UFRRJ

INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS

CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL - PROFMAT

DISSERTAÇÃO

Matemática Financeira e Cidadania: uma proposta de trabalho sobre Capitalização e Amortização no Ensino Médio com o uso do Excel.

Marcus Vinicius Silva de Oliveira

2013

UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO

INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS

CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL - PROFMAT

MATEMÁTICA FINANCEIRA E CIDADANIA: UMA PROPOSTA DE TRABALHO SOBRE CAPITALIZAÇÃO E AMORTIZAÇÃO NO ENSINO MÉDIO COM O USO DO EXCEL.

MARCUS VINICIUS SILVA DE OLIVEIRA

Sob a Orientação do Professor
Dr. Pedro Carlos Pereira

Dissertação submetida como requisito parcial para obtenção do grau de **Mestre em Matemática**, no Curso de Pós-Graduação em Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT.

Seropédica, RJ
Setembro de 2013

Universidade Federal do Rio de Janeiro
Biblioteca Central / Seção de Processamento Técnico

Ficha catalográfica

048m

Oliveira, Marcus Vinicius Silva de, 1975-
Matemática Financeira e Cidadania: uma proposta de trabalho sobre Capitalização e Amortização no Ensino Médio com uso do Excel. / Marcus Vinicius Silva de Oliveira. – 2013.
120 f.: il.

Orientador: Pedro Carlos Pereira.
Dissertação (mestrado) – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Curso de Pós-Graduação em Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT.
Bibliografia: f. 89-92.

1. Matemática Financeira. 2. Capitalização. 3. Amortização. 4. Educação Matemática. 5. Planilha Eletrônica. I. Pereira, Pedro Carlos, 1959-, orient. II Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro. MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL PROFMAT III. Título.

UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO

INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS

CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL – PROFMAT

MARCUS VINICIUS SILVA DE OLIVEIRA

Dissertação submetida como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre, no Curso De Pós-Graduação em Mestrado Profissional em Matemática Em Rede Nacional – PROFMAT, área de concentração em Matemática.

Dissertação aprovada em: 30/09/2013

Pedro Carlos Pereira
Doutor em Educação Matemática – UFRRJ
(Orientador)

Orlando dos Santos Pereira
Doutor em Matemática – UFRRJ

Gabriela dos Santos Barbosa
Doutora em Educação Matemática – FEBF/UERJ

À minha esposa, companheira e amiga Luciana, por todo carinho, incentivo e "paciência" durante mais essa etapa de estudos de minha vida.

Aos meus filhos João Pedro e Lucas, todo esse trabalho é por vocês meus "molequinhos".

Aos meus pais Alcimar (in memorian) e Mª Aparecida que sempre me orientaram na escola da vida, meu muito obrigado. Saudades meu pai...

Agradecimentos

Primeiramente à Deus, pela saúde, força, determinação e capacidade de concentração.

Aos meus irmãos Alcimar Jr e Marco Aurélio e cunhadas por estarem sempre juntos, nos momentos alegres e difíceis de minha vida, meu muito obrigado. A madrinha Tia Alécia pelo apoio incondicional sempre. Aos meus sogros pelo incentivo e apoio em dar continuidade aos estudos.

Ao Programa de Pós-Graduação em Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, pela oportunidade de realizar o curso, e à CAPES, pelo auxílio financeiro durante o mestrado.

À Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, por acolher o programa e disponibilizá-lo, respeitando as dificuldades dos alunos.

Ao meu orientador Prof. Dr. Pedro Carlo Pereira, pela competência científica e humana demonstrada desde o início deste trabalho.

A banca examinadora pelas valiosas contribuições nesta reta final de trabalho.

Aos colegas da turma PROFMAT UFRRJ 2011, pelos momentos de convivência (inesquecíveis) e aprendizagem. Vitor (Jaja) e Netinho vocês foram demais...

Aos companheiros de longas horas de estudo, mesmo que encima da hora, Richard, Jacymar, Felipe e Anildo.

Ao meu mais novo velho amigo Teófilo Oliveira de Paula, pelas horas de estrada (cuidado com a curva!) compartilhadas com muita alegria e altas horas de estudos.

RESUMO

OLIVEIRA, Marcus Vinicius S. de. **Matemática Financeira e Cidadania: uma proposta de trabalho sobre Capitalização e Amortização no ensino médio com o uso do Excel**. 2013. 120p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT). Instituto de Ciências Exatas, Departamento de Matemática, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, RJ, 2013.

Esse trabalho procura destacar a importância do ensino de Matemática Financeira, capitalização e amortização no Ensino Médio. Para isso nos amparamos em educadores que defendem a idéia do uso da matemática como provedora da cidadania e em aspectos legais que discorrem sobre a Matemática Financeira e sua importância para o desenvolvimento da cidadania. Realizamos também uma pesquisa junto a professores de matemática da Educação Básica, de cunho qualitativo, a fim de investigar como e até qual tópico ocorre o ensino desse conteúdo. Por fim, propomos uma aula sobre Capitalização e Amortização, com uso de recursos tecnológicos, para o Ensino Médio.

Palavras-chave: Matemática Financeira, cidadania, capitalização, amortização.

ABSTRACT

OLIVEIRA, Marcus Vinicius S. de. **Financial Mathematics and Citizenship: a proposal for work on capitalization and amortization in high school using excel**. 2013. 120p. Dissertation (Professional Master's in Mathematics in National Network – PROFMAT).Instituto de Ciências Exatas, Departamento de Matemática, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, RJ, 2013.

This paper seeks to highlight the importance of teaching financial mathematics, capitalization and amortization in high school. For this we admitted him to educators who advocate the idea of using mathematics as a provider of citizenship and legal aspects that discourse on Financial Mathematics and its importance for the development of citizenship. We also conduct a survey of mathematics teachers of Basic Education, a qualitative, in order to investigate how and to which topic is the teaching that content. Finally, we propose a class on capitalization and amortization, with the use of technological resources for high school.

Keywords: Financial Mathematics, Citizenship, capitalization, amortization

LISTA DE QUADROS E FIGURAS

Figura 1: Tipo de Formação Acadêmica – Graduação em Matemática............................. 35
Figura 2: Sujeitos da pesquisa com relação a possuir pós-graduação *(lato sensu)*............ 36
Figura 3: Tipo de Instituição onde realizou a Pós-Graduação *(Lato Sensu)*...................... 36
Figura 4: Tempo de Experiência no magistério... 37
Figura 5: Número de aulas semanais trabalhadas.. 38
Figura 6: Local de trabalho (magistério).. 39
Figura 7: Cursou a disciplina de Matemática Financeira durante a graduação?................. 40
Figura 8: Em qual série do Ensino Fundamental leciona Matemática Financeira?............ 44
Figura 9: Em qual série do Ensino Médio leciona Matemática Financeira?...................... 45
Figura 10: Pré-requisitos para o aprendizado de Matemática Financeira.......................... 46
Figura 11: Relatou Progressão Geométrica como pré-requisito para Matemática Financeira.. 46
Figura 12: A Matemática Financeira é exigida no currículo mínimo em todas as redes em que você leciona?... 47
Figura 13: Dados do exemplo 1 inseridos na planilha Excel.. 54
Figura 14: Slide número 4 de nossa proposta de aula... 54
Figura 15: Slide número 5 de nossa proposta de aula. Ensinando o uso da fórmula definida pelo Excel (2007).. 55
Figura 16: Slide número 7 de nossa proposta de aula Inserindo os dados na fórmula VF definida pelo Excel.. 56
Figura 17: Sugestão de trabalho no Excel... 56
Figura 18: Dados do exemplo 2 inseridos no Excel.. 57
Figura 19: Inserção da fórmula matemática na planilha Excel.. 58
Figura 20: Slide número 15 de nossa proposta de aula. Resolvendo no Excel o exemplo proposto 3.. 59
Figura 21: Slide número 16 de nossa proposta de aula. Resolução do exemplo de número 3.. 60
Figura 22: Slide número 19 de nossa proposta. Entrando com os dados do exemplo 4 e inserção da fórmula do cáluclo de potência... 61
Figura 23: Resolução do exemplo 4, utilizando fórmula pré-definida do Excel................ 62
Figura 24: Ensinando a utilizar a fórmula de Financeira Taxa, para calcular o exemplo 4 de nossa proposta.. 62
Figura 25: Entrando com os dados do problema... 63
Figura 26: Resolução do exemplo 5 utilizando as ferramentas pré-definidas do Excel.... 65
Figura 27: Slide número 31 de nossa proposta de aula, resolução do exemplo 6

utilizando função pré-definida do Excel... 68
Figura 28: Resolução do exemplo 7 com o auxílio da função VF (Valor Futuro) pré-definida do Excel.. 70
Figura 29: Resolução do exemplo 8 com o auxílio do Excel. Slide número 40 de nossa proposta de aula.. 72
Figura 30: Slide número 41 de nossa proposta de aula. Resolução do exemplo 8 com o auxílio de funções pré-definidas do Excel... 73
Figura 31: Slide número 47 de nossa proposta de aula. Resolução do exemplo 9 utilizando a planilha Excel.. 76
Figura 32: Slide número 48 de nossa proposta de aula. Resolução do exemplo 9 com auxílio da fórmula pré-definida do Excel... 77

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO.. 12

CAPÍTULO I: Matemática Financeira: uma questão de cidadania.................................. 15

1.1 Matemática Financeira: aspectos legais e formação da cidadania...................................... 17

CAPÍTULO II: Um olhar para o ensino da Matemática Financeira na Educação Básica.. 25

2.1 Pesquisa com os professores: contribuições e reflexões sobre o ensino de Matemática Financeira.. 28

2.2 Objetivos da pesquisa.. 28

2.3 As Hipóteses.. 29

2.4 A Metodologia da Investigação.. 30

2.5 Análise dos dados da pesquisa: contribuições e reflexões.. 34

CAPÍTULO III: Uma proposta de ensino de matemática financeira na educação básica: capitalização e amortização.. 51

3.1 Algumas definições e nomenclaturas da Matemática Financeira....................................... 52

3.2 Revisão sobre Juros Compostos.. 53

3.3 Taxa Efetiva e Taxa Nominal.. 65

3.4 Capitalização.. 67

3.5 Amortização Composta.. 72

3.6 Principais sistemas de amortização.. 75

3.7 Lista de Exercícios Propostos.. 81

3.8 Resposta e Soluções dos Exercícios Propostos.. 83

CONSIDERAÇÕES FINAIS.. 85

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.. 87

ANEXOS.. 91

INTRODUÇÃO

Apresento a dissertação intitulada **"Matemática Financeira e Cidadania: uma proposta de trabalho sobre Capitalização e Amortização no Ensino Médio com o uso do Excel"**, que se insere na linha de pesquisa sobre formação de professores de matemática do programa de pós-graduação Stricto Sensu, Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, da Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro (UFRRJ) em parceria com a Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), localizada na cidade de Seropédica, Estado do Rio de Janeiro.

O interesse por esse objeto de estudo – O Ensino da Matemática Financeira – tem relação com a minha experiência profissional. Atuo como Professor de Matemática da Educação Básica, Ensino Público Estadual e Ensino Privado, e Ensino Superior, lecionando a cadeira de Matemática Financeira (entre outras) para o curso de formação de professores de Matemática.

A temática central deste estudo é uma proposta de aula sobre Capitalização e Amortização para o Ensino Médio, com o uso da planilha eletrônica Excel. Para isso, buscou-se investigar o ensino da Matemática Financeira, até qual nível ocorre (se ocorre?) o ensino dos sub-tópicos previstos para essa área do conhecimento. Buscamos analisar também, se existe diferença entre o ensino da Matemática Financeira no Ensino Público e Privado. Buscamos investigar também, se o Professor de Matemática tem conhecimento sobre os conhecimentos prévios que o aluno deve ter para o estudo de Matemática Financeira.

Nossos estudos estão amparados também numa revisão literária a respeito da temática central desse estudo. A partir de autores críticos-reflexivos, tais como, Ubiratan D'Ambrósio (1996, 2001, 2005, 2006), Paulo Freire (1991, 1996), António Nóvoa (1992, 2000, 2001, 2002), João Pedro da Ponte (2004), Ole Skovsmose (2001, 2006, 2008), entre outros, apresentamos reflexões sobre quais são os desafios apresentados aos cursos de formação de professores de matemática para atuar na educação básica. Refletir sobre práticas pedagógicas para o século XXI exige colocar em questão: a Formação de Professores, a Educação Continuada e os Locais de Formação. Como relatam Sá e Paiva (2010, p. 427), "estes não somente relacionados a cursos de formação, mas também o espaço onde os professores atuam, ministrando aulas".

Segundo Paiva e Oliveira (2010), considerando-se a perspectiva do educador português António Nóvoa, é a ESCOLA o melhor lugar para aprender e ensinar. Afirma Nóvoa (1992) que a produção de práticas educativas eficazes só surge de uma reflexão da experiência pessoal partilhada entre os colegas. No mesmo sentido, Paulo Freire (1996) considera que na formação permanente dos professores, o momento fundamental é o da reflexão crítica sobre a prática. Formar professores exige uma formação sólida, crítica e humana. De acordo com Freire (1996), o professor que apenas transfere conhecimento, "castra" a curiosidade do aluno, não forma, domestica. A curiosidade, da qual Freire (1996) fala, não está alicerçada apenas no conhecimento técnico transmitido naquele momento da "aula", mas trata-se da curiosidade trazida (pela) e presente (na) vida, sobre política, sociedade, cultura e tantas outras experiências de práticas sociais. O desafio é imenso para aqueles que atuam em cursos de formação de professores de matemática. Há necessidade de despertar e conscientizar licenciandos de que ensinar não é transferir conhecimento, mas criar as possibilidades para sua produção (OLIVEIRA, 2012).

O presente trabalho buscou investigar questões relacionadas ao ensino de Matemática Financeira, até qual nível esse conteúdo é ensinado na rede pública e privada, quais os pré-requisitos para seu estudo na escola básica. Falamos também de sua importância como disciplina formadora e fomentadora do desenvolvimento da cidadania.

Em nosso primeiro capítulo, denominado "Matemática Financeira: uma questão de cidadania" buscamos amparos legais e teóricos (educacionais) para o ensino de Matemática como desenvolvimento da cidadania. Procuramos discutir a temática central de maneira a nos apoiar para a importância que estamos dando a essa área do conhecimento.

No segundo capitulo, denominado "Um olhar para o ensino da Matemática Financeira na Educação Básica" tratamos de uma investigação sobre como é ensinado e até qual tópico se realizam as aulas sobre o tema. Para isso realizamos uma pesquisa com professores de Matemática de diversas partes do Estado do Rio de Janeiro. Esse capítulo está estruturado da seguinte forma: falamos sobre a pesquisa com os professores da Educação Básica, suas contribuições e reflexões; mostramos nossos objetivos e as hipóteses levantadas para nossa proposta de trabalho; relatamos ainda a metodologia de pesquisa utilizada e, por último destacamos as contribuições e reflexões à partir das análises dos dados da pesquisa.

No terceiro capítulo que chamamos de "uma proposta de ensino de matemática financeira na educação básica: capitalização e amortização" demos o enfoque a nossa temática central desse estudo. Levamos em consideração alguns pré-requisitos para nossa aula e partimos para definir o tema através de exemplos propostos.

Fizemos questão de apresentar todos os problemas propostos de maneira clara e objetiva, sempre buscando apresentar diversas formas de resolver o mesmo exemplo, inclusive com o uso da tecnologia de uma planilha eletrônica, nosso objetivo maior.

Para finalizar, tecemos algumas considerações finais a respeito do trabalho desenvolvido, amparando-nos nos resultados encontrados com a pesquisa e motivados por nossa proposta de aula.

O produto educacional de nossa dissertação está na forma de uma proposta de aula. Proposta essa que acompanha esse estudo em seus anexos na forma de cópias dos Slides desenvolvidos no Microsoft PowerPoint. Ainda contamos com a aula integralmente desenvolvida no formato de uma apresentação do PowerPoint em anexo a esse estudo, gravado na forma de um CD *room*.

CAPÍTULO I

MATEMÁTICA FINANCEIRA: UMA QUESTÃO DE CIDADANIA

A busca de um problema para uma pesquisa científica é de fato o ponto de partida de qualquer trabalho acadêmico. A tentativa de entender, compreender ou explicar o desenvolvimento da cidadania através do ensino da Matemática Financeira e propor um curso sobre esse conteúdo, nos remete aos inúmeros problemas relacionados com o tema.

Para tanto, buscamos amparo legal e teórico que justifique a importância que damos ao ensino de Matemática Financeira para Educação Básica. Procuramos tecer explicações que justifique sua importância e valorização para o desenvolvimento da cidadania. Realizamos também uma pesquisa sobre o ensino de Matemática Financeira, onde buscamos investigar como e até onde essa disciplina é ensinada na Educação Básica. Por último, entendendo de sua importância, propomos uma aula sobre cidadania com o uso da Matemática Financeira.

A partir de minha experiência como professor de Matemática da Educação Básica da Rede Estadual (Rio de Janeiro) e Escolas Privadas na Região Sul Fluminense do Estado do Rio de Janeiro e dentro das minhas possibilidades de observação, pude notar que a Matemática Financeira não está sendo contemplada de forma satisfatória no cotidiano das escolas. Um dos possíveis motivos para este descaso com o ensino da Matemática Financeira pode ser a rigidez dos planejamentos, construídos historicamente, onde alguns conteúdos são mantidos pela tradição, embora sua importância e aplicabilidade sejam discutíveis, não dando espaço para a exploração de outros conteúdos mais significativos para o aluno. Outro motivo possível observado, pode ser a não cobrança deste conteúdo por parte dos concursos de vestibular, Exame Nacional do Ensino Médio – ENEM, entre outros.

Além disso, como relata Joucoski (2010), o fato dos livros didáticos não contemplarem satisfatoriamente o ensino de Matemática Financeira, podendo ser outro motivo agravante para o não ensino deste conteúdo.

NASCIMENTO (2004, p. 123) comprova algumas destas hipóteses:

> [...] constatamos um descompasso entre a opinião dos professores de Matemática, que consideram a Matemática Financeira como um tema importante para a formação dos alunos e o fato de que não a selecionam como um conteúdo a ser trabalhado, com razoável destaque, nas turmas de Ensino Médio.
> Uma hipótese para compreender essa decisão dos professores pode estar localizada nos programas e provas dos vestibulares, que não priorizam esse tema, mas que, infelizmente acabam orientando o que se ensina nessa etapa dos vestibulares.
> Outro fator que concorre para a não abordagem dos tópicos de Matemática Financeira de forma mais coerente com algumas tendências da Educação Matemática – sejam as idéias veiculadas por teorias como as da etnomatemática, da modelagem, dos projetos de trabalho, dentre outras – é a pouca atenção dada ao tema pelos livros didáticos.
> Há ainda a questão referente à formação dos professores de Matemática que, de modo geral, não têm em sua formação inicial, nos cursos de Licenciatura, estudos sobre o tema nem sobre suas possíveis abordagem. (NASCIMENTO, 2004, p. 123).

O autor afirma que existe um descompasso entre a opinião dos professores de Matemática, onde alguns consideram o conteúdo sobre Matemática Financeira um tema importante para a formação da cidadania dos alunos, mas mesmo assim, não selecionam esse conteúdo para serem trabalhados ao longo do Ensino Médio. Nascimento assume ainda uma hipótese para uma possível explicação deste fato, onde alega que essas decisões dos professores podem estar pautadas nos programas e provas de vestibulares, assim como o ENEM, que não priorizam esse tema, onde lembra também que, infelizmente, esses tipos de provas costumam nortear o que se ensina nas escolas.

Outro problema levantado por Nascimento (2004) e corroborado por Santos e Sá (2012) é a de que a formação do Professor de Matemática é deficiente em relação a Matemática Financeira. Em muitas Instituições de Ensino Superior, ela não faz parte da grade de disciplinas obrigatórias, nem mesmo, em muitos casos, como disciplinas optativas.

> [...] Observa-se que, na maioria dos cursos de licenciatura em Matemática nas faculdades do país, a disciplina Matemática Financeira não consta como obrigatória em sua grade curricular – em muitas, nem como disciplina optativa. Em consequência, esses professores concluem a licenciatura totalmente despreparados para lecionar o referido conteúdo, o que implica exploração pouco satisfatória do tema em sala de aula. Entretanto, o professor precisa desenvolver metodologias para incentivar os alunos no ensino da Matemática e desafiá-los para a resolução de problemas diários que envolvam tomadas de decisões (SANTOS e SÁ, 2012, p. 13).

Assumimos também uma perspectiva de análise crítica e reflexiva, onde questionamos um curso de formação de professores com currículo formal, com conteúdos e atividades distanciados da realidade, que pouco têm contribuído para gerar uma nova identidade do profissional docente (PIMENTA, 2000).

Ensinar os alicerces da matemática tem sido um desafio e tanto para o sistema educacional brasileiro. Historicamente, os resultados de nossos alunos nesse campo do saber têm sido ruins, com altas taxas de reprovação e retenção, por conta de enormes obstáculos enfrentados pelos estudantes. Desenvolver estratégias educacionais e pedagógicas que levem o ensino de uma matemática mais atraente para a maioria dos alunos, vem sendo um grande desafio para professores e gestores da educação, na perspectiva de proporcionar a evolução plena dos estudantes no contexto educacional brasileiro.

1.1 MATEMÁTICA FINANCEIRA: ASPECTOS LEGAIS E FORMAÇÃO DA CIDADANIA

Conjeturar a respeito de práticas pedagógicas para o século XXI exige colocar em questão a Formação de Professores, graduação e pós-graduação (formação contínua), e os locais de Formação. Estes não somente relacionados a cursos de formação, mas também os espaços onde os professores atuam, ministrando aulas. Ao abordarmos a questão da importância do ensino da Matemática Financeira na formação do cidadão, estamos levando em consideração a formação coletiva e individual de uma sociedade, que cada vez mais, encontra facilidades de acesso ao crédito, onde o consumismo e a falta de planejamento financeiro se tornaram comum na realidade de grande parte da população. Esta facilidade está criando um ciclo consumista, podendo proporcionar, às pessoas despreparadas, experiências muito desagradáveis no campo das finanças pessoais.

Preparar o discente para uma vivência global e cidadã na sociedade atual, exige da escola e seus currículos a implementação de habilidades e competências que proporcionam uma postura autônoma face aos dos problemas encontrados em seu cotidiano.

Antes de aprofundarmos acerca do conceito do ensino de Matemática Financeira para a Educação Básica, e sua importância para o desenvolvimento e maturidade da cidadania, é necessário definir o que vem a ser esse ramo da Matemática Aplicada amplamente utilizado nas transações comerciais e sociais.

Para Assaf Neto (1998, p.13) matemática financeira é o "estudo do dinheiro no tempo ao longo do tempo". Segundo Zentgraf (2003, p.2), além de se preocupar com os aspectos temporais do dinheiro, tais estudos objetivam estabelecer relações entre quantias monetárias registradas em tempos distintos.

A Matemática Financeira também pode ser definida conforme Júnior e Schimiguel (2009).

> [...] a matemática financeira pode ser definida de forma mais simples sendo a aplicação da matemática para decisões de gestão a respeito de operações financeiras. Para que as operações financeiras sejam executadas, é necessária a aplicação de cálculos apropriados, sendo que a análise detalhada desses cálculos é o objeto de estudo e preocupação da matemática financeira. Tendo por finalidade minimizar custos, reduzir riscos e incertezas, gerados pelas constantes mudanças econômicas intensificadas pela refinada tecnologia constante em todos os mercados mundiais, os agentes econômicos buscam sofisticados mecanismos que lhes proporcione uma maior segurança e fundamentação para tomada de decisão, com foco em resultados. (JÚNIOR e SCHIMIGUEL, 2009, p. 4).

Outra forma de se definir a Matemática Financeira é a dada por Lima (2006):

> [...] uma das importantes aplicações de progressões geométricas é a Matemática Financeira. A operação básica da matemática financeira é a operação de empréstimo.
> Alguém que dispõe de um capital *C* (chamado de *principal*), empresta-o a outrem por um certo período de tempo, e após esse período, recebe o seu capital *C* e volta, acrescido de uma remuneração *J* pelo empréstimo. Essa remuneração é chamada de *juro*. A soma $C + J$ é chamada de *montante* e será representada por *M*. A razão $i = J/C$ que é a taxa de crescimento do capital, será sempre referida ao período da operação e chamada de *taxa de juros*.(LIMA, *et all*, 2006, p. 44)

O tema educação financeira voltado para questão sobre a formação da cidadania surgiu diante de minhas reflexões como Educador Matemático. Alguns alunos colocam de forma simplista algumas questões do tipo: “por que devemos aprender isso ou aquilo?”; “onde vamos utilizar esse conhecimento em nossas vidas?”. Analisando e refletindo em torno dessas questões, podemos observar que há uma preocupação, por parte de nossos alunos, com relação a formação que estão recebendo. Seria esta uma questão de formação de cidadania?

Deparamos então com o objetivo de unir a Educação Matemática com a formação da cidadania.

A palavra cidadania, de acordo com Fiel (2005), apareceu na Roma Antiga para caracterizar a situação política de um indivíduo, a sociedade era desigual e só quem possuía a cidadania plena poderia participar da política. Ainda de acordo com Fiel, “atualmente a palavra caracteriza uma situação jurídica pela qual o indivíduo está ligado ao Estado por uma ordem jurídica, que lhe dá direitos, e lhe dá a característica de cidadão” (FIEL, 2005, p. 3), lembrando que entre esses direitos, está o direito a educação.

De acordo com o dicionário da Língua Portuguesa, do autor Aurélio Buarque de Holanda Ferreira, em sua 7ª edição, Editora Positivo, a palavra cidadania é uma condição de cidadão e o termo cidadão quer dizer indivíduo que goza dos direitos civis e políticos de um Estado.

De acordo com D´Ambrosio (2005), a **educação** é uma estratégia de uma sociedade para facilitar que cada indivíduo atinja seu potencial e para estimular cada indivíduo a colaborar com outros em ações comuns na busca do bem comum.

> [...] espera-se que a educação possibilite, ao educando, a aquisição e utilização dos instrumentos comunicativos, analíticos e materiais que serão essenciais para seu exercício de todos os direitos e deveres intrínsecos à cidadania. (D´AMBROSIO, 2005, p. 66).

Não podemos, de forma alguma, separar o ato de educar do ato político, Freire (1996) e de acordo com Cruz (2011),

> [..] A luta em torno da educação pública tem se constituído um elemento fundamental de resistência à implantação das políticas sociais neoliberais na educação brasileira. A escola transformou-se na principal portadora de esperanças de um futuro melhor para a classe trabalhadora [...] Compreender a questão da globalização excludente que assume o capitalismo como estratégia de enfrentamento da crise e da superestrutura ideológica do neoliberalismo que a legitima, facilita vislumbrar as alternativas de processos educativos que se articulem para uma cidadania. Cidadania esta, que se constrói no processo de transformação das relações sociais vigentes... A educação como direito social remete inevitavelmente a um tipo de ação associada a um conjunto de direitos políticos e econômicos sem os quais a categoria de cidadania fica reduzida a uma mera formulação retórica sem conteúdo algum. Palavra da moda no vocabulário político, que pode traduzir-se em diferentes conteúdos, nem todos adequados aos interesses do povo. Isto posto, nos coloca uma questão: Pode a escola contribuir para a construção da cidadania? Como isso pode se dar? (CRUZ, 2011, p. 5)

Como afirma Miguel Arroyo “*Entre uma escola que prepara para a cidadania eu prefiro uma escola que permite a vivência da cidadania*”.

Em relação à Cidadania, esse assunto esteve presente continuamente , ao longo das lutas e conquistas sociais. Ainda quanto ao conteúdo da cidadania, é importante destacar a questão levantada por Evelina Dagnino:

> [...] Não há uma essência única imanente ao conceito de cidadania, [...] o seu conteúdo e seu significado não são universais, não estão definidos e delimitados previamente, mas respondem à dinâmica dos conflitos reais, tais como vividos pela sociedade num determinado momento histórico. Esse conteúdo e significado serão sempre definidos pela luta política. (DAGNINO, 1994, p.107)

Ao conhecer alguns conceitos de cidadania, é importante ressaltar também, a semelhança de cidadania apresentada pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs)

> [...] O Ensino Médio no Brasil está mudando. A consolidação do Estado democrático, as novas tecnologias e as mudanças na produção de bens, serviços e conhecimentos exigem que a escola possibilite aos alunos integrarem-se ao mundo contemporâneo nas dimensões fundamentais da cidadania e do trabalho [...] Partindo de princípios definidos na LDB, o Ministério da Educação, num trabalho conjunto com educadores de todo o País, chegou a um novo perfil para o currículo, apoiado em competências básicas para a inserção de nossos jovens na vida adulta [...] buscamos dar significado ao conhecimento escolar [...] a formação do aluno deve ter como alvo principal a aquisição de conhecimentos básicos, a preparação científica e a capacidade de utilizar as diferentes tecnologias relativas às áreas de atuação. (PCN, 2000, p. 4-5)

Podemos observar também que há uma tentativa de renovação no currículo do ensino médio, para torná-lo mais próximo das exigências de uma nova sociedade, mais adaptado ao mercado, e a essa formação de cidadania, conforme estamos relatando.

> [...] Pensar um novo currículo para o Ensino Médio coloca em presença estes dois fatores: as mudanças estruturais que decorrem da chamada "revolução do conhecimento", alterando o modo de organização do trabalho e as relações sociais; e a expansão crescente da rede pública, que deverá atender a padrões de qualidade que se coadunem com as exigências desta sociedade (PCN, 2000, p. 6).

E assim, refletindo sobre cidadania, os PCNs/Ensino Médio (2000) ainda propõem que: "Um Ensino Médio concebido para a universalização da Educação Básica precisa desenvolver o saber matemático, científico e tecnológico como condição de cidadania e não como prerrogativa de especialistas." (p. 7).

Ainda de acordo com os PCNs/Ensino Médio (2000), onde propõe uma reformulação do Ensino Médio no País, amplamente fundamentado na **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB),** Lei nº 9.394/96 vem conferir uma nova identidade ao Ensino Médio, determinando que este faz parte da Educação Básica, e que:

> [...] como a Constituição de 1988 já anunciava esse entendimento, quando, no inciso II do Art. 208, garantia como dever do Estado *"a progressiva extensão da obrigatoriedade*

> *e gratuidade ao ensino médio"*. Posteriormente, a Emenda Constitucional nº 14/96 modificou a redação desse inciso sem alterar o espírito da redação original, inscrevendo no texto constitucional "*a progressiva universalização do ensino médio gratuito"*. A Constituição, portanto, confere a esse nível de ensino o estatuto de direito de todo cidadão.

Podemos observar que a alteração provocada pela Emenda Constitucional ora citada, nos relata que o Ensino Médio deixa de ser obrigatório para as pessoas, mas a sua oferta é dever do Estado. Por sua vez, a LDB reitera a obrigatoriedade progressiva do Ensino Médio, sendo esta, portanto, uma diretriz legal, ainda que não mais constitucional.

A LDB confere caráter de norma legal à condição do Ensino Médio como parte da Educação Básica, quando, por meio do Art. 21, estabelece:

> Art. 21. A educação escolar compõe-se de:
> I – Educação básica, formada pela educação infantil, ensino fundamental e ensino médio;
> II – Educação superior

Isso significa também que o Ensino Médio passa a integrar a etapa do processo educacional que o País considera básica para o exercício da cidadania, base para o acesso às atividades produtivas, para o prosseguimento nos níveis mais elevados e complexos de educação e para o desenvolvimento pessoal, referido à sua interação com a sociedade e sua plena inserção nela, ou seja, que "tem por finalidades desenvolver o educando, assegurar-lhe a formação comum indispensável para o exercício da cidadania e fornecer-lhe meios para progredir no trabalho e em estudos posteriores" (Art.22, Lei nº 9.394/96).

A Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional aponta que o Ensino Médio é a *"etapa final da educação básica"* (Art.36), o que concorre para a construção de sua identidade. Os PCNs (2000) também afluem desta opinião, conforme observamos em:

> [...] O Ensino Médio passa a ter a característica da terminalidade, o que significa assegurar a todos os cidadãos a oportunidade de consolidar e aprofundar os conhecimentos adquiridos no Ensino Fundamental; aprimorar o educando como pessoa humana; possibilitar o prosseguimento de estudos; garantir a preparação básica para o trabalho e a cidadania [...] o Ensino Médio, portanto, é a etapa final de uma educação de caráter geral, afinada com a contemporaneidade, com a construção de competências básicas, que situem o educando como sujeito produtor de conhecimento e participante do mundo do trabalho, e com o desenvolvimento da pessoa, como "sujeito em situação" – cidadão (PCN, 2000, p. 9).

Então, de acordo com a LDB (Lei nº 9.394/96), o Ensino Médio, como parte da educação escolar, *deverá vincular-se ao mundo do trabalho e à prática social"* (Art.1º § 2º da Lei nº 9.394/96). Essa vinculação é orgânica e deve contaminar toda a prática educativa escolar.

É importante ressaltar que o ensino de Matemática Financeira converge para as três finalidades do ensino médio, apresentadas no Artigo 35, da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (Brasil, 1996):

> O Ensino Médio, etapa final da Educação Básica, com duração mínima de três anos, terá como finalidade:
> I – a consolidação e aprofundamento dos conhecimentos adquiridos no ensino fundamental, possibilitando o prosseguimento dos estudos;
> II – a preparação básica para o trabalho e a cidadania do educando como pessoa humana, incluindo a formação ética e o desenvolvimento da autonomia intelectual e do pensamento crítico;
> III – a compreensão dos fundamentos científicos e tecnológicos nos processos produtivos, relacionando a teoria com a prática, no ensino de cada disciplina.

Em resumo, os PCNs (2000), sob a luz da LDB (9.394/96), estabelece uma perspectiva para esse nível de instrução que integra, numa mesma e única modalidade de ensino, uma educação equilibrada com finalidades e funções equivalentes, como podemos observar em "[...] a formação da pessoa, [...] o aprimoramento do educando como pessoa humana, [...] a preparação e orientação básica para a sua integração ao mundo do trabalho [...]" (PCN, 2000, p. 10).

A visão de cidadania apresentada pelos PCNs (2000) está de acordo com a visão de educação libertadora proposta por Paulo Freire, onde destaca a educação voltada a liberdade política e social. Sendo assim, justificamos nesses aspectos legais apresentados, a importância do ensino do conteúdo de Matemática Financeira para o desenvolvimento e construção da cidadania. Consideramos que este é um assunto de grande relevância no cotidiano das pessoas que utilizam de nosso sistema comercial e financeiro, como relatado em por Almeida:

> [...] Considero que a abordagem de conteúdos de Matemática Financeira no Ensino Médio pode contribuir com a formação matemática deste nível de aluno, bem como capacitá-lo para entender o mundo em que vive, tornando-o mais crítico ao assistir a um noticiário, ao ingressar no mundo do trabalho, ao consumir, ao cobrar seus direitos e analisar seus deveres. É sob esta perspectiva que considero que o estudo em questão contém uma dimensão sócio-política-pedagógica, pois além de propor a formação cidadã crítica do aluno, também teve a pretensão de deixar fluir questionamentos e debates, além de analisar as mudanças ocorridas na sala de aula ao se propor um trabalho diferenciado com a Matemática Financeira. (ALMEIDA, 2004, p.5)

Sabemos que o conhecimento sobre Matemática Financeira não é recente. Suas aplicações remontam de períodos anteriores a Cristo. A própria Bíblia Sagrada traz referências de juros e de aplicações financeiras. O conceito de juros é antigo de acordo com os registros históricos. Essa conceituação apareceu quando o homem percebeu a relação entre o tempo e o dinheiro e seus reflexos na vida das pessoas e povos (JÚNIOR e SCHIMIGUEL, 2009).

De acordo com Paiva e Sá (2010), um dos mais antigos registros de documentos matemáticos que existem é uma tábua encontrada no mediterrâneo, que hoje se encontra no museu do Louvre em Paris/França, de cerca de 1700 a.C. Nela está contido o seguinte problema: *"Qual o tempo necessário para que um capital qualquer, aplicado a juros compostos de 20% ao ano, duplique de valor*?"

Vimos anteriormente que os PCNs apresentam indicações de trabalhar a matemática contextualizada com informações do cotidiano e parte histórica, recomendando preparar os alunos para o trabalho e consumo, ou seja, assinalando para o exercício da cidadania. Vale destacar que os PCNs indicam o uso de calculadoras, apesar de muitos colegas professores de matemática serem contra, já que essas fazem parte do cotidiano de nossos alunos.

De acordo com a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (Lei nº 9.394/96), o Ensino Médio tem como finalidades centrais não apenas a consolidação e o aprofundamento dos conhecimentos adquiridos durante o nível fundamental, no intuito de garantir a continuidade de estudos, mas também a preparação para o trabalho e para o exercício da cidadania, a formação ética, o desenvolvimento da autonomia intelectual e a compreensão dos processos produtivos.

Com relação a escolha dos conteúdo programáticos da Educação Básica, nos pautamos de acordo com as orientações curriculares do MEC (2006)

> [...] Para a escolha de conteúdos, é importante que se levem em consideração os diferentes propósitos da formação matemática na educação básica. Ao final do ensino médio, espera-se que os alunos saibam usar a Matemática para resolver problemas práticos do quotidiano; para modelar fenômenos em outras áreas do conhecimento; compreendam que a Matemática é uma ciência com características próprias, que se organiza via teoremas e demonstrações; percebam a Matemática como um conhecimento social e historicamente construído; saibam apreciar a importância da Matemática no desenvolvimento científico e tecnológico. (BRASIL, 2006, p. 69).

Podemos observar uma importância muito grande na escolha dos conteúdos a serem trabalhados na Educação Básica, sobretudo do Ensino Médio, com relação a aplicação da matemática para resolver problemas práticos do cotidiano. Daí, defendemos mais uma vez a Matemática Financeira como aplicação e contextualização dessa disciplina no cotidiano de nossos alunos.

> [...] Também significa um processo de ensino que valorize tanto a apresentação de propriedades matemáticas acompanhadas de explicação quanto a de fórmulas acompanhadas de dedução, e que valorize o uso da Matemática para a resolução de problemas interessantes, quer sejam de aplicação ou de natureza simplesmente teórica. (BRASIL, 2006, p. 70).

A valorização que essas orientações dizem respeito, está relacionado a apresentação das propriedades matemáticas acompanhadas de explicação quanto ao surgimento da fórmula por meio de dedução. Há também uma valorização para o uso da matemática para resolução de problemas interessantes, que a nosso ver, a Matemática Financeira está totalmente relacionada com esse aspecto.

Assim, acreditamos que não seja possível conceber um ensino de Matemática desvinculado da realidade social na qual estamos inseridos, pois o direito a cidadania está diretamente relacionado às condições sociais. Dessa forma, o ato, a ação de ensinar seja considerada reflexiva e político. Então, consideramos que a partir do conhecimento matemático, o educando seja capaz de criticar, refletir e argumentar em torno de questões referentes às áreas sociais, políticas, econômicas e históricas de nosso país.

CAPÍTULO II

UM OLHAR PARA O ENSINO DA MATEMÁTICA FINANCEIRA NA EDUCAÇÃO BÁSICA

Nas últimas décadas, a formação e a atuação do docente de matemática têm sido objeto de estudos e de constantes preocupações, exigindo reflexões e análises em muitas teses e dissertações, tais como Edda Curi, na qual apresenta o tema “Formação de Professores de Matemática: Realidade presente e perspectivas futuras” (PUC/SP, 2000); Maria José de Freitas Mendes, na qual apresenta a dissertação “Reflexões Sobre a Formação do Professor de Matemática” (UFPA, 2004); Audria Alessandra Bovo, na qual apresenta a dissertação “Formação Continuada de Professores de Matemática Para o Uso da Informática na Escola” (UNESP/Rio Claro – SP, 2004); Ivete Cevallos, na qual apresenta a tese “O Mestrado Profissional em Ensino de Matemática e o desenvolvimento profissional de professores: um desafio institucional” (PUC/SP, 2011), entre outras.

Os especialistas da educação têm tentado racionalizar o ensino, procurando controlar *a priori* os fatores aleatórios e imprevisíveis do ato educativo, apartando o cotidiano pedagógico de todas as práticas, de todos os tempos, que não contribuem para o trabalho escolar propriamente dito (PERRENOUD, 1988).

Todavia é impossível reduzir o cotidiano escolar às dimensões racionais, os atores da educação (docentes e discentes) têm características pessoais distintas e por isso reagem de formas diversas a cada ação e reflexão. É por isso que, fundamentalmente, formar professores está intimamente ligado a formar pessoas (FREIRE, 1996). Mas essas pessoas que chegam até as escolas de formação já foram previamente formadas pela vida.

O professor, ao construir sua identidade profissional, apropria-se de sua história pessoal que é composta de lembranças marcantes, as quais muitas vezes foram determinantes em suas escolhas. Ao longo desse processo identitário, é que o professor adere a princípios e valores, adota maneiras de agir e decidir, e desenvolve o pensamento reflexivo capaz de gerar mudanças em sua ação pedagógica.

Como já foi comentado anteriormente, o professor deve ser capaz de organizar seu próprio plano de estudos. Mas, contudo nossa experiência profissional, nos mostra que estamos engessados, arraigados, a um modelo organizacional educacional que não conseguimos modificar. Geralmente nossos planos de estudos, com os quais vamos trabalhar no ano letivo, já vêm prontos, normalmente geridos em função daqueles conteúdos que são cobrados em provas, tais como vestibulares e Exames Nacionais de Educação. Também há aqueles planos de conteúdos que são feitos em função dos livros adotados na escola em questão.

Pesquisas apontam que livros didáticos, tanto do Ensino Fundamental quanto Médio, não estão ensinando a Matemática Financeira de forma devida, contextualizada e em nível de comércio formal, como os conteúdos de capitalização e amortização.

> [...] O livro didático é de grande importância para o processo educacional, é um instrumento de ensino sendo também um meio de aprendizagem, dessa forma devido a sua significância para a educação, o Governo Federal implantou programas de aperfeiçoamento e escolha de livro didático em que o educador pode selecionar os livros que condizem com a realidade e condições de seu trabalho. Nesse aspecto, uma abordagem importante que deve conter nos livros didáticos de Matemática, é a matemática financeira, estudada de forma contextualizada e integrada. Nesse contexto, o presente estudo tem como objetivo analisar como a matemática financeira é trabalhada nos livros didáticos do ensino médio, com isso é de grande relevância pelo fato de trazer reflexões para prática pedagógica dos educadores da disciplina de Matemática, . Foi realizada uma análise do Programa Nacional do Livro Didático ano 2012 e uma pesquisa bibliográfica em torno da matemática financeira trabalhada nos livros didáticos. Em suma, podemos destacar que este conteúdo ainda é trabalhado de forma descontextualizada, condizente com a realidade dos alunos (SANTOS, 2012, p. 1).

Podemos observar que esse estudo remete sobre a contextualização da Matemática Financeira está deficiente nos livros didáticos nacionais. De certa forma isso já foi constatado por nós em nossa experiência profissional.

Outros autores e professores também defendem a idéia de que a Matemática Financeira é mal apropriada nos livros didáticos brasileiros.

> [...] Desenvolver estrategicamente iniciativas pedagógicas que estimulem o ensino de matemática para todos os alunos, especialmente no Ensino Médio e Técnico, é um permanente desafio dos educadores que visam possibilitar uma educação qualificada para os jovens na atual realidade educacional brasileira [...] Constatamos, por meio de pesquisa bibliográfica, que existem, relativamente, poucos trabalhos sobre a

> aprendizagem de Matemática Financeira no Ensino Médio e nos Cursos Técnicos, apesar da importância do tema para a formação do educando
> [...] São raros os livros que procuram vincular o tema ao estudo de funções matemáticas, análises de gráficos ou estudo de séries matemáticas e também não problematizam situações cotidianas [...] Assim, numa análise mais geral, nota-se que os conhecimentos de Matemática Financeira tratados nos livros didáticos são principalmente porcentagem, descontos, acréscimos, juros simples e compostos [...] Editar livros e textos didáticos que ampliem as possibilidades de entendimento dos alunos, incrementar currículos e atitudes educacionais no cotidiano das escolas, incluindo os estudantes brasileiros e os trabalhadores no mundo da matemática financeira, tem o importante significado de inserir uma parcela expressiva da nossa população no ambiente numérico da comunicação contemporânea e da vida econômica e financeira de nosso país. (ROSETTI, 2010, 2-5).

A matemática financeira é o estudo do dinheiro no tempo ao longo do tempo. Vale destacar que a maioria dos livros didáticos brasileiros disponíveis no mercado editorial aborda de forma tradicional o tema, com modelos e exercícios de pouca criatividade, utilizando um linguajar excludente, muito formalizado e com a aplicação direta de fórmulas. Visto desse modo, o sentido financeiro dos modelos matemáticos e financeiros não é tocado nem debatido com a preocupação necessária e política que tal ato assume, o que acaba prejudicando o entendimento prático das argumentações matemáticas e sobretudo na formação da cidadania. Conforme destaca o autor são incomuns os livros que procuram atrelar o tema ao estudo de funções matemáticas, tais como exponenciais e logarítmica, assim como o estudo de sequências matemáticas, tais como progressão geométrica e ainda, análises de gráficos que problematizam situações cotidianas do aluno.

Toda essa preocupação com o ensino da Matemática Financeira, nos fez refletir a respeito de como este conteúdo importantíssimo está sendo ministrado nas escolas brasileiras. Assim, realizamos uma pesquisa de cunho qualitativo que fez uso de um estudo de caso.

Nossa pesquisa buscou identificar se os conteúdos de Matemática Financeira têm sido abordados nos Ensino Fundamental e Médio. Também buscamos avaliar inclusive, em qual magnitude está sendo contemplado e ministrado tal assunto. A pesquisa está

Entendemos a Matemática Financeira como uma prática social e fomentadora para o desenvolvimento da cidadania. Desse modo estaria enraizada em um íntimo de crítica e em uma concepção de possibilidades que harmonizem aos cidadãos consumidores participarem, ativamente, no entendimento e na mudança dos contextos no qual estão inseridos. Entendida dessa forma a disciplina de Matemática Financeira transformar-se-ia em um item associado e propiciador da emancipação socioeconômica desses indivíduos.

Estamos inquietados em colaborar não somente com a oferta de informações sobre o funcionamento dos elementos financeiro-econômicos, tais como taxa de juros, simples e composto, prestações, cartões, empréstimos, etc, mas também e, principalmente, com a tomada da decisão de consumo dos indivíduos-consumidores,

2.1 PESQUISA COM OS PROFESSORES: CONTRIBUIÇÕES E REFLEXÕES SOBRE O ENSINO DE MATEMÁTICA FINANCEIRA

A busca de um problema para uma pesquisa científica é de fato o ponto de partida de qualquer trabalho acadêmico. A tentativa de entender, compreender e mensurar como é realizado o ensino da disciplina de Matemática Financeira, nos remetem aos muitos problemas encontrados com a formação dos professores do Brasil, sobretudo os de Matemática.

Para isso, apresentamos as questões que, no nosso entender profícuo, detalham a problemática desenvolvida e refletida como tema dessa pesquisa.

Realizamos entrevistas com os professores do Ensino Fundamental e Médio, da rede pública e privada, como identificamos, na maioria dos casos ocorrem nos dois tipos, em busca de compreender como se utilizam da Matemática Financeira em suas salas de aula, assim como até qual ponto de complexidade exercem sobre esse conteúdo.

Primeiramente buscamos detalhar quem são os participantes da pesquisa, denominados por nós de sujeitos da pesquisa. Após catalogar quem são os sujeitos envolvidos na pesquisa, identificando suas origens de formação acadêmica, seus locais de trabalho, assim como sua idade cronológica e tempo de experiência no magistério, procuramos identificar como ensinam a Matemática Financeira, para qual série/ano do Ensino Fundamental e Médio lecionam e até onde ministram aulas desse assunto, ou seja, até qual grau de complexidade atingem em suas aulas. Por fim campeamos identificar se os professores conseguem coligar quais são os pré-requisitos necessários para o aprendizado de Matemática Financeira.

2.2 OBJETIVOS DA PESQUISA

Identificar como e até onde está sendo ensinado o conteúdo de Matemática Financeira. Mais especificamente, visamos investigar aspectos relacionados à prática docente com relação ao ensino desse conteúdo. Assim, identificamos os seguintes tópicos de investigação:

1. Identificar o perfil dos sujeitos da pesquisa, tais como: idade cronológica; formação acadêmica; tempo de experiência no magistério; carga horária trabalhada na atividade de magistério; quais os tipos de rede de ensino trabalha (pública e/ou privada).
2. Conhecer se durante sua formação acadêmica o sujeito da pesquisa cursou a cadeira de Matemática Financeira.
3. Mapear em qual série trabalha com o conteúdo de Matemática Financeira.
4. Identificar se o sujeito da pesquisa apresenta conhecimento sobre quais são os pré-requisitos necessários para o estudo de Matemática Financeira.
5. Conhecer até qual grau de complexidade os sujeitos da pesquisa trabalham a Matemática Financeira.
6. Mapear se o conteúdo de Matemática Financeira é exigido nos currículos tradicionais das escolas onde trabalham: pública e/ou privada.

Assim, consideramos relevante conhecer quem são os professores que ministram aulas de Matemática em conteúdos de Financeira; como e onde lecionam esses conteúdos; até qual grau de complexidade ensinam para seus alunos da Educação Básica.

Depois de efetuarmos esses levantamentos da pesquisa, iremos propor uma aula sobre Matemática Financeira, enveredando pelos caminhos da capitalização e amortização de rendimentos, da qual julgamos mais apropriados para o mercado financeiro atual, tendo como pano de fundo, aquilo que outrora já foi discutido com relação a formação da cidadania.

2.3 AS HIPÓTESES

As hipóteses que direcionaram esta pesquisa foram as seguintes: os professores não ensinam Matemática Financeira, pois estes não tiveram essa disciplina durante a graduação em

Matemática; o ensino de Matemática Financeira não consta como currículo mínimo das escolas públicas e privadas; o ensino de Matemática Financeira não aborda os conhecimentos suficientes sobres as questões de Capitalização e Amortização de dívidas, essencial para o entendimento de nosso sistema de crédito de mercado; Os professores de matemática não sabem quais são os pré-requisitos básicos para estudos aprofundados de Matemática Financeira.

Através da pesquisa buscaremos respostas as hipótese por nós levantadas, que consideramos o foco dessa parte de nossa investigação sobre Matemática Financeira.

2.4 A METODOLOGIA DA INVESTIGAÇÃO

Esta pesquisa foi concebida como sendo de cunho qualitativo e faz uso de um estudo de caso. Inicialmente são indicados os pressupostos teóricos deste tipo de abordagem. Em seguida, são apresentados os sujeitos, o percurso, o procedimento, e os instrumentos de coleta de dados, tais como: questionário, registros documentais e entrevistas. Finalmente, explicita-se como as informações coletadas são analisadas.

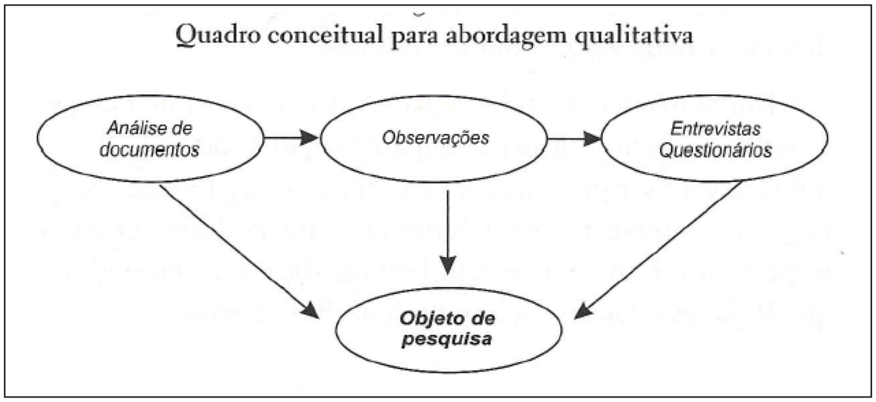
De acordo com Cevallos (2011) na pesquisa do tipo qualitativa, o pesquisador vai a campo no sentido de captar fenômenos em estudo a partir da perspectiva dos sujeitos de pesquisa nele envolvidos. Considerando todos os pontos de vista relevantes. Vários tipos de dados são coletados por meio de fontes diversificadas e analisados para que se entenda a dinâmica do fenômeno em estudo.

Vale destacar, ainda de acordo com Cevallos (2011), que as pesquisas na área de Educação Matemática, por suas características e natureza, requerem um tratamento de cunho qualitativo.

Caracterizamos nossa pesquisa como uma abordagem qualitativa conforme proposto por Oliveira (2007). A autora conceitua a pesquisa qualitativa como

> um processo de reflexão e análise da realidade através da utilização de métodos e técnicas para compreensão detalhada do objeto de estudo em seu contexto histórico e/ou segundo sua estruturação (OLIVEIRA, 2007, p. 37).

Oliveira (2007) aponta para a importância de conhecer o contexto histórico por meio da análise de documentos, observações sistemáticas, realização de entrevistas e aplicação de questionários, conforme podemos observar no quadro conceitual a seguir:



Fonte: Oliveira (2007, p. 38).

De acordo com o autor, todos os fatos, fenômenos observados e dados da pesquisa qualitativa são relevantes e significativos, dentre eles podemos destacar as entrevista em questionários.

Para descrever e explicitar fenômenos através de empregos de métodos qualitativos, a pesquisa social tem sido marcada fortemente por esta opção de estudos. Hoje em dia, porém, podemos identificar outra formas de abordagem de pesquisa que se tem mostrado promissora: a pesquisa qualitativa. De acordo com Neves (1996), a pesquisa qualitativa surgiu inicialmente no selo da Antropologia e da Sociologia. Nos últimos 30 anos, esse tipo de pesquisa ganhou espaço em áreas como a Psicologia, a Educação e a Administração de Empresas.

Antes de definirmos pesquisa qualitativa, achamos que seria de grande valia determinar o que é pesquisa de uma forma geral. Para isso, amparamo-nos na concepção de pesquisa na visão de Kestring (2001), que faz a seguinte pergunta: o que é pesquisa?

> [...] Fazer pesquisa é defender uma idéia, fundamentando-a com bibliografias. Conforme o assunto, consultar através de questionários pessoas relacionadas ao mesmo para mostrar através de gráficos as análises e interpretação dos resultados obtidos com a pesquisa. Pois, observa-se que a pesquisa não é neutra, baseando-se em coleta, análise e interpretação dos dados. É neste tratamento de investigação dos pensamentos e ações que se busca um determinado conhecimento [...] Fazer pesquisa é crescer profissionalmente e adquirir conhecimento [...] a produção científica é uma das atividades mais importantes para o alcance da qualidade e da eficiência

> universitária. Para muitos, como também em muitos ambientes, ciências é algo estranho e inatingível [...] (KESTRING, 2001, p.81).

Gil (2002), define pesquisa como um procedimento racional e sistemático que tem como objetivo proporcionar respostas aos problemas que são propostos. A pesquisa é desenvolvida mediante o concurso dos conhecimentos disponíveis e a utilização cuidadosa de métodos, técnicas e outros procedimentos científicos.

Ainda de acordo com Gil (2002), as diferentes áreas do conhecimento proporcionam também diferentes formas de elaboração de suas ações metodológicas. Para ele, pesquisa é um termo muito vasto, de difícil compreensão e seria tomado muito tempo de estudo e dedicação para sua compreensão total.

Para muitos autores, a problematização e a construção de hipóteses são características que definem qual tipo de pesquisa se está delineando, levando-se em conta as condições e possibilidades para que o pesquisador realize seu trabalho.

Segundo Luna (2003), independentemente da natureza do problema, o referencial teórico ou a metodologia adotada, a caracterização de uma pesquisa se dá pelo preenchimento dos seguintes requisitos:

> 1) a formulação de um problema de pesquisa, isto é, de um conjunto de perguntas que se pretende responder, e cujas respostas mostrem-se novas e relevantes teóricas e/ou socialmente; 2) a determinação das informações necessárias para encaminhar as respostas às perguntas feitas; 3) a seleção das melhores fontes dessas informações; 4) a definição de um conjunto de ações que produzam essas informações; 5) a seleção de um sistema para tratamento dessas informações; 6) o uso de um sistema teórico para sua interpretação; 7) a produção de respostas às perguntas formuladas pelo problema; 8) a indicação do grau de confiabilidade das respostas obtidas [...]; 9) finalmente, a indicação da generalidade dos resultados, isto é, a extensão dos resultados obtidos.” (LUNA, 2003, p. 16-17).

Vamos agora apresentar nossa justificativa para uso do tipo de pesquisa qualitativa. De acordo com Neves (1996) onde relata a seguinte ponderação: “[...] a pesquisa qualitativa costuma ser direcionada, ao longo de seu desenvolvimento; além disso, não busca enumerar ou medir eventos e, geralmente, não emprega instrumental estatístico para análise de dados [...]” (NEVES, 1996, p.1). Em consenso com o autor, observamos que o centro de interesse de uma pesquisa qualitativa é bastante amplo e parte de uma visão diferenciada daquela adotada pelos métodos quantitativos. Entendemos ainda que nesse tipo de pesquisa, o investigador entra em contato direto com o objeto de estudo, para obtenção de dados, através de questionários de pesquisas e entrevistas.

Godoy (1995, p. 62), relata que os estudos em pesquisa quantitativa diferem entre si de acordo com o método, a forma e os objetivos utilizados na pesquisa. O autor ressalta ainda que existem diferentes formas de trabalhos qualitativos e descreve um conjunto de características para identificar uma pesquisa desse tipo, a saber:

> 1) O ambiente natural como fonte direta de dados e o pesquisador como instrumento fundamental; 2) O caráter descritivo; 3) O significado que as pessoas dão às coisas e à sua vida como preocupação do investigador; 4) Enfoque indutivo.

O autor aponta ainda a existência de três diferentes formas que distinguem uma abordagem numa pesquisa qualitativa: a pesquisa documental, o estudo de caso e a etnografia.

Em pesquisa documental, o autor afirma que é composta pela análise em documentos que ainda não receberam um tratamento específico ou que podem ser reexaminados com vistas cientificas a uma nova interpretação ou complementar. Alem disso, os documentos são uma fonte propícia para o estudo de longos períodos de tempo.

Já o estudo de caso, Godoy (1995) afirma que, por seu turno, é a apreciação intensa de uma unidade de estudo. No entender do autor, aponta o exame particularizado de um ambiente, de um sujeito ou de uma situação em especial. É amplamente utilizado em estudos que se dedicam a analisar eventos sobre os quais a possibilidade de controle é reduzida, ou quando os fenômenos analisados são atuais e só fazem sentido dentro de um contexto específico.

O estudo de caso, como abordagem de pesquisa, consiste na observação detalhada de um contexto, levando em consideração suas particularidades e complexidades, para que se tenha a compreensão de circunstâncias importantes.

Porém, há alguns entraves nesse método de pesquisa. Um deles, destacados por Neves (1996), é a tarefa de coletar e analisar os dados é extremamente trabalhosa e tradicionalmente individual. Além disso, costuma ser grande as exigências de tempo necessário para registrar os dados, organizá-los, codificá-los e fazer a análise.

Compreender e interpretar fenômenos, a partir de seus significados e contexto são tarefas importantíssima e sempre presentes na produção do conhecimento. O que contribui para que percebamos vantagem no emprego de um ou outro método que auxiliem a ter uma visão mais abrangente dos problemas, supõem contato direto com o objeto de análise e fornecem um enfoque diferenciado para a compreensão da realidade, são decisivos para qualquer estudo e pesquisa científica.

Nossa investigação contou com uma pesquisa documental e um estudo de caso: pesquisa realizada através de um questionário semi estruturado, composto de questões objetivas e questões abertas (discursivas).

Nessas questões buscamos informações sobre idade cronológica, formação acadêmica, tempo semanal de dedicação ao magistério, tempo de experiência como professor de matemática. Ainda procuramos levantar dados a respeito de local de trabalho no magistério, onde o entrevistado deveria responder as opções de pública, privada ou ambas; perguntamos também a cerca de o entrevistado ter tido a oportunidade de estudar Matemática Financeira ao longo de sua graduação em Matemática. Indagamos também se o sujeito da pesquisa ministra o conteúdo de Matemática Financeira e, em qual segmento: fundamental ou médio, bem como os pré-requisitos necessários ao estudo desse conteúdo.

A partir das questões norteadoras da pesquisa, bem como o referencial teórico adotado acerca da temática em questão, procurou-se definir alguns elementos, tais como, critérios, parâmetros, moldes exemplos, que possibilitassem uma análise mais aprofundada do tema. Esses elementos foram úteis, uma vez que orientaram e circunscreveram a estratégia de pesquisa escolhida.

2.5 ANÁLISE DOS DADOS DA PESQUISA: CONTRIBUIÇÕES E REFLEXÕES

Para iniciarmos o tópico sobre a análise dos dados, seria útil identificarmos quem são os sujeitos participantes da pesquisa. Estes são professores de matemática, que residem e atuam profissionalmente no Estado do Rio de Janeiro. São professores que estão participando do programa de Mestrado Profissional de Matemática em Rede Nacional, promovido pela Sociedade Brasileira de Matemática – SBM, em conjunto com a CAPES[1] e tutorado pela Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro – UFRRJ.

---

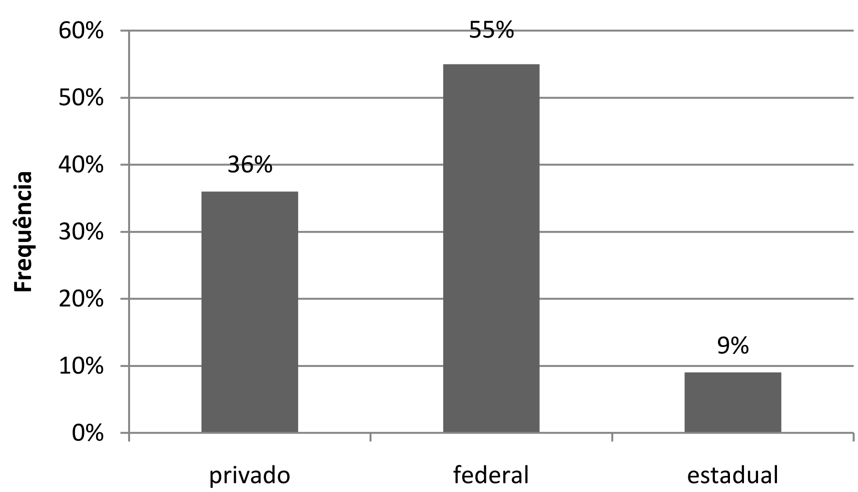
[1] A Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes), fundação do Ministério da Educação (MEC), desempenha papel fundamental na expansão e consolidação da pós-graduação stricto sensu (mestrado e

O questionário foi respondido por 33 professores freqüentes ao curso acima citado.

Vamos a análise dos dados: os sujeitos da pesquisa apresentam uma média de idade cronológica de 35 anos, sendo que o mais novo possui 24 anos e o mais velho 58 anos.

Quando perguntado sobre em qual Instituição de Ensino Superior obteve sua Formação Acadêmica, obtivemos as seguintes respostas catalogadas na forma de gráfico de barras a seguir:

Figura 1: Tipo de Formação Acadêmica – Graduação em Matemática.



Fonte: dados da pesquisa (2012)

doutorado) em todos os estados da Federação. Em 2007, passou também a atuar na formação de professores da educação básica ampliando o alcance de suas ações na formação de pessoal qualificado no Brasil e no exterior. A Capes tem sido decisiva para os êxitos alcançados pelo sistema nacional de pós-graduação, tanto no que diz respeito à consolidação do quadro atual, como na construção das mudanças que o avanço do conhecimento e as demandas da sociedade exigem. O sistema de avaliação, continuamente aperfeiçoado, serve de instrumento para a comunidade universitária na busca de um padrão de excelência acadêmica para os mestrados e doutorados nacionais. Os resultados da avaliação servem de base para a formulação de políticas para a área de pós-graduação, bem como para o dimensionamento das ações de fomento (bolsas de estudo, auxílios, apoios).

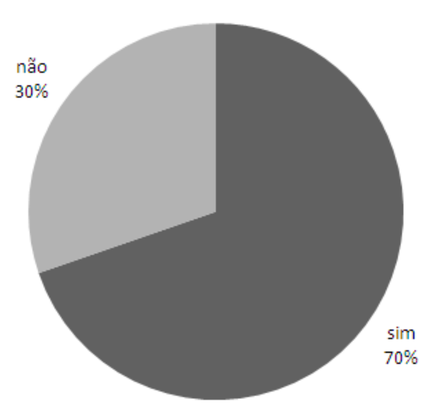
Podemos observar após análise dos dados que a maioria dos sujeitos da pesquisa, 55%, realizaram seu curso de formação em Matemática numa Instituição de Ensino Superior Pública Federal, 36% concluíram numa Instituição Privada contra 9% em Instituição Estadual. Se analisarmos esses dados, podemos concluir que 64% dos entrevistados concluíram seus estudos de graduação numa Instituição de Ensino Superior Pública, que, de acordo com Pagotti e Assis (2001) indicam uma maior qualidade de formação acadêmica já que:

> [...] Este ensino justaposto foi recortado pelo MEC em 1996 e apresentado um novo modelo de organização que criou as: **faculdades** cujo objetivo é o ensino, que fatalmente recairá no reprodutivismo, tão criticado nas décadas de setenta e oitenta; os **centros universitários** que gozam de maior autonomia que as faculdades, objetivam a "excelência do ensino" e devem apresentar alguns programas de pesquisa; e as **universidades,** que têm autonomia para o ensino e a pesquisa mas, concretamente, não dispõem de verbas para o desenvolvimento científico.
>
> Este é o panorama geral e dentro dele encontra-se <u>um pequeno número de instituições públicas de ensino e pesquisa, que na sua história conseguiram montar uma razoável infra -estrutura, manter professores titulados e produzir qualidade</u>. Elas têm lutado por financiamentos externos e parcerias para sobreviver, e assim evitar cair no mesmo padrão das demais que têm se ajustado à reforma. (p. 5)**(sublinhado nosso)**.

Por esses motivos destacados, acreditamos que esses fatos apresentados, cremos que estamos lidando com sujeitos de formação acadêmica de qualidade, visto também que esses, são alunos de um curso Profissional de Mestrado, conforme já citado acima, sendo todos, bolsistas CAPES, o que elevaria ainda mais a qualidade dos professores-alunos em questão.

Nossa investigação ainda apontou que 70% dos sujeitos da pesquisa realizaram curso de especialização (pós-graduação *lato sensu*), conforme evidenciamos com o gráfico a seguir.

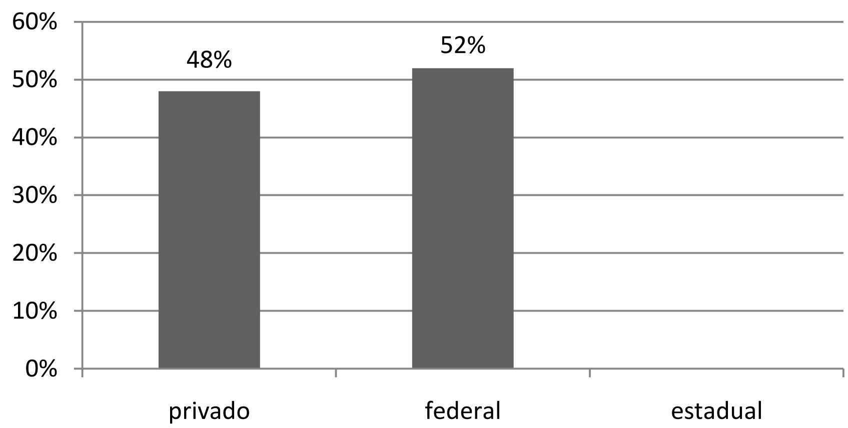
Figura 2: Sujeitos da pesquisa com relação a possuir pós-graduação *(lato sensu).*



Fonte: dados da pesquisa (2012)

Ainda sobre a pós-graduação desse sujeito da pesquisa, perguntamos se esta foi realizada numa Instituição de Ensino Superior Federal, Estadual ou Privada? Após análise dos dados podemos construir o gráfico a seguir:

Figura 3: Tipo de Instituição onde realizou
a Pós-Graduação *(Lato Sensu).*

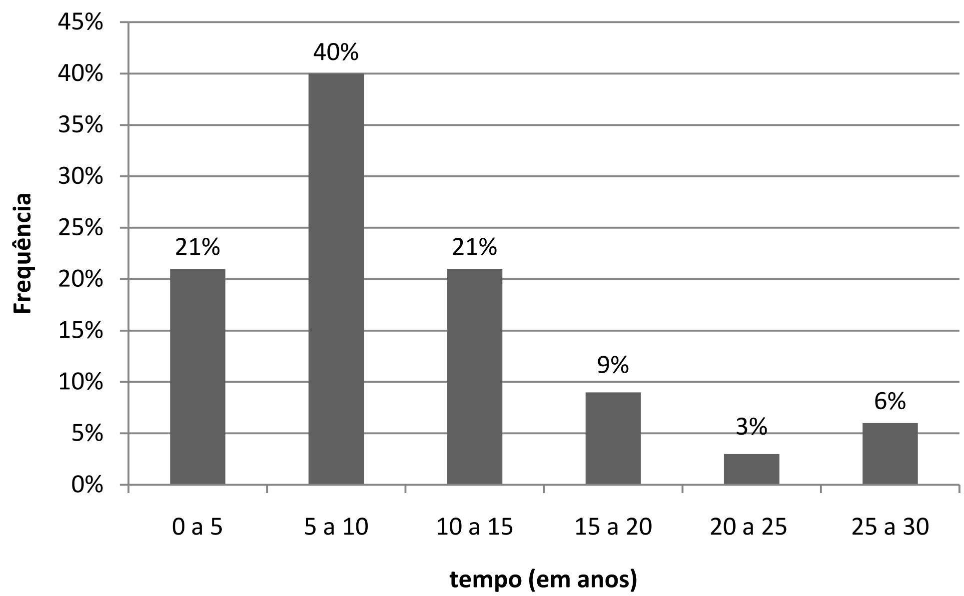


Fonte: dados da pesquisa (2012)

Podemos notar que 52% dos entrevistados realizaram seus estudos de pós-graduação *Lato Sensu* numa Instituição de Ensino Superior Público, confirmando mais uma vez de que estamos pesquisando dentro de um grupo seleto de professores, com um bom grau de instrução e formação.

Após análise dos dados podemos constatar que o tempo de experiência no magistério apontado pelos resultados são: cerca de 21% dos sujeitos da pesquisa estão no intervalo de 0 a 5 anos de experiência no magistério, no entanto, a maioria dos participantes, cerca de 40% dos entrevistados se encontram no intervalo de 5 a 10 anos de experiência. Podemos observar também que 21% dos sujeitos da pesquisa estão com experiência entre 10 e 15 anos (situação no qual me encontro). Ainda constatamos que 9%, 3% e 6% dos entrevistados se encontram no intervalo de experiência no magistério entre 15 a 20 anos, 20 a 25 anos e 25 a 30 anos, respectivamente. Situação apresentada e descrita no gráfico abaixo.

Figura 4: Tempo de Experiência no magistério



Fonte: dados da pesquisa (2012).

De acordo com Gonçalves (2009), que apresenta em seu estudo as fases da carreira profissional do professor, tendo como critério o tempo de atividade docente, Figura 4. O autor identifica que com dezessete anos de atividade no magistério, o professor está numa fase de serenidade, reflexão e satisfação pessoal.

> [...] a quarta fase situa-se entre os 15 e os 22 anos da carreira, caracterizando-se, tal como a sua designação expressa, por uma "acalmia" distendida, fruto não propriamente de uma quebra no entusiasmo profissional da etapa anterior, mas, sobretudo, por um "distanciamento afectivo" e por uma capacidade de reflexão e ponderação, determinadas tanto por um processo de "reinteriorização" como pela experiência.
> O sentimento dominante é, nesta altura, a satisfação pessoal por saber "o que se está a fazer", na convicção de que "se faz bem", o que, por vezes, já não será alheio a um certo "conservadorismo. (GONÇALVES, 2009, p. 26)

Podemos analisar que a quarta fase, como destaca o autor, contém a média etária dos sujeitos da pesquisa. Nessa fase, verificamos que o professor se encontra com uma maior capacidade de reflexão e ponderação em relação a sua profissão. Notamos também que, o professor está com um sentimento de satisfação pessoal elevado, por conta disso, entendemos que há busca por um aprimoramento profissional também.

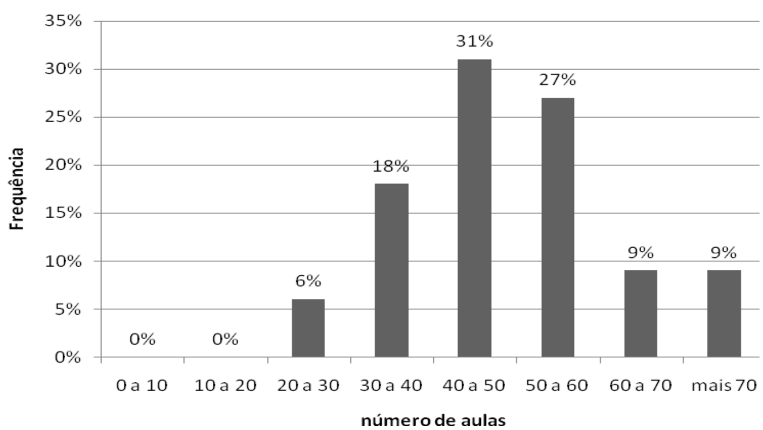
Com quinze anos de experiência o professor passa, ainda de acordo com o autor, por uma fase de divergência em sua carreira. Esta divergência afeta diretamente sua profissão, ou ele busca aprimoramento profissional, entendendo que é uma questão de necessidade, ou ele cai em completo descrédito para com sua profissão, faltando entusiasmo, alegando cansaço, deixando-se cair na rotina.

> [...] É esta "divergência" que leva umas a continuarem a investir, de forma empenhada e entusiástica, na carreira, procurando uma cada vez maior valorização profissional, enquanto outras, pelo contrário, se alheiam, alegando "cansaço" e "saturação", deixando-se, mesmo, cair na rotina. (GONÇALVES, 2009, p. 26).

Podemos, dessa forma, buscar entender algumas das motivações que levam o professor de Matemática da Educação Básica a buscar um curso de Mestrado Profissional em Matemática.

Com relação a pergunta sobre a carga horária semanal dedicada ao magistério, após análise dos dados podemos configurar o gráfico a seguir:

Figura 5: Número de aulas semanais trabalhadas.



Fonte: dados da pesquisa (2012).

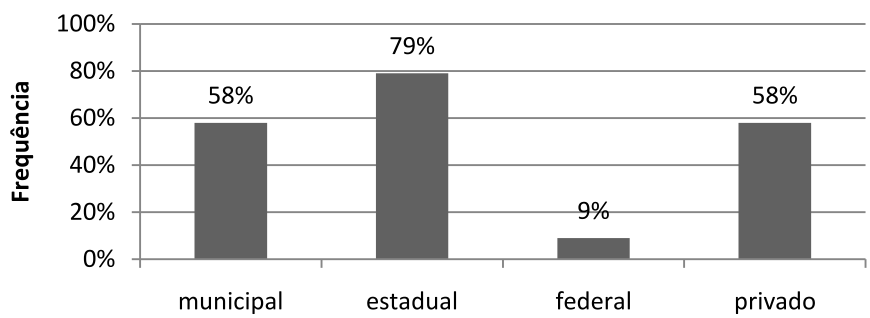
Após construção do gráfico, podemos observar que a maioria dos entrevistados, cerca de 76% lecionam mais de 40 aulas semanais, ou seja, mais que a carga horária estabelecida pela Leis Trabalhistas – CLT e na própria Constituição Federal de 1988[2]. Os dados também apontam

[2] CLT – Consolidação das Leis do Trabalho é a legislação que rege as relações de trabalho, individuais ou coletivas. Seu objetivo é unificar todas as leis trabalhistas praticadas no País. Todos os empregados registrados em carteira são chamados "celetistas". Além desses profissionais, existem também os que trabalham como pessoa jurídica, os profissionais autônomos e os **servidores públicos estatutários**. A CLT foi consequência da criação da Justiça do Trabalho, em 1939. Três anos depois, em janeiro, de 1942, o ministro do trabalho Alexandre Marcondes Filho e o presidente Getúlio Vargas começaram o trabalho de reunir e consolidar as leis da época. O projeto final foi assinado em 1º de maio de 1943. A Constituição Federal de 1988, em seu art. 7º, XIII, também regulamenta a carga horária ao limite de 44 horas semanais. (grifo meu)

que cerca de 18 % dos sujeitos da pesquisa trabalham mais que 60 horas/aulas por semana. Tavares (2007) observa que a profissão de professor é uma das mais estressantes devido às longas jornadas de trabalho, que começa logo cedo pela manhã, chegando até a noite. Por conta dessa correria o professor é forçado a desrespeitar os horários habituais, perdendo horas de sono, alimentando-se mal e não usufruindo de momentos de lazer. Esses fatores aliados às exigências de concentração para as tarefas realizadas muitas vezes faz do seu trabalho uma ameaça à sua integridade física e mental, comprometendo dessa forma sua qualidade de vida[3].

Quando perguntado sobre em quais locais leciona, em relação a rede pública municipal, estadual ou federal ou mesmo rede particular de ensino, obtivemos os seguintes resultados descritos no gráfico a seguir:

Figura 6: Local de trabalho (magistério)



Fonte: dados da pesquisa (2012).

Com relação a análise dos dados da pesquisa, deixamos uma observação: os professores entrevistados possuem mais de um vínculo empregatício, por isso, nossa contagem extrapola os 100%. Após análise dos dados expostos no gráfico, podemos observar que a maioria dos sujeitos da pesquisa lecionam na rede Estadual de Ensino, cerca de 79% contra 58% no municipal e privado. Observamos ainda uma taxa de 9% de professores no ensino Federal.

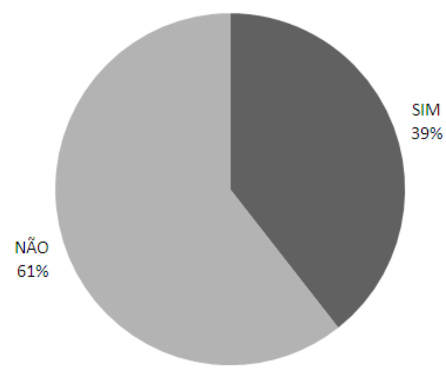
---

[3] Para a Organização Mundial de saúde – OMS (1994), qualidade de vida "é a percepção do individuo, de sua posição na vida, no contexto da cultura e do sistema de valores nos quais ele vive e em relação às suas metas, expectativas, padrões e interesses."
Para Goulart e Sampaio (2004, p.31) a qualidade de vida é "a maneira pela qual o indivíduo interage (com sua individualidade e subjetividade) com o mundo externo; portanto, a maneira como o individuo é influenciado e influencia"

Ainda sobre a pergunta anterior, podemos constatar que 39% dos entrevistados atuam apenas no serviço público e que nenhum deles atuam somente no setor privado. Do total, 61% atuam em ambos os setores, público e privado. Daqueles que trabalham apenas no serviço público temos que 8% lecionam na rede Estadual, 31% no Município e 8% na rede Federal.

Com relação a pergunta sobre ter cursado a disciplina de Matemática Financeira durante a graduação obtivemos as seguintes respostas detalhadas no gráfico a seguir:

Figura 7: Cursou a disciplina de Matemática Financeira durante a graduação?



Fonte: dados da pesquisa (2012).

Analisando o gráfico podemos observar que a maioria dos entrevistados, 61%, não estudou Matemática Financeira durante seus cursos de graduação. Relacionando esses dados com a natureza da Instituição de Ensino Superior – IES onde os sujeitos da pesquisa receberam sua formação acadêmica, observamos que, daqueles 39% que responderam sim a essa pergunta, 46% estudaram numa IES Federal, 46% estudaram numa IES Privada e 8% numa Estadual.

Esses dados revelam como o ensino de Matemática Financeira está desvinculado da realidade de nossos cursos de graduação em Matemática (Licenciatura). Sessenta e um por cento de nossos entrevistados responderam que não tiveram esse conteúdo durante a graduação. Em quanto estamos discutindo exatamente o contrário, da importância do ensino de Matemática Financeira na Educação Básica. Isso vai de encontro com aquilo que já havíamos conjecturado, que o ensino dessa cadeira é precário devido a uma série de fatores e, nossa pesquisa está apontando que um desses fatores é a formação do professor de Matemática, como destaca Lima e Sá (2010, p.10) “Atualmente os professores de Matemática têm enfrentado grandes desafios para introduzir o estudo da Matemática Financeira no Ensino Fundamental ou até mesmo no Ensino

Médio. Os motivos são muitos, passando por formação, currículos e livros didáticos inadequados".

Vale destacar que nosso pensamento está de acordo com vários autores, conforme já demonstrado no capítulo anterior e reforçado nesse momento:

> Considero que a abordagem de conteúdos de Matemática Financeira no Ensino Médio pode contribuir com a formação matemática deste nível de aluno, bem como capacitá-lo para entender o mundo em que vive, tornando-o mais crítico ao assistir a um noticiário, ao ingressar no mundo do trabalho, ao consumir, ao cobrar seus direitos e analisar seus deveres. É sob esta perspectiva que considero que o estudo em questão contém uma dimensão sócio-política-pedagógica, pois além de propor a formação cidadãcrítica do aluno, também teve a pretensão de deixar fluir questionamentos e debates, além de analisar as mudanças ocorridas na sala de aula ao se propor um trabalho diferenciado com a Matemática Financeira. (ALMEIDA, 2004, p.5)

Podemos observar que o autor defende o ensino de Matemática Financeira, sob a óptica e importância de formação sócio-política-pedagógica e cidadania. Alem disso, ressalta o autor, que a Matemática Financeira contribui de forma significativa para que o aluno entenda melhor as relações existentes entre mercado de consumo, tornando-o mais crítico ao efetuar compras e ao ingressar no mundo do trabalho.

O autor dinamarquês Ole Skovsmose pesquisador da área denominada como Educação Matemática Crítica[4], defende bem a utilização das questões de Matemática Financeira na Educação Básica, como propulsor da criticidade e construção da cidadania.

> [...] as questões econômicas por trás das fórmulas matemáticas e os problemas matemáticos, devem ter significado para o aluno e estarem relacionados a processos importantes da sociedade. Assim, o aluno tem um comprometimento social e político, pois identifica o que de fato é relevante no seu meio cultural. (SKOVSMOSE, 2008, p.25)

[4] Ao estabelecer um quadro referencial para a Educação Matemática, Skovsmose (2001) identifica três vertentes didático-pedagógicas predominantes: estruturalismo, pragmatismo e orientação-ao-processo. No **estruturalismo** o conhecimento dos estudantes deve ser construído a partir de estruturas e conteúdos definidos independentemente dos alunos. Com relação à Matemática, sua estrutura conceitual constitui o currículo que é linearmente repassado aos alunos. No **pragmatismo** entende-se que a essência da Matemática está em suas aplicações; portanto, fora das estruturas matemáticas, sendo uma vertente orientada a problemas. Na **orientação-ao-processo**, a essência da Matemática está nos processos de pensamento, na capacidade da reinvenção. Compreendendo a Matemática como uma atividade humana, valoriza os processos de pensamento que conduzem aos conceitos matemáticos.

Outro autor que defende bastante a idéia de ensino da Matemática Financeira em seus estudos é o Professor Ilydio Pereira Sá[5] (UERJ) como podemos observar em seu artigo publicado na Revista Eletrônica – TCCEN[6] da Universidade Severino Sombra – USS.

> A Matemática Financeira pode servir de alerta para todos os consumidores. Sabemos que muitas vezes somos vítimas de fraudes ou propaganda enganosa unicamente por falta de informação e conhecimento matemático adequado [...] Acreditamos que tal formação ajudaria a diminuir as gritantes diferenças sociais existentes em nosso país. Evitaria que os cidadãos fossem ludibriados, auxiliaria na defesa de seus direitos de consumidor e trabalhador, exatamente como defendem Ubiratan D'Ambrosio e Ole Skovsmose (Educação Matemática Crítica: a questão da democracia, 2008 e Educação Crítica: Incerteza, Matemática, Responsabilidade, 2008), na linha denominada Educação Matemática Crítica. (LIMA e SÁ, 2010, p.2).

De acordo com os autores, defendemos também a utilização da Matemática Financeira como forma de promover a cidadania, gerando nesse sentido ajuda e evitando que os cidadãos fossem iludidos e enganados em relação a aquisição de bens de consumo via transações comerciais e financeiras.

Sá (2012) em sua tese de doutorado investigou se a Matemática Financeira consta das matrizes curriculares dos cursos de Licenciaturas em Matemática. Relata o autor que a pesquisa foi realizada com 90 Instituições de Ensino Superior – IES, dessas, 83 foram avaliadas pelo

---

[5] **Ilydio Pereira de Sá** é professor carioca que se dedica há cerca de 40 anos ao ensino de Matemática e Estatística no Ensino Fundamental, Médio e Superior. Tem atuado também no preparo de candidatos aos diversos concursos públicos do País. É Doutor em Educação Matemática (Universidade Bandeirante de São Paulo – UNIBAN) cujo tema da tese: A Educação Matemática Crítica e a Matemática Financeira na Formação de Professores, **orientado pelo Professor Doutor Ubiratan D'Ambrosio**, Mestre em Educação Matemática (Universidade Santa Úrsula, USU – RJ) e Licenciado em Matemática (Universidade do Estado do Rio de Janeiro – UERJ). Autor de diversos livros: "Matemática Comercial e Financeira na Educação Básica" (Para Educadores Matemáticos), 2005, pela Editora Sotese; "A Magia da Matemática: Atividades Investigativas, Curiosidades e Histórias da Matemática", 2007, "Raciocínio Lógico para Concursos e Formação de Professores",2008, "Curso Básico de Matemática Comercial e Financeira", 2008, e "Curso de Análise Combinatória: Aprendendo com a Resolução de Problemas" (co-autor), 2009 e "Matemática Financeira para Educadores Críticos, 2011, todos pela Editora Ciência Moderna.

[6] A Revista Eletrônica - TECCEN da Universidade Severino Sombra – USS é um espaço voltado para divulgação de artigos científicos, tutoriais e resultados de pesquisas de caráter multidisciplinar envolvendo as áreas de Ciências Exatas e da Terra, Ciências Biológicas, Engenharias, Ciências Agrárias e Multidisciplinar. A qualidade dos artigos é prioridade desde a primeira edição da Revista, com a avaliação dos mesmos efetuada através do processo de double blind review. A Revista tem periodicidade quadrimestral e encontra-se listada nos seguintes diretórios e indexadores: Sumários.org (Brasil) e Portal LivRe! (Brasil) e Diadorim (Brasil). A Revista oferece acesso livre ao seu conteúdo acreditando em um conhecimento sem fronteiras e democratizado. ISSN 1984-0993.

Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP) e sete IESs Federais do eixo Rio-São Paulo. A Pesquisa apontou que:

> Por meio da análise levada a efeito nos cursos de Matemática Financeira de algumas IESs, públicas ou privadas, constatou-se que essa disciplina, em geral, não é ministrada de forma específica para futuros professores de Matemática. Muitas vezes, as aulas são compartilhadas com alunos de outros cursos; os livros adotados são os mesmos utilizados em áreas como Economia ou Administração de Empresas; os ministrantes desses cursos não possuem formação de Licenciatura em Matemática; não se identificou, também, preocupação em relacionar a Matemática Financeira ao cotidiano das pessoas e com os conteúdos da Matemática Básica, que o futuro professor está se preparando para ministrar.
>
> Cabe ainda destacar que a amostra de estudo contém cinco IESs privadas, onde a disciplina Matemática Financeira é obrigatória, e uma IES pública federal, na qual a disciplina é optativa. As outras IESs públicas que poderiam compor essa amostra não apresentavam a disciplina Matemática Financeira em suas matrizes [...]. (SÁ, 2012, p. 80)

O autor (*op. cit*.) enfatiza ainda que “A não inclusão da disciplina Matemática Financeira nos cursos de Licenciatura em Matemática produz reflexos indesejáveis na formação dos professores para a Escola Básica, onde se identifica, com maior preocupação, a falta de preparo dos professores em Matemática Financeira” (p. 81)

D'Ambrosio (2005) ressalta a importância do ensino de Matemática Financeira na Educação Básica como forma de uma etnomatemática[7] da sociedade consumista e capitalista na qual estamos inseridos.

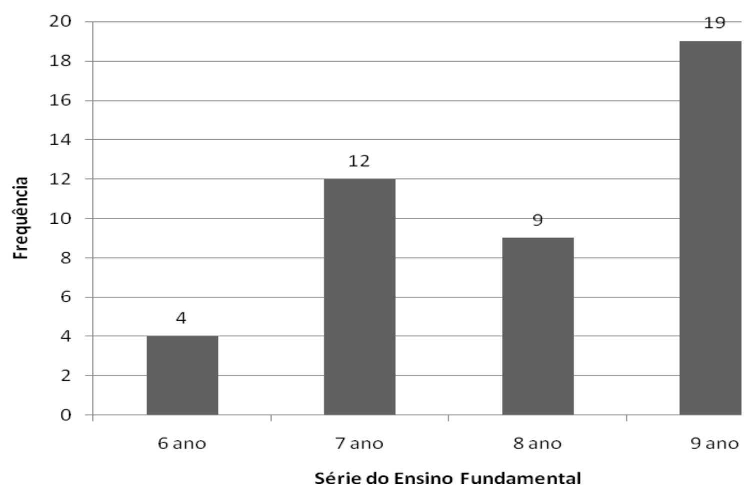
> [...] A utilização do cotidiano das compras para ensinar matemática revela práticas apreendidas fora do ambiente escolar, uma verdadeira etnomatemática do comércio. Um importante componente da etnomatemática é possibilitar uma visão crítica da realidade, utilizando instrumentos de natureza matemática. Análise comparativa de preços, de contas, de orçamento, proporciona excelente material pedagógico (D’AMBROSIO, 2005, p. 23).

---

[7] A **etnomatemática** surgiu na década de 1970, com base em críticas sociais acerca do ensino tradicional da matemática, como a análise das práticas matemáticas em seus diferentes contextos culturais. A palavra foi cunhada da junção dos termos *techné*, *mátema* e *etno*. Segundo Ubiratan D'Ambrósio o Programa Etnomatemática "tem seu comportamento alimentado pela aquisição de conhecimento, de fazer(es) e de saber(es) que lhes permitam sobreviver e transcender, através de maneiras, de modos, de técnicas, de artes (*techné* ou 'ticas') de explicar, de conhecer, de entender, de lidar com, de conviver com (*mátema*) a realidade natural e sociocultural (*etno*) na qual ele, homem, está inserido."

Vamos agora analisar a questão do questionário de pesquisa que indaga sobre em qual série o professor ensina Matemática Financeira. Após análise dos dados podemos construir os gráficos a seguir. As respostas foram divididas em dois grupos: Ensino Fundamental e Médio.

Figura 8: Em qual série do Ensino Fundamental
leciona Matemática Financeira?

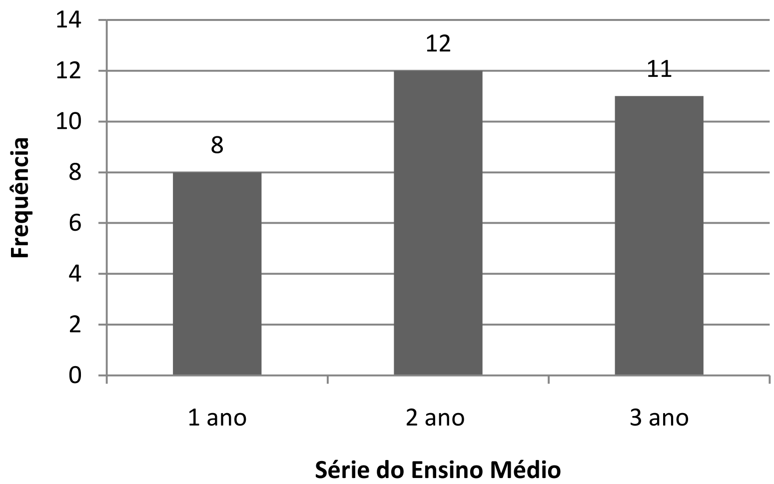


Fonte: dados da pesquisa (2012).

Os dados somam mais do que a quantidade pesquisada, pois os entrevistados puderam responder que ensinam Matemática Financeira em mais de uma série, sem maiores problemas para efeitos da pesquisa. Sendo assim, observamos que a maioria das respostas se deram no nono ano do Ensino Fundamental, mas com uma boa porcentagem também no sétimo ano. Dividindo o Fundamental em ciclos, como os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCNs orientam, tendo 6º e 7 º anos como terceiro ciclo e 8º e 9º anos como quarto e último ciclo dessa etapa de ensino, constatamos que nossos dados de pesquisa indicam uma boa localização do ensino de financeira para esses ciclos, pois os PCNs apontam que: “[...] Resolução de situações-problema que envolvem a idéia de proporcionalidade, incluindo os cálculos com porcentagens, pelo uso de estratégias não-convencionais”. (BRASIL, PCN, 1998, p.72) devem aparecer no terceiro ciclo do Fundamental, com alunos de idades entre 11 e 12 anos e, “[...] Resolução de situações-problema que envolvem juros simples e alguns casos de juros compostos, construindo estratégias variadas, particularmente as que fazem uso de calculadora”. (BRASIL, PCN, 1998, p.87) para o quarto e último ciclo do Fundamental.

Após analise dos dados da pesquisa com relação ao ensino de Matemática Financeira no Ensino Médio, podemos construir o gráfico a seguir e dele extrair algumas conclusões.

Figura 9: Em qual série do Ensino Médio
leciona Matemática Financeira?

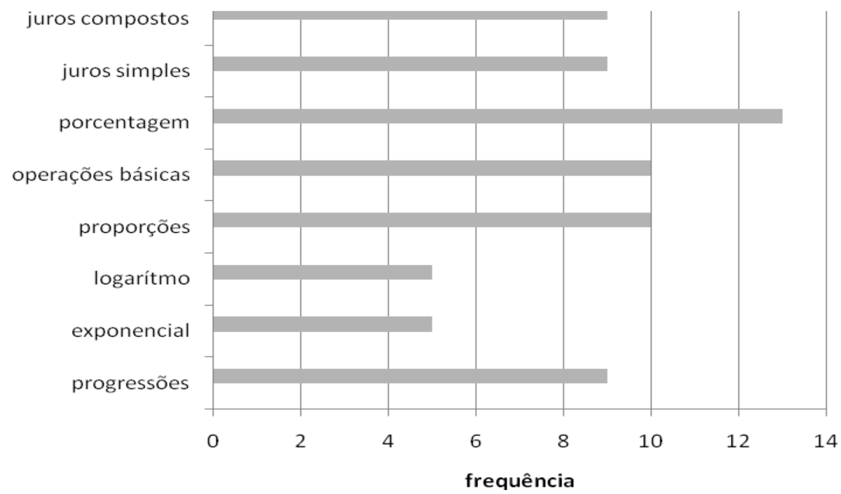


Fonte: dados da pesquisa (2012).

Observamos que o ensino de Matemática Financeira ocorre principalmente no segundo ano do Ensino Médio. Os PCNs não dividem o Ensino Médio em séries ou ciclos, apenas objetivam os conteúdos de Matemática para essa etapa inteira. Analisando então pelos livros didáticos de Matemática no Ensino Médio e comparando pela definição de Matemática Financeira dada por Lima (2006, p. 44) "[...] uma das importantes aplicações de progressões geométricas é a Matemática Financeira. A operação básica da matemática financeira é a operação de empréstimo [...]" vimos que este tópico realmente deve aparecer no segundo ano do ensino médio, como indica nossa pesquisa.

Com relação à questão sobre quais pré-requisitos o professor sujeito da pesquisa julga importante para o aprendizado de Matemática Financeira e, após análise dos dados podemos construir o gráfico a seguir.

Figura 10: Pré-requisitos para o aprendizado
de Matemática Financeira.

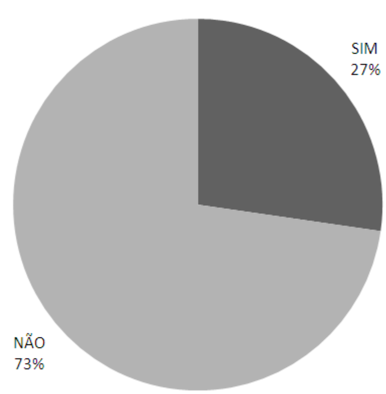


Fonte: dados da pesquisa (2012).

Podemos observar que os tópicos mais aceitos como pré-requisitos pelos entrevistados foram porcentagem, operações básicas e proporções. Há um número relativamente baixo para citação de progressões geométricas, visto que a Matemática Financeira é uma conseqüência do estudo desse tópico conforme orienta Lima (2006, p. 44) acima citado.

Quando levantamos e apuramos os dados com relação ao sujeito da pesquisa ter citado progressão geométrica em sua resposta, construímos o gráfico de setores a seguir:

Figura 11: Relatou Progressão Geométrica como
pré-requisito para Matemática Financeira.

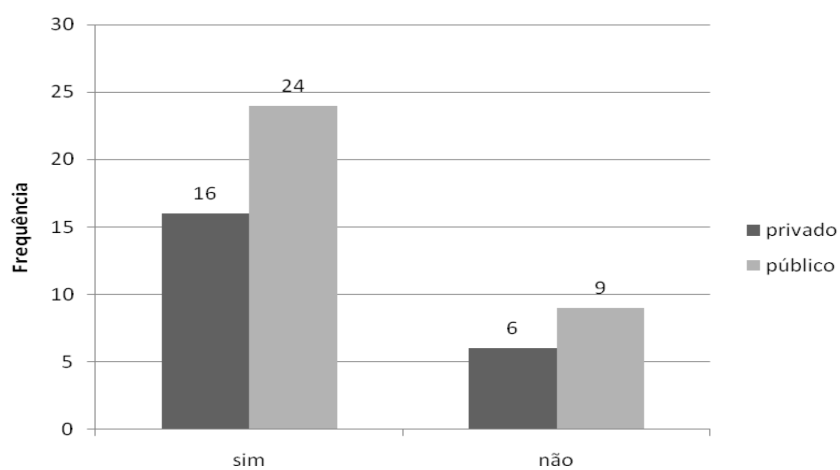


Fonte: dados da pesquisa (2012).

Analisando os dados, que nos surpreenderam, mas mesmo assim foi com o que tínhamos conjecturado e apresentado por Sá (2012) de que professores de Matemática não recebem uma formação significativa para o ensino de Matemática Financeira. Conforme apontam pesquisas (op. cit.) não são todas as IES que ministram aulas dessa cadeira em suas matrizes curriculares. Dessa forma, perguntamos: como um Professor de Matemática pode receber uma formação em que não recebe conhecimentos sobre Matemática Financeira, visto que é uma disciplina de suma importância para formação da cidadania de nosso aluno da Educação Básica, conforme já citamos antes.

Em relação a pergunta do questionário: A Matemática Financeira é exigida no currículo mínimo em todas as redes de ensino em que leciona? Estávamos interessados em pesquisar sobre a exigência, ou não, dessa disciplina na Educação Básica. Ainda, se existiria diferença entre o público e o privado. Após análise dos dados, podemos construir o gráfico a seguir:

Figura 12: A Matemática Financeira é exigida no currículo mínimo em todas as redes em que você leciona?



Fonte: dados da pesquisa (2012).

Após análise do gráfico, constatamos em nossa pesquisa que os dados apontam para uma resposta positiva a pergunta, justamente na rede de ensino pública, onde foi maioria. Também como foi maioria a negação da pergunta nesse tipo de rede de ensino. Podemos conjecturar com isso, uma maior preocupação da rede pública em formar uma cidadania em seus alunos, contrário a rede privada que estaria mais interessado em preparar para vestibulares, concursos e exames, como ENEM, onde esse conteúdo não seria cobrado. Justificativas para essa nossa conjectura já foram mencionadas em nossa dissertação anteriormente.

Finalmente, em relação a última pergunta de nosso questionário, onde o sujeito da pesquisa foi indagado sobre até qual ponto da Matemática Financeira ele lecionaria na Educação Básica, tendo como respostas objetivas os sub-itens: juros simples, juros compostos, capitalização e amortização, após análise dos dados da pesquisa, podemos constatar que apenas um entrevistado julgou ensinar esse conteúdo até o sub-item capitalização e amortização.

De acordo com D'Ambrosio (2005, p. 77) “[...] A matemática tem sido um instrumento selecionador de elites [...]” nossa preocupação maior sempre foi em torno do ensino da Matemática Financeira, como forma de desenvolver a cidadania no aluno da Educação Básica.

> Naturalmente há um importante componente político nessas reflexões. Muitos dizem que falar em classes dominantes e subordinadas é jargão ultrapassado de esquerda, mas ninguém pode negar que essa distinção de classes continua a existir, tanto em países centrais quanto nos periféricos.
> Cabe, portanto, nos referimos a uma “matemática dominante”, que é um instrumento desenvolvido nos países centrais e muitas vezes utilizado como instrumento de dominação. Essa matemática e os que dominam se apresentam com postura de superioridade, com poder de deslocar e mesmo eliminar a “matemática do dia-a-dia”[...] (D'AMBROSIO, 2005, p. 77)

Refletimos em torno de nossa experiência de ensino e de acordo com o autor (op.cit.), conjecturamos a possibilidade do não ensino de Matemática Financeira ser coisa premeditada por parte de nossos governantes, patrocinados pelas elites a quem devem “obediência”. Esse conteúdo não é exigido em concursos vestibulares, desvalorizando dessa forma seu ensino.

De acordo com vários educadores, a escola deve preparar para a vida, independentemente de ser exigida em concursos ou não. Mas vai falar isso com o aluno, ou com o pai do aluno, ou mesmo com o proprietário da escola de que você irá ensinar um conteúdo que não será exigido nos vestibulares. Será que eles aceitarão?

A Educação necessita sempre ter como objetivo a preparação do cidadão, com consciência de historicidade (FREIRE, 1996), pois de nada vale um conhecimento que não ajude o aluno a compreender isto. Para MORETO (2003, p. 122):

> [...] A escola adestradora, reprodutiva de um saber cristalizado, descontextualizado, antes tida como forte, agora é vista como *fraca*, pois seu ensino pode ser *eficaz* para os objetivos escolares, mas absolutamente *ineficiente* na preparação do cidadão destinado

> historicamente a viver num mundo que apresenta constantes transformações sociais, éticas e tecnológicas.

Sem dúvida, é função do professor ensinar (mostrar) ao aluno uma condição de compreender que é possível promover este movimento, de alterar e interferir no meio social, que existem escolhas para repensar ações sociais postas. Este é o pleno exercício de cidadania.

Após refletir em torno de nossa investigação e análise dos dados, que apontaram um grande problema, tanto na formação do professor de matemática com relação a essa disciplina, quanto no ensino de Matemática Financeira propriamente dita, iremos propor, no próximo capítulo de nossa dissertação, uma aula sobre Matemática Financeira com uso de "novas" tecnologias.

Como todo livro didático e professor, conforme apontam nossa pesquisa e os livros didáticos, ensinam o conteúdo de Matemática Financeira até o tópico de juros compostos, nossa proposta de aula é a de inserção dos sub-itens capitalização e amortização, logo após o ensino de progressão geométrica, que ocorre geralmente, no segundo ano do Ensino Médio, pois julgamos esta parte do ensino dessa disciplina como a mais importante e necessária para nossas necessidades financeiras inseridas numa sociedade consumista.

CAPÍTULO III

UMA PROPOSTA DE ENSINO DE MATEMÁTICA FINANCEIRA NA EDUCAÇÃO BÁSICA: CAPITALIZAÇÃO E AMORTIZAÇÃO

> Uma criança passa nove anos no ensino fundamental, três anos no ensino médio e, durante esses doze anos de educação básica, é obrigada a memorizar nomes e datas de pouca utilidade na vida real. Em pouco tempo tudo, ou quase tudo, é esquecido. Nesses doze anos, o aluno não estuda noções de comércio, economia, finanças ou impostos. O sistema educacional ignora o assunto "dinheiro", algo incompreensível, já que a alfabetização financeira é fundamental para ser bem-sucedido em um mundo complexo (MARTINS, 2004, p. 5).

As palavras do autor acima descrevem bem o sentimento de importância que damos ao ensino de Matemática Financeira. Se tivéssemos que, dentre todos os conteúdos matemáticos da Educação Básica, eleger aquele de maior influência na vida cotidiana e formação da cidadania de nosso aluno, escolheríamos a Matemática Financeira e, o que muito nos preocupa é que nossa pesquisa aponta uma grande defasagem no ensino desse conteúdo.

Por meio das investigações realizadas e, os dados por nós analisados, constatamos a necessidade de uma abordagem mais contextualizada ao conteúdo de Matemática Financeira, sobretudo dos sub-itens de capitalização e amortização.

A proposta ora apresentada está amparada em pesquisas em livros didáticos e para-didáticos sobre o ensino de Matemática Financeira, tais como:

- LIMA, Elon Lages, CARVALHO, Paulo Cezar Pinto, WAGNER, Eduardo, MORGADO, Augusto César. **A Matemática do Ensino Médio**. v. 2. 6. ed. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2006.
- SÁ, Ilydio Pereira de. **Matemática comercial e financeira: para educadores matemáticos.** Rio de Janeiro: Sotese, 2005.
- IEZZI, Gelson, HAZZAN, Samuel, DEGENSZAJN, David Mauro. **Fundamentos da Matempatica Elementar, 11.** Matemática comercial, matemática financeira, estatística descritiva. São Paulo: Atual, 2004.

Também apresentaremos propostas de trabalho de Matemática financeira na planilha eletrônica Microsoft Excel (2007), aproveitando o incentivo ao uso de "novas" tecnologias.

Como já relatamos, nossa proposta se dará ao ensino de capitalização e amortização. Essas duas apresentam como pré-requisitos o conhecimento de juros simples e compostos e progressões geométricas que, normalmente acontece no segundo ano do ensino médio. Sendo assim, nossa proposta será para os alunos que estão, ou já passaram pelo segundo ano do Ensino Médio.

3.1 ALGUMAS DEFINIÇÕES E NOMENCLATURAS DA MATEMÁTICA FINANCEIRA

De acordo com Sá (2012, p. 88) tudo que precisamos saber de Matemática Financeira para resolvermos a maioria dos problemas relacionados a essa área são: fator de correção e valor do dinheiro no tempo. Vamos aqui detalhar alguns conceitos e simbologias sobre Matemática Financeira que serão utilizadas por nós em nossa proposta de ensino.

Antes de mais nada, vamos conceituar Matemática Financeira: vamos utilizar as definições dadas por Lima (2006, p. 44):

> Uma das importantes aplicações de progressões geométricas é a Matemática Financeira [...] A operação básica da matemática financeira é a operação de empréstimo [...] Alguém que dispõe de um capital C (chamado de *principal*), empresta-o a outrem por um certo período de tempo, e após esse período, recebe seu capital C de volta, acrescido de uma remuneração J pelo empréstimo. Essa remuneração é chamada de *juro.* A soma C + J é chamada de *montante* e será representada por *M.* A razão $i = \frac{J}{C}$ que é taxa de crescimento do capital, será sempre referida ao período da operação e chamada *taxa de juros.*

IEZZI (2004, p. 40) define Matemática Financeira como sendo:

> Fundamentalmente, a Matemática Financeira estuda os procedimentos utilizados em pagamentos de empréstimos, bem como os métodos de análise de investimentos em geral [...] Quando uma pessoa empresta a outra um valor monetário, durante um certo tempo, essa quantia é chamada de *capital* (ou *principal*) e é indicado por C. O valor que o emprestador cobra pelo uso do dinheiro, ou o valor pago pelo tomador do empréstimo é chamado de *juros* e indicado por *J* [...] A *taxa de juros*, indicada por *i* (do inglês *interest*, que significa juros), é expressa como porcentagem do capital. Ela representa o juros numa certa unidade de tempo, normalmente indicada da seguinte forma: ao dia (a.d.), ao mês (a.m.), ao ano (a.a.), etc [...] De modo geral, os juros no período são iguais

> ao produto do capital pela taxa, isto é: J = C **.** i (juros no período da taxa) [...] Se o pagamento do empréstimo for feito numa única parcela, ao final do prazo do empréstimo, o tomador pagará a soma do capital emprestado com o juro, que chamaremos de *montante* e indicaremos por *M* [...] De modo geral, teremos: M = C + J.

Vamos agora definir algumas terminologias e representações iniciais, que iremos utilizar em nossa proposta de aula, que são defendidas por Sá (2005).

- **Capital (C) ou Valor Presente (VP)** – É o valor envolvido em uma transação comercial ou financeira, na data inicial zero. No Excel (versão em português) o capital é representado por VP.
- **Montante ou Valor Futuro (VF)** – Representa o valor resultante de uma transação comercial ou financeira, sendo dessa forma referenciado a uma data futura. No Excel (versão em português) o montante é representado por VF.
- **Prazo ou número de períodos (n)** – Uma operação financeira pode envolver um único período de tempo. Podemos ter ainda frações ou múltiplos desse período, que representaremos por n. No Excel é representado por nper (number of periods).
- **Juros (j)** – É a remuneração exigida na utilização de capital de terceiros. Os juros recebidos representam um rendimento e o juros pagos representam custo. Obs: o montante corresponde à soma do capital com os juros, ou seja, M = C + J ou ainda VF = VP + J.
- **Taxa de juros (i)** – É a razão entre o valor do juro de um período e o capital emprestado ou aplicado. A taxa pode ser expressa em sua forma percentual ou unitária. Por exemplo: 35% (forma porcentual) ou 0,35 (forma unitária). Nas fórmulas utilizadas por nós, a representação de i será sempre na forma unitária ou centesimal.

Para efeito construtivo, o crescimento em juros simples se dá através de uma progressão aritmética e o crescimento em juros compostos através de progressão geométrica.

3.2 REVISÃO SOBRE JUROS COMPOSTOS

Nossa proposta de aula foi elaborada no software da Microsoft Corporation denominado PowerPoint (2007). Iniciamos nossa aula fazendo uma breve revisão sobre os conteúdos de juros compostos, apresentando a fórmula $M = C . (1 + i)^n$, seus significados, tais como: *M* é o *Montante* acumulado por um *Capital Atual* (ou *Capital Inicial*) *C* gerado após um intervalo de *n* períodos à uma *taxa de juros i*. Apresentamos a demonstração dessa fórmula de acordo com Lima (2006):

> “ **Teorema 1.** No regime de juros compostos de taxa *i*, um principal C_0 transforma-se, depois de *n* períodos de tempo, em um montante $C_n = C_0(1 + i)^n$. **Prova.** Basta observar que os valores do capital crescem a uma taxa constante *i* e, portanto, formam uma progressão geométrica de razão 1 + *i* ”. (p. 45)

A seguir, introduzimos o seguinte exemplo:

Exemplo 1: João Pedro investe R$ 350,00 a juros de 5% ao mês. Qual será o montante de João Pedro daqui a quatro meses?

E assim apresentamos a solução:

Sendo assim, $M = C . (1 + i)^n$

Com os dados do problema, temos:

C = 350 reais i = 5% = 5/100 = 0,05 n = 4

Logo, $M = 350 . (1 + 0{,}05)^4$

$M = 350 . (1{,}05)^4$

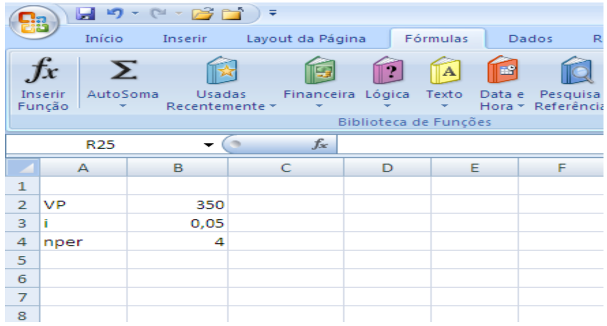
$M = 350 . 1{,}21550625$

M = 425,43 reais

Como nossa proposta consta de efetuarmos os cálculos sempre com o auxilio da planilha eletrônica Excel, apresentamos a solução desse exemplo desenvolvido no software de duas maneiras: a primeira utilizando a introdução da fórmula como definimos anteriormente no exemplo e, a segunda utilizando a fórmula já definida pelo Excel.

Já com a planilha eletrônica aberta, orientamos nossos alunos a preencherem as células de acordo com o modelo abaixo, lembrando que usaremos no Excel a linguagem já apresentada anteriormente, que vale apena relembrar: VP é o valor presente relativo ao Capital Atual ou Capital Inicial C de nossa fórmula de juros compostos, i é a taxa de juros e nper o número de períodos de tempo a qual fica sujeita a aplicação de VP. Assim com os dados do problema temos:

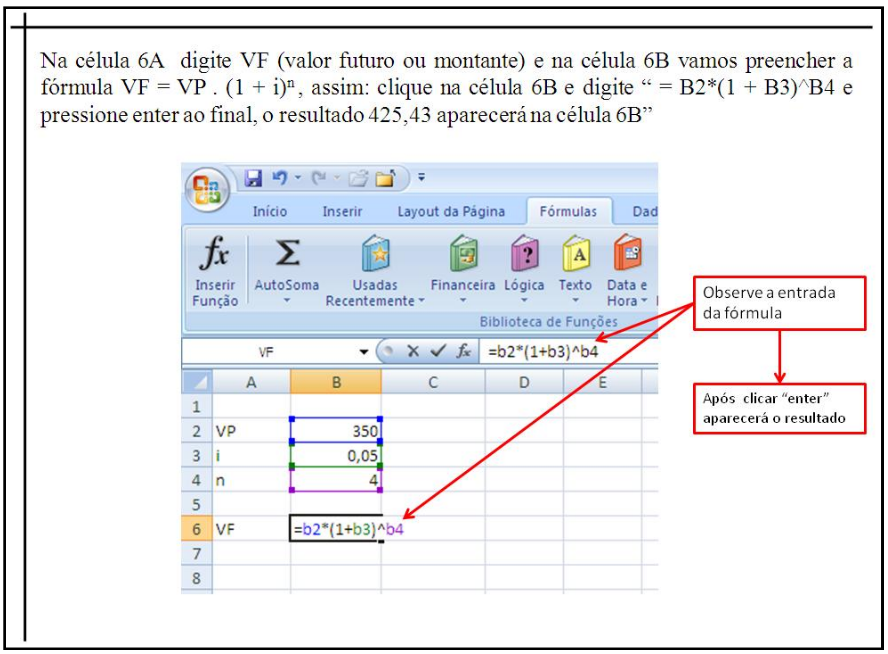
Figura 13: Dados do exemplo 1 inseridos na planilha Excel



Fonte: nossa proposta de aula

A partir do preenchimento dos dados, mostramos como inserir a fórmula na planilha Excel. Primeiramente fizemos a analogia entre as fórmulas $M = C.(1 + i)^n$ com a linguagem do software $VF = VP.(1 + i)^{nper}$. Assim:

Figura 14: Slide número 4 de nossa proposta de aula

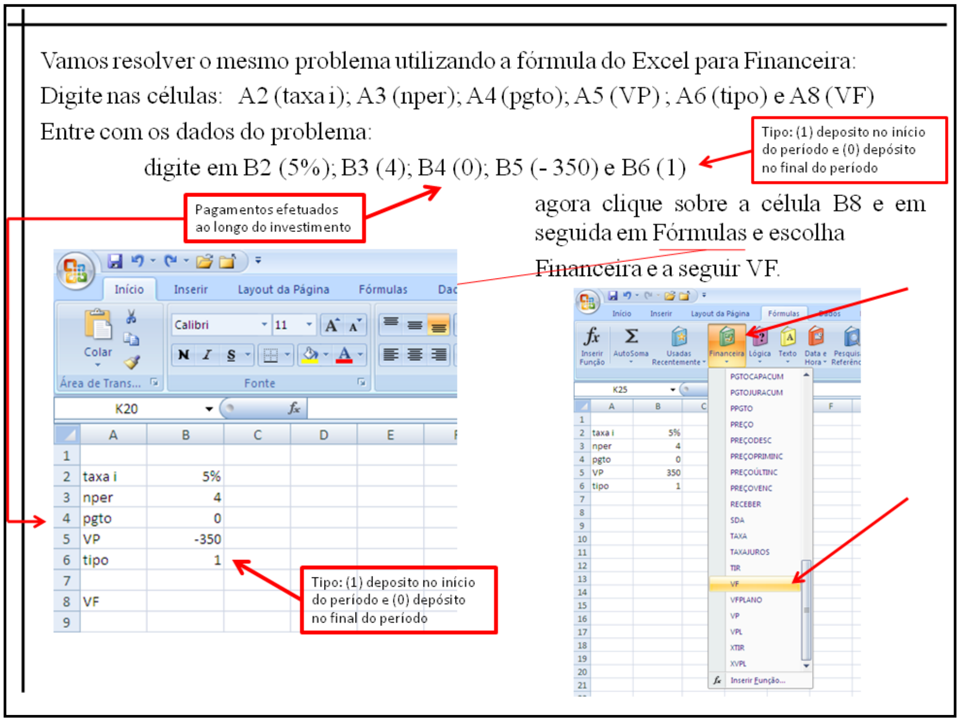


Fonte: nossa proposta de aula

Observe que já estamos utilizando a linguagem do Excel, na fórmula $M = C.(1 + i)^n$ substituímos os dados pelas respectivas células de entrada por nós programadas, ficando assim: =B2*(1+B3)^B4. Após a inserção dos dados e da fórmula, clicamos enter e o programa nos fornece o resultado: R$ 425,43.

Agora faremos o mesmo exemplo utilizando a fórmula já definida pelo programa. Com os mesmos dados da planilha procederemos da seguinte forma:

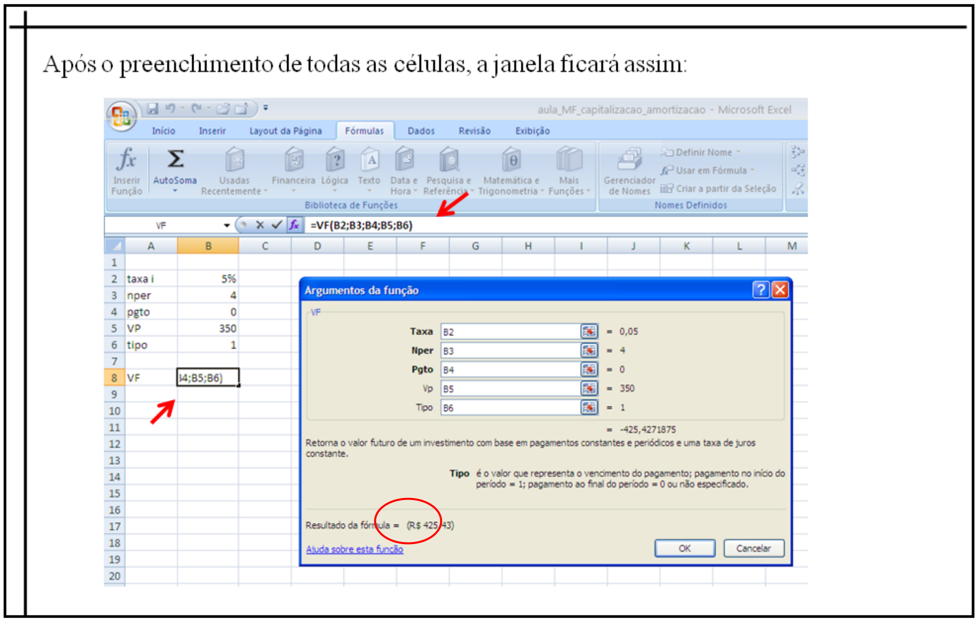
Figura 15: Slide número 5 de nossa proposta de aula.
Ensinando o uso da fórmula definida pelo Excel (2007).



Fonte: nossa proposta de aula

Após a escolha da função VF (Valor Futuro), aparecerá na tela uma nova janela, da qual teremos que introduzir os dados conforme nos mostra o próximo Slide de nossa proposta de aula.

Figura 16: Slide número 7 de nossa proposta de aula
Inserindo os dados na fórmula VF definida pelo Excel.

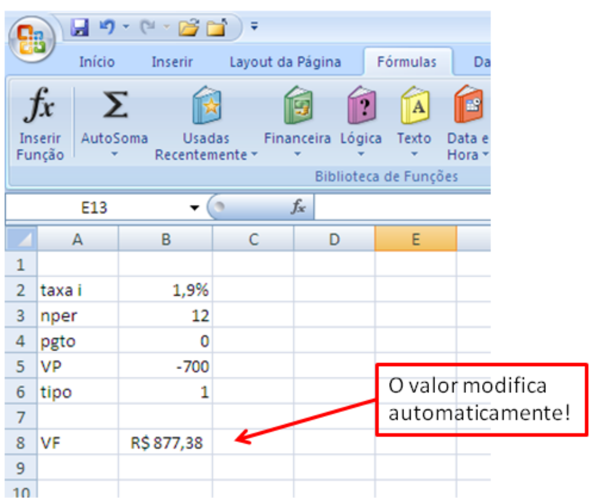


Fonte: nossa proposta de aula

Observe que o resultado do problema já aparece circulado acima no Slide.

Daí, apresentamos a seguinte sugestão: Proponha outros valores para turma... agora ficou fácil... é só mudar as células de entradas, por exemplo...

Figura 17: Sugestão de trabalho no Excel.



Fonte: nossa proposta de aula

Apresentamos agora outro exemplo em nossa proposta de aula. Ele foi utilizado pois oferece cálculos que remetem ao uso de logaritmos entre outras operações matemáticas. Assim:

Exemplo 2: Quanto tempo um Capital de R$ 1500,00 deverá ser aplicado num fundo de investimentos a uma taxa de 9% ao mês, para que dobre de valor?

Solução:

como $M = C \cdot (1 + i)^n$

temos $C = 1500$

$i = 9\% = 0{,}09$

$M = 2 \cdot 1500 = 3000$

n é o que queremos saber!

Assim:

$$3000 = 1500 \cdot (1 + 0{,}09)^n$$

$$2 = (1{,}09)^n$$

Criando log dos dois lados da equação, temos

$$\log 2 = \log (1{,}09)^n$$

$$0{,}301 = n \cdot \log (1{,}09)$$

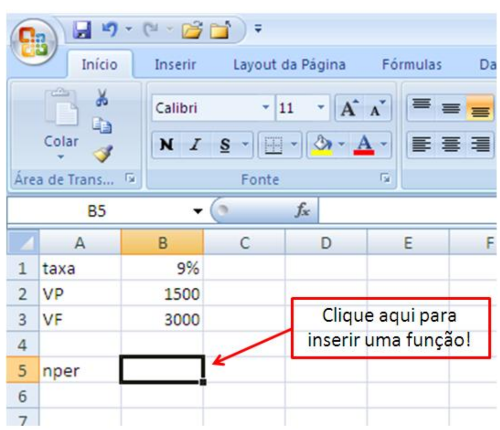
$$0{,}301 = n \cdot 0{,}037$$

$$n = 8{,}04$$

Resposta: aproximadamente 8 meses.

Vamos também apresentar esse exemplo feito na planilha Excel. Entre com os dados do problema: VP = 1500, i = 9% = 0,09, VF = 2 . 1500 = 3000 e o que vamos calcular, é o número de meses (períodos) nper. Assim:

Figura 18: Dados do exemplo 2 inseridos no Excel



Fonte: nossa proposta de aula

Com os dados inseridos, escrevemos a fórmula na célula B6 escolhida.

Como $VF = VP * (1 + i)^n$ Corresponde a $VF/VP = (1 + i)^n$ e aplicando log dos dois lados, temos: $\log(VF/VP) = n \cdot \log(1 + i)$, por último, isolando n teremos:

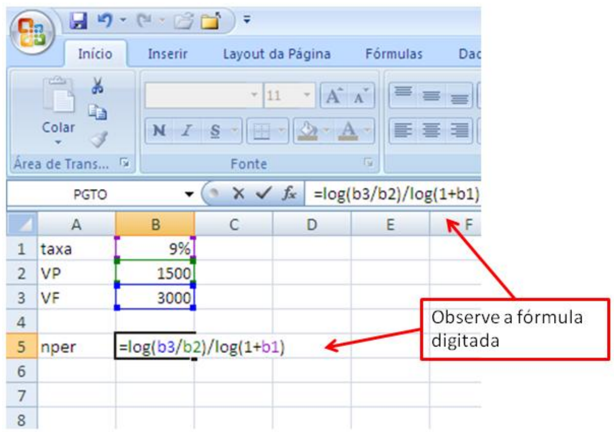
$$n = \frac{\log\left(\frac{VF}{VP}\right)}{\log(1+i)}$$

Vamos escrever essa última como fórmula no Excel, assim:

$$nper = (\log(VF/VP))/(\log(1+i))$$

Logo, no Excel temos:

Figura 19: Inserção da fórmula
matematica na planilha Excel



Fonte: nossa proposta de aula

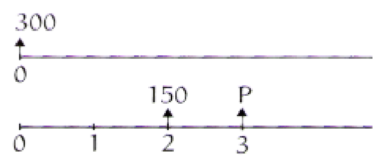
Após inserção da fórmula e clicando enter, obteremos o resultado do problema: aproximadamente de 8 meses é o tempo necessário para que o Capital Presente de R$ 1 500,00 transforme-se em R$ 3 000,00 aplicados à taxa de juros composto de 9% ao mês.

Partindo para o próximo exemplo, tomamos emprestado o utilizado por Lima (2006, p.46) que versa sobre:

Exemplo 3: " Pedro tomou um empréstimo de 300 reais, a juros de 15% ao mês. Dois meses após, Pedro pagou 150 reais e, um mês após esse pagamento, Pedro liquidou seu débito. Qual o valor desse último pagamento?"

Solução.

Os esquemas de pagamento representados abaixo são equivalentes. Logo, 300 reais, na data 0, têm o mesmo valor de 150 reais dois meses após, mais um pagamento igual a P, na data 3. Assim, temos:



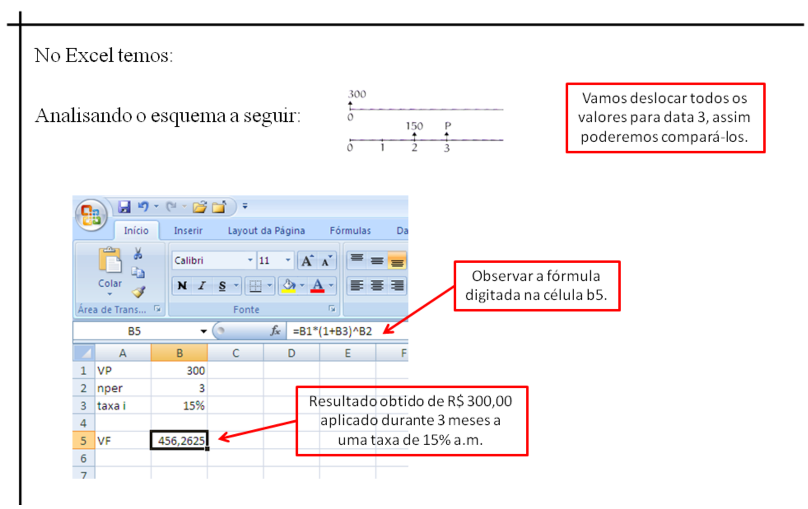
Igualando os valores, na mesma época (0, por exemplo), dos pagamentos nos dois esquemas, obtemos:

$$300 = \frac{150}{(1+0{,}15)^2} + \frac{P}{(1+0{,}15)^3}$$

daí, P = 283; 76. Portanto, o último pagamento foi de R$283,76.

Poderíamos resolver esse exemplo utilizando a planilha do Excel. Assim, temos:

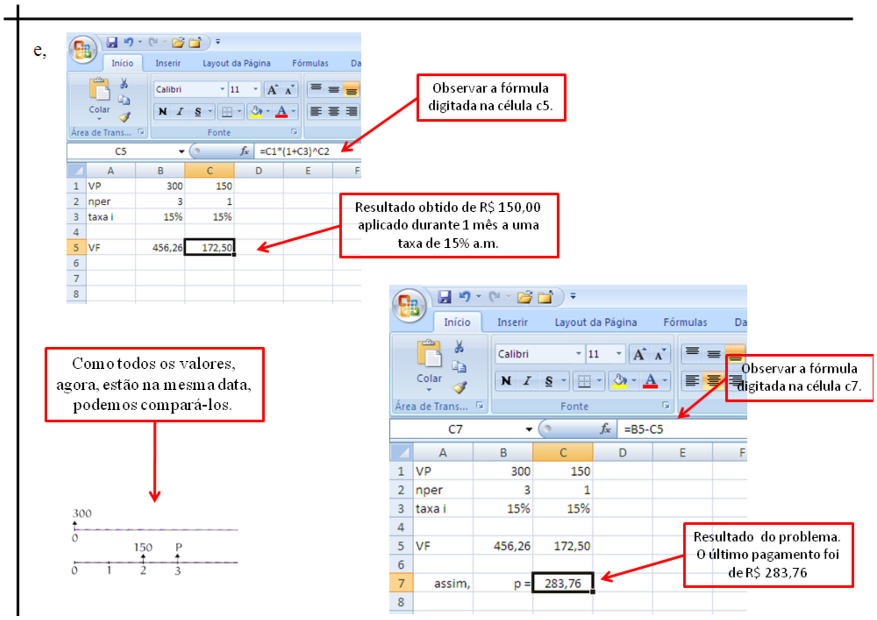
Figura 20: Slide número 15 de nossa proposta de aula.
Resolvendo no Excel o exemplo proposto 3.



Fonte: nossa proposta de aula

Observe que no Excel, deslocamos todos os pagamentos efetuados para data 3, para mostrar ao nosso aluno que a resolução do problema, independe da data escolhida para comparar os valores no tempo. Após o cálculo dos R$ 300,00 aplicados durante 3 meses à taxa de 15% a.m., chegamos a quantia de R$ 456,26 e, calculando também as parcelas pagas na mesma data, conforme a seguir:

Figura 21: Slide número 16 de nossa proposta de aula.
Resolução do exemplo de número 3.



Fonte: nossa proposta de aula

Observe a figura 21, efetuamos os cálculos relativos ao adiantamento das datas dos pagamentos efetuados, agora, todos estão na mesma data, 3 por exemplo, e podem ser comparados, donde chegamos ao resultado do problema que a última parcela seria de R$ 283,76.

Ainda em nossa revisão sobre juros compostos, propomos o seguinte problema:

Exemplo 4: Qual a taxa mensal de juros compostos que, em um investimento de 10 meses, elevou um capital de R$ 5000,00 para 6145,00? $dado$: ($\sqrt[10]{1,229} = 1,02$).

Solução: Como $M = C\ .\ (1 + i)^n$ e, fazendo a interpretação do problema, obtemos: M = 6145; C = 5000; n = 10 e i = ?

Assim, $6145 = 5000\ .\ (1 + i)^{10}$

$6145/5000 = (1 + i)^{10}$

$1,229 = (1 + i)^{10}$

$\sqrt[10]{1,229} = (1 + 1)$

$1,02 = 1 + i$

$i = 0,02$ ou seja 2% ao mês.

Resolvendo esse problema com a utilização da planilha eletrônica, como é nosso objetivo, temos:

Primeiramente, $M = C\ .\ (1 + i)^n$ ou (no Excel) $VF = VP\ .\ (1 + i)^n$

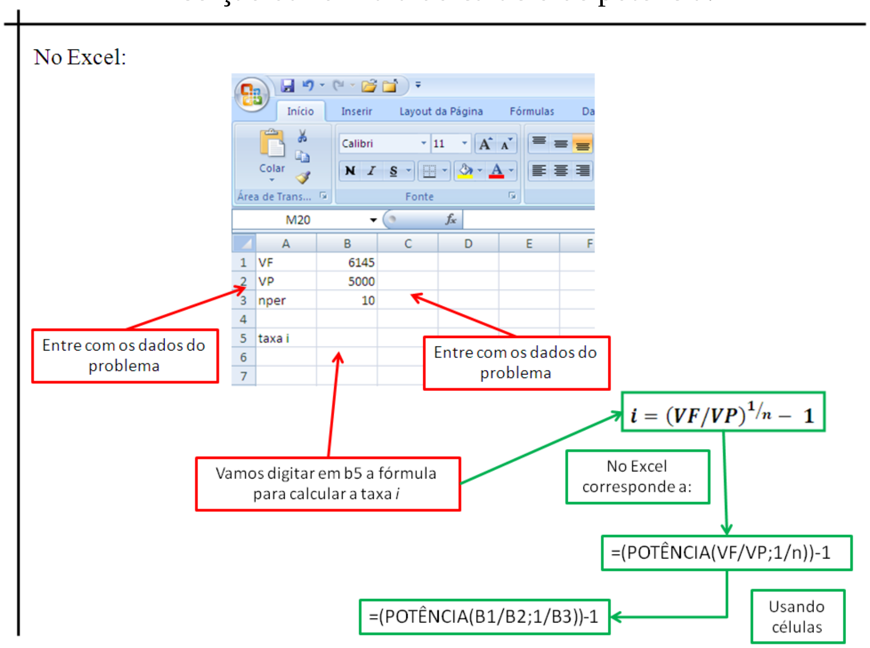
Logo, $VF / VP = (1 + i)^n$, elevando ambos os lados por 1/n, temos $(VF / VP)^{1/n} = (1 + i)$

Daí a fórmula que nos permite calcular a taxa i de investimento.

$$\boxed{i = (VF/VP)^{1/n} - 1}$$

No Excel, vamos utilizar a ferramenta de calcular potências. Assim.

Figura 22: Slide número 19 de nossa proposta.
Entrando com os dados do exemplo 4 e
inserção da fórmula do cáluclo de potência.



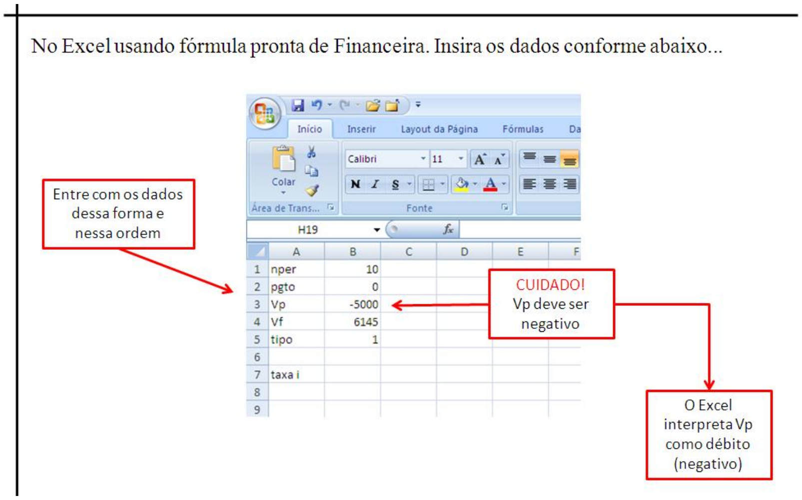
Fonte: nossa proposta de aula

Observe que mostramos ao nosso aluno como utilizar mais uma ferramenta da planilha eletrônica, o cálculo de potências. No Excel: =(POTÊNCIA(num; potência) essa ferramenta, retorna o valor de um número "num" elevado a uma potência "potência", em nosso exemplo =(POTÊNCIA(VF/VP;1/n))-1.

A partir da apresentação dos dados acima, teremos o resultado do problema proposto: Portanto, a solução do problema: taxa mensal de 0,020834 ou ainda, 2% aproximadamente.

Optamos também por mostrar ao nosso aluno, a resolução desse problema utilizando as fórmulas pré-definidas pelo Excel. Observe no Slide de número 21de nossa proposta de aula.

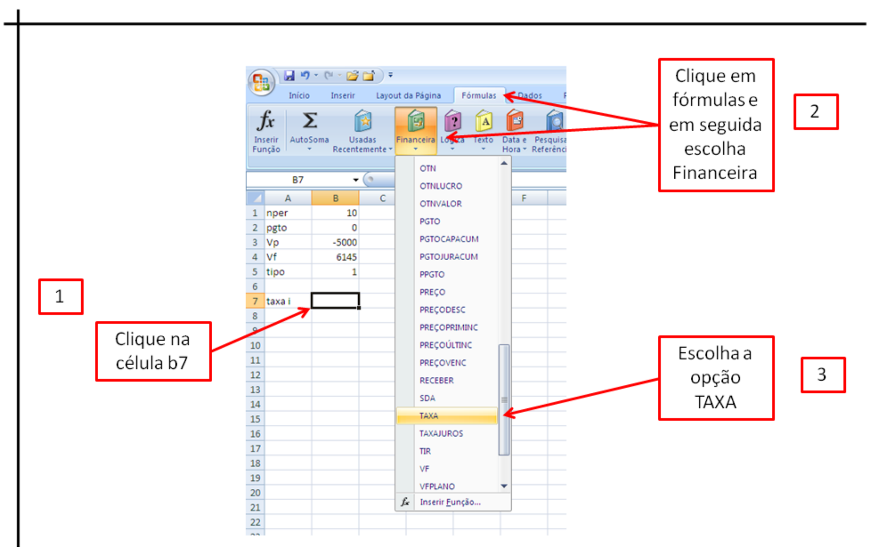
Figura 23: Resolução do exemplo proposto 4,
Utilizando fórmula pré-definida do Excel.



Fonte: nossa proposta de aula

Observe na figura 23 que destacamos a importância do valor negativo ao Valor Presente, pois o Excel entende com débito. Entrando com os dados e escolhendo a opção em fórmulas → Financeira → Taxa, conforme figura abaixo:

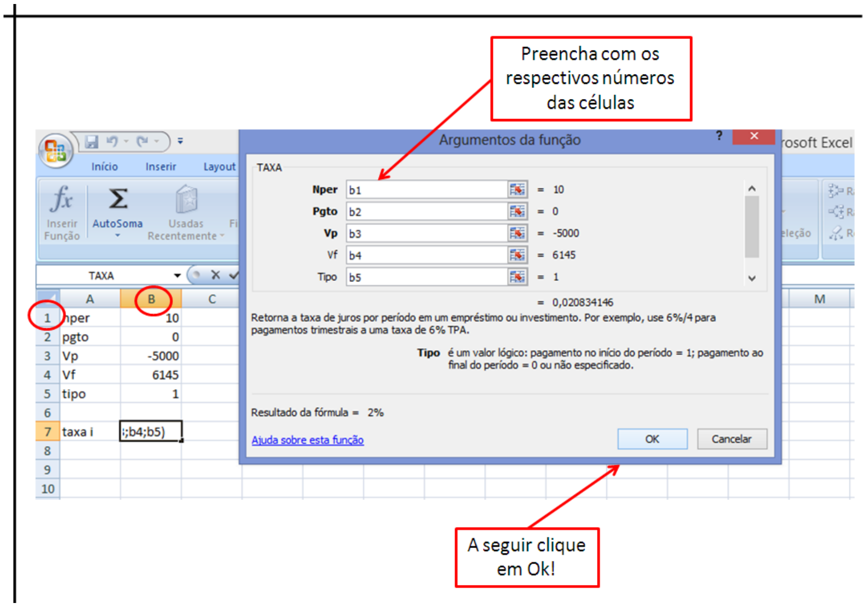
Figura 24: Ensinando a utilizar a fórmula de Financeira Taxa, para calcular o exemplo 4 de nossa proposta



Fonte: nossa proposta de aula

Fazendo isso e inserindo os dados conforme modelo abaixo,

Figura 25: Entrando com os dados do problema.



Fonte: nossa proposta de aula

Após o procedimento descrito, observe a resposta do exemplo descrito como resultado da fórmula, na janela acima.

Dessa forma, destacamos quatro diferentes formas de utilização da fórmula de juros compostos: $M = C.(1 + i)^n$, quando queremos calcular o valor do Montante M, ou quando o objetivo é determinar o valor do Capital ou Valor Presente C. Ainda mostramos um exemplo para o cálculo da taxa de juros i e também outro exemplo para determinar o valor do número n de períodos. Aproveitando os exemplos mencionados destacamos também o uso de diversas ferramentas matemáticas para resolução de equações, tais como, logaritmo, potenciação, entre outros.

3.3 TAXA NOMINAL E TAXA EFETIVA

Achamos importante para nosso curso, destacar o conhecimento sobre Taxa Efetiva e Taxa Nominal, no qual relatamos em nossa proposta de aula o seguinte:

Taxa Efetiva:

“Uma taxa é denominada efetiva quando já está referida ao período de capitalização” (SÁ, 2005, p. 75). Por exemplo,

8% ao mês, com capitalização mensal é um exemplo de taxa efetiva;

35% ao trimestre, capitalizados trimestralmente é outro exemplo de taxa efetiva.

Taxa Nominal:

“A taxa nominal está referida a um período distinto do período de capitalização, e a mudança necessária é feita através de uma proporção, como nos juros simples” (SÁ, 2005, p. 75). Por exemplo,

uma taxa de 180% ao ano capitalizados mensalmente, será transformada para efeitos de cálculos em: 180% : 12 = 15% mensal.

Importante:

“Nas situações de juros compostos, sempre que a taxa não estiver referida à mesma unidade que o período de capitalização, ela deve ser considerada como taxa nominal, e, todas as transformações necessárias devem ser feitas como em juros simples (proporcionalmente)” (SÁ, 2005, p. 75).

A partir dessas informações sobre Taxa Efetiva e Nominal, propomos o seguinte exemplo:

Exemplo 5: Luciana quer liquidar, uma dívida representada por um título cujo valor nominal é de R$ 1 000,00, 4 meses antes do vencimento, Sabendo-se que o banco credor utiliza uma taxa de desconto composto de 2% ao mês, ache o valor do desconto.

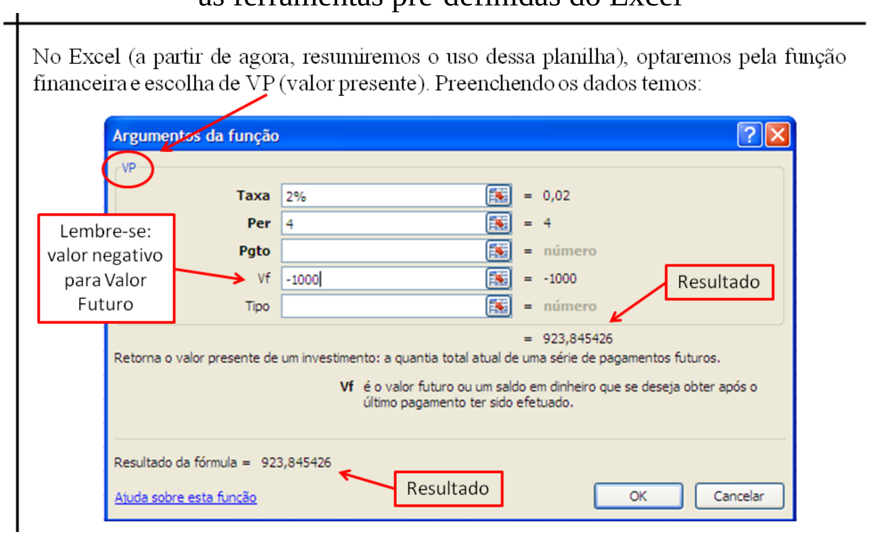
SOLUÇÃO:

$$\mathbf{M = C\ .\ (1 + i)^{-n}\ \ ou\ \ M = 1000.(1{,}02)^{-4}\ .}$$

Teremos então A= 1000.0,92385 = 923,85 **,** ou seja, o desconto será a diferença 1000 – 923,85 = R$76,15.

No Excel, utilizando da fórmula pré-definida: fórmula → Financeira → VP (Valor Presente), temos:

Figura 26: Resolução do exemplo 5 utilizando as ferramentas pré-definidas do Excel



Fonte: nossa proposta de aula

Após a entrada dos dados na janela acima, observe o resultado retornado do Valor Presente de R$ 923,85. Agora, para chegar ao resultado final, façamos a diferença: 1000 – 923,85 = 76,15 reais de desconto.

Finalmente chegamos ao objetivo de nossa aula: ensinar o conteúdo de Capitalização e Amortização. Optamos por definir esses temas. De acordo com Sá (2005, p. 103) podemos "constituir um capital ou resgatar uma dívida depositando ou pagando certa quantia, em épocas distintas. No primeiro caso temos uma CAPITALIZAÇÃO e no segundo, uma AMORTIZAÇÃO".

Nossa concepção de Ensino está em consonância com as recomendações dos PCNs (2006) de Matemática, do qual destacamos:

> [...]a aprendizagem de um novo conceito matemático dar-se-ia pela apresentação de uma situação-problema ao aluno, ficando a formalização do conceito como a última etapa do processo de aprendizagem. Nesse caso, caberia ao aluno a construção do conhecimento matemático que permite resolver o problema, tendo o professor como um mediador e orientador do processo ensino-aprendizagem, responsável pela sistematização do novo conhecimento. (BRASIL, 2006, p. 81)

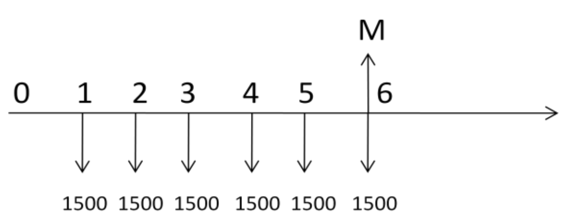
Assim introduziremos o problema, para que o aluno pense em sua resolução e posteriormente, apresentaremos o conteúdo para resolução de outros semelhantes.

3.4 CAPITALIZAÇÃO

Vamos iniciar nossos estudos sobre Capitalização através de um problema proposto. Posteriormente apresentaremos a definição e dedução da fórmula.

Exemplo 6: Lucas deposita mensalmente, durante 6 meses, R$1500,00 num fundo de investimento que lhe paga juros compostos de 5% ao mês. Qual o montante acumulado por Lucas logo após o último pagamento?

Com os dados do problema podemos construir o gráfico a seguir.



Na data zero não há depósitos, o que ocorre apenas a partir do primeiro mês, com seis depósitos mensais, lembrando, sempre ao final do período. Vamos mover todo pagamento (renda) para data 6 e daí calcular o Montante gerado por esse investimento.

Todos os valores depositados são independentes (como se cada valor fosse investido individualmente), assim o Montante será igual a:

$$M = 1500\cdot(1{,}05)^5 + 1500\cdot(1{,}05)^4 + 1500\cdot(1{,}05)^3 + 1500\cdot(1{,}05)^2 + 1500\cdot(1{,}05)^1 + 1500\cdot(1{,}05)^0$$

Colocando 1500 (fator comum) em evidência, temos:

$M = 1500\cdot[(1{,}05)^5 + (1{,}05)^4 + (1{,}05)^3 + (1{,}05)^2 + (1{,}05)^1 + (1{,}05)^0]$ ou ainda,

$M = 1500\cdot[(1{,}05)^0 + (1{,}05)^1 + (1{,}05)^2 + (1{,}05)^3 + (1{,}05)^4 + (1{,}05)^5]$

$M = 1500\cdot[\underbrace{1 + (1{,}05)^1 + (1{,}05)^2 + (1{,}05)^3 + (1{,}05)^4 + (1{,}05)^5}]$

Observe que esse termos formam uma PG.

E como a soma dos termos de uma PG é dado por: $S_n = a_1.\frac{q^n-1}{q-1}$, temos em nosso problema que: $M = 1500.\left[1.\frac{(1+0{,}05)^6-1}{0{,}05}\right]$, ou ainda, $M = 1500.\left[\frac{(1+0{,}05)^6-1}{0{,}05}\right]$, donde podemos mostrar a fórmula de capitalização a partir desse momento, pois 1500 é a parcela depositada (renda), 0,05 é a taxa de juros compostos e 6 o número de parcelas. Assim, podemos deduzir a fórmula de capitalização:

$$M = P.\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right]$$

Onde, M: total capitalizado;
P: parcela (ou renda) depositada;
i: taxa de juros compostos;
n: número de períodos.

Lembrando que, conforme instrução dos PCNs (2006), já relatado por nós anteriormente, algumas fórmulas matemáticas não necessariamente devem ser demonstradas com rigor matemático, podendo ser deduzidas de acordo com o contexto, conforme acabamos de fazer nesse exemplo.

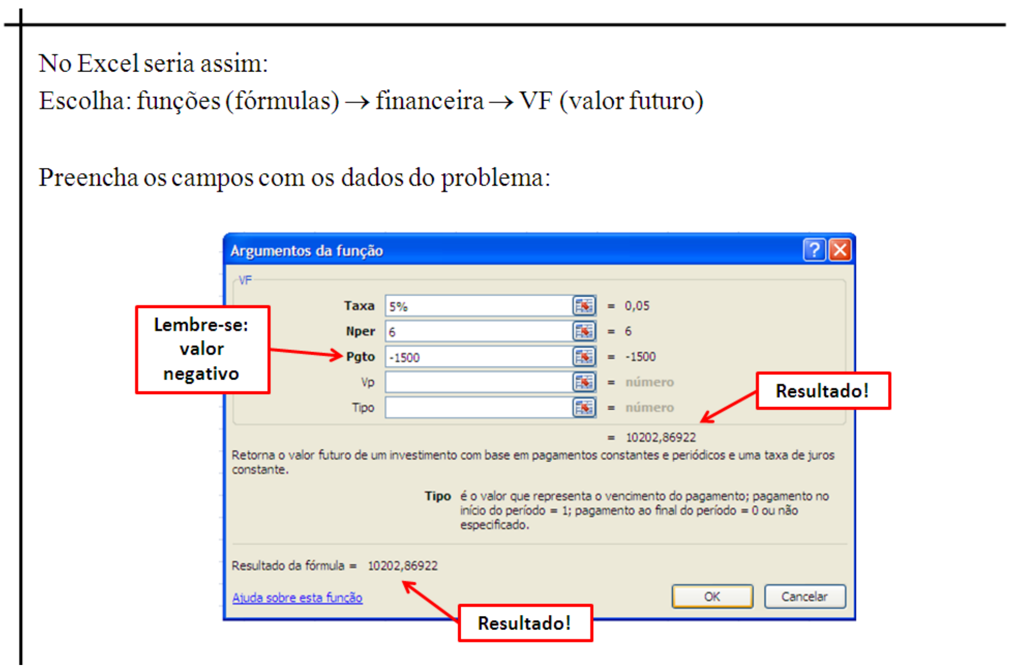
> [...] Também significa um processo de ensino que valorize tanto a apresentação de propriedades matemáticas acompanhadas de explicação quanto a de **fórmulas acompanhadas de dedução**, e que valorize o uso da Matemática para a resolução de problemas interessantes, quer sejam de aplicação ou de natureza simplesmente teórica. (BRASIL, 2006, p. 70). (grifo nosso).

Retornando ao exemplo, após efetuar os cálculos, temos como solução $M = 10202{,}87$ *reais.*

Consideramos esse um excelente exemplo para iniciar os estudos sobre capitalização, pois podemos deduzir a fórmula à partir de conhecimentos que o aluno já possui, como progressões geométricas.

Vamos resolver esse mesmo exemplo utilizando a planilha eletrônica Excel. Apresentamos a seguir o Slide número 31 de nossa proposta de aula. Nele mostramos como resolver o problema em questão com o auxilio desse software.

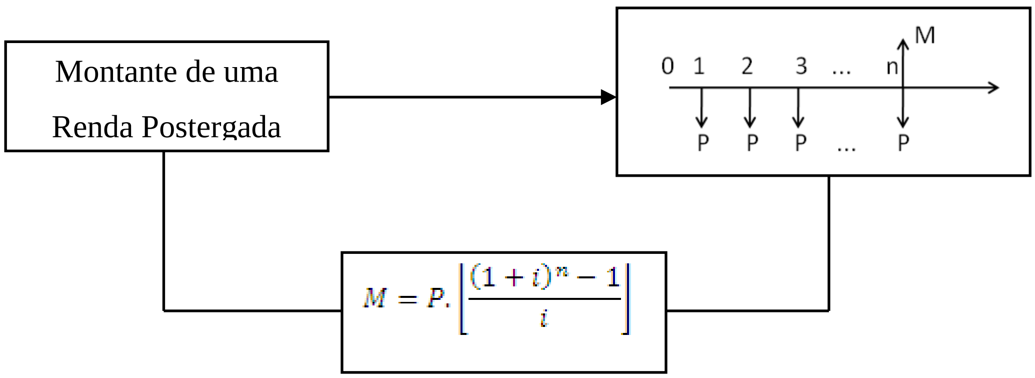
Figura 27: Slide número 31de nossa proposta de aula,
resolução do exemplo 6 utilizando função pré-definida do Excel.



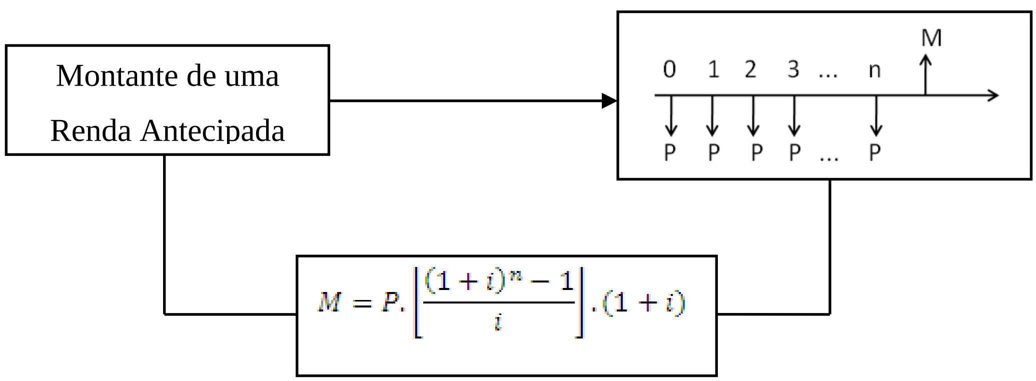
Fonte: nossa proposta de aula

Observe que ao escolher funções (fórmulas), em seguida optar por Financeiras e escolher a fórmula para o cálculo do Valor Futuro (VF), abrirá uma nova janela, na qual inserimos os dados do problema: taxa de 5%, nper igual a 6 e Pgto (pagamento ou parcelas) de –1500 (lembrando do valor negativo = débito), assim o resultado da fórmula nos mostra a solução do problema proposto.

Esse exemplo que acabamos de fazer, é o que chamamos de ***montante de uma renda postergada***, pois os depósitos ocorrem no final de cada período. Podemos ter também uma situação onde os depósitos são realizados no início de cada período, onde denominaremos de ***montante de uma renda antecipada*** (Sá, 2005). Assim:



Podemos observar no esquema gráfico que o Montante de uma Renda Postergada, movemos todas as Parcelas P_i para última data n, assim o Montante será dado pela fórmula apresentada e deduzida anteriormente.

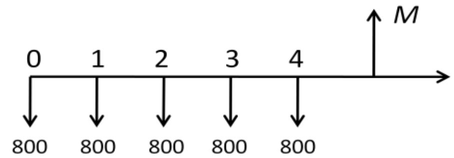


Para o Montante gerado por uma Renda Antecipada, "a maneira mais prática de calcular o montante acumulado com os n depósitos antecipados é calcular o montante como se fosse uma renda postecipada e multiplicar a resposta por (1 + i)". (SÁ, 2005, p.109).

Vamos então para o próximo problema;

Exemplo 7: Pedro deposita em uma financeira, no início de cada mês, durante cinco meses, a quantia de R$ 800,00. Qual será o montante da renda, sabendo que essa financeira paga juros de 1,2% ao mês, capitalizados mensalmente?

Solução: vamos construir um infográfico com os dados do problema:



Assim, calcularemos o montante com uma renda antecipada:

Fazendo P = 800, i = 1,2% = 0,012 e n = 5 depósitos mensais, substituindo na fórmula:

$$M = P.\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right].(1+i), \text{ temos:}$$

$$M = 800.\left[\frac{(1+0{,}012)^5 - 1}{0{,}012}\right].(1+0{,}012)$$

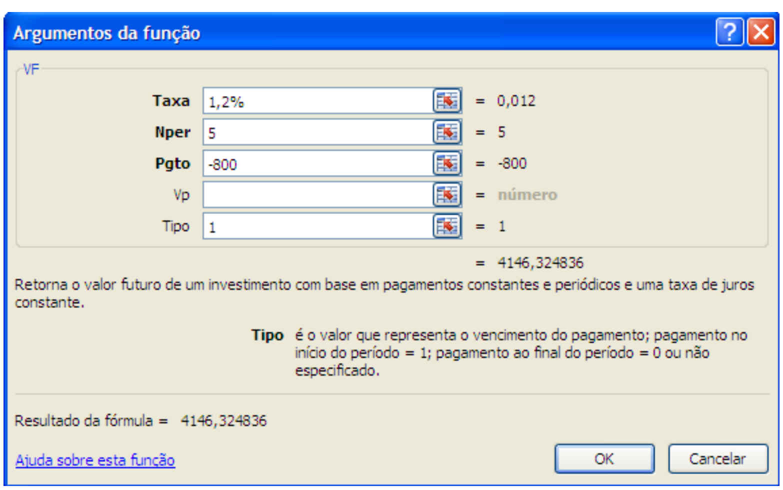
$$M = 4097{,}16\,.1{,}012$$

$$M = 4146{,}32\ reais$$

Portanto, a solução do problema é um Montante de R$ 4 146,32.

Resolvendo esse exemplo com o auxílio do Excel, após escolher Fórmulas → Financeiras → VF (Valor Futuro), preencher os dados do problema na janela “argumentos da função”: taxa = 1,2%; Nper = 5; Pgto = – 800; VP = não preencher e Tipo = 1, que significa pagamento no início do período (para pagamento no final do período = 0 ou não especificado).

Figura 28: Resolução do exemplo 7 com o auxílio da função VF (Valor Futuro) pré-definida do Excel.



Observe a solução do problema proposto no resultado da fórmula: R$ 4146,32.

3.5 AMORTIZAÇÃO COMPOSTA

Como definimos Capitalização com os dois últimos exemplos, vamos agora definir Amortização de forma análoga.

Em nossa proposta de aula, relatamos da seguinte forma:

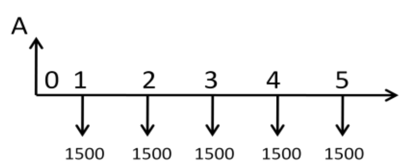
No dicionário Aurélio, amortizar significa extinguir uma dívida aos poucos.

Sá (2005, p. 121) define: “Amortização é um processo de extinção de uma dívida através de pagamentos periódicos, que são realizados em função de um planejamento, de modo que cada prestação corresponde à soma de uma parcela de amortização da dívida, com a parcela de juros”.

Iezzi (2004, p. 68) denomina amortização de “sequência uniforme de pagamentos” e define assim: “consideremos um valor financiado V que deve ser pago em prestações iguais de valor R nas datas 1, 2, 3, ..., n e supondo que a taxa de juros cobrada no financiamento seja i por período de tempo. Chamamos esse conjunto de *sequência uniforme de pagamentos”.*

Daí partimos para um problema proposto. **Exemplo 8**: determinemos o valor de uma dívida que foi amortizada com cinco pagamentos mensais de R$ 1 500,00 postecipados, a uma taxa de juros compostos de 3% a.m..

Solução: Analisemos o fluxo de caixa (infográfico a seguir).



Retroagindo todos esses pagamentos à data zero, analogamente ao que realizamos em capitalização, temos:

$$A = 1500.(1,03)^{-1} + 1500.(1,03)^{-2} + 1500.(1,03)^{-3} + 1500.(1,03)^{-4} + 1500.(1,03)^{-5}$$

Colocando 1500 (fator comum) em evidencia, temos:

$$A = 1500.[\underbrace{(1,03)^{-1} + (1,03)^{-2} + (1,03)^{-3} + (1,03)^{-4} + (1,03)^{-5}}]$$

Podemos observar que esses termos formam a soma de uma PG de razão $q = (1,03)^{-1}$ e $n = 5$, assim, substituindo em:

$$S = a_1.\frac{q^n - 1}{q - 1}$$

Temos:

$$A = 1500.(1{,}03)^{-1}.\left[\frac{(1{,}03^{-1})^5 - 1}{1{,}03^{-1} - 1}\right]$$

$$A = \frac{1500}{1{,}03}\left[\frac{\frac{1}{1{,}03^5} - 1}{\frac{1}{1{,}03} - 1}\right]$$

$$A = \frac{1500}{1{,}03}\left[\frac{\frac{1 - 1{,}03^5}{1{,}03^5}}{\frac{1 - 1{,}03}{1{,}03}}\right]$$

$$A = \frac{1500}{1{,}03}\left[\frac{1 - 1{,}03^5}{1{,}03^5}.\frac{1{,}03}{1 - 1{,}03}\right]$$

$$A = 1500.\left[\frac{1{,}03^5 - 1}{1{,}03^5 .\ 0{,}03}\right]$$

Nesse ponto podemos mostrar ao nosso aluno que:

1500 = P, pois é a parcela que estamos efetuando o pagamento (ou depositando);

1,03 = (1 + 0,03) = (1 + *i*) e

5 = n número de parcelas (ou depósitos) efetuados num intervalo de tempo constante.

Dessa forma deduzimos a fórmula de Amortização. Assim,

$$\boxed{A = P.\left[\frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n.i}\right]}$$

Onde:

A: amortização,

P: pagamentos efetuados em parcelas,

i: taxa de juros compostos,

n: número de parcelas.

Voltemos ao exemplo:

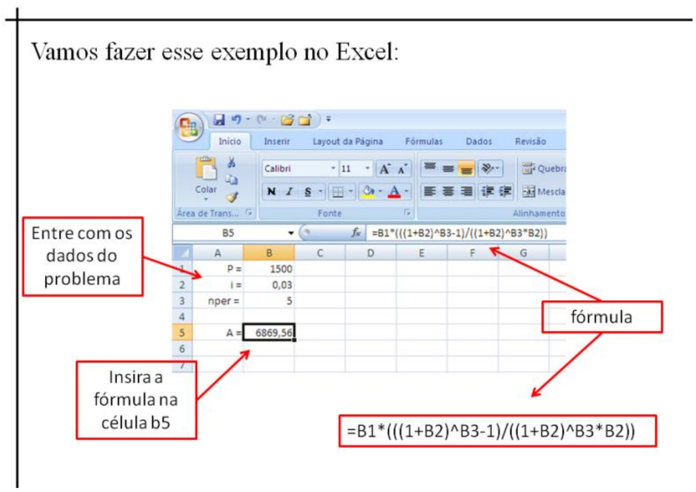
$$A = 1500.\left[\frac{1{,}03^5 - 1}{1{,}03^5 .\ 0{,}03}\right]$$

Temos A = 6869,56 reais que é o valor da dívida amortizada.

Esse é um exemplo de problema proposto de introdução ao tema de amortização, do qual julgamos importante, pois podemos deduzir a fórmula sem maiores problemas, indo de acordo com as recomendações dos PCNs (2006) conforme já citado anteriormente.

Vamos agora resolver esse mesmo exemplo com o auxílio da planilha eletrônica Excel. Primeiramente, com a introdução da fórmula e posteriormente com a utilização da fórmula pré-definida do software.

Figura 29: Resolução do exemplo 8 com o auxílio do Excel.
Slide número 40 de nossa proposta de aula.



Fonte: nossa proposta de aula

Observe na figura acima que destacamos a forma de como entrar com os dados na planilha Excel, inserimos a fórmula na célula de destino e mostramos como proceder:

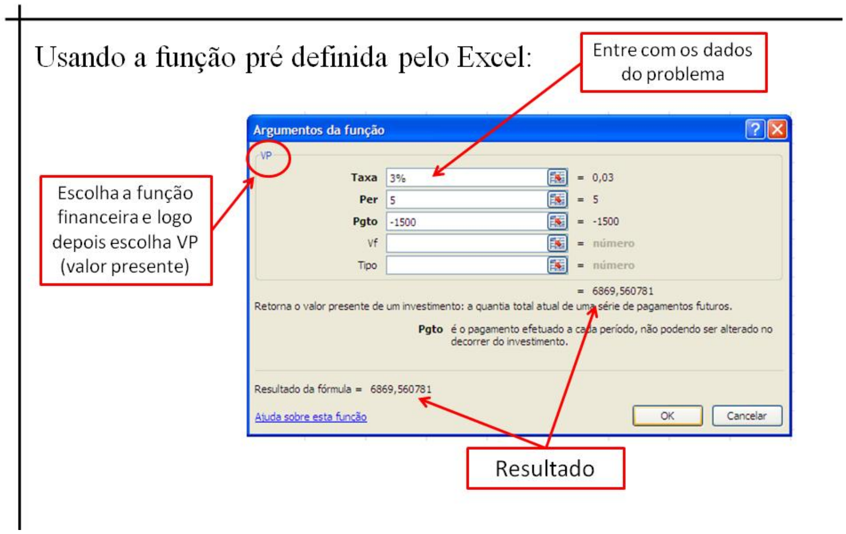
Essa fórmula apresentada é equivalente a utilizada no cálculo da amortização, de fato:

$A = P.\left[\frac{(1+i)^n-1}{(1+i)^n.i}\right]$, onde analogamente temos: $A = P.(((1 + i)^n – 1) / ((1 + i)^n . i))$

Após esses procedimentos, clicando em enter ao término da formulação, aparecerá o resultado esperado para o valor amortizado que é de R$ 6 869,56.

Resolvendo esse mesmo problema com o auxílio das funções pré-definidas do Excel,temos a figura seguinte a nos explicar:

Figura 30: Slide número 41 de nossa proposta de aula. Resolução do exemplo 8 com o auxílio de funções pré-definidas do Excel.



Fonte: nossa proposta de aula

Observe que escolhemos a função pré-definida (do Excel) Financeira, a seguir escolhemos VP (Valor Presente). Daí entramos com os dados do problema: taxa de 3%, período igual a 5 e Pgto (pagamento efetuado das parcelas) de – 1500, lembrando do valor negativo em débito, surgindo dessa forma o resultado, como destacado na figura acima.

3.6 PRINCIPAIS SISTEMAS DE AMORTIZAÇÃO

Nesse momento de nossa proposta de aula, julgamos importante a apresentação de alguns tipos de amortização existentes no mercado financeiro.

De acordo com Sá (2005), temos:

- Sistema de Pagamento Único

O devedor paga um montante igual ao capital (dívida) mais os juros compostos da dívida em um único pagamento ao final do período.

Seu uso mais comum se dá em letras de câmbio, títulos descontados em bancos, certificados a prazo fixo com renda final.

- Sistema de Pagamentos Variáveis

O devedor paga periodicamente valores variáveis de acordo com sua condição, sendo que os juros do saldo devedor são sempre pagos ao final de cada período.

Seu uso mais comum se dá em cartões de crédito.

- Sistema Americano

O devedor paga o Principal em um único pagamento ao final do prazo estipulado, e no final de cada período, realiza o pagamento dos juros do saldo devedor do período.

Comparando com outros sistemas, o americano é o que mais cobra juros ao devedor.

- Sistema de Amortização Constante (SAC)

Todas as parcelas de amortização são iguais, pagas ao longo do período. A principal característica do SAC é que ele amortiza um percentual fixo do saldo devedor desde o início do financiamento. Esse percentual de amortização é sempre o mesmo, o que faz com que a parcela de amortização da dívida seja maior no início do financiamento, fazendo com que o saldo devedor caia mais rapidamente do que em outros mecanismos de amortização.

O SAC é um dos tipos de sistema de amortização utilizados em financiamentos imobiliários.

- Sistema Price (Sistema Francês)

É um método usado em amortização de empréstimo cuja principal característica é apresentar prestações (ou parcelas) iguais. O método foi apresentado em 1771 por Richard Price em sua obra "Observações sobre Pagamentos Remissivos" (em inglês: *Observations on Reversionary Payments*).

O método foi idealizado pelo seu autor para o cálculo de pagamento de pensões e aposentadorias. No entanto, foi a partir da 2ª revolução industrial que sua metodologia de cálculo foi aproveitada para contagem de amortização de empréstimo.

$$A = P.\left[\frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n . i}\right]$$

Seu uso é muito comum em financiamentos de bens de consumo em geral, tais como: eletrodomésticos, móveis, automóveis, etc.

Como estamos trabalhando com a educação básica, optamos por estudar apenas o sistema PRICE, mais útil para nosso aluno.

Vamos agora explorar o conceito de amortização através de outro problema proposto, do qual mostraremos como calcular a parcela de um financiamento.

Exemplo 9: (Fiscal de Rendas – RJ – 1987) O preço de um automóvel é de R$ 50 000,00. Um comprador ofereceu R$ 20 000,00 de entrada e o pagamento do saldo restante em 12 prestações mensais iguais, sob taxa de juro composto de 5% ao mês. O valor de cada prestação, desprezados os centavos, é:

a) R$3 684,70 b) R$2 584,70 c) R$3 184,70 d) R$3 084,70 e) R$3 384,70

Solução:

Como o automóvel custa R$ 50 000,00 e com entrada de R$ 20 000,00, o comprador irá adquirir uma dívida (a ser amortizada) de R$ 30 000,00.

Nosso problema é calcular o valor da parcela de amortização de uma dívida de R$ 30 000,00 em 12 parcelas a taxa de juros compostos mensal de 5%.

Assim: A = 30 000 i = 5% n = 12

Na fórmula de amortização:

$$A = P.\left[\frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n . i}\right]$$

Isolando P (nosso problema à calcular), temos:

$$P = \frac{A.(1+i)^n . i}{(1+i)^n - 1}$$

Substituindo os valores,

$$P = \frac{30000.(1+0{,}05)^{12}.0{,}05}{(1+0{,}05)^{12}-1}$$

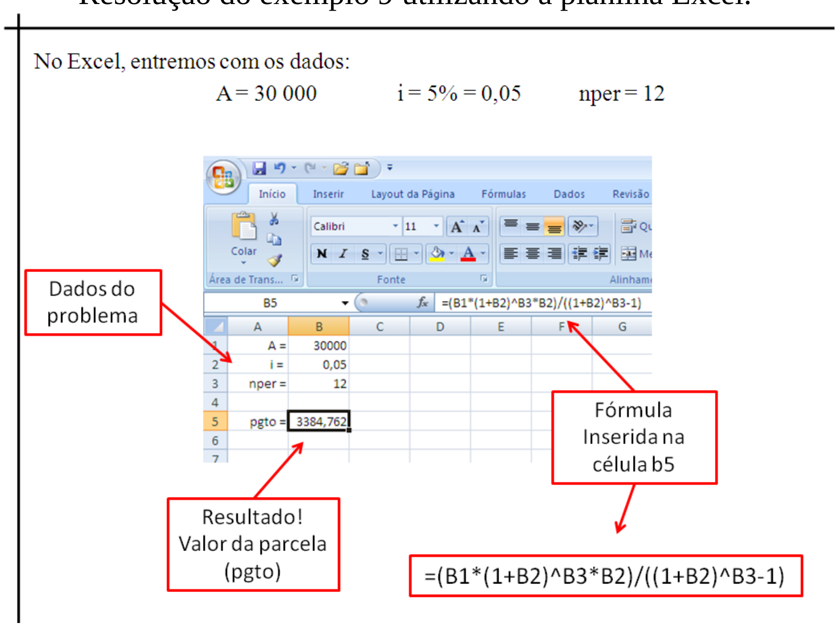
Efetuando os cálculos (com auxílio de uma calculadora), temos:

$$P = 3384{,}76$$

Portanto, o valor das parcelas da amortização de R$ 30 000,00 em 12 parcelas, à taxa de juros compostos mensal de 5%, será de R$ 3 384,76 (alternativa E).

Vamos agora resolver esse problema proposto utilizando a planilha eletrônica Excel. Primeiramente inserindo a fórmula conforme o problema e, posteriormente vamos usar a fórmula pré-definida do software.

Figura 31: Slide número 47 de nossa proposta de aula.
Resolução do exemplo 9 utilizando a planilha Excel.



Fonte: nossa proposta de aula

Observe na figura acima que entramos com os dados do problema e em seguida, escolhemos a célula onde queremos que apareça o resultado, no exemplo célula B5. Mostramos como inserir a fórmula para o cálculo da parcela de amortização.

Lembrando que analogamente, esta fórmula:

$$P = \frac{A.(1+i)^n.i}{(1+i)^n - 1}$$

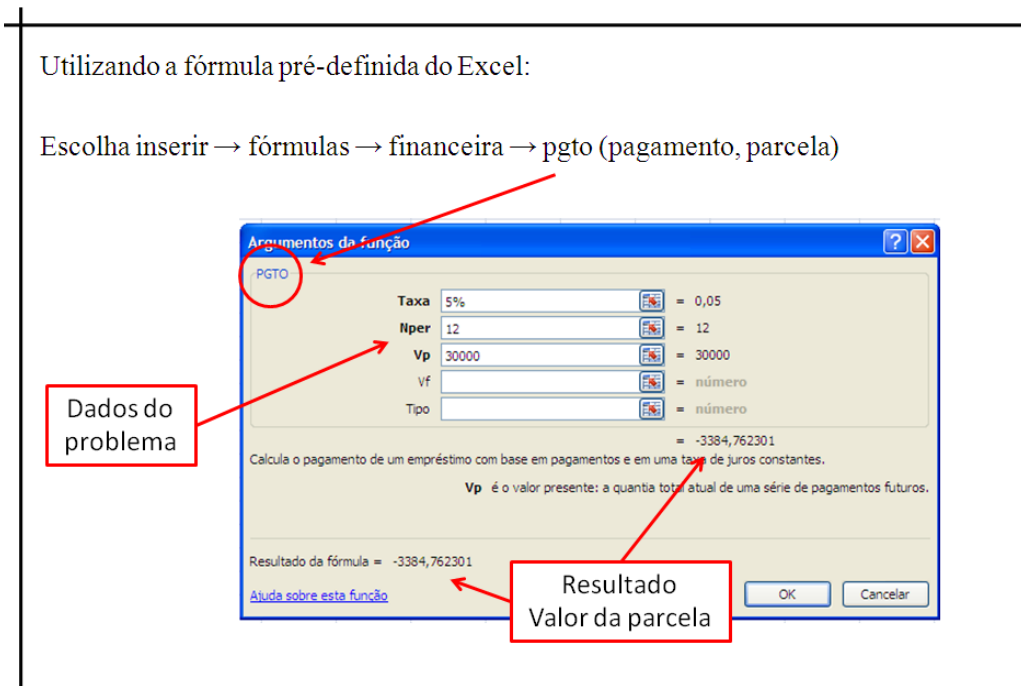
É equivalente a:

$$P = (A.(1+i)^n.i)/((1+i)^n - 1)$$

Assim, atribuímos os valores na fórmula em formato de células do Excel (observe a figura 30: =(B1*(1+B2)^B3*B2)/((1+B2)^B3-1)). Após a entrada da fórmula, clicando enter o resultado da parcela surgirá na célula escolhida.

Vamos resolver o mesmo exemplo com a utilização da fórmula pré-definida do Excel. Escolha: Fórmulas → Financeiras → Pgto (pagamento). A seguir surgirá a janela conforme figura abaixo.

Figura 32: Slide número 48 de nossa proposta de aula. Resolução do exemplo 9 com auxílio da fórmula pré-definida do Excel



Fonte: nossa proposta de aula

Observe a janela relativa a função PGTO, parcelas a pagar num financiamento (amortização). Entre com os dados do problema: Taxa de 5%, número de períodos (nper) igual a 12 meses e Valor Presente – VP (valor a ser amortizado) de 30000. Observe que o resultado da fórmula está negativo, se tivéssemos colocado VP negativo, seria contrário, o valor da parcela estaria negativo.

Finalmente chegamos ao final de nossa proposta de aula indicando uma lista com dez exercícios avaliativos.

Nossa proposta de aula se preocupou em mostrar o ensino da Matemática Financeira, tópicos de Capitalização e Amortização, de uma maneira bem simplificada. Partindo de exemplos concretos do cotidiano das pessoas, construímos os conceitos desses tópicos tão importantes para formação da cidadania de nosso aluno. Mostramos também como chegar às fórmulas, deduzindo-as dos problemas práticos propostos.

Gostaríamos de deixar essa aula como proposta de ensino na Educação Básica. Lembrando que seus pré-requisitos de aprendizagem são: conhecimentos de cálculos sobre porcentagem e proporcionalidade, juros simples, juros compostos e progressões geométricas. Aconselhamos a utilização dessa aula na seguinte sequência de ensino:

Ementa para o ensino Médio:

- Funções exponenciais;
- Funções logarítmicas;
- Progressões geométricas;
- Matemática financeira;
    - Revisão cálculos envolvendo porcentagens;
    - Juros simples;
    - Juros compostos;
    - Capitalização e Amortização (**nossa proposta**).

3.7 LISTA DE EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO E AVALIAÇÃO

Achamos por bem preparar uma lista de exercícios propostos que acompanhe essa proposta de aula a seguir.

1- Uma pessoa deposita no Banco "JuroAlto", no fim de cada mês, a quantia de R$ 750,00. Qual o montante acumulado ao final de 18 meses, sabendo que o Banco "JuroAlto" oferece uma taxa de 1,2% ao mês?

2- O Sr. Marco vai comprar um automóvel no valor de R$ 38 500,00. Ele dará de entrada o valor de R$ 7 500,00 e o restante financiará em 24 meses com taxa de juros compostos mensal de 1,44%. Qual o valor de cada parcela fixa desse financiamento no sistema Price?

3- Quanto deve uma pessoa depositar mensalmente num fundo de investimento, que paga uma taxa mensal de juros compostos de 1,1 %, para obter ao final de dois anos uma quantia de R$ 15 000,00?

4- O Prof. Pedro comprou uma *pick-up* no valor de R$ 96 870,00. Como não dispunha de todo esse valor, deu uma entrada no valor de 50% do valor do automóvel e financiou o restante em 36 meses. Qual o valor da prestação a pagar mensalmente, se a taxa de juros compostos do financiamento (Sistema Price) é de 0,96% a.m.?

5- Uma pessoa pagará 24 prestações mensais de R$ 125,00 relativo a compra de uma geladeira na loja "KobraKaro". Se a taxa mensal de financiamento (Sistema Price) é de 3,5% qual o valor à vista dessa geladeira?

6- (UF-RJ) A rede de lojas Sistrepa vende por crediário com uma taxa de juros mensal de 10%. Certa mercadoria, cujo preço à vista é P, será vendida a prazo de acordo com o seguinte plano de pagamento: R$ 100,00 de entrada, uma prestação de R$ 240,00 a ser paga em 30 dias e outra de R$ 220,00 a ser paga em 60 dias. Determine P, o valor de venda à vista dessa mercadoria.

7- Um aparelho de som é vendido à vista por R$ 1 500,00 ou a prazo com R$ 300,00 de entrada mais 3 prestações mensais iguais. Qual o valor de cada prestação se a loja cobra juros compostos à taxa de 3% a.m.?

8- (Unicamp-SP) O IPVA de um carro cujo valor é de R$ 8.400,00 é de 3% do valor do carro e pode ser pago de uma das seguintes formas:
a) À vista, no dia 15/01/1996, com um desconto de 5%. Qual o valor a ser pago nesse caso?
b) Em 3 parcelas iguais (sem desconto), sendo a primeira no dia 15/01/1996, a segunda no dia 14/02/1996 e a terceira no dia 14/03/1996. Qual o valor de cada parcela nesse caso?
c) Suponha que o contribuinte disponha da importância para o pagamento à vista (com desconto) e que nos períodos de 15/01/1996 a 14/02/1996 e 14/02/1996 a 14/03/1996 o dinheiro disponível possa ser aplicado a uma taxa de 4% em cada um desses períodos. Qual a forma de pagamento mais vantajosa para o contribuinte? Apresente os cálculos que justificam sua resposta.

9- (UFMG) Um televisor estava anunciado por R$ 500,00 para pagamento à vista ou em três prestações mensais de R$ 185,00 cada; a primeira delas a ser paga um mês após a compra. Paulo, ao invés de pagar à vista, resolveu depositar, no dia da compra, os R$ 500,00 numa caderneta de poupança, que lhe renderia 2% ao mês, nos próximos três meses. Desse modo, ele esperava liquidar a dívida, fazendo retiradas de R$ 185,00 daquela caderneta nas datas de vencimento de cada prestação. Mostre que a opção de Paulo não foi boa, calculando quanto a mais ele teve de desembolsar para pagar a última prestação.

10- (Fumarc-MG) Um microcomputador é encontrado à venda em três condições de pagamento:

I. À vista por R$ 999,00.

II. Em 2 prestações mensais iguais de R$ 500,00, cada uma, sem entrada.

III. Em 3 prestações mensais iguais de R$ 340,00, cada uma, sem entrada.

Qual é a melhor alternativa de pagamento para um comprador que aplica o seu dinheiro a juros compostos à taxa de 1% ao mês?

a) Apenas a assertiva I está correta.

b) Apenas a assertiva II está correta.

c) Apenas a assertiva III está correta.

d) Apenas as assertivas I e II têm o mesmo valor atual.

3.8 RESPOSTAS E SOLUÇÕES DOS EXERCÍCIOS PROPOSTOS

Respostas dos exercícios.

	A	B	C	D	E
1	R$ 14.969,23				
2	R$ 1.536,88				
3	R$ 549,54				
4	R$ 1.597,65				
5	R$ 2.007,30				
6	R$ 500,00				
7	R$ 424,24				
8	a) 239,40	b) R$ 84,00	c) 1ª opção		
9	R$ 35,57				
10	R$ 999,00	R$ 985,20	R$ 999,93	letra B	
11					

Solução de alguns exercicios

8-

a) 0,03 x 8400 = 252 reais valor do IPVA, com desconto de 5% temos,

252 x 0,95 = 239,40 reais valor para pagamento à vista.

b) 252 dividido em 3 parcelas, temos 252 : 3 = 84 reais valor de cada parcela.

c) Primeira opção: como dispõe de 252 e pagamento à vista é de 239,40, teria 12,60 de diferença, que aplicado durante dois meses, à taxa de juros compostos de 4% a.m. daria R$ 13,63.

Segunda opção: dividindo em 3 parcelas iguais no valor de R$84,00 cada. Como possui R$ 252,00, pagando R$84,00 no ato teria R$168,00 de diferença que aplicado durante 1 mês à 4%, daria R$174,72 que, descontado R$84,00 da segunda parcela, teria R$ 90,72 que aplicado durante 1 mês à 4%, daria R$94,35 que, descontado R$84,00 da última parcela, teria R$ 10,35.

Comparando os valores na mesma data (final) teríamos R$ 13,63 da primeira opção contra R$ 10,35 da segunda opção. Portanto, a primeira opção é mais vantajosa.

9- R$ 500,00 aplicado durante 1 mês à 2%, dá um montante de R$ 510,00, retirando R$ 185,00 referente a primeira parcela temos a diferença de R$ 325,00, que aplicado durante 1 mês à taxa de 2%, dá um montante de R$ 331,50. Retirando o valor da segunda parcela de R$ 185,00, temos a diferença de R$ 146,50, que aplicado mais 1 mês à taxa de 2%, gera um montante de R$ 149,43. Como a parcela é de R$ 185,00, Sr Paulo teve que desembolsar 185,00 – 149,43 = 35,57 reais.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao abordar a temática sobre o ensino da Matemática Financeira em nosso País muito se constatou, através de nossa investigação, que os Educadores Matemáticos de uma forma geral, consideram essa disciplina como provedora da formação da cidadania.

Essa importância que damos ao ensino de matemática financeira esta pautada na revisão literária que realizamos, onde buscamos amparo sobre ombros de educadores renomados, tais como Ubiratan D'Ambrosio (2001), Paulo Freire (1996), Ole Skovsmose (2008), Ilydio Pereira Sá (2005) entre outros.

Nossa proposta de aula também está amparado em aspectos legais sobre o ensino de matemática. Os PCNs (2006) defendem a importância do ensino de matemática buscando sempre o desenvolvimento da cidadania. A LDB (1996) também nos auxilia sobre esse objetivo de ensino de matemática pautado na fomentação da cidadania.

Ao abordar esse tema em nossa dissertação, não nos preocupamos em ensinar o que consideramos a primeira etapa para construção do conhecimento a respeito de Matemática Financeira: o conhecimento sobre cálculos de porcentagens, juros simples e juros compostos, pois o que constatamos em nossa pesquisa foi que esses tópicos iniciais já são abordados de uma forma contundente em livros didáticos e nas aulas de nossos professores participantes da pesquisa.

Nosso foco de ensino esteve voltado para os tópicos de Capitalização e Amortização, que são sub-tópicos do ensino de Matemática Financeira. Pois constatamos em nossa pesquisa de campo que esses temas não são abordados na Educação Básica, nem em livros didáticos por nós analisados.

Como julgamos esses dois tópicos de maior importância sobre o ensino de Matemática Financeira, propomos nossa aula sobre a temática apresentada.

Buscando essa valorização da cidadania, partimos para realizar uma investigação sobre o ensino de Matemática Financeira na Educação Básica. Aproveitamos de nossa condição de aluno de um curso de mestrado em Matemática e realizamos a pesquisa com nossos pares de curso. Acreditamos que os participantes da pesquisa são professores preocupados com a educação de nosso País, visto que, apesar das pediosas cargas excessivas de trabalho que a profissão de professor apresenta, nossos “bravos” participantes da pesquisa são alunos (aos sábados) desse curso de grande qualidade proposto pela Sociedade Brasileira de Matemática.

Nossa pesquisa buscou respostas em relação ao ensino desse conteúdo e, sobretudo, queríamos levantar a questão sobre o ensino dos tópicos de Capitalização e Amortização na Educação Básica. Constatamos após análise dos dados que apenas um professor dos 33 entrevistados relatou que ensina esses temas na Educação Básica.

Por essas razões buscamos apresentar uma proposta de aula sobre Capitalização e Amortização, podendo ser trabalhada tranquilamente, sem maiores empecilhos, na Educação Básica (Ensino Médio) após os estudos sobre progressões geométricas. Nossa proposta está amparada por conceitos da Educação Matemática Crítica.

Outro objetivo de nossa aula é o incentivo ao uso de novas tecnologias em sala de aula, para isso utilizamos a planilha eletrônica Excel como ferramenta matemática para os problemas propostos. Nossa proposta de aula é para ser realizada com computadores contendo o software Microsoft Excel.

Todos os problemas propostos foram resolvidos com auxílio da antiga ferramenta papel, lápis (e calculadora) e também com uso de novas ferramentas: o software citado acima.

A aula parte de uma revisão sobre os principais tópicos da Matemática Financeira, tais como: cálculo de porcentagens e sobretudo juros compostos. Após essa revisão, iniciamos nossa aula com nomenclaturas e simbologias utilizadas por nós e seus formatos análogos utilizados pela planilha Excel.

Depois dessa revisão, partimos para uma definição de taxas efetivas e nominais, com mais exemplos. A partir daí inserimos os conceitos de capitalização e amortização via resolução de problemas propostos.

Após reflexões sobre os temas apresentados, julgamos que esses tópicos da Matemática Financeira devem fazer parte do ensino desse conteúdo na Educação Básica, deixando uma proposta de aula sobre a temática apresentada.

Esperamos que possamos contribuir dessa forma para o ensino da Matemática em nosso País. Que o conteúdo de Matemática Financeira apresentados por nós possa oferecer elementos para o desenvolvimento da cidadania e, sobretudo, do letramento matemático de nossos alunos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALMEIDA, Adriana Correa. **Trabalhando Matemática Financeira em uma sala de aula do Ensino Médio da escola publica.** Campinas, SP, 2004.

ASSAF NETO, Alexandre. **Matemática Financeira e suas aplicações**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio: ciências da natureza, matemática e suas tecnologias.** vol. 2. Brasília, 2006.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998.

CEVALLOS, I. **O Mestrado Profissional em Ensino de Matemática e o desenvolvimento de profissional de professores**: um desafio institucional. Tese (Doutorado em Educação Matemática). São Paulo: Pontifica Universidade Católica de São Paulo/Programa de Pós-graduação em Educação Matemática, 2011.

CRUZ, Lirani Maria Franco da. (2011). **Matemática e Cidadania**. Disponível em: http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br. Acesso em 01 jul. 2013.

DAGNINO, Evelina (org.). **Os movimentos sociais e a emergência de uma nova noção de cidadania. Anos 90 – política e sociedade no Brasil.** São Paulo: Brasiliense, 1994, p. 107.

D´AMBROSIO, Ubiratan. (2001). **Etnomatemática: Elo entre as tradições e a modernidade.** 2. ed. Belo Horizonte/MG: Autêntica, 2005.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da Autonomia: saberes necessários à prática educativa.** São Paulo: Paz e Terra, 1996.

GIL, A. C. **Como Elaborar Projetos de Pesquisa.** 4 Ed. São Paulo: Atlas, 2002.

GODOY, A. S. Introdução à pesquisa qualitativa e suas possibilidades. **Revista de Administração de Empresas**, v. 35, n.2, mar./abr., 1995, p. 57-63.

GOULART, I. B.; SAMPAIO, J. dos R. **Qualidade de vida no trabalho: uma analise da experiência de empresas brasileiras.** In: SAMPAIO, J. dos R. (Org). Qualidade de vida no trabalho e psicologia social. 2. ed. São Paulo: Casa do Psicólogo, 2004.

IEZZI, Gelson. HAZZAN, Samuel. DEGENSZAJN, David Mauro. **Fundamentos da Matemática Elementar.** v. 11. São Paulo: Atual, 2004.
JOUCOSKI, Emerson. JUNIOR, Olindo Possiede. **O ENSINO DA MATEMÁTICA FINANCEIRA: relato de uma experiência de aprendizagem.** Dia a dia da Educacao, Paraná. 2010. < http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/362-4.pdf>. Acesso em: 12 de abr. 2013.

JUNIOR, Hélio Rosetti. SCHIMIGUEL, Juliano. **Educação matemática financeira: conhecimentos financeiros para a cidadania e inclusão.** Revista Cientifica Internacional, ano 2, n. 09, set./out., 2009.

KESTRING, S. **Metodologia do trabalho acadêmico: orientações para sua elaboração.** Blumenau: Acadêmica, 2001.

LIMA, Elon Lages, CARVALHO, Paulo Cezar Pinto, WAGNER, Eduardo, MORGADO, Augusto César. **A Matemática do Ensino Médio**. v. 2. 6. ed. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2006.

LIMA, Cristiane Bahia. SÁ, Ilydio Pereira de. **Matemática Financeira no Ensino Fundamental.** Revista TECCEN – Universidade Severino Sombra – Vol. 3 – n.1 – abril de 2010 – ISSN 1984-0993.

LUNA, Sérgio V. **Planejamento de pesquisa: uma introdução**. São Paulo: EDUC, 2003.

MORETTO, Vasco Pedro. **Construtivismo: a produção do conhecimento em aula**. 3ª edição, Rio de Janeiro: DP&A, 2003.

NASCIMENTO, Pedro Lopes do. **A formação do Aluno e a Visão do Professor do Ensino Médio em relação a Matemática Financeira.** Dissertação de Mestrado. PUC/SP. 2004.

NEVES, J. L. Pesquisa qualitativa: características, usos e possibilidades. **Caderno de Pesquisas em Administração**. São Paulo, v. 1, n. 3, 2º sem., 1996.

OLIVEIRA, M. M. **Como fazer pesquisa qualitativa.** Petrópolis, RJ: VOZES, 2007.

OLIVEIRA, Marcus V.S. de. **Mestrado Profissional em Educação Matemática: contribuições para a atuação profissional do professor da (na) Educação Básica.** 2012. 110 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática). Universidade Severino Sombra, Vassouras – RJ. 2012.

PAGOTTI, Antônio Wilson. ASSIS, Sueli. **O ensino superior no Brasil entre o público e o privado**. Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação – ANPED. 2001. Acesso em: http://www.anped.org.br, agosto de 2013.

NEVES, J. L. Pesquisa qualitativa: características, usos e possibilidades. **Caderno de Pesquisas em Administração**. São Paulo, v. 1, n. 3, 2º sem., 1996.

NÓVOA, A. **Os professores e a sua formação**. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional. 1992.

NÓVOA, A. (Org.). **Vidas de professores.** Porto: Porto Editora. 2000.

NÓVOA, A. **Professor se forma na escola.** 2001. < http//www.novaescola.abril.br. >
Acesso em 15 de jan. 2013.

PERRENOUD, P. La pédagogie de maîtrise, une pédagogie rationaliste? In: **Assurer la réussite des apprentissages scolaires?** [M. Huberman, ed., 1988. PICONEZ, S. C. B. **Educação escolar de adultos:** pós-alfabetizaçào. Campinas, 1995, 132p. Tese (Doutorado) . Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas.

PIMENTA, S. G. **Saberes pedagógicos e atividade docente.** São Paulo: Cortez. 2000.

PAIVA, Ana M. S., SÁ, Ilydio P. **Educação matemática crítica e matemática comercial e financeira na formação de professores.** In: Actas do Seminário de Investigação em Educação Matemática, 21, 2010. Universidade de Aveiro, Lisboa. *Anais*... Lisboa: Associação dos Professores de matemática, 2010, p. 425-437.

PAIVA, A. M. S. OLIVEIRA, M. V. S. de. Que Professor de Matemática Formar Hoje?. ***Anais...*** V Congresso Internacional de Ensino de Matemática. Universidade Luterana do Brasil – ULBRA, Canoas – RS, 20 a 23 de out. de 2010.

ROSETTI, Hélio. SCHIMIGUEL, Juliano. **Estudo comparativo dos modelos de matemática financeira em bibliografia adotada no ensino médio.** Enciclopédia Biosfera, Centro Científico Conhecer - Goiânia, vol.6, N.11; 2010.

SÁ, Ilydio Pereira de. **A Educação Matemática Crítica e a Matemática Financeira na Formação de Professores.** São Paulo, 2012. 152 p. Tese (Doutorado em Educação Matem´tica) – Universidade Bandeirante de São Paulo – UNIBAN, São Paulo, 2012. [orientador: Professor Doutor Ubiratan D’Ambrosio].

SÁ, Ilydio Pereira de. **Matemática Comercial e Financeira: para educadores matemáticos.** Rio de Janeiro: Sotese, 2005.

SANTOS, Raphael Pereira. VEIGA, Janaína. SÁ, Ilydio Pereira de. **Uma Proposta de Formação Continuada sobre Matemática Financeira para Professores de Matemática do Ensino Médio**. Revista Eletrônica TECCEN, Vassouras, v. 5, n. 2 p. 5-30, mai./ago., 2012.

SANTOS, A. S. **Analise de Matemática financeira nos livros didáticos de Ensino Médio.** 2012. 59f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática). Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2012.

SKOVSMOSE, Ole - **Educação Matemática Crítica: a questão da democracia** – Editora Papirus: São Paulo, 4ª edição, 2008.

TAVARES, E. D. et all. **Projeto de qualidade de vida: combate ao estresse do professor**, 2007. Disponível em <http://www.bibliotecadigital.unicamp.br>. Acesso em: 10/06/2013.

ZENTGRAF, Roberto. **Matemática Financeira Objetiva.** 4. ed. Rio de Janeiro: Editoração Ed. E ZTG Ed.. 2003.

TEIXEIRA, E. C. O papel das políticas públicas no desenvolvimento local e na transformação da realidade. Revista AATR, 2002. Disponível em: http://pt.scribd.com/doc/57253448/03-Aatr-Pp-Papel-Politicas-Publicas. Acesso em: 21/06/2011.

ANEXOS

ANEXO I

Questionário de Pesquisa sobre o ensino de Matemática Financeira

UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA

O REFERIDO QUESTIONÁRIO TEM CARÁTER ESCLUSIVAMENTE DE PESQUISA

Nome: ____
Idade:______

Em qual instituição você obteve a sua formação acadêmica? ☐ Privado ☐ Federal ☐ Estadual

Possui Pós- Graduação?: ☐ SIM ☐ NÃO

A instituição que você realizou a Pós é: ☐ Privada ☐ Federal ☐ Estadual

Tempo de experiência no magistério:

0-5 ☐ 5-10 ☐ 10-15 ☐ 15-20 ☐ 20-25 ☐ 25-30 ☐

Carga horária trabalhada semanalmente:

0-10 ☐ 10-20 ☐ 20-30 ☐ 30-40 ☐ 40-50 ☐ 50-60 ☐ 60-70 ☐ mais de 70 ☐

Qual (is) rede(s) de ensino que você leciona atualmente no ensino médio?

☐ Municipal ☐ Estadual ☐ Federal Privada ☐

Durante a graduação, você cursou a disciplina Matemática Financeira (MF)? ☐ SIM ☐ NÃO

Em qual série você trabalha com o conteúdo sobre MF?

Fundamental:

☐ **6 ano** ☐ **7 ano** ☐ **8 ano** ☐ **9 ano**

Médio

☐ **1 ano** ☐ **2 ano** ☐ **3 ano**

Quais conhecimentos prévios que você considera importante que o aluno deva saber para o estudo de MF?

____

____

____

A Matemática Financeira é exigida no currículo mínimo em todas as redes de ensino em que leciona?

Privada ☐ SIM ☐ NÃO

☐ ☐

Pública SIM NÃO

Se sim, até qual subitem é trabalhado:

Juros Simples ☐ Juros Composto ☐ Capitalização ☐ Amortização ☐

Observações:____

____

____

____

____

Anexo II

Proposta de aula sobre Capitalização e Amortização com o uso do Excel.

Obs: essa aula foi realizada no software gerenciador de slides PowerPoint.

Slide 1:

Matemática Financeira

Capitalização e Amortização

Prof. Marcus Vinicius Silva de Oliveira

Pré-requisitos:

- **cálculos envolvendo porcentagem,**
- **juros simples e compostos,**
- **progressão geométrica.**

Slide 2:

Rápida revisão sobre juros compostos.

Exemplo 1: João Pedro investe R$ 350,00 a juros de 5% ao mês. Qual será o montante de João Pedro daqui a quatro meses?

Solução:

como no regime de juros compostos de taxa *i*, um valor principal *C* transforma-se, depois de *n* períodos de tempo, em um montante $M = C \cdot (1 + i)^n$, pois basta observar que os valores do Capital crescem a uma taxa constante *i* e, portanto, formam uma progressão geométrica de razão $1 + i$.

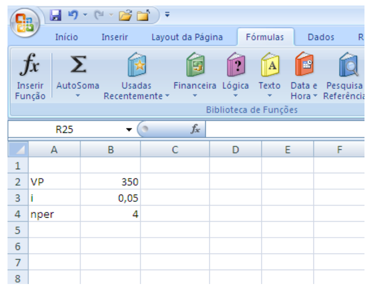
Sendo assim, $M = C \cdot (1 + i)^n$

C = 350 reais   i = 5% = 5/100 = 0,05   n = 4

$M = 350 \cdot (1 + 0{,}05)^4$
$M = 350 \cdot (1{,}05)^4$
$M = 350 \cdot 1{,}21550625$
$M = 425{,}43$ reais

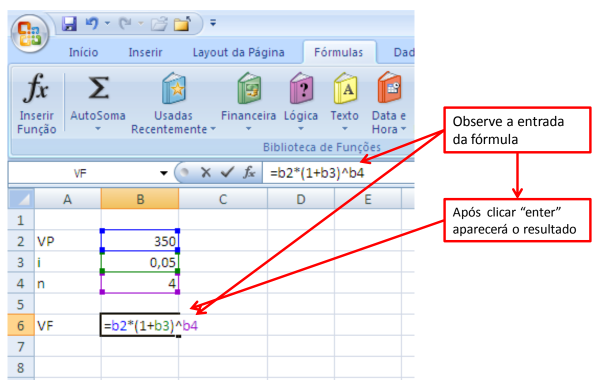
Slide 3:

No Excel:
Preencher as células conforme modelo a seguir:



Slide 4:

Na célula 6A digite VF (valor futuro ou montante) e na célula 6B vamos preencher a fórmula VF = VP . $(1 + i)^n$, assim: clique na célula 6B e digite " = B2*(1 + B3)^B4 e pressione enter ao final, o resultado 425,43 aparecerá na célula 6B"

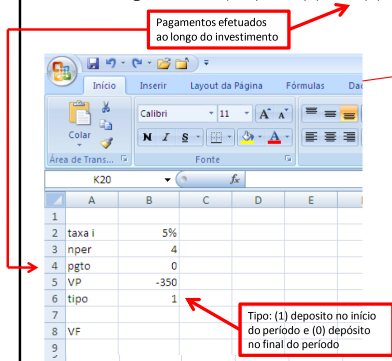


Slide 5:

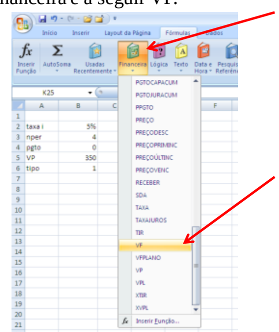
Vamos resolver o mesmo problema utilizando a fórmula do Excel para Financeira:
Digite nas células: A2 (taxa i); A3 (nper); A4 (pgto); A5 (VP) ; A6 (tipo) e A8 (VF)
Entre com os dados do problema:

digite em B2 (5%); B3 (4); B4 (0); B5 (- 350) e B6 (1)

Tipo: (1) deposito no início do período e (0) depósito no final do período

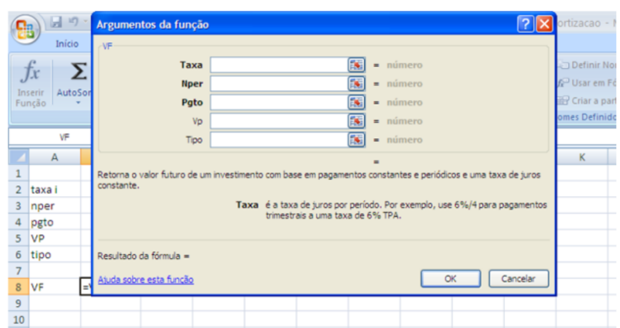


agora clique sobre a célula B8 e em seguida em Fórmulas e escolha Financeira e a seguir VF.



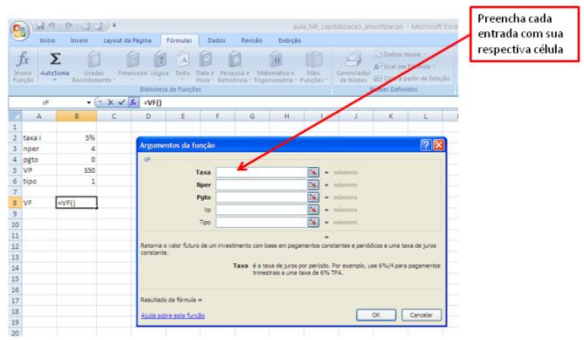
Slide 6.1:

Depois de aberto a janela de VF (clique e arraste para melhor visualização) selecionada no item Financeira proceda da seguinte forma:



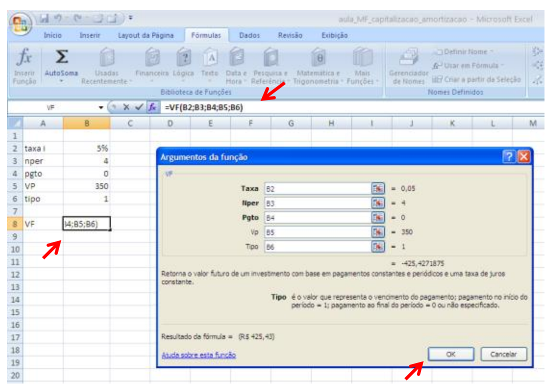
Slide 6.2:

Depois de aberto a janela de VF (clique e arraste para melhor visualização) selecionada no item Financeira proceda da seguinte forma:



Slide 7:

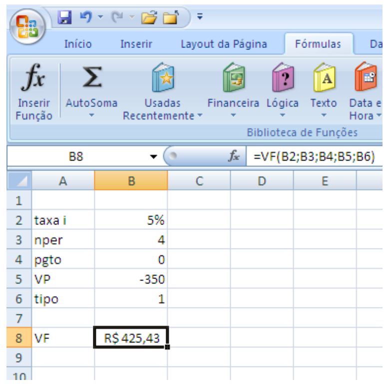
Após o preenchimento de todas as células, a janela ficará assim:



Clique em Ok e o Valor Futuro (VF) aparecerá na célula B8.

Slide 8:

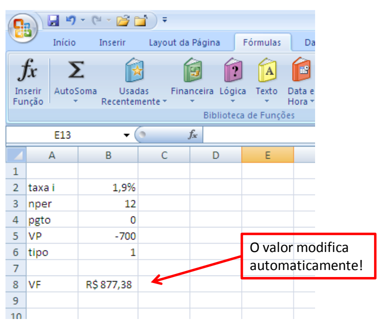
Dessa forma:



Slide 9:

Sugestão:

Proponha outros valores para turma... agora ficou fácil... é só mudar as células de entradas, por exemplo...



Slide 10:

Exemplo 2: Quanto tempo um Capital de R$ 1500,00 deverá ser aplicado num fundo de investimentos a uma taxa de 9% ao mês, para que dobre de valor?

Solução:

como $M = C \,.\, (1 + i)^n$

temos $C = 1500$

$i = 9\% = 0{,}09$

$M = 2 \,.\, 1500 = 3000$

n é o que queremos saber!

Assim:

$3000 = 1500 \,.\, (1 + 0{,}09)^n$

$2 = (1{,}09)^n$

Criando log dos dois lados da equação, temos

$\log 2 = \log (1{,}09)^n$

$0{,}301 = n \,.\, \log (1{,}09)$

$0{,}301 = n \,.\, 0{,}037$

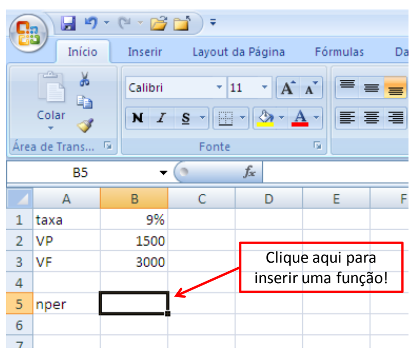
$n = 8{,}04$

Resposta: aproximadamente 8 meses.

Slide 11:

Vamos resolver o exemplo 2 no Excel.

Com a planilha aberta, insira os dados a seguir:



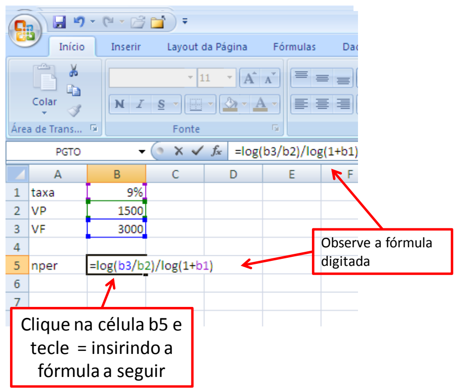
Slide 12:

Como VF = VP * (1 + i)^n

Corresponde a VF/VP = (1 + i)^n

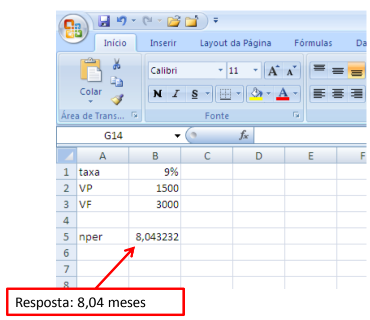
Aplicando log temos log(VF/VP) = n . log(1 + i)

Vamos escrever essa última como fórmula no excel, assim:



Slide 13:

Após OK, temos:



Slide 14:

Vamos resolver o seguinte exemplo (LIMA, 2006, p.46)

Exemplo 3: " Pedro tomou um empréstimo de 300 reais, a juros de 15% ao mês. Dois meses após, Pedro pagou 150 reais e, um mês após esse pagamento, Pedro liquidou seu débito. Qual o valor desse último pagamento?"

Solução.

Os esquemas de pagamento representados abaixo são equivalentes. Logo, 300 reais, na data 0, têm o mesmo valor de 150 reais dois meses após, mais um pagamento igual a P, na data 3.

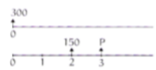


Figura 1:

Igualando os valores, na mesma época (0, por exemplo), dos pagamentos nos dois esquemas, obtemos

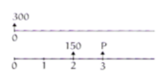
$$300 = \frac{150}{(1+0{,}15)^2} + \frac{P}{(1+0{,}15)^3}$$

daí, P = 283; 76. Portanto, o último pagamento foi de R$283,76.

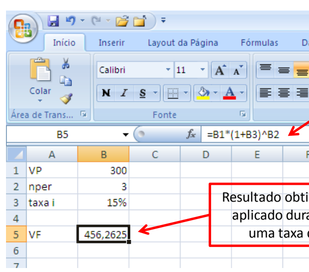
Slide 15:

No Excel temos:

Analisando o esquema a seguir:



Vamos deslocar todos os valores para data 3, assim poderemos compará-los.

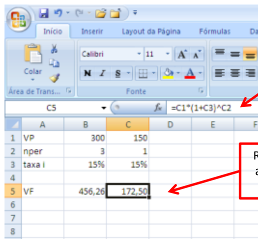


Observar a fórmula digitada na célula b5.

Resultado obtido de R$ 300,00 aplicado durante 3 meses a uma taxa de 15% a.m.

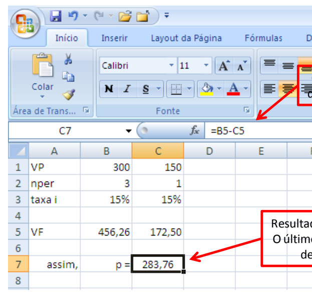
Slide 16:

e,



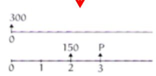
Observar a fórmula digitada na célula c5.

Resultado obtido de R$ 150,00 aplicado durante 1 mês a uma taxa de 15% a.m.



Observar a fórmula digitada na célula c7.

Como todos os valores, agora, estão na mesma data, podemos compará-los.



Resultado do problema. O último pagamento foi de R$ 283,76

Slide 17:

Exemplo 4: Qual a taxa mensal de juros compostos que, em um investimento de 10 meses, elevou um capital de R$ 5000,00 para 6145,00? (dado: $\sqrt[10]{1,229} = 1,02$)

Solução: $M = C \cdot (1 + i)^n$

interpretação do problema: $M = 6145$; $C = 5000$; $n = 10$ e $i = ?$

Assim,

$6145 = 5000 \cdot (1 + i)^{10}$

$6145/5000 = (1 + i)^{10}$

$1,229 = (1 + i)^{10}$

$\sqrt[10]{1,229} = (1 + 1)$

$1,02 = 1 + i$

$i = 0,02$ ou seja 2% ao mês.

Slide 18:

Como fazer esse exemplo no Excel?

Primeiramente, $M = C \cdot (1 + i)^n$ ou

(no Excel) $VF = VP \cdot (1 + i)^n$

Assim, $VF / VP = (1 + i)^n$

Elevando ambos os lados por 1/n, temos

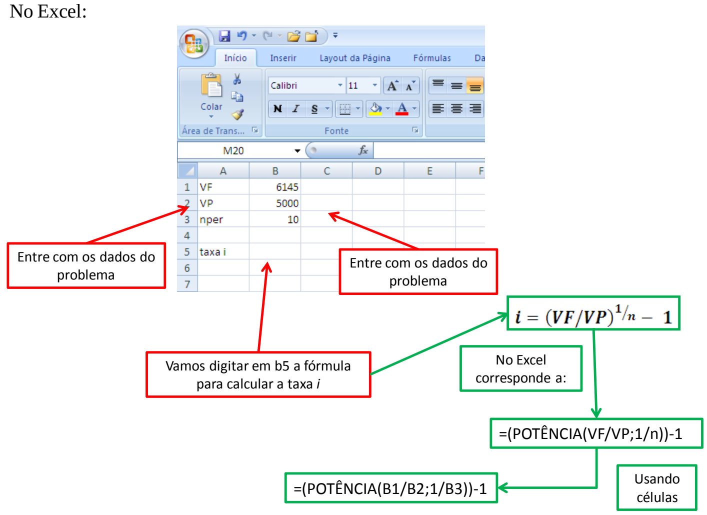
$$(VF / VP)^{1/n} = (1 + i)$$

Daí a fórmula que nos permite calcular a taxa i de investimento.

$$\boxed{i = (VF/VP)^{1/n} - 1}$$

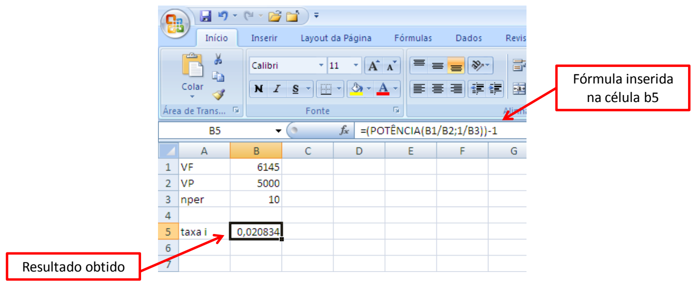
Slide 19:

No Excel:



Slide 20:

No Excel:

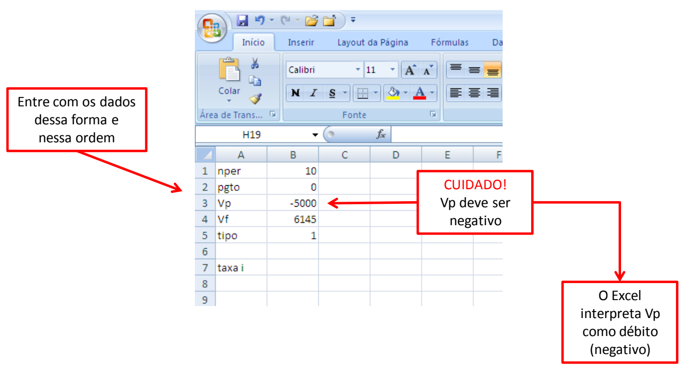


Portanto, a solução do problema:

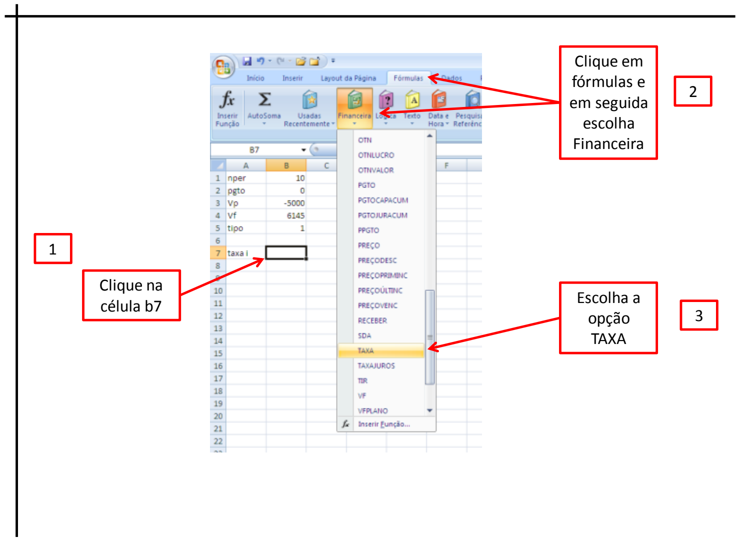
taxa mensal de 0,020834 ou ainda, 2% aproximadamente.

Slide 21:

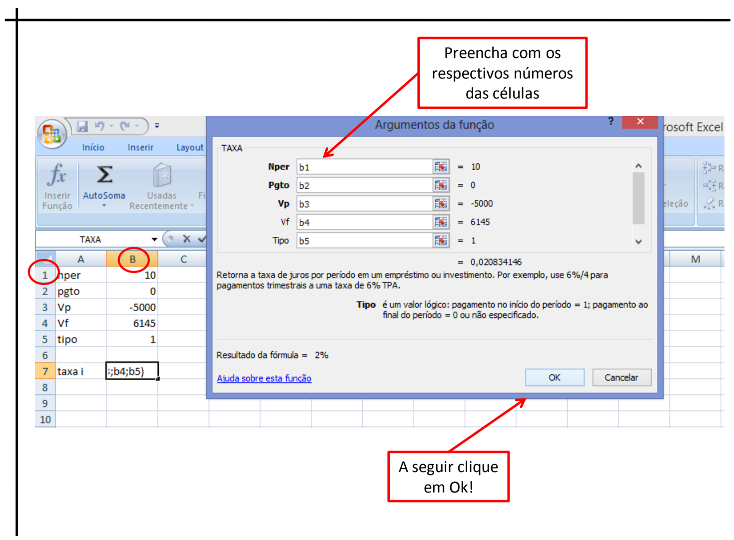
No Excel usando fórmula pronta de Financeira. Insira os dados conforme abaixo...



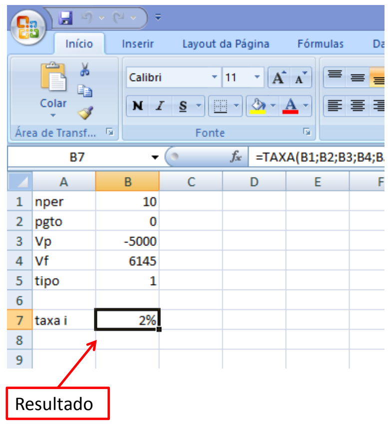
Slide 22:



Slide 23:



Slide 24:



Slide 25:

Taxa Efetiva e Taxa Nominal

TAXA EFETIVA:

"Uma taxa é denominada efetiva quando já está referida ao período de capitalização" (SÁ, 2005, p. 75). Por exemplo,

8% ao mês, com capitalização mensal é um exemplo de taxa efetiva;

35% ao trimestre, capitalizados trimestralmente é outro exemplo de taxa efetiva.

TAXA NOMINAL:

"A taxa nominal está referida a um período distinto do período de capitalização, e a mudança necessária é feita através de uma proporção, como nos juros simples" (SÁ, 2005, p. 75). Por exemplo,

uma taxa de 180% ao ano capitalizados mensalmente, será transformada para efeitos de cálculos em: 180% : 12 = 15% mensal.

IMPORTANTE:

"Nas situações de juros compostos, sempre que a taxa não estiver referida à mesma unidade que o período de capitalização, ela deve ser considerada como taxa nominal, e, todas as transformações necessárias devem ser feitas como em juros simples (proporcionalmente)" (SÁ, 2005, p. 75).

Slide 26:

Exemplo 5: Luciana quer liquidar, uma dívida representada por um título cujo valor nominal é de R$ 1 000,00, 4 meses antes do vencimento, Sabendo-se que o banco credor utiliza uma taxa de desconto composto de 2% ao mês, ache o valor do desconto.

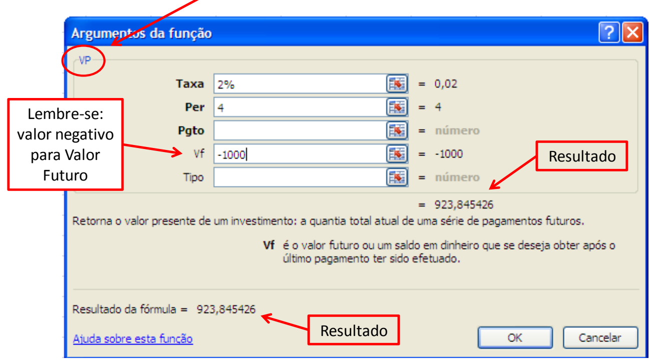
SOLUÇÃO:

$$\mathbf{M = C\,.\,(1 + i)^{-n}} \quad \textbf{ou} \quad \mathbf{M = 1000.(1{,}02)^{-4}}\,.$$

Teremos então A= 1000.0,92385 = 923,85 , ou seja, o desconto será a diferença 1000 – 923,85 = R$76,15.

Slide 27:

No Excel (a partir de agora, resumiremos o uso dessa planilha), optaremos pela função financeira e escolha de VP (valor presente). Preenchendo os dados temos:



Para resultado final, faça a diferença:

1000 – 923,85 = 76,15

Slide 28:

Capitalização e Amortização

De acordo com Sá (2005, p. 103) podemos "constituir um capital ou resgatar uma dívida depositando ou pagando certa quantia, em épocas distintas. No primeiro caso temos uma CAPITALIZAÇÃO e no segundo, uma AMORTIZAÇÃO".

RENDAS: a sucessão de depósitos ou de prestações, em épocas distintas, destinadas a formar um capital ou a pagar uma dívida é o que chamamos de RENDA.

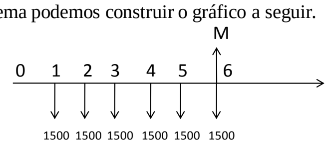
As parcelas ou depósitos são chamados de termos da renda.

Vamos ao seguinte exemplo:

Slide 29:

Exemplo 6: Lucas deposita mensalmente, durante 6 meses, R$1500,00 num fundo de investimento que lhe paga juros compostos de 5% ao mês. Qual o montante acumulado por Lucas logo após o último pagamento?

Com os dados do problema podemos construir o gráfico a seguir.



Vamos mover todo pagamento (renda) para data 6 e daí calcular o Montante gerado por esse investimento.

Todos os valores depositados são independentes (como se cada valor fosse investido individualmente) Assim o Montante será igual a:

$$M = 1500\cdot(1{,}05)^5 + 1500\cdot(1{,}05)^4 + 1500\cdot(1{,}05)^3 + 1500\cdot(1{,}05)^2 + 1500\cdot(1{,}05)^1 + 1500\cdot(1{,}05)^0$$

Colocando 1500 (fator comum) em evidência, temos:

$$M = 1500\cdot\underbrace{[(1{,}05)^5 + (1{,}05)^4 + (1{,}05)^3 + (1{,}05)^2 + (1{,}05)^1 + (1{,}05)^0]}_{\text{isso representa a soma dos termos de uma PG}} \text{ ou ainda,}$$

Slide 30:

M = 1500·[(1,05)^0 + (1,05)^1 + (1,05)^2 + (1,05)^3 + (1,05)^4 + (1,05)^5]

M = 1500·[$\underbrace{1 + (1,05)^1 + (1,05)^2 + (1,05)^3 + (1,05)^4 + (1,05)^5}$]

ainda representa a soma dos termos de uma PG

$$S_n = a_1 . \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

Onde: a_1 = 1, q = 1,05 e n = 6 (termos)

Logo, $M = 1500 . \left[1 . \frac{1{,}05^6 - 1}{1{,}05 - 1}\right]$ ou ainda,

Fator: (1 + *i*)

Período = n

$M = 1500 . \left[\frac{(1{,}05)^6 - 1}{0{,}05}\right]$ daqui podemos mostrar ao nosso aluno que:

Valor da parcela depositada

Taxa *i*

e concluir que a capitalização pode ser obtida pela fórmula:

$$\boxed{M = P . \left[\frac{(1 + i)^n - 1}{i}\right]}$$

onde:
M : montante;
P: parcela a pagar;
i: taxa

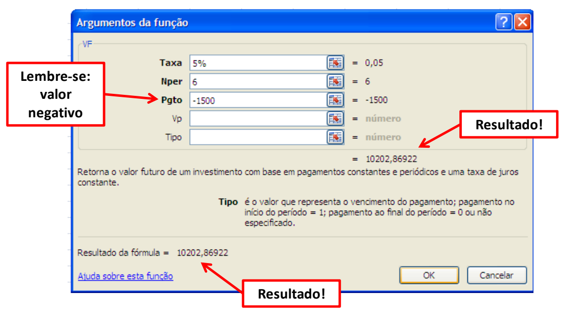
Solução: M = 10202,87 reais

Slide 31:

No Excel seria assim:

Escolha: funções (fórmulas) → financeira → VF (valor futuro)

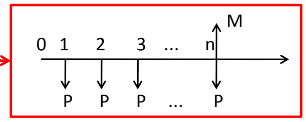
Preencha os campos com os dados do problema:



Slide 32:

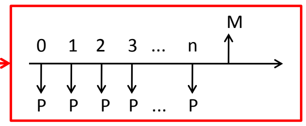
Esse exemplo que acabamos de fazer, é o que chamamos de ***montante de uma renda postergada***, pois os depósitos ocorrem no final de cada período. Podemos ter também uma situação onde os depósitos são realizados no início de cada período, onde chamaremos de ***montante de uma renda antecipada*** (Sá, 2005).

Montante de uma Renda Postergada



$$M = P.\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right]$$

Montante de uma Renda Antecipada



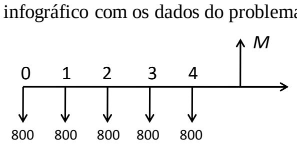
$$M = P.\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right].(1+i)$$

"A maneira mais prática de calcular o montante acumulado com os n depósitos antecipados é calcular o montante como se fosse uma renda postecipada e multiplicar a resposta por (1 + i)". (SÁ, 2005, p.109).

Slide 33:

Exemplo 7: Pedro deposita em uma financeira, no início de cada mês, durante cinco meses, a quantia de R$ 800,00. Qual será o montante da renda, sabendo que essa financeira paga juros de 1,2% ao mês, capitalizados mensalmente?

Vamos construir um infográfico com os dados do problema:



Assim, calcularemos o montante com uma renda antecipada:

$$M = P.\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right].(1+i)$$

Fazendo P = 800, i = 1,2% = 0,012 e n = 5, temos:

$$M = 800.\left[\frac{(1+0{,}012)^5 - 1}{0{,}012}\right].(1+0{,}012)$$

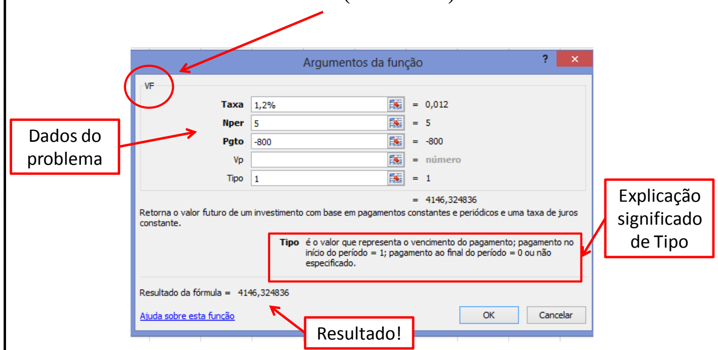
M = 4097,16 . 1,012

M = 4146,32 reais

Slide 34:

Resolvendo o exemplo 7 no Excel, temos:

Escolher: Fórmulas → Financeiras → VF (Valor Futuro)



Slide 35:

Amortização Composta

No dicionário Aurélio, amortizar significa extinguir uma dívida aos poucos.

Sá (2005, p. 121) define: "Amortização é um processo de extinção de uma dívida através de pagamentos periódicos, que são realizados em função de um planejamento, de modo que cada prestação corresponde à soma de uma parcela de amortização da dívida, com a parcela de juros".

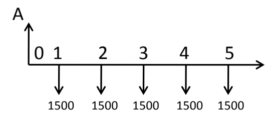
Iezzi (2004, p. 68) denomina amortização de "sequência uniforme de pagamentos" e define assim: "consideremos um valor financiado V que deve ser pago em prestações iguais de valor R nas datas 1, 2, 3, ..., n e supondo que a taxa de juros cobrada no financiamento seja i por período de tempo. Chamamos esse conjunto de *sequência uniforme de pagamentos"*.

Slide 36:

Vamos ao **exemplo 8**: determinemos a valor de uma dívida que foi amortizada com cinco pagamentos mensais de R$ 1500,00 postecipados, a uma taxa de juros compostos de 3% a.m..

Solução:

Analisemos o fluxo de caixa.



Retroagindo à data zero, temos:

A = 1500.$(1,03)^{-1}$ + 1500.$(1,03)^{-2}$ + 1500.$(1,03)^{-3}$ + 1500.$(1,03)^{-4}$ + 1500.$(1,03)^{-5}$

Colocando 1500 (fator comum) em evidencia, temos:

$A = 1500.[\underbrace{(1,03)^{-1} + (1,03)^{-2} + (1,03)^{-3} + (1,03)^{-4} + (1,03)^{-5}}]$

Podemos observar que esses termos formam a soma de uma PG de razão q = $(1,03)^{-1}$ e n = 5, assim, substituindo em:

$$\boxed{S = a_1.\frac{q^n - 1}{q - 1}}$$

Slide 37:

Temos:

$$A = 1500.(1,03)^{-1}.\left[\frac{(1,03^{-1})^5 - 1}{1,03^{-1} - 1}\right]$$

$$A = \frac{1500}{1,03}\left[\frac{\frac{1}{1,03^5} - 1}{\frac{1}{1,03} - 1}\right]$$

$$A = \frac{1500}{1,03}\left[\frac{\frac{1 - 1,03^5}{1,03^5}}{\frac{1 - 1,03}{1,03}}\right]$$

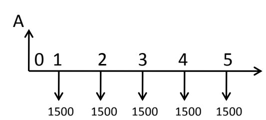
$$A = \frac{1500}{1,03}\left[\frac{1 - 1,03^5}{1,03^5}.\frac{1,03}{1 - 1,03}\right]$$

(1 + *i*) n

$$A = 1500.\left[\frac{1,03^5 - 1}{1,03^5\,.\,0,03}\right]$$

parcela *i*

Lembrando que:



Daí vem a fórmula de Amortização:

$$\boxed{A = P.\left[\frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n.i}\right]}$$

Slide 38:

$$A = P.\left[\frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n . i}\right]$$

onde: A: valor da dívida a ser amortizada
P: parcelas de pagamento da dívida
i: taxa de juros compostos
n: número de parcelas

Slide 39:

Retornando ao exemplo,

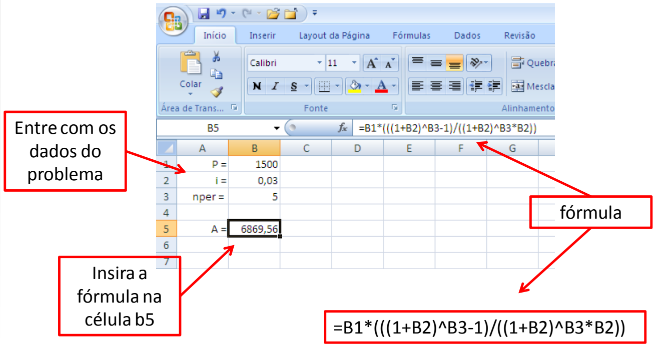
$$A = 1500.\left[\frac{1{,}03^5 - 1}{1{,}03^5 .\ 0{,}03}\right]$$

Temos A = 6869,56 reais

Valor da dívida amortizada

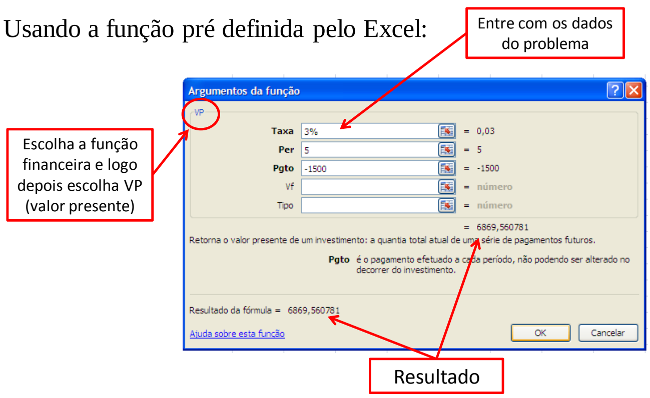
Slide 40:

Vamos fazer esse exemplo no Excel:



Slide 41:

Usando a função pré definida pelo Excel:



Slide 42:

Obs: existem várias forma de amortizar uma dívida

De acordo com Sá (2005), temos:

- Sistema de Pagamento Único

O devedor paga um montante igual ao capital (dívida) mais os juros compostos da dívida em um único pagamento ao final do período.

Seu uso mais comum se dá em letras de câmbio, títulos descontados em bancos, certificados a prazo fixo com renda final.

- Sistema de Pagamentos Variáveis

O devedor paga periodicamente valores variáveis de acordo com sua condição, sendo que os juros do saldo devedor são sempre pagos ao final de cada período.

Seu uso mais comum se dá em cartões de crédito.

Slide 43:

- Sistema Americano

O devedor paga o Principal em um único pagamento ao final do prazo estipulado, e no final de cada período, realiza o pagamento dos juros do saldo devedor do período.

Comparando com outros sistemas, o americano é o que mais cobra juros ao devedor.

- Sistema de Amortização Constante (SAC)

Todas as parcelas de amortização são iguais, pagas ao longo do período. A principal característica do SAC é que ele amortiza um percentual fixo do saldo devedor desde o início do financiamento. Esse percentual de amortização é sempre o mesmo, o que faz com que a parcela de amortização da dívida seja maior no início do financiamento, fazendo com que o saldo devedor caia mais rapidamente do que em outros mecanismos de amortização.

O SAC é um dos tipos de sistema de amortização utilizados em financiamentos imobiliários.

Slide 44:

- Sistema Price (Sistema Francês)

É um método usado em amortização de empréstimo cuja principal característica é apresentar prestações (ou parcelas) iguais. O método foi apresentado em 1771 por Richard Price em sua obra "Observações sobre Pagamentos Remissivos" (em inglês: *Observations on Reversionary Payments*).

O método foi idealizado pelo seu autor para pensões e aposentadorias. No entanto, foi a partir da 2ª revolução industrial que sua metodologia de cálculo foi aproveitada para cálculos de amortização de empréstimo.

$$\boxed{A = P.\left[\frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n . i}\right]}$$

Seu uso é muito comum em financiamentos de bens de consumo em geral, tais como: eletrodomésticos, móveis, automóveis, etc.

Como estamos trabalhando com a educação básica, optamos por estudar apenas o sistema PRICE, mais útil para nosso aluno.

Slide 45:

Exemplo 9: (Fiscal de Rendas – RJ – 1987) O preço de um automóvel é de R$50 000,00. Um comprador ofereceu R$20 000,00 de entrada e o pagamento do saldo restante em 12 prestações mensais iguais, sob taxa de juro composto de 5% ao mês. O valor de cada prestação, desprezados os centavos, é:

a) R$3 684,70 b) R$2 584,70 c) R$3 184,70 d) R$3 084,70 e) R$3 384,70

Solução:

Como o automóvel custa R$50 000,00 e com entrada de R$20 000,00, o comprador irá adquirir uma dívida (a ser amortizada) de R$30 000,00.

Nosso problema é calcular o valor da parcela de amortização de uma dívida de R$ 30 000,00 em 12 parcelas a taxa de juros compostos mensal de 5%.

Assim: A = 30 000 i = 5% n = 12

Na fórmula de amortização: $A = P.\left[\frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n . i}\right]$

Isolando P (nosso problema a calcular), temos: $\boxed{P = \frac{A.(1+i)^n . i}{(1+i)^n - 1}}$

Slide 46:

Atribuindo os valores: A = 30 000 i = 5% = 0,05 n = 12

Temos,

$$P = \frac{30000.(1+0{,}05)^{12}.0{,}05}{(1+0{,}05)^{12}-1}$$

Fazendo as contas (com o uso de uma calculadora),

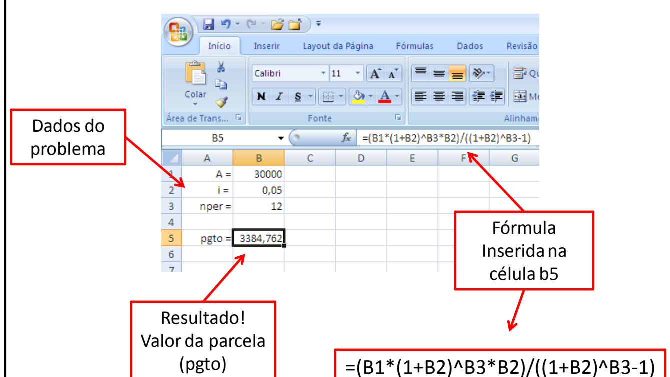
P = 3384,76 reais

Preço das parcelas desse financiamento (alternativa letra e).

Slide 47:

No Excel, entremos com os dados:

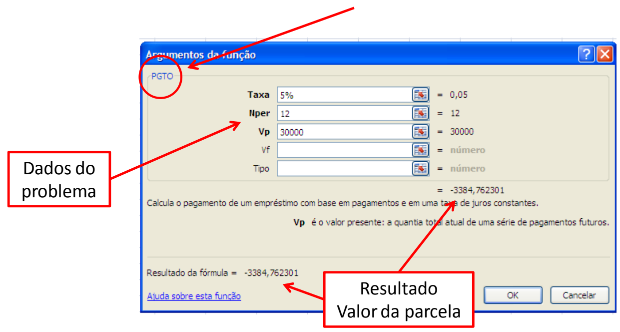
A = 30 000 i = 5% = 0,05 nper = 12



Slide 48:

Utilizando a fórmula pré-definida do Excel:

Escolha inserir → fórmulas → financeira → pgto (pagamento, parcela)



Slide 49:

Exemplo 10: (Sá, 2005) Uma máquina de R$8 500,00 é vendida com 15% de entrada e 8 prestações mensais imediatas de R$1000,00. Calcular a taxa de juro composto mensal cobrada pela loja.

a) 3,5% b) 2,39% c) 2,78 % d) 2,329% e) 3,21%

No Excel, escolha inserir → fórmulas → financeira → taxa

Slide 50:

Lista de Exercícios de Fixação e Avaliação

1- Uma pessoa deposita no Banco "JuroAlto", no fim de cada mês, a quantia de R$ 750,00. Qual o montante acumulado ao final de 18 meses, sabendo que o Banco "JuroAlto" oferece uma taxa de 1,2% ao mês?

2- O Sr. Marco vai comprar um automóvel no valor de R$ 38 500,00. Ele dará de entrada o valor de R$ 7 500,00 e o restante financiará em 24 meses com taxa de juros compostos mensal de 1,44%. Qual o valor de cada parcela fixa desse financiamento no sistema Price?

3- Quanto deve uma pessoa depositar mensalmente num fundo de investimento, que paga uma taxa mensal de juros compostos de 1,1 %, para obter ao final de dois anos uma quantia de R$ 15 000,00?

4- O Prof. Pedro comprou uma *pick-up* no valor de R$ 96 870,00. Como não dispunha de todo esse valor, deu uma entrada no valor de 50% do valor do automóvel e financiou o restante em 36 meses. Qual o valor da prestação a pagar mensalmente, se a taxa de juros compostos do financiamento (Sistema Price) é de 0,96% a.m.?

5- Uma pessoa pagará 24 prestações mensais de R$ 125,00 relativo a compra de uma geladeira na loja "KobraKaro". Se a taxa mensal de financiamento (Sistema Price) é de 3,5% qual o valor à vista dessa geladeira?

Slide 51:

6- (UF-RJ) A rede de lojas Sistrepa vende por crediário com uma taxa de juros mensal de 10%. Certa mercadoria, cujo preço à vista é P, será vendida a prazo de acordo com o seguinte plano de pagamento: R$ 100,00 de entrada, uma prestação de R$ 240,00 a ser paga em 30 dias e outra de R$ 220,00 a ser paga em 60 dias. Determine P, o valor de venda à vista dessa mercadoria.

7- Um aparelho de som é vendido à vista por R$ 1 500,00 ou a prazo com R$ 300,00 de entrada mais 3 prestações mensais iguais. Qual o valor de cada prestação se a loja cobra juros compostos à taxa de 3% a.m.?

8- (Unicamp-SP) O IPVA de um carro cujo valor é de R$ 8.400,00 é de 3% do valor do carro e pode ser pago de uma das seguintes formas:

a) À vista, no dia 15/01/1996, com um desconto de 5%. Qual o valor a ser pago nesse caso?
b) Em 3 parcelas iguais (sem desconto), sendo a primeira no dia 15/01/1996, a segunda no dia 14/02/1996 e a terceira no dia 14/03/1996. Qual o valor de cada parcela nesse caso?
c) Suponha que o contribuinte disponha da importância para o pagamento à vista (com desconto) e que nos períodos de 15/01/1996 a 14/02/1996 e 14/02/1996 a 14/03/1996 o dinheiro disponível possa ser aplicado a uma taxa de 4% em cada um desses períodos. Qual a forma de pagamento mais vantajosa para o contribuinte? Apresente os cálculos que justificam sua resposta.

Slide 52:

9- (UFMG) Um televisor estava anunciado por R$ 500,00 para pagamento à vista ou em três prestações mensais de R$ 185,00 cada; a primeira delas a ser paga um mês após a compra. Paulo, ao invés de pagar à vista, resolveu depositar, no dia da compra, os R$ 500,00 numa caderneta de poupança, que lhe renderia 2% ao mês, nos próximos três meses. Desse modo, ele esperava liquidar a dívida, fazendo retiradas de R$ 185,00 daquela caderneta nas datas de vencimento de cada prestação. Mostre que a opção de Paulo não foi boa, calculando quanto a mais ele teve de desembolsar para pagar a última prestação.

10- (Fumarc-MG) Um microcomputador é encontrado à venda em três condições de pagamento:

I. À vista por R$ 999,00.

II. Em 2 prestações mensais iguais de R$ 500,00, cada uma, sem entrada.

III. Em 3 prestações mensais iguais de R$ 340,00, cada uma, sem entrada.

Qual é a melhor alternativa de pagamento para um comprador que aplica o seu dinheiro a juros compostos à taxa de 1% ao mês?

a) Apenas a assertiva I está correta.

b) Apenas a assertiva II está correta.

c) Apenas a assertiva III está correta.

d) Apenas as assertivas I e II têm o mesmo valor atual.

Slide 53:

Respostas:

	A	B	C	D	E
1	R$ 14.969,23				
2	R$ 1.536,88				
3	R$ 549,54				
4	R$ 1.597,65				
5	R$ 2.007,30				
6	R$ 500,00				
7	R$ 424,24				
8	a) 239,40	b) R$ 84,00	c) 1ª opção		
9	R$ 35,57				
10	R$ 999,00	R$ 985,20	R$ 999,93	letra B	
11					

Slide 54:

Solução:

8- a) 0,03 x 8400 = 252 reais valor do IPVA, com desconto de 5% temos,

252 x 0,95 = 239,40 reais valor para pagamento à vista.

b) 252 dividido em 3 parcelas, temos 252 : 3 = 84 reais valor de cada parcela.

c) Primeira opção: como dispõe de 252 e pagamento à vista é de 239,40, teria 12,60 de diferença, que aplicado durante dois meses, à taxa de juros compostos de 4% a.m. daria R$ 13,63.

Segunda opção: dividindo em 3 parcelas iguais no valor de R$84,00 cada. Como possui R$ 252,00, pagando R$84,00 no ato teria R$168,00 de diferença que aplicado durante 1 mês à 4%, daria R$174,72 que, descontado R$84,00 da segunda parcela, teria R$ 90,72 que aplicado durante 1 mês à 4%, daria R$94,35 que, descontado R$84,00 da última parcela, teria R$ 10,35.

Comparando os valores na mesma data (final) teríamos R$ 13,63 da primeira opção contra R$ 10,35 da segunda opção. Portanto, a primeira opção é mais vantajosa.

9- R$ 500,00 aplicado durante 1 mês à 2%, dá um montante de R$ 510,00, retirando R$ 185,00 referente a primeira parcela temos a diferença de R$ 325,00, que aplicado durante 1 mês à taxa de 2%, dá um montante de R$ 331,50. Retirando o valor da segunda parcela de R$ 185,00, temos a diferença de R$ 146,50, que aplicado mais 1 mês à taxa de 2%, gera um montante de R$ 149,43. Como a parcela é de R$ 185,00, Sr Paulo teve que desembolsar 185,00 – 149,43 = 35,57 reais.

Slide 55:

REFERÊNCIAS:

IEZZI, Gelson. HAZZAN, Samuel. DEGENSZAJN, David Mauro. **Fundamentos da Matemática Elementar.** v. 11. São Paulo: Atual, 2004.

LIMA, Elon Lages, CARVALHO, Paulo Cezar Pinto, WAGNER, Eduardo, MORGADO, Augusto César. **A Matemática do Ensino Médio**. v. 2. 6. ed. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2006.

SÁ, Ilydio Pereira de. **Matemática Comercial e Financeira: para educadores matemáticos.** Rio de Janeiro: Sotese, 2005.