UFRRJ
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL – PROFMAT

DISSERTAÇÃO

A Influência do Uso das Técnicas de Dobradura e do Uso de Materiais Concretos no Ensino de Geometria Espacial em Duas Turmas do 7°Ano do Ensino Fundamental.

Cássio Fernandes Lindote

2019

UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL – PROFMAT

A INFLUÊNCIA DO USO DAS TÉCNICAS DE DOBRADURA E DO USO DE MATERIAIS CONCRETOS NO ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL EM DUAS TURMAS DO 7°ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

CÁSSIO FERNANDES LINDOTE

Sob a Orientação da Professora

EULINA COUTINHO SILVA DO NASCIMENTO

Dissertação submetida como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre, no curso de Pós-Graduação em Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, área de concentração em Matemática.

Seropédica, RJ

Setembro de 2019

Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
Biblioteca Central / Seção de Processamento Técnico

Ficha catalográfica elaborada
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

Lindote, Cássio Fernandes , 1987-
L742i A influência do uso das técnicas de dobraduras e do uso de materiais concretos no ensino de geometria espacial em duas turmas do 7° ano do ensino fundamental. / Cássio Fernandes Lindote. - Nova Iguaçu, 2019.
107 f.: il.

Orientadora: Eulina Coutinho da Silva do Nascimento. Dissertação(Mestrado). -- Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - ProfMat., 2019.

1. Origami.. 2. Materiais concretos.. 3. Ensino de geometria.. 4. Geometria espacial.. I. Nascimento, Eulina Coutinho da Silva do, 1961-, orient. II Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro. Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional ProfMat. III. Título.

UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL – PROFMAT

CÁSSIO FERNANDES LINDOTE

Dissertação submetida como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre, no Curso de Pós-Graduação em Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, área de Concentração em Matemática.

DISSERTAÇÃO APROVADA EM 27/ 09/ 2019

____
Eulina Coutinho Silva do Nascimento. Dr.ª - UFRRJ
(Orientadora)

____
Luciano Vianna Félix. Dr.°UFRRJ

____
Carlos Eduardo Mathias Motta. Dr.° UFF

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a DEUS pela dádiva da vida e do livre árbitro inerente ao ser humano que o proporciona ser sujeito de suas escolhas, sonhos e objetivos.

A minha família, minha mãe Cássia Siqueira Gomes, meu pai João Fernandes Lindote e meus irmãos João Fernandes Lindote Júnior e Guilherme Fernandes Lindote pela fraternidade, pelo apoio e carinho incondicionais dedicados e compartilhados durante toda minha história.

Agradeço a minha esposa, Flávia Carvalho da Silva, por está ao meu lado, pelo amor sincero dedicado, por ser minha base de sustentação e não me deixar fraquejar nos momentos difíceis e pela compreensão da minha ausência em alguns momentos devido à falta de tempo em poder conciliar todas as demandas do dia-a-dia.

Agradeço a professora Drª. Eulina Coutinho Silva do Nascimento pela orientação e paciência na construção desse trabalho, aos demais professores do PROFMAT da Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro pelo tempo cedido e ensinamentos transmitidos e a minha turma pela cooperação e ajuda mutua nos momentos de dificuldades.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

This study was financed in part by the Coordenação de Aperfeiçoamento de pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Finance Code 001.

RESUMO

O presente trabalho pauta-se na investigação das influências que o uso de materiais concretos e o origami causam no processo de ensino-aprendizagem dos alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental II, sendo estruturado a partir das dificuldades dos mesmos frente às avaliações internas e externas do processo de ensino e do abandono ao longo dos anos presente no Ensino da Geometria no cenário educacional brasileiro. Os objetivos pautam-se de acordo com os documentos oficiais de orientação curricular e o trabalho apropria-se de recursos concretos, manipuláveis e táteis para verificar a presença ou ausência de avanços em relação aos conteúdos de Geometria Espacial tratados com as turmas. A pesquisa foi realizada com duas turmas de uma escola municipal da cidade de Rio Bonito – RJ totalizando 41 alunos (24 do 7°ano A e 17 do 7° ano B), onde estas turmas foram averiguadas por meio de atividades – seis atividades ao todo – designadas como pré-testes e pós-testes e ainda com os alunos divididos em grupo foram realizadas práticas como construção de um cubo e um tetraedro de origamis e a confecção de uma ficha descritiva sobre os materiais concretos apresentados. Os resultados designam como dispor de recursos didáticos em sala de aula é benéfico para fundamentação dos conteúdos aos alunos.

Palavras-Chave: Origami, Materiais Concretos, Ensino da Geometria, Geometria Espacial.

ABSTRACT

The present work is based on the investigation of the influences that the use of concrete materials and origami cause in the teaching-learning process of the students of the elementary years. Being structured from the difficulties of the same facing the internal and external evaluations in of the teaching process and abandonment over the years present in Geometry Teaching in the Brazilian educational scenario. The objectives are based on the official curriculum guidance documents and the work appropriates concrete, manipulable and tactile resources to verify the presence or absence of advances in relation to the contents of Spatial Geometry treated with the classes. The research was carried out with two classes of a municipal school of Rio Bonito - RJ totaling 41 students (24 of the 7th grade A and 17 of the 7th grade B), where these classes were verified through activities - six activities all - designated as pre-tests and post-tests and with the students divided into groups, is was practiced as building a cube and an origami tetrahedron and making a descriptive sheet about the concrete materials presented. The results designate how stripping of teaching resources in the classroom is beneficial to substantiate the contents to the students.

Keywords: Origami, Concrete materials, Geometry Teaching, Spatial geometry.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE GRÁFICOS

LISTA DE QUADROS

Sumário

1 INTRODUÇÃO

Embora a geometria seja necessária e presente nas atividades humanas, seu ensino encontra-se, ainda hoje, como um desafio para escola e para o professor, tendo em vista, as dificuldades frente a problemas elementares, mesmo aqueles que não necessitam de cálculo e preocupam-se apenas com a visualização geométrica são evidenciadas nos alunos. Essa exploração de campo busca uma solução para alguns tópicos sobre esse ramo.

Ao comprovar respostas do tipo: “essas retas são concorrentes”, para as arestas de um cubo pertencentes a faces opostas, sendo uma na posição horizontal e outra na vertical verifica-se falta de noção de profundidade, conhecimento do sólido e de percepção espacial pelos discentes. Juntando-se a isso, o apreço do autor pelo origami e a valorização em trabalhar com materiais concretos e a necessidade de se encontrar um meio para alcançar os alunos e facilitar os mesmos frente aos desafios dos conceitos geométricos, assim foi dada a devida atenção na produção desse trabalho.

O presente trabalho foi elaborado com base em uma revisão bibliográfica e em uma pesquisa realizada, no final de 2018, em uma escola municipal do município de Rio Bonito, com suas turmas do 7° ano do ensino fundamental.

Por meio dele apresentaremos tópicos de geometria espacial, um ramo da Matemática que rodeia o ser humano no seu quotidiano. Foram exploradas construções em origami apresentadas pelo professor e produzidas pelos alunos, bem como materiais concretos com fins didáticos para destrinchar assim as características e propriedades dos objetos em questão.

Essa pesquisa tem por objetivo apresentar e difundir as técnicas de dobraduras como uma metodologia de ensino/aprendizagem, a importância da utilização de materiais concretos e que façam parte do dia-a-dia do educando, com a finalidade de facilitar e maximizar o ensino de geometria espacial no ensino fundamental, a construção e assimilação dos conteúdos tratados em sala de aula e referentes ao currículo mínimo do 7° ano.

Estudiosos desse assunto, como Novak e Passos (2008), Rancan (2011), Santos (2012), Lucas (2013), Tridapalli (2017) entre outros, afirmam que, por meio das dobraduras os educandos desenvolvem autonomia no fazer e no pensar, pois através das sequências e vincos realizados, presentes nas etapas de construção de um origami, são produzidas formas geométricas que os desafiam, sendo necessária a busca por recursos próprios para solução dos desafios e assim, agregam novos conhecimentos e habilidades que são compartilhados com a turma.

A utilização dos origamis e os sólidos de madeiras disponíveis na escola visam minimizar os problemas que a estática do desenho na lousa causa. Dentre os problemas que podem ocorrer destaca-se: a ausência de diferentes vistas dos sólidos pelos alunos e a dificuldade do professor em desenhar figuras tridimensionais, causando alterações nas características do sólido, afetando diretamente o entendimento por parte dos alunos, além da dificuldade dos alunos em também replicar essas figuras em seus cadernos. Logo, os sólidos táteis usados tendem a facilitar a compreensão dos educandos de forma lúdica e clara.

A pesquisa mostra ainda, por bases bibliográficas, como a geometria é pouco explorada no Ensino Fundamental, sendo vários os fatores para isso: má fundamentação de tópicos pelos professores, presença do assunto apenas nos capítulos finais dos livros, o que resulta em falta de tempo para seu estudo, entre outros. Essa ausência acarreta em uma má formação e um baixo desempenho dos alunos frente a problemas sobre visualização e raciocínio geométrico.

O ensino da geometria vem sendo relegado no país há muito tempo. Nas últimas décadas pesquisadores brasileiros publicaram trabalhos que revelam essa realidade e explicam esse abandono relacionando-os com os sistemas políticos vigentes das épocas, com a formação acadêmica do profissional de ensino e com as flexibilidades das leis educacionais.

A introdução do origami e o uso de materiais concretos preocupam-se em minimizar as falhas causadas por essa ausência do campo geométrico, e sobre isso, os resultados mostram-se satisfatórios, apresentando um pequeno avanço em termos qualitativos de escrita e avanços quantitativos em relação ao número de questões certas após as atividades.

Esse trabalho está estruturado em seis capítulos, da seguinte forma: o primeiro capítulo trata da importância da geometria na formação do cidadão para atuação no mundo, as habilidades a ser desenvolvidas pelo aluno e seus rendimentos em avaliações de ensino e a relação da geometria com outras disciplinas curriculares. O segundo capítulo trata da história do ensino da matemática com ênfase no ensino da geometria, iniciando o tópico com a reforma

Francisco Campos, pois é o momento que a Matemática é relacionada como uma única disciplina a partir da união de seus ramos até a homologação em 2018 da Base Nacional Comum Curricular (BNCC). O terceiro capítulo trata dos recursos metodológicos no ensino com uma parte histórica da utilização de materiais concretos e do origami e expondo a importância desse uso no processo ensino-aprendizagem. O quarto capítulo trata da metodologia explicando como ocorreu a pesquisa e a atuação do professor e das turmas participantes expondo as atividades e práticas realizadas. O quinto capítulo relata os resultados dos alunos através da comparação entre os rendimentos antes e depois das práticas e da confecção da ficha de análise sobre os sólidos apresentados. O sexto capítulo expõe a conclusão sobre a influência ocorrida durante a pesquisa.

2 O ENSINO DA GEOMETRIA, SUA IMPORTÂNCIA, RELAÇÃO COM OS ALUNOS, COM A SOCIEDADE E COM OUTRAS DISCIPLINAS ESCOLARES

Nesse capítulo será justificado o ensino da geometria para o desenvolvimento do pensamento geométrico, sua importância para compreensão e interação do indivíduo em seu meio social. Expõe as dificuldades dos discentes frente às avaliações externas, a relação da geometria com outras disciplinas do ensino e seu abandono pelos professores em sala de aula.

2.1 Por que Ensinar Geometria?

O declínio do ensino da geometria é histórico e permanece atualmente. Vários autores publicaram estudos sobre esse assunto que convergem para uma mesma conclusão: essa situação deve mudar e a geometria deve ser explorada na escola. Diante disso, surge a dúvida: qual a importância da geometria e porque ensinar esse ramo da Matemática? Sendo mais especifico ainda, qual a importância do seu ensino para os anos iniciais do ensino fundamental?

Por meio da geometria o ser humano compreende e interage com seu meio, a partir disso, tem-se a necessidade de se desenvolver habilidades como: o raciocínio geométrico, a percepção espacial, a resolução de problemas, a fim de, favorecer o raciocínio dedutivo, construção de críticas e conclusões sobre situações apresentadas não só no âmbito escolar.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais descrevem a importância do ensino da geometria, sendo a partir desse ramo o desdobramento do educando na compreensão, exposição e apresentação do mundo a sua volta. Apresenta também um paralelo com a aprendizagem de números e medidas, contempla as noções que podem ser desenvolvidas como noções relativas à posição, localização de figuras e deslocamentos em planos e sistemas cartesianos, e termina afirmando que se bem trabalhada proporciona o desenvolvimento da percepção espacial e a conexão com outras áreas.

Nesse sentido podemos citar Lorenzato:

> Na verdade, para justificar a necessidade de se ter Geometria na escola, bastaria o argumento de que sem estudar geometria as pessoas não desenvolvem o pensar geométrico ou o raciocínio visual e, sem essa habilidade, elas dificilmente conseguiram resolver as situações de vida que forem geometrizadas; também não poderão se utilizar da Geometria com fator altamente facilitador para compreensão e resolução de questões de outras áreas de conhecimento humano. Sem conhecer Geometria a leitura

> interpretativa do mundo torna-se incompleta, a comunicação de ideias fica reduzida e a visão da Matemática torna-se distorcida. (LORENZATO, 1995, p.5).

Ana Maria Kaleff aponta para importância de não confundir a habilidade geométrica da visualização com o simples fato de ver um objeto, no caso enxergar apenas com os olhos:

> É importante ser observado, que embora a maioria das representações dos objetos geométricos seja perceptível visualmente, é imprescindível não se confundir a habilidade de visualização, isto é, a habilidade de se perceber o objeto geométrico em sua totalidade, com a percepção sensorial das diferentes representações possíveis desse objeto. Ou seja, não confundir ver com os olhos da mente (visualizar) com ver o objeto (a imagem real, visual ou tátil do objeto físico) por meio do aparato sensorial, principalmente daquele advindo das imagens visuais ou táteis geradas por um desenho (gráfico ou em alto-relevo), sinais, fotos, traçados gráficos computadorizados etc. (KALEFF, 2015 p.84 e 85).

Kaleff também relata a importância do professor como mediador e da utilização por este de materiais concretos que facilitem o desenvolvimento da habilidade de visualização geométrica por parte dos alunos:

> Na sala de aula, é importante que, como professores, estejamos atentos para o fato de que, no caso do aluno necessitar visualizar um objeto geométrico, um modelo concreto dele pode servir de representação visual ou tátil para gerar uma imagem mental desse objeto (é importante ser lembrado que, apesar de bem desenvolvidas, as imagens computadorizadas permitem esse processo). Esta primeira imagem real dá partida a um processo de raciocínio visual/tátil na qual, dependendo das características do objeto, o aluno recorrer à habilidade da visualização para executar diversas operações mentais, as quais geram outras imagens mentais ou representações do objeto. Essas podem ser expressas por meio de um desenho ou de outro modelo físico do objeto. É por essa razão que a utilização de uma grande variedade de modelos manipulativos concretos táteis representantes de uma mesma ideia geométrica, pode auxiliar o aluno a reconhecer que algumas propriedades do objeto transcendem suas propriedades materiais, tais como tamanho, cor, textura e, portanto, pertencem ao mundo ideal da Geometria. (KALEFF, 2015, p.85).

Pavanello alerta ainda para o fato de que o ensino da geometria não se limita a visualização e percepção espacial:

> Quanto à contribuição espacial que a geometria pode dar à formação do aluno – dependendo, é claro, do modo como é trabalhada- não pode ser resumir apenas ao desenvolvimento da percepção espacial.
>
> A geometria apresenta-se como um campo profícuo para o desenvolvimento da “capacidade de abstrair, generalizar, projetar, transcender o que é imediatamente sensível“ - que é um dos objetivos do ensino da Matemática – oferecendo condições para que níveis sucessivos de abstração possam ser alcançados. Partindo de um nível inferior, no qual reconhece as figuras geométricas, embora percebendo-as como todos indivisíveis, o aluno passa, no nível posterior, a distinguir as propriedades dessas figuras; estabelece num terceiro momento, relações entre as figuras e suas propriedades, para organizar, no nível seguinte, sequenciais parciais de afirmações, deduzindo cada afirmação de uma outra, até que, finalmente, atinge um, nível de

> abstração tal que lhe permite desconsiderar a natureza concreta dos objetos e do significado concreto das relações existente entre eles. Delineia-se, desta forma, um caminho que, partindo de um pensamento sobre objetos, leva a um pensamento sobre relações, as quais se tornam, progressivamente, mais e mais abstratas. (PAVANELLO, 1989, p.182).

As habilidades cognitivas desenvolvidas em geometria são apresentadas por Alan Hoffer:

Habilidades visuais: é a capacidade de imaginar o objeto mentalmente, apresentando as características do mesmo e atendendo a certas condições;

Habilidades verbais: se destaca pela enorme quantidade de palavras técnicas presente no ramo da geometria:

> Um curso de Geometria provavelmente salienta o uso de linguagem mais do que qualquer outro curso matemático. Há abundância de vocabulário para os alunos aprenderem. Há definições precisas. Há postulados e proposições que descrevem propriedades de figuras e relações entre figuras. Pede-se aos alunos que leiam muito materiais e que escrevam suas próprias demonstrações. (HOFFER, 1981, p.3)

É importante salientar que tal habilidade não fica presa apenas ao ambiente escolar, sendo de fundamental importância para vida quotidiana do aluno, pois, situações como responder onde fica uma rua pode acarretar no surgimento de resposta como: “é paralela a...” ou “é transversal a...”, etc.

Acerca dessa importância Wagner Aguilera Manoel afirma:

> Por fim, essas habilidades são fundamentais não apenas na formação acadêmica do aluno, mas também para atender a uma necessidade de comunicação em sua vida social. A linguagem geométrica está presente não apenas em livros de Matemática, mas também em jornais, televisão e revistas, sendo necessária até mesmo ao se pedir informação sobre a localização de uma determinada rua. Assim, por ser imprescindível para vida do aluno, deve ser trabalhada já nos primeiros anos de escolaridade. (MANOEL, 2014, p.42).

Habilidades de Desenho: é a representação do elemento físico no caderno ou em qualquer outro lugar da teoria assimilada do desenho mental desenvolvido pelo aluno. Hoffer destaca a habilidade de desenhar no ensino da geometria:

> As habilidades de desenhar podem, e provavelmente devem ser desenvolvidas em cursos de Geometria, e as atividades ajudam com frequência a preparar alunos para aprender, mais tarde, relações geométricas. Há ocasiões em que podemos ter mais necessidade de fazer um desenho de uma situação geométrica do que provar um teorema. (HOFFER, 1981, p.4)

Habilidades lógicas: estão ligadas diretamente com a construção do raciocínio e pensamento geométrico. É necessário o desenvolvimento do pensar do aluno, a fim de que, este seja capaz de construir análises e argumentos válidos para tiradas de conclusões, não só em problemas escolares como em problemas do quotidiano.

Hoffer argumenta que

> [...] a geometria é uma das matérias do currículo que mais ajudam os alunos aprenderem a analisar a forma de um argumento e a reconhecerem a forma de argumentos válidos e não válidos no contexto de figuras geométricas e, posteriormente, em problemas da vida diária. (HOFFER. 1981. p.5)

Nesse sentido, o professor tem o papel de auxiliar na formação do pensamento geométrico do aluno, trabalhando de forma informal e indireta, com ilustrações ou materiais concretos, na construção de definições, propriedades, axiomas ou teoremas no íntimo do aluno e após isso entrar com as regras lógicas.

Habilidades Aplicadas: está relacionado com a interdisciplinaridade, o uso dos conhecimentos da geometria inseridos em outras matérias do currículo do Ensino Básico e da vida do estudante fora da escola.

Nesse sentido, Wagner Aguilera Manoel argumenta que:

> As habilidades de aplicação ou de transferência são aquelas que nos permite utilizar, neste caso a Geometria, para explicar fenômenos, fatos ou conceitos e resolver problemas de dentro e de fora da Matemática.
> Sem essas habilidades, o aluno estará incapacitado de usar seu raciocínio em situações novas ou fora de seus contextos atuais. Com isso, não existe um processo rico de aprendizagem, senão uma mera justaposição de conhecimentos fragmentados, aplicados somente em casos particulares e previsíveis. (MANOEL, 2014, p.44, apud BRESSAN, BOGISC, CREGO, 2010, p.87).

A geometria evidencia-se como um ramo presente a realidade humana. Os autores citados acima destacam essa configuração. Kaleff incentiva partir de materiais concretos para o desenvolvimento inicial de imagens geométricas, não cita que materiais e nem se são do quotidiano do discente, mas cita o uso de imagens computadorizada sendo este último presente a realidade do educando, Hoffer e Manoel destacam o desenvolvimento cognitivo de habilidades em geometria para atuação do aluno não se limitar ao ambiente escolar, mas também para ampliar-se ao seu dia-a-dia.

2.2 As Dificuldades dos Alunos Frente ao Ramo Geométrico

De acordo com Kaleff citada por Fabiana Chagas de Andrade

> Crianças pequenas percebem o espaço a sua volta por meio do conjunto dos sentidos, isto é, o conhecimento dos objetos resulta de um contato direto com os mesmos. É a partir desse contato com as formas do objeto, a textura e as cores do material de que ele é composto, bem como da possibilidade de sua manipulação, que tem origem a construção de uma

> imagem mental, a qual permitirá evocar o objeto na sua ausência. Assim é que a criança vai formando um conjunto de imagens mentais que representam o objeto, as quais são envolvidas no raciocínio. A partir deste ponto, ela poderá vir a representar com sucesso o objeto observado, através da elaboração de um esboço gráfico ou de um modelo concreto. (ANDRADE, 2014, p.24, apud KALEFF, 2008, p.16).

No Ensino de Geometria Espacial, principalmente no que tange sua introdução no Ensino Fundamental, os estudantes enfrentam dificuldades em relação à percepção das características do sólido geométrico e da noção de profundidades desses objetos. Com isso, caso a visão geométrica espacial do educando, por parte do professor, não seja aprofundada e melhorada, como consequência, haverá dificuldades para interpretar e compreender o que se observa além da representação teórica da geometria espacial. Assim, é preciso que os educandos se aprofundem em suas propriedades, pois para entender ou representar um objeto geométrico mentalmente ou no papel é preciso compreender as relações existentes entres as formas, linhas, vértices e os entes que se agrupam para formá - lo.

> Como professores, sabemos das dificuldades que se apresentam no ensino e à aprendizagem da Matemática escolar, principalmente em relação à geometria. Isso se deve a vários fatores, pois embora exista uma imensa relação entre as formas geométricas e o nosso meio ambiente, há bem pouco tempo, nas aulas de geometria, quase não se dava atenção ao estudo das formas. Quando estas eram estudadas, mesmo nas series do Ensino Fundamental, a ênfase era colocada nas relações métricas e no cálculo de medidas de comprimento de lados ou de medidas de áreas e volumes, geralmente baseados em fórmulas sem significado para os alunos. (KALEFF, 2015 p.78)

Juntando-se a isso, há lacunas do ensino e a má fundamentação de conceitos, erros de definições muitas vezes transmitidos pelo professor, fórmulas e demonstrações sem mero prático e de desuso a vivência e a realidade do educando.

Carmem Lucia Passos em sua pesquisa afirma que “a forma como as professoras se referiam aos vários termos geométricos indicava que elas tinham conceitos incorretos para vários polígonos, mesmo para um dos mais usados no cotidiano escolar – o quadrado”. (PASSOS, 2000 p.187)

Outra dificuldade a ser superada diz respeito à utilização de materiais concretos e manipuláveis diversificados ou de outras ferramentas e metodologias pedagógicas de modo a facilitar a visualização de aspectos e propriedades existentes nas figuras geométricas, e a confirmação de resultados e teoremas, os quais fazem parte do conteúdo de geometria.

Nessa direção, os Parâmetros Curriculares Nacionais assim se manifestam:

> O trabalho com Espaço e Forma pressupõe que o professor de Matemática explore situações em que sejam necessárias algumas construções geométricas com régua e compasso, como visualização e aplicação de propriedades de figuras, além das construções de outras relações.
> Além disso, é fundamental que os estudos do espaço e forma sejam explorados a partir de objetos do mundo físico, de obras de arte, pinturas, desenhos, esculturas e artesanato, de modo que permita ao aluno estabelecer conexões entre a Matemática e outras áreas do conhecimento. (BRASIL, 1998, p. 51)

Carmem Lucia Brancaglion Passos afirma que

> A proposta indica também que a metodologia a ser desenvolvida para o ensino da geometria deve dar-se inicialmente, através da experiência intensiva com objetos físicos e da observação dos elementos presentes no cotidiano do aluno. Além disso, sugere que as generalizações, ajudadas pelo uso de moldes, cortes, representações, medidas, construções e outros recursos, podem ser feitas mediante raciocínio intuitivo. (PASSOS, 2000, p.103)

Muitas vezes o entusiasmo do professor com a disciplina não é compartilhado pelos alunos, o que acarreta um baixo rendimento dos mesmos, assim como relata Tashima e Silva (2008, p.6)

> O fraco desempenho em geometria por parte dos alunos é resultado, muitas vezes, da utilização de práticas que não atendem as suas expectativas, dentre outras coisas, do abismo existente entre o modo como os professores e os alunos percebem a matemática. O professor imagina que seus alunos terão o mesmo prazer que ele tem ao lidar com a Matemática. No entanto o aluno, não consegue vê-la do mesmo modo, e por isso não a compreende. (TASHIMA e SILVA, 2008, p.6)

Várias pesquisas envolvendo o estudo da geometria têm como objetivo desvendar maneiras para transmissão do seu conteúdo, além de apresentar situações didáticas, formas e atividades que tornem possíveis à compreensão desse ramo pelos alunos. Segundo Sérgio Lorenzato: “aqueles que procuram um facilitador de processos mentais, encontraram na Geometria o que precisam: prestigiando o processo de construção do conhecimento, a Geometria valoriza o descobrir, o conjecturar e o experimentar”. (LORENZATO, 1995 p.6)

2.3 Abandono da Geometria nas Salas de Aula

Mesmo com o avanço e a divulgação de pesquisas que favoreçam o ensino da geometria, as experiências em sala de aula mostram como seu abandono é evidente. Vários fatores justificam esse problema, de acordo com as pesquisas de Lorenzato um desses fatores está ligado à formação do professor e a consolidação de seus conhecimentos, pois na sua pesquisa “Os por quês matemáticos dos alunos e as respostas dos professores” os resultados relatam que todas as questões providas dos alunos foram erradas por todos os professores participantes do estudo.

> A primeira é que muitos professores não detêm os conhecimentos geométricos necessários para realização de suas práticas pedagógicas. Confirma essa afirmação à pesquisa “Os por quês matemáticos dos alunos e as respostas dos professores” (Lorenzato, 1993), realizada com 255 professores de 1°/4° séries com cerca de 10 anos de experiência de magistério: submetidos a 8 questões (propostas por alunos) referentes a Geometria plana euclidiana (conceitos de ângulos, paralelismo, perpendicularismo, círculo, perímetro, área e volume), foram obtidas 2040 respostas erradas, isto é, o máximo possível de erros. E mais: somente 8% dos professores admitiram que tentavam ensinar Geometria aos alunos. Considerando que o professor que não conhece Geometria também não conhece o poder, a beleza e a importância que ela possui para a formação do futuro cidadão, então, tudo indica que, para esses professores, o dilema é tentar ensinar Geometria sem conhecê-la ou então, não ensiná-la. (LORENZATO, 1995, p.3).

Ainda, segundo Lorenzato, a omissão do ensino da geometria se justifica também por:

> A segunda causa da omissão da Geometria deve-se a exagerada importância que, entre nós, desempenha o livro didático, quer devido à má formação dos nossos professores, quer devido à estafante jornada de trabalho a que estão submetidos. E como a Geometria neles aparece? Infelizmente em muitos deles a Geometria é apresentada apenas como um conjunto de definições, propriedades, nomes e fórmulas, desligado de quaisquer aplicações ou explicações de natureza histórica ou lógica; noutros a Geometria é reduzida a meia dúzia de fórmulas banais do mundo físico. Como se isso não bastasse, a Geometria quase sempre é apresentada na última parte do livro, aumentando a probabilidade dela não vir a ser estudada por falta de tempo letivo. (LORENZATO, 1995, p.4).

Cita-se ainda como causas desse abandono, o fato dos currículos do Ensino Superior, relativo aos cursos de Matemática, explorarem pouco a matéria Geometria, e o Movimento da Matemática Moderna “algebrizar” a Geometria.

Ao analisar as pesquisas sobre como o abandono da geometria vem sendo tratado, expõem-se como pontos em comum para o declínio da Geometria na escola: problemas com a formação do professor, omissão da Geometria nos livros didáticos e as lacunas deixadas pelo Movimento da Matemática Moderna (MMM)

> Todas essas questões e outras subsequentes, durante esses anos, geraram polêmicas e colaboram para evidenciar a ausência da Geometria nas escolas, cujos, os reflexos, hoje interferem nos saberes dos professores em atuação. Portanto, pode-se afirmar que os conteúdos que não foram aprendidos pelos professores também não serão sequer transmitidos, quanto mais interagidos - originando um circulo vicioso – que afeta, por conseguinte, gerações de alunos que não aprendem Geometria. (PEREIRA, 2001, p.7).

Lorenzato (1976) chama de “equívocos metodológicos”, o motivo pela defasagem do ensino de geometria nas escolas. Dentro disso podemos analisar a aprendizagem mecânica tendo como preocupação a memorização e baseada na transmissão de técnicas, teorema e fórmulas prontas e gravadas pelos alunos por meio da repetição e este, por sua vez, muitas vezes não compreende o que é ensinado preocupando-se apenas em passar nas provas dessa disciplina.

> A levar em conta colocações de abalizados estudiosos, a deficiente compreensão de conceitos matemáticos, por parte dos alunos, vem constituindo como um problema realmente grave. Evidentemente – pode-se acrescentar – não havendo compreensão, o único recurso que resta ao aluno é memorizar, tentando reter um determinado conteúdo, ao menos até o momento em que lhe for cobrado. É claro também não estar aí se dando uma aprendizagem verdadeira. (LORENZATO, 1976, p.23)

Há necessidade de se buscar estratégias para o aprendizado que superem a simples explanação de técnicas e fórmulas que privilegiam a memorização. Sobre isso, Lorenzato relata ainda a importância sobre a explicação dos "porquês" e das finalidades. "Por que a diagonal do quadrado é igual ao produto do seu lado por raiz de dois?" "Por que o volume de uma pirâmide é a terça parte do produto da área de sua base por sua altura?" E ainda "para que serve essas informações?" Merecem uma explicação bem melhor do que simplesmente "jogar" as fórmulas ou responder: para você pegar seu diploma.

Ainda sobre a aprendizagem mecânica tem-se a compartimentalização de conteúdos, ou seja, os ramos da Matemática são ensinados separadamente, sendo que muitas vezes alguns tópicos pertencentes a ramos diferentes possuem uma relação biunívoca, como o cálculo de volumes de um sólido e as propriedades de multiplicação.

Por fim, tem a mutilação, o professor tem um currículo com assuntos a serem seguidos e ensinados a cada bimestre ou semestre durante o ano letivo, pela extensão de conteúdos e falta de tempo ou pouco domínio dos temas alguns não são ensinados ou apenas passados superficialmente.

> No que se refere à seleção de conteúdos programáticos, um professor poderá, por falta de tempo ou simpatia, deixar de ensinar aos seus alunos alguns temas ou parte desses temas. Ora, sendo a Matemática uma área de conhecimento do conhecimento humano que possui a concatenação lógica como uma de suas características, isto é, o que se deve aprender numa etapa depende daquilo que foi aprendido em etapas anteriores, é então de se esperar que as pequenas lacunas programáticas gerem problemas para aprendizagem. (LORENZATO, 1976, p.30)

O casal Van Hiele afirma que um assunto não pode ser aprendido, caso o aluno encontrar-se em um nível de aprendizado inferior ao exigido pelo conteúdo e defendem isso, como um dos motivos para o fracasso da Geometria. Segundo

Souza (2014, p.13) “Pierre van Hiele e Dina van Hiele-Geldof foram dois pesquisadores holandeses, que também lecionavam em escolas secundárias. Iniciaram seus estudos na área de desenvolvimento e construção do pensamento geométrico, incentivados pelas dificuldades que alunos apresentavam para aprender geometria”. A teoria deles divide os níveis de pensamento geométrico em cinco e objetiva a estruturação do desenvolvimento geométrico no aluno.

> O modelo de Van Hiele do pensamento Geométrico se coloca como guia para aprendizagem e para avaliação das habilidades dos alunos em Geometria. O mesmo consiste de cinco níveis de compreensão, chamados visualização, análise, dedução informal, dedução formal e rigor que descreve as características do processo de pensamento. Nos trabalhos iniciais, os Van Hileles desenvolveram a estrutura para uma experiência com os níveis de pensamento, com o objetivo de ajudar o estudante a desenvolver insight em geometria. Eles definem insight como se segue. Uma pessoa mostra insight se: (a) é capaz de se desempenhar numa possível situação não usual; (b) desenvolve corretamente e adequadamente as ações requeridas pela situação; (c) desenvolve deliberadamente e conscientemente um método que resolva a situação. .(KALEFF, 1989, p.3 e 4).

Nível 1: Reconhecimento – O aluno percebe o objeto como um todo, sem identificação de suas propriedades.

Nível 2: Análise – O aluno reconhece as propriedades dos objetos e a denominação formal adequada para enumerá-los, mas não os associam com outros objetos e com as características dos mesmos.

Nível 3: Ordenação - Os alunos já começam a realizar pequenas deduções a nível lógico das propriedades dos entes geométricos e relacionam os objetos e as suas características entre si.

Nível 4: Dedução Formal – Há um entendimento do valor da função dos axiomas, postulados e teoremas com esclarecimento da importância dos mesmos, assim como, da dedução para o desenvolvimento e prosseguimento mais longos de definições.

Nível 5: Rigor – Compreensão dos teoremas, axiomas e definições apresentadas de forma abstrata sem auxílio de materiais concretos e a capacidade de compreensão demonstrações formais.

Em relação às passagens de um nível para o outro devemos salientar o destaque dado a essas transições por Celina Abar:

> Para que um aluno progrida do Nível 1 para o Nível 2 em um tópico específico (por exemplo, os quadriláteros), é necessário que ocorra uma reorganização significativa de relações e um refinamento de conceitos. Há, portanto, muito mais em tal transição que apenas uma verbalização de

> conhecimento intuitivo, já que a verbalização anda lado a lado com a reestruturação do conhecimento.
> Tal reestruturação deve ocorrer antes que os alunos possam começar a explorar as relações lógicas entre tais propriedades no Nível 3.
> O Nível 3 também representa uma rede de relações completamente diferente daquela do Nível 2. Enquanto a rede de relações do Nível 2 envolve associação de propriedades a tipo de figuras e relações entre figuras de acordo com tais propriedades, a rede de relações no Nível 3 não mais se refere a figuras concretas e específicas, e tampouco tais relações formam uma estrutura de referencia na qual se pergunta se uma determinada figura possui determinadas propriedades. As perguntas típicas no Nível 3 são relacionadas ao fato de uma determinada propriedade ser sequência de outra ou se ela pode ser deduzida a partir de um subconjunto específico de propriedades (ou seja, se ela poderia ser tomada como uma definição ou se é um teorema) ou se duas definições são equivalentes. (ABAR, 2010, p.3).

Segundo Souza (2014, p.14) "os estudos de Diana van Hiele-Geldof e Peirre van Hiele culminaram em suas pesquisas de doutorado e outros tantos artigos, que apresentam tal teoria como um modelo para direcionar o ensino de geometria, avaliando o nível de maturidade dos alunos e apresentando uma proposta de experimento educacional".

A pesquisa do casal Van Hiele faz um paralelo significativo na elucidação do porquê os alunos apresentarem pouco progresso em Geometria e demonstra que os mesmos classificam-se em níveis inferiores de ensino em relação a series que se encontram. Informa ainda que os níveis 1 e 2 de aprendizagem sejam desenvolvidos por meio de mecanismos informais e que a partir do desenvolvimento do nível 3 a aprendizagem seja formalizada.

O casal difere ainda de Piaget ao afirmar que o processo de cognição dos níveis de aprendizagem está diretamente ligado as instruções recebidas, do que propriamente a maturação ou idade do aluno.

De acordo com Cardoso (2016, p.21) "como a passagem de níveis depende de outros fatores que não a idade, Dina e Pierre propuseram cinco fases sequenciais de aprendizagem." O autor cita ainda: "Para que um aluno atinja um novo nível de conhecimento o professor deve trabalhar com o aluno todas as cinco fases de aprendizado". (Cardos, 2016, p.22).

Fase 1 – Questionamento ou Informação – Interação dialógica entre professor e os alunos, com surgimento de questionamentos e análises, introdução do vocábulo inerente a esta fase de aprendizagem, atenção do professor frente aos conhecimentos pré-estabelecidos dos alunos em reação aos assuntos estudados e interpretação por parte do aluno do como será tratada a evolução dos estudos.

Fase 2 – Orientação Direta – O professor seleciona os melhores materiais para exploração por parte dos alunos. Eduarda de Jesus Cardoso afirma que nessa fase os alunos “vão se familiarizando com as características cognitivas do nível. Uma característica dessas atividades é que as mesmas possibilitam respostas especificas e objetivas”. (Cardoso, 2016, p.22)

Fase 3 – Explicação – Verbalização das experiências por parte dos alunos, reflexão dos mesmos sobre as diferentes ideias levantadas e com as devidas discussões dos diferentes pontos de vista. Tem-se o professor, nessa fase, a função de orientador frente à linguagem e a melhor maneira de expressão dos alunos.

Fase 4 – Orientação Livre – Essa fase sugere mais de uma resolução para uma mesma atividade, a fim de, auxiliar o aluno na construção do seu próprio conhecimento, sendo este impulsionado a desenvolver seu meio próprio e individualizado para chegar a uma solução. Kaleff salienta ainda das atividades serem de múltiplas etapas e de serem tarefas abertas.

Fase 5 – Integração – Resumo e reunião do que foi estudado e de fato aprendido. O professor, nessa fase, auxilia na interiorização do conhecimento e na construção do raciocínio do estudante, sem introduzir novos ou discordantes pensamentos.

2.4 Rendimentos em Provas Externas

Antes de iniciar esse tópico é importante salientar que a intenção do trabalho não infere na discussão da validade desses exames, uma vez que eles não isolam o rendimento dos educandos apenas no ramo da Geometria, mas sim expõem os resultados de forma ampla na disciplina de Matemática e sugere o distanciamento dessa disciplina e dos conteúdos geométricos cobrados neles em relação ao currículo do Ensino Fundamental e da prática docente, como um dos responsáveis para o aspecto negativo em relação a essas provas.

Segundo Carmen Lúcia Brancaglion Passos, as avaliações do desempenho do desenvolvimento da geometria na sala de aula têm demonstrado:

> As avaliações sobre o desempenho dos estudantes em Matemática e também em geometria, realizado por órgãos responsáveis pela educação dos Estados Brasileiros, ou diretamente pelo Ministério de Educação (MEC), tem demonstrado uma ausência de conexão entre as propostas de ensino elaboradas pelos órgãos governamentais e os resultados constatados na escola. (PASSOS, 2000, p.78).

Em relação a isso um relatório de 2017 (designado como PRESS KIT), sobre os resultados do Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB) divulgado pela Assessoria de Comunicação Social (ASCOM) do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP) relata que na disciplina de Matemática, os estudantes vêm obtendo pequenos avanços, tendo um resultado melhor em comparação ao ano de 2015, porém como traz nas conclusões do relatório em relação ao 5° ano: "o nível de aprendizagem médio do país ainda se situa no limite inferior do nível básico (nível 4 de 10 da escala de Proficiência) conforme interpretação do MEC".

Em relação ao 9° Ano do ensino fundamental, os resultados desenvolvidos são ainda menos expressivos, com um avanço mínimo em comparação aos resultados na disciplina em 2015 e os alunos, em média, sendo enquadrados no nível 3 de proficiência em Matemática.

O SAEB é um dos componentes que fornece dados para composição do Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB), no anexo C encontra-se a matriz de referencia de matemática do SAEB com seus descritores para ao 5° e 9° ano.

Ainda sobre o rendimento dos alunos em exames qualitativos, de acordo com o relatório desenvolvido pela OCDE (Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico) de 2015 o desempenho dos alunos brasileiros no PISA (Programa Internacional de Avaliação de Estudantes) está abaixo da média em comparação aos estudantes dos países da OCDE sendo 377 pontos em Matemática para os brasileiros contra a média geral dos participantes de 490 pontos.

Ainda sobre esse relatório podemos destacar: "No Brasil, 71% dos jovens na faixa de 15 anos estão matriculados na escola a partir do 7°ano" e "36% dos jovens de 15 anos afirmam ter repetido uma série escolar ao menos uma vez". Esses dois dados revelam uma realidade enfrentada por muitos professores dentro de sala de aula, a distorção serie/idade.

2.5 A GEOMETRIA: Interdisciplinaridade e Relação com a Sociedade

O ser humano é cercado por formas e para onde quer que preste atenção os entes geométricos estão presentes. Por isso, o pensamento geométrico inicia-se no dia-a-dia e nos anos iniciais da criança a partir da observação e experimentação dos objetos a sua volta. Sérgio Lorenzato no seu trabalho: "Por que não Ensinar

Geometria?", ao falar sobre quando e como iniciar o processo de desenvolvimento do pensamento geométrico ele afirma que "é na Pré-escola que esse processo deve se iniciar, sendo que a natureza do trabalho a ser desenvolvido deve basear-se numa geometria intuitiva e natural que promove a observação e a exploração das formas presentes no espaço físico imediato de ação e interação das crianças". (LORENZATO, 1995 p.8)

A geometria possui ainda uma importância na sociedade, uma vez que, encontra-se no seu quotidiano. Enormes são as quantidades de objetos com formas geométricas clássicas conhecidas, apresentadas e estudadas pelos alunos; objetos esses com dimensões que podem ser mensuradas, volume que podem ser calculados e que ocupam uma posição no espaço que pode ser analisada. Medir, examinar formas, comparar tamanhos ou analisar posições são preocupações habituais e procedimentos necessários para sobrevivência do mundo. A geometria é uma ferramenta para estudo de tais procedimentos.

Nesse sentido Teresa Cristina Novak e Arilda Maria afirmam "por meio da geometria, o docente pode realizar uma prática de ensino diferenciada, revelando o papel da Matemática no âmbito social, condição que nem sempre é percebida pelo aluno, permitindo que a imagem de dificuldade que ronda esta disciplina possa ser superada". (NOVAK e PASSOS, 2008, p.12).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais, em relação à importância da geometria na sociedade, sobre o assunto *grandezas e medidas*, afirmam:

> Este bloco caracteriza-se por sua forte relevância social devido a seu caráter prático e utilitário, e pela possibilidade de variadas conexões com outras áreas do conhecimento. Na vida em sociedade, as grandezas e as medidas estão presentes em quase todas as atividades realizadas. Desse modo, desempenham papel importante no currículo, pois mostram claramente ao aluno a utilidade do conhecimento matemático no cotidiano. (BRASIL, 1998, p.51 e 52)

Cármen Lúcia Brancaglion Passos ressalta a importância das habilidades que podem ser desenvolvidas pelos alunos, a partir da experiência de sua interação com seu meio social.

> Ressaltando uma vez mais a importância de se compreender o processo ensino-aprendizagem da Geometria inerente ao mundo em que se vive, destaca-se a relevância do desenvolvimento de algumas habilidades do individuo nesse contexto, como por exemplo, a observação, a qual deve ser incentivada no ambiente escolar. Em outras, palavras, torna-se imprescindível propiciar contextos favoráveis para que o aluno possa examinar atenta e minuciosamente o ambiente que o cerca, como: uma simples pedra lançada em um lago resulta em várias circunferências concêntricas que podem chamar atenção de uma criança; a beleza das

formas de uma casa de abelhas intriga pela sua engenhosa arquitetura; a beleza simétrica das folhas de um pinheiro também encanta. Esses contextos devem ser trazidos para o ambiente de ensino. Essas ingênuas observações da natureza poderão dar inicio ao estudo da Geometria na escolarização das crianças, fato este, que muitas vezes é desconhecido nas experiências escolares dos alunos, e também, de muitos professores. Ressalta-se, contudo que, esses contextos poderão compor outros contextos para o ensino da Geometria, não se caracterizando, de forma alguma, em uma visão empirista para o ensino da Geometria. (PASSOS, 2000, p.67 e 68)

A geometria está presente na arquitetura, nos quadros de arte, nas construções e plantas baixas de um edifício, na agricultura, na natureza, enfim, está presente e convive em estágio de colaboração com o indivíduo. Por ela, o homem se localiza, orienta e se reconhece no espaço, realiza medições e cálculos. Além disso, é usada em muitas profissões: engenharia, física, química, designer gráfico, astronomia entre outras.

A, geometria, como ramo da Matemática, se dedica às questões relacionadas com medição e análise de formas e tamanhos, posição relativa entre figuras e propriedades no plano e no espaço, se divide em subáreas, dependendo dos métodos que são utilizados para estudar os problemas próprios à temática.

No ensino básico, as divisões ou subáreas estudadas são: geometria plana, espacial e analítica. Essa área da Matemática aborda propriedades das figuras e as relações entre as medidas de superfície planas e de sólidos geométricos, utiliza-se as relações tais como: cálculo e medição de ângulos, áreas e volumes de sólidos, leis e características específicas de polígonos e poliedros.

Segundo os autores do PCN "os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de Matemática no ensino fundamental, porque, por meio deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive". (BRASIL, 1998, p.51)

Além disso, a geometria está relacionada a outros conteúdos escolares, tanto em Matemática quanto em outras áreas do conhecimento. Segundo Sérgio Lorenzato:

A geometria é um excelente apoio às outras disciplinas: como interpretar um mapa, sem o auxílio da geometria? E um gráfico estatístico? Como compreender conceitos de medida sem ideias geométricas? A história das civilizações está repleta de exemplos ilustrando o papel fundamental que a geometria (que é carregada de imagens) teve na conquista de conhecimentos artísticos, científicos, e em especial, matemáticos. A imagem desempenha importante papel na aprendizagem e é por isso que a

> representação de tabelas, fórmulas, enunciados, etc., sempre recebe uma interpretação mais fácil com o apoio geométrico. (LORENZATO, 1995 p.6)

Em relação à interdisciplinaridade podemos citar ainda: conversão de unidades, geometria molecular dos átomos, escalas e conversão entre escalas, regra de três nas ciências da natureza; classe dos numerais ordinais e cardinais, interpretação de texto com base em dados estatísticos na área de linguagem, contagem do tempo, dos séculos, divisão da história em períodos, interpretação e construção de gráficos de setores, barras, colunas, latitude e longitude nas ciências humanas.

Enfim, algumas das formas de verificar a utilização da geometria no quotidiano estão relacionadas com as profissões como já citado, um pedreiro necessita ter noção de cálculo de áreas para determinar a quantidade de azulejos a serem assentados, um designer gráfico usa noções de perspectiva para criação de ambientes mais agradáveis, um agrimensor utiliza a trigonometria para medição de ângulos e distâncias, entre outros profissionais que recorrem aos conceitos geométricos para execução de suas atividades.

Assim, fica clara a importância do ensino da geometria e das necessidades do seu estudo, além de fazer parte do quotidiano, fato que por si só justificaria seu ensino, ela encontra-se também relacionada ao outros conteúdos escolares.

3 UM BREVE HISTÓRICO SOBRE O ENSINO DA GEOMETRIA NO BRASIL

Esse capítulo descreve a história do ensino da Matemática, a confecção de seu currículo, os debates sobre seu ensino, conteúdo e aplicação em sala de aula com ênfase no ensino da Geometria.

Inicia-se sua história com a Reforma Francisco Campos, década de 30, pois é a partir desse período que a Matemática configura-se como se encontra hoje, uma disciplina englobando os três ramos seguintes: "Aritmética, Álgebra e Geometria", que antes eram ensinados separadamente e por professores diferentes e estende-se ao ano de 2018 com a última versão da Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

3.1 A Reforma Francisco Campos

No início do século XX, o Brasil passava por conturbados problemas políticos, econômicos e sociais. Existia uma tendência de mudança sócio-política-econômica onde o país começava a perder a predominância ruralista, dominada pela oligarquia, e começava a apresentar um avanço urbano industrial.

Diante dessas mudanças e necessidades sócio-políticas, o sistema educacional precisava se adequar aos novos valores da sociedade e ao sistema vigente. Assim, entre os anos de 1931 e 1932, durante o governo de Getúlio Vargas, o então ministro da Educação e Saúde Francisco Luís da Silva Campos implementou um conjunto de decretos, a fim de estruturar e organizar o ensino secundário, comercial e superior, denominado Reforma Francisco Campos.

A partir desses decretos algumas alterações foram realizadas nas regras de funcionamento do ensino secundário como: currículo seriado, presença obrigatória dos alunos com assiduidade, não podendo ser inferior a três quartos do total da carga horária escolar, divisão do ensino em dois ciclos: fundamental de cinco anos e outro complementar de dois anos. O fundamental preocupava-se com a formação básica do indivíduo, enquanto o ciclo complementar relacionava-se mais ao ensino superior do que ao próprio ensino secundário, uma vez que servia de preparação para o ingresso aos cursos superiores.

> O ciclo Fundamental possuía caráter obrigatório, de formação básica, seriado em cinco anos para o ingresso nas escolas superiores, e seu currículo apresentava equilíbrio entre os estudos literários e científicos constituídos pelas disciplinas Português, Francês, Inglês, Latim, Alemão, História, Geografia, Matemática, Ciências Físicas e Naturais, Física,

Química, História Natural, Desenho e Música na modalidade Canto Orfeônico, conforme o Art.3° do Decreto de 1932.
O ciclo complementar, de caráter propedêutico, ou seja, um curso preparatório conforme grau de especialização para ingresso nas Faculdades de Direito, Ciências Médicas e Engenharia, em dois anos, com um currículo constituído pelas disciplinas: Alemão ou Inglês, Latim, Literatura, Geografia, Geofísica ou Cosmografia, História da Civilização, Matemática, Física, Química, História Natural, Biologia Geral, Higiene, Psicologia e Lógica, Sociologia, Noções de Economia e Estatística, História da filosofia e Desenho, de acordo com o Art.5° do Decreto de 1932. (SOUZA, 2012, p.4)

Antes dessa Reforma, o ensino secundário não exigia presença dos estudantes e os alunos de famílias privilegiadas estudavam em casa com preceptores e escolhiam um Liceu (instituição de ensino que ministrava o ensino secundário) para prestar os exames parcelados para ingresso aos cursos superiores.

Em paralelo a essa intenção de organização e estruturação do ensino secundário, em 1929 iniciava-se de forma gradativa no Colégio Pedro II, escola classificada como modelo-padrão para o país, mudanças no ensino da Matemática, propostas por Euclides de Medeiros Guimarães Roxo. Entre os anos de 1925 e 1930 o ensino das Matemáticas, assim, designado na época, era separado e contemplava a Aritmética no 1° e 2° ano, a Álgebra no 3° e a Geometria, incluso com Trigonometria no 4° ano.

A proposta de Euclides Roxo constituía na unificação desses conteúdos com a formação de uma única disciplina no intuito de articular e interagir esses conteúdos entre si.

Em relação aos programas vigentes antes de 1929, de um modo geral, as mudanças propostas nas duas primeiras séries tratavam da fusão da Aritmética, Álgebra e Geometria, de estudos de noções geométricas a ser realizado de maneira intuitiva, do estudo da função tida como eixo integrador de toda matemática elementar e da transferência da Aritmética teórica para cursos complementares, que ocorria no sexto ano subsequente ao secundário. (ALVAREZ, 2004, p.7)

A Reforma Francisco Campos é difundida pelo país e das alterações propostas por Euclides Roxo o ensino da Geometria passa a ser vinculado em todos os anos do Fundamental, uma vez que os ramos antes separados agora se encontram articulados.

O programa da Reforma Francisco Campos em relação ao ensino da matemática propunha para geometria algo intuitivo e experimental, a fim de levar o educando a familiarização dos entes geométricos, de contextos relacionados às figuras planas e espaciais (propriedades, posição, estrutura, contorno), bem como o uso de recursos materiais: régua e compasso, esquadro, modelos concretos. Todos esses materiais e métodos buscavam a construção do raciocínio e o embasamento lógico dedutivo.

Defendia a utilização de figuras, objetos, partição dos mesmos e de grades geométricas para o ensino da Aritmética. Na Álgebra o ensino de polinômios se relacionava diretamente com conceitos geométricos, entre eles: distâncias, perímetros e ângulos. Assim, a geometria encontrava-se presente em todos os anos do fundamental.

> O estudo de problemas clássicos da Matemática, de fatos históricos de seus importantes representantes deveria ser realizado, a fim de incentivar o aluno na aprendizagem dessa disciplina. O último parágrafo das instruções gerais orientava o professor que a ordem apresentada para os programas não era obrigatória, podendo o docente estabelecer sua própria sequência de conteúdos.
> Em seguida, as orientações eram ditadas por ramos: Aritmética, Álgebra e Geometria. Para a Aritmética, o estudo de frações deveria ser explicado através do fracionamento de objetos ou de grandezas geométricas. Nos exercícios, os cálculos com expressões exageradamente complicadas deveriam ser evitados a fim de garantir que o aluno dominasse a significação e as operações das frações.
> Para Álgebra, os conceitos deveriam ser estudados gradativamente, do mais simples ao mais complexo. O estudo dos polinômios deveria estar baseado nos conceitos de geometria intuitiva, mostrando a forte relação entre os dois ramos.
> A Álgebra deveria mostrar sua importância com o uso da linguagem simbólica e suas fórmulas, que abrangem a utilidade na vida quotidiana. (ALVAREZ, 2004, p.18)

Sobre as orientações gerais Alvarez salienta ainda que

> Deveria ser evitada a mecanização na resolução de problemas como as equações, principalmente, nos estudos iniciais. Essas orientações eram bastante próximas às instruções para o programa do 1° ano do Colégio Pedro II de 1930, nas quais estava explicito o pedido de não se estudar o método de transposição dos termos na resolução de equações.
> A noção de função era apresentada como o conceito unificador dos três ramos da Matemática. Seu estudo deveria abranger suas diferentes representações e o professor deveria evidenciar as diversas maneiras de se apresentar a dependência entre grandezas
> Para a Geometria, seu estudo deveria ser precedido de um curso preparatório, que visava ministrar, de forma intuitiva e experimental, as primeiras noções geométricas, facilitando, assim, a compreensão de futuros métodos dedutivos.
> A Trigonometria deveria ser estudada desde a segunda série, garantindo-se o enfoque de suas aplicações práticas. (ALVAREZ, 2004, p.19 e 20)

Essa configuração dada pela Reforma Francisco Campos e influenciada no tocante a Matemática por Euclides Roxo pautava como importante não somente os conteúdos da disciplina Matemática, mas preocupava-se também com a metodologia do ensino da matéria em si. Em relação a isso, Euclides Roxo publicou, a partir de 1929, um conjunto de compêndios, denominado *Curso de Matemática Elementar,* demonstrando sua proposta para o ensino dessa disciplina e, em 1937 publicou seu livro “A Matemática na Escola Secundária”, onde sua proposta de ensino e didática é exposta de forma mais clara.

> Uma nova disposição curricular e instruções pedagógicas para o ensino dos conteúdos integravam a proposta da criação da Matemática e as finalidades de seu ensino. Incutidas nos textos das diretrizes pedagógicas, as inovações propostas por Euclides Roxo tratavam, além da criação da nova disciplina, da implementação dos seguintes itens: a ênfase nas conexões entre os pontos de vista aritmético, algébrico e geométrico no tratamento dos conteúdos; o desenvolvimento do pensamento funcional, que garantia à noção de função status de eixo integrador do ensino dos conteúdos matemáticos; o estudo da Geometria intuitiva nas séries iniciais (primeira e segunda); a aplicação do método de ensino conhecido como método heurístico, que visava, sobretudo, tornar o aluno um agente ativo no processo de aprendizagem ao privilegiar a resolução de problemas pelo próprio aprendiz; e a integração e aplicação dos conhecimentos matemáticos no conjunto das demais disciplinas e em problemas do quotidiano. (MARQUES, 2005, p.33)

A crítica em relação a essa reforma resumia-se ao conteúdo extenso, citado por alguns autores como “enciclopédico”, onde se expõe não haver uma articulação entre os ramos da Matemática, na verdade há apenas um excesso nos programas a serem ministrados. Em comparação com programas de outros países, por exemplo, afirmava-se que conteúdos de Álgebra da 2ª série brasileira eram cobrados na França apenas no 5ª série. Além disso, o sistema escolar é seletivo e dual, caracterizado por apresentar um ensino profissional à massa para produção de mão-de-obra que atenda a necessidade do mercado industrial e um ensino secundário a elite que permita um ingresso ao nível Superior.

3.2 A Reforma Capanema

Com o regime ditatorial imposto por Vargas em 1937, conhecido como *Estado Novo* houve uma alteração na nova Constituição onde o estado, antes detentor dos deveres perante a educação (garantido pela Constituição de 1934), agora não possuía mais essa obrigatoriedade (Constituição de 1937), com isso a renovação da educação foi deixada de lado.

Porém, por iniciativa de Gustavo Capanema, ministro da Educação e Saúde entre os anos de 1934 e 1945, alguns pontos do ensino são reformulados. Bruno Alves Dassie afirma que:

> Após esses anos de estudos e coletas de dados, Gustavo Capanema inicia a redação do decreto lei e da exposição dos motivos, que seria apresentada ao Presidente da República. Os documentos do arquivo pessoal do ministro nos mostram várias versões, desses textos, feitas por ele a próprio punho.
> Depois de elaborar a primeira versão completa da lei orgânica do ensino secundário, o ministro enviou uma cópia para várias pessoas do meio, tais como Ignácio Azevedo Amaral, Pe. Arlindo Vieira, Ernesto de Souza Campos, Nelson Romero, Raja Gabaglia, Clóvis Monteiro, Euclides Roxo e outros. Esses, por sua vez, enviaram, de acordo com as determinações verbais do ministro, um parecer sobre o decreto.
> Novas alterações foram feitas por Gustavo Capanema, a partir desses relatórios, e finamente, em 09 de abril de 1942, a Lei Orgânica do Ensino Secundário foi promulgada. (DASSIE, 2001, p.79 e 80)

De acordo com Alex Sandro Marques, em sua dissertação "Tempos Pré-Modernos: A Matemática Escolar dos Anos 1950" é decretada as seguintes leis:

- Decreto-lei 4073, de janeiro de 1942 que estabelece a Lei Orgânica do Ensino Industrial;

- Decreto-lei 4048 de 22 de janeiro de 1942, que cria o Serviço Nacional de Aprendizagem Industrial, SENAI;

- Decreto-lei 4244 de 09 de abril de 1942, que define a Lei Orgânica do Ensino Secundário;

- Decreto-lei 6141 de 28 de dezembro de 1943, que define a Lei Orgânica do Ensino Comercial.

De acordo com o decreto-lei 4244, de 09 de abril de 1942, que define a Lei Orgânica do Ensino Secundário, reformulou-o da seguinte maneira: Ginasial de 4 anos e Clássico ou Científico de 3 anos, continuando assim, composto por 7 anos de duração. Abaixo a grade curricular, após a promulgação dos decretos, de acordo com Alex Sandro Marques.

Quadro 1 – Grade Curricular (1° Ciclo – Ginasial – 4 anos)

Disciplinas	Séries
Português	I, II, III, IV
Latim	I, II, III, IV
Francês	I, II, III, IV
Inglês	II, III, IV
Matemática	**I, II, III, IV**
Ciências Naturais	III, IV

História Geral	I, II
História do Brasil	III, IV
Geografia Geral	I, II
Geografia do Brasil	III, IV
Trabalhos Manuais	I, II
Desenho	I, II, III, IV
Canto Orfeônico	I, II, III, IV

Fonte: Marques (2005)

Quadro 2 – Grade Curricular (2° Ciclo: – 3 anos. Clássico)

Disciplinas	Séries
Português	I, II e III
Latim	I, II e III
Grego (optativo)	I, II e III
Francês	Optativo
Espanhol	I e II
Matemática	**I, II e III**
História Geral	I, II
História do Brasil	III
Geografia Geral	I e II
Geografia do Brasil	III
Física	II e III
Química	II e III
Biologia	III
Filosofia	III

Fonte: Marques (2005)

Quadro 3 – Grade Curricular (2° Ciclo: – 3 anos. Científico)

Disciplinas	Séries
Português	I, II e III
Francês	I e II
Inglês	I e II
Matemática	**I, II e III**
Física	II, II e III
Química	I, II e III
Biologia	I e II
História Geral	I e II
História do Brasil	III
Geografia Geral	I e II
Geografia do Brasil	III
Desenho	I e II
Filosofia	III

Fonte: Marques (2005)

O ensino secundário demonstrava uma preocupação com a formação humanista e geral, sendo destinada a elite e com caráter de preparo ao ingresso no nível superior. Diferenciava-se da Reforma Francisco Campos ao desprover preocupação com a didática pedagógica, aos programas no tocante ao ensino da matemática terem sido organizados por uma comissão (que possuía como um dos membros atuantes Euclides Roxo), e o ensino de função não se caracterizava em articular os três ramos da Matemática. Assim Marques salienta que:

> Em relação à elaboração dos programas de Matemática, verifica-se uma marcante diferença entre as reformas Campos e Capanema: a primeira, uma produção quase solitária, uma vez que Francisco Campos acatou todas as ideias de Euclides Roxo que estavam sendo implementadas no Colégio Pedro II a partir de 1929; e a segunda, foi uma produção coletiva, um trabalho realizado por uma comissão designada pelo Ministério de Educação e Saúde, contando, inclusive, com uma discussão envolvendo pessoas que não faziam parte da comissão. (MARQUES, 2005, p.45)

Ainda sobre mudanças no ensino da matemática Marques (2005, p.45) afirma que "a disciplina Matemática no secundário ginasial na Reforma Capanema, de acordo com o programa de 1942, caracterizou por suprimir o ensino simultâneo da Aritmética, Álgebra e Geometria em torno da noção de função".

Em relação ao ensino da geometria, a reforma Capanema traçava algo informal e intuitivo para as séries iniciais (1ª e 2ª) e uma formalidade na 3ª e 4ª séries buscando o desenvolvimento lógico dedutivo, instruções presentes na Reforma Francisco Campos. Porém, os conteúdos estudados sofrem grandes modificações entre as quais podemos citar.

> Na parte relativa à geometria da 3°série, Arlindo Vieira sugere a transferência da unidade IV para a 4° série e a exclusão do ponto Simetria central e axial no plano, da unidade II. No programa da 4° série, sugere a exclusão da unidade II, Razões trigonométricas e dos seguintes pontos: Relações métricas em um triângulo qualquer, da unidade I, Potência de um ponto em relação a um círculo, da unidade III, e cálculo de pi pelo métodos dos perímetros, da unidade V. (DASSIE, 2001, p.96)

Ainda, sobre a finalidade e diretrizes gerais do ensino secundário, temos:

> De acordo com a reforma, o ensino secundário teria as seguintes finalidades: Formar, em prosseguimento da obra educativa do ensino primário, a personalidade integral dos adolescentes; acentuar e elevar, na formação espiritual dos adolescentes, a consciência patriótica e a consciência humanística; e dar preparação intelectual geral que possa servir de base a estudos mais elevados de formação especial (art.1°) (DASSIE, 2001, p.81)

A reforma de Capanema não alterou a organização do sistema educacional brasileiro, pois o mesmo, após a reforma, ainda apresentava um caráter dualista coexistindo concomitantemente o ensino secundário destinado à elite e o ensino profissional destinado à massa. Porém, ela desacelerou o caminho traçado pela reforma Francisco Campos, que visava à formação científica do individuo, ao retomar no ensino secundário uma predominância de caráter humanista. Pode se afirmar que finalizou o processo iniciado em 1931, uma vez que parte das avaliações e dados recolhidos sobre os pontos positivos e negativos durante os anos de funcionamento da Reforma Francisco Campos, bem como, levou em consideração a opinião dos que foram a favor e contra a reforma iniciada entre 1931 e 1932.

3.3 o Movimento da Matemática Moderna (MMM)

As reformas Francisco Campos e Gustavo Capanema impulsionaram o crescimento da rede pública de ensino com uma virtuosa expansão do ensino secundário. Durante as décadas de 50 e 60 há campanhas a favor da rede pública de ensino e da aprovação da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional.

> Em meados da década de 50 e início da década de 60, o Brasil se encontra envolvido em campanhas em prol da aprovação da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional e em Campanhas em defesa da Escola Pública.
> A rede pública cresceu substancialmente nos anos 40 e 50, o que provocou frequentes debates entre os defensores do ensino público e os partidários da escola privada (empresas do ensino, donos de escolas particulares, etc.). O primeiro grupo contava com aliados entre educadores e intelectuais liberais, liberais progressistas, socialistas, comunistas e nacionalistas. O segundo utilizava-se da influência da Igreja que defendia a bandeira da liberdade do ensino e do direito da família decidir sobre a educação dos filhos. (SOARES, 2001, p.17)

A década de 50 é marcada por várias tensões sociais e greves pelos estados, pela massa urbana havia reclamações pelas reformas de base, entre as quais, da educação e ampliação ao seu acesso.

> As políticas educacionais, tanto no governo Vargas como no governo de Juscelino, careciam de um projeto global ou de uma intervenção sistemática na realidade do ensino. A necessidade do apoio popular, no entanto, varia tanto um como o outro sensíveis às aspirações crescentes por parte das massas urbanas de ampliação do acesso à educação formal. Num quadro de ampliação e diversificação do emprego urbano, o ensino médio – e em particular o ensino secundário, como modalidade de ensino médio que possibilitava o acesso ao ensino superior -, como um prolongamento do ensino primário – de acesso mais massificado-, representava para amplos setores a perspectiva de ascensão social e por isso deveria receber uma atenção maior do que em períodos anteriores nas politicas governamentais.
> A maior evidência da expectativa depositada no ensino secundário era o ritmo de crescimento acelerado que esse ensino vinha tendo desde os anos 30. (BURIGO, 1989, p.29)

Porém, somente em 1961, durante o governo de João Goulart, por meio da lei 4024/61, foi regulamentada as Diretrizes e Bases da Educação Nacional.

> A estrutura educacional do ensino estipulada Reforma Capanema de 1942 foi mantida. Esta estrutura estava organizada em quatro níveis: 1. o ensino pré-primário, 2. o ensino primário, de 4 anos, 3. o ensino médio subdividido em dois ciclos: o ginasial de 4 anos e o colegial de 3 anos, ambos por sua vez compreendendo o ensino secundário e o ensino técnico (industrial, agrícola, comercial, e de formação de professores), 4. o ensino superior. (SOARES, 2001, p.19)

A nova lei garantiu uma flexibilização do currículo, não sendo mais algo impositivo e estendido a todo território, cada unidade federativa compunha seu próprio currículo e dava ao setor público e privado o direito de ministrar o ensino no país. Além disso, essa lei equiparou o ensino profissional ao secundário.

Enquanto isso, no cenário internacional, acontecimentos como o lançamento do satélite russo Sputnik I (1957) e influenciados pela matemática europeia do pósguerra baseada nas ideias do grupo Bourbarki, os norte-americanos incentivaram uma reformulação no ensino da Matemática e Ciências.

Em relação a isso vários projetos destinavam-se a melhoria do currículo e ensino de Matemática e Ciências no ensino secundário americano, entre os mais famosos o School Mathematics Study Group (SMSG), que se preocupava com uma formação aprofundada em matemática pelos alunos, bem como sua aplicação por eles na sociedade e no desenvolvimento com tecnologia e ciências, além disso, produzia livros não só para os estudantes, mas também para os professores.

O professor Osvaldo Sangiorgi influenciado por essas correntes norte-americanas incentivou no Brasil a introdução do Movimento da Matemática Moderna (MMM) almejando mudanças no programa dessa disciplina com semelhanças vistas nos padrões americanos. Assim, criou-se o GEEM – grupo de estudos do ensino da matemática - tendo como coordenador o professor Osvaldo Sangiorgi. A partir da criação do GEEM, o MMM começou a ser difundido, com cursos de aperfeiçoamento de professores e com reuniões do grupo para discussão do que os representantes denominavam de assuntos mínimos para um programa de matemática moderna para o ginásio.

> Logo após, a criação do GEEM, as atividades com professores, com a divulgação da matemática moderna são intensas. Mais frequentes são, ainda, as reuniões de Grupos para o estabelecimento do que passam a denominar “assuntos mínimos para um programa de matemática moderna para o ginásio”, como atesta a base de dados de recortes de jornais organizados por Nakashima (2007). Nessas reuniões são debatidas experiências de professores do Grupo com a matemática moderna no ensino secundário. (VALENTE, 2008, p.598 e 599)

As alterações pretendidas pelo GEEM aproveitam ainda a flexibilização dada pela lei 4024/61 para debater mudanças no currículo escolar em congressos de matemática.

> Aproveitando os dispositivos da nova Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, aprovada em 1961, de descentralização e criação dos Sistemas Estaduais, abre-se caminhos para debates sobre o currículo escolar, em nível dos estados brasileiros. Em termos do ensino da matemática o lugar privilegiado passa a ser o IV Congresso. Sangiorgi tem, tudo indica, absoluta clareza dessa nova possibilidade dada por lei maior, que reveste de grande importância o Evento de Belém do Pará. (VALENTE, 2008, p.599)

O Primeiro Congresso Nacional de Matemática no Curso Secundário criticava a educação tradicional, considerava o ensino seletivo e elitista e a formação clássica classificando-os como distantes das necessidades sociais. Em relação ao ensino da matemática pregava-se uma maior valorização do seu ensino com críticas ao seu conteúdo excessivo.

> O Congresso foi organizado pela Faculdade de Filosofia da Universidade da Bahia, por proposta da professora Martha Dantas, que tivera contato com os debates sobre o ensino de matemática na França. O fato conhecido de que na Europa e nos Estados Unidos se iniciava um processo de reformulação do ensino da matemática no secundário animava a posição dos congressistas de defender, no Brasil, mudanças mais profundas. Tratava-se, porém, de uma influência muito limitada no que se referisse a propostas concretas. A disposição participativa manifesta no Congresso e a compreensão da necessidade da valorização do ensino de matemática com elemento de adequação do ensino a novas necessidades sociais eram sobretudo expressão de um processo mais amplo em que diferentes setores da intelectualidade brasileira se articulavam no debate de questões específicas tendo com pano de fundo comum a bandeira do progresso, do desenvolvimento, da modernização. (BURIGO, 1989, p.42)

O Segundo Congresso contou com o aparecimento do ensino primário nas discussões, em relação ao ensino secundário as preocupações são a mesmas do 1º Congresso e surgiram teses sobre o MMM.

Sobre o a tese de Ubiratan D'Ambrósio:

> A tese propunha, com método de ensino, o uso de jogos, passatempo e experimentações, com ênfase na intuição matemática. Segundo a tese, o desconhecimento das "aquisições mais recentes da matemática moderna e da psicologia" era um dos elementos que fazia o programa anacrônico, sendo grande parte da matemática ensinada "inútil". A tese criticava, também, as mudanças de "títulos de uma série para outra", defendendo uma mudança mais profunda no programa. (BURIGO, 1989, p.45 e p.46, adup. CONGRESSO NACIONAL, 1958, p.375)

Sobre a tese de Sangiorgi:

> A tese do professor Sangiorgi, iniciando com a questão "Matemática Clássica ou Matemática Moderna na elaboração dos programas do ensino secundário?" era cautelosa e defendia a necessidade de que "ambas" fossem levadas em conta, de que a "modelação aos tempos novos" fosse gradativa, "a fim de serem evitados os malefícios decorrentes de transformações radicais". A tese mencionava a obra recentemente publicada e que seria um dos textos mais lidos no Movimento de Matemática Moderna, "L'enseignement des Mathématiques" produzida pela Comission Internationale pour l'étude et l'amélioration de L'enseignement des Mathématiques. Para o professor Snagiorgi, a diferença entre a matemática clássica e a matemática moderna reside, sobretudo, no fato de uma "ter por base os elementos simples" e a segunda um "sistema operatório, isto é, uma série de estruturas (Bourbaki) sobre as quais se assenta o edifício matemático". (BURIGO, 1989, p.46).

Sobre a tese de Jorge Emanuel Barbosa:

> A tese mais ousada em termos de defesa da "matemática moderna" era do major Prof. Jorge Emanuel Barbosa, então professor do Colégio Militar do Rio de Janeiro a disposição do Núcleo de Estudos e Pesquisas da Faculdade Nacional de Filosofia. O argumento central da tese era o da necessidade de atualização e ensino, fazendo referência a um texto do Matemático André Lichnerowicz. Tendo em vista a formação de cientista em particular de matemáticos, o ensino secundário deveria iniciar os alunos no

> contato com "as técnicas e métodos que na sua época se tem mostrado os mais frutíferos e proveitosos", com o "espírito de ciência contemporânea". O segundo argumento era o de que a matemática moderna, pela ênfase nas generalizações e na explicação das conexões entre as diversas partes da matemática, favorecia o que se denominava em psicologia da aprendizagem. Ao final, a tese propunha que fosse designado um grupo de professores com a responsabilidade de fazerem experimentações em termos de ensino da matemática moderna, para apresentação de resultados no Congresso seguinte e tendo em vista sua introdução no ensino regular. A proposta foi só parcialmente aprovada: os professores interessados deveriam inscrever-se para comissão, sem que o Congresso tivesse uma responsabilidade maior com a experiência através da designação de seus membros. (BURIGO, 1989, p.47).

O Terceiro Congresso, realizado no Rio de Janeiro (1959) contou com patrocínio da CADES (Campanha de Aperfeiçoamento e Difusão do Ensino Secundário) e com um número próximo de 500 participantes. Com uma maior presença do ideal da Matemática Moderna, crescem as críticas em relação à formação do professor e com isso surgiu à proposta junto ao Ministério da Educação e Cultura do fim da concessão de registro de professor de Matemática aos formandos em Pedagogia, Ciências Sociais, História Natural e Química.

> A necessidade de "aceleração da aprendizagem científica" como questão ligada ao "problema da defesa nacional" – e nesse raciocínio o debate promovido, à época, nos Estados Unidos era explicitamente referenciado – eram um dos argumentos a justificar, com mais veemência, o estudo da "matemática moderna" pelos professores brasileiros (CONGRESSO BRASILEIRO, 1959, p.237). Nesse Congresso, três importantes resoluções foram aprovadas refletindo a nova atitude frente à matemática moderna: uma, recomendando cursos de aperfeiçoamento para professores registrados do Ensino Médio, de preparação a "Matemática Moderna" (cursos de matemática, como os de Teoria dos Conjuntos ou Álgebra Moderna); a segunda, recomendando a introdução do "espírito" da Matemática Moderna nas Faculdades de Filosofia; e, finamente, uma resolução que propunha a realização de experiências no secundário com introdução de "noções" de Matemática Moderna, a serem relatadas no IV Congresso. (Burigo, 1989, p.48 e 49).

Foi no Quarto Congresso que ocorreu a discussão do que foi chamado "assuntos mínimos para um programa de matemática moderna" com uma defesa mais radical por Sangiorgi para as inovações do MMM e nesse Congresso contou com os relatos de experiências em sala de aula com os métodos e programas defendidos pelo MMM.

Abaixo o quadro - com os assuntos mínimos e a metodologia pedagógica para abordagens desses temas – mostrado por Valente:

Figura 1 – Quadro sobra assuntos mínimos do MMM

ASSUNTOS MÍNIMOS	SUGESTÕES
1- Números inteiros; operações fundamentais; propriedades. Sistemas de numeração.	1- A idéia de conjunto deveria ser a dominante; as propriedades das operações com os números inteiros devem ser ressaltadas como início das estruturas matemáticas. Lembrar a importância de outros sistemas de numeração, além do decimal.
2- Divisibilidade; múltiplos e divisores; números primos.	2- O uso da linguagem de conjuntos e operações entre conjuntos, poderá trazer novos centros de interesse na explanação da matéria.
(...)	(...)
12- Função; representação gráfica cartesiana de uma função.	12- Dar a noção fundamental de função como correspondência; introduzir sistema de coordenadas no plano; estudar a função linear: y=ax+b
(...)	(...)
19- Número irracional e número real; operações fundamentais; cálculo de radicais.	19- Ressaltar a permanência das propriedades já introduzidas com os números racionais; resolver equações e sistemas do 1°. Grau com coeficientes reais. Representação gráfica do número real na reta.
(...)	(...)
24- Áreas dos polígonos; medida da circunferência e área do círculo.	24- Noção do número ? .

E para o colégio:

ASSUNTOS MÍNIMOS	SUGESTÕES
1- Função de 2°. Grau. Estudo completo do trinômio do 2°. Grau e aplicações.	1- No estudo do trinômio, ressaltar o aspecto gráfico e nas aplicações, as inequações do 2°. Grau.
(...)	(...)
8- Transformações pontuais: translação, rotação, simetria e homotetia.	8- Ressaltar as estruturas definidas através desses tipos de transformação.
(...)	(...)
14- Sistema de equações lineares. Noção de matrizes: aplicações.	14- O estudo pode ser feito através da teoria dos determinantes ou preferivelmente, pelas matrizes. Ressaltar as estruturas algébricas das operações com matrizes (anel e espaço vetorial).
(...)	(...)
18- Noção de limite, continuidade e derivadas. Elementos de cálculo integral; aplicações ao cálculo de áreas e volumes.	18- Dar noções intuitivas, que permitam deduzir as principais propriedades, que serão utilizadas nas aplicações a outras ciências.

Fonte: Valente (2008)

Na década de 60 houve uma renovação do ensino da matemática no país. Esse movimento de reestruturação denominado de *Matemática Moderna* ou *Nova Matemática* possuía influências do grupo *Bourbaki* e no Brasil relacionou-se com o despreparo dos estudantes ao ingressar na Universidade, ou seja, da aproximação do ensino secundário ao universitário e o exercício profissional ligado a Matemática e as Ciências. Os estudiosos convergiram em uma necessidade de revisão no ensino da matemática, com reformulação curricular baseada na introdução, reformulação e exclusão de conteúdos e preocupação com a metodologia pedagógica aplicada.

Soares (2001, p 46) afirma que alguns dos temas que deveriam ser introduzidos no currículo do ensino secundário eram: teoria dos conjuntos; conceitos de grupo, anel e corpo; espaços vetoriais; matrizes; álgebra de Boole; noções de cálculo diferencial e integral e estatística.

A influência do grupo *Bourbaki* tange no Ensino das Estruturas Algébricas, de Ordem e Topológicas, onde todo ramo matemático pode ser gerado a partir do estudo dessas estruturas. Além disso, Soares credita ao grupo a intenção do método axiomático. "Os primeiros trabalhos publicados pelo grupo *Bourbaki* datam das décadas de 30 e 40 e tiveram grande influência no Movimento da Matemática Moderna. A intenção e ambição do grupo *Bourbaki* era a reescrever toda matemática usando o método axiomático. Até a década de 70 o grupo já havia publicado mais de 30 livros". (SOARES, 2001, p.47)

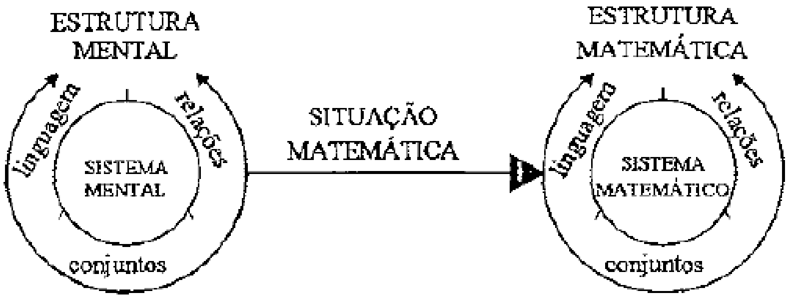
No MMM a unificação da matemática era defendida a partir da teoria dos conjuntos, onde este tópico configuraria em todos os anos de escolaridade, partindo do primário até a universidade, além da defesa da exploração de alguns conceitos a partir do estudo das estruturas algébricas.

> O Movimento da Matemática Moderna em sua origem apresenta como proposta a introdução de novos conceitos no currículo de Matemática, que foram incluídas inicialmente no ensino secundário e posteriormente no ensino primário.
>
> A grande mudança seria a inclusão no currículo de tópicos da teoria de conjuntos e do estudo das estruturas. O emprego da teoria dos conjuntos viria não somente incorpora-se ao currículo com mais um tópico a ser estudado como também faria a ligação entre todos os assuntos da Matemática. A proposta era que a teoria dos conjuntos servisse para possibilitar um ensino mais integrado de toda a Matemática, entrando tanto no estudo da Álgebra quanto da Geometria. A teoria dos conjuntos seria ainda a linguagem usada para garantir a precisão e o rigor necessários a Matemática. (SOARES, 2001, p.63).

Além disso, a influência dos trabalhos de Piaget é evidenciada no MMM, uma vez que, houve uma preocupação da psicologia da aprendizagem levando-se em consideração os estágios de evolução mental e os desenvolvimentos de habilidades de raciocínio e de coordenação ocorridos nesses estágios defendidos por Piaget.

As ideias de Piaget foram associadas às ideias de estruturas defendidas pelo Bourbaki, no Brasil essa associação também foi levada em consideração para defesa desse movimento como apresenta Soares (2001).

Figura 2 – Relação: desenvolvimento mental da criança e a matemática.



Fonte: Soares (2001)

Euclides e sua coleção “Elementos” sofrem duras críticas no tocante ao processo de ensino-aprendizagem da geometria, com afirmações da obra partir de princípios reconhecidos como verdadeiras para o estabelecimento das relações, axiomas e teoremas e da falta de rigor ao se provar os mesmos.

O MMM defendia mudanças no ensino da geometria com sua reestruturação e inclusão de outras geometrias, além da euclidiana, no currículo e o seu estudo dando enfoque nas transformações geométricas.

No ensino secundário, o ensino da geometria deveria ser abordado a partir dos conceitos de espaços vetoriais, partindo assim para sua algebrização, onde agora ela era ensinada a partir de uma estrutura algébrica e da teoria dos conjuntos.

De acordo com Pavanello (1993) há uma dificuldade em exercer esse ideal para o ensino da geometria, uma vez que, o professor não domina tal conhecimento e isso acarreta no abandono da disciplina.

> A coerência do movimento exige a proposição de um trabalho com a geometria sob um enfoque das transformações. Ora, o ensino da geometria na abordagem tradicional já enfrentava grandes problemas em relação ao conhecimento do professor, aos métodos utilizados, à dificuldade em se estabelecer uma ponte entre a geometria prática indicada para escola elementar e a abordagem axiomática introduzida no secundário.
> Problemas ainda maiores surgem com a proposição de programas nos quais a geometria é desenvolvida sob o enfoque das transformações. A maioria dos professores de matemática não domina esse assunto, o que acaba por fazer com que muito deles deixem de ensinar geometria sob qualquer enfoque. Em vez de geometria – ou ao lado dessa geometria algébrica, com diz NOT, não privilegia o desenvolvimento do raciocínio hipotético-dedutivo, enfatiza-se a álgebra. (PAVANELLO, 1993, p.13)

A lei 5540/68 que departamentalizou o Ensino Superior também foi criticada por Pavanello, de acordo com ela esse estágio de ensino apresentava péssimas condições de trabalho, o Estado não possuía obrigatoriedade em investir na sua expansão e os cursos superiores particulares se proliferaram e voltaram-se para formação de professores. O problema foi que esses cursos não garantiram uma formação de qualidade, uma vez que, não houve rigor aos seus acessos e apresentaram-se nas formas de licenciaturas curtas (modalidade garantida pela lei 5692/71). As licenciaturas curtas foram sumariamente criticadas ao ser afirmado que seriam lançados no mercado profissionais com sérios déficits de conhecimento e apresentava-se com um programa curto e de rápida formação.

> Os cursos de licenciatura até então existentes já eram bastante criticados, especialmente quanto à falta de “unidade” entre as disciplinas de conteúdo e as pedagogias. Os novos cursos criados a partir daí, além de incorrerem nas mesmas falhas, dão margem a outras criticas: estabelecem critérios poucos rigorosos de ingresso e, principalmente, são organizados, em sua maioria, como “licenciaturas curtas” em determinadas áreas de estudo, seguidas de especialização em uma das disciplinas dessa área. Essa organização, não garante em geral o domínio dos conteúdos, nem mesmo os da disciplina sobre a qual incide a especialização. Ademais, a maioria dos professores de matemática que atuam na rede pública provém destas instituições, o que determina a necessidade de cursos de treinamento e reciclagem para complementar sua formação. (PAVANELLO, 1993, p.14)

Ainda de acordo com Pavanello (1993) a maior parte dos professores da rede pública era oriunda dessas instituições, e com a promulgação da lei 5692/71, que proporcionou a aglutinação do primário com o ginásio, sendo estes denominados de 1° grau de ensino, houve um crescente número de estudantes na escola o que levou a superlotação das salas de aula, em relação a isso a autora cita as condições enfrentadas pelo professor frente a sua nova realidade.

> A instituição de uma escola de 1° grau de 8 anos, com a fusão dos cursos primário e ginasial, vai eliminar, do ponto de vista legal, a tradicional barreira existente entre esses cursos e acarretar um enorme crescimento de matriculas nas escolas oficiais, a superlotação das classes e a multiplicação dos períodos concomitantemente à diminuição de sua duração.
> Os professores dessas escolas passam a trabalhar sob novas (e piores) condições de trabalho: tem sua remuneração cada vez mais rebaixada, o que os obriga a assumir uma carga maior de trabalho; são pressionados pelo Estado, que lembra a todo o momento o custo, em termos econômicos, da manutenção de cada aluno por ano escolar; defronta-se, ainda, com o desafio de se trabalhar com uma população diferente daquela a qual estavam acostumados a lidar e não contam com qualquer tipo de apoio pedagógico ou tempo e espaço para debates ou reflexão sobre seu trabalho. (PAVANELLO, 1993, p.15)

A autora salienta ainda que essa lei não alterou a configuração dual entre os ensinos presentes na sociedade brasileira e em relação 2° grau a clientela atendida nas escolas públicas teve perda significativa se comparada ao nível de ensino oferecido a clientela da escola particular.

> A implantação da “Lei de Diretrizes e Bases do Ensino do 1° grau e 2° grau” acaba mantendo o tradicional dualismo da escola brasileira (escola para elite x escola para o povo) colocando-o, agora, em termos de escola

> particular x escola pública, conservando a diferenciação entre o ensino oferecido aos estratos superiores da sociedade (na primeira) e aquele proporcionado à população em geral (na segunda).
> Em termos de 2° grau, nas escolas oficiais este é geralmente oferecido no período noturno e não cumpre nem sua antiga função de preparar para os cursos superiores, nem sua função profissionalizante dado que não existem recursos humanos e nem materiais que deem conta desta tarefa. Enquanto isso, as escolas particulares, interpretando a legislação conforme sua conveniência, continuam a oferecer um ensino basicamente propedêutico. (PAVANELLO, 1989, p. 146 e 174)

A lei 5692/71 - Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional para o Ensino de 1° e 2° graus foi promulgada durante o regime militar e de acordo com o artigo 4º desta lei “os currículos de ensino de 1° e 2°graus terão um núcleo comum, obrigatório em âmbito nacional, e uma parte diversificada para atender, conforme as necessidades e possibilidades concretas, às peculiaridades locais, aos planos dos estabelecimentos e as diferenças individuas dos alunos”. O Conselho Federal de Educação ficou responsável por fixar as matérias relativas ao núcleo comum e de relacionar as matérias que o estabelecimento de ensino poderá vir a incluir na parte diversificada.

O 1° grau estruturou-se em 8 anos, com idade mínima de ingresso de 7 anos, sendo obrigatório e gratuito à criança dos 7 aos 14 anos, enquanto, o 2° grau estruturou-se em 3 ou 4 anos, de acordo com a habilitação escolhida. Essa lei ficou em vigência por mais de 20 anos, sendo, uma nova LDB só promulgada em 1996, durante o governo de Fernando Henrique Cardoso, tendo como relator o professor Darcy Ribeiro.

O MMM ficou desgastado com as experiências em sala de aula demostrando ser confuso para os alunos a linguagem usada na teoria dos conjuntos, não havendo assim melhoras no rendimento dos mesmos e, com isso, as críticas que o acompanharam desde seu surgimento ganharam força, entre elas: o exagero no ensino dedutivo em detrimento ao intuitivo, uso excessivo de terminologias e símbolos que de acordo com Morris Kline prejudicavam a aprendizagem, o conteúdo não estava em pé de igualdade com o nível de seriação que os alunos se encontravam e o alto valor dado à teoria dos conjuntos e não houve aplicação com a realidade.

3.4 Base Nacional Comum Curricular

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é um documento desenvolvido pelo governo que frisa os conteúdos obrigatórios e essenciais (básicos e comuns) que todo aluno deve aprender em todas as etapas do ensino básico, da educação infantil ao ensino médio.

> A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é um documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica, de modo que tenham assegurados seus direitos de aprendizagem e desenvolvimento, em conformidade com o que preceitua o Plano Nacional de Educação (PNE). Este documento normativo aplica-se exclusivamente à educação escolar, tal como a define o §1° do artigo 1° da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB, lei n° 9394/1996), e está orientado pelos princípios éticos, políticos e estéticos que visam à formação integral e à construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva, como fundamentado nas Diretrizes Curriculares Nacionais de Educação Básica (DCN). (BRASIL, 2018, p.7)

Esse documento funciona como um referencial na construção e elaboração dos currículos educacionais dos sistemas e redes escolares do país, bem como para as orientações didático-pedagógicas dos estabelecimentos de ensino, no tocante as aprendizagens essenciais a BNCC defende o desenvolvimento de dez competências gerais, definindo competência como “a mobilização de conhecimentos (conceitos e procedimentos), habilidades (práticas, cognitivas e socioemocionais), atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana, do pleno exercício da cidadania e do mundo do trabalho.” (BRASIL, 2018, p.8).

Abaixo as dez competências gerais da educação básica pregada pela BNCC como necessárias ao desenvolvimento e formação do aluno:

> 1- Valorizar e utilizar os conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo físico, social, cultural e digital para entender e explicar a realidade, continuar aprendendo e colaborar para construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva.
> 2- Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas.
> 3- Valorizar e fruir as diversas manifestações artísticas e culturais, das locais às mundiais, e também participar de práticas diversificadas da produção artístico-cultural.
> 4- Utilizar diferentes linguagens – verbal (oral ou visual-motora, como libras e escrita), corporal, visual, sonora, e digital – bem como conhecimentos das linguagens artística, matemática e científica, para se expressar e partilhar informações, experiências, ideias e sentimento em diferentes contextos e produzir sentidos que levam ao entendimento mútuo.
> 5- Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva.
> 6- Valorizar a diversidade de saberes e vivenciais culturais e apropriar-se de conhecimentos e experiências que lhe possibilitam entender as relações próprias do mundo do trabalho e fazer escolhas alinhadas ao

> exercício da cidadania e ao seu projeto de vida, com liberdade, autonomia, consciência crítica e responsabilidade.
> 7- Argumentar com base em fatos, dados e informações confiáveis, para formular, negociar e defender ideias, pontos de vista e decisões comuns que respeitem e promovam direitos humanos, a consciência socioambiental e o consumo responsável em âmbito local, regional e global, com posicionamento ético em relação ao cuidado de si mesmo, dos outros e do planeta.
> 8- Conhecer-se, apreciar-se e cuidar de saúde física e emocional, compreendendo-se na diversidade humana e reconhecendo suas emoções e as dos outros, com autocritica e capacidade para lidar com elas.
> 9- Exercer a empatia, o dialogo, a resolução de conflitos e cooperação, fazendo-se respeitar e promovendo o respeito ao outro e aos direitos humanos, com acolhimento e valorização da diversidade e de indivíduos e de grupos sociais, seus saberes, identidades, culturas e potencialidades, sem preconceitos de qualquer natureza.
> 10- Agir pessoalmente e coletivamente com autonomia, responsabilidade, flexibilidade, resiliência e determinação, tomando decisões com bases em princípios éticos, democráticos, inclusivos, sustentáveis e solidários. (BRASIL, 2018, p.9 e 10)

De acordo com esse documento, os currículos devem se complementar no tocante ao desenvolvimento das aprendizagens essenciais, devendo os currículos ser elaborados segundos as diretrizes da BNCC, adequando-as as necessidades da localidade, contextualizando os conteúdos dos componentes curriculares, selecionando e aplicando métodos didáticos-pedagógicos diversos, apropriando-se de recursos didáticos e tecnológicos para o processo ensino-aprendizagem, entre outras ações para elaboração curricular.

Em relação à Matemática “no Ensino Fundamental, essa área, por meio da articulação de seus diversos campos – Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade – precisa garantir que os alunos relacionem observações empíricas do mundo real a representações (Quadros, figuras e esquemas) e associem essas representações a uma atividade matemática (conceitos e propriedades), fazendo induções e conjecturas” (BRASIL, 2018, p.265).

Abaixo as competências específicas de Matemática para o ensino da fundamental.

> 1- Reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusivo com impactos no mundo do trabalho.
> 2- Desenvolver o raciocínio lógico, o espirito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.
> 3- Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar

> conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de solução.
> 4- Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes.
> 5- Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados.
> 6- Enfrentar situações-problema múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, com fluxogramas, e dados).
> 7- Desenvolver e/ou discutir projetos que abordem, sobretudo, questões de urgência social, com base em princípios éticos, democráticos, sustentáveis e solidários, valorizando a diversidade de opiniões de indivíduos e de grupos sociais, sem preconceitos de qualquer natureza.
> 8- Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvido de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles. (BRASIL, 2018, p.267)

A BNCC separa a matemática em cinco unidades interligadas para o desenvolvimento das habilidades ao longo do Ensino Fundamental, essas unidades são: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas e Probabilidade e Estatística.

Na unidade temática Geometria a BNCC defende o estudo da posição e do deslocamento no espaço, das formas e das relações entre os elementos das figuras planas e espaciais, para construção e desenvolvimento do pensamento geométrico, que configura como uma necessidade para análise de propriedades e produção de conclusões estruturadas. Uma das consolidações que se espera ser desenvolvido nesse ramo da matemática no Ensino Fundamental são a identificação de figuras tridimensionais, sua nomenclatura, propriedades e a identificação de suas planificações.

Sobre a geometria a BNCC tem como objetos de conhecimento para o 5° ano: “figuras geométricas espaciais: reconhecimento, representações, planificações e características” (p.296) e as habilidades a serem construídas: “(EF05MAT16) associar figuras espaciais a suas planificações (prismas, pirâmides, cilindros e cones)” (p.297) e para o 6° ano, objetos de conhecimento: “prismas e pirâmides: planificações e relações entre seus elementos (vértice, faces e arestas)” (p.302), habilidades a serem construídas: “(EF06MAT17) quantificar e estabelecer relação entre o número de vértices, faces e arestas de prismas e pirâmides, em função de seu polígono da base, para resolver problemas e desenvolver a percepção espacial (p.303)”.

4 RECURSOS METODOLÓGICOS

Esse capítulo descreve a importância do uso de materiais diversificados que atendem a curiosidade e que prendam a atenção dos alunos e que façam os mesmos geradores dos seus conhecimentos, a posição do professor como mediador e atenta que este tem que saber como usufruir do material. Como a pesquisa utiliza-se de materiais concretos e da técnica de dobradura para buscar seus objetos nessa seção é apresentado um histórico sobre a utilização de materiais concretos e seus benefícios assim também como sobre o origami.

4.1 Materiais Concretos

Devido à falta de valorização e do salário baixo o professor acaba sendo obrigado a trabalhar em diversos lugares e mesmo com vínculo público ou em rede particular, ainda ministra aulas particulares.

A exposição do professor as altas jornadas de trabalho, em alguns casos a precariedade do estabelecimento do ensino e falta de apoio da direção e de parte da equipe pedagógica, junto aos problemas citados no parágrafo anterior, interferem diretamente no planejamento de aula do educador. Esse planejamento, isso quando existe, pelas questões expostas, normalmente, apresenta-se apenas como uma mera exposição do conteúdo a ser ministrado, carente assim, de uma metodologia que desperte o interesse do aluno ou que favoreça a assimilação deste do conteúdo a ser estudado.

Beatriz D'Ambrósio (1989, p.15) sobre a prática do professor afirma: "sabe-se que a típica aula de matemática a nível de primeiro, segundo ou terceiro graus ainda é uma aula expositiva, em que o professor passa para o quadro negro aquilo que ele julga importante". O problema dessa prática são as consequências ocasionadas na postura do aluno frente à disciplina de Matemática:

> Primeiro, os alunos passam a acreditar que a aprendizagem de matemática se dá através de um acúmulo de fórmulas e algoritmos. Aliás, nossos alunos hoje acreditam que fazer matemática é seguir e aplicar regras. Regras essas que foram transmitidas pelo professor.
> Segundo, os alunos acham que a matemática é um corpo de conceitos verdadeiros e estáticos, do qual não se duvida ou questiona, nem mesmo nos preocupamos em compreender porque funciona. Em geral, acreditam também, que esses conceitos foram descobertos ou criados por gênios. (D'Ambrósio, 1989, p.15)

A autora afirma ainda que o aluno não relaciona os conceitos matemáticos com aplicação em sua realidade e supervaloriza a mesma, perdendo assim, a confiança em si e de sua intuição matemática. A aplicação de materiais concretos/ manipuláveis enfatizam a fundamentação e construção de um tópico favorecendo de forma espontânea sua compreensão e com isso sua assimilação.

A definição de materiais manipuláveis é dada por Souza e Oliveira (2010, p.2) do seguinte modo: “materiais manipuláveis são objetos, desenvolvidos e/ou criados para trabalhar com conceitos matemáticos de forma que venha a facilitar a compreensão e o desenvolvimento do aluno, de modo que os estudos possam ser realizados de maneira prazerosa.” Os autores salientam ainda esses materiais podem ser produzidos pelos alunos ou pelo professor.

Os materiais concretos, táteis, manipuláveis configuram-se como objetos didáticos de predominância da intuição e do dinamismo, pois, o aluno o enxerga nas mais variadas posições, prevalecendo as diferentes vistas dos mesmos e que desse modo, minimizam as dificuldades do educando e favorecem fundamentação de conceitos, propriedades, teoremas e axiomas, auxiliando o aluno na resolução de problemas e na execução de tarefas propostas, uma vez que, este aprende fazendo, interiorizando assim, os procedimentos que contribuem para construção e desenvolvimento do conhecimento matemático.

A experimentação com materiais concretos proporciona ao educando vivências físicas, a partir do contato direto com o objeto realizando medições, descrições e comparações com elementos pertencentes a uma mesma classe, proporcionando assim, possíveis abstrações de generalizações formais. Turrioni (2004, p.66) afirma: “o material concreto exerce um papel importante na aprendizagem. Facilita a observação e análise, desenvolve o raciocínio lógico, crítico e científico, é fundamental para o ensino experimental e é excelente para auxiliar ao aluno na construção de seus conhecimentos”.

A utilização e o resultado com o uso de materiais concretos estão diretamente relacionados com a atuação do professor como mediador na exploração do aluno sobre os objetos táteis apresentados, segundo Nacarato (2005, p.4) “o uso inadequado ou pouco exploratório de qualquer material manipulável pouco ou nada contribuirá para aprendizagem matemática. O problema não está na utilização desses materiais, mas na maneira como utilizá-lo”.

De acordo com Fiorentini e Miorim (1990) “o professor nem sempre tem clareza das razões fundamentais pelas quais os materiais e jogos são importantes para o ensino-aprendizagem da matemática e, normalmente, não questiona se estes realmente são necessários, e em que momentos devem ser usados”. Fiorentini e Miorim (1990, p.5) afirmam, ainda, que a utilização desses recursos se justifica, pelo professor, apenas por ser um motivador, ou por já terem escutado que o ensino dessa disciplina deve partir do concreto, ou ainda por tornar as aulas mais divertidas e estimular o gosto do aluno para matemática.

Nesse sentido Turrioni afirma:

> Apesar do material didático ser do interesse de quem aprende, ele não pode representar o sucesso esperado. Para que se dê uma significativa aprendizagem, faz-se necessário que haja uma atividade mental (e não somente a manipulativa) por parte do aluno. Ao professor cabe acreditar no material didático como um auxiliar do processo ensino-aprendizagem, pois, como muitas coisas na vida, ele só produz bons resultados para quem acredita. O material necessita ser corretamente empregado, ou seja, é preciso conhecer o porquê, o como e quando colocá-lo em cena. Caso contrário, o material didático pode ser ineficaz ou até prejudicial à aprendizagem. (TURRIONI, 2004, p.67)

Segundo Nacarato (2005, p.1) “o uso de materiais manipuláveis no ensino foi destacado pela primeira vez por Pestalozzi, no século XIX, ao defender que a educação deveria começar pela percepção de objetos concretos, com a realização de ações concretas e experimentações”.

Souza e Oliveira (2010) salientam o trabalho de Friedrich Wilhelm August Fröebel (1782 – 1852), que ao trabalhar com Pestalozzi se deixou influenciar, porém sem perder seus próprios princípios educacionais, “em 1837, Fröebel criou o primeiro jardim de infância, pois defendia uma nova concepção de escola, onde as crianças poderiam se expressar através das atividades de percepção sensorial (sensações e/ou manipulações), linguagens e de brincadeiras. Ele também desenvolveu alguns materiais manipuláveis, jogos e brincadeiras para a melhoria da aprendizagem”. (Souza e Oliveira, 2010, p.4).

Fiorentini e Miorim concordam que Montessori (1870 – 1952) influenciada por Pestalozzi desenvolveu uma didática ativa para matemática, na qual no início do século XX, desenvolve materiais manipulativos com fins didáticos à aprendizagem matemática. “Estes materiais, com forte apelo à “percepção visual e tátil”, foram posteriormente estendidos para o ensino de classes normais. Maria Montessori acreditava não haver aprendizagem sem ação” Fiorentini e Miorim (1990, p.7). Os autores citam ainda o material dourado, os triângulos construtores, material de equivalência e os cubos para composição e decomposição de binômios, trinômios como os materiais mais conhecidos e importantes entre os desenvolvidos por Montessori.

Ainda sobre a história do desenvolvimento e uso de materiais concretos e manipuláveis Souza e Oliveira destacam a importância do matemático Dienes:

> Temos também o matemático húngaro Zoltan Paul Dienes (nascido em 1916) que na década de 1950 desenvolveu um conjunto de materiais manipuláveis para trabalhar com jogos lógicos, estimulando o raciocínio das crianças. Esse material é constituído por 48 (quarenta e oito) peças geométricas e são denominados blocos lógicos. Suas peças geométricas são diferenciadas por cores, formas, tamanho e espessura, também chamado de atributos. As 48 peças são subdivididas em: Círculos, quadrados, triângulos e retângulos; Três cores (amarelo azul e vermelho); Dois tamanhos (grande e pequeno); Duas espessuras (grosso e fino). (SOUZA e OLIVEIRA, 2010, p.5)

Nacarato (2005) relata ainda que no Brasil a discussão para o uso de materiais concretos no processo ensino-aprendizagem começa na década de 1920, a partir do ideal *Escolanovista* e da predominância empírico-ativista no ensino da Matemática.

Segundo Januário (2008, p.25) “O movimento da Escola Nova, ou *Escolanovista*, teve inicio no Brasil em 1882 Por Rui Barbosa (1849 – 1923). Esse movimento surgiu na Europa e foi trazido para a América pelo filósofo e educador John Dewey. Nessa época, a educação no Brasil era voltada para classe elitista, em uma tendência conhecida como Formalista Clássica”. O tratamento dado a esse movimento era de oposição ao sistema tradicional de ensino e de defesa da democracia.

Na década de 1930, a partir da implementação dos primeiros cursos de formação de professores os materiais concretos ganharam força. Porém, de acordo com Januário (2008), sua discussão e análise como recursos didáticos no ensino da matemática se intensificam e ganham força na década de 80 com a presença do Movimento da Matemática Moderna. Sobre isso, Nacarato declara: “assiste-se, assim, a um grande movimento nacional de produção de novos materiais para o ensino da Matemática. Muitos grupos são constituídos ou alguns constituídos anteriormente, durante o Movimento Modernista, acabaram produzindo vários materiais, principalmente nos finais dos anos 70 e início dos anos 80. Muitas das discussões que ocorriam no interior desses grupos foram incorporadas pelos autores de livros didáticos e paradidáticos (Nacarato, 2005, p.2)".

Nacarato cita como materiais sugeridos e usados pelos professores no ensino da geometria os seguintes: conjuntos de sólidos geométricos, tangram, geoplano e poliminós. O autor sintetiza ainda a importância de se trabalhar os processos de visualização ao salientar que seu desenvolvimento liga-se diretamente à exploração de modelos ou materiais que forneçam ao aluno a construção de imagens mentais. Sobre o conceito de imagem mental Luiz Carlos Pais relata:

> Embora não seja fácil definir formalmente o que seja uma imagem mental, podemos dizer que o individuo tem uma dessas imagens quando ele é capaz de enunciar, de uma forma descritiva, propriedades de um objeto ou de um desenho na ausência desses elementos. Assim, como as noções geométricas são ideias abstratas e, portanto, estranhas à sensibilidade exterior do homem, a formação de imagens mentais é uma consequência quase que exclusiva do trabalho com desenhos e objetos.
> A aprendizagem geométrica engloba necessariamente uma razoável habilidade racional de trabalho, com boas imagens mentais associadas não só aos conceitos como também aos teoremas e situações geométricas fundamentais. (PAIS, 1996, p.70)

Sobre os recursos metodológicos citados acima por Nacarato em relação ao ensino de geometria temos:

Tangram – De origem chinesa configura-se como um quebra-cabeça constituído por 7 peças geométricas (5 triângulos, 1 quadrado e 1 paralelogramo) e permite ao aluno a construção de formas geométricas, animais, flores e objetos, a análise de figuras e o desenvolvimento da percepção e visualização espacial, sendo assim, um forte recurso didático quando bem empregado.

Geoplano – É um instrumento composto por uma placa cheia de pinos ou pregos sobre sua superfície e o aluno com o uso de elásticos ou material similar constrói as figuras desejadas. Pode-se exploras conceitos de áreas e perímetros, simetria, transformações geométricas como translação e rotação, entre outros.

Poliminós – É a união de vários quadrados ligados por um lado em comum que formam assim figuras geométricas variadas, tendo aplicações no estudo de polígonos, comparação de áreas, perímetro etc.

Essa pesquisa usou sólidos geométricos maciços de madeira que permitem ao aluno a vista do sólido em vários ângulos diferentes, a comparação entre esses elementos classificando-os em grupos diversificados quanto às características em comum apresentadas e suas características em particular e fez uso também da técnica de dobradura conhecida como origami modular.

4.2 A Arte de Dobrar Papéis

Não há uma exatidão de quando e onde se originou o origami, mas acredita-se que surgiu naturalmente com a invenção do papel e difusão do mesmo. Alguns pesquisadores afirmam que essa arte se desenvolveu no Japão, a partir da inserção de algumas figuras e método de fabricação de papel por monges budistas.

> A origem do origami é tão remota quanto à história do próprio papel. Sabe-se que já era usado em rituais religiosos, em época anterior ao século VI. Mas de forma como é conhecido hoje, esse trabalho desenvolveu-se em meados do século XIX.
> Algumas dobras são populares que quase todos os japoneses são capazes de executá-las. É o caso da tsuru, ou cegonha. (IMENES, 1988, p.7).

Na China, o origami possuía o objetivo de ornamentar as casas e os altares de celebrações. Já no Japão, o papel passou a ser dobrado de forma complexa e elegante seguindo uma metodologia, mas, com o passar do tempo, técnicas foram desenvolvidas elevando os níveis de complexidade das dobraduras. A partir disso, origami, termo proveniente da palavra japonesa composta do verbo dobrar (ORU) e do substantivo papel (KAMI), pode ser definido como a arte japonesa de confecção de objetos diversos (como por exemplo: figuras, animais, flores, etc.) por meio de dobras de papel.

Sobre essa definição Neirelise Buske concorda ao afirmar que “origami é a tradicional arte japonesa de confeccionar figuras fazendo dobras no papel. Sua escrita é composta por dois caracteres japoneses: o primeiro deriva do desenho de uma mão e significa dobrar (ORU), e o segundo deriva do desenho de uma seda e significa papel (KAMI) (Buske, 2007, p.25)”.

Figura 3- Caracteres Japoneses que formam o termo origami.

Fonte: Buske (2007)

A história do origami pode ser dividia em três grandes períodos:

Período Heian (794 – 1185) - Papel de alto custo, sendo de acesso exclusivo as altas classes que praticavam o origami para seu divertimento. Uma corrente defendida pelo professor Massao Okamura explana da técnica ter origem no início do século VII pelos samurais, sendo eles os responsáveis pelos primeiros passos para o formato dos origamis atuais, sendo essa arte restrita aos adultos pelo alto custo da matéria-prima utilizada.

> Do século VII ao XII o origami caracterizou-se por ser um divertimento daqueles que tinham o privilégio de ter o papel. Alguns modelos de origami foram introduzidos em cerimonias religiosas e ficaram conhecidos por “Shinto”, visto que o Xintoísmo é a religião oficial no Japão. Os guerreiros samurais utilizavam Origamis em formato de leque, sustentados com faixas de carne seca para serem utilizados como enfeites nas trocas de presentes entre eles. Diplomas também eram dobrados utilizando técnicas de Origami como uma forma de autenticação do documento. Os diplomas, após abertos, somente voltariam à forma original se o recebedor conhecesse também o procedimento. Essa espécie de autenticação ou garantia é chamada de “Origami Tsuki”. (Barreto, 2013, p.16)

Período Muromachi (1338 – 1576) - O origami serve como diferenciação entre as classes sociais vigentes através da observação dos adornos usados por cada uma destas.

Carlos Alberto Barreto salienta que “a partir do final do século XIII, o papel começou a se tornar um artigo mais popular. Desta forma, as pessoas de classe social mais privilegiada passaram a utilizar adornos confeccionados com o uso do Origami para distingui-los das pessoas de classe inferior (Barreto, 2013, p.16)”.

Período Edo ou Era Tokugawa (1603 – 1868) - Difusão do papel e surgimento do primeiro livro. No período Edo, o papel foi difundido e o origami passou a ser praticado principalmente por mulheres e crianças, independente da classe social. Foram publicados duas obras em relação à confecção de dobraduras de papel: “HIDEM SEMBAZURU ORIKATA” por Akisato Rito (1797) e “KAYARAGUSA” conhecida como “KAN NO MADO” por Adachi Kazuyuki (1845). A técnica de dobradura se espalhou pelo mundo.

> É, no entanto, no período compreendido entre os séculos XVII e XIX que Origami se tornou realmente popular. Esse fenômeno ocorreu graças ao fato de que o papel se tornou mais abundante, os Origamis inspirados na fauna e na flora que conhecemos atualmente se tornaram populares e duas obras contendo orientações para execução de Origamis foram publicadas: “Hidem Sembazuru Orikata” por Akisato Rito (1797) e “Kayaragusa” por Adachi Kazuyuki (1985). Foi graças a essas obras que o Origami passou a ser matéria regular nas escolas japonesas a partir do ano 1876. Foi também nesse período que o grou-japonês ou tsuru, uma ave considerada

> tradicionalmente sagrada, transformou-se no símbolo do Origami. (Barreto, 2013, p.16)

Além do Japão, há presença do origami em outros países, sendo essa técnica introduzida no continente europeu pela presença dos mulçumanos, com afirma Barreto.

> Mas, não se dobrou papel apenas no Japão. Os mouros, de origem muçulmana, que já conheciam a produção de papel eram exímios dobradores e influenciaram fortemente a cultura espanhola. Adeptos do Islamismo não faziam Origamis que representassem a fauna e a flora por ferir princípios religiosos, dedicando-se às dobraduras de figuras geométricas para estudos matemáticos e astronômicos. Essas dobraduras fascinaram o filósofo Miguel de Unamuno, reitor da Universidade de Salamanca na Espanha. Ele conheceu o Origami durante uma viagem que fez à França para participar da inauguração da Torre Eiffel, em 1889. Na Espanha, a ate de dobrar papel passou a ser chamada de papiroflexia e a pajarita, uma ave popular na Espanha, transformou-se símbolo da papiroflexia. Entretanto, Koshiro Hatori acredita que as regras básicas de dobraduras japonesa e moura são muito distintas e, podem ter surgido de forma independente nas duas culturas. (Barreto, 2013, p.17)

Levando em consideração a tendência de construção de um origami, o mesmo pode ser dividido em criativo ou artístico, onde se preocupa com a confecção de algo para satisfação própria e tendo ainda, uma finalidade decorativa e o educativo, onde se preocupa com confecção para a exploração e estudo de conceitos eruditos, como por exemplo, os conceitos matemáticos. Atualmente, além do origami tradicional – no qual há presença apenas de dobras e vincos, sem o uso de recortes ou colagens – a arte de da dobradura de papel possui algumas variações como:

Origami Modular – Dobra-se várias unidades básicas e repetitivas, chamados de módulos, depois junte-os por encaixe ao objeto desejado.

Kusudama – Similar ao origami modular, sua peças (módulos) se agrupam para formar objetos esféricos.

Origami Arquitetônico (conhecido no Brasil como Kirigami) – É a arte de cortar papeis dobrados, se baseando na simetria uma simples folha pode se transformar em uma complexa estrutura 3D.

Origami 3D – É uma arte recente que consiste em criar vários módulos triangulares e a partir disso produzir peças tridimensionais.

O origami atual é creditado a Akira Yoshizawa :

> Até a década de 1950 a técnica e os modelos de Origamis eram transmitidos de uma geração para outra sem as devidas preocupações com padrões de movimentos e construções. Foi nesta década que Uchiyama Koko tornou-se o primeiro a patentear as suas criações. Foi, no entento, o

> mestre e pai do Origami moderno, Akira Yoshizawa, que padronizou regras para a representação gráfica das dobraduras do Origami, sistematizou um conjunto de dobras que servem de base para vários Origamis (Sistema Yoshizawa – Randlett, 1956) e quebrou paradigmas tradicionais introduzindo a técnica do *wet folding,* ou seja, dobrar com o papel molhado. Este sistema passou a ser a contribuição mais importante para o Origami desde da invenção do papel, permitindo a difusão internacional de váias criações. Para Akira Yoshizawa oOrigami é uma filosofia de vida. É o dialogo entre o artista e o papel. (Barreto, 2013, p.17) .

A técnica de dobradura de papel, de acordo com Rancan (2011, pag.3) "trata-se de uma forma de representação visual/escultural". A autora afirma ainda que "quando se menciona o termo origami, há uma associação imediata com figuras de animais e objetos, geralmente planos, sem levar em conta os objetos tridimensionais que podem ser confeccionados" (RANCAN, 2011, pag.3) e as diversas maneiras desse recurso ser utilizado para exploração de conceitos geométricos.

Para confeccionar um origami normalmente parte-se de uma folha quadrada (não é uma regra, pois há modelos feitos a partir de outras formas geométricas como: triângulos, retângulos e pentágonos) e através de uma sequência de etapas, dobras, amassos e vincos chega-se ao resultado desejado. De uma ou mais dobras de papel ou partes de um papel, torna-se claro uma infinidade de formas e padrões geométricos produzidos. Para construção de um origami é necessário, estabelecer um fluxograma que contenha o "passo a passo" para construção da figura.

> Em muitos livros de origami podemos encontrar as chamadas bases. Estas bases têm como função básica a construção de um determinado conjunto de origamis que seguem os mesmos primeiros passos. Entretanto, elas também exercem outro fator de grande importância no que diz respeito à diagramação existente nos livros de origami, pois ela é responsável por eliminar a repetição de passos e com isso, renderizando o processo construção do origami e consequentemente das publicações. (VIEIRA, 2012 p.20 e p. 21)

Segundo Rancan (2011, pág.3) "as atividades com dobraduras manuais possuem uma dinâmica que privilegia a descoberta, conceituação, construção manipulativa, visualização e a representação geométrica". A autora afirma ainda que a dobradura pode ser utilizada de várias formas, com um recurso enriquecedor na exploração de propriedades geométricas de figuras planas e espaciais.

A construção e a utilização de figuras espaciais e a análise detalhada de propriedades trazem algumas sugestões de como é possível aproveita essa alternativa didática no ensino de geometria, uma vez que a manipulação com objetos concretos e/ou produzidos pelas dobraduras também permite construir e desenvolver mecanismos de interiorização da realidade explorada com a representação por parte do educando sobre diferentes entes geométricos estudados.

A inserção de trabalhos com dobradura de papel cria inúmeras possibilidades e situações didáticas para o ensino de alguns assuntos da Matemática. A exploração geométrica, possível de ser feita com essa técnica, utiliza conceitos básicos de geometria e criar figuras bi e tridimensionais para exploração e estudo, podendo ser aplicada a várias áreas de estudos como afirma Roniete Araújo dos Santos.

> Vemos que o origami como desenvolvimento criativo, é importante não só para o aprendizado do educando em arte, mas também para nossos professores e comunidade escolar. Com a utilização dos origamis como quebra cabeça, fazendo animais e plantas, o educando desenvolve princípios matemáticos, geométricos. Além de estimular a observação e o senso estético, trabalha o raciocínio lógico e coordenação motora. Esta tarefa exige investigação, experimentação, levantamento de hipótese e criação e recriação de obras nas quais são livres para produzir. No processo de construção de aprendizagem, o treinamento dessas habilidades é benéfico para o seu desenvolvimento físico e cognitivo. (SANTOS, 2012 p.10)

Ao salientar o uso da técnica de dobradura no estudo e na aplicação da representação espacial Roselaine Cristina Barbosa afirma que:

> Para o universo infantil, a percepção das dimensões dos objetos no espaço é um processo em construção. Nesse sentido, a utilização de materiais concretos, como o papel e de técnicas como o origami, que possibilita à criança modificar a forma dos objetos, percebendo-os com planos ou espaciais, contribui para sua percepção acerca dos objetos no espaço.
> Na construção do formato tridimensional em objetos, o origami possibilita que a criança observe e participe do processo, que inicia com a folha de papel, bidimensional, e termina com o objeto tridimensional, manuseável. Com isso, o conceito das características de uma superfície plana ou bidimensional (2D), que tem duas dimensões: altura e largura; e da tridimensional (3D), que possui: altura, largura e profundidade, são assimilados mais facilmente pelo aluno. (Barbosa, 2015, p.13)

A autora destaca ainda que "o origami proporciona à criança: desenvolver sua compreensão das dimensões do objeto, estabelecer relações entre figuras planas e espaciais, reconhecer formatos geométricos, explorar a proporção (tamanhos) dos papéis; na construção, confecção de formas básicas e na criação de novas estruturas através do manuseio (Barbosa, 2015, p.14)".

O origami tem uma grande importância histórica chegando a ser ensinado em escolas japonesas e vários trabalhos demonstram sua aplicabilidade em aulas de geometria e matemática e afirmam serem muito proveitosos os resultados obtidos com seu uso como veremos nesse trabalho.

4.3 ORIGAMI E GEOMETRIA: Breve Histórico.

O primeiro relato de aparição do uso do origami na compreensão da geometria remete ao século VIII com os mouros, e o primeiro ensaio da utilização dessa técnica no ambiente escolar tem relatos na Europa em 1837, no jardim de infância, pelo pedagogo alemão Friedrich Fröebel.

Nesse sentido, segundo Ueno "os primeiros a empregarem dobraduras de papel para o estudo de geometria foram os mouros no século VIII d.c. Antes, o origami e kirigami eram usados como enfeites, mas os mouros, devido à proibição da religião muçulmana de criar figuras religiosas e representativas, aplicavam nas dobras conceitos geométricos (UENO, 2003, p.24)".

> As possibilidades educativas do uso do origami foram iniciadas no Japão e na Espanha. A primeira escola que se tem relatos do uso de dobraduras foi na Europa em 1837, na escola de jardim de infância (Kindergarten). Surgiu com o pedagogo alemão Friedrich Froebel. Para ele a criança deve começar dobrando o papel e reconhecendo os princípios da geometria euclidiana. Depois, descobrir a vida, fazendo as dobraduras de animais e plantas. Proporciona o estimulo do senso estético, através da contemplação das dobraduras através de uma exposição. (VIERA, 2012, p.22)

Esse recurso passou a ser usado no Japão na Era MEIJI (1865 – 1912), em especial na educação artística dos jardins de infância e nos anos iniciais do primário, tendo os educadores adeptos dessa metodologia grande influência de Friedrich Fröebel. Conforme afirma UENO (2003, p.24): "segundo Okamura Masao, pesquisador de Origami Clássico, o origami aplicado na educação no Japão sofreu grande influência de Friedrich Wilhelm August Fröebel, um educador alemão que utilizava das dobras para desenvolver formas geométricas, e cujo método foi muito adotado nos jardins de infância japoneses".

Na Era SHOWA (1926 – 1988) junto com a difusão do origami como um recurso metodológico vieram às criticas. Sobre isso Thais Regina Ueno relata.

> No começo da Era Showa (1926 até 1988), a criatividade passou a ser valorizada na educação japonesa e muitos críticos desaprovam o método unificado e padronizado de ensino, classificando o origami como forma de alienação do estudante em seguir sempre os mesmos passos pré-estabelecidos. Mas, atualmente, origami não só tem sido considerado como um auxilio no exercício da criatividade livre no papel a partir de algumas dobras básicas como também uma importante ferramenta educacional, tendo sido aplicada no ensino básico da geometria a fim de desenvolver a intuição, capricho e memória. (UENO, 2003, p.24)

No Brasil há duas correntes sobre a introdução do origami no país, uma ideia parte por meio dos colonizadores portugueses e dos professores europeus trazidos para conduzir e orientar o desenvolvimento das crianças das altas sociedades enquanto, outra advém da imigração japonesa iniciada no ano de 1908 e pela influência da Argentina, uma vez, que a vizinha latina americana sofrera influência da cultura espanhola.

> Segundo Aschenbach, Fazenda e Elias (1992), a arte do origami foi introduzida no Brasil pelos colonizadores portugueses e também pelos preceptores europeus que vieram orientar as crianças das famílias ricas.
> Porém, os imigrantes japoneses, presentes em solo brasileiro desde 18 de junho de 1908, quando o navio Kasato Maru aportou em Santos trazendo seus primeiros representantes, contribuíram muito par a divulgação e pesquisa dessa arte em nosso território. (UENO, 2003, p.20 e 21)

A partir dos estudos da professora Yachiyo Koda deduz-se que o origami foi introduzido pela primeira vez no ensino fundamental na década de 60, por meio da Aliança Cultural Brasil e Japão.

> O uso pioneiro do Origami no Brasil foi o Ensino Fundamental. Tal uso foi atribuído a Yochiyo Koda através da Aliança Cultural Brasil e Japão em que ministrou várias oficinas a educadores e professores. A arte-educadora conhecida como "Lena das dobraduras" especializou-se em Origami, e entre suas obras está o livro "Histórias e atividades pedagógicas com Origami" (VIEIRA, 2012, p.22, adup HAYASAKA e NISHIDA 2012).

Carlos Alberto Barreto atento para criação, em 1992, do GEO (Grupo de Estudos de Origami) constituído por ex-alunos do curso de origami da ACBJ (Aliança Cultural Brasil-Japão). O autor salienta a divulgação do Origami por meio de boletins com artigos diversos e posteriormente através de exposições. Sobre as exposições ele cita: "uma delas chamada "A História da Imigração Japonesa no Brasil" foi vista por milhares de pessoas em várias cidades do nosso país e em 2001, foi exposta na Embaixada Brasileira em Tókyo". (BARRETO, 2013, p18)

Com o avançar do tempo, o uso das técnicas de dobraduras vislumbrou-se como um importante recurso didático para o ensino de geometria, principalmente nas várias demonstrações de teoremas, axiomas e propriedades geométricas. A partir disso, inúmeros trabalhos mostrando os benefícios sobre as técnicas de dobradura no ensino da Matemática foram publicados.

Imenes (1988) em seu livro "Geometria das Dobras" da coleção "Vivendo Matemática" demonstra a relação de construção de conceitos geométricos básicos através de sequencias de dobraduras, conceitos como: retas perpendiculares e paralelas, construção de polígonos entre eles: retângulo, quadrado, octógono regular, triângulo equilátero e hexágono regular citando ainda alguns elementos pertencentes a estas figuras como a diagonal do quadrado e a mediatriz do triângulo.

Nas dobras de cunho artístico o autor salienta o tratamento matemático de cada passo, entre eles pontos médios de um retângulo, conceito de ângulo reto, classificação de ângulo em agudo, reto ou obtuso, bissetriz de um ângulo, e triângulo isósceles na dobra de aviões, conceito de trapézio na dobra de uma borboleta maluca, comparação de áreas na dobra de uma caixinha de papel entre outros.

Por fim, o livro ensina a construir poliedros por meio da técnica conhecida como origami modular e também não deixa de fazer um tratamento matemático sobre o passo a passo das construções. Esse trabalho de Imenes não se aprofunda nos conceitos geométricos apresentados, porém, em se tratando do Ensino Fundamental, apresenta-se como um forte material para trabalhar a geometria de forma lúdica, dinâmica, intuitiva e exploratória pelo estudante.

David Mitchell (2008) em seu livro “Origami Matemático: Dobragens de Papel para fazer Figuras Geométricas” apresenta a construção de sólidos geométricos por meio do origami conhecido como modular, apresenta sugestões para uma melhor dobragem e conselhos para encaixe mais fácil dos módulos e ensina também, como fazer a construção de poliedros tanto maciços como esqueléticos.

Tridapalli (2017) na sua dissertação sobre “Sugestões Práticas de Ensino de geometria Utilizando Origami Modular” busca contribuir para os professores roteiros auxiliadores a prática escolar e do processo ensino-aprendizagem dos alunos. A autora apresenta a sequencia de dobraduras para confecção dos módulos que se agrupam para formar os sólidos platônicos e os encaixes que devem ser feitos para produzi-los, apresenta sugestões de quais conceitos e de como esses conceitos podem ser explorados com as práticas relacionando a geometria com o origami modular.

A partir do estudo de Tridapalli, Imenes e de outros autores constata-se que dentro do estudo de Geometria Espacial a técnica de dobradura pode se aplicada na construção de poliedros, incluindo os platônicos. Diferentemente dos trabalhos citados, essa pesquisa realizou junto aos alunos a confecção do “esqueleto” de um cubo (representando o grupo dos prismas) e de um tetraedro (representando o grupo das pirâmides), construção diferente da ilustrada no livro de David Mitchel.

5 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS DA PESQUISA

Esse trabalho visa um resultado quali-quantitativo na busca de uma melhoria no rendimento dos alunos envolvidos no processo e uma melhor argumentação com termos mais precisos sobre os tópicos estudados.

É uma pesquisa de campo, pois explora a prática dentro de sala de aula, fundamentada com uma revisão bibliográfica, tendo como base teórica artigos, monografias e livros para aplicação do trabalho em campo.

Baseia-se na busca do desenvolvimento de um procedimento metodológico para facilitar o processo ensino/aprendizagem da geometria espacial, por meio do uso das técnicas de dobraduras e da apresentação de materiais concretos produzidos ou não pelo origami.

Para isso, houve uma preocupação com a pesquisa em relação à utilização do origami modular, do material concreto manipulável e que conceitos poderiam ser tratados com esses recursos, respeitando-se o currículo em relação ao ensino de geometria do Município de Rio Bonito, aos assuntos de geometria espacial relacionado ao livro didático adotado pela escola e aos documentos oficiais que tratam dos conceitos inerentes a disciplina no ensino fundamental.

A prática foi realizada com 41 alunos do 7° ano do ensino fundamental, sendo 24 do 7°ano A e 17 do 7° ano B, de uma escola municipal do município de Rio Bonito – RJ. Foram levados modelos construídos de sólidos geométricos, a partir da técnica de origami, alguns foram construídos pelos alunos com orientação do professor, para serem discutidos em sala de aula, assim como modelos concretos maciços de madeira disponíveis na escola. Foram aplicadas atividades com os alunos antes do processo para averiguar o nível de compreensão dos tópicos de geometria espacial e realizada uma coleta de informações para se traçar um caminho para aplicação da pesquisa.

Durante a pesquisa os alunos foram divididos em grupos e cada grupo construiu os sólidos pedidos. Após fizeram uma ficha descritiva sobre o que enxergavam em relação aos objetos construídos por eles mesmos e sobre os materiais apresentados pelo professor.

Todas as atividades aplicadas aos alunos apresentaram uma ficha dialógica, onde os mesmos apresentaram suas conclusões em relação ao procedimento proposto, assim avaliamos se o objetivo foi alcançado.

A divisão dos alunos em grupos pautou-se na teoria defendida pelo psicólogo Vygotsky, onde este defende que a intelectualização será produzida do externo para o interno, ou seja, através das relações sociais com as outras pessoas e o seu meio para posterior interiorização do conhecimento.

Vygotsky defende que o social impõe-se sobre a herança biológica, sendo assim o desenvolvimento cognitivo da criança fundamentado a partir da inserção involuntária da interação social, o professor dentro disso é um mediador orientando para essa internalização. A diferença entre o desenvolvimento em que se encontra a criança agora e o nível alcançado após a resolução de alguma atividade proveniente da mediação de alguém em um nível mais elevado de conhecimento é denominada de Zona de Desenvolvimento Proximal (ZPD)

> Desta forma, a escola seria o lugar onde a intervenção pedagógica intencional desencadearia o processo ensino-aprendizagem. O professor deveria provocar avanços nos alunos interferindo na sua ZDP. Outro fator relevante para educação, decorrente das teorias de Vygotsky, seria a importância da atuação dos outros membros do grupo social na mediação entre a cultura e o individuo, visto que o aluno não seja um mero sujeito da aprendizagem, mas aquele que é capaz de aprender, junto ao outro, o que seu grupo social produz, como: valores, linguagem e próprio conhecimento. Ao observar a zona proximal, o educador poderia orientar o aluno no sentido de adiantar o seu desenvolvimento potencial, tornando-o real.
> O relacionamento estabelecido entre a criança e os seus colegas seria, também de importância vital. Vygotsky defendeu a utilização de uma criança mais desenvolvida para ajudar a outra menos desenvolvida (Sutherland, 1996, p.73). Esta interação traria benefícios para ambas as partes, visto que a criança mais desenvolvida adquiria uma maior compreensão explicita da sua aprendizagem a nível metacognitivo, pois ao ensinar um certo tema estaria a consolidar a sua própria aprendizagem (SOUZA, 2005 p.20 e 21).

Assim, os estudos desse psicólogo centram-se no desenvolvimento do que ele chama de funções psicológicas superiores, sendo estas de cunho voluntários e controladas pela vontade humana, sendo funções além das biológicas e que diferem o homem do animal, pois elas reservam a capacidade de memorização, de produção de um raciocínio lógico-dedutivo, de um planejamento em si.

5.1 Atividades

O trabalho pretende investigar os avanços no conhecimento dos alunos do 7° ano do Ensino Fundamental em relação aos tópicos de geometria espacial inerentes a esse nível de ensino, comparando os rendimentos antes e após a utilização de materiais concretos e do uso das técnicas de dobradura. Esse objetivo pode ser destrinchado do modo como se apresenta abaixo:

- Identificar poliedro e corpo redondo separando-os em dois grupos de acordo com as características especifica de cada elemento, separar poliedros em dois grupos, grupo I - prisma ou grupo II - pirâmides, de acordo com as características que cada um possui.
- Entender o conceito de aresta, face e vértice de um poliedro, quantificar esses elementos dentro dos poliedros.
- Planificar sólidos geométricos, construir sólidos geométricos a partir de sua planificação e quantificar o número de aresta, face e vértices de um poliedro a partir de sua planificação.

Para isso foram desenvolvidas seis atividades que são os pré-testes e pós-testes que averiguam o rendimento dos alunos antes e após as práticas desenvolvidas. Em uma aula foi aplicado a Atividade I e a Atividade II, sendo disponibilizados trinta minutos para resolução das mesmas, após essa aplicação ocorreu à primeira prática: a construção do tetraedro.

A Atividade I é um pré-teste constituído por 5 questões discursivas e pretende averiguar o que os alunos entendem sobre face, vértice e arestas, sobre o que são corpos redondos e poliedros, bem como se conseguem separar esses elementos em dois grupos distintos e descrever suas características, ainda analisa se conseguem classificar os poliedros em prismas e pirâmides, separando-os nesses dois grupos em função das características em comuns e descrevendo tais correspondências.

A Atividade II é um pré-teste constituído por 4 questões discursivas e pretende averiguar se os alunos conseguem quantificar o número de vértices, faces e arestas de um poliedro qualquer, se conseguem identificar quais polígonos formam o poliedro e diferenciar face lateral da base, com a devida identificação do polígono que compõe cada uma dessas partes do poliedro e por fim, finaliza com o preenchimento de um quadro composto com as seguintes colunas: 1°Número de vértices, 2° Número de faces, 3° Número de arestas e a 4° V+F – A.

As atividades III e IV são os pós-testes que visam comparar se houve evolução de aprendizagem após as práticas (construção do tetraedro e do cubo e confecção de ficha descritiva dos sólidos geométricos explorados) em relação aos resultados apreciados na Atividade I e Atividade II.

A Atividade V é o pré-teste constituído por 3 questões objetivas e 1 discursiva que visa analisar as capacidades dos alunos de associarem um sólido qualquer a sua planificação. Há presença de questões que ainda associam a análise da planificação de uma figura com a nomenclatura da mesma e com sua estrutura de formação.

A Atividade VI é o pós-teste que visa comparar se houve evolução, após a prática de demonstração de planificações de materiais concretos, em relação a atividade V.

Todas as atividades estão como anexo no fim do trabalho e estão elaboradas de acordo com as orientações da BNCC para o desenvolvimento das seguintes habilidades “(EF05MAT16) associar figuras espaciais a suas planificações (prismas, pirâmides, cilindros e cones)” (BRASIL, p.297) e “(EF06MAT17) quantificar e estabelecer relação entre o número de vértices, faces e arestas de prismas e pirâmides, em função de seu polígono da base, para resolver problemas e desenvolver a percepção espacial (BRASIL, p.303)”. e dos descritores do SAEB sendo para ao 5° ano de acordo com o nível 4 “reconhecer a planificação de uma pirâmide dentro de um conjunto de planificações e para o 9°ano de acordo com o nível 3: “reconhecer as planificações de um sólido simples, dado através de um desenho em perspectiva”.

5.2 Práticas

As práticas I e II envolveram os conteúdos de sólidos geométricos: corpos redondos e poliedros e prismas e pirâmides e foram compostas por dois pré-teste (Atividade I e II), a fim de averiguar os que os alunos já entendiam do assunto e dois pós-teste (Atividade III e IV) no intuito de verificar se houve avanço após a prática.

A prática I consta com a confecção dos origamis modulares, um tetraedro e um cubo, onde cada um foi representado como um ente ao grupo que pertence, sendo no caso, o cubo pertencente aos prismas e tetraedro às pirâmides. Sendo realizada do seguinte modo: O professor separou as turmas em grupo composto por no máximo 4 alunos e explicou o passo-a-passo das dobraduras realizadas no papel para confecção das peças (módulos) que se encaixam para formar os sólidos, após todas as peças estarem prontas explicou como seria o encaixe das mesmas. O tetraedro foi produzido logo após a aplicação dos pré-testes (Atividade I e Atividade II) sendo necessários dois tempos de aulas de 50 minutos para sua total produção.

O cubo foi construído no dia posterior e sendo também necessários dois tempos de aula de 50 minutos para sua confecção e o procedimento para realização da sua construção assemelha-se ao do tetraedro.

A figura 4 consta o passo-a-passo para construção das arestas e vértices do tetraedro, nesse ponto os alunos apresentaram algumas dificuldades em relação à confecção de cada módulo, apresentando pouca destreza motora e com dificuldade de assimilação dos passos, pois, após a construção de uma aresta o grupo teve que construir às outras duas (o autor deixa claro aqui que um tetraedro possui 6 arestas e cada grupo possuía no máximo 4 integrantes). Em relação ao vértice isso não ocorreu, pois cada integrante construiu 1 vértice totalizando o total necessário para montagem do tetraedro.

Figura 4 – Etapa inicial de construção do tetraedro.

Fonte : Autor

A figura 5 consta do encaixe dos módulos e nesse processo há dificuldades também, pois o tetraedro possui pouca estabilidade e com isso ao encaixar um vértice na aresta outro já encaixado normalmente se soltava, sendo o último o mais problemático nessa construção.

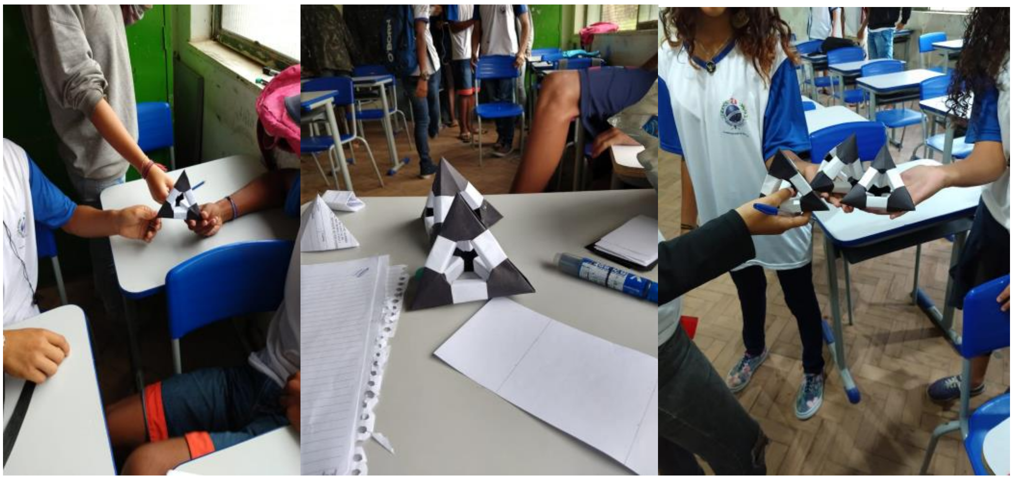
Nesse processo foi observada uma grande participação dos grupos, onde seus integrantes se uniram para atingir o produto final. Sobre a peça a ser construída é possível observar várias mãos juntas para um mesmo propósito, sendo trabalhadas assim algumas habilidades como trabalho em equipe, cooperação, solidariedade e o raciocínio lógico e geométrico para construção do ente geométrico pretendido.

Figura 5 – Encaixe dos módulos que formam o tetraedro.

Fonte: Autor

A figura 6 apresenta os tetraedros construídos. Alguns integrantes de grupos diferentes levantaram da mesa para ajudar os colegas que apresentaram maiores problemas para essa montagem.

Figura 6 – Tetraedro construído.



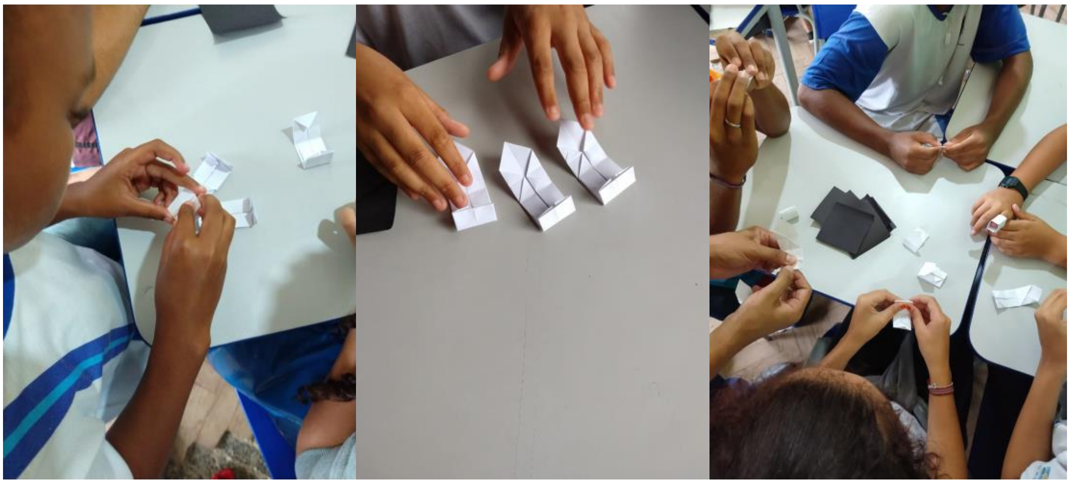
Fonte: Autor

A figura 7 consta da confecção das arestas e vértices do cubo. Essa prática apresentou menos dificuldades que a primeira, pois o passo-a-passo da confecção do origami das arestas de um poliedro esquelético platônico é igual para os cincos existentes, ou seja, a sequencia de dobras das arestas estava bem viva nos alunos.

Nesse ponto o autor salienta para o fato que ao construir o origami esquelético de um sólido platônico a dobradura que determinará que tipo de sólido será confeccionado são as dobras dos vértices, pois em relação as arestas os procedimentos permanecem os mesmos.

Em relação aos vértices do cubo, as sequencias de dobras do mesmo são mais simples do que os do tetraedro, o que justifica a certa facilidade apresentada pelos alunos nessa etapa.

Figura 7 – Etapa inicial de construção do cubo.



Fonte: Autor

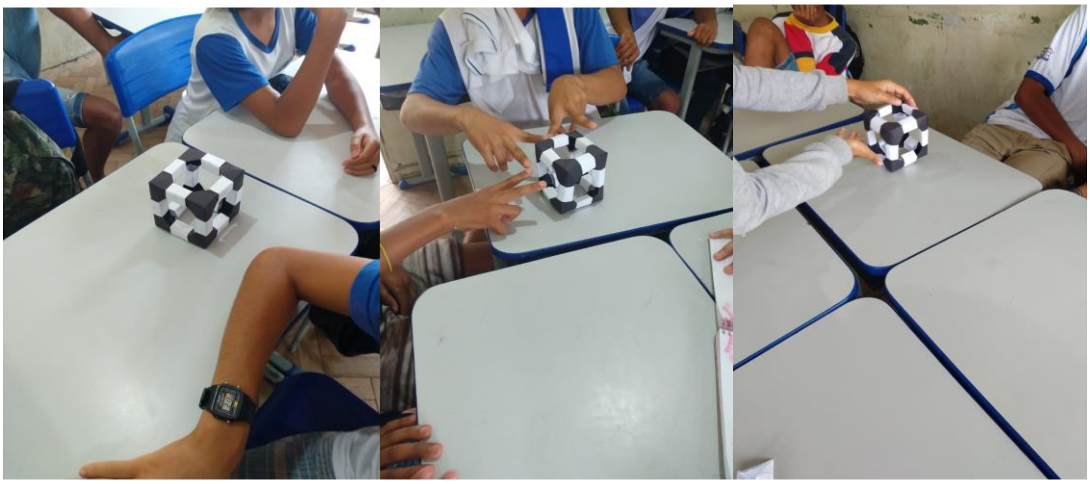
A figura 8 trata do encaixe das arestas e vértices para montagem do cubo. Nessa etapa os alunos também não apresentaram muitas dificuldades e os fatos para isso podem ser justificados pelas seguintes afirmações: primeiro – os alunos já tiveram contato com esse processo ao montar os tetraedros e os encaixes em ambos os sólidos apresentam a mesma dinâmica; segundo – ao construir esse ente geométrico, o mesmo não apresenta problemas com sua estabilidade e assim um vértice não tende a sair quando outro é encaixado.

Figura 8 – Encaixe dos módulos que formam o cubo.

Fonte: Autor

A figura 9 apresenta o cubo construído e o mesmo não apresentou as dificuldades encontradas na construção do tetraedro. Em ambas a montagem dos sólidos geométricos foi utilizada papeis de cores diferentes: branca para as arestas e preto para os vértices, na intenção de facilitar a compreensão dos elementos que formam esses poliedros por parte dos alunos.

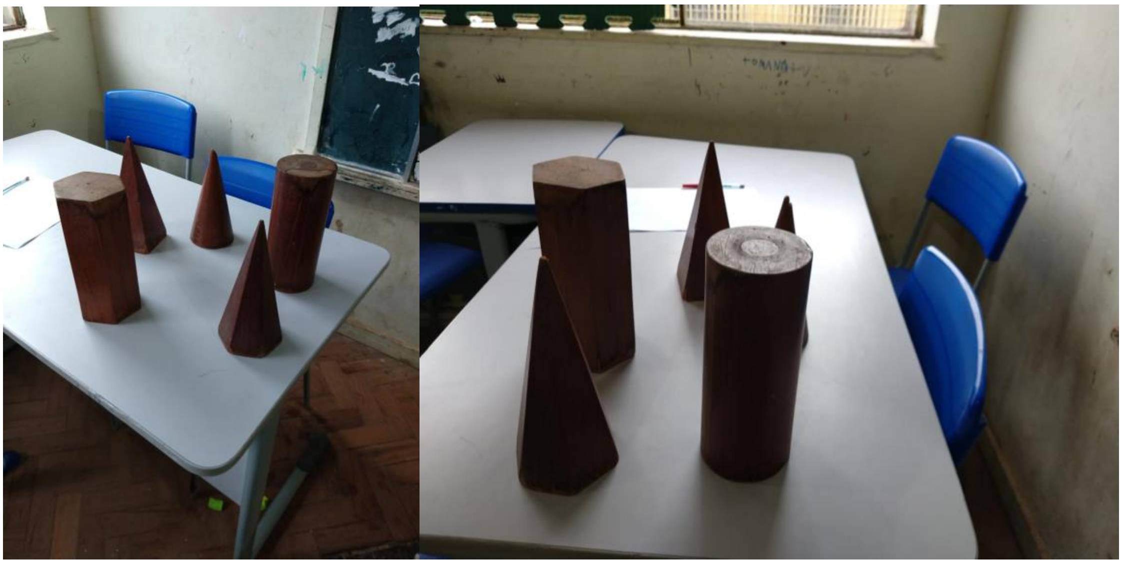
Figura 9 – Cubo construído.



Fonte: Autor

A figura 10 mostra os sólidos pertencentes à escola que foram utilizados pelo professor como recursos didáticos na fundamentação dos tópicos estudados junto com os origamis construídos.

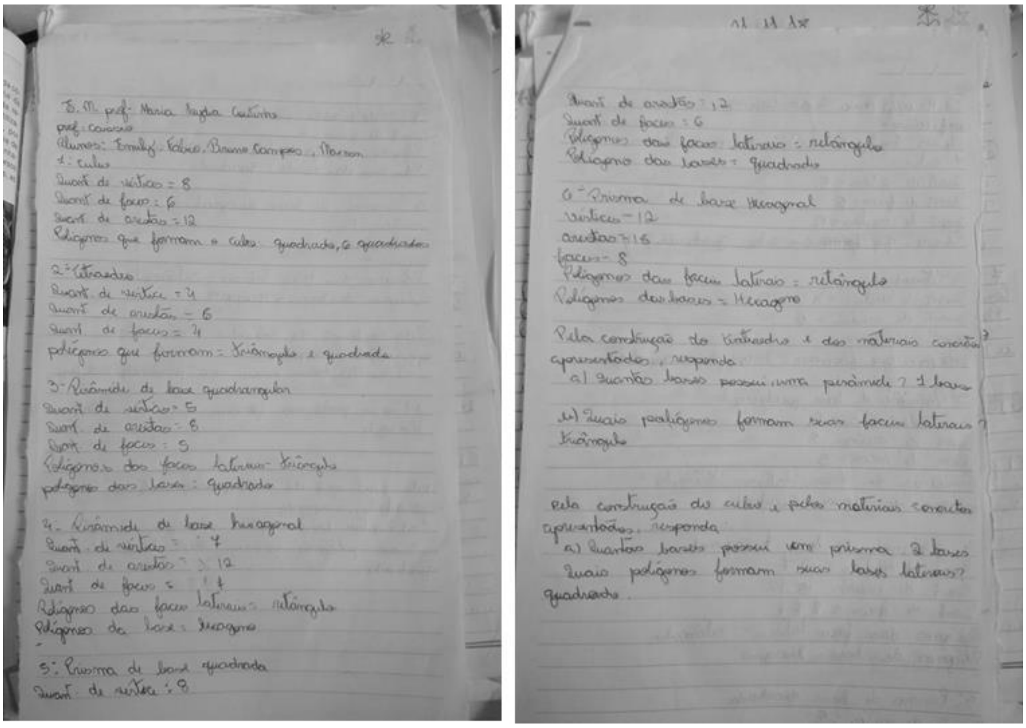
Figura 10 – Material concreto disponível na escola.



Fonte: Autor

Após a construção do cubo e dispondo ainda de um tempo de aula e com os alunos ainda separados em grupos, os mesmos foram apresentados a materiais concretos disponíveis na escola. Com isso os discentes foram convidados a separar os objetos em grupos diferentes em dois momentos, primeiro em corpos redondos e poliedros e segundo em prismas e pirâmides, após isso verificaram as características dos poliedros, nomenclatura, número de faces, vértices e arestas, polígonos que formam as bases e faces laterais dos poliedros construindo assim uma ficha descritiva dos sólidos apresentados (prática II).

Figura 11 – Ficha descritiva dos sólidos.



Fonte: Autor

Após esses procedimentos descritos, na aula seguinte foi aplicado os pós-testes (Atividade III e Atividade IV) sendo disponibilizados 30 minutos para resolução dos mesmos.

A prática III trata do assunto planificação sendo composta também por um pré-teste (Atividade IV) e um pós-teste (Atividade V), com os mesmos objetivos das práticas já citadas e realizou-se de maneira similar com os materiais concretos disponíveis na escola, onde o professor coloca os sólidos no quadrado a partir da base e mostra que esses são “descascados como se fossem bananas” argumentam que a partir da base as faces laterais vão caindo.

6 RESULTADOS

Essa seção demonstra as influências surgidas com a aplicação das práticas e confecção da ficha descritiva sobre os sólidos estudados fazendo uma comparação entre o desempenho dos alunos antes e após a experiência e exploração dos materiais usados como recursos didáticos.

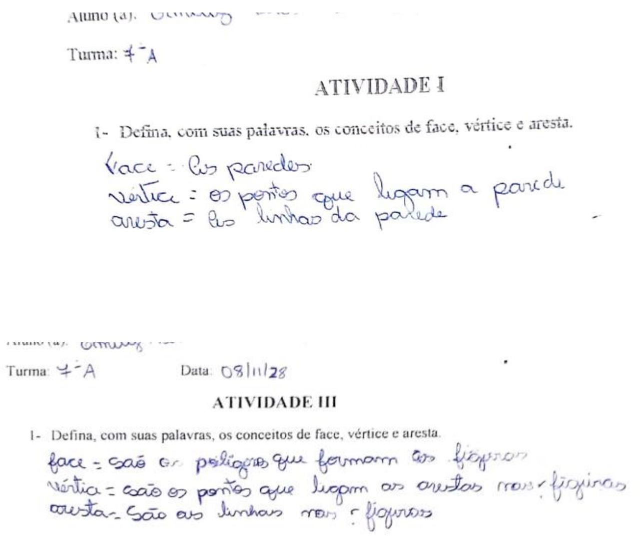
6.1 Comparações dos Rendimentos das Turmas nas Atividades

Em termos qualitativos, a pesquisa demonstra um pequeno avanço ao diagnosticar uma maior descrição das propriedades dos grupos dos elementos separados (questões 3 e 5 da Atividade III) e uma maior preocupação com os termos usados na definição de aresta, vértice e face de um poliedro (definição cobrada na questão1 da Atividade I e na questão 1 da Atividade III) por uma parte dos alunos participantes.

Observa-se também aumento na percepção do contorno dos objetos explorados, uma vez que as dificuldades em descrever as figuras que formavam a base ou a face lateral dos sólidos apresentados e construídos foram sanadas pela maioria dos participantes, ampliando-se ainda para aqueles sólidos estudados sem apresentação concreta.

A figura 12 apresenta as respostas de um aluno sobre as definições que o mesmo apresenta sobre vértice, face e aresta antes e após as práticas realizadas.

Figura 12 – Resposta do aluno E (7°ano A) sobre o exercício 1 da Atividade I e exercício 1 da Atividade III


Turma: 7 A

ATIVIDADE I

1- Defina, com suas palavras, os conceitos de face, vértice e aresta.

face = as paredes
vértice = os pontos que ligam a parede
aresta = as linhas da parede

Turma: 7 A Data: 08/11/28

ATIVIDADE III

1- Defina, com suas palavras, os conceitos de face, vértice e aresta.

face = são os polígonos que formam as figuras
vértice = são os pontos que ligam as arestas nas figuras
aresta = São as linhas nas figuras

Fonte: Autor

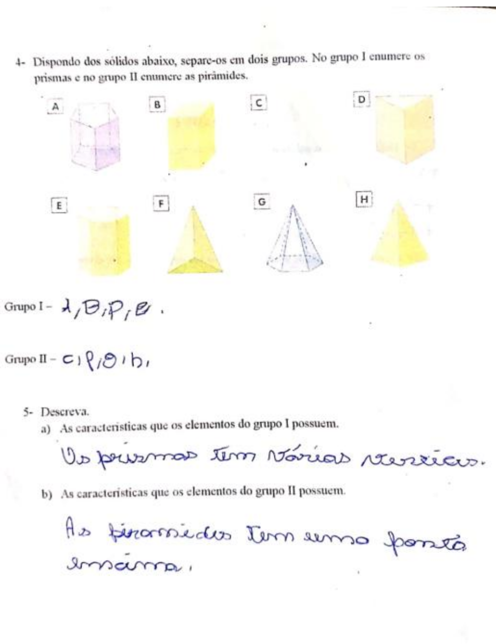
Na resposta do aluno é possível observar que antes das atividades práticas e da confecção da ficha descritiva dos sólidos o aluno possui noção e um conhecimento prévio para definir de forma informal os termos analisados (vértice, face e aresta), tanto que o aluno usa o vocábulo “paredes” durante as definições dos termos.

Após as práticas a linguagem do aluno sofre uma evolução e torna-se mais formal os vocabulários agora usados nas definições é o de “polígonos” e “figuras”, ou seja, houve uma passagem da informalidade para uma construção formal matemática na hora de definir vértices, faces e arestas.

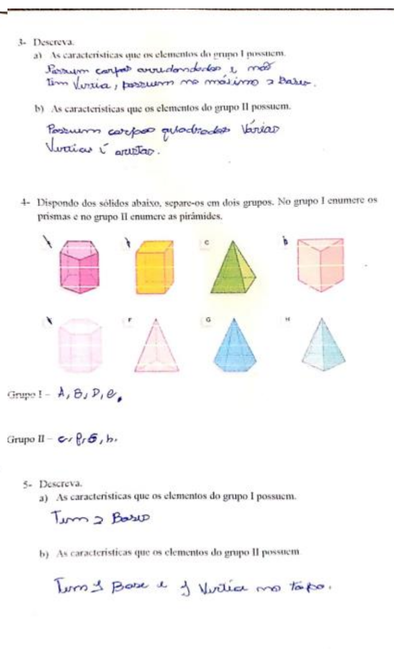
A figura 13 trata das respostas de um aluno sobre a descrição das características dos prismas e pirâmides apresentados antes e após as práticas realizadas.

Figura 13 – Repostas do aluno B (7° ano B) sobre o exercício 5 da Atividade I e 5 da Atividade III

Atividade I



Atividade III



Fonte: Autor

Antes das práticas a descrição dos sólidos se limita apenas a descrever os objetos apresentados, a maioria dos alunos escreve apenas sobre o que estão vendo nos objetos: formado por vários quadrados, tem várias linhas e pontos e etc.

Após as atividades há uma preocupação maior em descrever características comuns a cada grupo, como pirâmide: possui uma única base e faces laterais triangulares e prismas: possui duas bases congruentes e faces laterais formadas por paralelogramos.

Os quadros 4 e 5 abaixo fazem um comparativo das questões que tratam de definições nas atividades I (pré-teste) e III (pós-teste) das turmas 7°ano A e 7°ano B.

Esses quadros são compostos pelas colunas: informal, formal, branco e errado. Na coluna informal estão as explicações dadas sem termos matemáticos apropriados, ou seja, uma explanação de grosso modo feita pelo aluno, porém, que demonstre como o mesmo possui uma noção correta do que cada coisa significa. Na coluna formal está à utilização de termos matemáticos mais apropriados, uso de vocábulos como polígonos, poliedro, sólido, lados dos polígonos que formam o poliedro, entre outros. As outras duas colunas são autoexplicativas.

Quadro 4 – Análise de desempenho na questão sobre definição de vértice, aresta e face (7°Ano A).

Atividade I				Atividade III			
7º Ano A				7° Ano A			
Questão 1 (trata da definição de aresta, vértices e faces de um poliedro)				Questão 1 (trata da definição de aresta, vértices e faces de um poliedro)			
Informal	Formal	Branco	Errado	Informal	Formal	Branco	Errado
37,50%	0%	54,17%	8,33%	33,33%	16,67%	50%	0%

Fonte: Autor

Quadro 5 – Análise de desempenho na questão sobre definição de vértice, aresta e face (7°Ano B).

Atividade I				Atividade III			
7º Ano B				7° Ano B			
Questão 1 (trata da definição de aresta, vértices e faces de um poliedro)				Questão 1 (trata da definição de aresta, vértices e faces de um poliedro)			
Informal	Formal	Branco	Errado	Informal	Formal	Branco	Errado
52,94%	0%	47,06%	0%	35,29%	23,53%	41,18%	0%

Fonte: Autor

Em ambas as turmas verifica-se que uma margem de alunos conseguiu formalizar as definições usando termos mais adequados, no 7°ano A uma parte migrou da parte informal de definições para parte formal, os que tinham errado no pré-teste deixaram em branco no pós-teste e uma parte que tinha deixado em branco conseguiram com suas palavras definir os elementos citados. No 7°ano B em termos de questão em branco o quadro não se alterou tanto do pré-teste para o pós-teste, porém uma quantidade significativa de alunos migrou da definição informal dos elementos citados para formal.

Os quadros 6 e 7 abaixo fazem um comparativo das questões que tratam das características dos elementos citados nas atividades I (pré-teste) e III (pós-teste) de ambas as turmas.

Esses quadros são constituídos pelas colunas: parcial, completa, branco e errado. A coluna parcial apresenta apenas uma ou duas características relatadas pelos alunos referentes aos grupos estudados, não sendo levado em consideração característica própria de um único ente geométrico, ou seja, o autor considerou apenas as propriedades comuns dos entes geométricos pertencentes a cada grupo.

A coluna completa trata de três ou mais propriedades e características relatadas pelos alunos que sejam comuns aos elementos geométricos dos grupos estudados como, por exemplo, ao descrever sobre as pirâmides e citar: em sua estrutura apresenta vértices, arestas e faces; possui uma única base formada por qualquer polígono e possui faces laterais triangulares. As outras colunas são autoexplicativas.

Quadro 6 – Análise de desempenho sobre a descrição dos entes geométricos (7° Ano A)

Atividade I				Atividade III			
7º Ano A				7° Ano A			
Questões 3 e 5 (tratam das características dos entes geométricos)				Questão 3 e 5 (tratam das características dos entes geométricos)			
Parcial	Completa	Branco	Errado	Parcial	Completa	Branco	Errado
37,50%	6,25%	35,42%	20,83%	22,92%	14,58%	31,25%	16,67%

Fonte: Autor

Quadro 7 – Análise de desempenho sobre a descrição dos entes geométricos (7° Ano B)

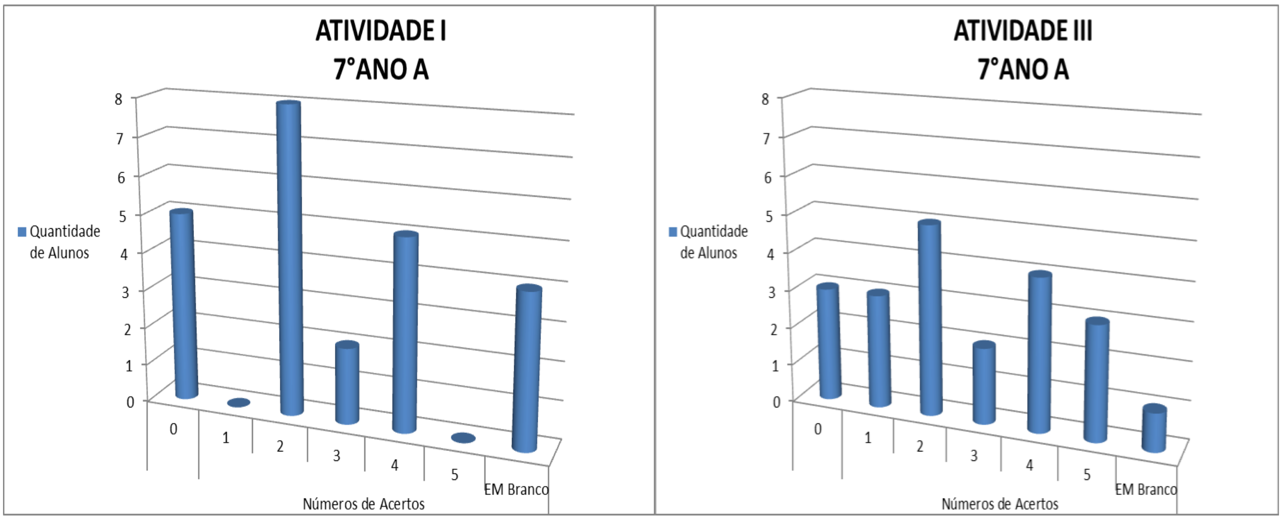
Atividade I				Atividade III			
7º Ano B				7° Ano B			
Questões 3 e 5 (tratam das características dos entes geométricos)				Questão 3 e 5 (tratam das características dos entes geométricos)			
Parcial	Completa	Branco	Errado	Parcial	Completa	Branco	Errado
44,11%	8,82%	17,65%	29,41%	36,35%	15,70%	39,11%	8,84%

Fonte: Autor

O Quadro referente ao 7°Ano A mostra que em relação à descrição das características dos objetos o avanço foi pequeno, alguns alunos conseguiram perceber e descrever uma maior quantidade de características dos grupos de cada objeto, o que explica uma queda na descrição parcial e um aumento da completa. No 7°ano B também não houve um grande avanço, o aumento da quantidade de alunos que deixaram as questões 3 ou 5 em branco e a diminuição dos que erram explica-se pelo fato de que muitos que erraram no pré-teste deixaram em branco no pós-teste e assim como no 7°ano A, alguns alunos conseguiram perceber e descrever uma maior quantidade de características dos grupos em que se enquadravam os objetos.

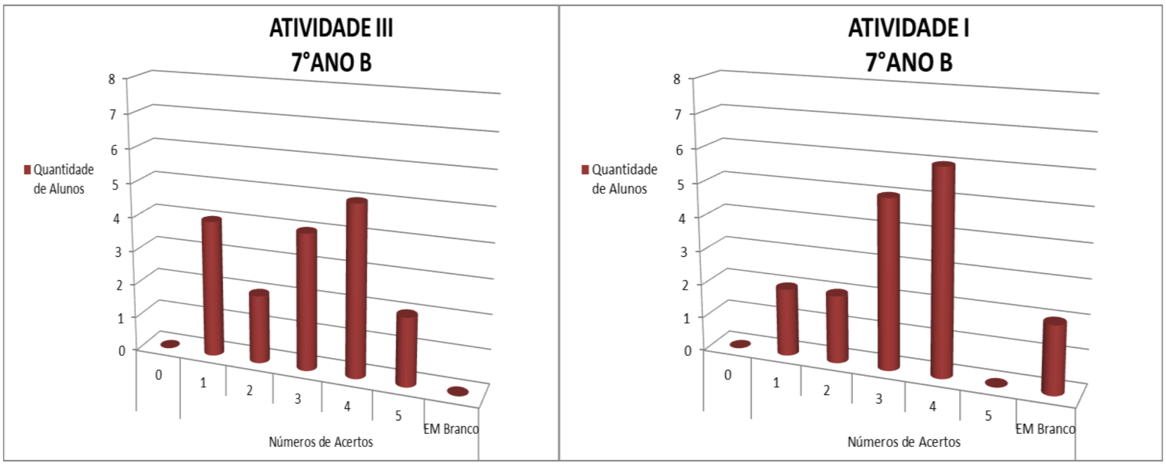
Em termos quantitativos ao comparar os quadros com os resultados envolvendo todos os pós-teste com seu respectivo pré-teste temos averiguação de avanços, mesmo que não sejam de grandes impactos, para pesquisa são satisfatórios. Os dados quantitativos são apresentados nos gráficos abaixo.

Gráficos 1 e 2 – Comparação dos Rendimentos dos Alunos do 7° ano (Atividade I X Atividade III)



Fonte: Autor

Gráfico 3 e 4 – Comparação dos Rendimentos dos Alunos do 7° ano B (Atividade I X Atividade III)



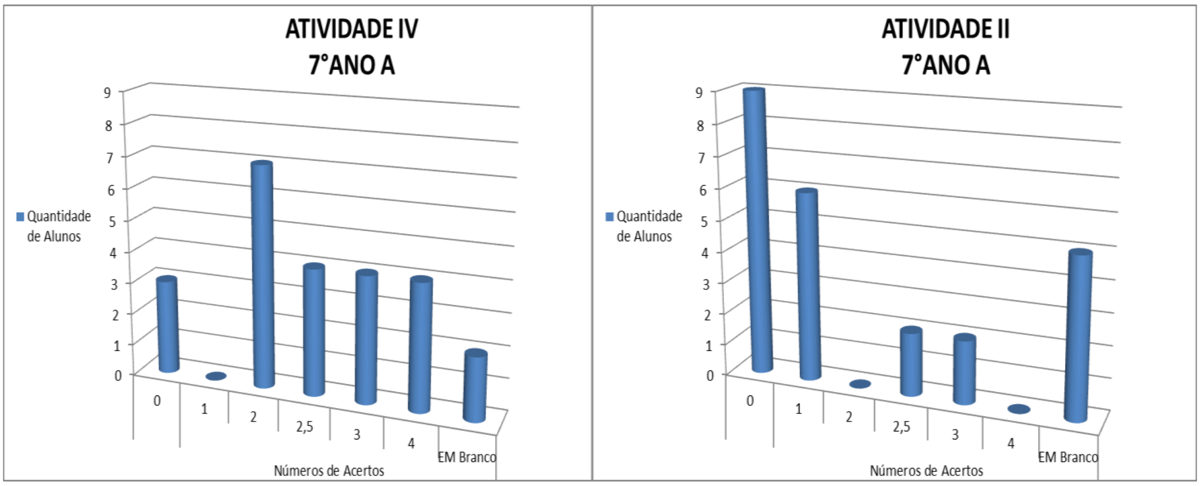
Fonte Autor

Dentro dessas atividades as questões foram desenvolvidas esperando-se dos alunos desenvolvimento de habilidades como o reconhecimento e a diferenciação dos sólidos geométricos, compreensão em classificação dos mesmos pelas características em comuns que os façam se enquadrar nos respectivos grupos aos quais pertencentem e prolongando dessas habilidades ao estudo de prismas e pirâmides que buscaram a mesma compreensão. Sobre isso, os resultados apresentam-se satisfatórios.

Ao comparar os rendimentos das atividades do 7° ano A os gráficos mostarm uma diminuição no número de alunos que deixaram as atividades todas em branco e que tiveram zero e dois acertos, 3 e 4 acertos mantiveram-se praticamente constantes e houve aumento em 1 e 5 acertos.

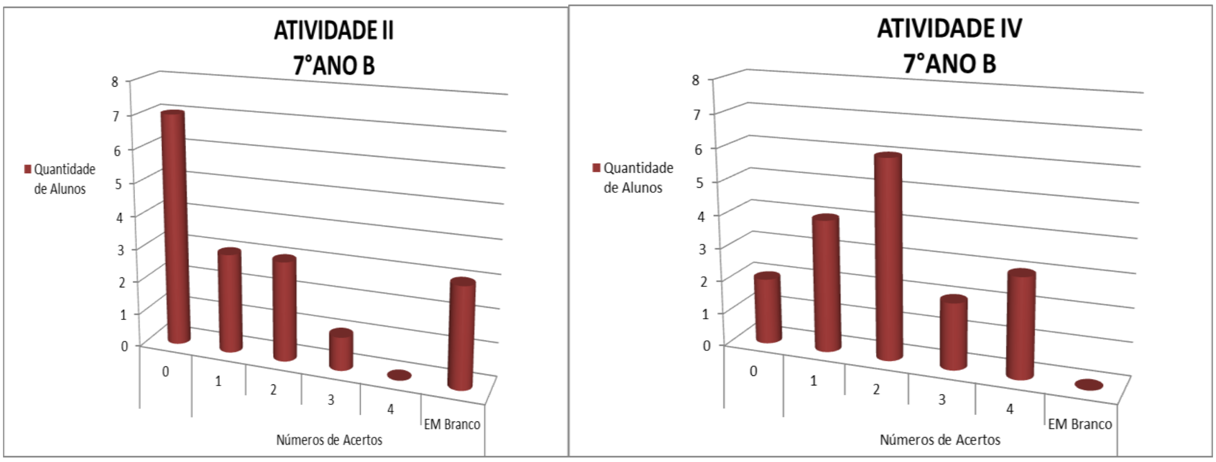
Ao comparar os rendimentos das atividades do 7° ano B os gráficos mostram uma diminuição no número de alunos que deixaram questões em branco, que tiveram 3 e 4 acertos e um aumento nos que acertaram 1 e 5 questões, a quantidade de 2 acertos se manteve constante.

Gráfico 5 e 6 – Comparação dos Rendimentos dos Alunos7°ano A (Atividade II X Atividade IV)



Fonte: Autor

Gráfico 7 e 8 – Comparação dos Rendimentos dos Alunos7°ano B (Atividade II X Atividade IV)



Fonte Autor

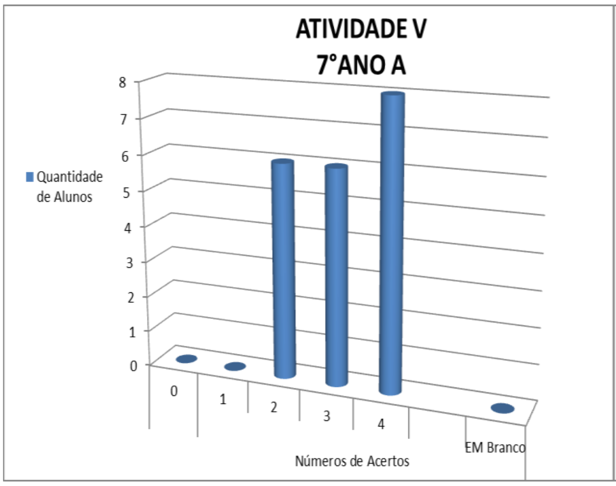
Dentro dessas atividades foram desenvolvidas questões que visam ao desenvolvimento da percepção geométrica do aluno quanto as características dos poliedros apresentados não só em sua totalidade, mas a identificação de cada parte de sua estrutura que se agrupam para sua formação, como o polígono da base, das faces laterais e os elementos à todo poliedro comum (vértices, arestas e faces).

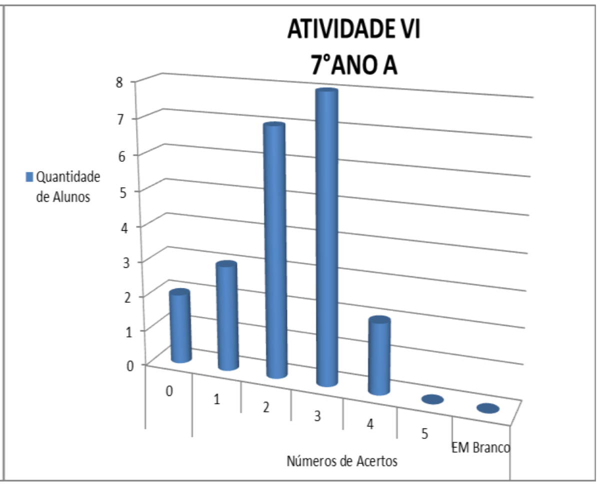
Atenta ainda para formação mental do sólido estudado, sendo analisado se o aluno é capaz de quantificar os elementos – vértices, faces e arestas - de poliedros a partir da vista de uma única face e termina com a construção de uma tabela onde espera-se que o estudante identifique a termologia de cada sólido, a quantificação de seus elementos e a compreensão da relação que exite entre esses elementos (V+ F – A) sendo igual a um valor constante. Sobre isso, os resultados são satisfatórios.

Em relação ao rendimento do 7° ano A ao comparar o pré-teste (Atividade II) com o pós-teste (Atividade IV) observa-se um resultado bem significativo, pois a queda no número de alunos que deixaram as atividades em branco foi de 60%, no número de zeros acertos a queda foi de 66,66% e no númro de um único acerto foi de 100% levando a um aumento considerável na quantidade de 2,3 e 4 acertos.

O avanço da atividade IV em relação a atividade II no 7°ano B também foi bastante significativa, tendo uma queda de mais de 70% no número de alunos que tiveram zero acertos e uma queda de 100% no número de alunos que deixaram as atividades em branco, levando assim um aumento na quantidade de 1,2,3 e 4 acertos.

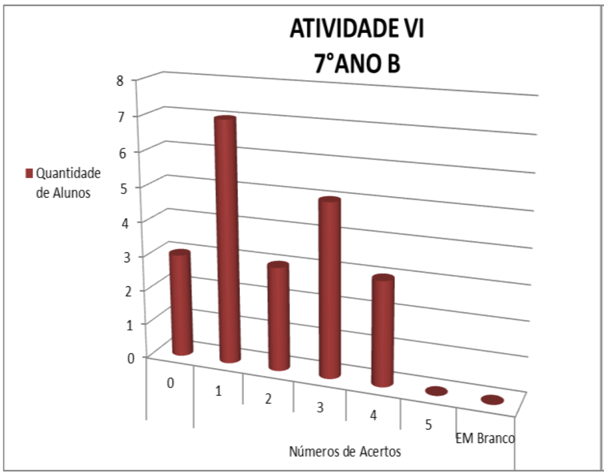
Gráfico 9 e 10 - Comparação dos Rendimentos dos alunos 7°ano A (Atividade V X Atividade VI)

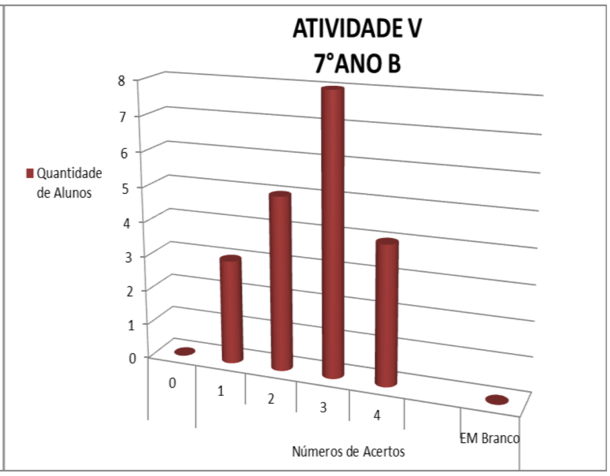




Fonte: Autor

Gráfico 11 e 12 – Comparação dos Rendimentos dos alunos 7°ano B (Atividade VI X Atividade VI)





Fonte Autor

Dentro dessas atividades as questões foram desenvolvidas com intuito de analisar a capacidade de planificação e visualização geométrica, verificando se o mesmo conseguiria relacionar corpos redondos e poliedros com suas respectivas planificações e se a partir da nomenclatura do sólido e do conhecimento de sua estrutura o educando seria capaz de identificar sua planificação. O s resultados não foram os esperados pelo autor da pesquisa.

Como pode ser observado houve queda de rendimento do 7° ano A no pós-teste (atividade VI) em relação ao pré-teste (atividade V), sendo verificado que dos 40% de alunos com acertos em 4 questões caíram para 10% com a mesma quantidade de acertos e sendo configurado ainda porcentagens de alunos com nenhum acerto e com apenas 1 único acerto, fato não ocorrido no pré-teste.

Não diferente da outra turma o 7° ano B também apresentou queda de rendimento em relação ao pós-teste (atividade VI) em comparação com o pré-teste (atividade V) demonstrando que 40% de alunos com 3 acertos caiu para 25% e configurando ainda nos dados 15% de alunos com nenhum acerto.

Em ambas as turmas esses resultados se justificam pelo fato de uma má fundamentação em conceitos de geometria plana e aos conceitos ligados a polígonos e figuras planas. Muitos alunos confundiram setor circular com triângulo. No caso foi verificado, por exemplo, que eles conseguiram planificar um cone reto, porém, na hora de descrever as figuras planas que formavam o cone falavam em triângulo ao invés de setor circular.

Outra dificuldade apresentada pelos alunos em descrever a planificação de uma pirâmide qualquer, pois alguns afirmaram que os triângulos eram congruentes e outros que eles eram equiláteros.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Há uma preocupação muito grande com o ensino da geometria e para facilitar a fundamentação de seus assuntos acredita-se ser necessária uma metodologia, por parte dos docentes, na qual o aluno deve ser o elemento central e produtor do próprio conhecimento, enquanto, o professor é apenas um orientador para esse fim.

A metodologia aplicada nesse trabalho foi à aquisição do conteúdo por meio da análise e discussão dos sólidos geométricos construídos pelos próprios discentes, por meio das técnicas de dobraduras e pelos materiais concretos usados pelo professor junto à escola.

A utilização de materiais concretos, a aplicação das técnicas de dobraduras e a manipulação mostraram-se bem favoráveis como recurso didático. O origami é caracterizado ainda por ser uma prática simples, barata e de fácil aquisição, com uma folha de papel, alguns vincos e passos foi possível prender a atenção dos alunos, esses por sua vez estavam interessados e animados para realização das práticas.

Os alunos conseguiram construir os sólidos propostos, analisaram e tiraram suas próprias conclusões. A utilização do origami mostrou ser um facilitador e importante recurso metodológico, aguçando a curiosidade e interesse dos alunos, estimulando-os para as atividades a serem desenvolvidas e trabalhando a criatividade, a paciência, a memorização e o raciocínio impregnado nas dobras, e fazendo evoluir formalmente seus saberes e habilidades geométricas.

Os materiais concretos também serviram de experiência para exploração e para aquisição de um modelo mental do sólido estudado. Os resultados mostraram a importância do uso desses materiais e de uma metodologia como a técnica de dobradura na construção de conceitos geométricos pelas turmas envolvidas no processo. Contribuiu para o desenvolvimento da visualização geométrica e da percepção das características inerentes aos objetos explorados, assim como o avanço no desenvolvimento do raciocínio geométrico do educando e na sua linguagem matemática.

No momento atual da sociedade faz-se necessário que o docente se reinvente, aplicando novas didáticas, visando estimular e fomentar o desejo de aprender dos discentes. A utilização de recursos didáticos que fazem parte do dia a dia dos alunos auxilia a aplicação prática da teoria e faz com que o processo de ensino-aprendizagem seja muito mais prazeroso e eficaz.

Por fim, todo docente pode fazer uso de pesquisas que auxiliem suas práticas em sala de aula, a sugestão em utilizar materiais concretos reflete-se na construção de significados próprios do aluno frente aos entes matemáticos. Essa apropriação visa assim, superar a tradicional postura de mecanização e repetição de exercícios e facilita o estudo de uma das disciplinas mais temerosas pela sociedade.

Assim como, a utilização e construção de origami torna o educando produtor de seu conhecimento, durante as dobras várias são as formas geométricas criadas e ricas são as propriedades que podem ser trabalhadas com essa técnica, juntando-se a isso a expectativa do produto final, qual forma, flor, animal ou objeto será produzido? O origami desperta a espontaneidade para as atividades que se desejam executar, lembrando sempre que tão importante quanto o uso desses materiais são as discussões a seus respeitos.

REFERÊNCIAS

ANDRADE, Fabiana Chagas de. **Jujubas:** Uma proposta Lúdica Ensino de Geometria Espacial no Ensino Médio**.** 2014. 63f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2014.

ALVAREZ, Tana Giannasi. **A Matemática da Reforma Francisco Campos Em Ação no Quotidiano Escolar**. 2004. 270f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontífica Universidade Católica, São Paulo, 2004.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais – Terceiro e Quarto Ciclos do Ensino Fundamental**. Brasília: MEC/DF, 1998.

BRASIL. **Press Kit- Saeb 207**, acessado em 13/12/2018, disponível em: <http://download.inep.gov.br/educacao_basica/saeb/2018/documentos/presskit_saeb2017.pdf>

BARBOSA, Roselaine Cristina. **O Ensino do Origami Como Forma de Criação e Experiência Estética na Escola.** 2015. 40f. Monografia (Especialização em Ensino de Artes Visuais) – Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte – MG, 2015.

BARRETO, Carlos Alberto. **A Geometria do Origami Como Ferramenta para o Ensino da geometria Euclidiana na Educação Básica**. 2013. 85f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – Profmat) – Universidade Federal de Sergipe, Sergipe, 2013.

BURIGO, Elisabete Zardo. **Movimento da Matemática Moderna no Brasil:** Estudo da Ação e do Pensamento de Educadores Matemáticos nos Anos 60. 1989. 293f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 1989.

BUSKE, Neirelise**. Uma Contribuição para Ensino de Geometria Utilizando Origami e Caleidoscópio**. 2007. 200f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro - SP, 2007.

CARDOSO, Eduarda de Jesus**. Uma Proposta de Níveis de Aprendizagem Para o Tópico de Funções no Ensino Médio**. 2016.194f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2016.

D’AMBROSIO, Beatriz S. **Como Ensinar Matemática Hoje?** Temas e Debates. SBEM. Ano II. N2. Brasília. 1989. p. 15-19
.
DASSIE, Bruno Alves. **A Matemática do Curso Secundário na Reforma Gustavo Capanema.** 2001. 180f. Dissertação (Mestrado em Matemática Aplicada) – Pontifícia Universidade Católica, Rio de Janeiro, 2001.

FIORENTINI, Dario; MIORIM, Maria Ângela. Uma Reflexão Sobre o Uso de Materiais Concretos e Jogos no Ensino da Matemática. **Boletim SBM** – SP Ano 4 – n° 7, 1990.

HOFER, Alan. Geometry is more than proof; In: **The Mathematics Teacher**, v. 74. 1981. Tradução: Antônio Carlos Bralezzi, [online], disponível em < https://www.ime.usp.br/~brolezzi/publicacoes/geometria.pdf>, acessado em 02/06/2019.

IMENES, Luiz Márcio. **Vivendo a Matemática**: Geometria das Dobraduras. São Paulo. Editora SCIPIONE, 1988.

JANUÁRIO, Gilberto. **Materiais Manipuláveis**: Mediadores na (RE) Construção de Significados Matemáticos. 2008. 147f. Monografia (Especialização em Educação Matemática) – Universidade de Guarulhos, São Paulo 2008.

KALEFF, Ana Maria Martenen Roland. Formas, Padrões, Visualização e Ilusão de Ótica no Ensino da Geometria. **VIDYA**, v. 35, n. 2, p. 75-91, jul./dez., 2015.

KALEFF, Ana Maria Martenen Roland; HENRIQUES, Almir de Souza; REI, Duke Monteiro; FIGUEREDO, Luiz Guilherme. Desenvolvimento do Pensamento Geométrico - O Modelo de Van Hiele**. Bolema**, Rio Claro – SP, v. 9, n. 10, 1994.

LORENZATO, Sergio Apparecido. **Subsídios Metodológicos para o Ensino da Matemática:** Calculo de Áreas de Figuras Planas. 1976. 2v. Tese (doutorado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Campinas, SP.

LORENZATO, Sérgio Apparecido. Por que não Ensinar Geometria**. A Educação Matemática em Revista,** Campinas-SP, n4, 1995.

LUCAS, Elisangela dos Santos Corsini. **Uma Abordagem Didática para a Construção de Poliedros Regulares e Prismas Utilizando Origami**. 2013. 82f. Dissertação (Mestrado em Ciências Profissional em Matemática) - Universidade Federal de Lavras, Lavras, 2013.

MANOEL, Wagner Aguilera. **A Importância do Ensino da Geometria nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental:** Razões Apresentadas em Pesquisas Brasileiras. 2014. 131f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade de Campinas, São Paulo, 2014.

MARQUES, Alex Sandro. **Tempos Pré-Modernos:** A Matemática Escolar dos Anos 1950. 2005. 161f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2005.

MITCHELL, David. **Origami Matemático:** Dobragens de Papel para Fazer Figuras Geométricas**.** Lisboa: Replicação, 2008.

MONTEIRO, Liliana Cristina Nogueira. **História de uma Geometria Axiomática**. 2008. 119f. Dissertação (Mestrado em Matemática para o Ensino) – Faculdade de Ciências, Departamento de Matemática, Universidade de Lisboa, 2008.

NACARATO, Adair Mendes**.** Eu trabalho Primeiro no Concreto. **Revista de Educação Matemática** – Ano 9, Nos. 9 – 10(2004 – 2005) 1 – 6. Sociedade Brasileira de Educação Matemática.

NOVAK, Tereza Cristina Umburanas; PASSOS, Arilda Maria. **A Utilização do Origami no Ensino da Geometria: Relatos de uma Experiência** [online]. 2008, disponível em: http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/719-4.pdf, acesso em 04 abr. 2019.

PAIS, Luiz Carlos. Intuição, Experiência e Teoria Geométrica. **Revista Zetetiké**, Campinas, SP, V. 4, n. 6, p. 65 – 74, jul./dez. 1996.

PAVANELLO, Regina Maria. **O Abandono de Ensino de Geometria:** Uma Visão Histórica. 1989. 196f. Dissertação (mestrado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, São Paulo, 1989.

PAVANELLO, Regina Maria. O Abandono do Ensino de Geometria: Causas e Consequências. **Revista Zetetiké**. Ano 1, n. 1, 1993.

PASSOS, Carmen Lucia Brancaglion. **Representações, Interpretações e Pratica Pedagógica:** A Geometria na Sala de Aula. 2000. Tese (doutorado) - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP.

PEDRAZA, Andrea. 1 Vídeo (5:53 min). **Origami Cube/ Cubo de Origami Tutorial.** Canal: https://www.youtube.com/andre23p, 2014. Disponível em: **<**https://www.youtube.com/watch?v=H3HdG13BkWk> acessado em 01/08/2018.

PEDRAZA, Andrea. 1 Vídeo (7:42 min). **Tetraedro de Origami/Origami Tetrahedron.** Canal: https://www.youtube.com/andre23p, 2015. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=y2nz_Rw5yw0&t=14s%3E.>.acessado em 01/08/2018

PEREIRA, Maria Regina de Oliveira. **A Geometria Escolar:** Uma Análise dos Estudos Sobre o Abandono de seu Ensino. 2001. 84 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2001.

RANCAN, Graziele. Ensino de Geometria e Arte do Origami: Experiência com Futuros Professores. In: CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2011, Ijuí. **Anais**... Ijuí: UNIJUÍ, 2011.

SANTOS, Roniete Araújo dos. **Origami:** A Arte de Dobrar Papel Como Recurso Didático na Escola Fundamental Maria Lima de Souza na turma de 9º ano. 2012. 38 f., il. Monografia (Licenciatura em Artes Visuais) - Universidade de Brasília, Universidade Aberta do Brasil, Cruzeiro do Sul - AC, 2012.

SILVA, Evandro Ortiz da. **Problemas no Ensino de Geometria:** Uma Proposta e Análise da Geometria como Disciplina no Ensino Fundamental aliada ao Ensino de Desenho Geométrico**.** 2017. 92f. Dissertação (Mestrado em Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa, 2017.

SOUZA, Carla Fernandes e. **Estudo de Quadriláteros, Reflexões e Rotações no Plano, Segundo a Teoria de Van Hiele**: Uma Experiência com Alunos do 9° do Ensino Fundamental. 2014. 126f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT) – Instituto de Ciências Exatas, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2014.

SOUZA, Joamir; PATARO, Patrícia Moreno. **Vontade de Saber Matemática 7° ano.** 3. Ed. São Paulo: FTD, 2015.

SOARES, Flávia. **Movimento da Matemática Moderna no Brasil:** Avanço ou Retrocesso? 2001. 192 f. Dissertação (Mestrado em matemática) - Departamento de Matemática, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2001.

SOUZA, Giselle Costa de; OLIVEIRA, José Damião Souza de. O Uso de Materiais Manipuláveis e Jogos no Ensino da Matemática. **Anais** do X Encontro Nacional de Educação Matemática, Cultura e Diversidade. Salvador – Bahia 7 a 9 de julho de 2010.

SOUZA, Pedro Miguel Lopes. O Ensino da Matemática: Contributos Pedagógicos de Piaget e Vygotsky**. Portal dos Psicólogos [online]**, 1998. Disponível em: http://matematicauva.org/disciplinas2/teorias_aprendizagem/Texto_01_Socio_Interacionismo.pdf. Acesso em 03 ago. 2019.

SOUZA, Suely Cristina Silva. O Curso Fundamental da Reforma Campos: Um Olhar sob as Instruções Pedagógicas do Programa de Matemática de 1931**.** Revista **HISTEDBR** On-line, Campinas, n.46, p. 325-11, 8 jun. 2012.

TASHIMA, Marina Massaco. SILVA, Ana Lúcia Da. As Lacunas no Ensino-Aprendizagem da Geometria [online], 2008. Disponível em: <http://www.gestaoescolar.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/producoes_pde/artigo_marina_massaco_tashima.pdf> acessado em 01/02/2019

TRIDAPALLI, Marília Pelinson. **Sugestões de Práticas de Ensino de Geometria Utilizando Origami Modular**. 2017. 85p. Dissertação (Mestrado em Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2017.

TURRIONI, Ana Maria Silveira. **O Laboratório de Educação Matemática na Formação Inicial de Professores**. 2004. 165 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Estadual Paulista. Instituto de Geociências e Ciências Exatas, 2004

UENO, Thaís Regina. **Do Origami Tradicional ao Origami Arquitetônico:** Uma Trajetória Histórica e Técnica do Artesanato Oriental em papel e suas Aplicações no

Design Contemporâneo. 2003. 103f. Dissertação (Mestrado em Desenho Industrial) – Faculdade de Arquitetura, Artes e Comunicação, Universidade Estadual Paulista, Bauru –SP, 2003.

VALENTE, Wagner Rodrigues**.** Osvaldo Sangiorgi e o Movimento da Matemática Moderna no Brasil. **Rev. Diálogo Educ**., Curitiba, v. 8, n. 25, p. 583-613, set./dez. 2008.

VIEIRA, Magnum Freire. **A Arte do Origami no Ensino da Geometria:** Um estudo de Caso no Projovem Adolescente**.** 2012. 68f. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) – Centro de Ciências e Tecnologia, Departamento de Matemática, Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande/PB.

VILLIES, Michael de. Algumas Reflexões Sobre a Teoria de Van Hiele. Tradução: Celina A. A. P. Abar. **Educação Matemática em Pesquisa**, São Paulo, v.12, n 13, pp 400-431, 2010

APÊNDICE A – ATIVIDADE I

Escola Municipal Professora Maria Lydia Coutinho

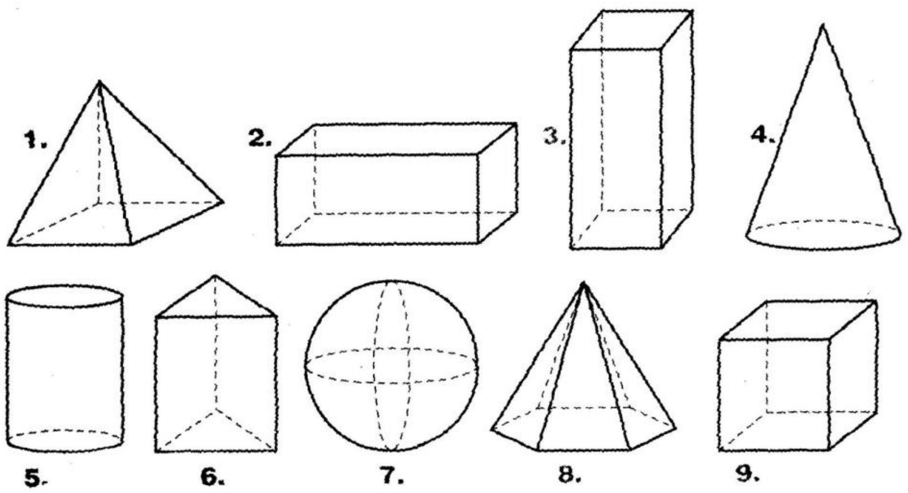
Aluno (a):

Turma:

ATIVIDADE I

1- Defina, com suas palavras, os conceitos de face, vértice e aresta.

2- Dispondo dos sólidos abaixo, separe-os em dois grupos. No grupo I enumere os corpos redondos e no grupo II enumere os poliedros.



Fonte: http://www.liceuasabin.br/infantil/files/arquivos/area_professor/14325129760.pdf

Grupo I –

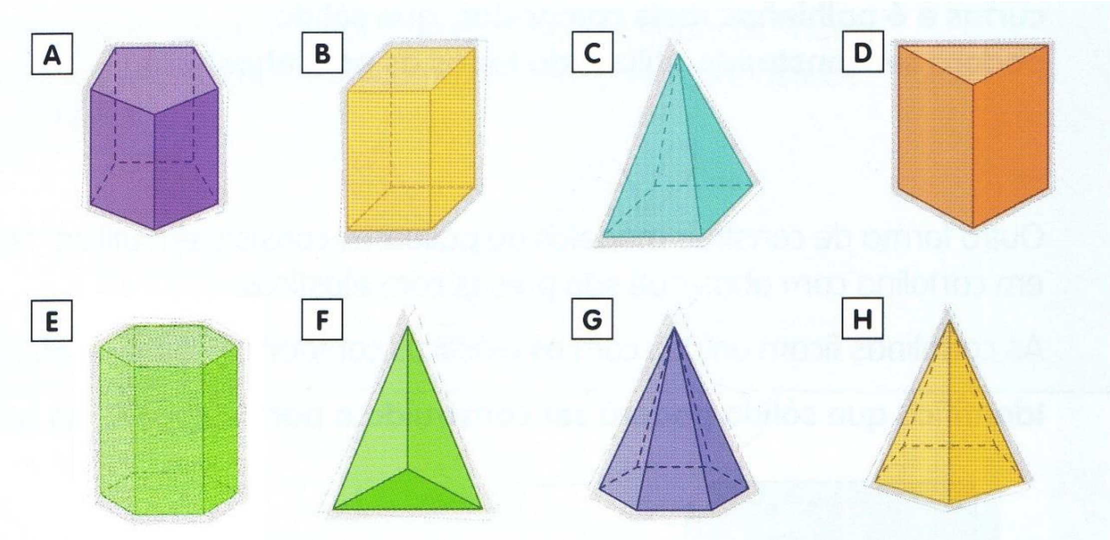
Grupo II –

3- Descreva.

a) As características que os elementos do grupo I possuem.

b) As características que os elementos do grupo II possuem.

4- Dispondo dos sólidos abaixo, separe-os em dois grupos. No grupo I enumere os prismas e no grupo II enumere as pirâmides.



Fonte:http://matematicacinco.blogspot.com/2010/10/classificacao-de-prismas-e-piramides.html.

Grupo I –

Grupo II –

5- Descreva.

a) As características que os elementos do grupo I possuem.

b) As características que os elementos do grupo II possuem.

APÊNDICE B – ATIVIDADE II

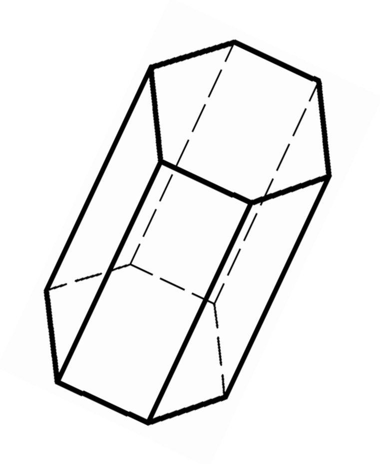
Escola Municipal Professora Maria Lydia Coutinho

Aluno (a):

Turma:

Atividade II

1- Observe o poliedro abaixo.



a) Indique a quantidade de faces, vértices e arestas do poliedro..

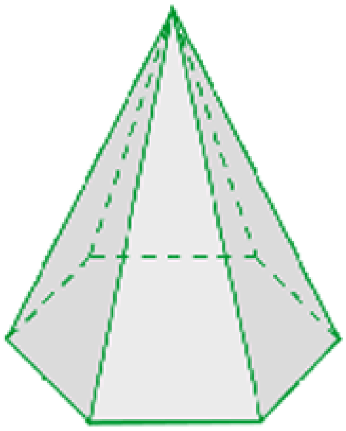
b) Indique a quantidade de faces laterais e de bases que possui esse poliedro.

c) Quais polígonos formam esse poliedro?

d) As faces laterais são formadas por quais polígonos? E as bases?

Fonte: http://professorwesleymarcos.blogspot.com/p/modulo-iii-prisma-hexagonal.html

2- Observe o poliedro abaixo.



a) Indique a quantidade de faces, vértices e arestas do poliedro..

b) Indique a quantidade de faces laterais e de bases que possui esse poliedro.

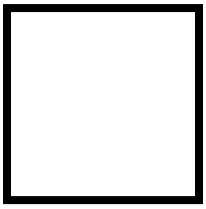
c) Quais polígonos formam esse poliedro?

d) As faces laterais são formadas por quais polígonos? E as bases?

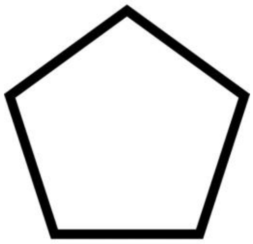
Fonte: https://www.ditutor.com/solid_gometry/hexagonal_pyramid.html

3- Tendo a vista superior dos prismas abaixo, indique a quantidade de faces, vértices e arestas dos poliedros.

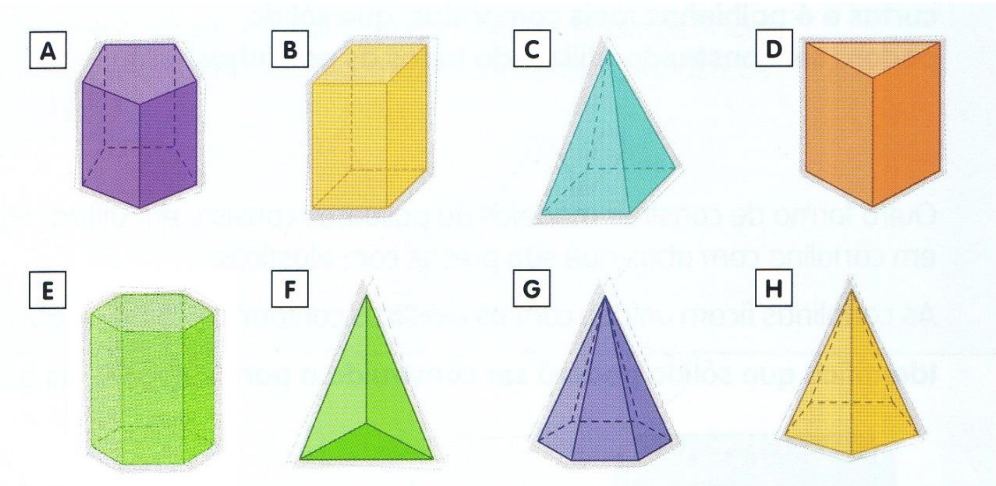
a)



b)



4- Dispondo dos sólidos abaixo complete a Quadro.



Fonte:http://matematicacinco.blogspot.com/2010/10/classificacao-de-prismas-e-piramides.html.

Nome do poliedro	Números de vértices	Números de faces	Número de arestas	V+ F – A

Fonte: Fonte: Tridapalli, Marília Pelinson: Sugestões de práticas de ensino de geometria utilizando o origami modular (adaptado).

APÊNDICE C – ATIVIDADE III

Escola Municipal Professora Maria Lydia Coutinho

Aluno (a):

Turma: Data:

ATIVIDADE III

1- Defina, com suas palavras, os conceitos de face, vértice e aresta.

2- (Portal do MEC- Programa de Gestão Escolar) Dispondo dos sólidos abaixo, separe-os em dois grupos. No grupo I enumere os corpos redondos e no grupo II enumere os poliedros.

Grupo I –

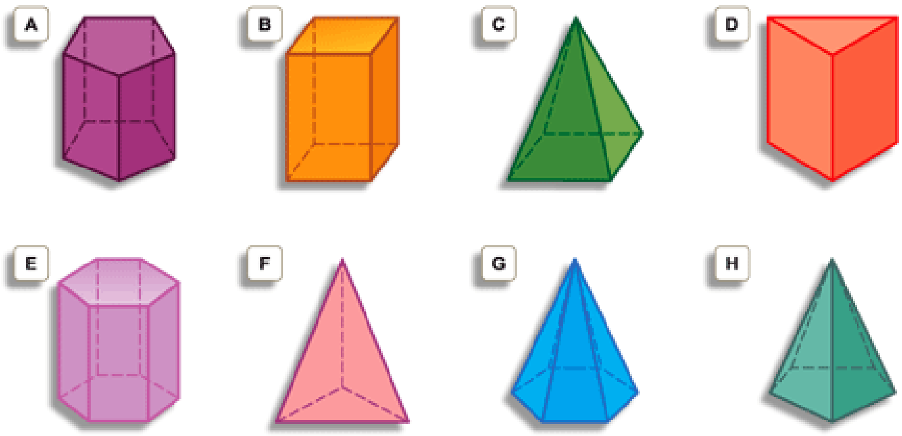
Grupo II –

3- Descreva.

a) As características que os elementos do grupo I possuem.

b) As características que os elementos do grupo II possuem.

4- Dispondo dos sólidos abaixo, separe-os em dois grupos. No grupo I enumere os prismas e no grupo II enumere as pirâmides.



Fonte:http://matematicacinco.blogspot.com/2010/10/classificacao-de-prismas-e-piramides.html.

Grupo I –

Grupo II –

5- Descreva.

a) As características que os elementos do grupo I possuem.

b) As características que os elementos do grupo II possuem.

APÊNDICE D – ATIVIDADE IV

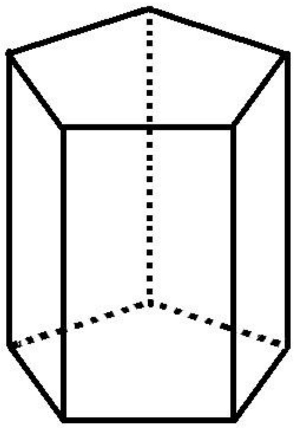
Escola Municipal Professora Maria Lydia Coutinho

Aluno (a):

Turma: Data:

Atividade IV

1- Observe o poliedro abaixo.



a) Indique a quantidade de faces, vértices e arestas do poliedro.

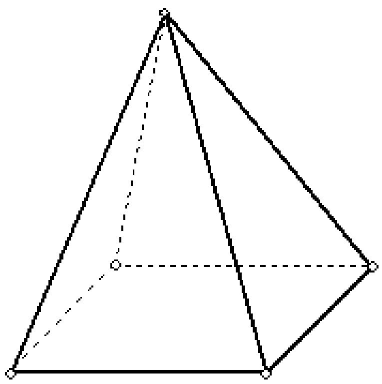
b) Indique a quantidade de faces laterais e de bases que possui esse poliedro.

c) Quais polígonos formam esse poliedro?

d) As faces laterais são formadas por quais polígonos? E as bases?

Fonte: https://alunosonline.uol.com.br/matematica/relacao-euler.html

2- Observe o poliedro abaixo.



a) Indique a quantidade de faces, vértices e arestas do poliedro..

b) Indique a quantidade de faces laterais e de bases que possui esse poliedro.

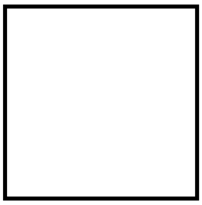
c) Quais polígonos formam esse poliedro?

d) As faces laterais são formadas por quais polígonos? E as bases?

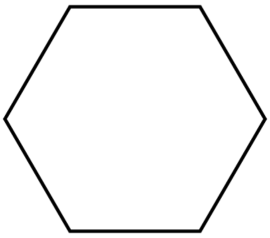
Fonte: https://www.sofisica.com.br/conteudos/Otica/Refracaodaluz/prisma.php

3- Tendo a vista superior dos prismas abaixo, indique a quantidade de faces, vértices e arestas dos poliedros.

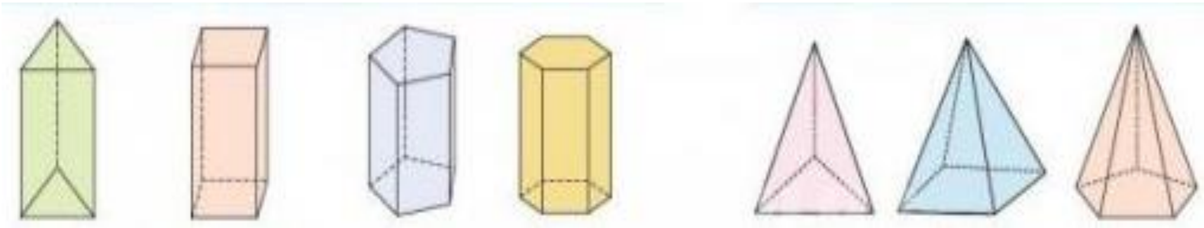
a)



b)



4- Dispondo dos sólidos abaixo complete a Quadro.



Fonte:http://www.abc.com.py/edicion-impresa/suplementos/escolar/prisma-y-piramide-318736.html (modificado no photoshopp).

Nome do poliedro	Números de vértices	Números de faces	Número de arestas	V+ F – A

Fonte: Tridapalli, Marília Pelinson: Sugestões de práticas de ensino de geometria utilizando o origami modular (adaptado).

5- Usando a relação da última coluna acima vamos encontrar o que está faltando.

a) Um sólido possui 30 arestas e 12 faces, determine o número de vértices.

b) Um sólido possui 12 arestas e 6 vértices, determine o número de faces.

APÊNDICE E – ATIVIDADE V

Escola Municipal Professora Maria Lydia Coutinho

Aluno (a):

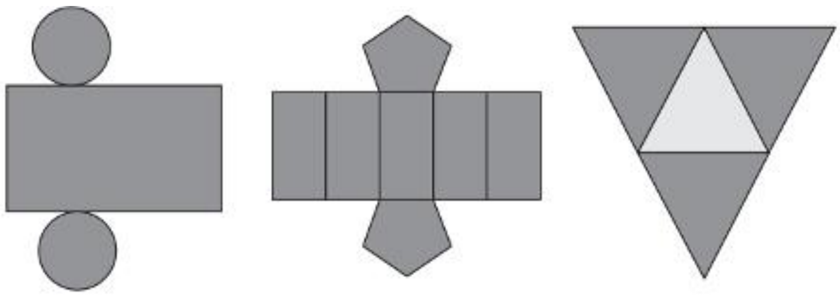
Turma: Data:

Atividade V

1- (https://brasilescola.uol.com.br/matematica/planificacao-solidos-geometricos.htm) A planificação de um sólido geométrico é uma figura geométrica bidimensional formada pela superfície de objetos tridimensionais. Assim, a planificação de uma pirâmide de base pentagonal será formada por:

a) Dois pentágonos e cinco retângulos congruentes.
b) Dois pentágonos e cinco retângulos.
c) Um pentágono e cinco triângulos congruentes.
d) Um pentágono e cinco triângulos.
e) Um pentágono e cinco triângulos equiláteros.

2- (ENEM-2012) Maria quer inovar em sua loja de embalagens e decidiu vender caixas com diferentes formatos. Nas imagens apresentadas estão as planificações dessas caixas.



Quais serão os sólidos geométricos que Maria obterá a partir dessas planificações?

a) Cilindro, prisma de base pentagonal e pirâmide.

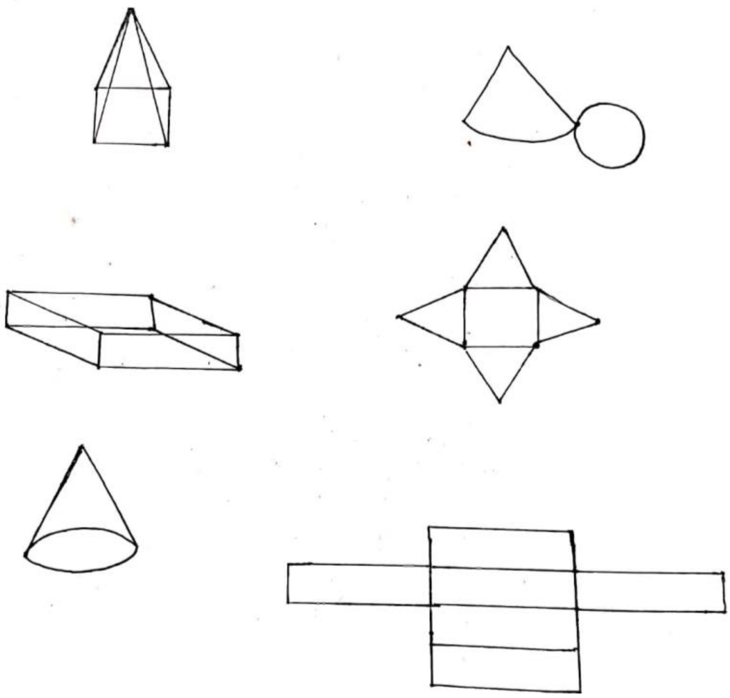
b) Cone, prisma de base pentagonal e pirâmide.

c) Cone, tronco de pirâmide e pirâmide.

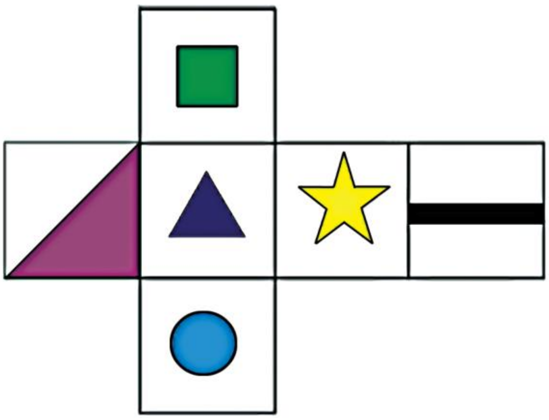
d) Cilindro, tronco de pirâmide e prisma.

e) Cilindro, prisma e tronco de cone.

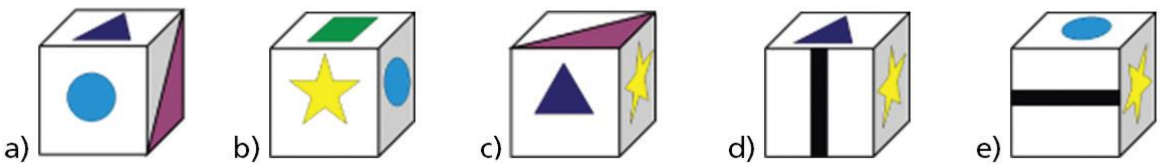
3- Observe os sólidos geométricos e as planificações e, em seguida, associe cada sólido com sua respectiva planificação, anotando o número e a letra. (OBS: Na hora da impressão as figuras não saíram, para a questão valer o professor desenhou algumas no quadro).



4- (Portal do MEC – Programa de Gestão Escolar) A figura abaixo representa um cubo planificado.



A planificação pode ser de qualquer cubinho abaixo?



APÊNDICE F – ATIVIDADE VI

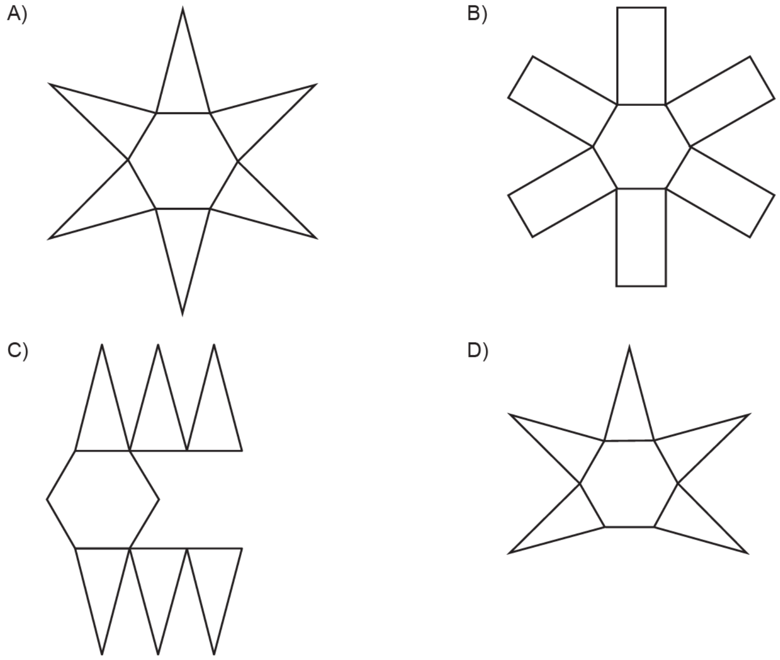
Escola Municipal Professora Maria Lydia Coutinho

Aluno (a):

Turma: Data:

Atividade VI

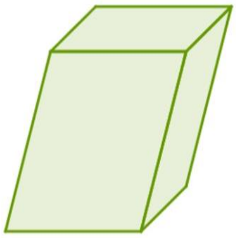
1- (SAERJ - 2014) Qual dos desenhos abaixo representa a planificação de uma pirâmide de base hexagonal?



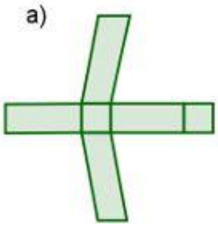
2- (https://brasilescola.uol.com.br/matematica/planificacao-solidos-geometricos.htm) A planificação de um sólido geométrico é uma figura geométrica plana obtida a partir da superfície do sólido em questão. Assinale das alternativas a seguir, aquela que contém as figuras bidimensionais obtidas da planificação do cone reto.

a) Um triângulo e uma circunferência.
b) Um triângulo e um círculo.
c) Um setor circular e uma circunferência
d) Um setor circular e um círculo

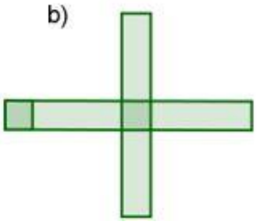
3- (https://exercicios.brasilescola.uol.com.br/exercicios-matematica/exercicios-sobre-planificacao-solidos-geometricos.htm) Qual das imagens abaixo é a melhor planificação do prisma oblíquo?



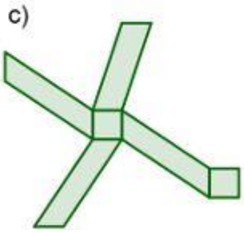
a)



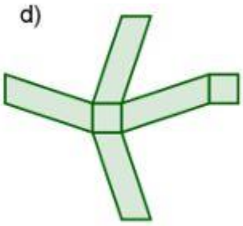
b)



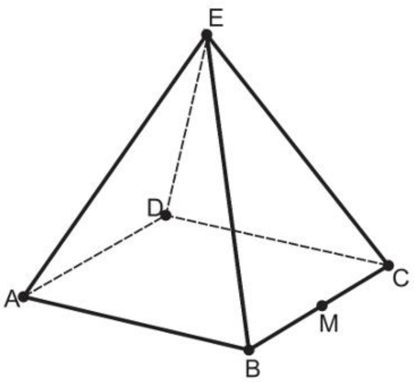
c)



d)



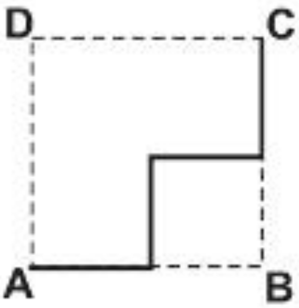
4- (ENEM-2012) João propôs um desafio a Bruno, seu colega de classe: ele iria descrever um deslocamento pela pirâmide a seguir e Bruno deveria desenhar a projeção desse deslocamento no plano da base da pirâmide.



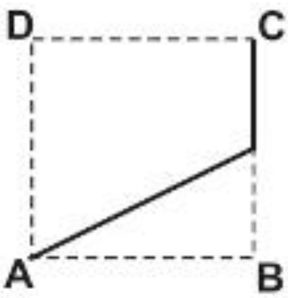
O deslocamento descrito por João foi: mova-se pela pirâmide, sempre em linha reta, do ponto A ao ponto E, a seguir, do ponto E ao ponto M e, depois, de M a C.

O desenho que Bruno deve fazer é

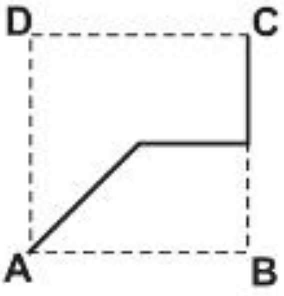
A



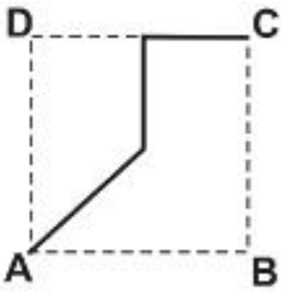
B



C



E



5- Complete a Quadro abaixo.

Sólido	Número de Faces	Número de Vértices	Número de Arestas
Cubo			
Tetraedro			
Pirâmide de Base Pentagonal			
Prisma de Base Retangular			
Prisma de Base Pentagonal			
Pirâmide de Base Quadrangular			

Fonte: Tridapalli, Marília Pelinson: Sugestões de práticas de ensino de geometria utilizando o origami modular (adaptado).

ANEXO A - TERMO DE CONSENTIMENTO

Senhor (a) Responsável,

Solicito a autorização para que seu filho (a) participe das atividades de pesquisas vinculadas a dissertação submetida como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre, no curso de Pós-Graduação em Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT. Enfatizo que todas as informações coletadas serão apresentadas **apenas para fins acadêmicos e científicos da área**.

INFORMAÇÕES SOBRE A PESQUISA:

A pesquisa será realizada na Escola Municipal Professora Maria Lydia Coutinho, durante os meses de outubro, novembro e dezembro, com total sigilo de identificação e garantia de que não serão divulgados nomes ou qualquer dado que possa identificar o participante. A mesma tem por objetivo verificar a influência do uso de técnicas de dobradura, origami, no ensino de geometria espacial, para despertar o interesse e maximizar o aprendizado do aluno para o assunto e, desenvolver uma forma lúdica que contribua para o ensino de conceitos e propriedades de geometria espacial utilizando atividades práticas, questionários e testes sobre o tema estudado.

Deixo claro que será possível, a qualquer tempo, retirar o **consentimento**, sem qualquer prejuízo pessoal e que **não acarretará custos ao participante**, bem como **não haverá compensação financeira** pela participação do aluno.

CONSENTIMENTO DA PARTICIPAÇÃO DA PESSOA COMO SUJEITO

Eu, abaixo assinado, autorizo a realização da pesquisa com o menor (na Escola Municipal Professora Maria Lydia Coutinho): ____, e declaro que fui devidamente informado e **esclarecido** pelo pesquisador sobre a pesquisa, os procedimentos nela envolvidos, assim como os possíveis riscos e benefícios decorrentes da mesma. Foi-me garantido que posso retirar meu **consentimento** a qualquer momento, sem que isto leve a qualquer penalidade.

Pesquisador: **Cássio Fernandes Lindote** Tel.: **(21) 2629-6014**;
E-mail: **cf_lindote_007@hotmail.com**

Local e data ________________________, ______ de ______________ de 20_____.

Nome:____

e-mail:____ **Telefone** _______________

Assinatura:
____

ANEXO B – CARTA DE AUTORIZAÇÃO DA ESCOLA

Estado do Rio de Janeiro
Prefeitura Municipal de Rio Bonito
Secretaria Municipal de Educação
Escola Municipal Professora Maria Lydia Coutinho

Carta de autorização para pesquisa

Eu, Agna Sillos Soares, Diretora Geral da Escola Municipal Professora Maria Lydia Coutinho, tenho ciência e autorizo a realização da pesquisa intitulada "A Influência do Uso das Técnicas de Dobradura e Materiais Concretos no Ensino da Geometria Espacial", em duas turmas do 7º Ano do Ensino Fundamental, sobre a responsabilidade do pesquisador Cássio Fernandes Lindote nesta Unidade de Ensino. Para isso, serão disponibilizados ao pesquisador o espaço de aplicação da pesquisa e os sólidos de madeira pertencentes a escola.

Rio Bonito, 01 de agosto de 2018.

AgnaSSoares.

Agna Sillos Soares

Agna Sillos Soares
Diretora
Matrícula: 131404

ANEXO C – MATRIZ DE REFERÊNCIA DE MATEMÁTICA DO SAEB

MATRIZ DE REFERÊNCIA DE MATEMÁTICA DO SAEB: TEMAS E SEUS DESCRITORES 5º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

I. Espaço e Forma	
D1 –	Identificar a localização/movimentação de objeto em mapas, croquis e outras representações gráficas.
D2 –	Identificar propriedades comuns e diferenças entre poliedros e corpos redondos, relacionando figuras tridimensionais com suas planificações.
D3 –	Identificar propriedades comuns e diferenças entre figuras bidimensionais pelo número de lados, pelos tipos de ângulos.
D4 –	Identificar quadriláteros observando as posições relativas entre seus lados (paralelos, concorrentes, perpendiculares).
D5 –	Reconhecer a conservação ou modificação de medidas dos lados, do perímetro, da área em ampliação e/ou redução de figuras poligonais usando malhas quadriculadas.
II. Grandezas e Medidas	
D6 –	Estimar a medida de grandezas utilizando unidades de medida convencionais ou não.
D7 –	Resolver problemas significativos utilizando unidades de medida padronizadas como km/m/cm/mm, kg/g/mg, l/ml.
D8 –	Estabelecer relações entre unidades de medida de tempo.
D9 –	Estabelecer relações entre o horário de início e término e/ou o intervalo da duração de um evento ou acontecimento.
D10 –	Num problema, estabelecer trocas entre cédulas e moedas do sistema monetário brasileiro, em função de seus valores.
D11 –	Resolver problema envolvendo o cálculo do perímetro de figuras planas, desenhadas em malhas quadriculadas.
D12 –	Resolver problema envolvendo o cálculo ou estimativa de áreas de figuras planas, desenhadas em malhas quadriculadas.
III. Números e Operações/Álgebra e Funções	
D13 –	Reconhecer e utilizar características do sistema de numeração decimal, tais como agrupamentos e trocas na base 10 e princípio do valor posicional.
D14 –	Identificar a localização de números naturais na reta numérica.
D15 –	Reconhecer a decomposição de números naturais nas suas diversas ordens.
D16 –	Reconhecer a composição e a decomposição de números naturais em sua forma polinomial.
D17 –	Calcular o resultado de uma adição ou subtração de números naturais.
D18 –	Calcular o resultado de uma multiplicação ou divisão de números naturais.
D19 –	Resolver problema com números naturais, envolvendo diferentes significados da adição ou subtração: juntar, alteração de um estado inicial (positiva ou negativa), comparação e mais de uma transformação (positiva ou negativa).
D20 –	Resolver problema com números naturais, envolvendo diferentes significados da multiplicação ou divisão: multiplicação comparativa, idéia de proporcionalidade, configuração retangular e combinatória.
D21 –	Identificar diferentes representações de um mesmo número racional.

D22 –	Identificar a localização de números racionais representados na forma decimal na reta numérica.
D23 –	Resolver problema utilizando a escrita decimal de cédulas e moedas do sistema monetário brasileiro.
D24 –	Identificar fração como representação que pode estar associada a diferentes significados.
D25 –	Resolver problema com números racionais expressos na forma decimal envolvendo diferentes significados da adição ou subtração.
D26 –	Resolver problema envolvendo noções de porcentagem (25%, 50%, 100%).
IV. Tratamento da Informação	
D27 –	Ler informações e dados apresentados em tabelas.
D28 –	Ler informações e dados apresentados em gráficos (particularmente em gráficos de colunas).

MATRIZ DE REFERÊNCIA DE MATEMÁTICA DO SAEB: TEMAS E SEUS DESCRITORES 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

I. Espaço e Forma	
D1 –	Identificar a localização/movimentação de objeto em mapas, croquis e outras representações gráficas.
D2 –	Identificar propriedades comuns e diferenças entre figuras bidimensionais e tridimensionais, relacionando-as com as suas planificações.
D3 –	Identificar propriedades de triângulos pela comparação de medidas de lados e ângulos.
D4 –	Identificar relação entre quadriláteros por meio de suas propriedades.
D5 –	Reconhecer a conservação ou modificação de medidas dos lados, do perímetro, da área em ampliação e/ou redução de figuras poligonais usando malhas quadriculadas.
D6 –	Reconhecer ângulos como mudança de direção ou giros, identificando ângulos retos e não-retos.
D7 –	Reconhecer que as imagens de uma figura construída por uma transformação homotética são semelhantes, identificando propriedades e/ou medidas que se modificam ou não se alteram.
D8 –	Resolver problema utilizando propriedades dos polígonos (soma de seus ângulos internos, número de diagonais, cálculo da medida de cada ângulo interno nos polígonos regulares).
D9 –	Interpretar informações apresentadas por meio de coordenadas cartesianas.
D10 –	Utilizar relações métricas do triângulo retângulo para resolver problemas significativos.
D11 –	Reconhecer círculo/circunferência, seus elementos e algumas de suas relações.
II. Grandezas e Medidas	
D12 –	Resolver problema envolvendo o cálculo de perímetro de figuras planas.
D13 –	Resolver problema envolvendo o cálculo de área de figuras planas.
D14 –	Resolver problema envolvendo noções de volume.
D15 –	Resolver problema utilizando relações entre diferentes unidades de medida.

III. Números e Operações/Álgebra e Funções	
D16 –	Identificar a localização de números inteiros na reta numérica.
D17 –	Identificar a localização de números racionais na reta numérica.
D18 –	Efetuar cálculos com números inteiros, envolvendo as operações (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação).
D19 –	Resolver problema com números naturais, envolvendo diferentes significados das operações (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação).
D20 –	Resolver problema com números inteiros envolvendo as operações (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação).
D21 –	Reconhecer as diferentes representações de um número racional.
D22 –	Identificar fração como representação que pode estar associada a diferentes significados.
D23 –	Identificar frações equivalentes.
D24 –	Reconhecer as representações decimais dos números racionais como uma extensão do sistema de numeração decimal, identificando a existência de "ordens" como décimos, centésimos e milésimos.
D25 –	Efetuar cálculos que envolvam operações com números racionais (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação).
D26 –	Resolver problema com números racionais envolvendo as operações (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação).
D27 –	Efetuar cálculos simples com valores aproximados de radicais.
D28 –	Resolver problema que envolva porcentagem.
D29 –	Resolver problema que envolva variação proporcional, direta ou inversa, entre grandezas.
D30 –	Calcular o valor numérico de uma expressão algébrica.
D31 –	Resolver problema que envolva equação do 2º grau.
D32 –	Identificar a expressão algébrica que expressa uma regularidade observada em seqüências de números ou figuras (padrões).
D33 –	Identificar uma equação ou inequação do 1º grau que expressa um problema.
D34 –	Identificar um sistema de equações do 1º grau que expressa um problema.
D35–	Identificar a relação entre as representações algébrica e geométrica de um sistema de equações do 1º grau.
IV. Tratamento da Informação	
D36 –	Resolver problema envolvendo informações apresentadas em tabelas e/ou gráficos.
D37 –	Associar informações apresentadas em listas e/ou tabelas simples aos gráficos que as representam e vice-versa.