY, 1987 apud JESUS, 2011, p. 28)

Ressalta-se que a motivação para aprender não é inata, ou seja, ela se desenvolve gradualmente a partir de situações apresentadas seja no ambiente escolar, no convívio familiar ou na sociedade.

No caso da aprendizagem escolar, verifica-se que a motivação intrínseca não se aplica, pois está baseada no querer do aluno e na sala de aula, os assuntos não são de sua livre escolha e sua presença e participação nas atividades são obrigatórias.

Jesus (2011) cita que o aluno que não possui a motivação para aprender, poderá adquiri-la através do professor que pode intervir com estratégias motivacionais como as propostas por Brophy, Vockell, Bzuneck, Boekaerts e Guimarães:

- Despertar o interesse do aluno para a matéria que está sendo estudada, mostrando sua importância, e quando possível, suas aplicações no cotidiano;
- Buscar incluir nas atividades os interesses pessoais e valores dos alunos, como esportes, músicas, tecnologias de informação, etc. Considerando informações como a faixa etária, nível socioeconômico, área de moradia e como ocupam seu tempo livre;

- Apresentar conteúdos e atividades diferenciadas, evitando o tédio nas tarefas habituais, inserindo materiais concretos, jogos e desafios, que estimulem a curiosidade do aluno para que desenvolvam soluções próprias ao invés da memorização e reprodução de fórmulas e algoritmos;
- Propor atividades variando o grau de dificuldade para que o aluno possa experimentar o sucesso em pelo menos uma parte dela, oferecendo sempre a ele retorno sobre o seu desempenho, valorizando o esforço e a dedicação na realização destas atividades e não apenas o resultado final obtido;
- Estimular o trabalho cooperativo, proporcionando atividades em grupo que permitam a troca de conhecimento e a capacidade de trabalhar em equipe, evitando competições que venham a provocar rivalidade ou hostilidade entre os alunos.

Estas estratégias motivacionais podem levar o aluno a se envolver com os assuntos escolares se esforçando para fazer o seu melhor, independente da recompensa ou do assunto ser de seu interesse.

2.2 ESTRATÉGIAS MOTIVACIONAIS

Alunos com motivação para aprender tendem a se envolver nas atividades escolares rotineiramente, porém outros podem ser motivados pelo professor através de estratégias motivacionais que venham trazer significado à aprendizagem, aumentando a confiança e resgatando sua autoestima. Sendo assim, o professor pode através de estratégias motivacionais despertar, desenvolver ou manter em seus alunos a motivação.

Faremos, a seguir, referências de algumas estratégias utilizadas no contexto escolar ressaltando pontos positivos e negativos, segundo pesquisas feitas a respeito.

2.2.1 MOTIVAÇÃO POR MEIO DE RECOMPENSAS

O uso de recompensas como estratégia motivacional baseia-se na teoria behaviorista ou comportamental e é muito adotado nas escolas, por essa razão é interessante uma reflexão sobre suas vantagens e desvantagens.

Segundo Ruiz (2004), os tipos de recompensas comumente usadas são:

- Recompensas materiais: prêmios, artigos de consumo e comestíveis;
- Atividades recompensadoras e privilégios especiais: oportunidade de praticar esportes ou jogos, utilizar equipamentos especiais ou escolher uma atividade prazerosa como, por exemplo, passeio para a turma que apresentou melhor comportamento durante um bimestre;

- Notas e reconhecimentos: diplomas de honra ao mérito, certificados e estrelas;
- Elogios: o elogio favorece a motivação do aluno na medida em que aumenta sua autoestima e seu sentimento de competência;
- Destaques sociais: mural com os melhores alunos do bimestre;

A recompensa tem a função de despertar o interesse do aluno, incentivá-lo a executar a tarefa proposta pelo professor e melhorar a qualidade. Além disso, sinalizam para os alunos as atividades que são valorizadas pelos professores e pais (responsáveis pelo cuidado e educação da criança), podendo levar o aluno ao envolvimento nas atividades, visando aprovação social.

Conforme afirma Ruiz (2004), pesquisas recentes apontam que recompensas não necessariamente "destroem" ou "mimam", mas ao contrário podem ser usadas como formas de favorecer o processo de desenvolvimento da motivação intrínseca. Afinal, o aluno desmotivado pode ser atraído por uma recompensa, ou seja, passar a ter uma motivação extrínseca e essa motivação pode transformar-se numa motivação intrínseca.

Por outro lado, Guimarães (2002) afirma que o oferecimento de recompensas é feito em muitas salas de aulas, atribuindo-se pontos extras ou deixando sair mais cedo aqueles que terminaram a tarefa. O uso de recompensas pode levar o aluno a realizar a atividade focando simplesmente a recompensa, em vez da tarefa em si. Não havendo, portanto, motivação pelo conhecimento.

Outra desvantagem é o fato de alunos que já faziam as atividades por razões próprias poderem passar a fazer apenas pela recompensa, diminuindo sua satisfação e envolvimento em adquirir conhecimento, ou seja, prejudicando sua motivação intrínseca.

Sendo assim, os efeitos das recompensas dependem de como e quando são oferecidas. Conforme Ruiz (2004), para que sejam efetivas, as recompensas devem privilegiar melhorias, domínio de ideias e habilidades-chave do aluno, aumento da intensidade do esforço e, não somente a participação. Também deve assegurar que todos tenham acesso às recompensas, não apenas os melhores alunos, pois se um aluno não acredita ter capacidade de realizar determinada tarefa ele poderá nem tentar.

Portanto, professores têm que ter consciência dos riscos e benefícios das recompensas, tendo em mente que não devem ser usadas com exclusividade, mas sim adequadas a objetivos específicos sobre as quais tenham maior efetividade.

2.2.2 MOTIVAÇÃO POR MEIO DA ATIVIDADE PROPOSTA

A fim de promover a motivação para aprender, o professor precisa que seus alunos atribuam um valor intrínseco a atividade proposta. Para isso, Guimarães (2002) e

Bzuneck, Guimarães e Boruchovitch (2010) recomendam aos professores:

- Planejar atividades atrativas, desafiadoras, contextualizadas e que despertem o interesse e a curiosidade dos alunos;
- Falar aos alunos porque aquela atividade é importante, quais os objetivos a serem atingidos para que possam avaliar posteriormente se estes foram alcançados;
- Variar o tipo de atividade, estilo de pergunta e forma de resposta, como múltipla escolha, estudo dirigido, problema que existe mais de uma possibilidade de resposta correta, problema onde o aluno corrige e comenta o erro, etc.;
- Dar oportunidades, em alguns momentos, para os alunos escolherem o tipo de tarefa que querem fazer;
- Buscar tarefas que contenham partes relativamente fáceis para que todos tenham condições de executar e partes mais difíceis, que possam ser atendidas somente pelos melhores, com isso, todos têm desafios e podem experimentar o sucesso em pelo menos uma parte da atividade, respeitando-se assim a capacidade e o conhecimento de cada um;
- Propor desafios que tenham um grau intermediário de dificuldade, isto é, que não sejam nem fáceis e nem difíceis demais. Que sejam acessíveis, de acordo com o nível de desenvolvimento cognitivo do aluno, à série escolar, que faça o aluno pensar e não apenas divertir-se;
- Usar materiais diversificados evitando tarefas rotineiras, utilizando livro didático, atividades impressas, jogos, uso de computador, smartphone, biblioteca, vídeos e filmes no intuito de aproximar o que está sendo estudado ao dia a dia do aluno;
- Valorizar o esforço e o emprego de estratégias adequadas, em vez da nota ou do resultado final;
- Respeitar o ritmo próprio do aluno, intervir o mínimo quanto a pressão para que todos concluam juntos;
- Alternar as atividades individuais com trabalhos em pequenos grupos, procurando estimular diferentes composições para troca de experiências e conhecimentos;
- Orientar a formação de grupos de estudo heterogêneos para que haja troca de conhecimentos, cooperação e favorecimento da aprendizagem;
- Relacionar o tempo com a realização da atividade proposta, evitando que os alunos façam apressadamente e gerem ansiedade ou desistências;

As atividades propostas pelo professor podem provocar no aluno uma motivação ou não. Portanto, cabe ao professor a difícil empreitada de conhecer os alunos e identificar tarefas que os levem a despertar o gosto pelo conhecimento.

2.2.3 MOTIVAÇÃO POR MEIO DO FEEDBACK

O feedback é uma informação do professor sobre a adequação e qualidade dos trabalhos realizados pelo aluno. É uma importante forma de interação professor-aluno, pois possibilita que o aluno possa verificar o que errou e ter a oportunidade de tirar dúvidas e aprender com o erro.

> O feedback que o aluno recebe afeta tanto o processo de aprendizagem como a própria motivação. Suas funções para a motivação estão intimamente ligadas às suas duas formas básicas: feedback positivo ou confirmatório e feedback negativo. No primeiro caso, é informado ao aprendiz que a tarefa está sendo ou foi bem cumprida, que o aluno está no caminho certo, ou que o objetivo foi atingido. Já a função do feedback negativo (negativo apenas no seu conteúdo e na expressão, não quanto ao efeito) têm uma característica de correção do erro, sendo também chamado de feedback corretivo. (BZUNECK; GUIMARÃES; BORUCHOVITCH, 2010, p. 29).

A influência do feedback positivo ou confirmatório na motivação não se deve ao simples fato de comunicar acertos ou erros, mas sobretudo de complementar o conteúdo, reforçar comportamentos desejáveis e mostrar como o aluno pode melhorar.

No feedback negativo ou corretivo simples, o professor apenas indica que houve erro. É necessário que os erros sejam apontados, acrescidos de informações, correções e sugestões de reestruturação, para que o aluno não os incorpores como se fossem verdades, afirma Bzuneck, Guimarães e Boruchovitch (2010).

> Em síntese, erros podem ser benéficos para uma aprendizagem de melhor qualidade e os fracassos podem ser "bem-sucedidos" (WOOLFOLK, 2000), dependendo de como forem tratados no feedback. E o mesmo vale para a motivação. Criticar um aluno, indicando que seu fracasso foi ocasionado por falta de aplicação ou de estratégia adequada, favorece a motivação porque ele se percebe capaz, de modo que pode nutrir expectativas positivas para o futuro (STIPEK, 1996). [...] O que deve ficar claro é que, para não comprometer a motivação, não basta o aluno saber que errou. É imprescindível que lhe seja também explicitado por que errou e o que é preciso para superar os erros. (BZUNECK; GUIMARÃES; BORUCHOVITCH, 2010)

Em Bzuneck, Guimarães e Boruchovitch (2010), Pintrich e Schunk (1996) esclarecem que o feedback positivo simples consiste em retorno confirmatório do professor ao aluno que, pode ser um "é isso!", "está certo!" ou "sua nota é 10!". É uma forma neutra de reconhecimento onde a experiência do êxito acarreta emoções positivas de satisfação e orgulho quando é assegurado que o êxito realmente ocorreu.

O elogio, por sua vez, é uma forma de feedback positivo ampliado, por conter ênfase em aprovação e enaltecimento, demonstrando afeição positiva do professor. Quando o professor diz a um aluno: "Está certo. Você vai indo muito bem", a primeira parte da sentença (está certo) é feedback positivo simples, a segunda parte é elogio, com uma nova informação e mais carregada de afetividade, assegura Brophy (2004) em Jesus (2011).

O elogio tem a força de fazer o comportamento tornar-se a repetir-se. Mas segundo Brophy (1981; 1999), Hancock (2002), Henderlong e Lepper (2002), Pintrich e Schunk (1996) em Bzuneck, Guimarães e Boruchovitch (2010), para que seu efeito não seja nulo deve-se atender a certas regras como, por exemplo, fazer referência: ao esforço constatado, ao capricho ou à persistência; aos comportamentos que levaram ao desempenho (concentração, raciocínio lógico, organização, uso de conhecimentos prévios);e/ou ao progresso verificado.

Outro dado relevante aponta que não se deve elogiar a capacidade ou inteligência de um estudante. Pesquisas, em Bzuneck, Guimarães e Boruchovitch (2010), mostram que se o professor diz: "Parabéns! Você é inteligente!", o aluno pode confiar excessivamente na sua capacidade e descuidar do esforço, além de surgirem eventuais problemas nos relacionamentos interpessoais em classe. Por fim, o elogio deve ser sincero, para ter credibilidade e por isso não deve ser seguido de comparação com colegas da classe. Também é importante o uso de frases variadas e não muito frequentes, pois podem perder o efeito.

2.2.4 MOTIVAÇÃO POR MEIO DO ENCORAJAMENTO

O encorajamento com sinceridade dado pelo professor ao aluno pode motivá-lo e aumentar sua autoestima. O aumento da autoestima leva o aluno a enfrentar desafios, ao sentimento de segurança e capacidade de resolvê-los.

A crítica feita de forma construtiva e sensível também pode ser uma estratégia motivacional, pois o professor, ao ressaltar os erros, pode apontar alternativas, levando o aluno a refletir colaborando para sua aprendizagem.

Guimarães (2002) sugere algumas estratégias aos professores:

- Valorizar as tentativas do aluno;
- Considerar o erro uma etapa do processo de aprendizagem;
- Interagir, incentivar a autonomia;
- Evitar o controle sobre todas as ações dentro de sala de forma autoritária;

- Propor regras de convivências em sala de aula, permitindo que eles analisem e entendam a importância para o convívio;
- Responsabilizar-se pelo cumprimento dos compromissos assumidos, incentivando-os à autoavaliação do comportamento e das consequências do não cumprimento;
- Usar sua liberdade com consciência e respeito ao direito do outro.

Portanto, o professor deve elogiar as boas atitudes e o bom desempenho do aluno sempre que possível, de forma reservada, a fim de evitar que pareça que ele tenha preferência por este. Da mesma forma, falar individualmente ao aluno sobre seu mau desempenho, incentivando-o a enfrentar as dificuldades.

2.2.5 MOTIVAÇÃO POR MEIO DO FORTALECIMENTO DA CRENÇA DE AUTOEFICÁCIA

Referir-se a crenças de autoeficácia presume que o sujeito possui convicções sobre suas próprias habilidades em cumprir com sucesso um objetivo. Segundo Bandura em Bzuneck e Boruchovitch (2002), tais crenças equivalem ao julgamento de alguém em relação à sua capacidade de executar cursos de ação exigidos para se atingir certo grau de performance. Schunk, em Bzuneck e Boruchovitch (2002), afirma que, na área escolar, as crenças de autoeficácia são convicções pessoais quanto a dar conta de uma determinada tarefa e num grau de qualidade definida. Não é questão de se possuir ou não tais capacidades; pois não bastam que estejam presentes. Trata-se de o indivíduo acreditar que as possui.

Pesquisas mostram também que à medida que o aluno vai tendo conhecimento real de sua capacidade a autoeficácia varia. Em Bzuneck, Guimarães e Boruchovitch (2010), Costa (2005) realizou uma intervenção em escrita para melhorar a produção de textos narrativos de alunos da 6ª série do Ensino Fundamental de uma escola pública. Essa pesquisa verificou que houve declínio na crença de autoeficácia após a intervenção. Costa e Boruchovitch (2005) acreditam que os alunos inicialmente superestimaram suas reais capacidades e que, ao terem contato com a tarefa autêntica de escrever a proposta, puderam chegar a um apreço mais realista de suas capacidades.

Indivíduos tendem a se engajar em tarefas sobre as quais eles se sentem competentes e confiantes e evitam aquelas nas quais não se sentem capazes. Crenças na competência pessoal também ajudam a determinar os resultados esperados, afirmam Azzi e Polydoro (2010).

Segundo Bzuneck e Boruchovitch (2002, p. 125-129), o professor pode contribuir no fortalecimento das crenças de autoeficácia se zelar por algumas condutas na relação com o estudante:

- Oferecer chances para que o aluno tenha experiência de sucesso;
- Informar aos alunos as expectativas positivas quanto às suas capacidades;
- Evitar falas e situações que possam gerar dúvidas sobre elas;
- Propor tarefas com base em metas, aumentando gradativamente o grau de dificuldade para permitir ao aluno informações sobre sua capacidade real e fortalecer sua crença de autoeficácia.

Mediante as reflexões desse capítulo, podemos concluir que alunos motivados para aprender buscam conhecimentos e habilidades, persistem frente às dificuldades, se esforçam e têm consciência que são responsáveis ativos pelo seu desempenho.

Na escola, os alunos alcançam diferentes níveis de aprendizado. Alguns estão melhor preparados para conquistar um espaço na sociedade, para enfrentar os desafios que virão. Porém, há alunos que não aprendem e sofrem com seus fracassos de maneira crescente, à medida em que compreendem que tais obstáculos os impedem de acompanhar a evolução do mundo globalizado. Estes precisam aprender como superar suas próprias dificuldades. Cabe à escola, pois, a função de propiciar recursos para que todos os alunos desenvolvam competências que o mundo moderno exige e possam, assim, exercer plenamente a cidadania.

Sabemos que essa função não é fácil e que infelizmente, a escola não está preparada para tal. Uma alternativa é investir na motivação para aprender, estimular a valorização da aprendizagem, a persistência frente às dificuldades, a busca de conhecimento e desafios, enfim, despertar a importância de tornar os alunos ativamente envolvidos no processo da aprendizagem escolar.

Entretanto, conforme afirmam Cavenaghi e Bzuneck (2009), quando se deseja promover a motivação para aprender, deve-se evitar algumas características muito comuns em ambientes escolares: ênfase nas notas, clima competitivo, formação de grupos homogêneos por capacidade, excessivas regras restritivas, atividades desinteressantes e pouco desafiadoras, relação impessoal entre professor e aluno e rígidas formas de avaliação.

Percebe-se, por meio dos estudos já realizados, que todo esforço docente em prol do estímulo à motivação para aprender consiste em fazer com que os estudantes possam se engajar nas atividades escolares. Tal envolvimento não prevê, contudo, que eles considerem tais atividades prazerosas, pois almeja em sua gênese, que os estudantes adotem condutas com seriedade, esforçando-se para alcançar os benefícios proporcionados pelo processo de ensino-aprendizagem.

Estabelecer estratégias motivacionais com o intuito de promover a motivação para aprender matemática consiste em um grande desafio para o professor. A partir do estudo e análise feitos sobre motivação e estratégias motivacionais propomos neste trabalho uma aplicação da matemática envolvida nos usos de códigos de barras.

No próximo capítulo, apresentamos alguns conceitos matemáticos necessários (ao professor) para a aplicação desta proposta.

3 MATEMÁTICA PRELIMINAR

Neste capítulo apresentaremos os conceitos matemáticos necessários ao professor para entender a matemática que está por trás dos códigos barras. Para isto, este baseia-se principalmente nas definições encontradas em Hefez (2016), que apresenta a Aritmética destinada à formação complementar para professores no Curso de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT e também em Esquinca (2013) e POT (2012).

> A Aritmética, como usualmente é chamada a parte elementar da Teoria dos Números, teve como principal marco inicial a obra Os Elementos, de Euclides (aprox. 300 a. C.), encontrando o seu auge nos trabalhos de Pierre de Fermat (1601-1665) e Leonhard Euler (1707-1783), o que a levou a tornar-se um dos principais pilares da Matemática. A partir do início do século XIX, graças à obra de Carl Friedrich Gauss (1777-1855), a Aritmética transforma-se em Teoria dos Números e começa a ter um desenvolvimento extraordinário. (HEFEZ, 2016, p. VII)

Na história das civilizações, os povos criaram a Aritmética e esse conhecimento foi e é utilizado em diferentes contextos, como a simples contagem de objetos e operações básicas de cálculos até o desenvolvimento da Teoria da Informação que contribuiu para a evolução e popularização dos computadores, o que evidencia a importância de seu estudo.

Neste trabalho o foco de estudo para a proposta de ensino encontra-se nas operações básicas, mas, pensando no conhecimento do professor, consideramos necessários alguns conceitos de Aritmética e também de Álgebra Linear encontrados em Hefez e Fernandez (2016).

3.1 TEOREMA DA DIVISÃO EUCLIDIANA

Para quaisquer inteiros a e b com $b \neq 0$, existe um único par $(q,\ r)$ de inteiros tais que $a = bq + r$ e $0 \leqslant r < |b|$. Os números q e r são chamados de quociente e resto, respectivamente, da divisão de a por b.

Demonstração:

- Existência:

  Considere $\mathbb{S} = \{x = a - by \ / \ y \ \epsilon \ \mathbb{Z}\} \cap \{\mathbb{N} \cup \ \{0\}\}$. Temos:

(1) Pela Propriedade Arquimediana [1], existe $n \in \mathbb{Z}$ tal que $n(-b) > -a$, logo $a - nb > 0$. Assim $\mathbb{S} \neq \emptyset$.

(2) O conjunto $\mathbb{S}$ é limitado inferiormente por 0.

Pelo Princípio da Boa Ordenação [2] , temos que $\mathbb{S}$ possui um menor elemento r.

Seja $r = a - bq$, como $\mathbb{S}$ é limitado inferiormente por 0, temos que $r \geqslant 0$ (*).

Vamos mostrar que $r < |b|$. Suponhamos, por absurdo, que $r \geqslant |b|$. Então existe $s \in \mathbb{N} \cup \{0\}$ tal que $r = |b| + s$, logo $0 \leqslant s < r$. Sendo assim,

$r = a - bq = |b| + s \Longrightarrow a - bq - |b| = s \Longrightarrow a - b(q \pm 1) = s \in \mathbb{S}$. Absurdo, pois $s < r$ e r é o menor elemento de $\mathbb{S}$. Portanto, $r < |b|$ (**).

Por (*) e (**), temos que $a = bq + r$ e $0 \leqslant r < |b|$.

- Unicidade:

  Suponha que $a = bq + r = bq' + r'$ tal que q, q', r, $r' \in \mathbb{Z}$, $0 \leqslant r < |b|$ e $0 \leqslant r' < |b|$.

  Como r e r' são inteiros não negativos, temos que $r' - r \leqslant r'$. Como $r' < |b|$, então $r' - r \leqslant r' < |b|$.

  O fato de r' ser inteiro não negativo implica que $-r \leqslant r' - r$.

  Assim, $-r \leqslant r' - r \leqslant r' < |b|$.

  O fato de $r < |b|$ implica que $-r > -|b|$. Então

$$-|b| < -r \leqslant r' - r \leqslant r' < |b| \Longrightarrow -|b| < r' - r < |b| \Longrightarrow |r' - r| < |b|.$$

  Como $\begin{cases} \text{a = bq + r} \\ \text{a = bq' + r'} \end{cases}$ subtraindo essas equações obtemos

  $0 = b(q - q') + (r - r') \Longrightarrow b(q - q') = (r' - r) \Longrightarrow |b||q - q'| = |r' - r| < |b|$, logo $|q - q'| = 0$ e $|r' - r| = 0 \Longrightarrow q = q'$ e $r = r'$.

■

Observação: De acordo com este teorema, o quociente e o resto da divisão de 23 por 5 são $q = 4$ e $r = 3$; na divisão de (-23) por 5 temos $q = -5$ e $r = 2$ e na divisão 23 por -5 temos $q = -4$ e $r = 3$.

[1] Propriedade Arquimediana: Sejam a, $b \in \mathbb{Z}$, com $b \neq 0$. Então existe $n \in \mathbb{Z}$, tal que $nb > a$.

[2] Princípio da Boa Ordenação: Se $\mathbb{S}$ é um conjunto não vazio de $\mathbb{Z}$ e limitado inferiormente, então $\mathbb{S}$ possui um menor elemento.

Exemplo 3.1.1:

Encontre um número natural N que, ao ser dividido por 12, deixa resto 11, ao ser dividido por 11 deixa resto 10, e ao ser dividido por 10 deixa resto 9.

O que acontece ao somarmos 1 ao nosso número?

Uma solução:

$N = 12q_1 + 11$, $N = 11q_2 + 10$ e $N = 10q_3 + 9$.

Somando 1 obtemos:

$N + 1 = 12q_1 + 11 + 1, N = 11q_2 + 10 + 1$ e $N = 10q_3 + 9 + 1$.

$N + 1 = 12(q_1 + 1), N = 11(q_2 + 1)$ e $N = 10(q_3 + 1)$.

Logo, N passa a deixar resto 0 na divisão por 12, 11 e 10 quando somamos 1 a ele. Assim, um possível valor para N é $12 \cdot 11 \cdot 10 - 1$.

Exemplo 3.1.2:

Calcule o resto da divisão de 5^{2020} por 4.

Uma solução:

Note que $a^n - 1 = (a - 1)(a^{n-1} + a^{n-2} + \ \dots \ + a + 1)$.

E ainda $4 = 5 - 1$ e assim tomando $a = 5$ e $n = 2020$ na expressão acima obtemos: $5^{2020} - 1 = 4(5^{2019} + 5^{2018} + \ \dots \ + 5 + 1) \Longrightarrow 5^{2020} = 4(5^{2019} + 5^{2018} + \ \dots \ + 5 + 1) + 1 = 4q + 1$, com $q = (5^{2019} + 5^{2018} + \ \dots \ + 5 + 1)$.

Portanto, o resto da divisão de 5^{2020} por 4 é 1.

3.2 TEOREMA DOS RESTOS

Se a_1 e a_2 deixam restos r_1 e r_2 na divisão por b, respectivamente, então:

(i) $a_1 + a_2$ deixa o mesmo resto que $r_1 + r_2$ na divisão por b.

(ii) $a_1 a_2$ deixa o mesmo resto que $r_1 r_2$ na divisão por b.

Demonstração:

(i) Sejam q_1, q_2, q, r_1, r_2, $r \in \mathbb{Z}$ tais que: $a_1 = bq_1 + r_1$, $a_2 = bq_2 + r_2$ e $r_1 + r_2 = bq + r$ com $0 \leqslant r_1 < |b|$, $0 \leqslant r_2 < |b|$ e $0 \leqslant r < |b|$. Logo, $a_1 + a_2 = (bq_1 + r_1) + (bq_2 + r_2) =$

$b(q_1+q_2)+(r_1+r_2)=b(q_1+q_2)+bq+r=b(q_1+q_2+q)+r$. Como $0\leqslant r<|b|$, a_1+a_2 deixa resto r quando dividido por b.

(ii) Sejam $q_1, q_2, q', r_1, r_2, r' \in \mathbb{Z}$ tais que: $a_1=bq_1+r_1$, $a_2=bq_2+r_2$ e $r_1r_2=bq'+r'$ com $0\leqslant r_1<|b|$, $0\leqslant r_2<|b|$ e $0\leqslant r'<|b|$. Assim, $a_1{\cdot}a_2=(bq_1+r_1)(bq_2+r_2)=b(bq_1q_2+q_1r_2+q_2r_1)+r_1r_2=b(bq_1q_2+q_1r_2+q_2r_1)+(bq'+r')=b(bq_1q_2+q_1r_2+q_2r_1+q')+r'$. Como $0\leqslant r'<|b|$, a_1a_2 deixa resto r' quando dividido por b.

■

Exemplo 3.2.1:

Justifique o resto da divisão de 803 por 3 ser 2, utilizando a propriedade (i) do teorema 3.2 desta seção observando que $803=400+403$.

Uma solução:

Temos que $400=3.133+1$ e $403=400+3=(3.133+1)+3=3\cdot 134+1$, logo, por 3.2 (i), o resto da divisão de 803 por 3 é igual à soma dos restos de 400 e 403 por 3, ou seja, o resto é 2.

Exemplo 3.2.2:

Qual o resto que o número $1005\cdot 1006\cdot 1007$ deixa quando dividido por 7?

Uma solução:

Como 1005 deixa resto 4 por 7, pelo item (ii) do teorema 3.2 , temos que o número acima deixa o mesmo resto que $4\cdot 5\cdot 6=120=7\cdot 17+1$ deixa. Logo o resto é 1.

Exemplo 3.2.3:

Qual o resto que o número 4^{5000} deixa quando dividido por 3?

Uma solução:

Como 4 deixa resto 1 por 3, pelo item (ii) do teorema 3.2, 4^{5000} deixa o mesmo resto que $\underbrace{1\cdot 1\cdot\ldots\cdot 1}_{5000}=1$ por 3.

3.3 DIVISIBILIDADE

Dados dois números inteiros a e b, diremos que a *divide* b, escrevendo $a\mid b$, quando existir $c\in\mathbb{Z}$ tal que $b=ca$. Nesse caso, diremos também que a é um *divisor* ou um fator de b, ou ainda, que b é um *múltiplo* de a ou que b é divisível por a.

A sentença $a \nmid b$ é a negação de $a \mid b$, isto é, significa que não existe $c \in \mathbb{Z}$ tal que $b = ca$.

3.3.1 PROPRIEDADES DE DIVISIBILIDADE:

Sejam a, b, c e d números inteiros quaisquer. Então valem:

(i) $1 \mid a$, $a \mid a$ e $a \mid 0$.

(ii) Se $a \mid b$ e $b \mid c$, então $a \mid c$.

(iii) Se $a \mid b$ e $c \mid d$, então $(ac) \mid (bd)$.

(iv) Se $a \mid b$ e $a \mid c$, então $a \mid (b + c)$.

(v) Se $a \mid b$ então para todo $m \in \mathbb{Z}$, tem-se que $a \mid (mb)$.

(vi) Se $a \mid b$ e $a \mid c$, então para todos m, $n \in \mathbb{Z}$, temos que $a \mid (mb + nc)$.

(vii) $a \mid b \iff a \mid -b \iff -a \mid b \iff -a \mid -b$.

(viii) Se $a \mid b$ e $b \neq 0$, então $|a| \leqslant |b|$.

(ix) Se $b \mid a$ e $a \mid b$, então $a = \pm b$.

(x) Se $a \mid 1$, então $a = \pm 1$.

(xi) Dado $m \in \mathbb{Z}$, se $m \mid (a + b)$ e $m \mid a$, então $m \mid b$.

Demonstração:

(i) Temos que, $1 \mid a$ pois $a = 1 \cdot a$, $a \mid a$ pois $a = 1 \cdot a$ e por fim, $a \mid 0$ pois $0 = 0 \cdot a$.

(ii) Se $a \mid b$ e $b \mid c$, então existem números inteiros q_1 e q_2, tais que $b = q_1 a$ e $c = q_2 b$, substituindo a primeira equação na segunda temos, $c = (q_2 q_1)a$, logo, $a \mid c$.

(iii) Se $a \mid b$ e $c \mid d$, então existem números inteiros q_1 e q_2, tais que $b = q_1 a$ e $d = q_2 c$, multiplicando membro a membro as duas equações temos, $bd = (q_2 q_1)ac$, logo, $ac \mid bd$.

(iv) Se $a \mid b$ e $a \mid c$, então existem números inteiros q_1 e q_2, tais que $b = q_1 a$ e $c = q_2 a$, somando membro a membro as duas equações temos, $b+c = q_1 a + q_2 a = (q_2 + q_1)a$, logo, $a \mid (b + c)$.

(v) Se $a \mid b$ então existe um número inteiro q, tal que $b = qa$, multiplicando essa equação por um número inteiro m, temos que $mb = (qm)a$, logo, para todo m, temos que $a \mid mb$.

(vi) Se $a \mid b$ e $a \mid c$, então existem números inteiros q_1 e q_2, tais que $b = q_1 a$ e $c = q_2 a$, multiplicando a primeira equação por m e a segunda por n, sendo m e n inteiros, temos: $mb = q_1 ma$ e $nc = q_2 na$, em seguida, somando membro a membro as duas últimas equações, obtemos $mb + nc = q_1 ma + q_2 na = (q_1 m + q_2 n)a$, logo $a \mid (mb + nc)$.

(vii) Vamos mostrar a primeira implicação. $a \mid b \iff$ existe $q \in \mathbb{Z}$, $b = aq \iff -b = -aq \iff -b = aq'$, $q' = -q \iff a \mid -b$. As outras implicações são análogas.

(viii) Se $a \mid b$ com $b \neq$, então existe um inteiro $q \neq 0$ tal que $b = qa$, logo, $|b| = |qa| = |q| \cdot |a| \geqslant |a|$.

(ix) Suponha que $b \mid a$ e $a \mid b$. Se $a = 0$ ou $b = 0$, tem-se, $a = b = 0$. No caso a; $b \neq 0$, temos, pelo item (viii) desta proposição, $|a| \geqslant |b|$ e $|a| \leqslant |b|$ logo, $|a| = |b|$, ou seja, $a = \pm b$.

(x) Suponha que $a \mid 1$. Do item (i) desta proposição, $1 \mid a$ para todo a inteiro. Logo, pelo item anterior (ix), temos que $a = \pm 1$.

(xi) Se $m \mid (a + b)$ e $m \mid a$, então existem números inteiros q_1 e q_2, tais que $a + b = q_1 m$ e $a = q_2 m$, substituindo a última igualdade na primeira obtemos $b = q_1 m - q_2 m = m(q_1 - q_2)$ logo $m \mid b$.

∎

3.4 MÁXIMO DIVISOR COMUM

Sejam dois inteiros a e b, distintos ou não. Um número inteiro d será dito um *divisor comum* de a e b se $d \mid a$ e $d \mid b$.

Um número inteiro $d \geqslant 0$ é um *máximo divisor comum* (mdc) de a e b, se possuir as seguintes propriedades:

(i) d é um divisor comum de a e b, e

(ii) d é divisível por todo divisor comum de a e b.

Denotaremos o mdc de a e b por (a,b).

3.5 NÚMERO PRIMO

Um número natural maior do que 1 que só possui como divisores positivos 1 e ele próprio é chamado de *número primo*.

Observações: Dados dois números primos p e q e um número inteiro a qualquer, decorrem da definição acima que:

1. Se $p \mid q$, então $p = q$.

   De fato, como $p \mid q$ e sendo q primo, temos que $p = 1$ ou $p = q$. Sendo p primo, tem-se que $p > 1$, logo $p = q$.

2. Se $p \nmid a$, então $(p{,}a) = 1$.

   De fato, se $(p{,}a) = d$, temos que $d \mid p$ e $d \mid a$. Portanto, $d = p$ ou $d = 1$. Mas $d \neq p$, pois $p \nmid a$ (por hipótese), portanto $d = 1$.

3.6 NÚMEROS PRIMOS ENTRE SI

Dois números inteiros a e b são *primos entre si* se $(a,\, b) = 1$, ou seja, se o único divisor comum positivo a ambos é 1.

Proposição 3.6.1

Dois números inteiros a e b são primos entre si se, e somente se, existem números inteiros m e n tais que $ma + nb = 1$.

O leitor interessado pode encontrar a demonstração da proposição anterior em Hefez (2016, p. 82).

3.7 LEMA DE GAUSS

Sejam a, b e c números inteiros. Se $a \mid bc$ e $(a{,}b) = 1$, então $a \mid c$.

Demonstração:

Suponha que $a \mid bc$ e $(a,\, b)$= 1. Segue, pela proposição 3.6.1, que existem inteiros r e s tais que $ra + sb = 1$, donde $rac + sbc = c$. Como $a \mid a$ e $a \mid bc$, temos que $a \mid c$, pela propriedade 3.3.1(vi). ■

3.8 LEMA DE EUCLIDES

Sejam a, b, $p \in \mathbb{Z}$, com p primo. Se $p \mid ab$, então $p \mid a$ ou $p \mid b$.

Demonstração:

Se $p \mid ab$ e $p \nmid a$, então $(p{,}a)$= 1. Segue, pelo Lema de Gauss, que $p \mid b$. ■

3.9 CONGRUÊNCIA

Seja m um número natural. Dois inteiros a e b são congruentes módulo m se os restos de sua divisão euclidiana por m são iguais. A esse fato denotamos,

$$a \equiv b \ mod \ m$$

.

Observações:

1. Quando a relação $a \equiv b \ mod \ m$ for falsa, diremos que a e b não são congruentes, ou que são incongruentes, módulo m. Escrevemos $a \not\equiv b \ mod \ m$.
2. Como o resto da divisão de um número inteiro qualquer por 1 é sempre nulo, tem-se que $a \equiv bmod1$, quaisquer que sejam $a, b \in \mathbb{Z}$. Isto torna desinteressante a aritmética dos restos módulo 1. Assim, vamos considerar $m > 1$.

Exemplo 3.9.1:

$20 \equiv 11 \ mod \ 3$.

De fato, pois $20 = 3 \cdot 6 + 2$ e $11 = 3 \cdot 3 + 2$ deixam resto 2 quando divididos por 3.

Exemplo 3.9.2:

$67 \equiv -63 \ mod \ 5$.

De fato, pois $67 = 13 \cdot 5 + 2$ e $-63 = -13 \cdot 5 + 2$. Logo 67 e -63 deixam resto 2 quando divididos por 5.

Exemplo 3.9.3:

$34 \not\equiv 60 \ mod \ 7$.

De fato, pois na divisão por 7, 34 deixa resto 6, enquanto que 60 deixa resto 4.

Proposição 3.9.1

Sejam a, b, $m \in \mathbb{Z}$, com $m > 1$. Tem-se que $a \equiv \ b \ mod \ m$ se, e somente se, $m \mid (b - a)$.

Demonstração:

Sejam $a = mq_1 + r_1$, com q_1, $r_1 \in \mathbb{Z}$ e $0 \leqslant r_1 < m$ e $b = mq_2 + r_2$, com q_2,$r_2 \in \mathbb{Z}$ e $0 \leqslant r_2 < m$, as divisões euclidianas de a e b por m, respectivamente.

($\Longrightarrow$)

Note que, $b - a = mq_2 + r_2 - (mq_1 + r_1) = m(q_2 - q_1) + (r_2 - r_1)$.

Como $a \mid b \ mod \ m$, então $r_1 = r_2$. Portanto, $b - a = m(q_2 - q_1)$, e daí $m \mid (b - a)$.

($\Longleftarrow$)

Se $m \mid (b - a)$, então $m \mid (mq_2 + r_2) - (mq_1 + r_1) \Longrightarrow m \mid m(q_2 - q_1) + (r_2 - r_1)$ $\Longrightarrow m \mid (r_2 - r_1)$ (1).

Vamos mostrar que $-m < r_2 - r_1 < m$.

Como $0 \leqslant r_2 < m$, subtraindo r_1 obtemos $-r_1 \leqslant r_2 - r_1 < m - r_1$ e $-r_1 \leqslant r_2 - r_1 < m - r_1 \leqslant m$ (2).

Do fato de $0 \leqslant r_1 < m$, temos que $r_1 < m$, então $-r_1 > -m$ (3).

Assim de (2) e (3), temos $-m < -r_1 \leqslant r_2 - r_1 < m - r_1 \leqslant m \to -m < r_2 - r_1 < m$ (4).

E de (1) e (4), temos que $r_2 - r_1 = 0 \Longrightarrow r_2 = r_1 \to a \equiv b \ mod \ m$.

$\blacksquare$

Observação: Decorre da proposição acima que para analisar se os números 25 e 17 são congruentes módulo 4, basta verificar que a diferença $25 - 17 = 8$ é um múltiplo de 4. De modo análogo, verifica-se que 12 e 27 não são congruentes módulo 4, haja vista a diferença $12 - 27 = -15$ não é um múltiplo de 4.

3.9.1 PROPRIEDADES DE CONGRUÊNCIAS

Sejam a, b, c, d, m e r números inteiros, com $m > 1$ e $r \geqslant 1$. Então:

(i) $a \equiv a \ mod \ m$.

(ii) Se $a \equiv b \ mod \ m$, então $b \equiv a \ mod \ m$.

(iii) Se $a \equiv b \ mod \ m$ e $b \equiv c \ mod \ m$, então $a \equiv c \ mod \ m$.

(iv) Se $a \equiv b \ mod \ m$ e $c \equiv d \ mod \ m$, então $(a + c) \equiv (b + d) \ mod \ m$.

(v) Se $a \equiv b \ mod \ m$ e $c \equiv d \ mod \ m$, então $ac \equiv bd \ mod \ m$.

(vi) Se $a \equiv b \ mod \ m$, então $a^r \equiv b^r \ mod \ m$.

(vii) $(a + c) \equiv (b + c) \ mod \ m$ se, e somente, se $a \equiv b \ mod \ m$.

(viii) Se $ab \equiv ac \ mod \ m$ e (a,m)= 1, então $b \equiv c \ mod \ m$.

Demonstração:

(i) Basta observar que $m \mid (a - a) = 0$.

(ii) Se $a \equiv b \ mod \ m$, então $m|(b-a)$, donde pela propriedade 3.3.1 (vii) $m|(a-b)$, o que implica que $b \equiv a \ mod \ m$.

(iii) Suponha que $a \equiv b \ mod \ m$ e $b \equiv c \ mod \ m$. Daí, $m|(b-a)$ e $m|(c-b)$, pela propriedade 3.3.1 (iv), temos $m|(c-a)$, ou seja, $a \equiv c \ mod \ m$ pela proposição 3.9.1.

(iv) Suponha que $a \equiv b \ mod \ m$ e $c \equiv d \ mod \ m$. Temos que $m|(b-a)$ e $m|(d-c)$, donde pela propriedade 3.3.1 (iv): $m|((b-a)+(d-c)) = b+d-(a+c)$. Portanto, $a+c \equiv b+d \ mod \ m$.

(v) Suponha que $a \equiv b \ mod \ m$ e $c \equiv d \ mod \ m$. Temos que $m|(b-a)$ e $m|(d-c)$, donde $m|d(b-a)$ e $m|a(d-c)$. Daí, $m|(d(b-a)+a(d-c))$, ou seja, $m|(bd-ac)$. Portanto, $ac \equiv bd \ mod \ m$.

(vi) Suponha que $a \equiv b \ mod \ m$. Aplicando o item (v) desta proposição $r-1$ vezes:

$$r \text{ congruências} = \begin{cases} a \equiv b \ mod \ m \\ a \equiv b \ mod \ m \\ a \equiv b \ mod \ m \\ \vdots \\ a \equiv b \ mod \ m \end{cases} \Longrightarrow a^r \equiv b^r \ mod \ m$$

(vii) $a+c \equiv b+c \ mod \ m \iff m|(a+c-(b+c)) \iff m|(a-b) \iff a \equiv b \ mod \ m$.

(viii) Suponha que $ab \equiv ac \ mod \ m$. Então, $m|(ac-ab) \to m|a(c-b)$. Como $(a,m)= 1$, temos necessariamente que $m|(c-b)$, pelo Lema de Gauss. Portanto, $b \equiv c \ mod \ m$.

■

Exemplo 3.9.4:

Sabendo que $33 \equiv \ mod \ 7$, $104 \equiv 6 \ mod \ 7$ e $97 \equiv 6 \ mod \ 7$. Determine o resto da divisão de 234 por 7, aplicando propriedades de congruências.

Uma solução:

Note que $7 \equiv 0 \ mod \ 7$, então pela propriedade 3.9.1 (vii), $6 \equiv -1 \ mod \ 7$. E ainda, $234 = 33 + 104 + 97$, então pelas propriedades 3.9.1 (iv) e (vii), temos $234 \equiv 5+6+6 \equiv 5-1-1 \equiv 3 \ mod \ 7$.

3.10 SISTEMA COMPLETO DE RESÍDUOS

Chamaremos de *sistema completo de resíduos módulo* m a todo conjunto de números inteiros cujos restos pela divisão por m são os números $0, 1, 2, ..., m-1$, sem repetições e numa ordem qualquer.

Portanto, um sistema completo de resíduos módulo m possui m elementos.

3.11 CLASSE RESIDUAL MODULAR

A *classe residual modular* de um número inteiro a módulo m, denotada por $[a]$, é o conjunto de todos os números inteiros x tal que $a \equiv x \ mod \ m$, isto, é:

$$[a] = \{x \in \mathbb{Z}; m|(a - x)\}.$$

Os conjuntos de todas as classes residuais módulo m será representado por $\mathbb{Z}_m$.

A classe residual modular também pode ser denotada por $\bar{a}$ ou ainda, a_n.

3.11.1 PROPRIEDADES DE CLASSES RESIDUAIS

(i) $[a] = [b]$ se, e somente se, $a \equiv b \ mod \ m$.

(ii) Se $[a] \cap [b] \neq \emptyset$, então $[a] = [b]$.

Demonstração:

(i)

$(\Longrightarrow)$

Se $[a] = [b]$, como $a \in [a]$, temos também que $a \in [b]$, logo, $a \equiv b \ mod \ m$.

$(\Longleftarrow)$

Suponha $a \equiv \ mod \ m$, queremos provar uma igualdade entre conjuntos.

Dado $x \in [a]$, por definição, temos que $x \equiv a \ mod \ m$. Da propriedade transitiva de congruência 3.9.1(iii) e da hipótese temos que $b \equiv x \ mod \ m$, logo $x \in [b]$. Logo $[a] \subset [b]$. A inclusão de sentido contrário segue de forma análoga.

■

(ii)

Se $[a] \cap [b] \neq \emptyset$, tome c um inteiro, tal que, $c \in [a]$ e $c \in [b]$.

Como $c \in [a]$, temos que $c \equiv a \ mod \ m$, e, de forma análoga, $c \equiv b \ mod \ m$. Portanto, $a \equiv b \ mod \ m$ e, por (i), $[a] = [b]$.

■

Exemplo 3.11.1:

Seja o conjunto $\mathbb{Z}$ dos números inteiros e as duas classes modulares:

$[0] = \{x \in \mathbb{Z} : x \equiv 0 \ mod \ 2\} = \{x = 2k + 0 : k \in \mathbb{Z}\}$

$[1] = \{x \in \mathbb{Z} : x \equiv 1 \ mod \ 2\} = \{x = 2k + 1 : k \in \mathbb{Z}\}$

A classe [0] representa o conjunto de todos os números pares e a classe [1] representa o conjunto de todos os números ímpares. Assim,

$\mathbb{Z} = [0] \cup [1]$ e $[0] \cap [1] = \emptyset$

Isto significa que o conjunto $\mathbb{Z}$ dos números inteiros pode ser particionado em duas classes disjuntas.

3.11.2 REPRESENTANTE DA CLASSE RESIDUAL MÓDULO M:

Dado $[x] \in \mathbb{Z}_m$, um número inteiro a tal que $[x] = [a]$, será denominado *representante* de $[x]$.

3.11.3 ADIÇÃO E MULTIPLICAÇÃO DE REPRESENTANTES DA CLASSE RESIDUAL MÓDULO M

Definimos as seguintes operações:

Adição: $[a] + [b] = [a + b]$.

Multiplicação: $[a] \cdot [b] = [a \cdot b]$.

Vamos verificar que, ao mudarmos os representantes das classes $[a]$ e $[b]$, não mudam os valores de $[a + b]$ e de $[a \cdot b]$.

Sejam a' e b' representantes das classes residuais $[a]$ e $[b]$, respectivamente. Então $a \equiv a' \ mod \ m$ e $b \equiv b' \ mod \ m$. Pelas propriedades 3.9.1(iv) e (v) temos que $[a+b] = [a'+b']$ e $[a \cdot b] = [a' \cdot b']$.

As operações, em $\mathbb{Z}_2$, listadas na Tabela 1 significam resultados importantes no estudo de Estruturas Algébricas.

Tabela 1 – Adição e multiplicação em $\mathbb{Z}_2$

Operação	**Significado da operação com as classes**
$[0] + [0] = [0]$	Soma de números pares é um par.
$[0] + [1] = [1]$	Soma de um par com um ímpar é um ímpar.
$[1] + [0] = [1]$	Soma de um ímpar com um par é um ímpar.
$[1] + [1] = [0]$	Soma de um ímpar com um ímpar é um par.
$[0] \cdot [0] = [0]$	Produto de um par por um par é um par.
$[0] \cdot [1] = [0]$	Produto de um par por um ímpar é um par.
$[1] \cdot [0] = [0]$	Produto de um ímpar por um par é um par.
$[1] \cdot [1] = [1]$	Produto de números ímpares é um ímpar.

Fonte: MATEMÁTICA ESSENCIAL, 2020.

3.11.4 ELEMENTO INVERTÍVEL

Um *elemento* $[a]$ *é invertível* quando existe $[b]$, tal que $[a]\cdot[b] = 1$, com $[a], [b] \in \mathbb{Z}_m$, ou seja, utilizando congruência essa definição é equivalente a dizer que $a \cdot b \equiv 1 \; mod \; m$. Dizemos que $[b]$ é o inverso de $[a]$.

3.11.5 EQUAÇÃO DIFANTINA LINEAR

Uma *equação diofantina linear* é uma equação do tipo $ax_0 + by_0 = c$, com a, b, c inteiros, chamados coeficientes da equação.

3.11.6 ALGORITMO ESTENDIDO DE EUCLIDES:

Dados a, $b \in \mathbb{N}$, suponha $b \leqslant a$. Então existem m, n, $d \in \mathbb{Z}$ tais que $(a,b)= d$ e $ma + nb = d$.

A demonstração construtiva da existência do m.d.c dada por Euclides encontra-se em Hefez (2016, p. 77-78).

Teorema 3.11.1:

Uma equação diofantina $ax + by = c$ tem solução se, e somente se, $(a,b)|c$.

Demonstração:

($\Longrightarrow$)

Seja (a,b)= d e suponhamos (x_0, y_0) solução da equação $ax + by = c$.

Assim, $ax_0 + by_0 = c$ e como $d|a$ e $d|b$ segue que $d|c$.

($\Longleftarrow$)

Se $d|c$, então existe $t \in \mathbb{Z}$ tal que $c = d \cdot t$. Do Algoritmo de Euclides Estendido temos que existem inteiros m_0, n_0 tais que $a \cdot m_0 + b \cdot n_0 = d \Longrightarrow a \cdot m_0t + b \cdot n_0t = d \cdot t$ $\Longrightarrow a \cdot (m_0t) + b \cdot (n_0t) = c$. Logo ($m_0t$, n_0t) é solução da equação $ax + by = c$.

■

Proposição 3.11.1:

$[a] \in \mathbb{Z}_m$ é invertível se, e somente se, (a,m)= 1.

Demonstração:

($\Longrightarrow$)

Se $[a]$ é invertível, então existe $[b] \in \mathbb{Z}_m$, tal que $[a] \cdot [b] = 1$. Como $[a \cdot b] = [a] \cdot [b]$, logo $a \cdot b \equiv 1 \ mod \ m$. Então existe um inteiro t tal que $a \cdot b - t \cdot m = 1 \Longrightarrow a \cdot b + m \cdot (-t) = 1$ e temos (a,m)= 1, pela proposição 3.6.1.

($\Longleftarrow$)

Se $(a, m) = 1$, existem inteiros b e t tais que $a \cdot b - m \cdot t = 1$ e, consequentemente, $[1 + m \cdot t] = [a \cdot b]$. Logo, $[1] = [1] + [m.t] = [1 + t.m] = [a.b] = [a] \cdot [b]$.

Portanto, $[a]$ é invertível.

■

Para finalizar este capítulo, apresentamos o conceito de produto escalar.

3.12 ESPAÇO $\mathbb{R}^n$

$\mathbb{R}^n$ é o conjunto das n-uplas ordenadas de números reais.

Assim, $(1, 2, 3) \in \mathbb{R}^3$ e $(1, 2) \neq (2, 1) \in \mathbb{R}^2$.

3.13 VETORES EM $\mathbb{R}^n$

Os elementos de $\mathbb{R}^n$ são denominados *vetores*, onde a soma é definida como segue: $(x_1, x_2, \ldots, xn) + (y_1, y_2, \ldots, y_n) = (x_1 + y_1, x_2 + y_2, \ldots, x_n + y_n)$ e a multiplicação do vetor $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ pelo número real a, chamado de escalar, é definida por $a(x_1, x_2, \ldots, x_n) = (ax_1, ax_2, \ldots, ax_n)$.

3.14 PRODUTO ESCALAR

Dados $u = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$ e $v = (y_1, y_2, \ldots, y_n)$ vetores em $\mathbb{R}^n$, definimos o produto escalar de u e v, denotado por $u \cdot v$, como o número real

$$u \cdot v = x_1y_1 + x_2y_2 + \cdots + x_ny_n$$

.

Exemplo 3.14.1:

Dados os vetores $u = (1, 2, -1)$ e $v = (0, 2, 1)$. Determine o produto escalar entre eles.

Solução:

$u \cdot v = (1, 2, -1) \cdot (0, 2, 1) = 1 \cdot 0 + 2 \cdot 2 + (-1) \cdot 1 = 3.$

No próximo capítulo, apresentamos a matemática aqui descrita presente nos códigos de barras, em particular nos códigos EAN-13 e também brevemente algumas características dos QR Codes.

4 OS CÓDIGOS DE BARRAS

Neste capítulo descreveremos as principais características e tipos de códigos de barras, em particular a estrutura e a matemática envolvida nos códigos de barras EAN-13 e também faremos, de forma reduzida, algumas referências aos QR Codes. Para tal, este capítulo baseia-se em pesquisas bibliográficas contidas principalmente em Cerqueira (2015), Couto (2017), Fini (2009), Milies (2006), Milies (2008), Milies (2009), Rodrigues (2016), Sousa (2016) e Takahashi (2015).

Os "códigos" fazem parte de nossa vida. Desde nosso nascimento, temos uma identificação na maternidade e, a partir de então, temos um Registro Geral (RG), Cadastro de Pessoa Física (CPF), Carteira de Trabalho, Título de Eleitor, Carteira Nacional de Habilitação (CNH), conta bancária e outros documentos identificados com números e/ou letras.

Segundo Takahashi (2015), o termo "Código de barras" vem do inglês barcode e significa a representação em imagens de dados que podem ser números ou letras. Os códigos de barras foram inventados em 1948 por Bernard Silver e Norman Joseph Woodland e baseados no Código Morse [1] Ficaram populares no início da década de 1970 nos EUA e desde então estão presentes na maioria dos produtos. A Figura 1 mostra alguns códigos de barras encontrados nos produtos dos supermercados.

[1] O Código Morse é um sistema de comunicação binário que representa letras, números e sinais de pontuação através de um sinal cifrado e irregular. Ele possui dois símbolos, os pontos (.) e os traços (-), chamados de bits e dahs, respectivamente. Os símbolos são organizados de forma a se decifrar a mensagem conforme o ritmo e os intervalos com que aparecem. Disponível em: <https://www.hipercultura.com/codigo-morse/>. Acesso em 10/12/2019.

Figura 1 – Códigos de barras nos produtos dos supermercados

Fonte: Própria autora, 2019.

Para fazer a leitura dos códigos de barras, ou seja, a decodificação, é necessário um leitor (Figura 2). Assim, todos os dados são traduzidos pelo computador que os transforma em letras e números.

Figura 2 – Leitor de Códigos de Barras

Fonte: ZIPAUTOMAÇÃO, 2019.

Segundo Takahashi (2015), o código de barras é uma forma de representação gráfica que pode capturar dados automaticamente pela leitura óptica em operações automatizadas. Os dados também são representados por uma sequência de números gravados no sistema de numeração decimal exibido diretamente abaixo das barras, para que o leitor humano também possa ler a identificação.

Os códigos de barras são combinações de barras brancas e pretas paralelas de larguras diferentes, e o leitor óptico interpreta as diferentes larguras em sequências de zeros (barras brancas) e uns (barras pretas).

Além de serem mais eficientes do que armazenar os nomes dos produtos, também representam informações como: país onde o código foi gerado e empresa do artigo. Outra vantagem de ter os produtos codificados em códigos de barras é que os números transpõem a barreira dos idiomas, pois são usados internacionalmente.

Hoje não podemos imaginar caixas de supermercados, papelarias, bancos e outros estabelecimentos comerciais sem o uso de um sistema de códigos de barras.

4.1 TIPOS DE CÓDIGOS DE BARRAS

A empresa que emite e controla os números de todos os códigos de barras no mundo é a GS1 com sede em Bruxelas, na Bélgica. A GS1 cobra uma taxa às empresas que varia com a quantidade de dígito que elas desejam usar para que cada produto tenha um código de barras, que varia com o número do produto que a empresa deseja cadastrar. Ela armazena num servidor o cadastro dos números atribuídos a cada produto. Assim o código do produto cadastrado pode ser lido em qualquer lugar do mundo.

De acordo com as informações em seu site, a Associação Brasileira de Automação – GS1 BRASIL – está sediada em São Paulo e é uma associação multissetorial, sem fins lucrativos, cujo objetivo é implementar e disseminar padrões de identificação de produtos, como códigos de barras, fornecendo assim uma base para melhorar as cadeias de suprimentos, realizando todo o processo automatizado, desde matérias-primas até o consumidor final.

Há códigos de barras unidimensional (1D) e códigos bidimensionais (2D). A principal diferença está relacionada à capacidade de armazenamento de dados. Os códigos de barras tradicionais armazenam caracteres alfanuméricos de maneira limitada (média de 20 caracteres), enquanto os códigos bidimensionais (como o código QR) podem armazenar mais tipos de dados em uma área menor, cerca de 7.000 caracteres numéricos. Além de URLs, imagens, caracteres binários, Kanji (alfabeto chinês) e Kana (alfabeto japonês).

Atualmente, existem dois padrões de código de barras 1D mais usados nos produtos: Universal Product Code – Código Universal de Produtos (UPC) e European Article Number 8 – Número de Artigo Europeu (EAN). O primeiro é amplamente utilizado nos Estados Unidos e no Canadá, enquanto o segundo é a configuração padrão em outras partes do mundo, incluindo o Brasil.

Vejamos algumas variações dos códigos de barras mais utilizados.

4.1.1 CÓDIGO UPC

Oficialmente adotado em 1963 pelos Estados Unidos e Canadá, o código UPC [2] visa auxiliar os mercados na velocidade do processo de verificação na saída dos produtos e melhorar o controle de inventário. Esse sistema estendeu-se rapidamente a outros produtos.

A Figura 3 exemplifica um código UPC que é formado por doze números transformados em barras. O primeiro algarismo especifica o tipo de produto, os cinco algarismos seguintes identificam o fabricante, o segundo grupo de cinco algarismos identifica o produto em si e o último algarismo é chamado de dígito verificador.

Figura 3 – Código UPC

Fonte: CODIMARC, 2011.

4.1.2 CÓDIGO EAN-8

Utilizado em embalagens pequenas de produtos. Os oito números do código EAN-8 [3] são organizados da seguinte forma: os dois ou três primeiros dígitos identificam o país de origem, os cinco ou quatro seguintes o fabricante e o item, e o último é o dígito verificador (Figura 4).

4.1.3 CÓDIGO EAN-13

Consiste em 13 dígitos [4], onde os dois ou três primeiros são a identificação do país onde o fabricante está registrado (que não precisa ser necessariamente o país onde o artigo é produzido); os próximos podem variar de quatro a seis dígitos, indicam o código da empresa fabricante; a próxima sequência pode variar de três a seis dígitos, identificam o produto em si e o último algarismo é conhecido como dígito verificador. Na Figura 5 apresenta-se a versão de código de barras mais utilizada no mundo inteiro.

[2] UPC: Universal Product Code – Código Universal de Produtos
[3] EAN-8: European Article Number 8 – N° de Artigo Europeu com 8 dígitos
[4] EAN-13: European Article Number com 13 dígitos

Figura 4 – Código EAN-8

Fonte: WIKIPÉDIA, 2020a.

Figura 5 – Código EAN-13

Fonte: COGNEX, 2020.

4.1.4 CÓDIGO EAN/ISBN

É um código exclusivo para identificação de livros.[5] Possui 13 dígitos dos quais os três primeiros indicam o tipo de indústria, nesse caso, de livro; os dois seguintes o grupo, a língua escrita; os próximos quatro a editora, que selecionam os outros três de acordo com o item e, por último, o dígito verificador. Esse sistema utiliza códigos com 10 dígitos, $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$ e a letra X, usada apenas, quando o dígito verificador for equivalente ao número 10 (Figura 6).

[5] EAN/ISBN: International Standard Book Number – N° de Padrão Internacional para Livro

Figura 6 – Código EAN/ISBN

ISBN 978-3-16-148410-0

9 783161 484100

Fonte: WIKIPÉDIA, 2020b.

4.1.5 CÓDIGO EAN/ISSN

É um código numérico que identifica publicações seriadas como revistas, jornais e periódicos.[6] Possui 8 dígitos, distribuídos em dois grupos de quatro dígitos cada, ligados por hífen e precedidos sempre pela sigla ISSN e por um espaço. O último dígito é o dígito verificador.

A partir do código ISSN cria-se um código EAN, adicionando 977 no início, em seguida os sete primeiros dígitos do ISSN, isto é remove-se o dígito verificador. Após, acrescenta-se 00 e, na extremidade, é o dígito verificador que segue o padrão da estrutura EAN-13. Esse código, ilustrado na Figura 7, poderá ter ainda um adendo complementar de informações, como número de série, edição, etc.

Figura 7 – Código EAN/ISSN

ISSN 0120-0542

9 770120 054009 27

Fonte: CBBR, 2020.

[6] EAN/ISSN: International Standard Serial Number – N° Internacional Normalizado para Publicações Seriadas

4.1.6 CÓDIGO EAN/DUN-14

Usado na identificação de caixas de distribuição ou paletes que contenham produtos identificados com a simbologia EAN. A Figura 8 ilustra um código EAN/DUN-14, [7] onde o primeiro dígito codifica o identificador do pacote, os próximos sete o fabricante, os próximos cinco, o item e, por último, o dígito verificador.

Figura 8 – Código EAN/DUN-14

Fonte: ZIPAUTOMAÇÃO, 2019.

4.2 ESTRUTURA DOS CÓDIGOS DE BARRAS EAN-13

O principal objetivo de um código de barras é identificar numericamente e com segurança o objeto, o país onde o fabricante está registrado, a empresa que o produziu, o tipo de produto etc. Sendo assim, os códigos de barras têm uma "anatomia", como destaca-se na Figura 9.

[7] EAN/DUN-14: Distribution Unit Number – N° da Unidade de Distribuição

Figura 9 – Estrutura dos códigos de barras EAN-13

Fonte: AUTOMACLICK, 2019.

Os três primeiros números representam o país onde o código foi gerado, sendo que os códigos gerados no Brasil são 789 e 790. Na Tabela 2 a seguir apresentamos os códigos de alguns países.

Tabela 2 – Código EAN-13 de alguns países

CÓDIGO EAN-13 DE ALGUNS PAÍSES			
CÓDIGO	**PAÍS**	**CÓDIGO**	**PAÍS**
00 a 13	USA e Canadá	690 a 693	China
30 a 37	França	729	Israel
400 a 440	Alemanha	743	Nicarágua
45 a 49	Japão	744	Costa Rica
480	Filipinas	750	México
485	Armênia	770	Colômbia
528	Líbano	773	Uruguai
539	Irlanda	779	Argentina
560	Portugal	780	Chile
57	Dinamarca	789 e 790	Brasil
619	Tunísia	80 a 83	Itália
628	Arábia Saudita	84	Espanha
977	Periódicos (ISSN)	978 e 979	Livros (ISBN)

Fonte: FINI, 2009.

Os números da empresa que produziu o item e a descrição das características do produto podem variar, sendo que juntos têm sempre 9 dígitos. O último dígito é o dígito verificador ou dígito de controle que pode ser calculado ou verificado.

Conforme afirma Milies (2008), o cálculo verificador é feito assim: calculamos o produto escalar entre o vetor de peso $(1, 3, 1, 3, 1, 3, 1, 3, 1, 3, 1, 3, 1)$, que é fixo, e o vetor construído por meio da sequência dos treze dígitos do código. O resultado dessa conta deve ser um múltiplo de dez. Caso isso não aconteça, é certo que ocorreu algum erro e a máquina informa isso na tela do computador.

Portanto, ao verificar o código digitado por um operador de caixa o computador pode informar se houve ou não erro na sequência numérica referente ao código.

Para o código de barras UPC, é usado o vetor $(3,1,3,1,3,1,3,1,3,1,3,1)$. Para o EAN-8: $(3,1,3,1,3,1,3,1)$, para o EAN-14: $(3,1,3,1,3,1,3,1,3,1,3,1,3,1)$ e para o EAN/ISSN o mesmo vetor do EAN-13.

As vantagens de usar os códigos de barras no leitor óptico são muitas, tais como a rapidez e a praticidade na compra e venda do produto, no controle da entrada e da saída de um produto do estoque. Além disso, as chances de erros são mínimas, pois ao ler os números, por exemplo, um 8 mal lido pode ser identificado como um 3, um 9 pode ser confundido por um 6. Com as barras os números podem ser lidos de maneira muito precisa e com grande velocidade. E caso o leitor tenha algum problema na leitura das barras do produto, os números do código de barras vêm logo abaixo das barras para que seja possível digitá-los.

Mediante essa praticidade dos produtos terem códigos de barras, cabe uma questão: Existem possibilidades de erros de codificação?

> Esses códigos podem e devem ser controlados, para tornar possível detectar erros de codificação. O que isso significa? Quando, por exemplo, escrevemos um texto e, ao revisá-lo vemos a palavra "cinemma", logo percebemos o duplo "m" que deixou a palavra errada. E corrigimos. Como o caixa do supermercado sabe que digitou na máquina registradora um código errado em relação ao produto comprado? Para "avisar" que há erro de codificação, foi criado um grupo de algarismos, chamados "algarismos de teste", "dígitos controladores", "dígito de verificação" que são justapostos ao código de identificação, geralmente no final. (FINI, 2009, p. 71)

Nas próximas seções serão apresentadas algumas características dos códigos de barras que auxiliam na detectação de erros. E, dentre elas, a que mais destacamos nesse trabalho: a presença da Matemática em sua estrutura.

4.3 DETECÇÃO DE ERROS

Em Milies (2006) duas perguntas a respeito dos códigos de barras são feitas para nos fazerem refletir:

a) *Ao passar um código de barras "de ponta-cabeça", o leitor não deveria ler o número na ordem contrária? Como é que ele reconhece a ordem certa de leitura?*

b) *Quando o leitor não consegue ler o código, o operador de caixa digita a sequência de números que fica abaixo das barras. Ele não poderia cometer um erro e o consumidor pagar por um produto diferente daquele que está comprando? Ou ainda digitar um código que não existe? Como é que a máquina consegue reconhecer quando um erro foi cometido?*

A primeira pergunta será respondida na próxima seção.

Para responder a segunda questão, vamos supor o código EAN-13 dado por uma sequência de dígitos $a_1a_2...a_{12}a_{13}$. O último dígito, chamado dígito verificador, é utilizado para detectar erros e o denotaremos por x.

Para facilitar, vamos escrever essa sequência como um vetor
$\alpha = (a_1, a_2, ..., a_{11}, a_{12}, x)$.

O sistema EAN-13 utiliza o vetor fixo ω que chamaremos de vetor de peso:
$\omega = (1, 3, 1, 3, 1, 3, 1, 3, 1, 3, 1, 3, 1)$.

Calculando o produto escalar, representado por $\cdot$, entre esses vetores obtemos:

$$\begin{aligned}\alpha \cdot \omega &= (a_1, a_2, ..., a_{11}, a_{12}, x) \cdot (1, 3, 1, 3, 1, 3, 1, 3, 1, 3, 1, 3, 1)\\ &= a_1 + 3a_2 + a_3 + 3a_4 + a_5 + 3a_6 + a_7 + 3a_8 + a_9 + 3a_{10} + a_{11} + 3a_{12} + x\end{aligned}$$

O dígito verificador x equivale ao número que torna a soma acima um múltiplo de 10, isto é,

$$\alpha \cdot \omega = \Delta + x,$$

onde $\Delta = a_1 + 3a_2 + a_3 + 3a_4 + a_5 + 3a_6 + a_7 + 3a_8 + a_9 + 3a_{10} + a_{11} + 3a_{12}$.

Então $\alpha \cdot \omega \equiv 0 \ mod \ 10$, pela definição de congruência temos que

$$10 \mid \alpha \cdot \omega \iff \alpha \cdot \omega = 10k;\ k \in \mathbb{Z}$$

. Assim, $\alpha \cdot \omega = \Delta + x = 10k \iff x = 10k - \Delta;\ k \in \mathbb{Z}$.

Portanto, x é a diferença entre um múltiplo de 10 e a soma dos doze primeiros dígitos do código de barras multiplicados pelos números 1 e 3 sucessivamente. Ou seja, x é a menor quantidade (número natural) que falta para que $\alpha \cdot \omega$ seja um múltiplo de 10.

Como a atividade foi aplicada em uma turma de 9° ano do Ensino Fundamental, conforme descreveremos adiante, não realizamos o desenvolvimento aqui apresentado. Contudo consideramos importante para o professor e até para trabalhos futuros destacar a relação entre os cálculos realizados e a aritmética modular.

Exemplo 4.3.1:

Vejamos como foi determinado o dígito verificador do código de barras na Figura 10:

Figura 10 – Códigos de barras EAN-13

7891360615194

Fonte: COSMOS BLUESOFT, 2020.

Usando o algoritmo descrito acima temos:

$\alpha = (7, 8, 9, 1, 3, 6, 0, 6, 1, 5, 1, 9, x)$ e $\omega = (1, 3, 1, 3, 1, 3, 1, 3, 1, 3, 1, 3, 1)$, logo

$$\begin{aligned}
\alpha \cdot \omega &= (7, 8, 9, 1, 3, 6, 0, 6, 1, 5, 1, 9, x) \cdot (1, 3, 1, 3, 1, 3, 1, 3, 1, 3, 1, 3, 1) \\
&= 7 + 24 + 9 + 3 + 3 + 18 + 0 + 18 + 1 + 15 + 1 + 27 + x \\
&= 126 + x.
\end{aligned}$$

Como 4 é a menor quantidade (número natural) que deve ser adicionada para que a soma acima, ou seja, $\alpha \cdot \omega$ seja um múltiplo de 10, temos que $x = 4$ e consequentemente 4 é o dígito verificador do código de barras acima.

Utilizando congruência temos $126 + x \equiv 0 \ mod \ 10 \iff 6 + x \equiv 0 \ mod \ 10$ (pois $126 \equiv 6 \ mod \ 10$), onde $x \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 67, 8, 9\}$. Logo $x = 4$.

Exemplo 4.3.2:

Vejamos agora como funciona a detecção de erros. Considere o código de barras da Figura 11:

Figura 11 – Códigos de barras EAN-13

Fonte: DREAMSTIME, 2019.

Suponha que o leitor óptico não leu o código acima e o operador de caixa ao digitá-lo errou o quarto dígito. Substituindo o dígito 1 por 2. Será que o erro será detectado?

O computador, ao receber a informação, calculou $\alpha \cdot \omega =$ e obteve:

$6 + 0 + 0 + 6 + 0 + 6 + 3 + 18 + 9 + 3 + 3 + 0 + 9 = 63.$

Como o resultado não é um múltiplo de 10, isto é, $63 \not\equiv 0 \ mod \ 10$, o computador avisa que foi cometido algum erro.

Teorema 4.3.1:

Todo erro consistente numa única alteração (erro singular) será detectado no EAN-13.

Demonstração:

Suponha que a sequência de dígitos tenha sido digitada com um erro único, ou seja, o dígito ai $(1 \leqslant i \leqslant n)$ fora substituído por um b_i e $a_i \neq b_i$.

Assim os vetores formados pelas sequências dos códigos de barras são:
$\alpha = (a_1, a_2, ..., a_i..., a_{11}, a_{12}, a_{13})$ e $\beta = (a_1, a_2, ..., b_i, ..., a_{11}, a_{12}, a_{13})$

Segue que, $\alpha \cdot \omega - \beta \cdot \omega = (a_i - b_i)\omega_i$, e o erro não será detectado se, e somente se $(a_i - b_i)\omega_i \equiv 0 \ (mod 10) \iff 10|(a_i - b_i)\omega_i$.

No sistema $EAN - 13$, temos duas possibilidades, $\omega = 1$ ou $\omega = 3$.

Se $\omega_i = 1$, então $10|a_i - b_i \iff a_i \equiv b_i \ (mod 10)$. Absurdo, pois $a_i \neq b_i$ e $a_i, b_i \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Logo $a_i - b_i \not\equiv 0 \ mod \ 10$, isto é, $a_i \not\equiv b_i \ mod \ 10$. E o erro será detectado.

Se $\omega_i = 3$ e como $(10, 3) = 1$, então $10|(a_i - b_i) \cdot 3 \iff 10|a_i - b_i$. E pelo mesmo argumento anterior, temos que $a_i \not\equiv b_i \ mod \ 10$. E o erro também será detectado.

■

A sentença do teorema acima é equivalente a: Se um operador de caixa cometer apenas UM erro de digitação num código EAN-13, trocando um dos dígitos por outro, então necessariamente $\alpha \cdot \omega$ não será um múltiplo de 10 e assim será possível detectar que foi cometido erro.

No próximo Teorema, vamos considerar o vetor de peso $\omega = (\omega_1, \omega_2, \omega_3, \ldots, \omega_i, \ldots, \omega_n)$, ou seja, vamos generalizar para outros sistemas de códigos.

Teorema 4.3.2:

Todo erro singular na i-ésima posição será detectado se, e somente se $(\omega_i, 10) = 1$.

Demonstração:

$(\Longrightarrow)$

Vamos supor que todo erro singular na i-ésima posição é detectável.

Precisamos mostrar que $(\omega_i, 10) = 1$. Vamos supor, por absurdo, que $(\omega_i, 10) = d > 1$. Logo, $\omega_i = d_1 d$ (1) e $10 = d_2 d$ (2). Note que $d_2 \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ e, por hipótese, todo erro singular na i-ésima posição será detectado.

Tome $b_i = d_2, a_i = 0$, α e β como no teorema 4.3.1, onde $a_j = b_j$ se $j \neq i$. Tome ainda $\omega = (\omega_1, \omega_2, ..., \omega_i ..., \omega_{11}, \omega_{12}, \omega_{13})$. Assim, por (1) e (2), temos $\alpha \cdot \omega - \beta \cdot \omega = (a_i - b_i)\omega_i = -d_2\omega_i = -\frac{10}{d} d_1 d = -10d_1 \equiv 0 mod 10$, o que é um absurdo.

$(\Longleftarrow)$

Vamos supor, por absurdo, que $(\omega_i, 10) = 1$ e que o erro não foi detectado. Daí, $10|(a_i - b_i)\omega_i$. Como por hipótese, ω_i e 10 são primos entre si, temos que $10|(a_i - b_i)$. Mas, $a_i, bi \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, , 9\}$, isto é, $a_i - b_i = 0 \Longrightarrow a_i = b_i$. Absurdo, pois, por hipótese, $a_i \neq b_i$.

■

Pelo teorema acima, podemos deduzir que, nos sistemas UPC e EAN, o número 3 foi escolhido por ser o menor número diferente de 1 tal que $(10, 3) = 1$. Sendo assim, poderia ser também 7 ou 9, porém o cálculo ficaria mais trabalhoso.

Exemplo 4.3.3

Suponha que, ao digitar o código 7896658033643 houve a transposição de dois números, ou seja, a troca da ordem do quinto e do sexto dígito. Assim foi digitado 7896568033643. O computador faz: $7+24+9+18+5+18+8+0+3+9+6+12+3 = 122$, que não é múltiplo de 10. Portanto, o erro é detectado, e daí esse código não existe no sistema $EAN - 13$.

Exemplo 4.3.4

Suponha agora que, ao digitar o código 7896638033649 houve a transposição do sexto e sétimo dígito. Então foi digitado 7896683033649. O computador calcula:
$7 + 24 + 9 + 18 + 6 + 24 + 3 + 0 + 3 + 9 + 6 + 12 + 9 = 130$, que é múltiplo de 10. Nesse caso, o erro não é detectado. Esse exemplo, mostra que o consumidor pagaria por outro produto diferente do que está comprando.

Observações:

a) Se for cometido vários erros ao digitar, o fato ainda poderá ser detectado, mas não podemos ter certeza, pois eles podem "compensar"um ao outro e a soma ainda permanecer sendo um múltiplo de 10.

   Os exemplos 4.3.3 e 4.3.4 confirmam a afirmação acima.

b) Importante destacar a importância do vetor de peso ω. Se a escolha do dígito verificador fosse feita utilizando o vetor $(1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1)$ seria possível detectar erro de digitação. Porém, se ocorresse a troca da ordem de dois dígitos consecutivos o vetor $(1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1)$ não detectaria o erro.

Teorema 4.3.3:

A transposição de dois dígitos consecutivos a_i e a_{i+1} não é detectada, no sistema EAN-13, se e somente se, $|a_i - a_{i+1}| = 5$.

Demonstração:

$(\Longrightarrow)$

Seja $a_1a_2...a_{12}a_{13}$ a sequência de dígitos de um determinado produto no sistema EAN-13, que utiliza dígitos de 0 a 9.

Pela estrutura do sistema EAN-13, temos que:
$a_1 + 3a_2 + a_3 + 3a_4 + a_5 + 3a_6 + a_7 + 3a_8 + a_9 + 3a_{10} + a_{11} + 3a_{12} + a_{13} \equiv 0 \ (mod\ 10)$. (1)

Suponhamos que essa sequência tenha sido erroneamente digitada, com a seguinte transposição adjacente: $a_1a_2 \dots a_{i+1}a_i \dots a_{12}a_{13}$, com i par.

Logo, para que a nova sequência seja um código de barras do sistema EAN-13 temos que:

$a_1 + 3a_2 + a_3 + \cdots + 3a_{i+1} + a_i + \cdots + a_{11} + 3a_{12} + a_{13} \equiv 0 \ (mod\ 10)$. (2)

De (1) - (2), temos:

$2a_i - 2a_{i+1} \equiv 0 (mod\ 10) \iff 2(a_i - a_{i+1}) \equiv 0 \ (mod\ 10)$.

Daí,

$2 \cdot (a_i - a_{i+1}) \equiv 0 \ (mod\ 10) \iff |a_i - a_{i+1}| = 5.$

Note que se $a_i - a_{i+1} = 0$ teríamos $a_i = a_{i+1}$, e não teria o problema de tal erro de digitação. O caso em que i é ímpar é análogo.

$(\Longleftarrow)$ A demonstração é análoga.

Portanto, conclui-se que o erro por transposição adjacente não será detectado se, e somente se, $|a_i - a_{i+1}| = 5$.

■

Obs.: Pelo teorema acima, temos que o erro do exemplo 4.3.3 será detectado, já o do 4.3.4 não será detectado.

Teorema 4.3.4:

Todo erro de transposição da forma

$$\ldots a_i \ldots a_j \cdots \Longrightarrow \ldots a_j \ldots a_i \ldots$$

será detectado se, e somente se $(\omega_i - \omega_j, 10) = 1$.

Demonstração:

$(\Longrightarrow)$

Suponhamos que o erro cometido seja do tipo

$\alpha = \ldots a_i \ldots a_j \cdots \Longrightarrow \alpha = \ldots a_j \ldots a_i \ldots$

Nesse caso podemos calcular a diferença:

$\alpha \cdot \omega - \alpha' \cdot \omega = (a_i\omega_i + a_j\omega_j) - (a_j\omega_i + a_i\omega_j) = (a_i - a_j)(\omega_i - \omega_j).$

Assim, este erro não seria detectado se, e somente se,

$(a_i - a_j)(\omega_i - \omega_j) \equiv 0 (mod 10) \iff 10|(a_i - a_j)(\omega_i - \omega_j).$

Denotando por $\bar{x}$ a classe residual de um inteiro x em $\mathbb{Z}_{10}$ podemos reescrever tal afirmação como:

$(a_i - a_j)(\omega_i - \omega_j) \equiv 0(mod 10)\ (1) \iff (\bar{a_i} - \bar{a_j})(\bar{w_i} - \bar{w_j}) = \bar{0}$ em $\mathbb{Z}_{10}$.

Se $(\omega_i - \omega_j, 10) = 1$ temos que $(\bar{\omega_i} - \bar{\omega_j})$ é invertível em $\mathbb{Z}_{10}$, então $(\bar{a_i} - \bar{a_j}) = \bar{0}$ donde $(\bar{a_i} = \bar{a_j})$. Como a_i e a_j pertencem ao conjunto $\{0, 1, 2, 3, ..., 9\}$ e $a_i \neq a_j$, temos que $(a_i - a_j)(\omega_i - \omega_j) \not\equiv 0 \ (mod\ 10)$. Logo, o erro será detectado.

Se $(\omega_i - \omega_j, 10) = d \neq 1$ logo $\omega_i - \omega_j = d.k$, onde k é número inteiro.

Para que (1) seja verdadeira, dado a_i tome $a_j = a_i + \frac{10}{d}$ ou $a_j = a_i - \frac{10}{d}$, sob a condição $0 \leqslant a_j \leqslant 9$.

Se $a_j = a_i + \frac{10}{d}$, então $(a_i - a_j)(\omega_i - \omega_j) \equiv (a_i - a_i - \frac{10}{d}).d.k \equiv -10k \equiv 0(mod 10)$, onde k é número inteiro.

Para o caso $a_j = a_i - \frac{10}{d}$, temos $10k \equiv 0(mod\ 10)$.

E daí, o erro pode não ser detectado.

$(\Longleftarrow)$

Análogo ao caso $(\omega_i - \omega_j, 10) = 1$ acima.

■

O teorema acima confirma o caso de transposição de dois dígitos no sistema EAN-13, como $\omega = (1, 3, 1, 3, 1, 3, 1, 3, 1, 3, 1, 3, 1)$ temos $(2, 10) = 2 \neq 1$ ou $(0, 10) = 10 \neq 1$, logo o erro pode não ser detectado. Mais uma vez os exemplos 4.3.3 e 4.3.4 podem ser justificados por este teorema.

Pelos teoremas 4.3.3 e 4.3.4 percebemos que o algoritmo utilizado no sistema EAN-13 não detecta 100% dos erros de transposições e possui algumas falhas de segurança.

A Tabela 3 abaixo de Beckley e Verhoeff encontrada, em Milies (2009), mostra que os erros de um dígito e a transposição são os mais comuns. Portanto, os erros considerados nesse trabalho cobrem mais de 80% dos possíveis erros.

Tabela 3 – Tipos de erros e suas frequências

Tipo de erro	Frequência relativa
erro único ... a ... $\longrightarrow$ ... b ...	79%
transposição adjacente ... $ab \cdots \longrightarrow$ ... ba ...	10, 2%

Fonte: BECKLEY; VERHOEFF apud MILIES, 2009.

4.4 REPRESENTAÇÃO DAS BARRAS

Até aqui fizemos um estudo dos números que formam o código EAN-13. Nesta seção, vamos estudar a sua representação gráfica, ou seja, as barras ou listras que o compõe.

O símbolo 0 (zero) é indicado para uma listra (ou linha, ou ainda barra) branca fina, o símbolo 00 (dois zeros) para uma listra branca média equivalente a largura de duas finas, o símbolo 000 (três zeros) para listras brancas grossas que tem a largura de três linhas finas e 0000 (quatro zeros) para uma listra branca muito grossa com espessura de 4 linhas finas.

Da mesma maneira, são representadas por $1, 11, 111$ e 1111, as listras pretas: fina, média, grossa ou muito grossa, respectivamente. As linhas brancas têm as mesmas espessuras das linhas pretas mudando apenas a cor, conforme Tabela 4.

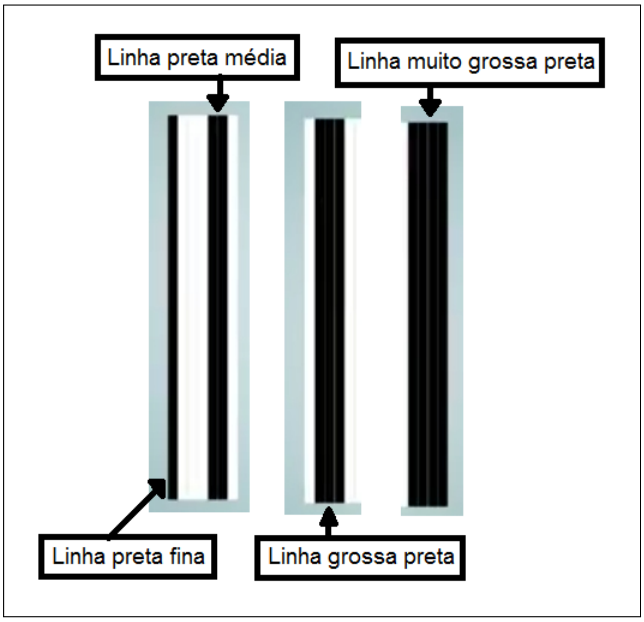
Tabela 4 – Espessuras das listras e suas representações

Listra	Branca	Preta
Fina	0	1
Média	00	11
Grossa	000	111
Muito grossa	0000	1111

Fonte: BARCODE ISLAND, 2006.

A Figura 12, a seguir, mostra as classificações das barras, também chamadas linhas ou ainda listras, em relação às suas respectivas espessuras.

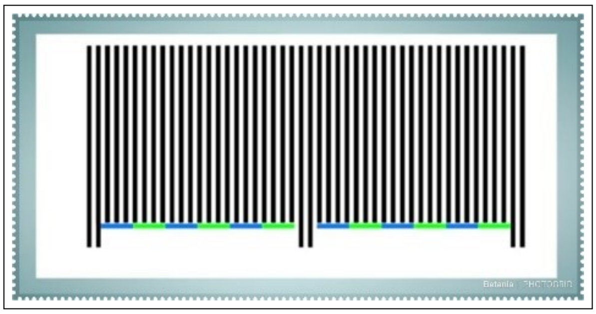
Figura 12 – Listras e suas classificações



Fonte: INTEGRANDO CONHECIMENTO, 2018.

O padrão mais utilizado no mundo, o EAN-13, possui 95 barras pretas e brancas e é representado por 13 dígitos, como analisamos na seção anterior. Esse código de barras sempre começa com uma barra preta, uma branca e uma preta, no meio há cinco barras: branca, preta, branca, preta e branca e, no final, novamente as barras preta, branca e preta. Todas essas barras são finas, mais longas que as outras e servem para dividir dois grandes conjuntos de barras (Figura 13). As oitenta e quatro barras restantes são divididas em doze grupos menores com sete barras cada, seis grupos para a esquerda e seis para direita. Cada um desses seis grupos corresponde a um número.

Figura 13 – Divisão dos grupos do lado esquerdo e direito



Fonte: INTEGRANDO CONHECIMENTO, 2018.

No conjunto da esquerda, os seis grupos possuem dois padrões para representar os números: uns tem quantidade ímpar de barras pretas, outros têm uma quantidade par. Definimos a paridade desse grupo de acordo com a quantidade de barras pretas, que equivale a quantidade de 1 que o dígito possui. A Figura 14 apresenta um exemplo de decodificação das barras.

Figura 14 – Exemplo de código de barras

Fonte: Própria autora, 2019.

O primeiro dígito é o 7, não é representado por barras, mas sim pelo padrão da tabela Distribuição de paridade (Tabela 5), logo, deve aparecer na codificação dos números do lado esquerdo a ordem de paridade: ímpar – par – ímpar – par – ímpar – par. A paridade está relacionada à quantidade de 1 do dígito, ou seja, o primeiro número do grupo da esquerda tem uma quantidade ímpar de 1, o segundo uma quantidade par de 1 e assim sucessivamente.

Tabela 5 – Distribuição de paridade

Dígito inicial	**Paridade dos seis dígitos do lado esquerdo**					
0 (UPC-A)	Ímpar	Ímpar	Ímpar	Ímpar	Ímpar	Ímpar
1	Ímpar	Ímpar	Par	Ímpar	Par	Par
2	Ímpar	Ímpar	Par	Par	Ímpar	Par
3	Ímpar	Ímpar	Par	Par	Par	Ímpar
4	Ímpar	Par	Ímpar	Ímpar	Par	Par
5	Ímpar	Par	Par	Ímpar	Ímpar	Par
6	Ímpar	Par	Par	Par	Ímpar	Ímpar
7	Ímpar	Par	Ímpar	Par	Ímpar	Par
8	Ímpar	Par	Ímpar	Par	Par	Ímpar
9	Ímpar	Par	Par	Ímpar	Par	Ímpar

Fonte: BARCODE ISLAND, 2006.

Após o primeiro número, o código de barras está dividido em dois grupos com 6 algarismos cada, onde os seis primeiros chamamos de *grupo do lado esquerdo* e os outros seis de *grupo do lado direito*, conforme Tabela 6.

Tabela 6 – Quadro de codificação EAN-13

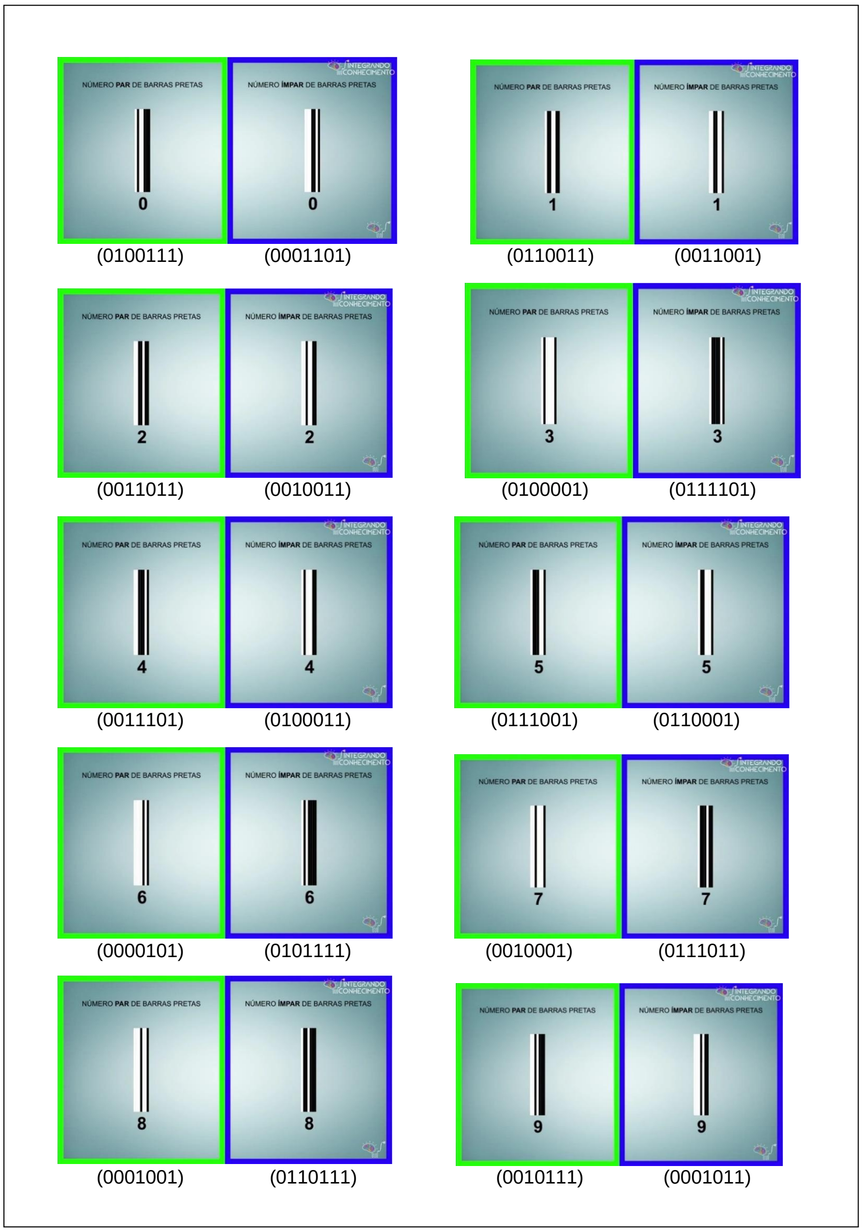
Dígito	**Codificação do lado esquerdo**		**Codificação do lado direito**
	Paridade par	**Paridade ímpar**	
0	0100111	0001101	1110010
1	0110011	0011001	1100110
2	0011011	0010011	1101100
3	0100001	0111101	1000010
4	0011101	0100011	1011100
5	0111001	0110001	1001110
6	0000101	0101111	1010000
7	0010001	0111011	1000100
8	0001001	0110111	1001000
9	0010111	0001011	1110100

Fonte: BARCODE ISLAND, 2006.

Na Tabela 5, Distribuição de paridade, observe que o primeiro número do grupo do lado esquerdo sempre tem uma quantidade ímpar de dígitos iguais a 1 e, pela Tabela 6, o último número do grupo do lado direito tem sempre uma quantidade par de 1. É por essa razão que os códigos de barras podem ser lidos inclusive de cabeça para baixo. Se o primeiro número lido tiver uma quantidade ímpar de 1 o leitor identifica que o código de barras está na posição correta, caso contrário, se a quantidade de 1 for par do primeiro número lido, o leitor entende que o código de barras está de cabeça para baixo e fará a leitura correta. Assim, respondemos à pergunta a) da seção 4.3.

Na Figura 15 a seguir, mostraremos as codificações das barras do lado esquerdo apresentadas no Quadro Codificação EAN-13 na Tabela 6.

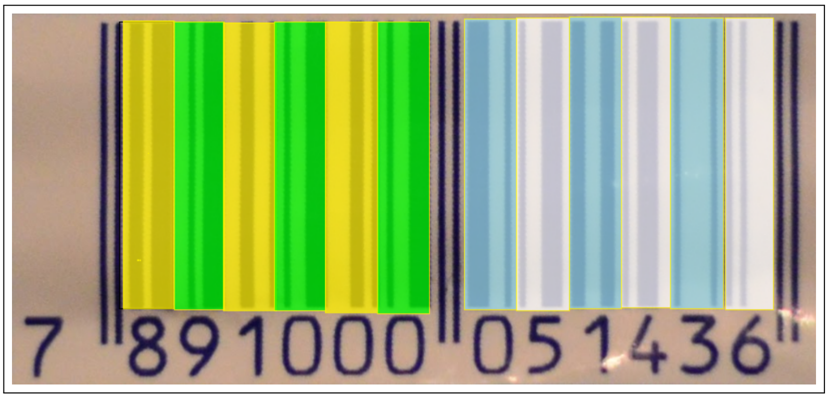
Figura 15 – Codificação do lado esquerdo dos Códigos de barras com suas respectivas barras e paridade



Fonte: INTEGRANDO CONHECIMENTO, 2018.

Para facilitar a compreensão dessa codificação, na Figura 16 estão destacados do lado esquerdo os números com paridade ímpar de amarelo e de verde os que têm paridade par. Do lado direito destacam-se de azul e branco os grupos que representam um número apenas para melhor identificar a sequência de listras com os respectivos 0's e 1's e, assim, encontrar esses algarismos de acordo com a tabela Quadro de codificação EAN-13 (Tabela 6).

Figura 16 – Exemplo de codificação de códigos de barras



Fonte: Própria autora, 2019.

Portanto, o código de barras desse exemplo tem:

1°) 3 barras limitadoras à esquerda (sempre as mesmas para qualquer código EAN-13): 101;

2°) Observe que o próximo conjunto de listras marcado com a cor amarela, possui uma barra fina branca (0), uma barra média preta (11), uma barra fina branca (0) e uma barra grossa (111), então essas barras representam o número 0110111, com paridade ímpar. Consultando a Tabela 6 "Quadro de codificação EAN-13", temos que esse número é o algarismo 8, que é exatamente o primeiro número do lado esquerdo. Note que esse bloco de listras possui 5 barras finas pretas (11111); logo, um número ímpar de barras pretas confirmando a paridade, conforme Tabela 5 "Distribuição de paridade". E ainda, o primeiro número do lado esquerdo sempre seguirá o padrão ímpar, ou seja, sempre terá uma quantidade ímpar de barras pretas.

3°) O próximo dígito tem uma barra branca média (00), uma barra preta fina (1), uma barra branca fina (0) e uma barra preta média (111), formado assim a sequência: 0010111. Consultando a Tabela 6: Quadro de codificação EAN-13, podemos confirmar que a paridade é par e essas barras representam o dígito 9.

Seguindo com o mesmo argumento temos:

4°) O terceiro dígito do lado esquerdo tem paridade ímpar e é formado por uma barra média branca (00), uma barra média preta (11), uma barra média branca (00) e uma barra fina preta (1), ou seja, 0011001 o que representa o dígito 1.

5°) O quarto dígito do lado esquerdo tem paridade par e é formado por uma barra branca fina (0), uma barra fina preta (1), uma barra média branca (00) e uma barra preta grossa (111), temos então 0100111, que representa o número 0.

6°) O quinto dígito do lado esquerdo de paridade ímpar é formado por uma barra branca grossa (000), uma barra média preta (11), uma barra fina branca (0) e uma barra preta fina (1), temos, então, 0001101 que representa o número 0.

7°) O sexto e último dígito do lado esquerdo tem paridade par e é formado por uma barra branca fina (0), uma barra fina preta (1), uma barra média branca (00) e uma barra grossa preta (111), temos então 0100111 que representa o número 0.

8°) As cinco barras centrais têm sempre a sequência: (01010) para qualquer código EAN-13, ou seja, uma listra branca fina, uma preta fina, uma branca fina, uma barra preta fina e uma barra branca fina que servem para delimitar os grupos esquerdo e direito.

9°) O primeiro dígito do lado direito é formado por uma barra preta grossa (111), uma barra média branca (00), uma barra fina preta (1) e uma barra branca fina (0), temos então 1110010, que representa o número 0.

10°) O segundo dígito do lado direito é formado por uma barra preta fina (1), uma barra média branca (00), uma barra grossa preta (111) e uma barra branca fina (0), temos então 1001110, que representa o número 5.

11°) O terceiro dígito do lado direito é formado por uma barra preta média (11), uma barra média branca (00), uma barra média preta (11) e uma barra branca fina (0), temos então 1100110, que representa o número 1.

12°) O quarto dígito do lado direito é formado por uma barra fina preta (1), uma barra fina branca (0), uma barra grossa preta (111) e uma barra branca média (00), temos então 1011100, que representa o número 4.

13°) O quinto dígito do lado direito é formado por uma barra preta fina (1), uma barra muito grossa branca (0000), uma barra fina preta (1) e uma barra branca fina (0), temos então 1000010, que representa o número 3.

14°) Finalmente, o sexto dígito do lado direito é formado por uma barra preta fina (1), uma barra fina branca (0), uma barra fina preta (1) e uma barra muito grossa branca (0000), temos então 1010000, que representa o número 6. Esse número é o chamado dígito verificador.

15°) As três próximas barras são limitadoras à direita, sempre as mesmas: uma barra preta fina, uma barra branca fina e uma barra fina preta, formando 101.

Vejamos o processo inverso, ou seja, gerando as barras a partir da sequência de números. Suponha um produto cujo código de barras é 3350031686092. O primeiro dígito determina a paridade dos dígitos do lado esquerdo, de acordo com a Tabela 5. O lado esquerdo é formado pelos próximos seis dígitos, o grupo 350031. E o lado direito pelos seis dígitos restantes: 686092. Como o código começa com o dígito 3, pela Tabela 5, temos que a sequência da paridade do lado esquerdo é: ímpar, ímpar, par, par, par, ímpar (Tabela 7).

Tabela 7 – Exemplo indicando a paridade do lado esquerdo, de acordo com a Tabela 5

Paridade do lado esquerdo conforme Tabela 5					
3	5	0	0	3	1
ímpar	ímpar	par	par	par	ímpar

Fonte: Própria autora, 2020.

Pela Tabela 6, temos:

Tabela 8 – Exemplo indicando a sequência de cada dígito do lado esquerdo, de acordo com a paridade da Tabela 6

Sequência de cada dígito do lado esquerdo, conforme Tabela 6						
Dígito	3 (ímpar)	5 (ímpar)	0 (par)	0 (par)	3 (par)	1 (ímpar)
Sequência	0111101	0110001	0100111	0100111	0100001	0011001

Fonte: Própria autora, 2020.

Para o lado direito temos que a paridade é sempre par, pela Tabela 6 obtemos a sequência:

Tabela 9 – Exemplo indicando a sequência de cada dígito do lado direito, de acordo com a paridade da Tabela 6

Sequência de cada dígito do lado direito, de acordo com a Tabela 6					
6	8	6	0	9	2
1010000	1001000	1010000	1110010	1110100	1101100

Fonte: Própria autora, 2020.

Podemos consultar a Tabela 4 para codificar as barras ou consultar a Figura 15. E chegamos ao código de barras correspondente a Figura 17:

Figura 17 – Código de barras gerado

Fonte: Própria autora, 2020.

4.5 O CÓDIGO QR CODE

O código QR ou QR Code (Quick Response Code – Código de Resposta Rápida) foi criado por uma empresa japonesa subsidiária da Toyota, a Denso-Wave, em 1994. O objetivo era armazenar mais informações, compactar a etiqueta e interpretar rapidamente essas informações. Assim, os desenvolvedores da Denso-Wave buscavam substituir os códigos de barras preto e branco pelo QR CODE.

Os códigos QR Code são códigos de barras bidimensionais, têm a forma quadrada subdividida em quadradinhos chamados módulos e podem ser facilmente escaneados por aplicativos encontrados e instalados pela maioria dos smartphones modernos.

Os aplicativos para smartphones *TapMedia QR Reader, QR code Generator and Scanner, Barcode Generator* e *Leitor QR* geram e leem QR CODES. Sendo assim, podem ser ferramentas interessantes para o processo aprendizagem do aluno despertando interesse, motivação e sentimento de desafio aos alunos.

A estrutura matemática dos códigos QR Codes exigida para sua compreensão inviabiliza uma apresentação da forma que foi feita nos códigos de barras. Portanto, faremos referência de características que auxiliam na forma como são gerados e como são detectados alguns erros.

4.5.1 ESTRUTURA DO QR CODE

Existem diversas versões do QR Code que podem conter mais ou menos dados conforme a quantidade de módulos.

A Figura 18 apresenta algumas de suas versões com a quantidade de bits que podem armazenar.

Figura 18 – Versões de QR Codes

Fonte: INSTITUTO NCB, 2020.

As versões 117 x 117 e 177 x 177 são as que têm maior capacidade de armazenamento podendo chegar a até 7.089 caracteres.

A Tabela 10 apresenta a capacidade máxima de armazenarem os dados. São resistentes a certos tipos de danos e também podem ser lidos de cabeça para baixo. Enquanto o tradicional código de barras pode ter no máximo 20 dígitos.

Tabela 10 – Capacidade máxima de dados do QR Code

QR Code – Capacidade máxima de dados	
Numérico	7 089 caracteres
Alfanumérico	4 296 caracteres
Binário (8 bits)	2 953 bytes
Kanji, full-width Kana	1 817 caracteres

Fonte: CERQUEIRA, 2015.

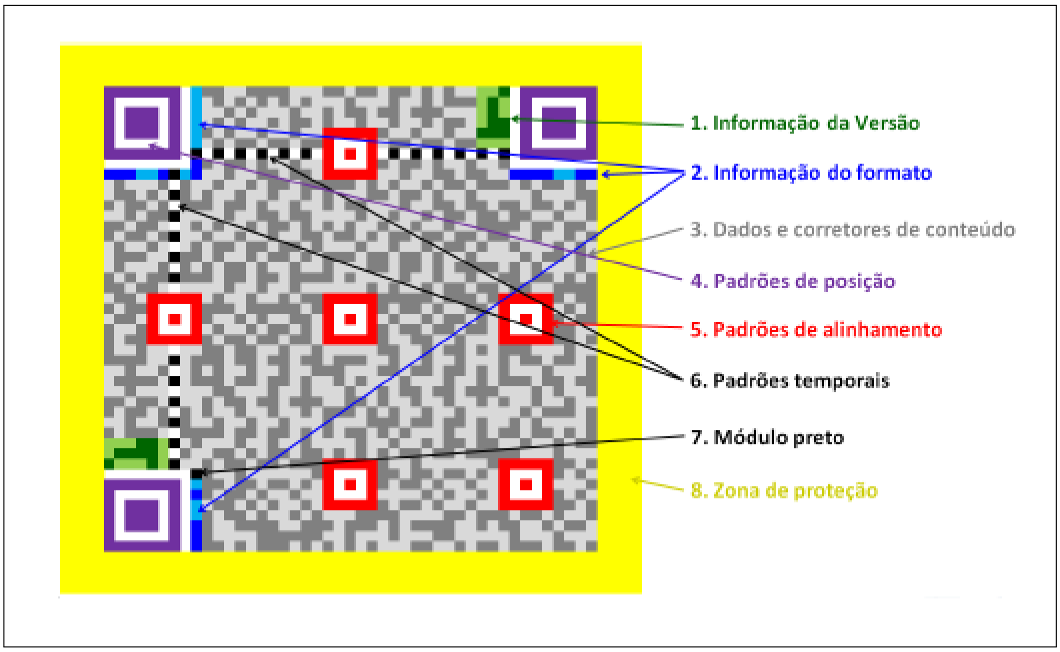
Outra vantagem que contribuiu para a difusão do uso do QR Code é a liberação para uso público, podendo ser usado livremente por qualquer pessoa, sem qualquer custo.

Em 2002 o uso desse código tornou-se generalizado no Japão com a comercialização de telefones móveis com a capacidade de fazer sua leitura. Hoje muitos smartphones já vêm com aplicativo de leitura de fábrica e caso não tenha, basta escolher um aplicativo leitor e instalar gratuitamente.

Assim, diferentes tipos de usos estão sendo atribuídos a esse código como direcionar a um link, um site, um texto, uma mídia (imagem, áudio e vídeo) e outras informações. As empresas utilizam o QR Code para ações de marketing, promoções e divulgação de produtos.

Os QR Codes assim como os códigos de barras possuem uma estrutura que auxilia a câmera do celular na leitura desses códigos, conforme Figura 19.

Figura 19 – Estrutura do QR Code



Fonte: SOUSA, 2016.

Segundo Sousa (2016), os módulos em um QR Code podem ser agrupados em componentes distintos:

1. **Informação da versão:** Só aparece da versão 7 cm em diante. É colocado em dois lugares, em retângulos 6x3;
2. **Informação do formato:** Dada a importância da leitura correta dessas informações, elas estão duplicadas e sempre são colocadas, independentemente da versão, ao lado dos padrões de posição;
3. **Dados e corretores de conteúdo:** correspondem a mensagem do código e campos de correção de erros;
4. **Padrões de posição:** possibilitam a leitura do QR Code em qualquer direção, ou seja, servem de orientação. Também chamados padrões de reconhecimento, aparecem em três cantos do código. Seu tamanho é sempre 7x7;
5. **Padrões de alinhamento:** também auxiliam na orientação para leitura. Sua quantidade varia com o tamanho do código, mas seu tamanho é fixo em 5x5;
6. **Padrões temporais:** essas linhas auxiliam na percepção do posicionamento das linhas e colunas, além de ajudar a determinar a dimensão do código;
7. **Módulo preto:** um simples módulo preto que é colocado sempre ao lado do padrão de posição inferior esquerdo;
8. **Zona de proteção:** delimita o código. Observe que também há separadores entre os padrões de posição e o interior do código.

Atualmente, a facilidade que se tem de estar conectado o tempo todo, através dos smartphones, seja em casa, na rua, no trabalho ou na escola, é grande. Portanto, o uso do QR Code pode oferecer diferentes possibilidades de metodologias didáticas ao professor. Para isso é preciso que o ambiente escolar e os professores estejam aptos e se sintam dispostos a encarar desafios para utilizar este recurso.

A estrutura dos Códigos de Barras pode dar subsídio ao professor para desenvolver diferentes atividades possibilitando motivação para o estudo da Matemática.

No próximo capítulo serão apresentadas atividades que foram desenvolvidas junto a turma de 9° ano do Ensino Fundamental, assim como avaliações dos resultados e discussões pertinentes.

5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

5.1 METODOLOGIA

Neste capítulo abordaremos qualitativamente análises de atividades diversificadas e de instrumentos de pesquisas, buscando identificar a motivação escolar e a motivação pela Matemática dos alunos do 9° ano do Ensino Fundamental da Escola Municipal Marcílio Dias. Localizada na Rua Pintassilgo, s/n, bairro Santa Rita, na cidade de Nova Iguaçu, no Estado do Rio de Janeiro. A pesquisa foi realizada no segundo semestre de 2019, totalizando 18 alunos com idade entre 15 e 17 anos.

A professora pesquisadora trabalha há 10 anos nessa escola e há dois anos com a turma escolhida.

A totalidade de professores considera esta como uma turma que possui muita dificuldade de aprendizagem, grande defasagem escolar e comportamentos apáticos na maior parte do tempo em sala. Por esses motivos a professora pesquisadora escolheu essa turma, entre três com as quais trabalha nessa escola.

Essa pesquisa foi aprovada pelo Comitê de Ética em Pesquisa com Seres Humanos desta Universidade, conforme Anexo G, processo número 23083.022766/2019-96. Constam no final deste trabalho modelos de termos e protocolos (Anexos: A, C, D, E e F) que foram preenchidos ora pela pesquisadora, ora pelos alunos, ora pelos seus respectivos responsáveis, a fim de cumprir as exigências que defendem os interesses dos sujeitos envolvidos.

Adotou-se uma abordagem qualitativa. Devido ao pequeno número de alunos da turma (18 alunos) não houve recursos para uma abordagem quantitativa. O estudo dos conceitos e procedimentos a serem adotados, realizou-se por meio de pesquisa bibliográfica que considerou artigos, dissertações, revistas científicas, livros publicados sobre os temas, Lei das Diretrizes e Bases (LDB), Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e dados estatísticos como PISA.

Utilizou-se como instrumentos de pesquisa e coleta de dados exposições orais, atividades práticas da teoria em estudo, questionários com respostas fechadas e abertas, além de avaliação após as atividades.

O processo de implementação da proposta de ensino organizou-se ao longo de quatorze tempos de aula com duração de cinquenta minutos cada. As atividades se desenvolveram durante sete dias divididas a cada dois tempos (encontros com duração de cerca de uma hora e quarenta minutos) e com os temas organizados da seguinte forma:

primeiro dia para apresentação dos aspectos históricos e dos tipos de Códigos de Barras, exibição de vídeos sobre "Como funcionam os Códigos de Barras?"[1], aplicação do Questionário 1 (Apêndice A) e da Escala de Motivação em Matemática (Anexo B); **segundo dia** para apresentar a estrutura dos códigos de barras (Figura 20), calcular o dígito verificador e comprovar esse cálculo através de embalagens trazidas pelos alunos; **terceiro dia** para continuar as Atividades Propostas Envolvendo Códigos de Barras (Apêndice B); **quarto dia** para preparação da atividade "Caça ao Tesouro" (Figura 21); **quinto dia** para executar a atividade "Caça ao Tesouro"; **sexto dia** para Avaliação (Apêndice E) e aplicação do Questionário 2 (Apêndice F) e da Escala de Motivação em Matemática (Anexo B) e, por fim, o **sétimo dia** para confraternização da turma com rodízio de pizza (Figura 22).

Figura 20 – Conhecendo a estrutura dos Códigos de barras

[!]

Fonte: Própria autora, 2019.

[1] THENÓRIO, Iberê; MANUAL DO MUNDO. Como funciona o código de barras – #AprendiHoje. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=R4Ow8aAOhXQ> e INTEGRANDO CONHECIMENTO. Como os códigos de barras funcionam? Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=1uJttCNfjLA>. Acesso em 09/03/2020.

Figura 21 – Preparando a atividade Caça ao tesouro

Fonte: Própria autora, 2019.

Figura 22 – Comemorando o término das atividades da proposta de ensino

Fonte: Própria autora, 2019.

5.2 INSTRUMENTOS DE PESQUISA

Nessa pesquisa houve o interesse em analisar duas motivações: a *motivação em Matemática* dos alunos por meio de atividades envolvendo códigos de barras e, também, a *motivação escolar* entendida como o conjunto de fatores que levam os alunos a gostarem ou não da escola.

Parte-se de um cotidiano de apatia para a realização de proposta diferenciada com o intuito de intervir e promover uma ação positiva que resulte em algum movimento de maior participação estudantil e, portanto, de situações propícias para a promoção da motivação em aprender Matemática e em ir à escola.

Para a caracterização do grupo estudantil em relação ao que seriam suas motivações intrínseca, extrínseca e para aprender antes e no decorrer do projeto é que se aplicou dois questionários e a Escala de Motivação em Matemática de Gontijo (2007) no início e no final da proposta de ensino.

Algumas questões dos Questionários 1 e 2 foram adaptadas de Couto (2017), Marchiore e Alencar (2009) e Neves e Boruchovitch (2006). O Questionário 1 (Apêndice A) foi aplicado no primeiro dia do contato do aluno com o tema. O objetivo foi sondar o relacionamento do aluno com a Matemática e suas expectativas sobre as aulas que envolveriam Códigos de barras. E o Questionário 2 (Apêndice F) foi aplicado no final do processo, depois da Avaliação pós-atividades. O objetivo foi saber se as atividades propostas atingiram as expectativas iniciais do aluno e analisar sua motivação escolar e em Matemática.

Também no início e no final do processo foi aplicada a Escala de Motivação em Matemática de Gontijo (Anexo B), que tem o objetivo de investigar o nível de motivação dos alunos em Matemática. Essa escala é composta por 28 itens agrupados em seis fatores, a saber:

- **Fator 1: Satisfação pela Matemática** (8 itens) – sentimentos que os estudantes têm em relação a esta área do conhecimento.
- **Fator 2: Jogos e Desafios** (4 itens) – percepções dos alunos quanto ao seu apreço em participar de atividades lúdicas e desafiadoras relacionadas à Matemática;
- **Fator 3: Resolução de Problemas** (5 itens) – sentimentos dos alunos face à atividade de resolução de problemas;
- **Fator 4: Aplicações no Cotidiano** (5 itens) – percepções dos alunos quanto à aplicabilidade e a presença da Matemática em algumas situações do cotidiano;
- **Fator 5: Hábitos de Estudo** (4 itens) – dedicação aos estudos e ao tempo despendido com as atividades escolares;
- **Fator 6: Interações na Aula de Matemática** (2 itens) – participação nas aulas de Matemática e à forma como o aluno se relaciona com o professor desta disciplina.

Os itens foram avaliados a partir do comportamento dos alunos em cada fator, sendo inseridos na seguinte escala: (1) nunca, (2) raramente, (3) algumas vezes, (4) frequentemente e (5) sempre.

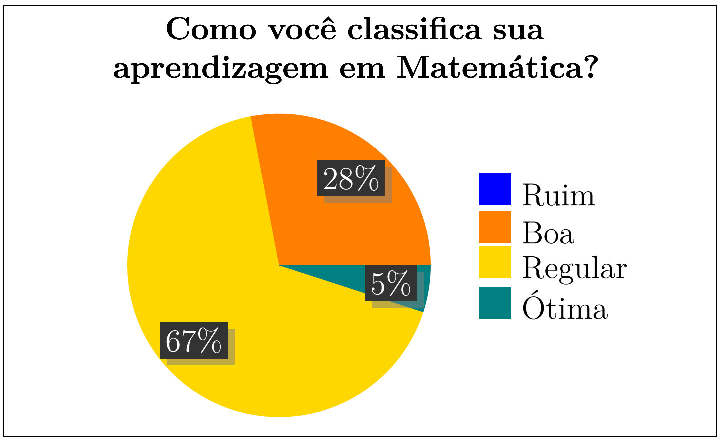
Durante as aulas foram aplicadas uma série de atividades (Apêndice B) e, no final do processo, realizou-se uma Avaliação (Apêndice E) para verificar a aprendizagem, todos anexos no final deste trabalho.

5.3 RESULTADOS E DISCUSSÕES

5.3.1 QUESTIONÁRIO 1

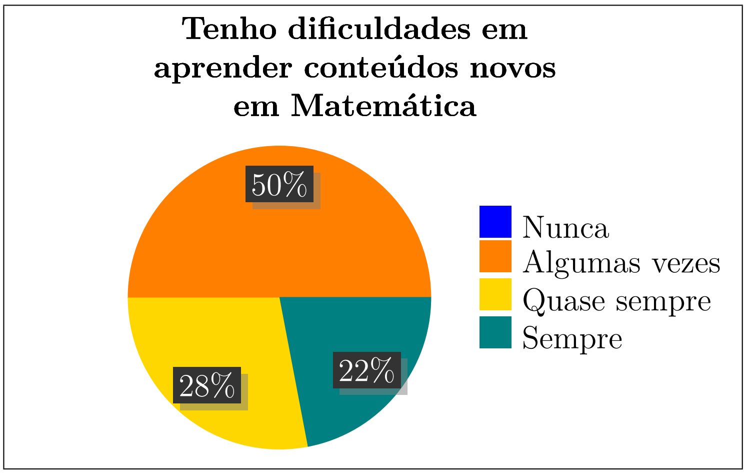
Nos resultados da primeira questão podemos observar, através do Gráfico 1, que a maioria dos alunos acreditam que sua aprendizagem é regular e na segunda, representada no Gráfico 2, metade da turma acredita ter dificuldades em aprender quase sempre e sempre, o que demonstra uma autoeficácia baixa em Matemática. Tal juízo de valor pode influenciar na aprendizagem, pois crenças na competência pessoal tendem a interferir no resultado obtido, conforme Azzi e Polydoro (2010).

Gráfico 1 – Questão 1 do Questionário 1



Fonte: Própria autora, 2020.

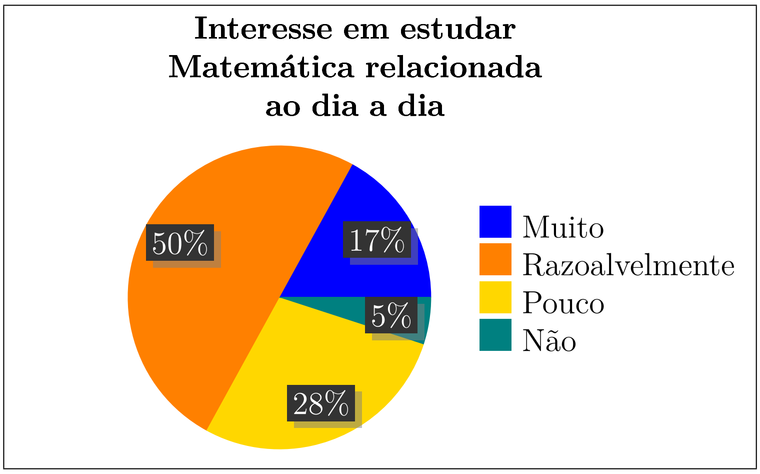
Gráfico 2 – Questão 2 do Questionário 1



Fonte: Própria autora, 2020.

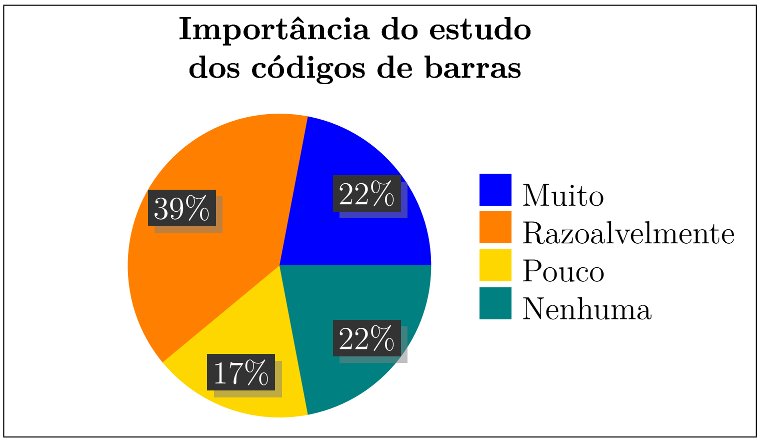
Nos dois próximos gráficos, Gráficos 3 e 4, agrupando as escalas muito e razoavelmente e no terceiro, Gráfico 5, as escalas 3, 4 e 5, os dados confirmam nossas pesquisas sobre estratégias motivacionais, pois conforme Jesus (2011), quando a Matemática está relacionada ao dia a dia dos alunos, eles têm mais interesse em querer aprender.

Gráfico 3 – Questão 3 do Questionário 1



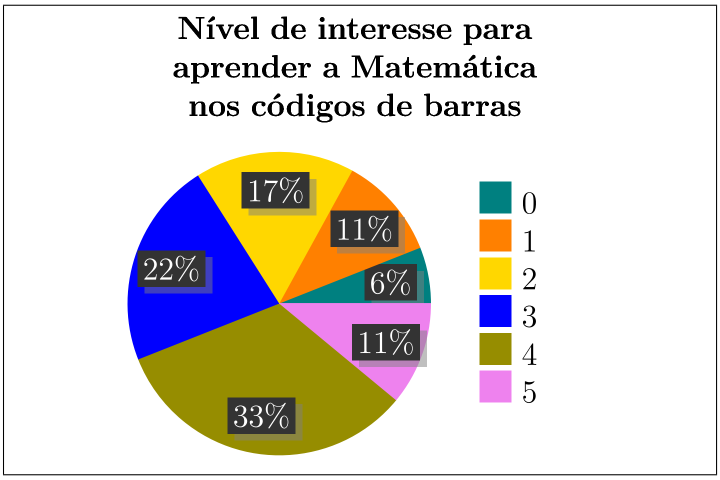
Fonte: Própria autora, 2020.

Gráfico 4 – Questão 4 do Questionário 1



Fonte: Própria autora, 2020.

Gráfico 5 – Questão 5 do Questionário 1



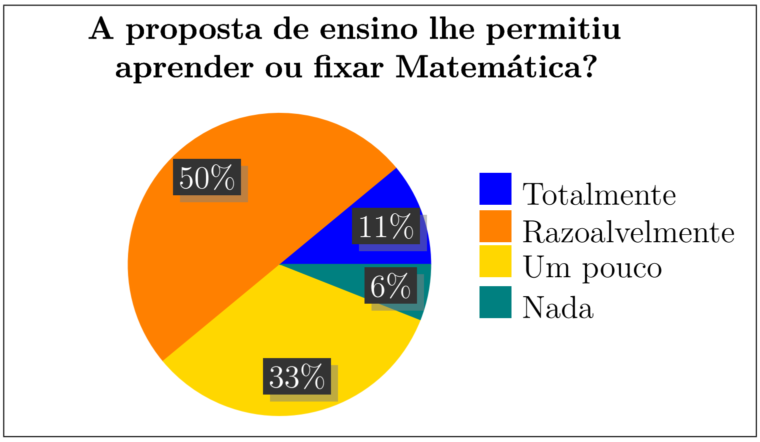
Fonte: Própria autora, 2020.

Quanto às aplicações da Matemática conhecidas pelos alunos, foram citadas: calcular a quantidade de comida para um número de pessoas, dar e receber troco nas relações comerciais, ver as horas e ajudar os irmãos mais novos nas atividades escolares.

5.3.2 QUESTIONÁRIO 2

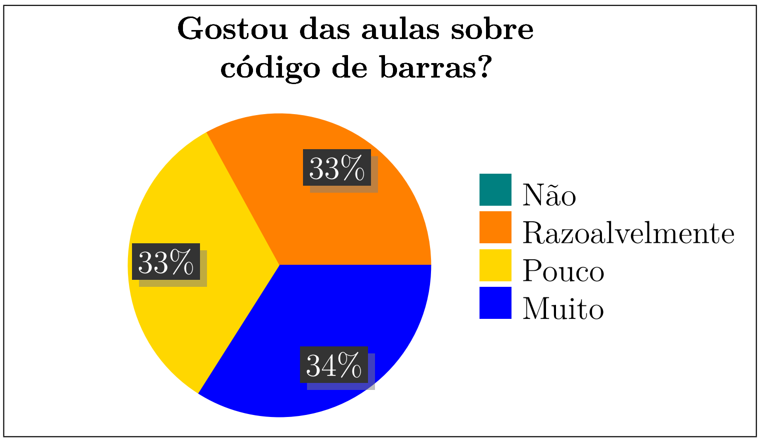
Nos dois gráficos seguintes, Gráficos 6 e 7, observamos que 61% dos alunos disseram que a proposta permitiu aprender ou fixar conteúdos matemáticos totalmente ou razoavelmente, enquanto 67% gostaram das aulas.

Gráfico 6 – Questão 1 do Questionário 2



Fonte: Própria autora, 2020.

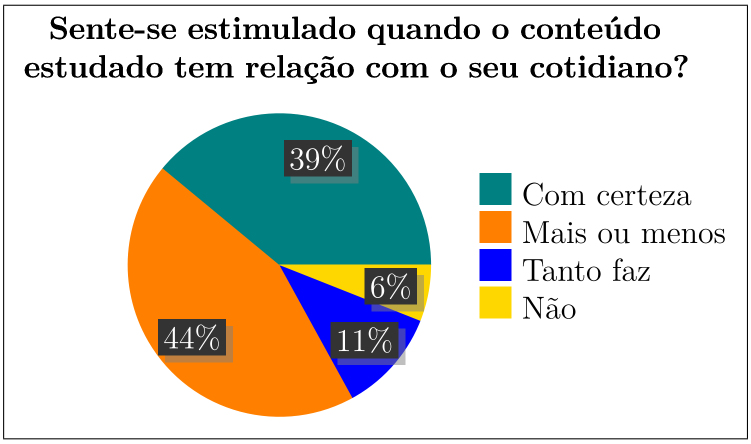
Gráfico 7 – Questão 2 do Questionário 2



Fonte: Própria autora, 2020.

Comparando o Gráfico 8, a seguir, com o Gráfico 3 do Questionário 1 podemos observar que a quantidade de alunos que sentem interesse ou estímulo em aprender quando o conteúdo está relacionado com o seu dia a dia aumentou. Esse fato pode ser devido a proposta de ensino deste trabalho.

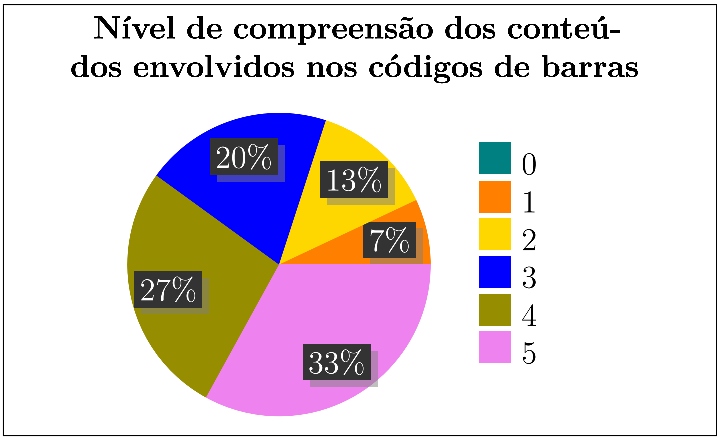
Gráfico 8 – Questão 3 do Questionário 2



Fonte: Própria autora, 2020.

Quanto ao nível de compreensão no Gráfico 9, notamos que 80% disseram ter assimilado os conteúdos das atividades propostas julgando-se estarem nas escalas de 3 a 5. Portanto, podemos supor que a autoeficácia aumentou. Acreditamos que o aumento se deve ao fato de a medida em que o aluno foi conhecendo a proposta de ensino, ele ganhou confiança em seu potencial.

Gráfico 9 – Questão 4 do Questionário 2

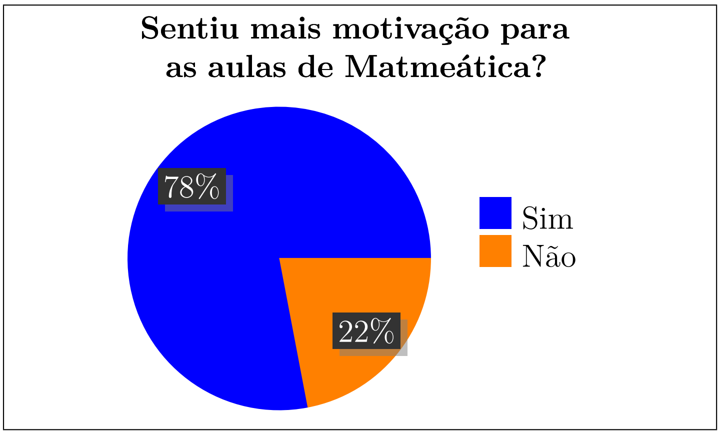


Fonte: Própria autora, 2020.

Confirmando que houve motivação por meio das atividades propostas, o Gráfico 10 evidencia que a maior parte dos alunos gostaram da proposta de ensino. Comentaram que gostaram de aprender a Matemática envolvida nos códigos de barras, acharam as aulas interessantes, diferentes (citaram o fato de usarem embalagens para tirarem os códigos de barras) e sentiram-se curiosos e admirados com a estrutura dos códigos de barras. A professora pesquisadora pôde perceber a melhora na participação de alunos que antes eram apáticos nas aulas. Com esses fatos podemos identificar características da motivação para aprender.

Os alunos que não se sentiram motivados comentaram que no início gostaram, mas depois foi ficando muito difícil fazer as atividades. Outros disseram que não aguentam ver números e sentem-se desanimados. Acreditamos que o primeiro fato é devido aos níveis de dificuldades das atividades que foram elaboradas para atender todos os alunos da turma, de forma que os que têm mais dificuldades em Matemática obtenham sucesso em pelo menos uma atividade e ao mesmo tempo desafiem os melhores alunos da turma, conforme sugerido por Guimarães (2002) e Bzuneck, Guimarães e Boruchovitch (2010) em 2.2.2.

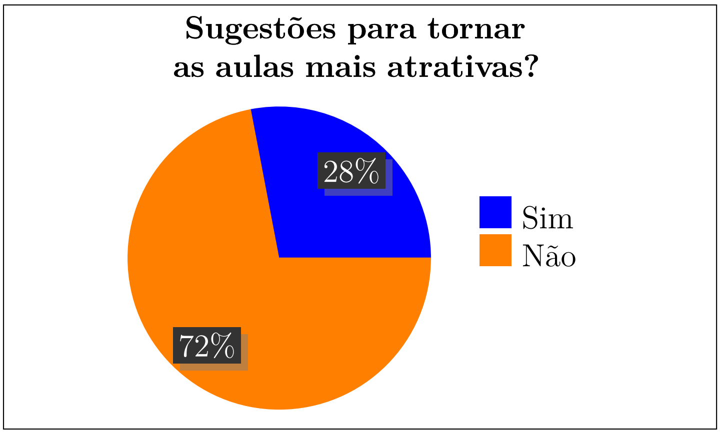
Gráfico 10 – Questão 5 do Questionário 2



Fonte: Própria autora, 2020.

Quanto às propostas para tornar as aulas mais atrativas, no Gráfico 11, 28% dos alunos disseram que tem, porém não as apresentaram. Na questão 6, os alunos não sugeriram atividades que não foram feitas durante as aulas.

Gráfico 11 – Questão 8 do Questionário 2

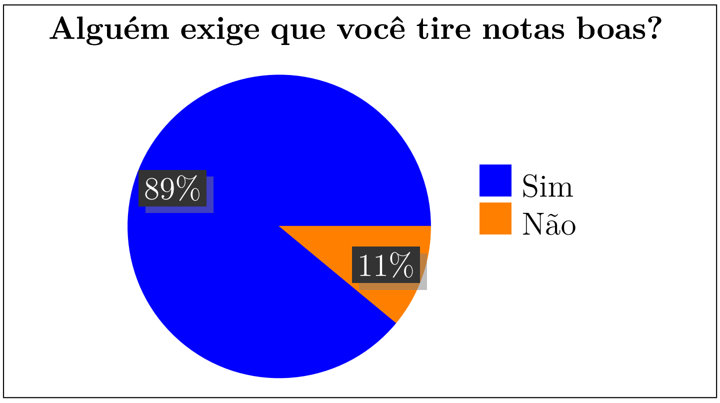


Fonte: Própria autora, 2020.

Quanto aos comentários referentes às atividades disseram que gostaram das aulas, acharam importante e interessante saber que existe uma "conta" numa "coisa" (códigos de barras) que faz parte do dia a dia, mas que não prestavam atenção. Alguns alunos disseram que gostaram mais da Caça ao tesouro, pois todas as turmas do segundo segmento participaram e eles adoraram coordenar essa atividade.

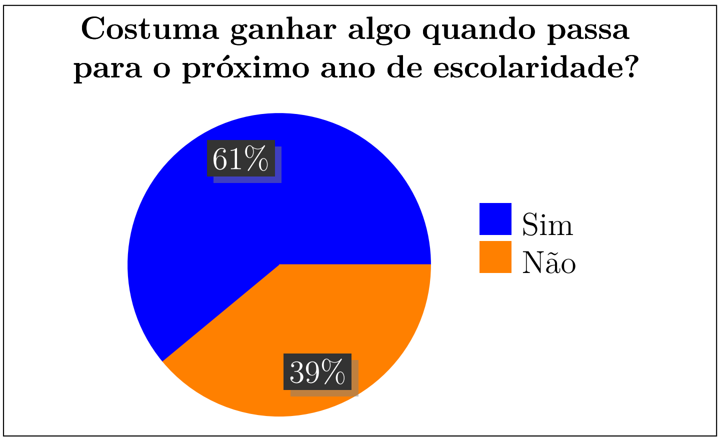
Nos Gráficos 12 e 13 a seguir notamos que existe uma cobrança de notas boas por parte da família (mãe, pai, avós, namorado (a), tios, irmãos) e que 61% ganharam algum presente por terem passado para o próximo ano de escolaridade como bicicleta, caixa de bombons, chuteira e celular. Esses dados, nos levam a crer que a maioria dos alunos é motivada extrinsecamente e recompensada materialmente por parte da família como incentivo ao esforço e à valorização de bons hábitos.

Gráfico 12 – Questão 9 do Questionário 2



Fonte: Própria autora, 2020.

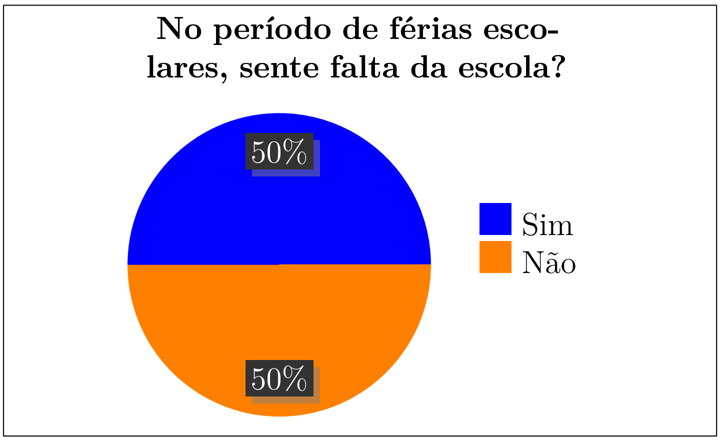
Gráfico 13 – Questão 10 do Questionário 2



Fonte: Própria autora, 2020.

Quanto a sentir falta da escola durante as férias metade sente falta, conforme Gráfico 14, e disse que sente falta dos amigos, de alguns professores, das atividades escolares e da comida.

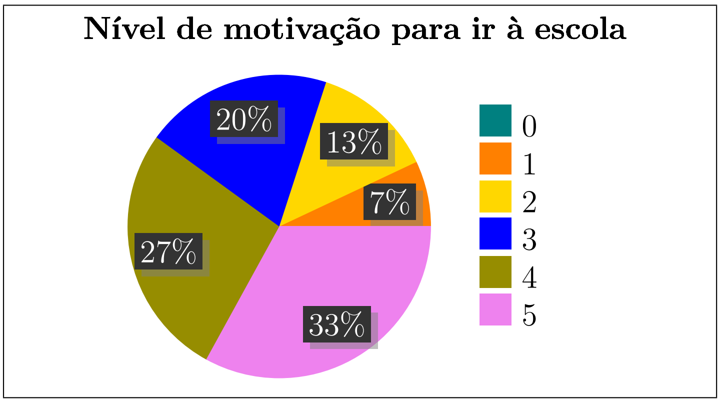
Gráfico 14 – Questão 11 do Questionário 2



Fonte: Própria autora, 2020.

Sobre a motivação para ir à escola, no Gráfico 15, podemos notar que 80% a classificaram na escala de 3 a 5. Os motivos são: ser uma pessoa importante no futuro, dar orgulho para a mãe, aprender e tirar notas boas, os professores, os amigos e sair de casa. Esses motivos reforçam que existe a predominância da motivação extrínseca.

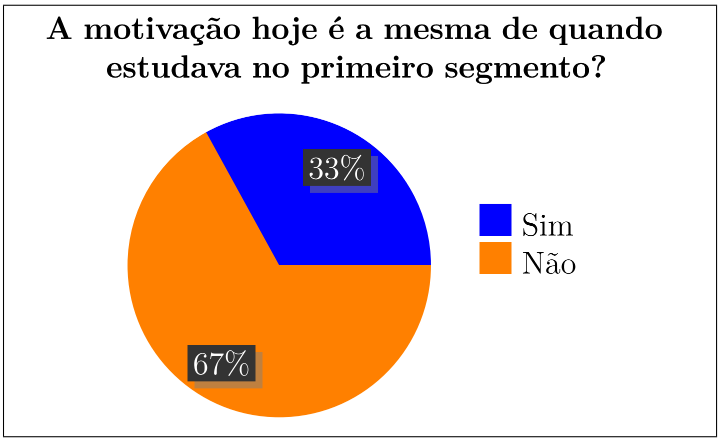
Gráfico 15 – Questão 13 do Questionário 2



Fonte: Própria autora, 2020.

Sobre a motivação hoje e a de quando estudavam no primeiro segmento, no Gráfico 16 temos que 67% disseram que antes gostavam mais de ir para escola, pois brincavam enquanto estudavam, as matérias eram mais fácies e outros não sabem o porquê. Esses dados reforçam a pesquisa de Caldas e Hübner (2001).

Gráfico 16 – Questão 14 do Questionário 2

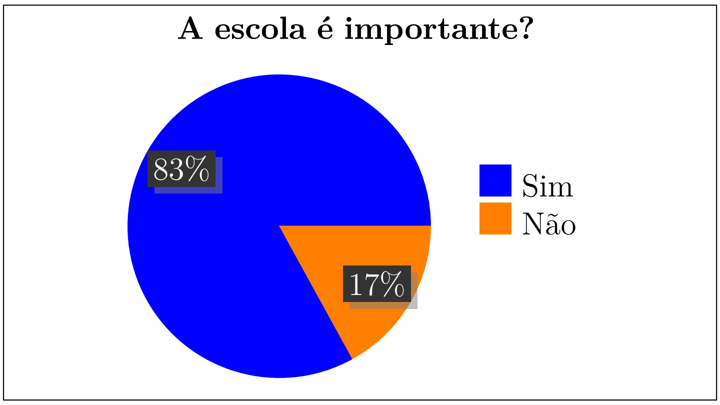


Fonte: Própria autora, 2020.

Os fatos que os desmotivam a ir para escola são estudar, preguiça, cansaço, chuva, muito sol e não entender algumas matérias.

No Gráfico 17, sobre a importância de ir à escola disseram que sim para ser alguém na vida, para aprender, ter um futuro, ir mais longe e ter um trabalho melhor que seus pais. Dos que disseram não e justificaram, argumentaram que não acham necessário estudar mais, pois já sabem o suficiente para trabalhar.

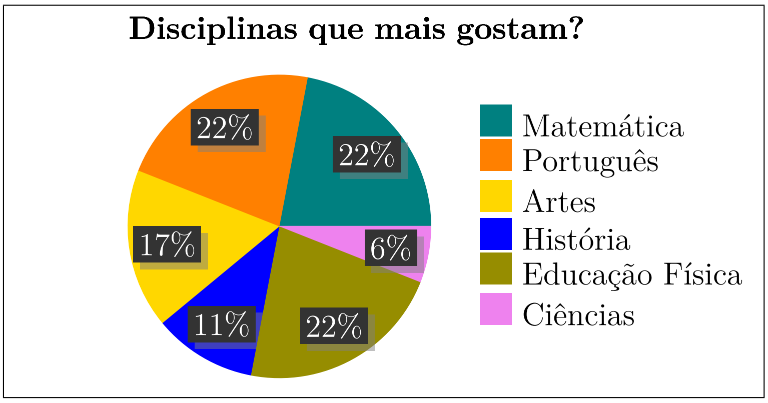
Gráfico 17 – Questão 18 do Questionário 2



Fonte: Própria autora, 2020.

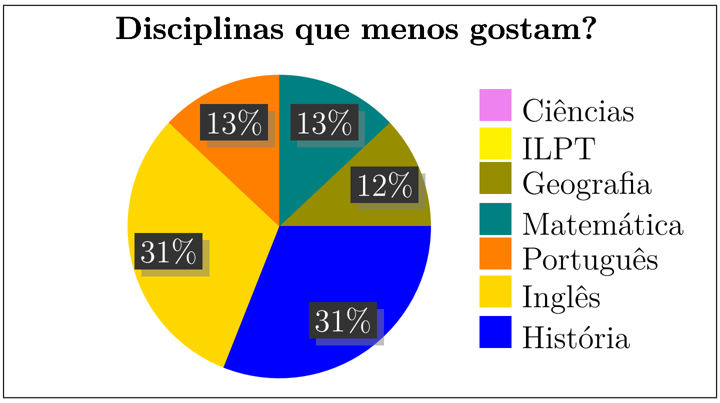
Podemos notar, no Gráfico 18, que das disciplinas que mais gostam, Matemática, Português e Educação Física são as preferidas e igualaram-se. O que representa um fato muito positivo.

Gráfico 18 – Questão 16 do Questionário 2



Fonte: Própria autora, 2020.

Gráfico 19 – Questão 17 do Questionário 2

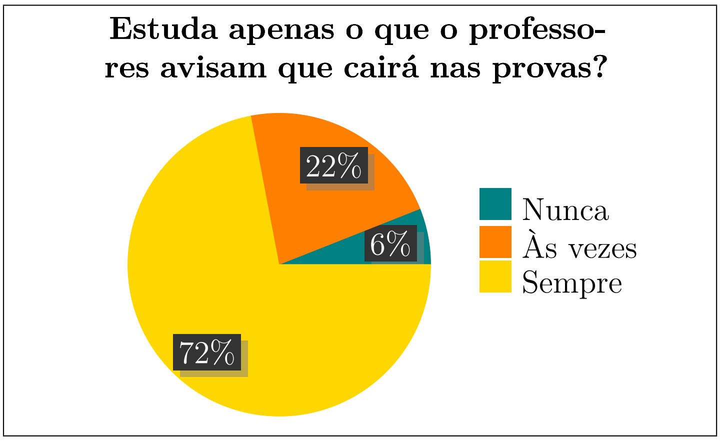


Fonte: Própria autora, 2020.

Sobre o que fazem na escola e gostam citaram exercícios, conversar com amigos e professores, zoar, trabalhos, aprender coisas novas, bagunça e comer. Em relação ao que fazem e não gostam: estudar, provas, brigar, arrumar problemas, copiar dever do quadro, sair no horário normal, bagunça, de matemática. Oito alunos disseram que gostam de tudo na escola, o que demonstra um vínculo positivo com a unidade e caracteriza uma motivação intrínseca.

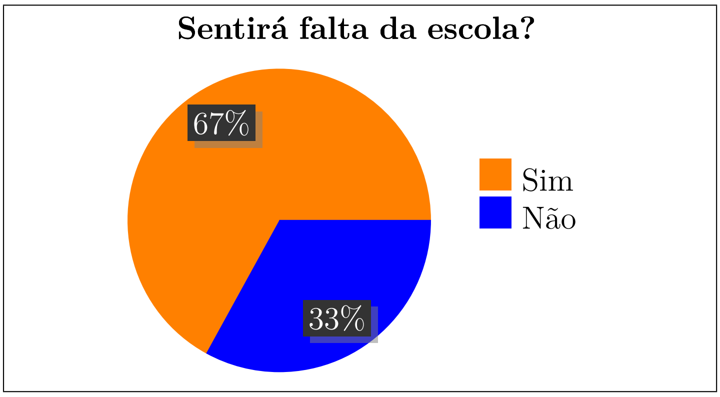
O gráfico 20 reforça nossa hipótese da maioria dos alunos serem motivados extrinsecamente, demonstrando interesse apenas na aprovação. E ao mesmo tempo, mais uma vez, observamos que a maioria tem afeto pela escola, pois acreditam que sentirão falta, conforme gráfico 21.

Gráfico 20 – Questão 21 do Questionário 2



Fonte: Própria autora, 2020.

Gráfico 21 – Questão 23 do Questionário 2



Fonte: Própria autora, 2020.

Os alunos levaram trinta e cinco, dos cinquenta minutos planejados, para responderem os dois questionários: Questionário 2 (Apêndice F) e a Escala de Motivação em Matemática de B – Anexo B). Após terminarem, para sigilo e lisura, foi pedido pela professora pesquisadora para colocarem numa caixa e não era obrigatória a identificação.

Após todos terem respondido os questionários, a professora pesquisadora perguntou o que eles acharam e alguns se queixaram do número de questões, com ênfase às respostas discursivas que eles estavam com preguiça de escrever. A professora concorda que realmente estava longo, mas achou necessário que parte das perguntas fossem abertas para saber mais a opinião deles e não direcionar caminhos dando opções de respostas. Achamos relevante relatar que os professores dessa turma dizem que eles são "preguiçosos para responderem perguntas discursivas". Apesar disso, consideramos as respostas das questões abertas muito produtivas e, em geral, foram bem concisas e esclarecedoras para este trabalho.

5.3.3 ESCALA DE MOTIVAÇÃO EM MATEMÁTICA

A fim de obtermos uma análise geral sobre todo o processo, o grau de satisfação dos alunos e se houve diferença na forma de "ver" a matemática, a partir das aulas envolvendo códigos de barras, aplicamos a Escala de Motivação de Gontijo (2007), Anexo B. Os Apêndices C e D reúnem informações dessa Escala relacionadas à turma avaliada antes e após o processo de ensino, respectivamente.

Apresentaremos os resultados nas tabelas a seguir, com os dados agrupados por fatores na sequência pré e pós-atividades e dividiremos as opções de respostas em três grupos: nunca ou raramente, às vezes e frequentemente ou sempre para facilitar a análise. Após as tabelas de cada fator os resultados serão discutidos.

Tabela 11 – Satisfação pela Matemática – Pré-atividades

Fator 1: Satisfação pela Matemática – PRÉ-ATIVIDADES		**Quantidade de respostas**				
Questão	**Itens**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
19	As aulas de matemática estão entre as minhas preferidas?	3	3	6	1	5
20	Quando me pedem para resolver problemas de matemática, fico nervoso (a)?	2	2	3	0	11
23	Tenho muita dificuldade para entender matemática?	1	1	6	4	6
24	Matemática é "chata"?	3	3	8	2	2
25	Aprender matemática é um prazer?	2	3	8	2	3
26	Testo meus conhecimentos resolvendo exercícios e problemas de matemática?	7	4	4	3	0
27	Tenho menos problemas com matemática do que com como outras disciplinas?	4	4	2	2	6
28	Consigo bons resultados em matemática?	0	1	11	4	2

Fonte: Própria autora, 2020.

Tabela 12 – Satisfação pela Matemática – Pós-atividades

Fator 1: Satisfação pela Matemática – PÓS-ATIVIDADES		**Quantidade de respostas**				
Questão	**Itens**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
19	As aulas de matemática estão entre as minhas preferidas?	0	2	4	5	7
20	Quando me pedem para resolver problemas de matemática, fico nervoso (a)?	5	2	5	1	5
23	Tenho muita dificuldade para entender matemática?	4	6	5	3	0
24	Matemática é “chata”?	7	5	4	1	1
25	Aprender matemática é um prazer?	1	1	4	7	5
26	Testo meus conhecimentos resolvendo exercícios e problemas de matemática?	2	4	7	4	1
27	Tenho menos problemas com matemática do que com como outras disciplinas?	1	5	9	1	2
28	Consigo bons resultados em matemática?	0	1	9	6	2

Fonte: Própria autora, 2020.

- Constatou-se que, antes das aulas envolvendo códigos de barras, a matemática frequentemente ou sempre estava entre as aulas preferidas para aproximadamente 33,33% da turma, sendo que após a intervenção tal índice passou para 66,66%. Acreditamos que esse aumento confirma a motivação em relação à proposta de ensino.

- Aproximadamente 61,11% ficavam frequentemente ou sempre nervosos quando pediam para resolver problemas de matemática e, após as atividades, houve uma redução para 33,33%. Acreditamos que essa mudança ocorreu devido a insegurança e baixa autoeficácia iniciais pois, à medida em que foram entendendo a proposta, deu-se a diminuição da sensação de nervosismo diante de obstáculos.

- Houve mudanças significativas no item 23, pois 16,66% afirmaram que continuaram tendo dificuldade para entender matemática, antes eram 55,55%. Por sua vez, a resposta nunca ou raramente saltou de 11,11% (antes das atividades) para 55,55% (depois). Esse fato foi verificado na avaliação pós-atividades, onde a maioria 77,77% acertou mais que a metade do total de questões. Importante informar que essa turma foi considerada regular para ruim pelos professores nos conselhos de classe no que diz respeito às habilidades para aprendizagem dos conteúdos.

- Antes das atividades propostas, a maioria dos alunos (44,44%) disse que às vezes a matemática era chata. Porém, após as atividades este índice caiu para 22,22% e a maioria (66,66%) afirmou que nunca ou raramente a matemática é chata.

- Para 27,77% nunca ou raramente aprender matemática era um prazer e, após, passou a ser 11,11%. O registro das respostas frequentemente ou sempre passou de

27,77% para 66,66%. Indicando mais uma vez a presença da motivação na realização das atividades.

- Aproximadamente 61,11% nunca ou raramente testavam conhecimentos resolvendo exercícios e problemas, após as ações essa correspondência passou para 33,33%. A resposta frequentemente ou sempre passou de 16,66% para 27,77%.
- No primeiro teste houve um equilíbrio entre nunca ou raramente e frequentemente ou sempre no item 27. A opção frequentemente ou sempre passou de 44,44% para 16,66%. Enquanto nunca ou raramente, no segundo momento de respostas, apresentou uma redução para 33,3%.
- 33,33% afirmaram que frequentemente ou sempre conseguiam bons resultados em matemática, índice que passou para 44,44% após a conclusão das tarefas.

Podemos notar que, com exceção do item 27, a satisfação pela matemática teve um aumento expressivo. As mudanças acima podem confirmar que houve um aumento na motivação durante o processo da proposta de ensino. O fator emocional em relação a matemática foi perceptível, pois a professora pesquisadora entendeu que boa parte da turma passou a ter preferência ou facilidade para aprender matemática nesse período.

Tabela 13 – Jogos e desafios – Pré-atividades

Fator 2: Jogos e desafios – PRÉ-ATIVIDADES		**Quantidade de respostas**				
Questão	**Itens**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
01	Participo de competições com amigos resolvendo problemas matemáticos ou raciocínio lógico?	6	4	7	1	0
07	Gosto de brincar de quebra-cabeça e jogos que envolvam raciocínio lógico?	1	5	7	1	4
12	Procuro relacionar a matemática ao conteúdo das outras disciplinas?	4	4	5	3	2
14	Gosto de elaborar desafios envolvendo noções de matemática para meus amigos e familiares?	7	6	3	1	1

Fonte: Própria autora, 2020.

Tabela 14 – Jogos e desafios – Pós-atividades

Fator 2: Jogos e desafios – PÓS-ATIVIDADES		**Quantidade de respostas**				
Questão	**Itens**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
01	Participo de competições com amigos para resolver problemas matemáticos ou raciocínio lógico?	1	3	7	5	2
07	Gosto de brincar de quebra-cabeça e jogos que envolvam raciocínio lógico?	0	3	5	4	6
12	Procuro relacionar a matemática ao conteúdo das outras disciplinas?	3	5	5	4	1
14	Gosto de elaborar desafios envolvendo noções de matemática para meus amigos e familiares?	6	4	5	3	0

Fonte: Própria autora, 2020.

Quanto ao fator jogos e desafios, sistematizados nas Tabelas 13 e 14:

- No item participar de competições com amigos resolvendo problemas matemáticos ou de raciocínio lógico observamos que houve uma redução dos que assinalaram nunca ou raramente, passando de 55,55% para 22,22%. Durante o período da proposta de ensino houve a Caça ao Tesouro, atividade que pode ter interferido nessa redução. Apesar da turma 901, em avaliação, não ter competido no dia da Feira de Ciências [2] , eles organizaram essa atividade e por várias vezes competiram entre si para avaliarem se deveriam ou não mudar algo.

- Quanto ao Gostar de brincar de quebra-cabeça e jogos que envolvam raciocínio lógico, observamos que houve um aumento de 27,77% para 55,55% no final do processo nas opções frequentemente ou sempre. Acreditamos que a Caça ao Tesouro também tenha contribuído para esse aumento, pois eles construíram um quebra-cabeça.

- Quanto a procurar relacionar a matemática ao conteúdo das outras disciplinas, não houve mudança nas opções frequentemente ou sempre. Esse fato pode ser devido à forma fragmentada que o ensino tem sido realizado. Uma solução é a proposta de um projeto na escola que contemple este item. As perguntas da Caça ao Tesouro poderiam relacionar cada disciplina do currículo com a matemática, porém a professora pesquisadora só pensou nessa possibilidade ao fazer a avaliação desse questionário.

[2] Essa feira foi um projeto interdisciplinar da escola e, também, foi chamada de Feira Integrada 2019. Teve como tema: **BIECONOMIA: DIVERSIDADE E RIQUEZA PARA O DESENVOLVIMENTO SUSTENTÁVEL.** Uma das etapas desta feira foi a atividade Caça ao Tesouro, que será relatada na seção 5.3.5

- Quanto a frequentemente ou sempre gostar de elaborar desafios envolvendo noções de matemática, houve um aumento muito pequeno de 11,11% para 16,66%. Pode ser que esse fato tenha ocorrido porque as atividades propostas não os envolveram a ponto de levar a desafiar amigos e familiares fora da sala de aula.

Tabela 15 – Resolução de problemas – Pré-atividades

Fator 3: Resolução de problemas – PRÉ-ATIVIDADES		**Quantidade de respostas**				
Questão	**Itens**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
09	Gosto de resolver os exercícios rapidamente?	0	4	7	0	7
10	Tento resolver o mesmo problema matemático de maneiras diferentes?	11	3	4	0	0
11	Fico frustrado (a) quando não consigo resolver um problema de matemática?	0	1	9	0	8
21	Diante de um problema de matemática, sinto muita curiosidade de saber a sua resolução?	2	0	9	2	5
22	Quando minhas tentativas de resolver um problema fracassam, tento de novo?	1	5	5	2	5

Fonte: Própria autora, 2020.

Tabela 16 – Resolução de problemas – Pós-atividades

Fator 3: Resolução de problemas – PÓS-ATIVIDADES		**Quantidade de respostas**				
Questão	**Itens**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
09	Gosto de resolver os exercícios rapidamente?	1	3	7	2	5
10	Tento resolver o mesmo problema matemático de maneiras diferentes?	2	1	5	4	6
11	Fico frustrado (a) quando não consigo resolver um problema de matemática?	0	7	0	7	4
21	Diante de um problema de matemática, sinto muita curiosidade de saber a sua resolução?	0	4	8	3	3
22	Quando minhas tentativas de resolver um problema fracassam, tento de novo?	1	1	9	1	6

Fonte: Própria autora, 2020.

No fator resolução de problemas percebemos, pelas Tabelas 15 e 16, que:

- Quanto ao fato de gostar de resolver os exercícios rapidamente não houve grandes alterações. Notamos que apenas 22,22% assinalaram nunca ou raramente. A professora pesquisadora acredita que esse dado é ruim, pois dá a impressão de que uma parte do grupo quer fazer tudo rápido para se livrar das atividades ou as fazem por impulso, sem refletir o processo de construção para a solução do problema apresentado.

- Quanto a resolver o mesmo problema matemático de maneiras diferentes observamos um aumento positivo, pois no início tínhamos 77,77% referidos como nunca ou raramente e, após as atividades, tivemos 16,66%. Acreditamos que um dos fatores que influenciaram nessa mudança foram os estímulos da professora pesquisadora para que pensassem e apresentassem outras formas para resolver um mesmo exercício durante as atividades da proposta de ensino.

- Quanto a ficar frustrado (a) quando não conseguem resolver um problema de matemática, notamos que houve um aumento dos que assinalaram nunca ou raramente, antes era 5,55% e passou para 38,88%. Tal cenário pode demonstrar que no final da proposta de ensino eles demonstraram indiferença em conseguir ou não resolver um problema, ou também o fato de não quererem perder tempo tentando entender algo; enfim, características de desmotivação. Em contrapartida, frequentemente ou sempre passou de 44,44% para 61,11%, o que demonstra interesse na proposta por parte desse grupo.

- Quanto ao fato de estar diante de um problema de matemática e sentir muita curiosidade de saber a sua resolução, observamos que houve um aumento dos que assinalaram nunca ou raramente, de 11,11% para 22,22%. Tal resultado indicia que um grupo estava desmotivado em aprender matemática.

- Quanto às tentativas de resolver um problema e fracassarem se tentam de novo, notamos que a quantidade dos que assinalaram frequentemente ou sempre se manteve, porém houve uma mudança significativa dos que assinalaram nunca ou raramente, que passou de 33,33% para 11,11%. Tal contexto pode significar que algumas atividades foram desafiadoras para um dos grupos. Esperava-se que esse item tivesse um aumento nas opções frequentemente ou sempre, pois durante as atividades a professora pesquisadora observou que quando, por exemplo, no final da conta de verificação do dígito de controle a soma não resultava em um múltiplo de 10, eles tentavam coletivamente até conseguir.

Tabela 17 – Aplicações no cotidiano – Pré-atividades

Fator 4: Aplicações no cotidiano – PRÉ-ATIVIDADES		**Quantidade de respostas**				
Questão	**Itens**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
02	Costumo explicar fenômenos da natureza utilizando conhecimentos matemáticos?	6	5	5	1	1
03	Cálculo o tempo que vou gastar ao sair de casa para chegar ao destino que pretendo?	0	4	6	1	7
04	Faço desenhos usando formas geométricas?	2	7	7	1	1
05	Percebo a presença de matemática nas atividades de desenvolvo fora da escola?	1	2	5	2	8
06	Faço “continhas de cabeça” para calcular valores quando estou fazendo compras ou participando de jogos?	1	3	5	1	8

Fonte: Própria autora, 2020.

1em

Tabela 18 – Aplicações no cotidiano – Pós-atividades

Fator 4: Aplicações no cotidiano – PÓS-ATIVIDADES		**Quantidade de respostas**				
Questão	**Itens**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
02	Costumo explicar fenômenos da natureza utilizando conhecimentos matemáticos?	7	5	5	1	0
03	Calculo o tempo que vou gastar ao sair de casa para chegar ao destino que pretende?	1	2	5	2	9
04	Faço desenhos usando formas geométricas?	0	4	7	6	1
05	Percebo a presença da matemática nas atividades que desenvolvo da escola?	1	0	6	1	10
06	Faço “continhas de cabeça” para calcular valores quando estiver fazendo compras ou participando de jogos?	0	3	6	2	7

Fonte: Própria autora, 2020.

No fator aplicações no cotidiano, apontado nas Tabelas 17 e 18:

- Quanto ao fato de explicar fenômenos da natureza utilizando conhecimentos matemáticos observamos que não houve grande mudança. Importante relatar que esse item não foi trabalhado durante a proposta. Apesar disso optamos por manter no questionário.

- Quanto a calcular o tempo que gastaram para chegar ao destino houve um aumento de 44,44% para 61,11% nas respostas frequentemente ou sempre. A professora pesquisadora achou que essa porcentagem seria maior, pois pela idade deles esperava que todos fizessem este cálculo no cotidiano.

- Quanto a fazer desenhos usando formas geométricas, interessante observar que poucos, 38,88%, classificaram-se entre frequentemente ou sempre. Acreditamos que as utilizam sim, porém não as percebem, pois é difícil imaginar um desenho que não tenha formas geométricas.

- Quanto a percepção da matemática nas atividades que desenvolvem fora da escola houve um pequeno aumento, frequentemente ou sempre passou de 55,5% para 61,1% durante a proposta de ensino. Notamos que apesar da grande maioria ter, mesmo antes das atividades propostas, a certeza da matemática presente em situações corriqueiras do dia a dia observamos pelas respostas do Questionário 1, pergunta 6, que as aplicações conhecidas por eles são bem rudimentares.

- Quanto a fazer "continhas de cabeça" para calcular valores quando estão fazendo compras ou participando de jogos não houve grandes mudanças e percebemos que apenas metade da turma disseram ter esse costume, o que representa uma quantidade muito pequena, visto a necessidade de, pela situação social, frequentemente termos a noção do valor que vamos pagar ao fazer compras, por exemplo. Acreditamos que essa quantidade se deve ao fato deles não terem hábitos de fazer compras ou ao uso de celular para fazer quaisquer contas.

Tabela 19 – Hábitos de estudos – Pré-atividades

Fator 5: Hábitos de estudos – PRÉ-ATIVIDADES		**Quantidade de respostas**				
Questão	**Itens**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
13	Estudo matemático todos os dias durante a semana?	8	3	7	0	0
15	Realizo as tarefas de casa que a professora de matemática passa?	4	2	5	3	4
17	Estudo as matérias de matemática antes de a professora as ensine na sala de aula?	10	2	4	0	2
18	Além do caderno, eu costumo estudar matemática em outros livros para fazer provas e testes?	7	3	5	0	3

Fonte: Própria autora, 2020.

Tabela 20 – Hábitos de estudos – Pós-atividades

Fator 5: Hábitos de estudos – PÓS-ATIVIDADES		**Quantidade de respostas**				
Questão	**Itens**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
13	Estudo matemático todos os dias durante a semana?	3	5	9	1	0
15	Realizo as tarefas de casa que a professora de matemática passa?	0	2	3	2	11
17	Estudo as matérias de matemática antes de a professora as ensine na sala de aula?	5	5	5	1	2
18	Além do caderno, eu costumo estudar matemática em outros livros para fazer provas e testes?	7	3	6	1	1

Fonte: Própria autora, 2020.

No fator hábitos de estudos, mencionado nas Tabelas 19 e 20:

- Quanto a estudar matemática todos os dias, houve um pequeno aumento positivo. Acreditamos que essa mudança de comportamento precise de um trabalho mais efetivo, com maior tempo, atividades de conscientização da importância do estudo e da participação da família. A professora pesquisadora acredita que esse fato se deve a resistência que os adolescentes têm em ter uma rotina de estudos e da falta de acompanhamento da família na vida escolar, fato esse observado nas reuniões de responsáveis em que a minoria participa e os que frequentam na maioria das vezes só vão porque precisam assinar a frequência para continuar recebendo o benefício do Bolsa Família, por exemplo.

- Quanto às tarefas de casa houve um aumento na execução de 38,8% para 72,2% nos itens frequentemente ou sempre. Importante relatar, que uma das tarefas de casa, foi levar embalagens com códigos de barras para sala de aula e todos levaram. Demonstrando motivação e compromisso.

- Observamos um pequeno aumento no estudo das matérias antes da professora ensinar na aula, nos itens frequentemente ou sempre, de 11,11% para 16,66%.

- Houve o registro de 55,55% dos alunos de que nunca ou raramente costumam estudar matemática em outros livros para fazer provas e testes. Nesse item não houve mudança. A professora pesquisadora observa que, aqueles que estudam, têm hábito de estudar para provas e testes utilizam apenas o caderno que tem textos explicativos resumidos, exercícios e revisões.

Tabela 21 – Interações na aula – Pré-atividades

Fator 6: Interações na aula – PRÉ-ATIVIDADES		**Quantidade de respostas**				
Questão	**Itens**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
08	Faço perguntas nas aulas de matemática quando tenho dúvidas?	1	3	6	1	7
16	Me relaciono bem com minha professora de matemática?	0	0	2	2	14

Fonte: Própria autora, 2020.

Tabela 22 – Interações na aula – Pós-atividades

Fator 6: Interações na aula – PÓS-ATIVIDADES		**Quantidade de respostas**				
Questão	**Itens**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
08	Faço perguntas nas aulas de matemática quando tenho dúvidas?	0	0	3	7	8
16	Me relaciono bem com minha professora de matemática?	0	0	2	0	16

Fonte: Própria autora, 2020.

No fator interações na aula, Tabelas 21 e 22:

- Quanto a perguntar para tirar dúvidas, percebemos que sempre ou frequentemente passou de 44,44% para 83,33%, e nunca ou raramente passou de 22,2% para 0%. O que nos leva a pensar que os alunos tiveram mais interesse em procurar entender as atividades trabalhadas.

- E quanto ao relacionamento com a professora não houve grandes mudanças e é importante dizer que esse relacionamento foi agradável durante todo o ano letivo, apesar de serem adolescentes e algumas vezes foram necessárias conversas mais sérias sobre comportamentos, disciplinas e comprometimento com a vida escolar, por exemplo.

Os itens 2 e 4 não foram trabalhados durante essa proposta, mas achamos interessante que fizessem parte do questionário por questão de confiabilidade, pois por não ter sido trabalhado esperávamos que teriam pouca ou nenhuma alteração. O que não ocorreu no item 4. Comparando essa escala motivacional pré e pós atividades observamos que os itens iguais ou acima de 50% com respostas positivas à matemática – frequentemente ou sempre – foram, no primeiro teste os itens 5, 6, 16 e 20. No segundo teste foram: 3, 5, 6, 7, 8, 10, 11, 15, 16, 19, 23, 24, 25 e 26.

Apenas nos itens 23 e 24 as respostas consideradas acima foram nunca ou raramente, pois nesse caso são positivas à matemática. Nos outros itens foram considerados frequentemente ou sempre.

Sendo assim, antes 4 itens positivos à matemática estavam acima da metade da turma e depois passou para 14. Apesar desse aumento considerável, 12 itens (pois 2 já não esperávamos atingir) não tiveram os objetivos atingidos. Tínhamos convicção que com 14 tempos de 50 minutos não iríamos alcançar todos os itens. Portanto, consideramos que a proposta foi válida e que precisa de alterações para melhores êxitos em possíveis trabalhos futuros.

5.3.4 AVALIAÇÃO PÓS-ATIVIDADES

Após as aulas e atividades sobre códigos de barras foi aplicada uma avaliação anexa no Apêndice E. A Tabela 23 apresenta o desempenho da turma.

Tabela 23 – Desempenho da turma por questão

	Resoluções		
Questão	**corretas**	**parcialmente**	**incorretas**
1	100%	0%	0%
2	83%	17%	0%
3	78%	11%	11%
4	0%	61%	39%

Fonte: Própria autora, 2020.

Observamos na primeira questão que os alunos entenderam a verificação do código verificador ou dígito de controle.

Na segunda questão todos os alunos encontraram a soma sem o dígito que falta e identificaram que o múltiplo de 10 mais próximo e maior que 84 é 90 e que faltam 6 (90 – 84). Os 17% que acertaram parcialmente disseram que a resposta é 6. Porém, não perceberam que a resposta é 2, pois $3.2 = 6$.

A terceira questão possui resolução muito parecida com a questão 1. Os 11% que acertaram parcialmente se perderam nas contas. Os outros 11% que erraram não responderam essa questão.

A quarta questão ninguém acertou totalmente. 61% encontraram uma possibilidade para os dígitos que faltam, mas não deram outra alternativa. Talvez, como cada possibilidade tenha duas respostas, entenderam que essas são as duas possibilidades pedidas.

A média da turma foi 6,78 e 77,77% acertaram mais que a metade do total de questões.

5.3.5 CAÇA AO TESOURO

Essa atividade fez parte de uma das ações da Feira Integrada 2019 cujo tema foi: BIECONOMIA: DIVERSIDADE E RIQUEZA PARA O DESENVOLVIMENTO SUSTENTÁVEL.

Cada turma (601, 602, 701, 702 e 801) foi representada por uma equipe com quatro alunos. A turma 901 ajudou a professora pesquisadora na organização da atividade.

Essas equipes receberam antecipadamente uma “apostila” com um total de 45 perguntas sobre as disciplinas que fazem parte do currículo do município de Nova Iguaçu, vide Apêndice I. São elas: Matemática, Ciências, Língua Portuguesa, Língua Inglesa, Arte, Educação Física, Geografia, História e ILPT (Introdução à Leitura e Produção Textual). Dentre essas, algumas fizeram parte das fases que tiveram que passar para encontrar o tesouro.

O objetivo da atividade foi seguir, em cada fase, as pistas para encontrar os desafios (codificados nos QR Codes) espalhados na escola e cumpri-los. A equipe vencedora foi aquela que passou por todas as fases com o menor tempo, incluindo as penalidades e bônus quando necessário.

Material necessário

Fitas com as cores das equipes para colocar no braço dos integrantes; smartphone com o aplicativo Leitor QR para gerar e ler os QR Codes; folhas A4 com QR Codes para codificar as perguntas; apito; cronômetro; lixeiras de coleta seletiva; lixo: plásticos, metais, papeis e vidros; mapas dos percursos; mapa da Escola; cartaz indicando que a equipe encontrou o tesouro; cartaz indicando cor de cada turma, tempo, penalidades, bônus; hidrocor; brinde consolação para todos os participantes; prêmio para equipe vencedora; frases “cortadas” relacionadas ao tema; quebra cabeça; folha A4 para Forca.

Desenvolvimento

Os mapas (Apêndice H) com as cores das equipes foram sorteados e estes indicaram o caminho que a equipe deveria seguir. Houve uma preocupação em manter a distância dos percursos iguais para evitar que alguma equipe fosse prejudicada. Cada equipe recebeu um mapa com a identificação dos principais pontos da Escola (Apêndice G) onde poderiam estar escondidos os QR Codes.

Acompanhada de dois alunos do 9º ano: um estava com um smartphone com o app LEITOR QR para descodificar os QR Codes e o outro aluno foi o juiz (observou se a equipe cometeu alguma penalidade ou foi injustiçada durante o percurso), cada equipe através das pistas dadas procurou os QR Codes (Apêndice J), com a cor da sua equipe, espalhados pela escola.

Primeiramente a equipe recebeu apenas a pergunta, se respondiam certo então recebiam a pista para a próxima fase. Caso contrário, recebiam quatro opções onde apenas uma era a resposta correta. Somente após responder a opção correta a equipe recebia a próxima pista. E, assim, de pista em pista, chegavam aos QR Codes e, após responderem corretamente ou cumprirem a tarefa pedida, passavam para a próxima fase. As Figuras 23 e 24 retratam esta parte da atividade.

Figura 23 – Atividade Caça ao tesouro

Fonte: Própria autora, 2019.

Figura 24 – Atividade Caça ao tesouro

Fonte: Própria autora, 2019.

Durante o percurso cada equipe respondeu 10 perguntas, teve que adivinhar o animal em extinção no Brasil na forca, colocou o lixo no lugar certo na brincadeira: Coleta Seletiva e organizou uma frase com as palavras que receberam.

A seguir, uma breve explicação das brincadeiras que fizeram parte das mudanças de fases.

Brincadeira "LIXO NO LUGAR CERTO": Na quadra tinha um monte com lixo variado e a equipe precisa coletar corretamente o lixo, um aluno por vez, na lixeira para coleta seletiva. Se colocassem no lugar errado, seria acrescentado 20 segundos no tempo final do percurso para cada penalidade ocorrida.

Brincadeira "FORCA": Cada equipe escolheu um número de 1 a 8 (sobraram números). Escolhido o número, um aluno do nono ano apresentou a forca relacionada ao respectivo animal em extinção no Brasil. Se acertou o animal a equipe reduziu 20 segundos no tempo final.

QUEBRA-CABEÇA: Durante o percurso, cada equipe o montou como desafio.

FRASES PARA MONTAR: Após pesquisa sobre o grande tema da feira, as frases foram construídas. Os professores de português ajudaram a professora pesquisadora a escolher as frases para as equipes e a "cortar" em pedaços, adequando o grau de dificuldade com o nível de escolaridade. Foram elas:

Frase para turma 601:

A água faz parte do patrimônio do planeta. Ela é a condição essencial de vida para todo ser vivo. [10 pedaços]

Frase para turma 602:

Utilizar a energia elétrica com eficiência significa combater o desperdício, consumindo apenas o necessário. [10 pedaços]

Frase para turma 701:

A coleta seletiva é uma alternativa que permite diminuir a quantidade de lixo produzido e reaproveitar diversos materiais, ajudando a preservar a natureza. [10 pedaços]

Frase para turma 702:

O transporte sustentável busca melhorar a vida nas cidades e garantir o direito de ir e vir com mais praticidade e sem prejudicar o meio ambiente. [10 pedaços]

Frase para turma 801:

A biodiversidade é a variedade de formas de vida. Conservar e respeitar a natureza é a ação prioritária para garantir um ambiente próspero e saudável. [10 pedaços]

Se durante o percurso, o juiz notasse alguma irregularidade de algum integrante da equipe ou da turma, seria acrescentado 20 segundos para cada penalidade. Foram consideradas penalidades:

- Agressão física ou verbal;
- Consulta à apostila ou a qualquer pessoa que não fizesse parte da equipe durante o percurso;
- Danificar algum aparato. Exemplo: QR Code, quebra-cabeça, quebrar os vidros na coleta seletiva...

Se ocorresse algum caso que não tivesse sido explicitado seria avaliado pela equipe organizadora da atividade.

A Figura 25 mostra parte dos desafios propostos durante a atividade e a Figura 26 ilustra os alunos que participaram, o quadro com o tempo final de cada equipe, a equipe vencedora e os prêmios pelo esforço e desempenho.

Figura 25 – Execução da atividade Caça ao tesouro

Fonte: Própria autora, 2019.

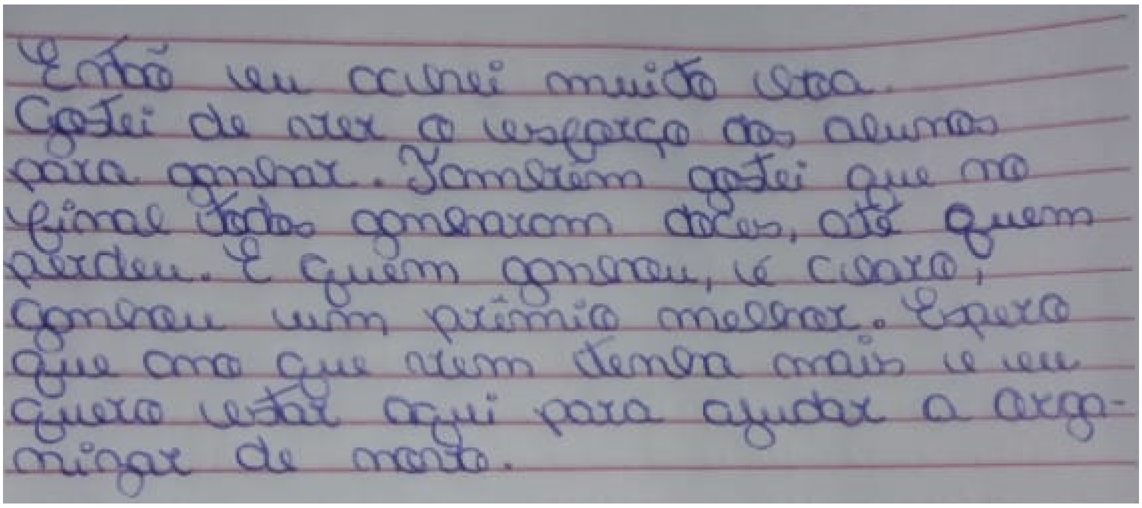
Figura 26 – Participantes da atividade Caça ao tesouro, resultado final, prêmios e equipe vencedora

Fonte: Própria autora, 2019.

A professora pesquisadora observou que durante essa atividade muitos alunos ficaram encantados com os códigos "virarem" perguntas ao serem lidos por app de celulares. Esse fato reflete exclusão social, visto que hoje os QR Codes são muito utilizados. Porém, para essa atividade, esse fato foi positivo, pois fez com que o sigilo das questões fosse mantido. E mesmo os que conheciam não sabiam fazer essa leitura ou não tinham o app em seus celulares.

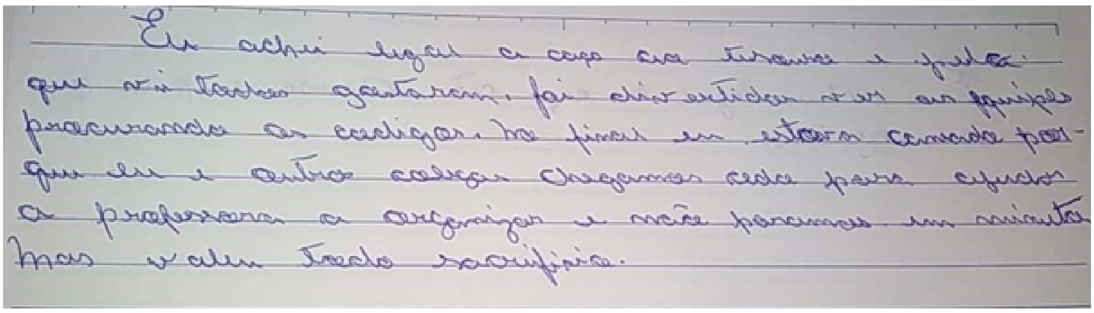
Depoimentos de alguns alunos são apresentados nas Figuras 27, 28, 29, e 30:

Figura 27 – Resposta da questão 10 do Questionário 2 do aluno A


Então eu achei muito boa. Gostei de ver o esforço dos alunos para ganhar. Também gostei que no final todos ganharam doces, até quem perdeu. E quem ganhou, é claro, ganhou um prêmio melhor. Espero que ano que vem tenha mais e eu quero estar aqui para ajudar a organizar de novo.

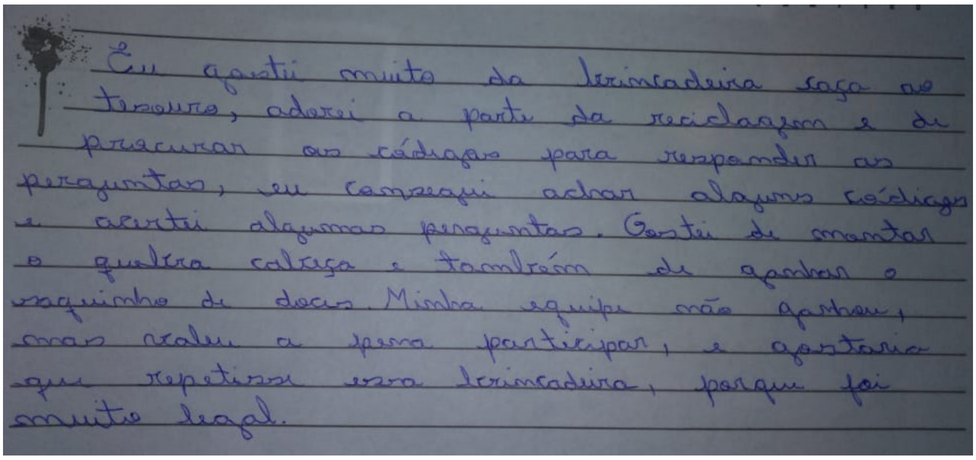
Fonte: Própria autora, 2019.

Figura 28 – Resposta da questão 10 do Questionário 2 do aluno B


Eu achei legal o jogo da turma e pelo que vi todos gostaram, foi divertido ver as equipes procurando os códigos. No final eu estava cansada porque eu e outros colegas chegamos cedo para ajudar a professora a organizar e não paramos um minuto mas valeu todo sacrifício.

Fonte: Própria autora, 2019.

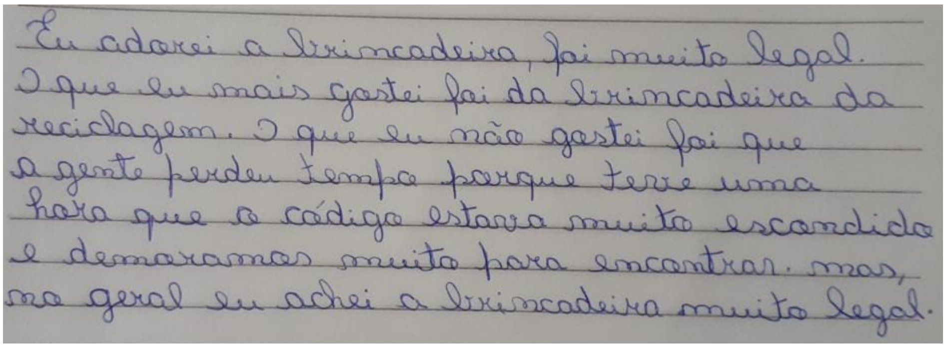
Figura 29 – Resposta da questão 10 do Questionário 2 do aluno C



Eu gostei muito da brincadeira caça ao tesouro, adorei a parte da reciclagem e de procurar os códigos para responder as perguntas, eu consegui achar alguns códigos e acertei algumas perguntas. Gostei de montar o quebra cabeça e também de ganhar o saquinho de doces. Minha equipe não ganhou, mas valeu a pena participar, e gostaria que repetisse essa brincadeira, porque foi muito legal.

Fonte: Própria autora, 2019.

Figura 30 – Resposta da questão 10 do Questionário 2 do aluno D



Eu adorei a brincadeira, foi muito legal. O que eu mais gostei foi da brincadeira da reciclagem. O que eu não gostei foi que a gente perdeu tempo porque teve uma hora que o código estava muito escondido e demoramos muito para encontrar. mas, no geral eu achei a brincadeira muito legal.

Fonte: Própria autora, 2019.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho apresenta uma proposta de ensino analisando a compreensão das principais características dos códigos de barras e a motivação dos alunos do 9º ano do ensino fundamental da Escola Municipal Marcílio Dias localizada na cidade de Nova Iguaçu – RJ. Assim, ele se justifica na construção de estratégias para solução de problemas, valorizando a criatividade, o ambiente investigativo na sala de aula, visando também promover a participação dos alunos, a interação professor/aluno dentro de um ambiente de aprendizagem mútua através de diferentes atividades propostas com códigos de barras.

Participaram da pesquisa 18 alunos. As análises dos questionários, avaliações e relatos dos alunos permitiram verificar aumento significativo na motivação pela Matemática através da compreensão da existência das operações básicas matemáticas nos códigos de barras. Verificamos que a maior parte da turma, durante o trajeto escolar, foi motivada extrinsecamente ora pela escola, ora pela família, ora por reconhecimento social. Porém, em alguns momentos percebemos características da motivação intrínseca e da motivação para aprender através do envolvimento e da motivação na realização das atividades propostas.

Além das atividades propostas com códigos de barras aplicadas na sala de aula dentro de um ambiente de aprendizagem mútua, constatamos que na atividade "Caça ao tesouro" foi possível observar os alunos construírem estratégias para solução de problemas, explorando o ambiente investigativo com criatividade e a participação do segundo segmento possibilitando a interação. Também percebemos, infelizmente, a exclusão social da maioria dos alunos da escola que não têm smartphone e não sabiam que os QR Codes contêm informações.

As limitações dessa pesquisa foram o pouco tempo disponível para as atividades da proposta, visto que o conteúdo programático de Matemática é extenso e deve ser cumprido pelo menos o currículo mínimo; turma com muitas dificuldades de aprendizagem, defasagens de conteúdos de anos de escolaridade anteriores – inclusive nas operações matemáticas básicas; alunos desmotivados, uma das razões dessa turma ter sido escolhida pela professora; recursos didáticos escassos, por exemplo, a escola não tem laboratório de informática que poderia ter sido utilizado para pesquisas; quantidade de alunos pesquisados pequena, o que apesar da facilidade para aproximação e atendimento individual para a solução de possíveis dúvidas, restringiu a representatividade dos resultados.

Para futuras pesquisas, além de procurar solucionar as limitações supracitadas, consideramos importante a elaboração de um projeto interdisciplinar, com a atividade "Caça ao tesouro", mostrando a Matemática presente nas outras disciplinas, possibilitando a desfragmentação do conhecimento curricular.

Esperamos que esta pesquisa sirva para professores de matemática contextualizarem e motivarem seus alunos e, ainda, para estimular outros pesquisadores a realizarem mais estudos sobre esta temática.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALMEIDA, D. M. d. S. *A motivação do aluno no ensino superior: um estudo exploratório.* Dissertação (Dissertação (Mestrado em Educação)) — Universidade Estadual de Londrina, Londrina, Paraná, 2012. Disponível em: <http://www.bibliotecadigital.uel.br/document/?view=vtls000172050>. Acesso em: 12 nov. 2019.

AUTOMACLICK. *Como saber de onde vem o produto pelo código de barras?* 2019. Disponível em: <https://www.automaclick.com.br/blog/saber-de-onde-vem-o-produto-pelo-codigo-de-barras>. Acesso em: 19 mar. 2019. it. color.

AZZI, R. G.; POLYDORO, S. A. J. O papel da autoeficácia e autorregulação no processo motivacional. *Motivação para aprender: Aplicações no contexto educativo*, Ed. Vozes, Petrópolis/Rj, p. 126–144, 2010.

BARCODE ISLAND. *Simbologia UPC-A*. 2006. Disponível em: <http://www.barcodeisland.com/ean13.phtml>. Acesso em: 20 jan. 2020. il. color.

BZUNECK, J. A.; BORUCHOVITCH, E. *A motivação do aluno: Contribuições da psicologia contemporânea.* Petrópolis: Ed. Vozes, 2002.

BZUNECK, J. A.; GUIMARÃES, S. Édi R.; BORUCHOVITCH, E. *Motivação para aprender: Aplicações no contexto educativo.* Petrópolis/Rj: Ed. Vozes, 2010.

CALDAS, R. F. L.; HÜBNER, M. M. C. O desencantamento com o aprender na escola: o que dizem professores e alunos. *Revista Psicologia - Teoria e Prática*, v. 3, n. 2, p. 71–82, 2001.

CAVENAGHI, A. R. A.; BZUNECK, J. A. A motivação de alunos adolescentes enquanto desafio na formação do professor. In: *CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO*. [s.n.], 2009. v. 9, p. 1478–1489. Disponível em: <https://educere.bruc.com.br/arquivo/pdf2009/1968_1189.pdf>. Acesso em: 20 dez. 2019.

CBBR. *Códigos de barras para jornais.* 2020. Disponível em: <https://codigosdebarrasbrasil.com.br/como-adquirir-coacutedigos-de-barras-para-jornais.html>. Acesso em: 10 jan. 2020. il. color.

CERQUEIRA, L. M. *A aritmética modular nos códigos de barras.* Dissertação (Dissertação (PROFMAT)) — Universidade do Recôncavo da Bahia, Crus das Almas, Bahia, 2015. Disponível em: <https://sca.profmat-sbm.org.br/sca_v2/get_tcc3.php?id=84479>. Acesso em: 05 jan. 2020.

CODIMARC. *Precisa de Imprimir Código de Barras? Como Funciona?* 2011. Disponível em: <https://www.codimarc.pt/blog/imprimir-codigo-de-barras>. Acesso em: 5 jun. 2019. il color.

COGNEX. *Códigos de barras EAN-13?* 2020. Disponível em: <https://www.cognex.com/pt-pt/resources/symbologies/1-d-linear-barcodes/ean-13-barcodes>. Acesso em: 15 jun. 2020. il color.

CONCEIÇÃO, D. B. da; MENDES, A. A.; BORGES, L. H. de F. Análise dos fatores que desmotivam/desinteressam os alunos com relação à matemática. *Anais do Seminário Científico do UNIFACIG*, n. 1, 2015. Disponível em: <http://pensaracademico.facig.edu.br/index.php/semiariocientifico/article/view/233/208>. Acesso em: 07 nov. 2020.

COSMOS BLUESOFT. *Lápis de cor faber-castell 12 cores*. 2020. Disponível em: <https://cosmos.bluesoft.com.br/produtos/7891360615194-lapis-de-cor-faber-castell-12-cores>. Acesso em: 10 jan. 2020. il. color.

COUTO, R. K. d. A. *Proposta de utilização de código de barras como recurso didático para o ensino da aritmética modular e de vetores em uma turma do 3º ano do ensino médio de uma escola pública da cidade de Petrolina-PE*. Dissertação (Dissertação (Mestrado em Matemática)) — Universidade Federal do Vale do São Francisco, Juazeiro, Bahia, 2017. Disponível em: <http://www.univasf.edu.br/~tcc/00000a/00000ad6.pdf>. Acesso em: 08 dez. 2019.

DREAMSTIME. *Código de barras*. 2019. Disponível em: <https://pt.dreamstime.com/imagem-de-stock-c%C3%B3digo-de-barras-image1924001>. Acesso em: 3 nov. 2019. il. color.

ESQUINCA, J. C. P. *Aritmética: códigos de barras e outras aplicações de congruências*. Dissertação (Dissertação (PROFMAT)) — Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande, Mato Grosso do Sul, 2013. Disponível em: <https://sca.profmat-sbm.org.br/sca_v2/get_tcc3.php?id=37564>. Acesso em: 22 dez. 2019.

FERREIRA, A. B. d. H. *Novo Aurélio Século XXI: O dicionário da língua portuguesa. rev. e ampl.* [S.l.]: Nova Fronteira, 1999.

FINI, M. I. *Controle dos Códigos de Identificação*. [s.n.], 2009. 70–75 p. Disponível em: <http://www.escoladeformacao.sp.gov.br/portais/Portals/33/arquivos/mat_70-80.pdf>. Acesso em: 5 jan. de 2020.

GONTIJO, C. H. *Relações entre criatividade, criatividade em matemática e motivação em matemática de alunos do ensino médio*. Dissertação (Tese de doutorado (Programa de Pós-Graduação em Psicologia)) — Universidade de Brasília, Brasília, 2007. Disponível em: <https://repositorio.unb.br/bitstream/10482/2528/1/2007_CleytonHerculesGontijo.PDF>. Acesso em: 18 dez. 2019.

GS1 BRASIL. *Linguagem global de negócios*. 2019. Disponível em: <https://www.gs1br.org/>. Acesso em: 7 abr. 2019. il. color.

GUIMARÃES, S. E. R. Motivação intrínseca, extrínseca e o uso de recompensas em sala de aula. *A motivação do aluno: Contribuições da psicologia contemporânea*, Petrópolis/Rj: Vozes., v. 3, p. 37–57, 2002.

HEFEZ, A. Aritmética. coleçao profmat, 2a ediçao. *Rio de Janeiro: SBM*, 2016.

HEFEZ, A.; FERNANDEZ, C. d. S. Introdução à álgebra linear. coleçao profmat, 2a ediçao. *Rio de Janeiro: SBM*, 2016.

INEP. *Pisa 2018 revela baixo desempenho escolar em leitura, Matemática e Ciências no Brasil*. 2020. Disponível em: <http://

portal.inep.gov.br/artigo/-/asset_publisher/B4AQV9zFY7Bv/content/pisa-2018-revela-baixo-desempenho-escolar-em-leitura-matematica-e-ciencias-no-brasil/21206>. Acesso em: 20 jan. 2020.

INSTITUTO NCB. *Como funciona o QR Code.* 2020. Disponível em: <https://www.newtoncbraga.com.br/index.php/como-funciona/15548-como-funciona-o-qr-code-art4052>. Acesso em: 5 de jul. 2020. il. color.

INTEGRANDO CONHECIMENTO. *Como os códigos de barras funcionam?* 2018. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=1uJttCNfjLA&t=110s>. Acesso em: 6 set. 2019.

JESUS, A. G. d. A motivação para aprender matemática no 9º ano do ensino fundamental: um estudo do potencial dos materiais manipulativos e da construção de objetos na aprendizagem de área de polígonos e volume de prismas. Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática. Departamento de Matemática. Dissertação (PROFMAT), Minas Gerais, 2011. Disponível em: <https://www.repositorio.ufop.br/bitstream/123456789/2647/1/DISSERTA%c3%87%c3%83O_Motiva%c3%a7%c3%a3oAprenderMatem%c3%a1tica.pdf>. Acesso em: 4 jan. de 2020.

MARCHIORE, L. d. W. O. A.; ALENCAR, E. M. L. S. de. Motivação para aprender em alunos do ensino médio. *ETD-Educação Temática Digital*, Campinas, v. 10, p. 105–123, 2009. Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/319658202_Motivacao_para_aprender_em_alunos_do_ensino_medio>. Acesso em: 12 dez. 2019.

MATEMÁTICA ESSENCIAL. *Álgebra: Classes modulares. Ensino superior*. 2020. Disponível em: <http://www.uel.br/projetos/matessencial/superior/algebra/modular.htm>. Acesso em: 5 fev. 2020.

MILIES, F. C. P. A matemática dos códigos de barras. *USP-Departamento de Matemática*, São Paulo, v. 14, 2006. Disponível em: <http://www.ime.ufg.br/bienal/2006/mini/polcino.pdf>. Acesso em: 14 abr. 2019.

MILIES, F. C. P. A matemática e os códigos de barras. *Revista do Professor de Matemótica - RPM, n. 65*, 2008. Disponível em: <http://www.rpm.org.br/cdrpm/65/9.html>. Acesso em: 14 abr. 2019.

MILIES, F. C. P. A matemática e os códigos de barras: detectando erros. *Revista do Professor de Matemótica - RPM, n. 68*, p. 38–42, 2009. Disponível em: <http://www.rpm.org.br/cdrpm/68/12.html>. Acesso em: 14 abr. 2019.

NEVES, E. R. C.; BORUCHOVITCH, E. Escala de avaliação da motivação para aprender de alunos do ensino fundamental (ema). *Psicologia: Reflexão e Crítica*, SciELO Brasil, v. 20, n. 3, p. 406–413, 2006.

POT. Polo Olímpico de Treinamento. *Curso de Teoria dos Números: Divisilidade I.* 2012. Disponível em: <https://poti.impa.br/uploads/material_teorico/82r7a10d1jocg.pdf>. Acesso em: 21 jan. 2020.

RIBEIRO, M. E. M. et al. Ocorrência de motivação intrínseca e extrínseca na escola. *Revista Thema*, v. 13, n. 2, p. 54–67, 2016. Disponível em: <http://periodicos.ifsul.edu.br/index.php/thema/article/view/337/309>. Acesso em: 12 nov. 2019.

ROBBINS, S. P. Comportamento organizacional. 11ª edição. *São Paulo*, 2005.

RODRIGUES, M. *UPC – Universal Product Code – Código de barras*. Dissertação (Dissertação (PROFMAT)) — Universidade Federal de Rondônia, Porto Velho, Rondônia, 2016. Disponível em: <http://www.ri.unir.br/jspui/handle/123456789/1610>. Acesso em: 05 jan. 2020.

RUIZ, V. M. A efetividade de recompensas externas sobre a motivação do aluno. *Revista Educ@ção*, Espárito Santo do Pinhal, SP, v. 1, n. 2, p. 13–20, 2004.

SOUSA, D. P. d. *Dos hieróglifos ao QR Code: Códigos como ferramenta na sala de aula*. Tese (Doutorado) — Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, 2016. Disponível em: <http://www2.uesb.br/ppg/profmat/wp-content/uploads/2018/11/Dissertacao_DEIVISON_PORTO_DE_SOUSA.pdf>. Acesso em: 8 maio 2019.

TAKAHASHI, C. R. d. S. Ensinando matemática através dos códigos de barras. *Ciência e Natura*, Universidade Federal de Santa Maria, Rio Grande do Sul, v. 37, n. 3, p. 278–288, 2015. Disponível em: <https://www.redalyc.org/pdf/4675/467547643023.pdf>. Acesso em: 17 mar. 2019.

WIKIPÉDIA. *EAN-8*. 2020. Disponível em: <https://en.wikipedia.org/wiki/EAN-8>. Acesso em: 12 jan. 2020. il color.

WIKIPÉDIA. *International Standard Book Number*. 2020. Disponível em: <https://pt.wikipedia.org/wiki/International_Standard_Book_Number>. Acesso em: 12 jan. 2020. it color.

ZIPAUTOMAÇÃO. *Como saber de onde vem o produto pelo código de barras?* 2019. Disponível em: <https://www.automaclick.com.br/blog/saber-de-onde-vem-o-produto-pelo-codigo-de-barras>. Acesso em: 19 mar. 2019. il. color.

BIBLIOGRAFIAS CONSULTADAS

BRASIL, L. D. B. Lei 9394/96 - Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional. Disponível <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/Leis/L9394.htm>. Acesso em 15 jan. 2020.

BRASIL, BNCC. Base Nacional Curricular Comum. Ministério da Educação, Brasília, 2016. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>. Acesso em 5 jan. 2020.

BRASIL. Parâmetros Curriculares Nacionais. Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1997. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>. Acesso em 4 de nov. 2019.

DAMINI, Daiane; DANYLUK, Ocsana. Linguagem Matemática: o código de barras. IV Jornada Nacional de Educação Matemática. Universidade Passo Fundo, Rio Grande do Sul, 2012. Disponível em: <http://anaisjem.upf.br/download/de-242-damini.pdf>. Acesso em: 9 mar. 2019.

RIBAS, Ana Carolina; OLIVEIRA, Bianca Soares; GUBAUA, Camila Aparecida; REIS, Gisele da Rocha; CONTRERAS, Humberto Silvano Herrera. O uso do aplicativo QR Code como recurso pedagógico no processo de ensino e aprendizagem. Ensaios Pedagógicos. v.7, n. 2. Jul/Dez 2017. Disponível em: <http://www.opet.com.br/faculdade/revista-pedagogia/pdf/n14/n14-artigo-2-O-USO-DO-APLICATIVO-QR-CODE.pdf>. Acesso em: 9 set. 2019.

SILVA, Thayany Benesforte; BEZERRA, Simone Maria Chalub Bandeira Bezerra. O uso do QR Code no ensino de matemática na formação inicial. VIII Colóquio Internacional " As Amazônias, as Áfricas e as Áfricas na Pan-Amazônia". Universidade Federal do Acre, 2017. Disponível em: <https://periodicos.ufac.br/index.php/simposioufac/article/view/919>. Acesso em: 19 jan. 2020.

APÊNDICE A – QUESTIONÁRIO 1

1. Ao longo de sua trajetória escolar, como você classifica sua aprendizagem em Matemática?

   (   ) ótima   (   ) regular   (   ) boa   (   ) ruim

2. Complete a frase: Nas aulas de Matemática, eu ______________________ tenho dificuldades em aprender conteúdos novos.

   (   ) nunca   (   ) quase sempre   (   ) algumas vezes   (   ) sempre

3. Você se sente mais interessado (a) em estudar Matemática quando ela está relacionada ao seu dia a dia?

   (   ) Muito   (   ) Pouco   (   ) Razoavelmente   (   ) Não

4. Você acredita que o estudo dos códigos de barras é importante para o desenvolvimento de aulas da disciplina de Matemática?

   (   ) Muito   (   ) Pouco   (   ) Razoavelmente   (   ) Não

5. Numa escala de 0 a 5, no qual o 0 (zero) indica nenhum interesse e o 5 (cinco) indica total interesse, como você classifica o seu nível de interesse para conhecer a matemática por trás dos códigos de barras?

   (0)   (1)   (2)   (3)   (4)   (5)

6. Você conhece aplicações da Matemática no dia a dia? Se sim, cite-as.

   ____

   ____

   ____

APÊNDICE B – ATIVIDADES ENVOLVENDO CÓDIGOS DE BARRAS

E. M. MARCÍLIO DIAS.

Nova Iguaçu, ______ de ______________________ de 2019.

Aluno(a): ____________________________________ Turma: **901**.

Prof.: **Betania Moreti**.

ATIVIDADES ENVOLVENDO CÓDIGOS DE BARRAS

Atividade 1:

(*Objetivo:* Compreender a estrutura dos códigos de barras EAN-13. Recursos didáticos: Folha com a atividade, imagens de códigos de barras trazidas nos celulares dos alunos, lápis, borracha)

1. Após ida ao supermercado, registre os códigos de barras de cinco produtos de uma mesma empresa na tabela a seguir.

	Produto	**Empresa**	**Códigos de barras**												
1															
2															
3															
4															
5															

Agora, responda:

a) Existem números que se repetem. Por que você acha que isso aconteceu?

Após conhecer a estrutura dos códigos de barras responda:

b) Em qual país o código desse produto foi gerado?

c) Pelas repetições podemos deduzir o número da empresa que produziu esses produtos. Qual é esse número?

d) Os dígitos que não se repetem, se referem a quais partes da estrutura desses códigos de barras?

e) Verifique o dígito verificador de cada código de barras acima.

f) Pinte o quadro anterior identificando na legenda abaixo as estruturas dos códigos de barras.

Legenda:

☐ ☐

☐ ☐

Atividade 2:

(*Objetivo:* Verificar o dígito verificador dos códigos de barras EAN-13 através de cálculos. Recursos didáticos: Folha com a atividade, códigos de barras retirados de embalagens, cola, tesoura, lápis, borracha)

2. Recorte três códigos de barras de embalagens, cole-os nos espaços a seguir e verifique o Dígito de controle de cada um deles, através do algoritmo explicado durante as aulas. Registre seus cálculos [1] .

[1] Neste exercício estamos considerando que o número da empresa que produziu o produto possui 4 dígitos e a descrição das características do produto 5 dígitos. Porém, na prática essa quantidade de dígitos varia. Sendo a soma desses sempre igual a 9, no código EAN-13.

PRODUTO I:

Cole aqui o código de barras

Estrutura do código de barras												
País em que o código foi gerado			**Número da empresa que produziu o produto**				**Descrição das características do produto**					Dígito verificador

x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	
												Soma (S) =

Múltiplo de 100 mais próximo da soma (M): ________ , logo o dígito verificador (DV) é:

$M - S =$ ________ $-$ ________ $=$ ________ ($\Longrightarrow$) DV = ________.

Complete a tabela com o dígito verificador.

PRODUTO II:

Cole aqui o código de barras

Estrutura do código de barras												
País em que o código foi gerado			**Número da empresa que produziu o produto**				**Descrição das características do produto**					Dígito verificador

x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	
												Soma (S) =

Múltiplo de 100 mais próximo da soma (M): __________ , logo o dígito verificador (DV) é:

$M - S =$ __________ $-$ __________ $=$ __________ $(\Longrightarrow)$ DV $=$ __________.

Complete a tabela com o dígito verificador.

PRODUTO III:

Cole aqui o código de barras

Estrutura do código de barras												
País em que o código foi gerado			**Número da empresa que produziu o produto**				**Descrição das características do produto**					Dígito verificador

x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	
												Soma (S) =

Múltiplo de 100 mais próximo da soma (M): ________ , logo o dígito verificador (DV) é:

$M - S =$ ________ $-$ ________ $=$ ________ $(\Longrightarrow)$ DV $=$ ________.

Complete a tabela com o dígito verificador.

<u>Atividade 3:</u>

(*Objetivo:* Identificar a estrutura dos códigos de barras EAN-13 e determinar um dígito desconhecido. Recursos didáticos: Folha com a atividade, lápis, borracha)

3. Laura trabalha em um supermercado repondo mercadorias nas prateleiras. Ontem ao fazer seu trabalho, observou que alguns produtos estão com seus códigos de barras ilegíveis:

Produto I:

Produto II:

Produto III:

Produto IV:

a) Os produtos acima são todos registrados no Brasil? Justifique.

b) Calcule cada um desses dígitos, justificando sua resposta.

Atividades 4 e 5:

(*Objetivo:* Determinar todas as possibilidades para dois dígitos desconhecidos de um código de barras EAN-13. Recursos didáticos: Folha com a atividade, lápis, borracha)

4. O código de barras abaixo está com dois dígitos ilegíveis. Se o primeiro dígito ilegível for 1 o segundo será 3, já se o primeiro for 4 o segundo será 2. Verifique! Vamos colocar essas possibilidades numa tabela:

Tabela:

1º dígito ilegível	2º dígito ilegível
1	3
4	2
0	
2	
3	
5	
6	
7	
8	
9	

Complete a tabela acima. Use o quadro abaixo para auxiliar seus cálculos.

Quadro auxiliar:

5. Encontre todas as possibilidades para os códigos de barras a seguir, conforme feito na atividade anterior.

   a)

1º dígito ilegível	2º dígito ilegível

Complete a tabela acima. Use o quadro abaixo para auxiliar seus cálculos.

b)

1º dígito ilegível	2º dígito ilegível

Complete a tabela acima. Use o quadro abaixo para auxiliar seus cálculos.

Atividades 6:

(*Objetivo:* Criar a sequência numérica de um código de barras. Recursos didáticos: Folha com a atividade, lápis, borracha)

6. Crie um código de barras para sua identificação na escola. (Especifique nome da escola, turno, turma, número da chamada).

   Complete a tabela acima. Use o quadro abaixo para auxiliar seus cálculos.

   Utilize os dados a seguir:

ESCOLA	CÓDIGO
E. M. Marcílio Dias	52
E. M. Monteiro Lobato	56
E.M. Janir Clementino Pereira	41

TURNO	CÓDIGO
Manhã	1
Tarde	2
Noite	3

TURMA	CÓDIGO
702	16
801	17
901	18

UTILIZE DOIS DÍGITOS PARA REPRESENTAR SEU NÚMERO DA CHAMADA. Por exemplo, se o seu número é 3 represente 03 no código de barras.

Organize esses dados na tabela:

<table>
<tr><th colspan="3">Escola</th><th>Turno</th><th colspan="2">Turma</th><th colspan="2">N da chamada</th></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

Agora que você já criou o seu código de barras, responda: É possível alguém ter o mesmo código de barras seguindo o padrão descrito acima? Justifique sua resposta.

Atividades 7:

(*Objetivo:* Formular questões diversificadas e gerar seus respectivos QR Codes. Recursos didáticos: aplicativo para smartphone Leitor QR)

7. Divididos em grupos (cada grupo deverá conter 3 alunos), elaborem questões para desafiar outros grupos da sala. Gere código QR Code através do app Leitor QR para smartphone. Desafie grupos para fazer a leitura do código através do aplicativo e resolver o problema mencionado.

Atividade 8:

(*Objetivo:* Reconhecer a validade e o registro de um código de barras. Recursos didáticos: aplicativo para smartphone Leitor QR ou qualquer outro que faça leitura de códigos de barras)

8. Consulte código de barras de produtos do seu interesse no app: Leitor QR. Observe o país de origem, se o nome do cadastro corresponde com o produto.

APÊNDICE C – DADOS COLETADOS (ESCALA DE MOTIVAÇÃO EM MATEMÁTICA – PRÉ ATIVIDADES)

Questão	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
1	6 (33,33%)	4 (22,22%)	7 (38,89%)	1 (5,56%)	0 (%)
2	6 (33,33%)	5 (27,78%)	5 (27,78%)	1 (5,56%)	1 (5,56%)
3	0 (0%)	4 (22,22%)	6 (33,33%)	1 (5,56%)	7 (38,89%)
4	2 (11,11%)	7 (38,89%)	7 (38,89%)	1 (5,56%)	1 (5,56%)
5	1 (5,56%)	2 (11,11%)	5 (27,78%)	2 (11,11%)	8 (44,44%)
6	1 (5,56%)	3 (16,67%)	5 (27,78%)	1 (5,6%)	8 (44,44%)
7	1 (5,56%)	5 (27,78%)	7 (38,89%)	1 (5,6%)	4 (22,22%)
8	1 (5,56%)	3 (16,67%)	6 (33,33%)	1 (5,56%)	7 (38,89%)
9	0 (0,00%)	4 (22,22%)	7 (38,89%)	0 (0,00%)	7 (38,89%)
10	11 (61,11%)	3 (16,67%)	4 (22,22%)	0 (0,00%)	0(0,00%)
11	0 (0,00%)	1 (5,56%)	9 (50,00%)	0 (0,00%)	8 (44,44%)
12	4 (22,22%)	4 (22,22%)	5 (27,78%)	3 (16,67%)	2 (11,11%)
13	8 (44,44%)	3 (16,67%)	7 (38,89%)	0 (0,00%)	0 (0,00%)
14	7 (38,89%)	6 (33,33%)	3 (16,67%)	1 (5,56%)	1 (5,56%)
15	4 (22,22%)	2 (11,11%)	5 (27,78%)	3 (16,67%)	4 (22,22%)
16	0 (0,00%)	0 (0,00%)	2 (11,11%)	2 (11,11%)	14 (77,78%)
17	10 (55,56%)	2 (11,11%)	4 (22,22%)	0 (0,00%)	2 (11,11%)
18	7 (38,89%)	3 (16,67%)	5 (27,78%)	0 (0,00%)	3 (16,67%)
19	3 (16,67%)	3 (16,67%)	6 (33,33%)	1 (5,56%)	5 (27,78%)
20	2 (11,11%)	2 (11,11%)	3 (16,67%)	0 (0,00%)	11 (61,11%)
21	2 (11,11%)	0 (0,00%)	9 (50,00%)	2 (11,11%)	5 (27,78%)
22	1 (5,56%)	5 (27,78%)	5 (27,78%)	2 (11,11%)	5 (27,78%)
23	1 (5,56%)	1 (5,56%)	6 (33,33%)	4 (22,22%)	6 (33,33%)
24	3 (16,67%)	3 (16,67%)	8 (44,44%)	2 (11,11%)	2 (11,11%)
25	2 (11,11%)	3 (16,67%)	8 (44,44%)	2 (11,11%)	3 (16,67%)
26	7 (38,89%)	4 (22,22%)	4 (22,22%)	3 (16,67%)	0 (0,00%)
27	4 (22,22%)	4 (22,22%)	2 (11,11%)	2 (11,11%)	6 (33,33%)
28	0 (0,00%)	1 (5,56%)	11 (61,11%)	4 (22,22%)	2 (11,11%)

APÊNDICE D – DADOS COLETADOS (ESCALA DE MOTIVAÇÃO EM MATEMÁTICA – PÓS ATIVIDADES)

Questão	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
1	1 (5,56%)	3 (16,67%)	7 (38,89%)	5 (27,78%)	2 (11,1%)
2	7 (38,89%)	5 (27,78%)	5 (27,78%)	1 (5,56%)	0 (0,00%)
3	1 (5,56%)	2 (11,1%)	5 (27,78%)	2 (11,1%)	9 (50,00%)
4	0 (0,00%)	4 (22,22%)	7 (38,89%)	6 (33,33%)	1 (5,56%)
5	1 (5,56%)	0 (0,00%)	6 (33,33%)	1 (5,56%)	10 (55,56%)
6	0 (0,00%)	3 (16,67%)	6 (33,33%)	2 (11,1%)	7 (38,89%)
7	0 (0,00%)	3 (16,67%)	5 (27,78%)	4 (22,22%)	6 (33,33%)
8	0 (0,00%)	0 (0,00%)	3 (16,67%)	7 (38,89%)	8 (44,44%)
9	1 (5,56%)	3 (16,67%)	7 (38,89%)	2 (11,1%)	5 (27,78%)
10	2 (11,11%)	1 (5,56%)	5 (27,78%)	4 (22,22%)	6 (33,33%)
11	0 (0,00%)	7 (38,89%)	0 (0,00%)	7 (38,89%)	4 (22,22%)
12	3 (16,67%)	5 (27,78%)	5 (27,78%)	4 (22,22%)	1 (5,56%)
13	3 (16,67%)	5 (27,78%)	9 (50,00%)	1 (5,56%)	0 (0,00%)
14	6 (33,33%)	4 (22,22%)	5 (27,78%)	3 (16,67%)	0 (0,00%)
15	0 (0,00%)	2 (11,11%)	3 (16,67%)	2 (11,11%)	11 (61,11%)
16	0 (0,00%)	0 (0,00%)	2 (11,11%)	0 (0,00%)	16 (88,88%)
17	5 (27,78%)	5 (27,78%)	5 (27,78%)	1 (5,56%)	2 (11,1%)
18	7 (38,89%)	3 (16,67%)	6 (33,33%)	1 (5,56%)	1 (5,6%)
19	0 (0,00%)	2 (11,1%)	4 (22,22%)	5 (27,78%)	7 (38,89%)
20	5 (27,78%)	2 (11,1%)	5 (27,78%)	1 (5,56%)	5 (27,78%)
21	0 (0,00%)	4 (22,22%)	8 (44,44%)	3 (16,67%)	3 (16,67%)
22	1 (5,56%)	1 (5,56%)	9 (50,00%)	1 (5,56%)	6 (33,33%)
23	4 (22,22%)	6 (33,33%)	5 (27,78%)	3 (16,67%)	0 (0,00%)
24	7 (38,89%)	5 (27,78%)	4 (22,22%)	1 (5,6%)	1 (5,56%)
25	1 (5,56%)	1 (5,56%)	4 (22,22%)	7 (38,89%)	5 (27,78%)
26	2 (11,11%)	4 (22,22%)	7 (38,89%)	4 (22,22%)	1 (5,6%)
27	1 (5,56%)	5 (27,78%)	9 (50,00%)	1 (5,6%)	2 (11,11%)
28	0 (0,00%)	1 (5,56%)	9 (50,00%)	6 (33,33%)	2 (11,11%)

APÊNDICE E – AVALIAÇÃO PÓS-ATIVIDADES

1. Observe o código de barras a seguir:

7 891800 002829 (Código de barras de Algodão Cremer)

Verifique que 9 é o código verificador.

2. O código de barras a seguir está com um algarismo ilegível, é possível determinar exatamente qual é esse número? Se sim, encontre-o.

0 751320 89322 (Suplemento vitamínico: FertiSop)

3. O código de barras abaixo não está com o último algarismo legível, mas sabemos que é possível determinar esse número. Encontre-o justificando seu resultado.

7 891010 03185 (Loção adstringente da Johnson & Johnson)

4. O código de barras a seguir tem dois algarismos ilegíveis. Note que se o primeiro número ilegível for 1, o segundo será 6. Verifique!

   Dê outras duas possibilidades para esses dois números. Justifique sua resposta.

(azeite Gallo)

OBS.: Todas as imagens desta Avaliação foram tiradas pela autora em 2019.

APÊNDICE F – QUESTIONÁRIO 2

NOME: ______________________________________

QUESTIONÁRIO 2

1. Você acredita que o procedimento usado nessa proposta de ensino (Código de barras) lhe permitiu aprender ou fixar conteúdos matemáticos?

   ( ) Totalmente ( ) Um pouco ( ) Razoavelmente ( ) Nada

   Se sim, quais? ______________________________________

2. Você gostou das aulas feita sobre os códigos de barras?

   ( ) Muito ( ) Pouco ( ) Razoavelmente ( ) Não

3. Quando o conteúdo estudado tem relação com o seu dia a dia, você se sente mais estimulado em aprender matemática?

   ( ) Com certeza ( ) Tanto faz ( ) Mais ou menos ( ) Não

4. Numa escala de 0 a 5, no qual o 0 (zero) indica nada e o 5 indica bastante, como você classifica o seu nível de compreensão dos conteúdos matemáticos envolvidos no estudo dos códigos de barras?

   (0) (1) (2) (3) (4) (5)

5. Nesse período que trabalhamos com atividades envolvendo Código de barras você se sentiu mais motivado a vir para as aulas de matemática? Comente sua resposta.

   ( ) Sim ( ) Não

6. Você consegue propor uma atividade envolvendo código de barras e que não foi feita durante as aulas?

   ____

7. Comente sobre as atividades realizadas, dizendo se foram bem conduzidas ou não, qual foi a melhor parte, o que pode ser melhorado. Você acha importante aulas

com aplicação da Matemática? Enfim, fique à vontade para escrever esses e outros comentários referentes às atividades.

____

____

____

8. Você tem sugestões para tornar as aulas de Matemática mais atrativas?

   ( ) Sim. Quais? ____

   ( ) Não.

9. Alguém da sua família cobra que você tire notas boas?

   ( ) Sim. Quem? ____

   ( ) Não.

10. No final do ano você costuma ganhar algum presente quando passa para o próximo ano de escolaridade?

    ( ) Sim. O que você já ganhou? De quem? ______________________________

    ____

    ( ) Não

11. No período de férias escolares você sente falta da escola?

    ( ) Sim. Do que sente falta? ______________________________________

    ( ) Não.

12. O que motiva você a vir para escola?

    ____

13. Numa escala de 0 a 5, no qual o 0 (zero) indica nada e o 5 indica bastante, como você classifica a sua motivação para vir à escola?

    (0) (1) (2) (3) (4) (5)

14. Sua motivação para vir à escola hoje é a mesma de quando você estudava no primeiro segmento ($1^{\underline{o}}$ ao $5^{\underline{o}}$ ano)?

    ( ) Sim. ( ) Não. Por que mudou?

____

15. O que te desmotiva a vir para escola?

____

16. Qual a disciplina que você mais gosta de estudar? Por quê?

____

17. Qual a disciplina que você menos gosta de estudar? Por quê?

____

18. Você acha que a escola é importante? Por quê?

    ( ) Sim. ( ) Não.

____

19. O que você faz na escola e gosta?

____

20. O que você faz na escola, mas não gosta?

____

21. Você estuda apenas o que os professores avisam que vai cair nas provas?

    ( ) nunca ( ) às vezes ( ) sempre

22. Esse, provavelmente, é seu último ano na E. M. Marcílio Dias. A maior parte de seus colegas e talvez você estuda aqui desde o primeiro segmento. Você estuda aqui desde quando?

____

23. O ano 2020 será um ano de muitas novidades, pois você poderá ir para o Ensino Médio. Você vai sentir falta dessa escola?

    ( ) Sim. Do quê? ______________________________________

    ( ) Não. Por quê? ______________________________________

APÊNDICE G – MAPA DA E. M. MARCÍLIO DIAS

Fonte: Google Maps

1. Portão de entrada dos alunos, conhecido por portão pequeno;
2. Parquinho
3. Arquibancada
4. Quadra de esportes
5. Pátio
6. Banheiro
7. Sala dos professores
8. Diretoria
9. Biblioteca
10. Refeitório

11. Orientação Educacional

12. Secretaria

13. Estacionamento

APÊNDICE H – MAPAS DAS EQUIPES

Mapa da EQUIPE VERMELHA
1) Brincadeira coleta seletiva na quadra. **Atenção:** Caso coloque o lixo no lugar errado, será acrescentado 20 segundos no tempo final do percurso para cada penalidade ocorrida. **Pista 1:** Por mim você entrou, por mim sairá.
2) Pergunta 1. **Pista 2:** pneus.
3) Pergunta 2. **Pista 3:** ficam os carros dos funcionários da escola.
4) Pergunta 3. **Pista 4:** horta.
5) Pergunta 4. **Pista 5:** recreio.
6) Pergunta 5. **Pista 6:** Priscila.
7) Pergunta 6. **Pista 7:** Leitura.
8) Pergunta 7. Desafio: Montar o quebra cabeça. **Pista 8:** armários.
9) Pergunta 8. Desafio: FORCA. Se acertar o animal reduz 20 segundos no tempo final. **Pista 9:** necessidade.
10) Pergunta 9. **Pista 10:** torneios.
11) Pergunta 10. Desafio final: Organize as palavras que estão nesta bolsa de maneira que forme uma frase. Vá até a trave e pegue um canudo de papel.

Mapa da EQUIPE VERDE
1) Brincadeira coleta seletiva na quadra. **Atenção:** Caso coloque o lixo no lugar errado, será acrescentado 20 segundos no tempo final do percurso para cada penalidade ocorrida. **Pista 1:** Pneus.
2) Pergunta 1. **Pista 2:** Por mim você entrou, por mim sairá.
3) Pergunta 2. **Pista 3:** Horta.
4) Pergunta 3. **Pista 4:** Ficam os carros dos funcionários da escola. .
5) Pergunta 4. **Pista 5:** Armários..
6) Pergunta 5. **Pista 6:** Priscila.
7) Pergunta 6. **Pista 7:** Leitura.
8) Pergunta 7. Desafio: Montar o quebra cabeça. **Pista 8:** Recreio.
9) Pergunta 8. Desafio: FORCA. Se acertar o animal reduz 20 segundos no tempo final. **Pista 9:** Necessidade.
10) Pergunta 9. **Pista 10:** Torneios.
11) Pergunta 10. Desafio final: Organize as palavras que estão nesta bolsa de maneira que forme uma frase. Vá até a trave e pegue um canudo de papel.

Mapa da EQUIPE AMARELA
1) Brincadeira coleta seletiva na quadra. **Atenção:** Caso coloque o lixo no lugar errado, será acrescentado 20 segundos no tempo final do percurso para cada penalidade ocorrida. **Pista 1:** Por mim você entrou, por mim sairá.
2) Pergunta 1. **Pista 2:** Pneus.
3) Pergunta 2. **Pista 3:** Horta.
4) Pergunta 3. **Pista 4:** Ficam os carros dos funcionários da escola. .
5) Pergunta 4. **Pista 5:** Priscila.
6) Pergunta 5. **Pista 6:** Leitura.
7) Pergunta 6. **Pista 7:** Recreio.
8) Pergunta 7. Desafio: Montar o quebra cabeça. **Pista 8:** Armários.
9) Pergunta 8. Desafio: FORCA. Se acertar o animal reduz 20 segundos no tempo final. **Pista 9:** Necessidade.
10) Pergunta 9. **Pista 10:** Torneios.
11) Pergunta 10. Desafio final: Organize as palavras que estão nesta bolsa de maneira que forme uma frase. Vá até a trave e pegue um canudo de papel.

Mapa da EQUIPE AZUL
1) Brincadeira coleta seletiva na quadra. **Atenção:** Caso coloque o lixo no lugar errado, será acrescentado 20 segundos no tempo final do percurso para cada penalidade ocorrida. **Pista 1:** Armários.
2) Pergunta 1. **Pista 2:** Necessidade.
3) Pergunta 2. **Pista 3:** Horta.
4) Pergunta 3. **Pista 4:** Ficam os carros dos funcionários da escola. .
5) Pergunta 4. **Pista 5:** Priscila.
6) Pergunta 5. **Pista 6:** Leitura.
7) Pergunta 6. **Pista 7:** Recreio.
8) Pergunta 7. Desafio: Montar o quebra cabeça. **Pista 8:** Por mim você entrou, por mim sairá.
9) Pergunta 8. Desafio: FORCA. Se acertar o animal reduz 20 segundos no tempo final. **Pista 9:** Pneus.
10) Pergunta 9. **Pista 10:** Torneios.
11) Pergunta 10. Desafio final: Organize as palavras que estão nesta bolsa de maneira que forme uma frase. Vá até a trave e pegue um canudo de papel.

Mapa da EQUIPE PRETA
1) Brincadeira coleta seletiva na quadra. **Atenção:** Caso coloque o lixo no lugar errado, será acrescentado 20 segundos no tempo final do percurso para cada penalidade ocorrida. **Pista 1:** Ficam os carros dos funcionários da escola.
2) Pergunta 1. **Pista 2:** Horta.
3) Pergunta 2. **Pista 3:** Necessidade.
4) Pergunta 3. **Pista 4:** Armários. .
5) Pergunta 4. **Pista 5:** Recreio.
6) Pergunta 5. **Pista 6:** Leitura.
7) Pergunta 6. **Pista 7:** Priscila.
8) Pergunta 7. Desafio: Montar o quebra cabeça. **Pista 8:** Pneus.
9) Pergunta 8. Desafio: FORCA. Se acertar o animal reduz 20 segundos no tempo final. **Pista 9:** Por mim você entrou, por mim sairá.
10) Pergunta 9. **Pista 10:** Torneios.
11) Pergunta 10. Desafio final: Organize as palavras que estão nesta bolsa de maneira que forme uma frase. Vá até a trave e pegue um canudo de papel.

Mapa do juiz da EQUIPE VERMELHA **ATENÇÃO** aos QR Codes dessa equipe
1) Brincadeira coleta seletiva na quadra. **Atenção:** Caso coloque o lixo no lugar errado, será acrescentado 20 segundos no tempo final do percurso para cada penalidade ocorrida. **Pista 1:** Por mim você entrou, por mim sairá. **Local do QR:** portão pequeno.
2) Pergunta 1. **Pista 2:** pneus.**Local do QR:** parquinho.
3) Pergunta 2. **Pista 3:** ficam os carros dos funcionários da escola.**Local do QR:** estacionamento.
4) Pergunta 3. **Pista 4:** horta. **Local do QR:** Pista de atletismo.
5) Pergunta 4. **Pista 5:** recreio.**Local do QR:** Pátio.
6) Pergunta 5. **Pista 6:** Priscila. **Local do QR:** Sala da Orientação Educacional.
7) Pergunta 6. **Pista 7:** Leitura. **Local do QR:** Biblioteca.
8) Pergunta 7. Desafio: Montar o quebra cabeça. **Pista 8:** armários. **Local do QR:** Sala dos professores.
9) Pergunta 8. Desafio: FORCA. Se acertar o animal reduz 20 segundos no tempo final. **Pista 9:** necessidade. **Local do QR:** banheiro.
10) Pergunta 9. **Pista 10:** torneios. **Local do QR:** quadra
11) Pergunta 10. Desafio final: Organize as palavras que estão nesta bolsa de maneira que forme uma frase. Vá até a trave e pegue um canudo de papel.

Mapa do juiz da EQUIPE VERDE **ATENÇÃO** aos QR Codes dessa equipe
1) Brincadeira coleta seletiva na quadra. **Atenção:** Caso coloque o lixo no lugar errado, será acrescentado 20 segundos no tempo final do percurso para cada penalidade ocorrida. **Pista 1:** Pneus. **Local do QR:** parquinho.
2) Pergunta 1. **Pista 2:** Por mim você entrou, por mim sairá. **Local do QR:** portão pequeno.
3) Pergunta 2. **Pista 3:** Horta. **Local do QR:** Pista de atletismo.
4) Pergunta 3. **Pista 4:** Ficam os carros dos funcionários da escola. **Local do QR:** estacionamento.
5) Pergunta 4. **Pista 5:** Armários. **Local do QR:** Sala dos professores.
6) Pergunta 5. **Pista 6:** Priscila. **Local do QR:** Sala da Orientação Educacional.
7) Pergunta 6. **Pista 7:** Leitura. **Local do QR:** Biblioteca.
8) Pergunta 7. Desafio: Montar o quebra cabeça. **Pista 8:** Recreio. **Local do QR:** Pátio.
9) Pergunta 8. Desafio: FORCA. Se acertar o animal reduz 20 segundos no tempo final. **Pista 9:** Necessidade. **Local do QR:** banheiro.
10) Pergunta 9. **Pista 10:** Torneios. **Local do QR:** quadra
11) Pergunta 10. Desafio final: Organize as palavras que estão nesta bolsa de maneira que forme uma frase. Vá até a trave e pegue um canudo de papel.

Mapa do juiz da EQUIPE AMARELA **ATENÇÃO** aos QR Codes dessa equipe
1) Brincadeira coleta seletiva na quadra. **Atenção:** Caso coloque o lixo no lugar errado, será acrescentado 20 segundos no tempo final do percurso para cada penalidade ocorrida. **Pista 1:** Por mim você entrou, por mim sairá. **Local do QR:** portão pequeno.
2) Pergunta 1. **Pista 2:** Pneus. **Local do QR:** parquinho.
3) Pergunta 2. **Pista 3:** Horta. **Local do QR:** Pista de atletismo.
4) Pergunta 3. **Pista 4:** Ficam os carros dos funcionários da escola. **Local do QR:** estacionamento.
5) Pergunta 4. **Pista 5:** Priscila. **Local do QR:** Sala da Orientação Educacional.
6) Pergunta 5. **Pista 6:** Leitura. **Local do QR:** Biblioteca.
7) Pergunta 6. **Pista 7:** Recreio. **Local do QR:** Pátio.
8) Pergunta 7. Desafio: Montar o quebra cabeça. **Pista 8:** Armários. **Local do QR:** Sala dos professores.
9) Pergunta 8. Desafio: FORCA. Se acertar o animal reduz 20 segundos no tempo final. **Pista 9:** Necessidade. **Local do QR:** banheiro.
10) Pergunta 9. **Pista 10:** Torneios. **Local do QR:** quadra.
11) Pergunta 10. Desafio final: Organize as palavras que estão nesta bolsa de maneira que forme uma frase. Vá até a trave e pegue um canudo de papel.

Mapa do juiz da EQUIPE AZUL **ATENÇÃO** aos QR Codes dessa equipe
1) Brincadeira coleta seletiva na quadra. **Atenção:** Caso coloque o lixo no lugar errado, será acrescentado 20 segundos no tempo final do percurso para cada penalidade ocorrida. **Pista 1:** Armários. **Local do QR:** Sala dos professores.
2) Pergunta 1. **Pista 2:** Necessidade. **Local do QR:** banheiro.
3) Pergunta 2. **Pista 3:** Horta. **Local do QR:** Pista de atletismo.
4) Pergunta 3. **Pista 4:** Ficam os carros dos funcionários da escola. **Local do QR:** estacionamento.
5) Pergunta 4. **Pista 5:** Priscila. **Local do QR:** Sala da Orientação Educacional.
6) Pergunta 5. **Pista 6:** Leitura. **Local do QR:** Biblioteca.
7) Pergunta 6. **Pista 7:** Recreio. **Local do QR:** Pátio.
8) Pergunta 7. Desafio: Montar o quebra cabeça. **Pista 8:** Por mim você entrou, por mim sairá. **Local do QR:** portão pequeno.
9) Pergunta 8. Desafio: FORCA. Se acertar o animal reduz 20 segundos no tempo final. **Pista 9:** Pneus. **Local do QR:** parquinho.
10) Pergunta 9. **Pista 10:** Torneios. **Local do QR:** quadra.
11) Pergunta 10. Desafio final: Organize as palavras que estão nesta bolsa de maneira que forme uma frase. Vá até a trave e pegue um canudo de papel.

Mapa do juiz da EQUIPE PRETA **ATENÇÃO** aos QR Codes dessa equipe
1) Brincadeira coleta seletiva na quadra. **Atenção:** Caso coloque o lixo no lugar errado, será acrescentado 20 segundos no tempo final do percurso para cada penalidade ocorrida. **Pista 1:** Ficam os carros dos funcionários da escola. **Local do QR:** estacionamento.
2) Pergunta 1. **Pista 2:** Horta. **Local do QR:** Pista de atletismo.
3) Pergunta 2. **Pista 3:** Necessidade. **Local do QR:** banheiro.
4) Pergunta 3. **Pista 4:** Armários. **Local do QR:** Sala dos professores.
5) Pergunta 4. **Pista 5:** Recreio. **Local do QR:** Pátio.
6) Pergunta 5. **Pista 6:** Leitura. **Local do QR:** Biblioteca.
7) Pergunta 6. **Pista 7:** Priscila. **Local do QR:** Sala da Orientação Educacional.
8) Pergunta 7. Desafio: Montar o quebra cabeça. **Pista 8:** Pneus. **Local do QR:** parquinho.
9) Pergunta 8. Desafio: FORCA. Se acertar o animal reduz 20 segundos no tempo final. **Pista 9:** Por mim você entrou, por mim sairá. **Local do QR:** portão pequeno.
10) Pergunta 9. **Pista 10:** Torneios. **Local do QR:** quadra.
11) Pergunta 10. Desafio final: Organize as palavras que estão nesta bolsa de maneira que forme uma frase. Vá até a trave e pegue um canudo de papel.

APÊNDICE I – PERGUNTAS DA ATIVIDADE CAÇA AO TESOURO

ILPT

1. Em qual gênero textual, os personagens são objetos ou animais, mas agem como seres humanos?
   (a) Conto
   (b) Fábula
   (c) Crônica
   (d) Entrevista

2. Um texto que contém personagens é chamado de ...
   (a) dissertativo
   (b) narrativo
   (c) descritivo
   (d) expositivo

3. Na frase " João morreu de rir" há a figura de linguagem:
   (a) ironia
   (b) hipérbole
   (c) comparação
   (d) pleonasmo

4. O poema é formado por:
   (a) versos
   (b) parágrafos
   (c) balões de fala
   (d) narrador

5. Na frase "Ela disse ao rapaz: Você é um cachorro! " Aparece a figura de linguagem chamada de ...
   (a) ironia
   (b) personificação
   (c) metáfora
   (d) paradoxo

MATEMÁTICA

1. Um pentágono é um polígono que possui:
   (a) 3 lados
   (b) 4 lados
   (c) 5 lados
   (d) 6 lados

2. A raiz quadrada de 36 é:
   (a) 5
   (b) 6
   (c) 7
   (d) 8

3. Uma figura que possui 4 lados é chamada de:
   (a) quadrilátero
   (b) pentágono
   (c) hexágono
   (d) heptágono

4. Na equação abaixo, x representa um número desconhecido. Qual o valor de x?

$$x + 6 = 20$$

(a) 11

(b) 12

(c) 13

(d) 14

5. Uma goma de mascar, conhecida por nós como chiclete, leva 5 anos para se decompor. Então se João descartou no lixo hoje um chiclete daqui a quanto tempo ele desaparecerá?

(a) 2020

(b) 2022

(c) 2024

(d) 2026

HISTÓRIA

1. Qual das frases abaixo revela o racismo:

(a) Meninas não devem estudar porque só precisam saber fazer tarefas domésticas.

(b) Somos diferentes, mas precisamos ser tratados de forma igualitária.

(c) Não quero brincar com você por causa da sua cor.

(d) Não confio em pessoas pobres.

2. Qual país dominou e explorou o Brasil por mais de 300 anos?

(a) Estados Unidos

(b) França

(c) Espanha

(d) Portugal

3. Não faz parte da cidadania:

(a) direito à educação

(b) direito à liberdade

(c) proibição de discordar do governo

(d) direito à votação

4. Qual o rio mais importante do Egito?

(a) Amazonas

(b) Uruguai

(c) Nilo

(d) Guandú

5. Em qual continente se localiza o Egito?

(a) Americano

(b) Asiático

(c) Europeu

(d) Africano

LINGUA PORTUGUESA

1. A palavra SUSTENTABILIDADE, quanto ao número de sílabas, é:

(a) monossílaba

(b) dissílaba

(c) trissílaba

(d) polissílaba

2. O verbo PÔR é de qual conjugação:

(a) 1ª conjugação

(b) 2ª conjugação

(c) 3ª conjugação

(d) 4ª conjugação

3. O verbo CORRER indica:
   (a) fenômeno da natureza
   (b) estado
   (c) mudança de estado
   (d) ação
4. A palavra LÁGRIMA tem acento:
   (a) circunflexo
   (b) agudo
   (c) crase
   (d) trema
5. CHUVA, CARRO, PASSEIO são exemplos de:
   (a) encontro vocálico
   (b) encontro consonantal
   (c) dígrafo
   (d) alfabeto

GEOGRAFIA

1. Em qual região do Brasil se localiza a zona climática subtropical?
   (a) América do Sul
   (b) Sul
   (c) Centro-oeste
   (d) Nordeste
2. Em qual continente o Brasil se localiza?
   (a) América Central
   (b) Ásia
   (c) América do Sul
   (d) Oceania
3. Qual oceano separa os continentes América e Ásia?
   (a) Pacífico
   (b) Atlântico
   (c) Índico
   (d) Glacial Ártico
4. Em que região se encontra a maior quantidade de água no mundo?
   (a) Grandes Lagos
   (b) Amazônia
   (c) África subsaariana
   (d) Sibéria
5. Qual a maior floresta tropical do mundo?
   (a) Floresta tropical da África Central
   (b) Mata Atlântica no litoral do Brasil
   (c) Floresta Amazônica
   (d) Florestas do sudeste da Ásia

EDUCAÇÃO FÍSICA

1. Não é considerado hábito para uma vida saudável:
   (a) Praticar atividade física
   (b) Ter uma alimentação adequada e equilibrada
   (c) Beber água constantemente
   (d) Ficar muitas horas sentado jogando no celular.
2. Não faz parte de uma alimentação saudável:
   (a) legumes

(b) carboidratos de qualidade

(c) proteínas

(d) frituras

3. A modalidade de esporte mais popular no Brasil, conhecida como paixão nacional é:

(a) basquetebol

(b) voleibol

(c) futebol

(d) tênis de mesa

4. É um hábito de higiene:

(a) jogar lixo no chão

(b) escovar os dentes

(c) não tomar banho

(d) deixar as unhas sujas

5. Para uma boa convivência social é preciso:

(a) paciência

(b) respeito

(c) tolerância

(d) todas as alternativas anteriores.

INGLÊS

1. A expressão "good morning" significa:

(a) Bom dia

(b) Boa tarde

(c) Boa noite

(d) Tchau

2. A palavra de origem inglesa "Chiken" significa:

(a) gato

(b) galinha

(c) vaca

(d) cachorro

3. A palavra de origem inglesa "ruler" significa:

(a) lápis

(b) caneta

(c) régua

(d) mesa

4. A palavra de origem inglesa "mother" significa:

(a) irmão

(b) primo

(c) pai

(d) mãe

5. A palavra de origem inglesa "hair" significa:

(a) barriga

(b) pé

(c) cabelo

(d) olhos

ARTES

1. O que são pinturas rupestres?

(a) são pinturas na forma de uma espécie de giz, consistindo em pigmento puro em pó e um aglutinante.

(b) São pinturas feitas na pré-história nas paredes das cavernas.

(c) são pinturas solúveis em água, mas, no entanto, quando a pintura está pronta, torna-se resistente à água.

(d) São obras de arte criadas em um dispositivo digital como um computador, celular ou tablete.

2. Para obtermos a cor VERDE precisamos misturar as cores:

(a) preto e laranja

(b) vermelho e azul

(c) azul e amarelo

(d) amarelo e vermelho

3. Os escravos no período colonial, aqui no Brasil, praticavam uma expressão cultural que mistura luta com dança trazida da África. Que atividade é essa?

(a) frevo

(b) capoeira

(c) valsa

(d) karatê

4. Durante o período Pré-histórico, eram produzidas as pinturas rupestres, retratando rituais, cenas de guerra e de caça. Sobre a pintura rupestre é correto afirmar que:

(a) Era feita com tinta spray

(b) Apresenta técnicas clássicas da perspectiva

(c) Era uma arte destinada aos nobres

(d) Era feita em rochas e paredes das cavernas

5. Escritor brasileiro criador do Sítio do Pica Pau Amarelo com os incríveis personagens: Emília, Narizinho, Pedrinho, Visconde de Sabugosa e outros. Seu nome é:

(a) Vinícius de Moraes

(b) Chico Anísio

(c) Monteiro Lobato

(d) Machado de Assis

CIÊNCIAS

1. O bioma localizado em Nova Iguaçu é?

(a) Caatinga

(b) Cerrado

(c) Mata Atlântica

(d) Floresta Amazônica

2. As plantas produzem gás oxigênio através de qual ação?

(a) Respiração

(b) Fermentação

(c) Oxigenação

(d) Fotossíntese

3. São florestas de Nova Iguaçu:

(a) Tinguá e Serra do Vulcão

(b) Amazônia e cerrado

(c) Pantanal e araucárias

(d) Tijuca e Pedra Branca

4. O que é aquecimento global?

(a) Aumento da temperatura da Terra

(b) Diminuição da temperatura da Terra

(c) Aproximação do Sol

(d) Afastamento da Lua

5. Como é chamada a energia que vem dos ventos?

(a) Petróleo

(b) Térmica

(c) Eólica

(d) Quente

APÊNDICE J – QR CODES COM AS PERGUNTAS DA ATIVIDADE CAÇA AO TESOURO

EQUIPE VERMELHA
1/10

EQUIPE AZUL
1/10

EQUIPE PRETA
1/10

EQUIPE VERDE
1/10

EQUIPE AMARELA
1/10

EQUIPE VERMELHA
2/10

EQUIPE VERDE
2/10

EQUIPE AMARELA
2/10

EQUIPE PRETA
2/10

EQUIPE AZUL
2/10

EQUIPE VERMELHA
3/10

EQUIPE VERDE
3/10

EQUIPE AMARELA
3/10

EQUIPE AZUL
3/10

EQUIPE PRETA
3/10

EQUIPE VERMELHA
4/10

EQUIPE VERDE
4/10

EQUIPE AMARELA
4/10

EQUIPE AZUL
4/10

EQUIPE PRETA
4/10

EQUIPE VERMELHA
5/10

EQUIPE VERDE
5/10

EQUIPE AMARELA
5/10

EQUIPE AZUL
5/10

EQUIPE PRETA
5/10

EQUIPE VERMELHA
6/10

EQUIPE VERDE
6/10

EQUIPE AMARELA
6/10

EQUIPE AZUL
6/10

EQUIPE PRETA
6/10

EQUIPE VERMELHA
7/10

EQUIPE VERDE
7/10

EQUIPE AMARELA
7/10

EQUIPE AZUL
7/10

EQUIPE PRETA
7/10

EQUIPE VERMELHA

8/10

EQUIPE VERDE

8/10

EQUIPE AMARELA

8/10

EQUIPE AZUL

8/10

EQUIPE PRETA

8/10

EQUIPE VERMELHA
9/10

EQUIPE VERDE
9/10

EQUIPE AMARELA
9/10

EQUIPE AZUL
9/10

EQUIPE PRETA
9/10

EQUIPE VERMELHA
10/10

EQUIPE VERDE
10/10

EQUIPE AMARELA
10/10

EQUIPE AZUL
10/10

EQUIPE PRETA
10/10

ANEXO A – TERMO DE ANUÊNCIA

ESTADO DO RIO DE JANEIRO
PREFEITURA DA CIDADE DE NOVA IGUAÇU
SECRETARIA MUNICIPAL DE EDUCAÇÃO
SUBSECRETARIA DE GESTÃO PEDAGÓGICA
E.M. Marcílio Dias

TERMO DE ANUÊNCIA
(Elaborado de acordo com a Resolução 466/2012-CNS/CONEP)

Aceito os pesquisadores **Betania de Almeida Moreti Freire** e **Cláudio Cesar Saccomuri Júnior** (orientador), sob responsabilidade do pesquisador principal **Betania de Almeida Moreti Freire**, do **MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL – PROFMAT – UFRRJ** - a realizarem pesquisa intitulada **A MATEMÁTICA E OS CÓDIGOS DE BARRAS – UMA PROPOSTA DE ENSINO**, sob orientação do Professor **Cláudio Cesar Saccomuri Júnior**.

Ciente dos objetivos e da metodologia da pesquisa acima citada, concedo a anuência para seu desenvolvimento, desde que me sejam assegurados os requisitos abaixo:

· O cumprimento das determinações éticas da Resolução nº466/2012 CNS/CONEP.

· A garantia de solicitar e receber esclarecimentos antes, durante e depois do desenvolvimento da pesquisa.

· Não haverá nenhuma despesa para esta instituição que seja decorrente da participação dessa pesquisa.

· No caso do não cumprimento dos itens acima, a liberdade de retirar minha anuência a qualquer momento da pesquisa sem penalização alguma.

Nova Iguaçu, 12 de novembro de 2019

Josiane Ribeiro D. S. Lopes
Diretora Geral
Mat. 11/696540-4
PCNI SEMED

Assinatura e carimbo do responsável

ANEXO B – ESCALA DE MOTIVAÇÃO EM MATEMÁTICA DE GONTIJO

E. M. Marcílio Dias.

Nome ____

Idade: ____ Sexo: ______________ Data: _______________ 9º ano.

Por favor, para responder ao questionário, leia atentamente cada afirmação e em seguida, marque a resposta que mais caracteriza ou se aplica a você em relação à matemática. As respostas devem refletir o seu modo de pensar e agir. Não deixe nenhum item sem resposta. Não é obrigatório se identificar.

1) Participo de competições com amigos resolvendo problemas matemáticos ou de raciocínio lógico?

( ) nunca ( ) raramente ( ) às vezes ( ) frequentemente ( ) sempre

2) Costumo explicar fenômenos da natureza utilizando conhecimentos matemáticos?

( ) nunca ( ) raramente ( ) às vezes ( ) frequentemente ( ) sempre

3) Calculo o tempo que vou gastar ao sair de casa para chegar ao destino que pretendo?

( ) nunca ( ) raramente ( ) às vezes ( ) frequentemente ( ) sempre

4) Faço desenhos usando formas geométricas?

( ) nunca ( ) raramente ( ) às vezes ( ) frequentemente ( ) sempre

5) Percebo a presença da matemática nas atividades que desenvolvo fora da escola?

( ) nunca ( ) raramente ( ) às vezes ( ) frequentemente ( ) sempre

6) Faço “ continhas de cabeça” para calcular valores quando estou fazendo compras ou participando de jogos?

( ) nunca ( ) raramente ( ) às vezes ( ) frequentemente ( ) sempre

7) Gosto de brincar de quebra-cabeça e jogos que envolvam raciocínio lógico?

( ) nunca ( ) raramente ( ) às vezes ( ) frequentemente ( ) sempre

8) Faço perguntas nas aulas de matemática quando tenho dúvidas?

( ) nunca ( ) raramente ( ) às vezes ( ) frequentemente ( ) sempre

9) Gosto de resolver os exercícios rapidamente?

( ) nunca ( ) raramente ( ) às vezes ( ) frequentemente ( ) sempre

10) Tento resolver o mesmo problema matemático de maneiras diferentes?

( ) nunca ( ) raramente ( ) às vezes ( ) frequentemente ( ) sempre

11) Fico frustrado (a) quando não consigo resolver um problema de matemática?

( ) nunca ( ) raramente ( ) às vezes ( ) frequentemente ( ) sempre

12) Procuro relacionar a matemática ao conteúdo das outras disciplinas?

( ) nunca ( ) raramente ( ) às vezes ( ) frequentemente ( ) sempre

13) Estudo matemática todos os dias durante a semana?

( ) nunca ( ) raramente ( ) às vezes ( ) frequentemente ( ) sempre

14) Gosto de elaborar desafios envolvendo noções de matemática para meus amigos e familiares?

( ) nunca ( ) raramente ( ) às vezes ( ) frequentemente ( ) sempre

15) Realizo as tarefas de casa que a professora de matemática passa?

( ) nunca ( ) raramente ( ) às vezes ( ) frequentemente ( ) sempre

16) Me relaciono bem com minha professora de matemática?

( ) nunca ( ) raramente ( ) às vezes ( ) frequentemente ( ) sempre

17) Estudo as matérias de matemática antes que a professora as ensine na sala de aula?

( ) nunca ( ) raramente ( ) às vezes ( ) frequentemente ( ) sempre

18) Além do caderno, eu costumo estudar matemática em outros livros para fazer provas e testes?

( ) nunca ( ) raramente ( ) às vezes ( ) frequentemente ( ) sempre

19) As aulas de matemática estão entre as minhas preferidas?

( ) nunca ( ) raramente ( ) às vezes ( ) frequentemente ( ) sempre

20) Quando me pedem para resolver problemas de matemática, fico nervoso (a)?

( ) nunca ( ) raramente ( ) às vezes ( ) frequentemente ( ) sempre

21) Diante de um problema de matemática, sinto muita curiosidade de saber a sua resolução?( ) nunca ( ) raramente ( ) às vezes ( ) frequentemente ( ) sempre

22) Quando minhas tentativas de resolver um problema fracassam, tento de novo?

( ) nunca ( ) raramente ( ) às vezes ( ) frequentemente ( ) sempre

23) Tenho muita dificuldade para entender matemática?

( ) nunca ( ) raramente ( ) às vezes ( ) frequentemente ( ) sempre

24) Matemática é “chata”?

( ) nunca ( ) raramente ( ) às vezes ( ) frequentemente ( ) sempre

25) Aprender matemática é um prazer?

( ) nunca ( ) raramente ( ) às vezes ( ) frequentemente ( ) sempre

26) Testo meus conhecimentos resolvendo exercícios e problemas de matemática?

( ) nunca ( ) raramente ( ) às vezes ( ) frequentemente ( ) sempre

27) Tenho menos problemas com matemática do que com as outras disciplinas?

( ) nunca ( ) raramente ( ) às vezes ( ) frequentemente ( ) sempre

28) Consigo bons resultados em matemática?

( ) nunca ( ) raramente ( ) às vezes ( ) frequentemente ( ) sempre

ANEXO C – PROTOCOLO GERAL

COMISSÃO DE ÉTICA NA PESQUISA DA UFRRJ / COMEP-UFRRJ

PROTOCOLO PARA SUBMISSÃO DE PROJETO DE PESQUISA À COMISSÃO DE ÉTICA

PROTOCOLO N° : **RECEBIDO EM:**

1. **Título do Projeto:** **A MATEMÁTICA E OS CÓDIGOS DE BARRAS – UMA PROPOSTA DE ENSINO.**

1.1. **Coordenador do projeto:** **Cláudio Cesar Saccomori Júnior.**

1.2. **Instituto/Departamento: INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS – DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA**

2. **Tipo de Projeto**

( ) Individual	( ) Em equipe	
( ) Pós-doutorado	(X) Mestrado	( ) Iniciação científica
( ) Pesquisador visitante	( ) Técnico	( ) Trabalho de conclusão de curso
( ) Doutorado	( ) Especialização	( ) Outros. Especificar: ___________

3. **Área Temática** ______________________________________

4. **Há outros Projetos relacionados a este?**

( ) Sim **( ) Não**

Especificar: ____

5. **Recebido por:**

ANEXO D – TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Você está sendo convidado (a) como voluntário (a) a participar da pesquisa: **A MATEMÁTICA E OS CÓDIGOS DE BARRAS – UMA PROPOSTA DE ENSINO.** Este trabalho tem por objetivo mostrar a Matemática que está por trás dos códigos de barras, estes que se encontram nas embalagens de praticamente todos os produtos que nos cercam. Sendo assim, tão presente no nosso dia a dia, os códigos de barras que consistem em uma linguagem matemática expressa através de barras paralelas brancas e pretas com larguras diferenciadas representando caracteres numéricos e alfanuméricos, podem ser uma importante ferramenta na sala de aula para estimular a relevância da Matemática e suas aplicações no cotidiano.

Para participar deste estudo, o responsável por você deverá autorizar e assinar um termo de consentimento. Você não terá nenhum custo, nem receberá qualquer vantagem financeira. Você será esclarecido (a) em qualquer aspecto que desejar e estará livre para participar ou recusar-se. O responsável por você poderá retirar o consentimento ou interromper a sua participação a qualquer momento. A sua participação é voluntária e a recusa em participar não acarretará qualquer penalidade ou modificação na forma em que é atendido (a) pelo pesquisador que irá tratar a sua identidade com padrões profissionais de sigilo. Você não será identificado em nenhuma publicação. Este estudo apresenta risco mínimo, isto é, o mesmo risco existente em atividades rotineiras como conversar, tomar banho, constrangimento em responder alguma pergunta ou outros riscos não previsíveis.

Os resultados estarão à sua disposição quando finalizada. Seu nome ou o material que indique sua participação não será liberado sem a permissão do responsável por você. Os dados e instrumentos utilizados na pesquisa ficarão arquivados com o pesquisador responsável por um período de 5 anos, e após esse tempo serão destruídos. Este termo de consentimento encontra-se impresso em duas vias, sendo que uma cópia será arquivada pelo pesquisador responsável, e a outra será fornecida a você.

Eu, ____, portador (a) do documento de Identidade ____________________ (se já tiver documento), fui informado (a) dos objetivos do presente estudo de maneira clara e detalhada e esclareci minhas dúvidas. Sei que a qualquer momento poderei solicitar novas informações, e o meu responsável poderá modificar a decisão de participar se assim o desejar. Tendo o consentimento do meu responsável já assinado, declaro que concordo em participar desse estudo. Recebi uma cópia deste termo assentimento e me foi dada a oportunidade de ler e esclarecer as minhas dúvidas.

Nova Iguaçu, ____ de ______________ de 2019.

____

(Assinatura do menor)

____

(Assinatura do (a) pesquisador (a))

Se persistir alguma dúvida, entre em contato com:

Pesquisadora: **Betania de Almeida Moreti Freire**

Telefone: (21) 986774469

E-mail: betaniamoreti@yahoo.com.br

Orientador: **Cláudio Cesar Saccomori Júnior**

Telefone: (21) 2682-1724

Email: saccomori@gmail.com

ANEXO E – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (RESPONSÁVEIS)

Título do Projeto: **A MATEMÁTICA E OS CÓDIGOS DE BARRAS – UMA PROPOSTA DE ENSINO**

Pesquisadora: **Betania de Almeida Moreti Freire**
Pesquisador responsável (professor orientador): **Cláudio Cesar Saccomori Júnior**

Este documento que você está lendo é chamado de Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE), que contém explicações sobre o estudo da pesquisa que está convidado a participar. Solicitamos a sua autorização para a participação do menor ____ nesta pesquisa.

Antes de decidir se deseja autorizar a participação do menor (de livre e espontânea vontade) você deverá ler e compreender todo o conteúdo. Ao final, caso decida autorizar, você será solicitado a assiná-lo e receberá uma cópia do mesmo.

Antes de assinar faça perguntas sobre tudo o que não tiver entendido bem. A equipe deste estudo responderá às suas perguntas a qualquer momento (antes, durante e após o estudo).

O pesquisador declara que garantirá o cumprimento das condições contidas neste Termo de Consentimento Livre e Esclarecido.

Natureza e objetivos do estudo

Propor situações que contextualizem as operações matemáticas básicas por trás dos códigos de barras, analisando o processo de motivação e aprendizagem dos alunos nas atividades propostas.

Justificativa:

Esse trabalho se justifica na construção de estratégias para solução de problemas, valorizando a criatividade, o ambiente investigativo na sala de aula, também visa promover a participação dos alunos nas aulas, a interação professor/aluno dentro de um ambiente de aprendizagem mútua através de diferentes atividades propostas com códigos de barras.

Procedimentos do estudo:

A pesquisa versará sobre o enfoque da Matemática presente nos Códigos de Barras com observações, atividades, questionários e captação de imagens (fotografias e vídeos) durante as aulas.

Forma de acompanhamento e assistência:

O menor será acompanhado pelo pesquisador durante todo o período da pesquisa, e será assistido pelo mesmo, antes, durante e depois da pesquisa.

Riscos e benefícios

Este estudo apresenta risco mínimo, isto é, o mesmo risco existente em atividades rotineiras como conversar, tomar banho, constrangimento em responder alguma pergunta, invasão de privacidade, desconforto em responder a questões sensíveis como atos ilegais ou violência ou outros riscos não previsíveis.

Caso o menor se sinta constrangido em responder alguma pergunta, ele não precisará responder.

O participante terá direito à indenização, através das vias judiciais, diante de eventuais danos comprovadamente decorrentes da pesquisa.

A participação do menor poderá ajudar na construção de estratégias para solução de problemas num ambiente de aprendizagem mútua através de diferentes atividades propostas com códigos de barras.

Providências e Cautelas

Serão tomadas providências e cautelas para evitar e/ou reduzir efeitos e condições adversas que possam causar algum dano, como garantir local reservado e liberdade para não responder questões constrangedoras, estar atendo a sinais de desconforto do menor, garantir que sempre serão respeitados os valores culturais, sociais, morais, religiosos e éticos, bem como os hábitos e costumes.

Participação, recusa e direito de se retirar do estudo

A participação do menor é voluntária. Você não terá nenhum prejuízo se não quiser autorizar.

Você poderá retirar a autorização para o menor participar desta pesquisa a qualquer momento, bastando para isso entrar em contato com um dos pesquisadores responsáveis.

Confidencialidade

Os dados serão manuseados somente pelos pesquisadores e o material e as suas informações (fitas, entrevistas etc.) ficarão guardados sob a responsabilidade dos mesmos.

Os resultados deste trabalho poderão ser utilizados apenas academicamente em encontros, aulas, livros ou revistas científicas.

Eu,____ RG ________________, após receber uma explicação completa dos objetivos do estudo e dos procedimentos envolvidos autorizo a participação voluntaria do menor em fazer parte deste estudo.

Nova Iguaçu, ___ de ________ de 2019.

____

Responsável

____

Orientador

____

Pesquisadora

Se persistir alguma dúvida, entre em contato com o (a) Coordenador (a) da pesquisa:

Pesquisadora: **Betania de Almeida Moreti Freire**
Telefone: (21) 986774469
E-mail: betaniamoreti@yahoo.com.br

Orientador: **Cláudio Cesar Saccomori Júnior**
Telefone: (21) 2682-1724
Email: saccomori@gmail.com

ANEXO F – PROTOCOLO PARA PROJETOS DE PESQUISA QUE ENVOLVEM SERES HUMANOS

PROTOCOLO DE EXPERIMENTAÇÃO ENVOLVENDO SERES HUMANOS

I. PESQUISADOR E OBJETIVOS:

A. Coordenador: **Cláudio Cesar Saccomori Júnior**

B. Instituto: **Instituto de Ciências Exatas**
Departamento: **Matemática – Programa de Pós-graduação em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT)**
Laboratório: **-**
Telefone: **(21) 988371859**
Email: **saccomori@gmail.com**

C. Título do projeto: **A Matemática e os Códigos de Barras – Uma proposta de ensino.**

D. O protocolo é:
[**X**] Novo [ ] Revisão, anterior nº:
[ ] Renovação, anterior nº:

E. Descreva o (s) objetivo (s) da pesquisa.
• **Analisar a motivação e aprendizagem dos alunos através das operações matemáticas básicas existentes nos códigos de barras.**
• **Descrever aspectos históricos dos códigos de barras como quando surgiu, finalidade, evolução, importância, tipos e expansão no atual mundo globalizado e automatizado;**
• **Explicar a estrutura dos códigos de barras;**
• **Relacionar alguns conceitos matemáticos com os códigos de barras.**
• **Propor a resolução de problemas e o uso de aplicativos gratuitos para celulares utilizando códigos de barras e QR Code.**

F. Equipe
Nome / Departamento / Instituição - Contribuição ao Projeto
Cláudio Cesar Saccomori Júnior / Programa de Pós-graduação em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) / Departamento de Matemática / Instituto de Ciências Exatas / UFRRJ – Coordenador do Projeto (Pesquisador Responsável – Professor Orientador).
Betania de Almeida Moreti Freire / Programa de Pós-graduação em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) / Departamento de Matemática / Instituto de Ciências Exatas / UFRRJ – Pesquisadora.

II. SUJEITOS E MÉTODOS

A. Especificação do tipo de estudo:

Hoje em dia, com avanço da tecnologia, muitos produtos são identificados com um código de barras. Eles tornam mais eficazes e seguros os sistemas de compra, venda, controle e armazenamento de mercadorias.
Sendo assim, tão presente no nosso dia a dia, os códigos de barras que consistem em uma linguagem matemática expressa através de barras paralelas brancas e pretas com larguras diferenciadas representando caracteres numéricos e alfanuméricos, podem ser uma importante ferramenta na sala de aula para estimular a relevância da Matemática e suas aplicações no cotidiano.
E diante da triste realidade em que a maioria dos alunos acha a Matemática chata, difícil, desinteressante, pouco utilizada na vida, esse trabalho se justifica na construção de estratégias para solução de problemas, valorizando a criatividade, o ambiente investigativo na sala de aula, visa também promover a participação dos alunos, a interação professor/aluno dentro de um ambiente de aprendizagem mútua através de diferentes atividades propostas com códigos de barras.

B. Local da pesquisa:

A pesquisa será realizada na Escola Municipal Marcílio Dias localizada na Rua Pintassilgo, s/n, bairro Santa Rita, na cidade Nova Iguaçu, no estado do Rio de Janeiro.

C. Características gerais da população envolvida na pesquisa:

[**18**] número de indivíduos	[**14 a 17**] faixa etária
[ ] estado geral de saúde	[ ] outros

D. Critérios de inclusão e exclusão:

Foi escolhida a turma 901, da Escola Municipal Marcílio Dias, turno vespertino, uma vez que essa turma tem como professora de Matemática a pesquisadora Betania de Almeida Moreti Freire e esta apresenta pouca motivação para o conhecimento desta disciplina alegando não ter aplicação dos conteúdos estudados nessa disciplina com cotidiano.

A diretora da escola assinará o Termo de Anuência autorizando que a pesquisa seja realizada, ciente dos objetivos e da metodologia da pesquisa.

A professora entrará em contato pessoalmente com os alunos desta turma convidando-os a participarem desta pesquisa.

Os alunos da turma são menores de 18 anos. Sendo assim, será pedida autorização dos responsáveis.

Os critérios usados para aceitação dos voluntários para a pesquisa são:

• Ser aluno (a) da turma escolhida para a realização da pesquisa;

• Autorização do responsável do menor através da assinatura e preenchimento do documento de identificação no Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (Responsáveis).

• Autorização do menor aceitando participar da pesquisa na assinatura e preenchimento do documento de identificação no Termo de Assentimento Livre e Esclarecido.

Os documentos Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (Responsáveis), Termo de Assentimento Livre e Esclarecido e Termo de Anuência se encontram anexados ao projeto.

A pesquisa será interrompida caso ocorra suspensão de aulas na unidade de ensino onde ocorrerá a pesquisa por um longo período, caso todos os voluntários da turma pesquisada desistam de participar no meio do processo ou caso ocorra algum problema não previsto pelos pesquisadores, que impeça a conclusão da pesquisa.

Caso não haja impedimentos, a pesquisa será encerrada após a conclusão de todas as etapas previstas no projeto.

E. Descrição em detalhes e com destaque dos métodos que afetam os sujeitos do experimento:

Descritos no projeto.

F. Identificação clara das fontes de obtenção do material da pesquisa:

A pesquisa será realizada na Escola Municipal Marcílio Dias localizada na Rua Pintassilgo, s/n, bairro Santa Rita, na cidade Nova Iguaçu, no estado do Rio de Janeiro com alunos do 9º ano do Ensino Fundamental da Educação Básica.

III. DECLARAÇAO DO PESQUISADOR

Estou familiarizado com os princípios aprovados pela COMEP-UFRRJ em 08/10/2008. Concordo em aceitar essas normas na condução dos estudos descritos anteriormente.

Afirmo que esse estudo não é desnecessariamente duplicativo, tem mérito científico e a equipe que participa desse projeto foi treinada e é competente para executar os procedimentos descritos nesse protocolo.

Nome: **BETANIA DE ALMEIDA MORETI FREIRE.**

Assinatura____ Data: __________

IV. TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE

A. Descrição da atividade, com linguagem acessível, inserida no projeto de pesquisa que envolverá a participação da pessoa.

B. Manifestação clara de concordância com a participação de sua pessoa na pesquisa, ou no caso de menores de idade e pessoas de grupos vulneráveis, a clara autorização da referida participação através das pessoas responsáveis.

C. No caso de grande número de voluntários a autorização deverá ser realizada pelos responsáveis pelos grupos (diretores de escolas, líderes comunitários, pais e etc.).

Os itens A, B e C já foram contemplados pelos documentos anexados no projeto juntamente com esse processo:

- **Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (Responsáveis),**
- **Termo de Assentimento Livre e Esclarecido**
- **Termo de Anuência assinada pela direção da escola onde ocorrerá a pesquisa.**

Nome: **BETANIA DE ALMEIDA MORETI FREIRE.**

Assinatura____ Data: __________

V. PARECER DOS MEMBROS DA COMEP-UFRRJ

ANEXO G – APROVAÇÃO DO COMITÊ DE ÉTICA PARA A PESQUISA

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO

DESPACHO Nº 28469/2019 - PROPPG (12.28.01.18)

Nº do Protocolo: NÃO PROTOCOLADO

Seropédica-RJ, 06 de dezembro de 2019.

Encaminho o despacho abaixo, conforme deliberação do Comitê de Ética em Pesquisa com Seres Humanos, em sua reunião de 13 de novembro de 2019:

Depois de cumprir com as exigências realizadas por esse Comitê, o projeto está aprovado e solicito a confecção do parecer.

(Assinado digitalmente em 06/12/2019 10:57)
RAFAEL BELO DE SOUZA
ASSISTENTE EM ADMINISTRACAO
PROPPG (12.28.01.18)
Matrícula: 1863628

Processo Associado: 23083.022766/2019-96

Para verificar a autenticidade deste documento entre em https://sipac.ufrrj.br/public/documentos/index.jsp informando seu número: **28469**, ano: **2019**, tipo: **DESPACHO**, data de emissão: **06/12/2019** e o código de verificação: **1df453505d**