

UFRRJ
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE
NACIONAL – PROFMAT

DISSERTAÇÃO

**Estudo de áreas e de perímetros de polígonos,
com o auxílio do geoplano e do papel quadriculado,
numa turma de sétimo ano do ensino fundamental
de uma escola pública**

Guilherme Nascimento da Cruz

2020



**UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE
NACIONAL – PROFMAT**

**ESTUDO DE ÁREAS E DE PERÍMETROS DE POLÍGONOS,
COM O AUXÍLIO DO GEOPLANO E DO PAPEL QUADRICULADO,
NUMA TURMA DE SÉTIMO ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL
DE UMA ESCOLA PÚBLICA**

GUILHERME NASCIMENTO DA CRUZ

Sob a Orientação da Professora

Aline Mauricio Barbosa

Dissertação submetida como requisito parcial para obtenção do grau de **Mestre**, no Curso de Pós-Graduação em Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, Área de Concentração em Matemática.

Seropédica, RJ
Dezembro de 2020

Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
Biblioteca Central / Seção de Processamento Técnico

Ficha catalográfica elaborada
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

C957e Cruz, Guilherme Nascimento da, 1988-
Estudo de áreas e de perímetros de polígonos, com o auxílio do geoplano e do papel quadriculado, numa turma de sétimo ano do ensino fundamental de uma escola pública / Guilherme Nascimento da Cruz. - Seropédica, 2020.
94 f.: il.

Orientadora: Aline Mauricio Barbosa.
Dissertação(Mestrado). -- Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, 2020.

1. Áreas de polígonos. 2. perímetros de polígonos. 3. geoplano. 4. análise de erros. 5. Ensino Fundamental. I. Barbosa, Aline Mauricio, 1981-, orient. II Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro. Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional PROFMAT III. Título.

**UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MESTRADO PROFISSIONAL EM
MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL – PROFMAT**

GUILHERME NASCIMENTO DA CRUZ

Dissertação submetida como requisito parcial para a obtenção de grau de **Mestre**, no Programa de Pós-Graduação em Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, área de Concentração em Matemática.

DISSERTAÇÃO APROVADA EM 10/12/2020

Conforme deliberação número 001/2020 da PROPPG, de 30/06/2020, tendo em vista a implementação de trabalho remoto e durante a vigência do período de suspensão das atividades acadêmicas presenciais, em virtude das medidas adotadas para reduzir a propagação da pandemia de Covid-19, nas versões finais das teses e dissertações as assinaturas originais dos membros da banca examinadora poderão ser substituídas por documento(s) com assinaturas eletrônicas. Estas devem ser feitas na própria folha de assinaturas, através do SIPAC, ou do Sistema Eletrônico de Informações (SEI) e neste caso a folha com a assinatura deve constar como anexo ao final da tese / dissertação.

Aline Mauricio Barbosa. Dr.^a UFRRJ (Orientadora, Presidente da Banca)

Montauban Moreira de Oliveira Júnior. Dr. UFRRJ

Rogério Luiz Quintino de Oliveira Junior. Dr. UERJ

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente aos meus pais Efigênia e Francisco, pelo apoio incondicional em qualquer projeto realizado.

Agradeço a minha orientadora Aline Mauricio Barbosa, por tornar possível a realização deste trabalho.

Agradeço aos meus familiares, em especial aos primos Bernadete, Geraldo e Washington, e ao meu grande amigo Fábio por serem meus espelhos pela busca do crescimento em vários aspectos.

Agradeço a Giselle e Bernardo, pela compreensão da falta de tempo para estar junto por conta da realização do mestrado.

Agradeço as minhas amigas Aline Gomes e Elen Germano, pela ajuda com o *abstract*.

Agradeço a Mayara Silvestre, com a ajuda com o projeto de pesquisa.

Agradeço aos professores Ivy Cristina e Paulo Roberto Mendonça, por serem as razões pela minha escolha pelo magistério.

Agradeço aos amigos e professores André Felipe, Rafael Sampaio e Thainá Louzada, pelos ensinamentos sobre o ofício que escolhi.

Agradeço a Kátia Monsores, por tornar possível o ingresso no mestrado, fazendo o possível para deixar as sextas-feiras livres no meu horário de trabalho.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

This study was financed in part by the Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Finance Code 001.

RESUMO

CRUZ, Guilherme Nascimento da. **Estudo de áreas e de perímetros de polígonos, com o auxílio do geoplano e do papel quadriculado, numa turma de sétimo ano do ensino fundamental de uma escola pública**. 2020. 94 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT). Instituto de Ciências Exatas, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, RJ, 2020.

Esta dissertação tratou sobre dificuldades na visualização, na interpretação e no cálculo de resolução de questões envolvendo perímetros e áreas de polígonos, por alunos de uma turma de sétimo ano do Ensino Fundamental, de uma escola pública do Município de Piraí, RJ. Esta pesquisa se justifica, uma vez que a Geometria e as Grandezas e Medidas fazem parte do dia a dia das pessoas, embora existam várias dificuldades no processo ensino-aprendizagem dessas unidades temáticas. Esse fato reforça a importância de se investir em alternativas para os alunos visualizarem e compreenderem melhor objetos geométricos, por exemplo, com o auxílio de materiais concretos. Sendo assim, o objetivo deste trabalho foi analisar o desempenho de uma turma de sétimo ano do Ensino Fundamental de uma escola pública no estudo de áreas e de perímetros de polígonos, com o auxílio do geoplano e do papel quadriculado. Os principais referenciais teóricos usados nesta dissertação foram os Parâmetros Curriculares Nacionais, a Base Nacional Comum Curricular, além de alguns trabalhos que abordam o uso de materiais concretos ou manipuláveis no ensino de Geometria e de pesquisas que discutem a Metodologia de Análise de Erros no Ensino de Matemática e, conseqüentemente, no estudo de Geometria. Para a turma pesquisada, foi aplicado, inicialmente, um pré-teste, com questões sobre o cálculo de áreas e de perímetros de polígonos. Após essa etapa, várias atividades foram realizadas com o auxílio do geoplano e do papel quadriculado, onde foram trabalhados alguns conceitos geométricos, como por exemplo, o significado das unidades de medidas de perímetros e de áreas de figuras planas, a composição e a decomposição de polígonos. Após a aplicação dessas atividades, os alunos realizaram um pós-teste, com nível de dificuldade semelhante ao pré-teste, para que fossem feitas comparações de rendimento e uma análise reflexiva acerca dos resultados. Para auxiliar na leitura desses resultados, foi usada a Metodologia de Análise de Erros, com base em Cury, visando verificar as dificuldades dos alunos em relação às questões por eles resolvidas, tanto no pré-teste, como no pós-teste. Houve uma predominância de respostas parcialmente corretas ou incorretas. Dentre as questões parcialmente corretas, houve alguns erros aritméticos e outros de natureza interpretativa. Já nas questões incorretas, o erro conceitual foi o que mais ocorreu. Com base na análise de erros utilizada, foi possível entender a relevância de olhar para os erros cometidos pelos alunos como uma ferramenta importante e necessária para refletir sobre a prática docente e oportunizar novas experiências de aprendizagem.

Palavras-chave: Áreas de polígonos; perímetros de polígonos; geoplano; análise de erros; Ensino Fundamental.

ABSTRACT

CRUZ, Guilherme Nascimento da. **Study of areas and perimeters of polygons with the support of geoplane and checkered paper, in a seventh grade class in a public school.** 2020. 94 p. Dissertation (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT). Instituto de Ciências Exatas, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, RJ, 2020.

This dissertation was about difficulties in visualization, in interpretation and in calculation the question resolution involving perimeters and areas of polygons, made by students in a seventh grade class in a public school in a city called Pirai. This research is justified, since Geometry and Quantities and Measures are part of people's daily lives, although there are many difficulties in the teaching-learning process of these thematic units. This fact reinforces the importance to invest in different ways to make the students visualize and have a better comprehension about geometric objects, for example, with the support of concrete materials. Therefore, the purpose of this work was to analyze the performance of a seventh grade class in a public school about a study of areas and perimeters of polygons, with the support of geoplane and checkered paper. The main theoretical references used in this dissertation were the Parâmetros Curriculares Nacionais, the Base Nacional Comum Curricular, in addition to some works that approach the use of concrete or manipulable materials in the teaching of Geometry and research that discuss the methodology of error analysis in the teaching of Mathematics and, consequently, in the learning of Geometry. For the class researched, was applied, at first, a pre-test with question about calculation of areas and perimeters of polygons. After this stage, several activities were made with the support of geoplane and checkered paper, where some geometric concepts were worked on, such as the meaning of perimeter measurement units and flat figure areas, the composition and decomposition of polygons. After the application of these activities, the students made a post-test, with the similar level of difficult than the pre-test to realize comparisons and a reflective analysis of the results were made. To assist in analyzing these results, was used the error analysis methodology based on Cury, aiming to verify the student's difficulties in relation to the questions developed by them as much in the pre-test, as in the post-test. There was a predominance of partially correct or incorrect answers. Among the partially correct question, there were some arithmetic errors and others of an interpretative nature. In the wrong questions, the conceptual error was the one that occurred the most. Based on error analysis used, it was possible to understand the relevance of looking at the mistakes made by the students, as an important and necessary implement, reflect on teaching practice and provide opportunities for new learning.

Keywords: Areas of polygons; perimeters of polygons; geoplane; error analysis; Middle School.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	9
2 REVISÃO DE LITERATURA	13
2.1 Alguns aspectos sobre o ensino de Geometria	13
2.1.1 Recomendações dos PCN para o ensino de Geometria e de Grandezas e Medidas.....	14
2.1.2 Recomendações da BNCC para o ensino de Geometria e de Grandezas e Medidas.....	17
2.2 O uso de materiais concretos no ensino de Geometria.....	21
2.2.1 Geoplano.....	23
2.3 Metodologia de Análise de Erros.....	24
2.3.1 Alguns trabalhos envolvendo aplicação da Metodologia de Análise de Erros no ensino de Geometria e de Grandezas e Medidas	26
3 METODOLOGIA.....	30
3.1 Pré-teste.....	31
3.2 Atividades com o geoplano e com o papel quadriculado.....	34
3.2.1 Atividade 1: trabalhando o cálculo do perímetro de um polígono.....	34
3.2.2 Atividade 2: trabalhando o cálculo da área de um polígono	36
3.3 Pós-teste	39
4 RESULTADOS E DISCUSSÕES	43
4.1 Análise dos tipos de erros	45
4.1.1 Resultados e análise de erros do pré-teste	46
4.1.2 Resultados e análise de erros do pós-teste	59
4.2 Discussões e reflexões sobre os resultados obtidos.....	71
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS	77
REFERÊNCIAS.....	79
ANEXO A – CARTA DE ANUÊNCIA.....	82
ANEXO B – TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO	83
ANEXO C – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO.....	85
ANEXO D – PRÉ-TESTE	89
ANEXO E – PÓS-TESTE	91

ANEXO F – PLANEJAMENTO CURRICULAR – MATEMÁTICA – 2018, DA SECRETARIA MUNICIPAL DE EDUCAÇÃO DE PIRAÍ – RJ (FRAGMENTOS DO DOCUMENTO, REFERENTE AO 7º ANO – EF)	93
--	----

1 INTRODUÇÃO

A relevância dada às partes algébricas da Matemática nas décadas de 60 e 70 do século XX, com o Movimento da Matemática Moderna, fez com que o campo geométrico fosse deixado de lado nos programas escolares do país. Os conhecimentos geométricos atualmente são reconhecidos como primordiais para a formação de estudantes, seja por aspectos didáticos, históricos ou científicos.

Para Célia Carolino, Edda Cury e Tânia Campos apud Rêgo, R. G.; Rêgo, R. M. e Vieira (2012), as principais características que marcaram o ensino de Geometria nos últimos anos se dividem em três momentos. O primeiro deles foi entre os anos de 1955 e 1965, que ficou caracterizado por focar a aprendizagem por meio da aplicação mecânica de fórmulas. O período seguinte, entre os anos de 1966 e 1975, foi influenciado pelo Movimento da Matemática Moderna e teve um tratamento mais voltado à linguagem dos conjuntos. Quase não se exploravam aplicações. O último período, que teve início em 1976 e continua até o momento, começou a ter um enfoque mais didático, no sentido da exploração das composições e decomposições de figuras planas e planificações de figuras espaciais, dando uma visão mais dinâmica do objeto estudado.

Apesar de atualmente a contextualização dos conteúdos, inclusive a Geometria, estar em evidência, várias instituições e professores de Matemática transmitem os conhecimentos geométricos da maneira como eram realizados no primeiro momento citado anteriormente, priorizando a aplicação mecânica de fórmulas e não estabelecendo relação alguma entre os elementos geométricos que estão sendo discutidos. Esse fato parece ser no mínimo contraditório, pois o caminho é contextualizar, porém os conteúdos são aprendidos de forma isolada e aparentemente sem ter nenhuma relação com outras áreas do conhecimento. Devido a isso, vários estudantes tendem a ter muita dificuldade na aprendizagem da Geometria.

O trabalho como professor de Ensino Fundamental coloca o autor desta dissertação em contato com a realidade desse segmento. Essa realidade, principalmente em relação à aprendizagem, muitas vezes é defasada por vários

motivos, dentre eles a forma como o conteúdo costuma ser abordado em sala de aula, desconsiderando a bagagem de conhecimento trazida pelo estudante.

A presente pesquisa trata, especificamente, do estudo de áreas e de perímetros de polígonos por meio de materiais concretos, usando sua característica de ludicidade para auxiliar no processo ensino-aprendizagem. O problema de pesquisa foi: “Como se dará o desempenho de uma turma de sétimo ano do Ensino Fundamental de uma escola pública, no estudo de áreas e de perímetros de polígonos com o auxílio de materiais concretos, tais como o geoplano e o papel quadriculado?”

O desenvolvimento da pesquisa em questão se justifica por alguns fatores observados durante alguns anos trabalhando com o Ensino Fundamental.

Segundo a experiência docente do autor desta dissertação, vários estudantes do segundo segmento do Ensino Fundamental sentem muita dificuldade em aprender Matemática como um todo, incluindo a Geometria. Isso pode acontecer por várias razões, dentre elas se destacam o fato de as aulas em geral não parecerem atrativas e principalmente o fato de a Matemática ser apresentada como a disciplina a ser mais temida por eles. Vale ressaltar que a dificuldade não se baseia apenas nos dois pontos levantados acima. Ao longo de algumas experiências em sala de aula, foi possível observar dificuldades de alunos na identificação de figuras planas pelo simples fato de não estarem representadas na forma mais usual.

Nesta pesquisa, foi abordado o uso de materiais concretos no ensino de alguns tópicos de Geometria Plana. A mesma se apresenta de forma relevante, no sentido de encorajar outros professores de Matemática a experimentar formas menos tradicionais e mais lúdicas no ensino, visando amenizar as dificuldades apresentadas pelos alunos.

O objetivo geral deste trabalho foi analisar o desempenho de uma turma de sétimo ano do Ensino Fundamental de uma escola pública no estudo de áreas e de perímetros de polígonos, com o auxílio do geoplano e do papel quadriculado.

Os objetivos específicos foram:

- Identificar conhecimentos prévios dos alunos participantes sobre áreas e perímetros de polígonos;
- Usar o geoplano e o papel quadriculado para trabalhar os conceitos de áreas e de perímetros de polígonos nessa turma;

- Discutir o desempenho dos alunos participantes em questões de áreas e de perímetros de polígonos, após a realização das atividades com o geoplano e com o papel quadriculado.

Com a preocupação na forma como a Geometria é trabalhada e com as consequências causadas a partir desse processo, o autor desta pesquisa tem a intenção de contribuir de maneira mais ampla com o desenvolvimento geométrico do aluno e propor análises mais profundas, por parte dos professores, sobre os erros cometidos pelos alunos nas atividades de Matemática como um todo e especialmente no estudo de cálculo de áreas e de perímetros de polígonos.

Para isso, este professor-pesquisador se baseou na Metodologia da Análise de Erros, para análise de desempenho dos alunos pesquisados. Essa metodologia proporciona um olhar mais crítico em relação aos erros cometidos pelos alunos, que podem ocorrer por diversas razões. Para se aprofundar no assunto, foram pesquisados vários autores que realizaram trabalhos sobre a Análise de Erros, como por exemplo, Cury (2007 apud CURY; BISOGNIN, E.; BISOGNIN, V., 2009), Cordeiro (2009), Fuck (2013), Amarante (2019) e Costa, M. V. S. (2020). Esses autores abordaram a Análise de Erros de maneira bem clara e objetiva, levantando possíveis agentes causadores, sugerindo reflexões por todos aqueles que estão diretamente ligados com o estudo da Matemática, em especial a Geometria, propondo estratégias para que o ensino da Geometria possa ser aprimorado.

Apostando na Metodologia da Análise de Erros, o autor da presente dissertação analisou e classificou os erros cometidos por 18 alunos de uma turma de sétimo ano, de uma escola pública do Município de Pirai – Rio de Janeiro, em questões que envolviam o cálculo da área e do perímetro de polígonos.

Este trabalho é composto por cinco capítulos, conforme a seguir:

Neste Capítulo 1, foi realizada a Introdução desta dissertação.

No Capítulo 2, buscou-se apresentar subsídios para servir de embasamento para o presente trabalho. Sob essa ótica, foram citados autores que abordam o ensino da Geometria, estudiosos que defendem o uso de materiais concretos ou manipuláveis no Ensino de Matemática e pesquisadores que abordam a Metodologia de Análise de Erros. Além disso, o autor deste trabalho usou os Parâmetros

Curriculares Nacionais (PCN) e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) para ratificar algumas teorias elencadas ao longo do trabalho.

No Capítulo 3, foi desenvolvida a metodologia da pesquisa. Nesse capítulo, foram apresentados, com mais profundidade, os testes aplicados e as atividades realizadas com o uso de materiais concretos (geoplano e papel quadriculado).

No Capítulo 4, fizeram-se o levantamento dos resultados encontrados no decorrer do trabalho e discussões acerca desses resultados. Além da tabulação dos resultados obtidos pelos alunos, foi realizada a comparação com resultados encontrados por outros pesquisadores em trabalhos que envolviam a Análise de Erros, para verificar se esses erros tinham alguma semelhança quanto à natureza.

No Capítulo 5, foram feitas as considerações finais do autor deste trabalho em relação ao desenvolvimento do trabalho como um todo.

Após o Capítulo 5, foram apresentados as Referências e os Anexos desta dissertação.

Esta dissertação gerou como produto um material de pesquisa para fomentar as discussões sobre o uso de materiais concretos e da Metodologia de Análise de Erros no ensino de Matemática, o qual pode ser usado em cursos de formação inicial ou continuada de professores de Matemática. Também gerou como produto uma sequência didática, envolvendo o uso do geoplano e do papel quadriculado no estudo de áreas e de perímetros de polígonos, a qual se encontra no Capítulo 3.

Espera-se que a pesquisa possa contribuir, de alguma forma, para que professores reflitam e se atentem para a gama de possibilidades oriundas de erros cometidos por seus alunos. E que essas reflexões possam levá-los à busca constante pelo conhecimento e aperfeiçoamento de suas práticas, a respeito da abordagem e metodologias utilizadas no ensino de Matemática.

2 REVISÃO DE LITERATURA

2.1 Alguns aspectos sobre o ensino de Geometria

A gênese do presente trabalho tem como base duas obras: Rêgo, R. G.; Rêgo R. M. e Vieira (2012) e Usiskin (1994). Essas obras apresentaram justificativas para possíveis falhas no currículo de Geometria, sendo a primeira no Brasil e a segunda em âmbito mundial, com destaque para os Estados Unidos. Além de apresentar uma linha do tempo sobre como a Geometria vem sendo ensinada no Brasil, Rêgo, R. G.; Rêgo R. M. e Vieira (2012) levantaram uma discussão sobre algumas dificuldades enfrentadas pelos estudantes em relação à formação de conceitos e à forma como os conteúdos são explorados pelos professores.

Como, em várias ocasiões, os conteúdos de Geometria são abordados em sala de aula de forma tradicional, o entendimento não costuma ser tão imediato pelo fato de os estudantes não estarem preparados para assimilar aquela forma de apresentação do conteúdo. Devido a isso, Rêgo, R. G.; Rêgo R. M. e Vieira (2012) apresentaram várias atividades que podem ser trabalhadas na Educação Básica, com o objetivo de ensinar conceitos, definições e aplicações, no que diz respeito às Geometrias Plana e Espacial.

Usiskin (1994) trouxe análises de currículo, de desempenho e das consequências em relação ao ensino da Geometria na *High School*, nos Estados Unidos, que corresponde ao Ensino Médio no Brasil.

Um exemplo interessante que Usiskin (1994) trouxe é que a Avaliação Nacional de 1982, nos Estados Unidos, mostrou que, naquela época, menos de 10% das crianças de 13 anos sabiam determinar o terceiro ângulo de um triângulo, dadas as medidas dos outros dois. Além disso, uma questão que envolvia determinar a hipotenusa de um triângulo retângulo foi resolvida corretamente por 20% dos estudantes. Esses resultados indicaram que, nos Estados Unidos, o Teorema de Pitágoras era ensinado a mais alunos do que o teorema das somas dos ângulos

internos de um triângulo, o que é curioso, pois efetuar uma soma é mais simples do que resolver potências e raízes quadradas.

Ainda segundo Usiskin (1994), essa Avaliação Nacional mostrava, entre outras coisas, que não havia nos Estados Unidos um padrão no currículo para o ensino de Geometria, o que interferia diretamente no desempenho dos estudantes.

Com o passar dos anos, as discussões sobre o ensino de Geometria evoluíram bastante no Brasil, como em outras partes do mundo, mas ainda é preciso continuar discutindo novas estratégias, além do modo tradicional, para se ensinar Geometria.

2.1.1 Recomendações dos PCN para o ensino de Geometria e de Grandezas e Medidas

Nesta seção será feita uma breve exposição sobre o que os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) recomendam para o ensino de Geometria e de Grandezas e Medidas no 3º ciclo do Ensino Fundamental, correspondente aos atuais 6º e 7º ano do Ensino Fundamental.

Na apresentação dos PCN, consta a importância da Geometria e das Medidas no Ensino Fundamental: “Em função da demanda social [...] evidenciam a importância da geometria e das medidas para desenvolver as capacidades cognitivas fundamentais.” (BRASIL, 1998, p. 16).

Segundo os PCN, no terceiro ciclo do Ensino Fundamental, a faixa etária predominante dos estudantes é de 11 a 12 anos de idade. Nessa etapa, os alunos ainda podem apresentar uma postura infantil. Já os mais velhos, os quais já passaram por pelo menos uma experiência de reprovação ou de interrupção de estudos, podem apresentar um comportamento diferente, causado por mudanças físicas, psicológicas ou simplesmente pela vivência que eles têm. Esse comportamento, muitas vezes, é encarado como rebeldia ou falta de respeito pela comunidade escolar, o que pode influenciar diretamente no seu processo de aprendizagem.

Ainda segundo os PCN, existe uma grande tendência de professores de Matemática realizarem, no primeiro ano deste ciclo (6º ano do Ensino Fundamental), uma revisão dos conteúdos estudados pelos alunos nos anos anteriores. O

problema é que, muitas vezes, essa revisão é feita de forma pragmática e totalmente distante do modo como foi abordado no momento anterior, fazendo com que o aluno se sinta desestimulado.

Posto isso, serão apresentados, a seguir, alguns tópicos dos PCN sobre os objetivos de aprendizagem de Matemática para o terceiro ciclo do Ensino Fundamental, dentre os quais foram destacados apenas aqueles que foram abordados, ainda que parcialmente, na pesquisa realizada na presente dissertação:

Neste ciclo, o ensino de Matemática deve visar ao desenvolvimento:

[...]

Do pensamento geométrico, por meio da exploração de situações de aprendizagem que levem o aluno a:

[...]

- * resolver situações-problema que envolvam figuras geométricas planas, utilizando procedimentos de decomposição e composição, transformação, ampliação e redução.

Da competência métrica, por meio da exploração de situações de aprendizagem que levem o aluno a:

- * ampliar e construir noções de medida, pelo estudo de diferentes grandezas, a partir de sua utilização no contexto social e da análise de alguns dos problemas históricos que motivaram sua construção;
- * resolver problemas que envolvam diferentes grandezas, selecionando unidades de medida e instrumentos adequados à precisão requerida.

(BRASIL, 1998, p. 64-65).

Os conceitos geométricos, recomendados pelos PCN para o 3º ciclo do Ensino Fundamental, estão listados nas seções Espaço e Forma e Grandezas e Medidas. Veja alguns assuntos, da seção Espaço e Forma, que estão relacionados à temática da presente pesquisa, ainda que parcialmente:

- Classificação de figuras [...] bidimensionais, segundo critérios diversos, como: [...] polígonos e outras figuras; número de lados dos polígonos; eixos de simetria de um polígono; paralelismo de lados, medidas de ângulos e de lados.
- Composição e decomposição de figuras planas.

(BRASIL, 1998, p. 73).

Veja agora alguns assuntos apresentados na seção Grandezas e Medidas, que estão relacionados à temática da presente pesquisa, ainda que parcialmente:

- Reconhecimento de grandezas como comprimento, massa, capacidade, superfície, volume, ângulo, tempo, temperatura, velocidade e identificação de unidades adequadas (padronizadas ou não) para medidas, fazendo uso de terminologia própria.

[...]

- Compreensão da noção de medida de superfície e de equivalência de figuras planas por meio da composição e decomposição de figuras.
- Cálculo da área de figuras planas pela decomposição e/ou composição em figuras de áreas conhecidas, ou por meio de estimativas.

(BRASIL, 1998, p. 73-74).

Os PCN oferecem algumas orientações didáticas para a Geometria no Ensino Fundamental. A seguir, será destacada uma orientação que tem relação direta com a temática da presente pesquisa:

Atividades que exploram a composição e decomposição de figuras [...] fazem com que os alunos verifiquem que o recobrimento de uma superfície pode ser feito por determinadas figuras, como triângulos equiláteros, quadrados, retângulos, hexágonos regulares. Assim como a descoberta de que toda figura poligonal pode ser composta/decomposta por outra e em particular por triângulos, o que facilita o cálculo de áreas e a determinação da soma das medidas dos seus ângulos internos. (BRASIL, 1998, p. 123).

Considerando a orientação supracitada, na seção 3.2 do Capítulo 3, serão apresentadas algumas atividades envolvendo a composição e a decomposição de polígonos, para auxiliar no cálculo das áreas dessas figuras planas. Tais atividades foram aplicadas numa turma do 7º ano do Ensino Fundamental.

Em relação à avaliação desses conteúdos, os PCN a deixam de forma bem ampla para que cada instituição de Ensino possa adaptar conforme suas necessidades e objetivos nas avaliações. A partir daí, busca-se um equilíbrio entre as três esferas dos conteúdos que são as de caráter conceitual, procedimental e atitudinal.

É importante ressaltar que nem sempre os critérios avaliativos contemplam todos os conteúdos direcionados àquele ciclo. Cabe à escola fazer a seleção daqueles assuntos que são imprescindíveis para que estes possam ser considerados nos critérios avaliativos de modo que o aluno consiga avançar para o próximo ciclo sem prejuízo de conteúdo. Veja alguns critérios de avaliações apresentados nos PCN, relacionados à temática desta pesquisa:

- **Decidir sobre os procedimentos matemáticos adequados para construir soluções num contexto de resolução de problemas numéricos, geométricos ou métricos.**

Por meio deste critério o professor verifica se o aluno é capaz de interpretar uma situação-problema, distinguir as informações necessárias das supérfluas, planificar a resolução, identificar informações que necessitam ser levantadas, estimar (ou prever) soluções possíveis, decidir sobre procedimentos de resolução a serem utilizados, investigar, justificar, argumentar e comprovar a validade de resultados e apresentá-los de forma organizada e clara.

[...]

- **Analisar, classificar e construir figuras geométricas bidimensionais e tridimensionais, utilizando as noções geométricas como ângulos, paralelismo, perpendicularismo, estabelecendo relações e identificando propriedades.**

Por meio deste critério o professor verifica se o aluno é capaz de identificar figuras planas (polígonos e círculo) e espaciais (prismas e pirâmides, poliedros regulares, esfera, cilindro, cone), descrever elementos das figuras bidimensionais e tridimensionais, construir modelos dessas figuras, interpretar e obter representações planas de figuras tridimensionais, bem como realizar classificações utilizando-se das noções de paralelismo, de perpendicularismo e de ângulo.

- **Obter e expressar resultados de medições, utilizando as principais unidades padronizadas de medida de comprimento, capacidade, massa, superfície, volume, ângulo e tempo.**

Por meio deste critério o professor verifica se o aluno é capaz de obter resultados de diferentes medições, escolhendo e utilizando unidades de medida padronizadas, instrumentos apropriados e expressar os resultados em função do grau de precisão desejável e indicado pelo contexto da situação-problema. (BRASIL, 1998, p. 76-77, grifo do autor).

Note que os critérios apresentados possibilitam ao professor a verificação da aprendizagem e/ou compreensão de determinados conteúdos, mas em nenhum momento “amarra” o modo como essa verificação deve ser feita. Essa flexibilidade faz com que cada escola possa criar seu próprio sistema avaliativo. A avaliação dos testes realizados na pesquisa da presente dissertação levou em consideração, ainda que parcialmente, os três critérios supracitados; veja os Capítulos 3 e 4.

2.1.2 Recomendações da BNCC para o ensino de Geometria e de Grandezas e Medidas

Nesta seção será feita uma breve exposição sobre o que a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) recomenda para o ensino de Geometria e de Grandezas e Medidas nos Anos Finais do Ensino Fundamental (6º a 9º ano do Ensino Fundamental).

Sobre o estudo da Geometria de modo geral, a BNCC apresenta o seguinte:

A Geometria envolve o estudo de um amplo conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento. Assim, nessa unidade temática, estudar posição e deslocamentos no espaço, formas e relações entre elementos de figuras planas e espaciais pode desenvolver o pensamento geométrico dos alunos. Esse pensamento é necessário para investigar propriedades, fazer conjecturas e produzir argumentos geométricos convincentes. É importante, também, considerar o aspecto funcional que deve estar presente no estudo da Geometria: as transformações geométricas, sobretudo as simetrias. As ideias matemáticas fundamentais associadas a essa temática são, principalmente, construção, representação e interdependência. (BRASIL, 2018, p. 271).

Nesse sentido, a BNCC mostra a importância do estudo da Geometria sob vários aspectos, em todos os segmentos da Educação Básica.

Uma vez que a presente pesquisa foi realizada numa turma do segundo segmento do Ensino Fundamental (Capítulo 3), veja o que a BNCC recomenda a respeito do estudo de Geometria nessa etapa:

No Ensino Fundamental – Anos Finais, o ensino de Geometria precisa ser visto como consolidação e ampliação das aprendizagens realizadas.

[...]

a Geometria não pode ficar reduzida a mera aplicação de fórmulas de cálculo de área e de volume. A equivalência de áreas, por exemplo, já praticada há milhares de anos pelos mesopotâmios e gregos antigos sem utilizar fórmulas, permite transformar qualquer região poligonal plana em um quadrado com mesma área (é o que os gregos chamavam “fazer a quadratura de uma figura”). Isso permite, inclusive, resolver geometricamente problemas que podem ser traduzidos por uma equação do 2º grau. (BRASIL, 2018, p. 272-273).

Esse trecho mostra que o estudo da Geometria no segundo segmento do Ensino Fundamental deve ser feito de maneira muito mais ampla, explorando as figuras por meio de composição e decomposição e até mesmo trazendo situações aparentemente “não geométricas” para o âmbito da Geometria, como por exemplo, resolver problemas que podem ser modelados por uma equação polinomial do 2º grau.

Seguindo essa linha de pensamento, o mesmo tipo de abordagem deve ser feito no estudo de Grandezas e Medidas, que está diretamente relacionado ao pensamento geométrico.

Veja o que a BNCC diz sobre a importância do estudo de Grandezas e Medidas num âmbito mais geral:

As medidas quantificam grandezas do mundo físico e são fundamentais para a compreensão da realidade. Assim, a unidade temática Grandezas e medidas, ao propor o estudo das medidas e das relações entre elas – ou seja, das relações métricas –, favorece a integração da Matemática a outras áreas de conhecimento, como Ciências (densidade, grandezas e escalas do Sistema Solar, energia elétrica etc.) ou Geografia (coordenadas geográficas, densidade demográfica, escalas de mapas e guias etc.). Essa unidade temática contribui ainda para a consolidação e ampliação da noção de número, a aplicação de noções geométricas e a construção do pensamento algébrico. (BRASIL, 2018, p. 273).

Ainda sobre a relevância e aplicabilidade dessa área do conhecimento, a BNCC traz as seguintes recomendações para os Anos Finais do Ensino Fundamental, dentre outras:

No Ensino Fundamental – Anos Finais, a expectativa é a de que os alunos reconheçam comprimento, área, volume e abertura de ângulo como grandezas associadas a figuras geométricas e que consigam resolver problemas envolvendo essas grandezas com o uso de unidades de medida padronizadas mais usuais. Além disso, espera-se que estabeleçam e utilizem relações entre essas grandezas e entre elas e grandezas não geométricas, para estudar grandezas derivadas como densidade, velocidade, energia, potência, entre outras. Nessa fase da escolaridade, os alunos devem determinar expressões de cálculo de áreas de quadriláteros, triângulos e círculos, e as de volumes de prismas e de cilindros. (BRASIL, 2018, p. 273).

Observe que, nessa passagem, a BNCC sinaliza a relevância das Grandezas e Medidas nos Anos Finais, inclusive citando a aplicação deste assunto no cálculo de áreas de figuras planas, assim como o reconhecimento de comprimento, que pode estar associado à distância entre dois pontos, à medida de um segmento ou ao perímetro de uma figura plana.

Especificamente para o 7º ano do Ensino Fundamental (ano escolar do público-alvo da presente pesquisa), a BNCC recomenda a abordagem dos seguintes objetos de conhecimento para as unidades temáticas Geometria e Grandezas e Medidas:

Geometria

- Transformações geométricas de polígonos no plano cartesiano: multiplicação das coordenadas por um número inteiro e obtenção de simétricos em relação aos eixos e à origem;
- Simetrias de translação, rotação e reflexão;
- A circunferência como lugar geométrico;
- Relações entre os ângulos formados por retas paralelas intersectadas por uma transversal;
- Triângulos: construção, condição de existência e soma das medidas dos ângulos internos;
- Polígonos regulares: quadrado e triângulo equilátero.

Grandezas e Medidas

- Problemas envolvendo medições;
 - Cálculo de volume de blocos retangulares, utilizando unidades de medida convencionais mais usuais;
 - Equivalência de área de figuras planas: cálculo de áreas de figuras que podem ser decompostas por outras, cujas áreas podem ser facilmente determinadas como triângulos e quadriláteros;
 - Medida do comprimento da circunferência.
- (BRASIL, 2018, p. 308, grifo do autor).

As atividades desenvolvidas na presente pesquisa abordaram alguns dos objetos de conhecimento supracitados (veja o Capítulo 3):

- Triângulos: construção;
- Polígonos regulares: quadrado;
- Problemas envolvendo medições;

- Equivalência de área de figuras planas: cálculo de áreas de figuras que podem ser decompostas por outras, cujas áreas podem ser facilmente determinadas como triângulos e quadriláteros.

É importante destacar aqui que as atividades da pesquisa desta dissertação, realizadas no ano de 2019, foram desenvolvidas com base no documento de planejamento curricular que era utilizado, na ocasião, pela Secretaria Municipal de Educação de Piraí, no que dizia respeito aos conteúdos trabalhados (PIRAÍ, 2018). No Anexo F desta dissertação, encontra-se a parte desse documento referente ao planejamento da disciplina de Matemática para o 7º ano do Ensino Fundamental.

Naquele momento, já ocorriam várias discussões sobre o uso da BNCC para o planejamento curricular das escolas municipais de Piraí, mas ela ainda não era obrigatória. Em relação aos conteúdos de Matemática previstos para o 7º ano do Ensino Fundamental, existiam poucas diferenças entre o documento municipal e o que recomenda a BNCC. Essas pequenas diferenças não interferiram no desenvolvimento do trabalho.

Havia algumas diferenças, por exemplo, na nomenclatura utilizada. Enquanto o documento do Município de Piraí chamava os assuntos abordados de “conteúdos programáticos”, a BNCC os chama de “objetos de conhecimento”.

Os conteúdos explorados neste trabalho estavam previstos para serem abordados com a turma participante da pesquisa entre os meses de agosto e setembro de 2019, segundo o documento do Município de Piraí (PIRAÍ, 2018). Como a pesquisa para esta dissertação só pôde ser realizada no mês de novembro de 2019, os conteúdos em questão já tinham sido trabalhados previamente, em aulas expositivas, ficando apenas para o mês de novembro de 2019 a abordagem diferenciada dos mesmos, com o auxílio de materiais concretos, além de realização de testes. Essa observação se faz necessária, já que, atualmente, a BNCC é adotada no Município em questão.

2.2 O uso de materiais concretos no ensino de Geometria

Nesta seção serão comentados alguns autores que defendem o uso de materiais concretos no ensino de Geometria.

O autor desta dissertação observou que vários colegas, professores da rede pública, têm enfrentado dificuldades para usar materiais concretos no ensino de Matemática. Vários fatores podem contribuir para que a utilização desses materiais seja cada vez menor, dentre eles a falta de material na própria escola, a falta de tempo para planejamento de atividades que fogem do formato das aulas expositivas e também a formação do professor de Matemática, que por muitas vezes se mostra insuficiente, no que diz respeito ao uso e manipulação de materiais concretos.

Para abordar o uso de materiais concretos ou manipuláveis no ensino de Geometria com mais propriedade, se faz necessário definir que tipos de materiais podem ser considerados materiais concretos ou manipuláveis.

Vale e Barbosa afirmaram que:

considera-se um material manipulável todo o material concreto, educacional ou do dia a dia (e.g. ábaco, policubos, folhas de papel, bolas de gude), que represente uma idéia matemática, que durante uma situação de aprendizagem apele aos sentidos e que se caracteriza por um envolvimento ativo dos alunos. Por exemplo, o geoplano é um material educativo pois foi desenvolvido numa perspectiva educacional, enquanto uma folha de papel ou um conjunto de bolas de gude são materiais de uso comum que não foram desenvolvidos com uma finalidade educativa, mas que podem ser usados com esse propósito. (VALE; BARBOSA, 2014, p. 6).

De acordo com essa perspectiva, pode-se considerar que material concreto ou manipulável é todo material que tem como objetivo auxiliar na aprendizagem por meio de sua percepção e que propicie um envolvimento ativo do aluno com a sua aprendizagem.

Em relação à influência causada na aprendizagem por meio da manipulação de materiais concretos, Rêgo, R. G.; Rêgo, R. M. e Vieira (2012, p.14) afirmaram que:

A manipulação de modelos concretos e de objetos que fazem parte do dia a dia do aluno auxiliará o processo de construção dos modelos mentais dos diversos elementos geométricos, por meio da identificação e generalização de propriedades e do reconhecimento de padrões, em uma estrutura formal.

Além disso, Rêgo, R. G.; Rêgo, R. M. e Vieira (2012) propuseram várias atividades que podem ser desenvolvidas com o auxílio de diversos materiais

concretos, como por exemplo fitas adesivas, geoplano, elásticos, dados, papel quadriculado, dentre outros. Tais atividades são bem interessantes em vários aspectos. Além de utilizarem materiais concretos no seu desenvolvimento, propiciam ao estudante uma forma alternativa de assimilar o conteúdo que está sendo explorado por meio da manipulação desses materiais e por meio da confecção em sala de aula de alguns jogos que podem ser utilizados.

Segundo Braga, Silva e Andrade (2018), os materiais concretos utilizados para o ensino da Geometria podem ser materiais de baixo custo, como por exemplo palitos de churrasco, jornais, palitos de picolé, placas de MDF entre outros. A confecção do material concreto geométrico pode ser feita em conjunto com a turma. Além disso, Braga, Silva e Andrade (2018) apresentaram algumas possibilidades de utilização desses materiais no processo ensino-aprendizagem de Geometria Plana.

De acordo com Meneghetti,

A utilização de materiais didáticos manipuláveis (MDM) pode estimular o aluno a participar da aula e a compreender o conteúdo focado. Assim, os MDM, incluindo aqueles que favorecem atividades lúdicas, podem ser vistos como facilitador da aprendizagem, na medida em que for bem elaborado e estruturado pelo professor ou com a participação deste, tendo em vista ações objetivas de ensino. (MENEGETTI, 2013, p. 6599).

As experiências práticas desenvolvidas em sala de aula em relação à Geometria visam não apenas transmitir conhecimento em relação ao que está sendo estudado, mas também ajuda no desenvolvimento do trabalho em equipe e na construção do conceito de forma gradual e com mais significado. O desenvolvimento dessas atividades permite ao aluno participar ativamente de cada etapa da construção do conhecimento, possibilitando uma aprendizagem um pouco mais sólida. A lousa não deve ser deixada de lado nas aulas de Geometria, mas a utilização de materiais concretos deve ser cada vez mais explorada pelos professores que trabalham com essa área do conhecimento.

Na pesquisa desta dissertação, que envolveu o estudo de áreas e de perímetros de polígonos em uma turma de sétimo ano do Ensino Fundamental, foram usados materiais concretos, a fim de construir conceitos, definições e exemplos de aplicações dos conteúdos mencionados, de forma lúdica. A seguir, será apresentado o principal material concreto utilizado nesta pesquisa.

2.2.1 Geoplano

Algumas atividades realizadas na pesquisa desta dissertação, as quais serão apresentadas na seção 3.2 do Capítulo 3, envolveram o uso do geoplano.

Segundo Costa, D. E.; Pereira e Mafra (2011, p. 45),

O nome Geoplano vem da junção Geo, que significa geometria e Plano, que significa superfície plana, portanto, Geoplano. Consta-se que ele foi utilizado pela primeira vez em 1961, pelo professor Caleb Gattegno, do Instituto de Educação da Universidade de Londres (KNIJNIK, BASSO E KLÜSENER, 1996; MENEZES, 2008). Possui as seguintes características: a) tem o formato de um tabuleiro quadrangular, construído em madeira ou material com características semelhantes (compensado, fórmica, etc.); b) no tabuleiro, são afixados pregos, pinos ou parafusos equidistantes entre si; c) material auxiliar: barbante, fios, liga de borracha, etc. a serem atachados aos pregos, formando diversas figuras geométricas planas, permitindo assim uma flexibilidade para discutir propriedades e características das mesmas.

Tal instrumento tem muita utilidade na Matemática em diversas áreas, principalmente na Geometria Plana, no que diz respeito ao estudo de polígonos.

Segundo Ramos e Mendonça (2000, p. 2),

O geoplano é instrumento que permite um processo rico em interações entre o estudante e a realidade, possibilitando uma variedade de situações que facilitam e organizam o pensamento, formando o ambiente onde será desenvolvida uma análise apropriada ao cálculo de áreas e perímetros.

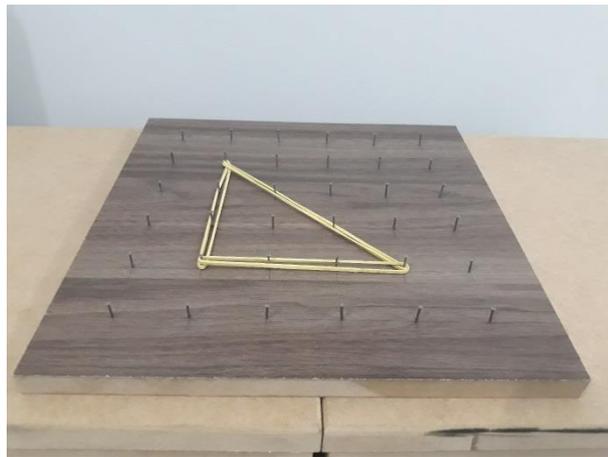


Figura 1 – Exemplo de geoplano
Fonte: o autor.

As atividades trabalhadas explorando o geoplano facilitam o desenvolvimento da percepção geométrica no plano, o estudo de propriedades de polígonos e a

identificação de unidades para medidas de comprimento e de área, ambas essenciais para o estudo do perímetro e da área de polígonos.

É importante destacar que o geoplano é um material de baixo custo, que pode ser construído em casa, ou então por algum marceneiro, com elementos bem simples (compensado de madeira e pregos).

2.3 Metodologia de Análise de Erros

Muitas vezes, o estudante encara o erro como algo negativo. Isso ocorre porque em determinadas situações, a exposição do erro causa uma situação constrangedora perante os amigos, ou até mesmo por gerar uma sensação de incapacidade acerca do assunto abordado.

Nem sempre o erro cometido por um aluno significa que o conteúdo não foi compreendido. Há várias situações que podem levar um estudante a cometer um erro como, por exemplo, a falta da compreensão plena do conteúdo, a interpretação equivocada do que está sendo pedido na questão, ou simplesmente a falta de atenção ao desenvolver um cálculo aritmético.

Segundo Costa, M. V. S. (2020, p. 27),

O erro, para alguns professores, pode ter algumas interpretações. Por exemplo, ele pode ocorrer de forma proposital, ou seja, o estudante pode escrever uma resposta sem fundamento ao problema proposto, por não ter ideia de como resolvê-lo. O erro também pode ser conceitual, ou seja, o discente pode ter solucionado um problema de forma incorreta por não ter compreendido ainda o conteúdo de forma sólida. Outra forma de erro é o aritmético, ou seja, o educando pode ter errado algum tipo de operação proposta no desenvolvimento do problema. Também pode ocorrer um erro por falta de atenção.

Em relação aos erros cometidos em avaliações, alguns autores afirmam que o modelo de processo avaliativo comumente utilizado massifica a punição desses erros, em vez de usá-los como instrumentos para auxiliar o estudante a alcançar futuramente os objetivos de aprendizagem. Por exemplo, Luckesi afirmou que:

A questão do erro, da culpa e do castigo na prática escolar está bastante articulada com a questão da avaliação da aprendizagem. Esta, à medida que se foi desvinculando, ao longo do tempo, da efetiva realidade da aprendizagem para tornar-se um instrumento de ameaça e disciplinamento da personalidade do educando, passou a servir de suporte para a imputação de culpabilidade e para a decisão de castigo.

De fato, a avaliação da aprendizagem deveria servir de suporte para a qualificação daquilo que acontece com o educando, diante dos objetivos que se têm, de tal modo que se pudesse verificar como agir para ajudá-lo alcançar o que procura. (LUCKESI, 2005, p. 58).

Segundo Cury (2007 apud CURY; BISOGNIN, E.; BISOGNIN, V., 2009), o erro deve observado com o objetivo de entender sua origem e, conseqüentemente, sua causa. Para usar a Metodologia de Análise de Erros defendida por Cury, é preciso ler todas as respostas dadas pelos alunos com um olhar crítico, para assim poder categorizar os erros de forma precisa. As questões podem, inicialmente, ser classificadas da seguinte forma:

- **Correta:** quando não há o que corrigir. Nesse caso o aluno atingiu todos os objetivos da questão;
- **Parcialmente correta:** quando o aluno compreendeu e iniciou a resolução de forma correta e, por alguma razão, se perdeu na resolução;
- **Incorreta:** quando o aluno demonstrou total falta de compreensão ao que foi pedido na questão.

Após essa classificação, o professor deve criar categorias, com o objetivo de caracterizar os tipos de erros cometidos nas respostas parcialmente corretas e nas incorretas, explorando com mais propriedade suas causas e conseqüências. A partir dessa análise aprofundada, ele poderá criar estratégias mais eficazes para reduzir os erros daqueles tipos.

Veja o que os PCN explanam sobre a análise de erros:

Nesse sentido, a observação do trabalho individual do aluno permite a análise de erros. Na aprendizagem escolar o erro é inevitável e, muitas vezes, pode ser interpretado como um caminho para buscar o acerto. Quando o aluno ainda não sabe como acertar, faz tentativas, à sua maneira, construindo uma lógica própria para encontrar a solução. Ao procurar identificar, mediante a observação e o diálogo, como o aluno está pensando, o professor obtém as pistas do que ele não está compreendendo e pode planejar a intervenção adequada para auxiliar o aluno a refazer o caminho. (BRASIL, 1998, p. 55).

Infelizmente, na maioria das vezes, esta análise mais aprofundada dos erros dos alunos pelo professor não acontece por diversas razões, dentre as quais vale a pena destacar o tempo mínimo disponibilizado ao professor para correção e entrega

de notas, a sobrecarga gerada por trabalhar em várias turmas e a falta de preparo para este tipo de abordagem.

Este professor-pesquisador se embasou na Metodologia de Análise de Erros proposta por Cury para analisar as respostas dos testes propostos para os alunos que participaram da pesquisa desta dissertação. Tal análise está detalhada no Capítulo 4.

2.3.1 Alguns trabalhos envolvendo aplicação da Metodologia de Análise de Erros no ensino de Geometria e de Grandezas e Medidas

Nesta seção serão apresentadas algumas pesquisas que envolveram o uso da Metodologia de Análise de Erros no ensino de Geometria e de Grandezas e Medidas.

Costa, M. V. S. (2020) apresentou um trabalho, tendo como público-alvo alunos do segundo ano do Ensino Médio Regular Noturno, de uma escola pública no município do Rio de Janeiro, cujo objetivo geral foi responder à seguinte questão norteadora: “quais são os principais tipos de erros, cometidos por alunos de uma turma do Ensino Médio noturno, na resolução de problemas de áreas de superfícies e de volumes de sólidos geométricos?” (COSTA, M. V. S., 2020, p. 11).

O autor supracitado aplicou, na turma pesquisada, um questionário diagnóstico e algumas atividades abordando resolução de problemas que envolviam o cálculo da área de superfícies e de volumes de sólidos geométricos. Depois usou a Metodologia de Análise de Erros para chegar ao objetivo descrito anteriormente. O trabalho, de natureza qualitativa, obteve como principais resultados:

Um tipo de erro durante a execução das atividades foi o erro E5, ou seja, questões em branco. [...] este tipo de erro também pode ocorrer devido à ausência de motivação do aluno para com o problema proposto e ao ambiente escolar.

[...]

O erro E3, classificado como erro interpretativo, ocorreu quando o estudante fez confusão com algum dado do problema em questão ou também não conseguiu fazer a “tradução” das informações apresentadas no enunciado do problema para uma linguagem matemática. [...] Para que se possa amenizar este tipo de erro, o autor desta dissertação sugere que sejam

propostos, inicialmente, problemas mais fáceis de serem interpretados e que o nível de dificuldade desses problemas venha subindo gradualmente. Também sugere que existam aulas conjuntas com o professor de Língua Portuguesa, pois acredita que este último poderá auxiliar, de uma forma mais didática, aos estudantes interpretarem corretamente o que é proposto. (COSTA, M. V. S., 2020, p. 88-89).

Costa, M. V. S. (2020) encontrou outros tipos de erros cometidos por seus alunos na resolução de problemas que ele propôs, a saber: erro total (E4), erro conceitual (E2) e erro aritmético (E1).

Fuck (2013) realizou uma pesquisa com 34 estudantes de EJA e PROEJA, numa escola da Região Metropolitana de Porto Alegre, Rio Grande do Sul. Sua pesquisa visou responder à seguinte questão norteadora: “quais são os tipos de erros mais frequentes em questões de área e perímetro de quadrados e retângulos, cometidos por alunos de EJA e PROEJA?” (FUCK, 2013, p. 16).

Fuck (2013) aplicou testes para esses estudantes, cujas questões envolveram área e perímetro de figuras geométricas planas. Além disso, usou a Metodologia de Análise de Erros para avaliar as respostas apresentadas pelos alunos. Os principais resultados que esse autor encontrou foram os seguintes:

ausência de relação dos conceitos de área e perímetro com o contexto; desconhecimento da característica dos quadrados referente à assertiva de que todos os lados do polígono apresentam a mesma medida; confusão nas operações matemáticas envolvidas nos cálculos de área e perímetro; equívocos conceituais das grandezas. (FUCK, 2013, p. 16).

Os resultados por ele encontrados são bem semelhantes aos que serão apresentados adiante no desenvolvimento dessa pesquisa. Apesar de o público-alvo ser diferente do que foi abordado neste presente trabalho, o conteúdo é intimamente próximo, já que na pesquisa em questão também foram trabalhados os cálculos de áreas e de perímetros de polígonos.

Amarante (2019), em sua dissertação de mestrado, usou a Metodologia de Análise de Erros para avaliar os tipos de erros cometidos por alunos de terceiro ano do Ensino Médio de duas escolas estaduais do Município de Óbidos, no Estado do Pará, em problemas de Geometria abordados na 13ª edição da OBMEP (Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas), de 2017. Como resultado de sua pesquisa, esse autor observou uma grande ocorrência de erros relacionados a

conteúdos que deveriam ser apreendidos nos anos anteriores da Educação Básica. Também observou que os alunos tiveram problemas com a interpretação de conceitos matemáticos. Ele fez uma reflexão muito importante em relação aos erros cometidos pelos alunos e o impacto desses no trabalho do professor. Veja:

A partir das análises feitas para a obtenção dos resultados, foi que percebi o quanto os erros dos alunos podem transmitir informações acerca do nível de aprendizagem que estes apresentam. [...] Percebi que os alunos vão prosseguindo nas séries, sem concretizar o conhecimento que seria adequado para prosseguir nos estudos. Ao passar dos anos, essas lacunas de conhecimentos se tornam verdadeiras barreiras, dificultando tanto o aprendizado dos alunos quanto a prática docente. (AMARANTE, 2019, p. 113).

Essa análise chama a atenção para uma das possíveis causas do número elevado de erros cometidos pelos alunos de maneira geral. Essa observação se faz necessária, no sentido de apresentar um olhar mais amplo do processo gradativo de como o conteúdo, considerado básico, vai se perdendo no decorrer dos anos, às vezes de forma quase imperceptível. Essas lacunas criadas tendem a ficar cada vez maiores com o avanço dos anos letivos, até que questões de avaliações externas “escancarem” as deficiências existentes no processo ensino-aprendizagem.

Cordeiro (2009), em sua dissertação de mestrado, usou a Metodologia de Análise de Erros para avaliar as respostas de alunos do Ensino Médio de uma escola estadual de Nova Iguaçu, Rio de Janeiro, em questões de Geometria da OBMEP de 2005 a 2008. Para esse estudo, o autor fez adaptações em questões objetivas desses exames, transformando-as em questões discursivas. Como resultado, ele observou que as principais dificuldades enfrentadas pelos alunos na resolução desses problemas foram a interpretação de textos e as falhas nos pré-requisitos para a compreensão desses problemas. Ele apresentou uma proposta em relação à forma como o estudo de Geometria poderia ser conduzido desde as séries iniciais. “Mas, em particular defendo, antes de qualquer coisa, que sejam destinados tempos de aula, não professores, exclusivos para geometria e o trabalho com desenho geométrico desde as séries iniciais” (CORDEIRO, 2009, p. 74).

Cordeiro (2009) defendeu essa ampliação do tempo dedicado à Geometria e aos trabalhos com desenho geométrico, com base em sua observação enquanto

professor e em vários depoimentos que ouviu dos alunos participantes da pesquisa. Destaca-se o seguinte trecho:

Outro aspecto que observei é que pelo fato da geometria plana não ser uma disciplina específica contida no currículo, e sim um desmembramento da matemática, como álgebra e aritmética, mas devido a sua fundamental importância, sob o ponto de vista histórico, teórico e aplicativo, torna-se imprescindível que o professor de matemática repense seu planejamento anual de forma a incluí-la, pelo menos, no início do terceiro bimestre e não deixá-la para o fim do ano letivo, como muitos profissionais fazem. O mais aconselhável, seria reservar parte dos tempos de aula e trabalhá-la durante todo o ano letivo. (CORDEIRO, 2009, p. 78).

Este trecho sugere uma reflexão bem interessante em relação ao modo como o erro ou deficiência dos alunos, no que diz respeito à aprendizagem de Geometria, pode ser causado ou agravado pela forma como esta área do conhecimento é conduzida e trabalhada no decorrer do ano letivo em muitas escolas.

Veja que as falas de Amarante (2019) e Cordeiro (2009) se complementam. Enquanto Cordeiro apresentou uma possível causa para os erros, Amarante comentou sobre suas consequências, quando disse sobre as lacunas criadas no processo ensino-aprendizagem ao longo dos anos.

3 METODOLOGIA

No ano de 2019, o autor do presente trabalho lecionou, para uma turma de 7º Ano do Ensino Fundamental, um curso de Geometria em uma escola municipal em Piraí, no Estado do Rio de Janeiro. Os sujeitos desta pesquisa foram aproximadamente 18 estudantes da referida turma.

A metodologia de pesquisa deste trabalho envolveu, quanto à natureza, a Pesquisa Aplicada e, quanto aos objetivos, a Pesquisa Exploratória. Quanto aos procedimentos, foram realizadas uma Pesquisa Bibliográfica, já explanada nos Capítulos 1 e 2, além de uma Pesquisa Experimental.

A direção da escola assinou o Termo de Anuência (Anexo A), autorizando o desenvolvimento do trabalho no local. Os alunos assinaram o Termo de Assentimento Livre e Esclarecido (Anexo B) e seus responsáveis assinaram o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (Anexo C). As atividades com os estudantes foram realizadas num período de 6 aulas de 45 minutos cada uma, no quarto bimestre do ano letivo de 2019.

A primeira etapa das atividades com os estudantes pesquisados consistiu na aplicação de um pré-teste, composto por 5 questões dissertativas sobre área e perímetro de figuras planas (Anexo D). Essa etapa foi realizada em uma aula de 45 minutos.

O uso de materiais concretos no estudo de perímetros e de áreas de polígonos, principal temática do trabalho desenvolvido, foi realizado num segundo momento. Foram aplicadas atividades com materiais concretos (geoplano e papel quadriculado) durante um período de quatro aulas de 45 minutos, para que os estudantes se familiarizassem mais com as figuras estudadas e tivessem uma nova perspectiva em relação à construção e às características dos polígonos.

Após essas atividades, foi aplicado um pós-teste, composto por 5 questões dissertativas, com características similares ao pré-teste (Anexo E). Essa etapa foi realizada em uma aula de 45 minutos.

Por se tratar de uma pesquisa experimental, fez-se necessária a aplicação dos testes no início e no fim do processo, a fim de se fazer uma análise do desempenho dos alunos, mediante as atividades realizadas.

Foi adotada uma abordagem qualitativa para a avaliação dos testes aplicados, com base na Metodologia de Análise de Erros, explanada na seção 2.3 do Capítulo 2.

A seguir, serão detalhadas as atividades realizadas com os estudantes, durante a pesquisa.

3.1 Pré-teste

Como citado anteriormente, foi aplicado um pré-teste¹, que será apresentado a seguir, juntamente com os objetivos e gabaritos das questões:

- 1) A chácara do senhor Luís tem o formato e as medidas da figura abaixo:

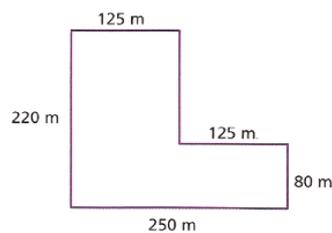


Figura 2

Fonte: www.ursula.com.br › arquivos › arquivo_1336046146

- Quantos metros de arame farpado ele precisa comprar para cercar a chácara com 1 volta de fio?
- Quantos metros de arame farpado ele precisa comprar para cercar a chácara com 6 voltas de fio?

O objetivo dessa questão foi observar se os alunos conseguiriam usar o conceito de perímetro de um polígono em uma situação aplicada.

Solução do item a): Tal questão se refere ao cálculo do perímetro da chácara, portanto, é preciso somar as medidas de todos os seus lados.

Note que a medida de um dos lados da chácara foi omitida na Figura 2, a saber: $220 - 80 = 140$ m.

¹ Todas as questões desse pré-teste foram adaptadas da seguinte fonte:
www.ursula.com.br › arquivos › arquivo_1336046146

Daí, o perímetro da chácara é: $140 + 125 + 80 + 250 + 220 + 125 = 940$ m.

Logo, para cercar a chácara com 1 volta de fio, ele precisa comprar 940 m de arame farpado.

Solução do item b): Como uma volta precisa de 940 m de arame farpado, 6 voltas precisarão de $6 \times 940 = 5640$ m de arame farpado.

2) Qual é a área de um quadrado cujo perímetro é igual a 52 cm?

O objetivo dessa questão foi observar se os alunos conseguiriam estabelecer a relação entre o perímetro e a área de um quadrado.

Solução: Uma vez que todos os lados de um quadrado têm a mesma medida e o perímetro desse quadrado é 52 cm, então a medida de cada um de seus lados é:

$$52 \div 4 = 13 \text{ cm.}$$

Cálculo da área do quadrado de lado l :

$$A = l \times l$$

$$A = 13 \times 13 = 169 \text{ cm}^2.$$

3) Calcule a área do retângulo abaixo.

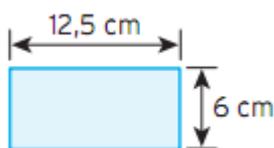


Figura 3

Fonte: www.ursula.com.br › arquivos › arquivo_1336046146

O objetivo dessa questão foi observar o conhecimento dos alunos sobre o cálculo da área de um retângulo.

Solução: Denotando por b e h , respectivamente, a base e a altura do retângulo, então sua área é:

$$A = b \times h$$

$$A = 12,5 \times 6 = 75 \text{ cm}^2.$$

- 4) Se um losango possui diagonal maior medindo 10 cm e diagonal menor medindo 7 cm, qual será o valor de sua área?

O objetivo dessa questão foi observar o conhecimento dos alunos sobre o cálculo da área de um losango.

Solução: Denotando por D e d , respectivamente, a diagonal maior e a diagonal menor do losango, então sua área é:

$$A = \frac{D \times d}{2}$$

$$A = \frac{10 \times 7}{2} = \frac{70}{2} = 35 \text{ cm}^2.$$

- 5) Calcule a área da seguinte região.

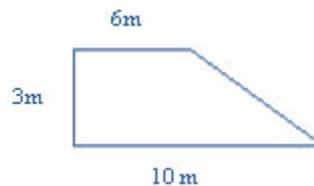


Figura 4

Fonte: www.ursula.com.br › arquivos › arquivo_1336046146

O objetivo dessa questão foi observar o conhecimento dos alunos sobre o cálculo da área de um trapézio.

Solução: Denotando por B , b e h , respectivamente, a base maior, a base menor e a altura do trapézio, então sua área é:

$$A = \frac{(B + b) \times h}{2}$$

$$A = \frac{(10 + 6) \times 3}{2} = \frac{16 \times 3}{2} = 24 \text{ m}^2.$$

3.2 Atividades com o geoplano e com o papel quadriculado

A seguir serão apresentadas algumas atividades desenvolvidas com os alunos, usando o geoplano e o papel quadriculado.



Figura 5 – Realização de uma atividade no geoplano por uma aluna da turma.
Fonte: o autor.

3.2.1 Atividade 1: trabalhando o cálculo do perímetro de um polígono

A turma foi dividida em grupos com quatro alunos para o desenvolvimento desta atividade, que consistiu em construir polígonos com elásticos ou barbantes em um geoplano 5x5, para explorar o perímetro dessas figuras. Após a construção de um determinado polígono, foi calculado o valor de seu perímetro, usando a distância entre dois pregos consecutivos na horizontal e/ou vertical como unidade de medida de comprimento. Veja alguns exemplos nas Figuras 6 e 7:

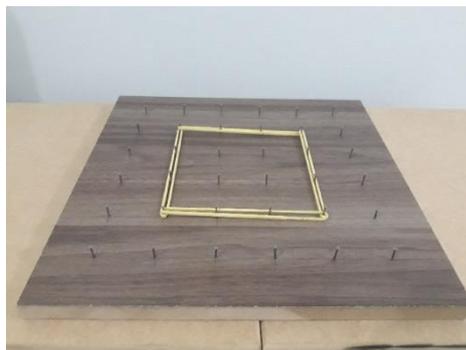


Figura 6 – Exemplo de construção de um quadrado no geoplano.
Fonte: o autor.

Na Figura 6, o perímetro do quadrado apresentado é 12 unidades de comprimento.



Figura 7 – Exemplo de construção de um polígono não convexo no geoplano.
Fonte: o autor.

Na Figura 7, o perímetro do polígono não convexo apresentado é 16 unidades de comprimento.

Também foi utilizado papel quadriculado no desenvolvimento das mesmas atividades realizadas no geoplano. Veja um exemplo na Figura 8.

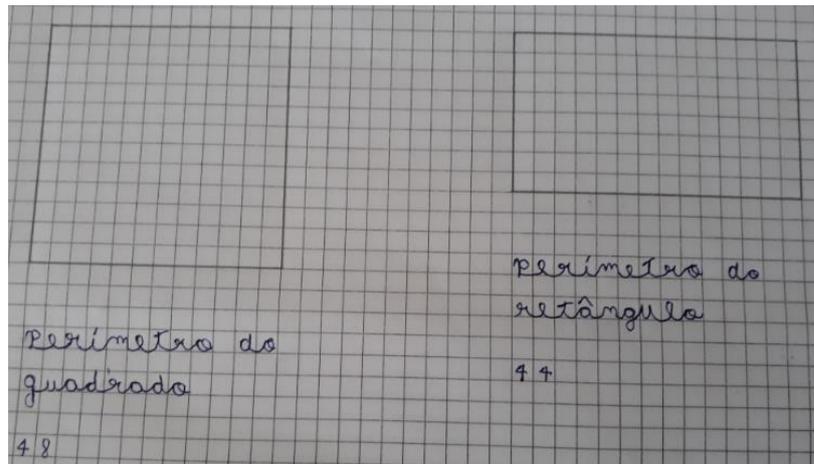


Figura 8 – Exemplo de construção de um quadrado e de um retângulo no papel quadriculado (cálculo de perímetros).
Fonte: o autor.

Os objetivos da reprodução da atividade em outro material foram oferecer mais uma alternativa de construção e possibilitar uma perspectiva diferente. Apesar dos materiais se basearem em estruturas similares (malha quadriculada), o processo de construção dos polígonos aconteceu de forma distinta. Enquanto, no geoplano, os polígonos foram construídos com o auxílio de outros materiais, como barbante e elástico, o processo de construção no papel quadriculado foi por meio de desenho.

Essa variedade de manipulação pode ampliar a forma como o aluno analisa e compreende as propriedades e características dos polígonos construídos.

3.2.2 Atividade 2: trabalhando o cálculo da área de um polígono

Inicialmente, o autor desse trabalho perguntou aos alunos quantos quadrados, com medida de lado de uma unidade, havia no geoplano que eles receberam. Essa pergunta tinha como objetivo chamar a atenção para o espaço (área) ocupado pelos quadrados no geoplano.

Em seguida, a turma foi dividida em grupos com quatro alunos para o desenvolvimento desta atividade, que consistia em construir polígonos com elásticos ou barbantes em um geoplano 5x5, para explorar a área dessas figuras. Após a construção de um determinado polígono, era calculado o valor de sua área, usando a superfície de um quadrado 1x1 como unidade de área. Mais precisamente, os alunos contavam quantos quadrados 1x1 existiam no interior de cada polígono construído. Veja as Figuras 9 e 10, a seguir:



Figura 9 – Exemplo de construção de um polígono não convexo no geoplano.
Fonte: o autor.

Na Figura 9, a área do polígono construído é 21 unidades quadradas.



Figura 10 – Exemplos de construção de quadriláteros no geoplano.
Fonte: o autor.

Na Figura 10, o retângulo maior tem área de 6 unidades quadradas, o retângulo menor tem área de 2 unidades quadradas e o paralelogramo comum tem área de 6 unidades quadradas.

Foi trabalhado também o cálculo da área de alguns polígonos, por meio da composição e decomposição de suas partes. Veja as Figuras 11, 12 e 13 a seguir:



Figura 11 – Exemplo de construção de um quadrado, composto por três polígonos.
Fonte: o autor.



Figura 12 – Retirada do triângulo superior da construção da Figura 9.
Fonte: o autor.



Figura 13 – Retirada do triângulo menor da construção da Figura 10.
Fonte: o autor.

Observe que o quadrado da Figura 11 tem área de 16 unidades quadradas. O triângulo da Figura 12 tem área de 8 unidades quadradas (construiu-se a diagonal do quadrado da Figura 11 e retirou-se o triângulo superior). O trapézio da Figura 13 tem área de 6 unidades quadradas (construiu-se uma paralela ao maior lado do triângulo da Figura 12, e retirou-se o triângulo menor, cuja área é de 2 unidades quadradas).

Novamente foi utilizado papel quadriculado no desenvolvimento das mesmas atividades realizadas no geoplano. Veja a Figura 14.

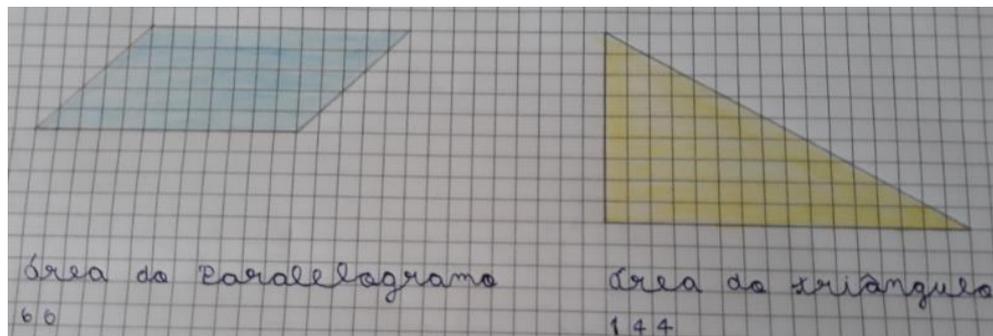


Figura 14 – Exemplos de polígonos construídos no papel quadriculado (cálculo de áreas).
Fonte: o autor.

Por meio dessas atividades, os alunos puderam construir, de forma concreta, alguns polígonos e entender conceitos que até então não estavam tão claros, como por exemplo, a unidade de medida de área.

3.3 Pós-teste

Após o encerramento das atividades descritas na seção 3.2, foi aplicado o pós-teste, que será apresentado a seguir, juntamente com os objetivos e gabaritos das questões:

- 1) Um campo de futebol de formato retangular tem 100 metros de comprimento por 70 metros de largura. Antes de cada treino, os jogadores de um time dão cinco voltas e meia correndo ao redor do campo. Sendo assim, determine:

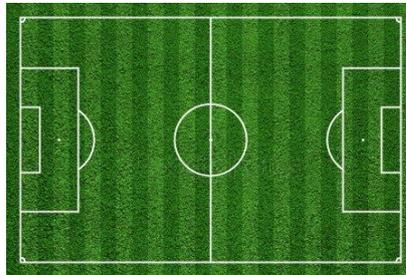


Figura 15 ²

- a) Quantos metros os jogadores correm ao dar uma volta completa no campo?
- b) Quantos metros eles percorrem ao dar as cinco voltas e meia ao redor do campo?

O objetivo dessa questão foi observar se os alunos conseguiriam usar o conceito de perímetro de um polígono em uma situação aplicada.

Solução do item a): Uma volta completa no campo corresponde ao perímetro desse campo, a saber, $100 + 70 + 100 + 70 = 340$ m. Logo, os jogadores correm 340 metros, ao dar uma volta completa no campo.

² Fonte:

https://www.google.com.br/url?sa=i&rct=j&q=&esrc=s&source=images&cd=&ved=2ahUKEwjWgtDdxs_IAhWTJrkGHa8IC5QQjRx6BAgBEAQ&url=https%3A%2F%2Fbr.depositphotos.com%2Fstock-photos%2Fcampo-de-futebol.html&psig=AOvVaw0ROIXvXtpFAeCo1VMXe6mw&ust=1572922385739136

Solução do item b): Basta multiplicar o resultado obtido no item a) por 5,5. Assim, $5,5 \times 340 = 1870$ m. Logo, os jogadores percorrem 1870 m, ao dar cinco voltas e meia ao redor do campo.

2) Sabendo que a área de um quadrado é 36cm^2 , qual é seu perímetro? ³

O objetivo dessa questão foi observar se os alunos conseguiriam estabelecer a relação entre o perímetro e a área de um quadrado.

Solução: Primeiro é necessário descobrir a medida do lado do quadrado, para, em seguida, calcular o seu perímetro.

$$A = l^2$$

$$l^2 = 36$$

$$l = \sqrt{36}$$

$$l = 6 \text{ cm}$$

Como o lado do quadrado tem medida igual a 6 cm, seu perímetro é dado por $6 + 6 + 6 + 6 = 24$ cm.

3) Quanto mede a altura de um retângulo, cuja base é igual a 26 cm e a área é igual a 364 cm^2 ? ⁴

O objetivo dessa questão foi observar se alunos conseguiriam usar o conhecimento sobre o cálculo da área de um retângulo para obter a altura de um retângulo, conhecendo as medidas da base e da área desse polígono.

Solução: Deve-se encontrar h , sabendo que $b = 26$ cm e $A = 364 \text{ cm}^2$:

$$A = b \times h$$

$$364 = 26 \times h$$

$$h = 364 \div 26$$

³ Fonte da questão 2: <https://maismatematica.files.wordpress.com/2010/08/lista-de-areas-1c2b...>

⁴ Fonte da questão 3: www.ursula.com.br/arquivos/arquivo_1336046146

$$h = 14 \text{ cm.}$$

- 4) Num losango, a medida da diagonal maior D é o dobro da medida da diagonal menor d . Sabendo que $D = 50 \text{ cm}$, qual será a medida da área desse losango? ⁵

Os objetivos dessa questão foram observar o conhecimento dos alunos sobre o cálculo da área de um losango e verificar se eles compreenderiam que a diagonal menor desse losango tem a metade da medida da diagonal maior.

Solução:

Como a diagonal maior mede 50 cm, a diagonal menor mede 25 cm. Logo,

$$A = \frac{D \times d}{2}$$

$$A = \frac{50 \times 25}{2}$$

$$A = 625 \text{ cm}^2.$$

- 5) Calcule a área da superfície: ⁶

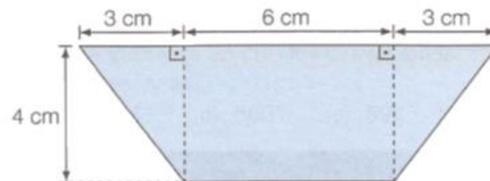


Figura 16

Fonte: www.ursula.com.br › arquivos › arquivo_1336046146

O objetivo dessa questão foi observar o conhecimento dos alunos sobre o cálculo da área de um trapézio.

Solução:

De acordo com a Figura 16, a base maior do trapézio mede 12 cm, sua base menor mede 6 cm e sua altura é 4 cm. Logo,

⁵ Fonte da questão 4: www.ursula.com.br › arquivos › arquivo_1336046146

⁶ Fonte da questão 5: www.ursula.com.br › arquivos › arquivo_1336046146

$$A = \frac{(B + b) \times h}{2}$$

$$A = \frac{(12 + 6) \times 4}{2}$$

$$A = \frac{18 \times 4}{2}$$

$$A = 36 \text{ cm}^2.$$

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

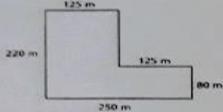
Neste capítulo, serão apresentados os resultados obtidos durante a pesquisa, tendo como base a Metodologia de Análise de Erros apresentada no Capítulo 2.

Nas primeiras aulas, foram perceptíveis as dificuldades dos alunos com conhecimentos básicos de Geometria. Os alunos dificilmente conseguiam associar o cálculo algébrico com a interpretação de seus resultados, desenvolviam os cálculos de perímetros e de áreas de polígonos de forma quase automática, sem estabelecer relação com a figura em questão. Uma outra dificuldade bem evidente foi no reconhecimento de alguns polígonos, quando estes não estavam representados de forma convencional. Por exemplo, alguns alunos não reconheciam o triângulo obtusângulo como exemplo de triângulo.

Para uma melhor análise das respostas dadas pelos alunos no pré-teste, o autor do presente trabalho classificou as questões como corretas, parcialmente corretas ou incorretas, seguindo a Metodologia de Análise de Erros.

Uma questão foi considerada correta quando não houve equívocos em relação à interpretação do enunciado, nem erros conceituais ou aritméticos. Nos exemplos a seguir, a falta da unidade de medida em alguns casos não foi considerada um erro. Apesar de notada e pontuada, a ausência das unidades foi considerada um descuido plausível, levando em consideração a idade e o ano de escolaridade dos alunos envolvidos. Veja um exemplo de questão correta a seguir:

1) A chácara do senhor Luis tem o formato e as medidas da figura abaixo.
Fonte: www.ursula.com.br > arquivos > arquivo 1336046146



Fonte: www.ursula.com.br > arquivos > arquivo 1336046146

a) Quantos metros de arame farpado ele precisa comprar para cercar a chácara com 1 volta de fio?

$$\begin{array}{r} 220 \\ - 80 \\ \hline 140 \end{array} \quad \begin{array}{r} 140 \\ + 125 \\ \hline 265 \end{array} \quad \begin{array}{r} 265 \\ + 80 \\ \hline 345 \end{array} \quad \begin{array}{r} 345 \\ + 250 \\ \hline 595 \end{array} \quad \begin{array}{r} 595 \\ + 290 \\ \hline 885 \end{array} \quad 940 \text{ m}$$

b) Quantos metros de arame farpado ele precisa comprar para cercar a chácara com 6 voltas de fio?

$$\begin{array}{r} 940 \\ \times 6 \\ \hline 5640 \end{array}$$

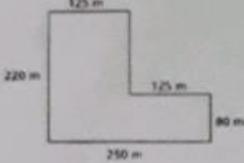
Figura 17 – Exemplo de questão correta.

Fonte: o autor.

Na questão da Figura 17, o estudante interpretou o enunciado de forma correta e os cálculos foram realizados de forma organizada e compreensível. Note que, no item *a* da questão, o aluno colocou a unidade de medida junto com seu resultado. Já no item *b*, não procedeu do mesmo modo.

Uma questão foi considerada parcialmente correta quando não fugiu do contexto que estava sendo considerado. Coisas como falta de atenção em algum detalhe, um erro de cálculo ou a falta de algum dado, podem não ser suficientes para que a questão esteja incorreta em sua totalidade. Agora veja um exemplo de questão classificada como parcialmente correta.

1) A chácara do senhor Luis tem o formato e as medidas da figura abaixo.
 Fonte: www.ursula.com.br > arquivos > arquivo 1336046146



Fonte: www.ursula.com.br > arquivos > arquivo 1336046146

a) Quantos metros de arame farpado ele precisa comprar para cercar a chácara com 1 volta de fio?

$$\begin{array}{r} 220 \\ + 250 \\ + 125 \\ + 125 \\ + 80 \\ \hline 800 \end{array}$$

b) Quantos metros de arame farpado ele precisa comprar para cercar a chácara com 6 voltas de fio?

$$\begin{array}{r} 800 \\ \times 6 \\ \hline 4800 \end{array}$$

Figura 18 – Exemplo de questão parcialmente correta.

Fonte: o autor.

Na resolução apresentada na Figura 18, observe que o aluno interpretou corretamente o significado de perímetro de um polígono ao somar todas as medidas sinalizadas no polígono apresentado na questão. Porém, ele não percebeu que havia um lado desse polígono sem a medida indicada e, conseqüentemente, não chegou ao resultado correto do item *a*. Apesar de ter interpretado o item *b* corretamente, também acabou errando, pelo fato de utilizar o resultado incorreto do item anterior.

Esse tipo de erro se repetiu com relativa frequência entre os alunos que resolveram o pré-teste. Mais adiante, esse quantitativo será mostrado.

Uma questão foi considerada incorreta quando a interpretação do enunciado, por parte do aluno, foi realizada em total desacordo com a proposta da questão. Foram questões em que, muitas vezes, os conceitos foram confundidos ou não compreendidos. A questão apresentada na Figura 19 evidencia muito bem esse tipo de situação. Veja:

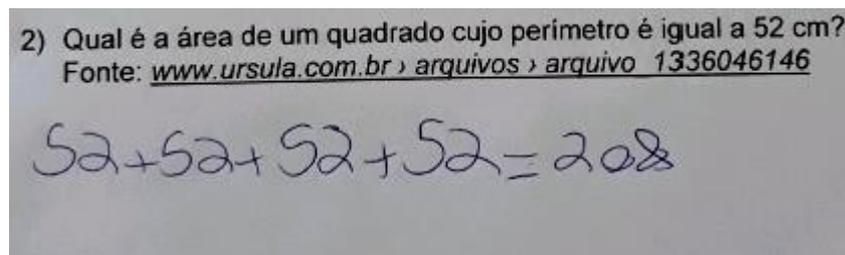


Figura 19 – Exemplo de questão incorreta.
Fonte: o autor.

Observe que o aluno não assimilou o conceito de área de um polígono e confundiu o lado do quadrado com seu perímetro, acarretando numa resolução incorreta.

4.1 Análise dos tipos de erros

Seguindo a Metodologia de Análise de Erros explanada no Capítulo 2, os erros cometidos pelos alunos nos testes aplicados foram classificados de acordo com sua natureza.

A categorização de erros utilizada para as questões parcialmente corretas ou incorretas foi adaptada de Costa, M. V. S. (2020), da seguinte maneira.

- E1 – Erro aritmético: quando o aluno se equivocou ao realizar algum procedimento de Aritmética, na resolução de determinada questão.
- E2 – Erro conceitual: quando o aluno se equivocou durante a aplicação de algum conceito de Geometria ou de Grandezas e Medidas, na resolução de determinada questão.

- E3 – Erro interpretativo: quando o aluno se equivocou ao interpretar o enunciado de determinada questão.
- E4 – Questão em branco: quando o aluno escreveu absolutamente nada na resolução de determinada questão.

Vale ressaltar que, em Costa, M. V. S. (2020), há também o erro classificado como Erro Total, no qual o aluno apresenta alguma resposta sem qualquer tipo de fundamentação. O autor da presente dissertação não utilizou esse tipo de erro, pois não houve casos que se encaixassem nele.

4.1.1 Resultados e análise de erros do pré-teste

Como mencionado no Capítulo 3, inicialmente foi aplicado um pré-teste com 5 questões para os 18 alunos de uma turma de 7º ano do ensino fundamental da rede pública do município de Piraí, que fizeram parte do desenvolvimento das atividades propostas por este professor-pesquisador. Veja o resultado dessa primeira atividade:

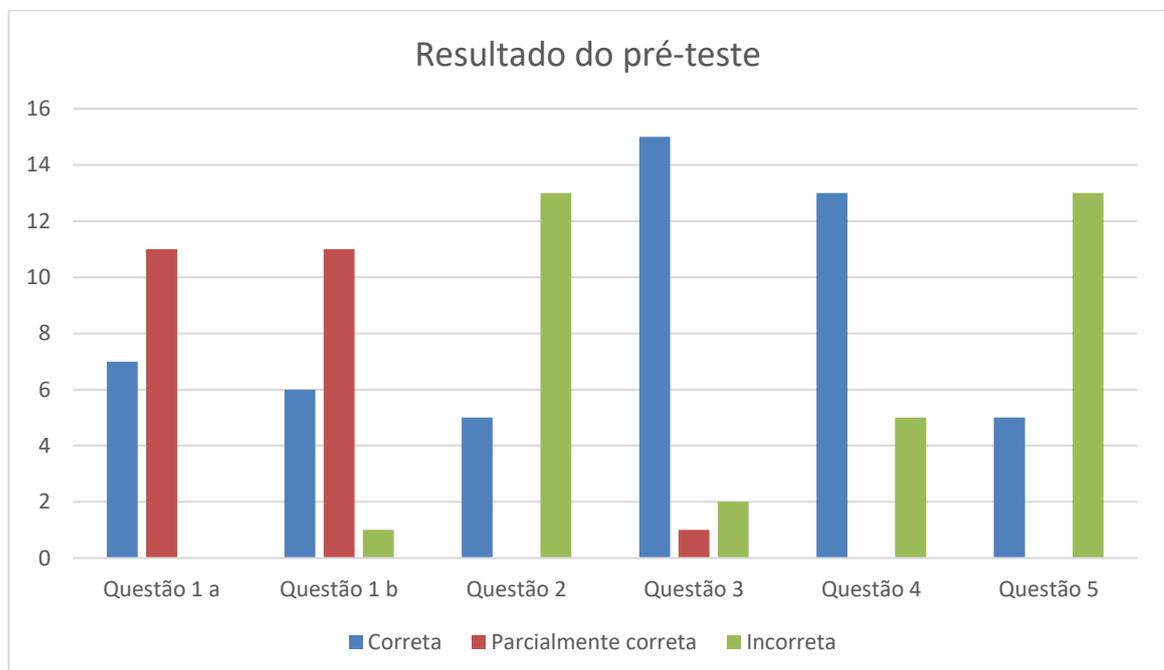


Gráfico 1 – Resultado do pré-teste.
Fonte: o autor.

Segundo o Gráfico 1, as questões 1, 2 e 5 do pré-teste apresentaram maior frequência de erros. Uma possível justificativa em relação ao número elevado de erros nessas três questões seria o nível de complexidade delas. Apesar de o conteúdo ter sido trabalhado pelo professor, em aulas expositivas, antes da aplicação do pré-teste, essas questões apresentaram vários erros conceituais ou de interpretação.

A questão 1 envolveu o cálculo de perímetro e a aplicação contextualizada desse conceito. Veja:

- 1) A chácara do senhor Luís tem o formato e as medidas da figura abaixo:

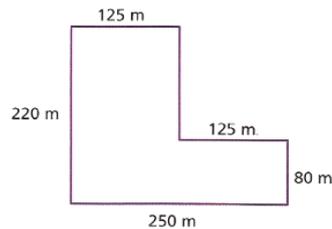


Figura 20

Fonte: www.ursula.com.br › arquivos › arquivo_1336046146

- a) Quantos metros de arame farpado ele precisa comprar para cercar a chácara com 1 volta de fio?
- b) Quantos metros de arame farpado ele precisa comprar para cercar a chácara com 6 voltas de fio?

Veja a seguir o desempenho de cada aluno na questão 1a:

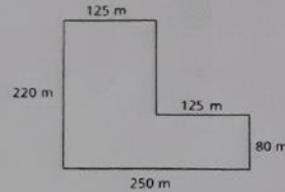
Quadro 1 - Resultados obtidos na questão 1a do pré-teste.

Resultados Alunos	Correta	Parcialmente Correta	Incorreta	E1	E2	E3	E4
1		X				X	
2	X						
3		X				X	
4		X				X	
5	X						
6	X						
7	X						
8		X				X	
9		X				X	
10		X				X	
11		X				X	
12	X						
13		X				X	
14	X						
15		X				X	
16	X						
17		X				X	
18		X				X	

Fonte: o autor.

Note que não houve respostas incorretas. Além disso, veja que o erro cometido nas questões classificadas como parcialmente corretas foram do tipo E3, que se refere ao erro interpretativo. Veja um exemplo de erro do tipo E3 cometido na questão 1a.

- 1) A chácara do senhor Luís tem o formato e as medidas da figura abaixo.
 Fonte: www.ursula.com.br › arquivos › arquivo 1336046146



Fonte: www.ursula.com.br › arquivos › arquivo 1336046146

- a) Quantos metros de arame farpado ele precisa comprar para cercar a chácara com 1 volta de fio?

$$250 + 250 + 125 + 125 + 80 = 800$$

Figura 21 – Erro do tipo E3 na questão 1a do pré-teste, cometido pelo aluno 8.
 Fonte: o autor.

O exemplo da Figura 21 foi resolvido pelo aluno 8. Veja que, para determinar quantos metros de arame eram necessários para cercar a chácara com uma volta de fio, era preciso efetuar o cálculo do perímetro da chácara.

O aluno em questão somou todas as medidas de lados que estavam explícitas na questão. Porém, a medida de um dos lados foi omitida da figura. Portanto seria necessário determinar tal medida, para depois juntá-la com as demais. Como o aluno não encontrou tal medida, acabou calculando o perímetro do terreno de forma incompleta.

O professor-pesquisador deste trabalho considerou que houve um erro interpretativo (E3) neste caso, pois o conceito de perímetro pareceu bem assimilado. Só houve uma desatenção em relação a não inclusão da medida do lado, que não estava explícita, no cálculo deste perímetro.

Agora será apresentado um quadro com o desempenho da turma na questão 1b:

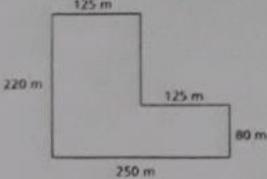
Quadro 2 – Resultados obtidos na questão 1b do pré-teste.

Resultados Alunos	Correta	Parcialmente Correta	Incorreta	E1	E2	E3	E4
1		X				X	
2	X						
3		X				X	
4		X				X	
5	X						
6	X						
7		X		X			
8		X				X	
9		X				X	
10			X			X	
11		X				X	
12	X						
13		X				X	
14	X						
15		X				X	
16	X						
17		X				X	
18		X				X	

Fonte: o autor.

Como a questão 1b estava diretamente ligada à questão 1a, a maioria dos erros cometidos nesse item foram classificados como E3 (erro de interpretação). Entretanto, o aluno 7 acertou a questão 1a, mas não acertou totalmente a questão 1b. Veja o que ocorreu, na Figura 22:

1) A chácara do senhor Luis tem o formato e as medidas da figura abaixo.
 Fonte: www.ursula.com.br › arquivos › arquivo 1336046146



Fonte: www.ursula.com.br › arquivos › arquivo 1336046146

a) Quantos metros de arame farpado ele precisa comprar para cercar a chácara com 1 volta de fio?

$$220 - 80 = 140$$

$$140 + 125 + 80 + 250 + 220 + 125 = 940$$

b) Quantos metros de arame farpado ele precisa comprar para cercar a chácara com 6 voltas de fio?

$$940 \times 6 = 5646$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ 940 \\ \times 6 \\ \hline 5646 \end{array}$$

Figura 22 - Erro do tipo E1 na questão 1b do pré-teste, cometido pelo aluno 7.
 Fonte: o autor.

Observe que o aluno resolveu a questão 1a de forma correta, porém efetuou a multiplicação 940×6 de maneira incorreta. Portanto, diferentemente dos demais, seu erro se encaixou no tipo E1, que se refere ao erro aritmético.

A questão 2 explorou mais de um conceito em seu enunciado (área e perímetro de um quadrado). Veja:

- 2) Qual é a área de um quadrado cujo perímetro é igual a 52 cm?

A seguir será apresentado um quadro com o desempenho da turma na questão 2 do pré-teste.

Quadro 3 - Resultados obtidos na questão 2 do pré-teste.

Resultados Alunos	Correta	Parcialmente Correta	Incorreta	E1	E2	E3	E4
1			X		X		
2			X		X		
3			X				X
4			X		X		
5	X						
6	X						
7			X				X
8	X						
9			X		X		
10	X						
11			X		X		
12			X				X
13			X		X		
14			X				X
15			X				X
16	X						
17			X		X		
18			X	X	X		

Fonte: o autor.

Na questão 2, houve uma diversidade maior de erros cometidos. Apesar de muitos deles terem sido classificados como erros conceituais (E2), alguns foram diferentes entre si. Veja:

2) Qual é a área de um quadrado cujo perímetro é igual a 52 cm?
 Fonte: www.ursula.com.br › arquivos › arquivo 1336046146

$$\begin{array}{r} 52 \\ \times 52 \\ \hline 104 \\ +260 \\ \hline 2704 \end{array}$$

2704 cm^2

Figura 23 – Erro do tipo E2 na questão 2 do pré-teste, cometido pelo aluno 1.
 Fonte: o autor.

O exemplo da Figura 23 é da resolução do aluno 1. Note que ele considerou o perímetro dado como sendo a medida do lado do quadrado. Isso evidencia que o conceito de perímetro não foi assimilado da forma ideal. Sendo assim, o erro cometido foi classificado como E2 pelo autor desta pesquisa.

2) Qual é a área de um quadrado cujo perímetro é igual a 52 cm?
 Fonte: www.ursula.com.br › arquivos › arquivo 1336046146

$$52 + 52 + 52 + 52 = 208$$

Figura 24 - Erro do tipo E2 na questão 2 do pré-teste, cometido pelo aluno 4.
 Fonte: o autor.

O exemplo da Figura 24 é da resolução do aluno 4. Note que ele considerou o perímetro dado como sendo a medida do lado do quadrado. Além disso, ele supostamente calculou a medida do perímetro, ao invés de calcular a medida da área. Isso evidencia que os conceitos de área e perímetro não foram assimilados da forma ideal. Sendo assim, o erro cometido foi classificado como E2 pelo autor desta pesquisa.

2) Qual é a área de um quadrado cujo perímetro é igual a 52 cm?
 Fonte: www.ursula.com.br > arquivos > arquivo_1336046146

$$\begin{array}{r}
 52 \\
 \times 52 \\
 \hline
 104 \\
 260 \\
 \hline
 364
 \end{array}$$

Figura 25 - Erros dos tipos E1 e E2 na questão 2 do pré-teste, cometidos pelo aluno 18.
 Fonte: o autor.

O exemplo da Figura 25 é da resolução do aluno 18. Note que ele considerou o perímetro dado como sendo a medida do lado do quadrado para efetuar o cálculo da área, de forma similar ao aluno 1. Esse fato evidencia que o conceito de perímetro não foi devidamente compreendido, fazendo com que tal erro fosse classificado como do tipo E2. Além disso, ele cometeu um erro aritmético ao efetuar a multiplicação apresentada em sua resolução, o que faz com que a questão seja classificada também como erro do tipo E1. Sendo assim, os erros cometidos pelo aluno em questão foram classificados como E1 e E2 pelo autor desta pesquisa.

A questão 5 envolveu o cálculo direto da área de um trapézio. Vale ressaltar que muitos alunos não fizeram essa questão e alguns a fizeram incorretamente. Tanto os alunos que não fizeram, quanto aqueles que responderam de forma incorreta, apresentaram dificuldade em lembrar da fórmula utilizada para o cálculo da área do trapézio. Tal dificuldade foi de certo modo compreensível, já que, dentre os polígonos estudados (triângulos e quadriláteros notáveis), o trapézio tem características diferentes no cálculo de sua área. Veja a questão 5:

5) Calcule a área da seguinte região.

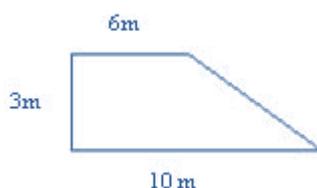


Figura 26

Fonte: www.ursula.com.br > arquivos > arquivo_1336046146

A seguir será apresentado um quadro com desempenho da turma na questão 5 do pré-teste.

Quadro 4 – Resultados obtidos na questão 5 do pré-teste.

Resultados Alunos	Correta	Parcialmente Correta	Incorreta	E1	E2	E3	E4
1			X				X
2			X				X
3			X		X		
4	X						
5	X						
6	X						
7			X				X
8			X				X
9			X				X
10			X		X		
11			X				X
12			X		X		
13			X				X
14	X						
15			X		X		
16	X						
17			X				X
18			X				X

Fonte: o autor.

Veja dois exemplos de erros cometidos na questão 5 do pré-teste:

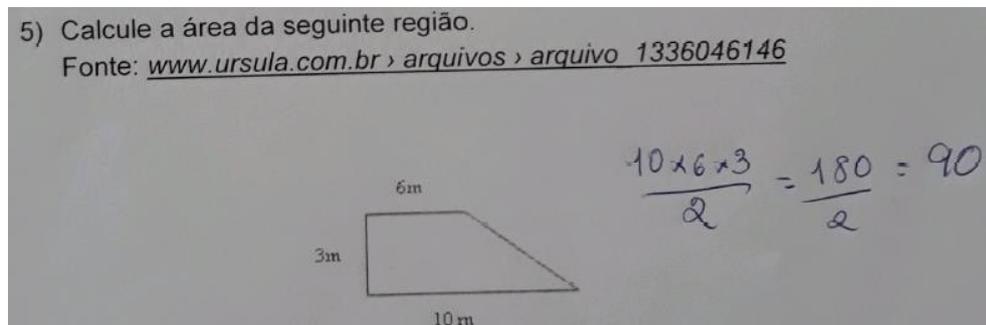


Figura 27 – Erro do tipo E2 na questão 5 do pré-teste, cometido pelo aluno 3.
 Fonte: o autor.

Esse foi o desenvolvimento realizado pelo aluno 3. Observe que houve uma confusão em relação à fórmula do cálculo da área do trapézio. O aluno em questão multiplicou as medidas das bases, juntamente com a medida da altura e, em seguida, dividiu o resultado por 2. Logo, o erro cometido foi do tipo E2.

Já o aluno 10 cometeu um erro semelhante. Ao invés de multiplicar a soma das medidas das bases pela altura, ele somou as três medidas e, em seguida, dividiu o resultado da soma por 2. Logo, o erro cometido foi do tipo E2. Veja:

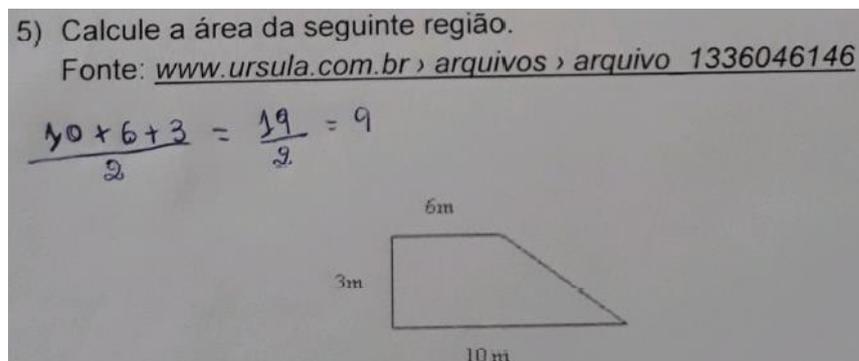


Figura 28 – Erro do tipo E2 na questão 5 do pré-teste, cometido pelo aluno 10.
 Fonte: o autor.

Nas duas situações, os erros evidenciam a dificuldade de aplicar uma relação diferente das demais, já que o cálculo da área de uma região limitada por um trapézio envolve também a operação de adição, além da multiplicação.

Sobre as questões 3 e 4 do pré-teste, como elas receberam maiores quantidades de acertos, optou-se em apenas apresentar os quadros com o desempenho da turma:

Quadro 5 – Resultados obtidos na questão 3 do pré-teste.

Resultados Alunos	Correta	Parcialmente Correta	Incorreta	E1	E2	E3	E4
1	X						
2	X						
3	X						
4	X						
5	X						
6	X						
7	X						
8	X						
9	X						
10	X						
11	X						
12		X		X			
13	X						
14			X				X
15	X						
16	X						
17	X						
18			X		X		

Fonte: o autor.

Quadro 6 - Resultados obtidos na questão 4 do pré-teste.

Resultados Alunos	Correta	Parcialmente Correta	Incorreta	E1	E2	E3	E4
1			X		X		
2	X						
3	X						
4	X						
5	X						
6	X						
7	X						
8	X						
9	X						
10			X				X
11	X						
12	X						
13			X		X		
14	X						
15	X						
16	X						
17			X		X		
18			X		X		

Fonte: o autor.

Apesar da boa relação entre o professor e a turma, os alunos tiveram uma resistência inicial em relação ao desenvolvimento do trabalho proposto. Ainda na fase de aplicação dos pré-testes, houve alguns questionamentos por parte de alguns alunos em relação à nota, por exemplo, mesmo depois deste professor-pesquisador ter explicado que o trabalho que seria desenvolvido estava relacionado à conclusão de um curso de mestrado. Além disso, esse trabalho visava apresentar formas alternativas de abordagem da Geometria, uma vez que seriam utilizados materiais concretos para o estudo de áreas e perímetros de polígonos.

Essa resistência inicial foi se desfazendo quando o professor-pesquisador apresentou o geoplano. Eles gostaram muito do material e queriam ficar construindo várias formas além das que foram propostas no desenvolvimento das atividades. Apesar de o trabalho ter sido desenvolvido em grupo, todos tiveram a oportunidade de conhecer e construir polígonos no geoplano e no papel quadriculado.

Eles gostaram tanto do geoplano que, mesmo depois das atividades e do pós-teste, queriam desenvolver outras atividades explorando o objeto em questão.

4.1.2 Resultados e análise de erros do pós-teste

Após a realização das atividades, foi aplicado um pós-teste com 5 questões, com características similares àquelas que compunham o pré-teste. A aplicação do pós-teste tinha como objetivo comparar o rendimento obtido no pré-teste após o desenvolvimento das atividades com o uso de materiais concretos.

O total de alunos que resolveram o pós-teste foi 17, pois, na data em que ele ocorreu, o aluno 4 faltou à aula. Veja o resultado a seguir:

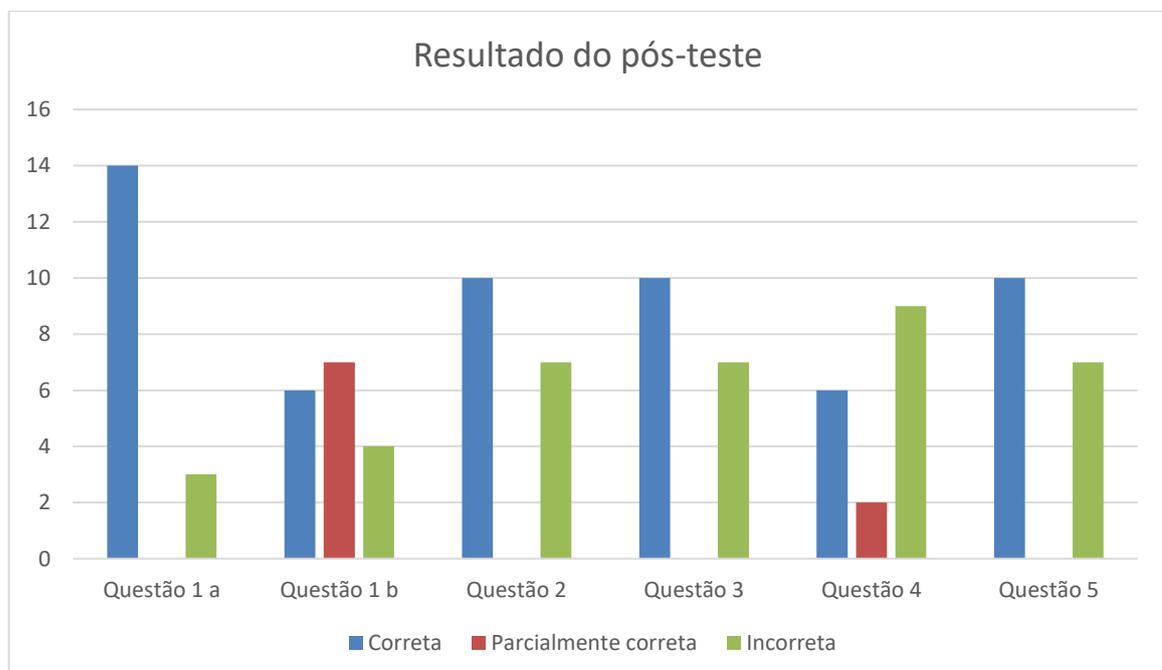


Gráfico 2 – Resultado do pós-teste.
Fonte: o autor.

Veja que, segundo o Gráfico 2, houve uma melhora no rendimento das questões 2 e 5, enquanto na questão 4 houve uma queda, comparando com as questões similares do pré-teste. Vale também destacar o alto número de questões parcialmente corretas e incorretas no item b do exercício 1 do pós-teste.

Este professor-pesquisador fez uma análise dos erros cometidos nas questões 1 e 4, de forma detalhada. Como não houve uma queda de rendimento significativa na questão 3 e ocorreu uma melhora nas questões 2 e 5, optou-se por apenas apresentar o quadro com as classificações das respostas e tipos de erros cometidos nas questões 2, 3 e 5.

A questão 1 do pós-teste envolveu o estudo do perímetro de uma região retangular, juntamente com um cálculo envolvendo número decimal. Veja:

- 1) Um campo de futebol de formato retangular tem 100 metros de comprimento por 70 metros de largura. Antes de cada treino, os jogadores de um time dão cinco voltas e meia correndo ao redor do campo. Sendo assim, determine:

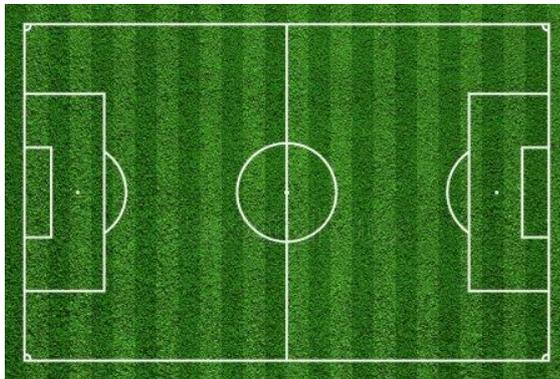


Figura 29 ⁷

- a) Quantos metros os jogadores correm ao dar uma volta completa no campo?
- b) Quantos metros eles percorrem ao dar as cinco voltas e meia ao redor do campo?

⁷ Fonte:

https://www.google.com.br/url?sa=i&rct=j&q=&esrc=s&source=images&cd=&ved=2ahUKEwjWgtDdxs_IAhWTJrkGH8IC5QQjRx6BAGBEAQ&url=https%3A%2F%2Fbr.depositphotos.com%2Fstock-photos%2Fcampo-de-futebol.html&psig=AOvVaw0ROIXVxTpFAeCo1VMXe6mw&ust=1572922385739136

A seguir será apresentado um quadro com desempenho da turma na questão 1a do pós-teste.

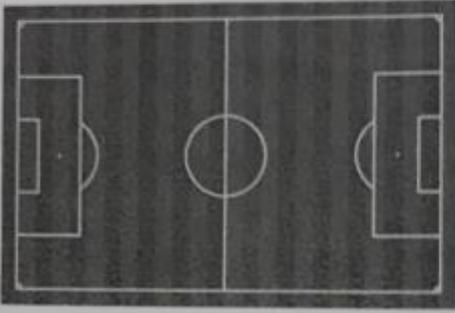
Quadro 7 – Resultados obtidos na questão 1a do pós-teste.

Resultados Alunos	Correta	Parcialmente Correta	Incorreta	E1	E2	E3	E4
1			X		X		
2	X						
3	X						
5	X						
6	X						
7	X						
8	X						
9	X						
10	X						
11			X		X		
12	X						
13			X		X		
14	X						
15	X						
16	X						
17	X						
18	X						

Fonte: o autor.

Os erros na questão 1a foram cometidos pelos estudantes 1, 11 e 13. Coincidentemente, foram erros da mesma natureza. Veja a resolução dessa questão por um desses alunos na Figura 30.

1) Um campo de futebol de formato retangular tem 100 metros de comprimento por 70 metros de largura. Antes de cada treino, os jogadores de um time dão cinco voltas e meia correndo ao redor do campo. Sendo assim, determine:



Fonte:
<https://www.google.com.br/url?sa=i&rct=j&q=&esrc=s&source=images&cd=&ved=2ahUKEwjWqtDdxsIAhWTJrkGH8IC5QQjRx6BAgBEAQ&url=https://3A%2F%2Fbr.depositphotos.com%2Fstock-photos%2Fcampo-de-futebol.html&psig=AOvVaw0ROIXvTpFAeCo1VMXe6mw&ust=1572922385739136>

a) Quantos metros os jogadores correm ao dar uma volta completa no campo?

$$\begin{array}{r} 100 \\ + 70 \\ \hline 170 \end{array}$$

170 m

Figura 30 - Erro do tipo E2 na questão 1a do pós-teste.
 Fonte: o autor.

Note que o aluno em questão somou apenas a metade do perímetro desejado, que seria equivalente a meia volta em torno do campo. Esse tipo de erro pode ser classificado como erro conceitual (E2), já que aparentemente, não houve a compreensão do conceito de perímetro ao resolver a questão.

O autor desta dissertação procurou uma explicação para o surgimento de respostas incorretas na questão 1a do pós-teste, em comparação com a questão 1a do pré-teste, na qual só ocorreram respostas corretas ou parcialmente corretas: embora o desenho do terreno no pré-teste fosse menos simples do que o do pós-teste, as medidas dos lados do terreno no pré-teste estavam explícitas na figura (exceto uma, o que acarretou em várias resoluções parcialmente corretas). Como as informações das medidas do campo de futebol na questão 1a do pós-teste foram fornecidas apenas no enunciado da questão, esses alunos acabaram por somá-las uma única vez.

A seguir será apresentado um quadro com desempenho da turma na questão 1b do pós-teste.

Quadro 8 – Resultados obtidos na questão 1b do pós-teste.

Resultados Alunos	Correta	Parcialmente Correta	Incorreta	E1	E2	E3	E4
1			X		X		
2	X						
3		X		X			
5	X						
6		X		X			
7	X						
8		X		X			
9	X						
10		X		X			
11			X		X	X	
12	X						
13			X		X		
14		X		X			
15		X		X			
16	X						
17		X		X			
18			X			X	

Fonte: o autor.

Apesar de a questão 1b estar diretamente ligada à questão 1a, os tipos de erros cometidos no item b não estavam necessariamente diretamente relacionados ao item a.

Os erros cometidos pelos alunos que resolveram a questão 1b de maneira parcialmente correta foram do tipo E1 (erro aritmético). Veja alguns exemplos.

b) Quantos metros eles percorrem ao dar as cinco voltas e meia ao redor do campo?

$$\begin{array}{r}
 2 \\
 340 \\
 \times 5,5 \\
 \hline
 1705 \\
 1705 \\
 \hline
 1875,5
 \end{array}$$

Figura 31 – Erro do tipo E1 na questão 1b do pós-teste, cometido pelo aluno 3.
Fonte: o autor.

O exemplo da Figura 31 é da resolução do aluno 3. Note que a multiplicação foi realizada de forma incorreta, fazendo com que o erro cometido fosse classificado como E1.

Veja na Figura 32 a resolução da questão 1b, pelo aluno 8.

b) Quantos metros eles percorrem ao dar as cinco voltas e meia ao redor do campo?

$$\begin{array}{r}
 340 \\
 \times 5,5 \\
 \hline
 1700 \\
 1700 \\
 \hline
 2400
 \end{array}$$

Figura 32 – Erro do tipo E1 na questão 1b do pós-teste, cometido pelo aluno 8.
Fonte: o autor.

O erro cometido pelo aluno 8 nesse item também foi classificado como sendo do tipo E1, porém seu desenvolvimento foi diferente do aluno 3.

Os erros cometidos por aqueles que desenvolveram a questão de forma incorreta variaram quanto ao tipo.

Veja, por exemplo, a resolução do aluno 1 na Figura 33:

b) Quantos metros eles percorrem ao dar as cinco voltas e meia ao redor do campo?

$$\begin{array}{r}
 170 \\
 \times 5,5 \\
 \hline
 850 \\
 + 850 \\
 \hline
 935,0
 \end{array}$$

Figura 33 – Erro do tipo E2 na questão 1b do pós-teste, cometido pelo aluno 1.
Fonte: o autor

Essa questão foi classificada como incorreta, com erro do tipo E2 (erro conceitual). Neste caso, como o aluno utilizou o valor incorreto encontrado em 1a, o tipo de erro E2 permaneceu, uma vez que os itens *a* e *b* da questão 1 estavam diretamente relacionados.

Veja a resolução do aluno 11 na Figura 34:

b) Quantos metros eles percorrem ao dar as cinco voltas e meia ao redor do campo?

$$\begin{array}{r}
 170 \\
 + 5,5 \\
 \hline
 225
 \end{array}$$

Figura 34 – Erros dos tipos E2 e E3 na questão 1b do pós-teste, cometidos pelo aluno 11.
Fonte: o autor

Note que, além do erro conceitual (E2), o aluno também cometeu o erro do tipo E3 (erro interpretativo) ao efetuar a operação $170 + 5,5$. Ele interpretou erroneamente que as cinco voltas e meia pedidas na questão eram equivalentes à soma, ao invés da multiplicação do perímetro do campo por 5,5.

Como dito anteriormente, houve um aumento no número de erros cometidos na questão 4 do pós-teste, em comparação com a questão 4 do pré-teste. A questão 4 tratou do cálculo da área de um losango. Veja a seguir:

- 4) Num losango, a medida da diagonal maior D é o dobro da medida da diagonal menor d. Sabendo que $D = 50$ cm, qual será a medida da área desse losango? ⁸

O aumento do número de erros pode ter sido causado pela relação entre as medidas das diagonais dadas no problema. Muitos alunos se perderam na interpretação da informação “a medida da diagonal maior D é o dobro da medida da diagonal menor d”. Veja, a seguir, alguns exemplos de resoluções.

A resolução a seguir (Figura 35) foi feita pelo aluno 2:

4) Num losango, a medida da diagonal maior D é o dobro da medida da diagonal menor d. Sabendo que $D = 50$ cm, qual será a medida da área desse losango?
 Fonte: www.ursula.com.br > arquivos > arquivo 1336046146

$50 \times 25 = 1255$
 $1255 \div 2 = 627$

$$\begin{array}{r} 50 \\ \times 25 \\ \hline 100 \\ 1255 \\ \hline 1255 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1255 \\ \underline{05} \\ 15 \\ \underline{1} \\ 627 \end{array}$$

Figura 35 – Erro do tipo E1 na questão 4 do pós-teste, cometido pelo aluno 2.
 Fonte: o autor.

Na Figura 35, a questão foi classificada como parcialmente correta e o erro cometido foi do tipo E1 (erro aritmético). Veja que o aluno desenvolveu o raciocínio corretamente, entretanto efetuou a multiplicação de forma incorreta.

Veja agora a questão 4, resolvida pelo aluno 11:

4) Num losango, a medida da diagonal maior D é o dobro da medida da diagonal menor d. Sabendo que $D = 50$ cm, qual será a medida da área desse losango?
 Fonte: www.ursula.com.br > arquivos > arquivo 1336046146

$50 + 100 = 150$

Figura 36 – Erros dos tipos E2 e E3 na questão 4 do pós-teste, cometidos pelo aluno 11.
 Fonte: o autor.

⁸ Fonte: www.ursula.com.br > arquivos > arquivo_1336046146

Observe que o aluno não conseguiu interpretar corretamente a relação entre as medidas das diagonais, pois entendeu que, para encontrar a medida da diagonal menor, precisaria encontrar o dobro de 50 cm quando, na verdade, deveria encontrar a metade de 50 cm, caracterizando o erro cometido como E3 (erro interpretativo). Além disso, ele calculou de forma incorreta a área do losango, evidenciando a não compreensão do conceito estudado. Portanto, ele cometeu também o erro do tipo E2 (erro conceitual).

O aluno 14 cometeu um erro diferente dos que foram mostrados anteriormente. Veja a Figura 37.

4) Num losango, a medida da diagonal maior D é o dobro da medida da diagonal menor d. Sabendo que $D = 50$ cm, qual será a medida da área desse losango?
 Fonte: www.ursula.com.br > arquivos > arquivo 1336046146

$$A = \frac{50 \cdot 2}{2} \quad A = \frac{100}{2} = 50$$

Figura 37 – Erro do tipo E3 na questão 4 do pós-teste, cometido pelo aluno 14.
 Fonte: o autor.

Note que ele aplicou corretamente a fórmula para o cálculo da área do losango, porém utilizou um valor incorreto para a diagonal menor, provavelmente associando a palavra “dobro” ao valor 2. Esse erro se encaixa no tipo E3 (erro interpretativo).

A seguir será apresentado um quadro com o desempenho da turma na questão 4 do pós-teste.

Quadro 9 – Resultados obtidos na questão 4 do pós-teste.

Resultados Alunos	Correta	Parcialmente Correta	Incorreta	E1	E2	E3	E4
1			X		X	X	
2		X		X			
3		X		X			
5	X						
6	X						
7	X						
8	X						
9	X						
10			X		X		
11			X		X	X	
12	X						
13			X		X	X	
14			X			X	
15			X				X
16			X			X	
17			X				X
18			X				X

Fonte: o autor.

A seguir será apresentado um quadro com desempenho da turma na questão 2 do pós-teste.

Quadro 10 – Resultados obtidos na questão 2 do pós-teste.

Resultados Alunos	Correta	Parcialmente Correta	Incorreta	E1	E2	E3	E4
1			X		X		
2	X						
3	X						
5	X						
6	X						
7	X						
8	X						
9			X		X		
10	X						
11			X				X
12			X		X		
13			X		X		
14	X						
15			X				
16	X						
17			X				X
18	X						

Fonte: o autor.

A seguir será apresentado um quadro com desempenho da turma na questão 3 do pós-teste.

Quadro 11 – Resultados obtidos na questão 3 do pós-teste.

Resultados Alunos	Correta	Parcialmente Correta	Incorreta	E1	E2	E3	E4
1			X		X		
2	X						
3	X						
5	X						
6	X						
7			X		X		
8	X						
9	X						
10			X				X
11			X		X		
12	X						
13			X		X		
14	X						
15			X		X		
16	X						
17			X		X		
18	X						

Fonte: o autor.

A seguir será apresentado um quadro com desempenho da turma na questão 5 do pós-teste.

Quadro 12 – Resultados obtidos na questão 5 do pós-teste.

Resultados Alunos	Correta	Parcialmente Correta	Incorreta	E1	E2	E3	E4
1			X				X
2	X						
3	X						
5	X						
6	X						
7	X						
8	X						
9	X						
10			X		X		
11			X				X
12	X						
13			X				X
14	X						
15			X		X		
16	X						
17			X		X		
18			X				X

Fonte: o autor.

Na seção a seguir, serão discutidos os resultados obtidos na pesquisa.

4.2 Discussões e reflexões sobre os resultados obtidos

O autor deste trabalho realizou uma comparação entre os resultados obtidos no pré-teste e no pós-teste.

Vale lembrar que, tanto o pré-teste quanto o pós-teste continham 5 questões cada e que as questões equivalentes tinham a mesma numeração. Veja a seguir o resultado da análise feita de cada questão.

Na questão 1a, houve uma melhora significativa no pós-teste, em comparação com o pré-teste. Essa melhora pode ter acontecido pelo fato de a figura dessa questão do pós-teste (retângulo) ser mais usual, se comparada com a figura do pré-teste. Nas duas questões, a situação-problema proposta envolvia o cálculo do perímetro de um terreno. Ainda assim, ocorreram alguns erros na questão 1a do pós-teste, que este professor-pesquisador considerou ter ocorrido pelo fato de as medidas dos lados não terem sido dados na própria figura, mas sim no enunciado. Esse fato pode ter influenciado na hora de calcular o perímetro, pois os erros cometidos foram por considerar as medidas fornecidas apenas uma vez, ou seja, ao invés do cálculo do perímetro, os alunos calcularam o semiperímetro, conforme mencionado na análise de erros feita na seção 4.1.2 deste trabalho.

Na questão 1b, o número de acertos foi o mesmo em ambos os testes. Entretanto, destaca-se o seguinte fato: no pós-teste, foi solicitada a distância percorrida ao redor do campo de futebol, quando se realizam 5 voltas e meia em torno do campo, o que acarreta na multiplicação do perímetro encontrado no item a com o número decimal 5,5. Vários alunos apresentaram dificuldades com a multiplicação envolvendo esse número não inteiro.

Esse problema não ocorreu na questão 1b do pré-teste, pois lá o número de voltas em torno da chácara era inteiro. Ou seja, dificuldades com procedimentos aritméticos influenciaram na resolução dessas questões geométricas, o que sinaliza a necessidade de um trabalho mais intenso na revisão e no esclarecimento de dúvidas envolvendo Números e Operações.

O rendimento da questão 2 do pós-teste foi bem melhor, se comparado à sua questão correspondente do pré-teste. Tais questões envolviam o conceito de perímetro e área de uma região quadrada. Essa melhora sugere que houve uma maior compreensão desses conceitos após as aplicações das atividades realizadas com o auxílio do geoplano e do papel quadriculado. Como relatado no Capítulo 3, as atividades consistiam em construir polígonos no geoplano e explorar o conceito de unidade de comprimento para o cálculo do perímetro e de unidade de medida de área para o cálculo da área da superfície construída limitada pelos elásticos. Desta

forma, era possível visualizar a relação entre a área e a medida do lado de um quadrado. Deste modo, a aprendizagem tornou-se mais significativa, uma vez que o aluno pôde acompanhar e participar ativamente de todo o processo.

Já na questão 3, houve uma queda de rendimento no pós-teste, em comparação com o pré-teste. Este professor-pesquisador acredita que isso ocorreu devido ao fato que a questão do pós-teste exigia um raciocínio inverso do que foi pedido no pré-teste. Ambas as questões envolviam área de uma região retangular. Enquanto no pré-teste a área da região retangular era solicitada de forma direta, no pós-teste, a altura que deveria ser encontrada. Parece que a esquematização desse pensamento causou confusão em alguns alunos.

O rendimento da questão 4 foi o que sofreu uma queda maior no pós-teste, em comparação com o pré-teste. A questão era sobre o cálculo da área de um losango. No pré-teste, a questão forneceu as medidas das diagonais e pediu que fosse calculada a área do losango. Já no pós-teste, foi dada a medida da diagonal maior e foi dito que esta tinha medida igual ao dobro da diagonal menor. Pela análise feita pelo autor deste trabalho, o principal motivo da queda de rendimento nessa questão foi a confusão causada pela relação dobro/metade das medidas das diagonais. Muitos alunos se perderam na interpretação dessas informações, gerando um crescimento considerável no número de erros dessa questão.

Situações como essas sinalizam que vários alunos ainda têm dificuldades com questões que estimulam desenvolver algum tipo de raciocínio, além da “aplicação direta de uma fórmula”. Essa situação destaca a importância de se trabalhar mais em sala de aula com interpretação de enunciados de questões “não diretas”.

A questão 5 se referia ao cálculo da área de uma região limitada por um trapézio. Nessa questão, houve um progresso considerável em relação ao número de acertos. No pré-teste, muitos alunos deixaram de resolver a questão. Segundo este professor-pesquisador, o trapézio foi o polígono que os alunos sentiram mais dificuldade em trabalhar num primeiro momento, mesmo tendo visto o conteúdo previamente. Pela análise feita, isso pode ter acontecido por algumas razões, como, por exemplo, resistência em fazer o pré-teste, cansaço por ser a última questão e, principalmente, pelo fato de a fórmula para o cálculo da área do trapézio ser um pouco mais complexa que as demais. Diferentemente dos demais polígonos

estudados, a fórmula da área do trapézio envolve uma soma, além da multiplicação comum às fórmulas dos outros polígonos. Apesar disso, vale destacar que, mesmo antes das aplicações das atividades com o geoplano e papel quadriculado, houve um aluno que calculou corretamente a área do polígono em questão por meio da decomposição em figuras mais habituais. Veja a Figura 38.

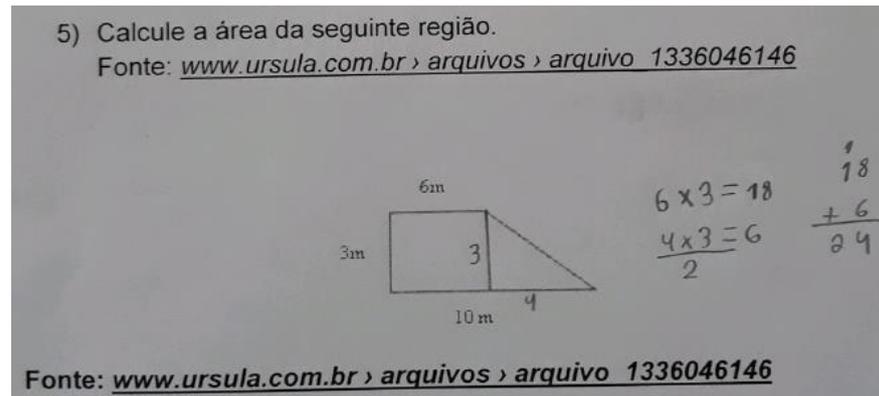


Figura 38 – Questão 5 do pré-teste, resolvida pelo aluno 5.
 Fonte: o autor.

Apesar de o foco principal deste trabalho ser a análise dos erros cometidos, o autor desta pesquisa resolveu destacar a resolução ilustrada na Figura 38, com o objetivo de trazer um exemplo de solução diferente dos demais estudantes.

Como citado anteriormente, houve uma melhora no rendimento da questão 5 no pós-teste. A percepção do autor deste trabalho foi que essa melhora se deu, principalmente, pelo empenho e compreensão dos alunos acerca das atividades propostas no geoplano. Assim, eles puderam perceber que era possível calcular a área do trapézio sem depender única e exclusivamente da fórmula. Ainda assim, a grande maioria recorreu à fórmula para desenvolver o cálculo de forma precisa.

Ao traçar o comparativo dos rendimentos nos testes aplicados, este professor-pesquisador acredita que o uso do geoplano interferiu diretamente na compreensão e solidificação dos conceitos de área e de perímetros de polígonos. Talvez essa interferência não se traduza em todos os resultados obtidos, mas foi perceptível que os alunos ficaram mais à vontade e confiantes para resolverem questões sobre áreas e perímetros de polígonos após a aplicação das atividades. Foi observado uma maior atenção nas aulas e interesse em fazer atividades utilizando o geoplano.

A experiência das atividades foi muito positiva, pois foi notório que alguns alunos despertaram uma curiosidade no estudo da Geometria e no processo de construção dos polígonos. Este professor-pesquisador ficou bastante satisfeito com o entusiasmo demonstrado pela turma na realização das atividades propostas.

Os tipos de erros mais encontrados na análise dos testes aplicados variaram de acordo com os tipos de questões. Veja, primeiramente, a contabilização dos tipos de erros cometidos pelos alunos nas questões do pré-teste.

Como mostrado nos Quadros 1 e 2 da seção 4.1.1, o erro do tipo E3 foi o que mais ocorreu na questão 1 (22 vezes), seguido de uma única ocorrência do erro E1. O erro mais frequente nesta questão foi o esquecimento da soma da medida de um lado que não tinha sido fornecido no desenho. Desse modo, a maioria das questões foi classificada como parcialmente incorreta.

Já na questão 2, houve uma predominância do erro E2 (8 vezes), seguido de algumas ocorrências do erro E4 (5 vezes) e apenas uma ocorrência do erro E1, como evidenciado no Quadro 3 da seção 4.1.1.

Na questão 3, ocorreu apenas um erro de cada um dos tipos E1, E2 e E4, como ilustrado no Quadro 5 da seção 4.1.1

Na questão 4, aconteceram poucos erros. O erro do tipo E2 foi o que mais aconteceu (4 vezes). Houve uma ocorrência do erro E4.

Na questão 5, o erro que mais ocorreu, como mencionado anteriormente, foi o erro E4 (9 vezes) e o erro E2 (4 vezes), como pode ser visto no Quadro 4 da seção 4.1.1.

Dentre os erros cometidos nas questões do pré-teste de maneira geral, os que mais ocorreram foram:

- E3 (erro interpretativo), com 22 ocorrências;
- E2 (erro conceitual), com 17 ocorrências;
- E4 (questão em branco), com 16 ocorrências;
- E1 (erro aritmético), com 3 ocorrências.

Veja agora a contabilização dos tipos de erros cometidos pelos alunos nas questões do pós-teste.

Na questão 1, como evidenciado nos Quadros 7 e 8 da seção 4.1.2, os erros mais frequentes foram E1 (7 vezes), E2 (6 vezes) e E3 (2 vezes).

Já na questão 2, os erros cometidos foram dos tipos E2 (4 vezes) e E4 (2 vezes), conforme ilustrado no Quadro 10 da seção 4.1.2.

A questão 3 teve como erros mais frequentes o erro E2 (6 vezes) e erro E4 (uma vez), como mostrado no Quadro 11 da seção 4.1.2.

A questão 4, ilustrada no Quadro 9 da seção 4.1.2, foi aquela em que ocorreu maior variedade em relação aos tipos de erros. O erro mais frequente foi o do tipo E3 (5 vezes), seguidos de E2 (4 vezes), E4 (3 vezes) e E1 (2 vezes).

Na questão 5, os erros cometidos foram do tipo E4 (4 vezes) e do tipo E2 (3 vezes), como pode ser verificado no Quadro 12 da seção 4.1.2.

Deste modo, a frequência dos erros cometido no pós-teste de maneira geral, pode ser listado em ordem decrescente assim:

- E2 com 23 ocorrências;
- E4 com 10 ocorrências;
- E1 com 9 ocorrências;
- E3 com 7 ocorrências.

De todas as questões analisadas nos testes aplicados, o erro mais cometido foi o de tipo E2 (erro conceitual), com um total de 40 ocorrências. Esse fato evidencia a necessidade de dar um enfoque maior para a consolidação das definições e conceitos que regem a geometria. Pode-se notar, também, que o erro E3 (erro interpretativo) teve um número alto de aparições, o que reforça a necessidade do trabalho de questões em que é preciso extrair informações do enunciado que nem sempre estão apresentadas de forma explícita.

Esses resultados vão ao encontro dos resultados encontrados por Costa, M. V. S. (2020) e Fuck (2013), discutidos no Capítulo 2. Como dito anteriormente, é necessário que haja uma consolidação dos conceitos e definições relacionados ao estudo da Geometria de maneira geral e que sejam trabalhados, com uma frequência ainda maior, questões que levem o aluno a refletir sobre o que está sendo estudado, portanto, que a Geometria não se limite apenas a aplicações de fórmulas sem nenhum sentido para o aluno.

Este trabalho de reforço e afirmação pode ser realizado pelo professor com o auxílio de diversos materiais concretos ou manipuláveis, inclusive o geoplano e o papel quadriculado, materiais estes que serviram como ferramentas para as atividades desenvolvidas no presente trabalho.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho surgiu da vontade e da necessidade de colaborar com a aprendizagem e oportunizar aos alunos do sétimo ano de uma escola pública do Município de Piraí – Rio de Janeiro uma forma mais concreta de olhar para o estudo dos perímetros e áreas de polígonos. Para este fim, foram utilizados o geoplano e o papel quadriculado no desenvolvimento das atividades.

Conforme explanado no Capítulo 1, o objetivo geral deste trabalho foi analisar o desempenho de uma turma de sétimo ano do Ensino Fundamental de uma escola pública, no estudo de áreas e de perímetros de polígonos, com o auxílio do geoplano e do papel quadriculado. Além disso, os objetivos específicos foram:

- Identificar conhecimentos prévios dos alunos participantes sobre áreas e perímetros de polígonos;
- Usar o geoplano e o papel quadriculado, para trabalhar os conceitos de áreas e de perímetros de polígonos nessa turma;
- Discutir o desempenho dos alunos participantes em questões de áreas e de perímetros de polígonos, após a realização das atividades com o geoplano e com o papel quadriculado.

Todos esses objetivos foram considerados cumpridos, de forma satisfatória, nos Capítulos 3 e 4 desta dissertação.

O maior desafio dessa pesquisa foi a construção de estratégias para se trabalhar o estudo de áreas e de perímetros de polígonos com a turma. Para isso, foi pensado nos possíveis materiais concretos que poderiam ser utilizados para este fim, chegando finalmente à conclusão de que o geoplano e o papel quadriculado seriam as ferramentas adequadas para trabalhar essa parte da Geometria Plana.

Para discutir o desempenho dos alunos nas atividades desta pesquisa, o autor desta dissertação recorreu à Metodologia de Análise de Erros, que enriqueceu em vários aspectos a prática deste professor. Antes de conhecer a Metodologia de Análise de Erros, o autor desta pesquisa olhava para os erros cometidos pelos alunos de forma superficial e isolada de um contexto maior. Com o desenvolvimento da pesquisa, foi possível perceber o quão importante é analisar os erros com um olhar mais didático, pois, muitas vezes os erros cometidos pelos alunos sinalizam

algumas situações que possibilitam, ao professor, criação de estratégias com o objetivo de melhorar o rendimento das turmas em que atua como um todo.

É comum olhar para um erro cometido como sinal de má vontade ou incapacidade por parte do aluno. Mas, entre outras coisas, o erro pode ser cometido por uma desatenção, por uma interpretação equivocada ou até mesmo pela falta de conhecimentos prévios que, por várias razões, o aluno pode não ter tido em sua trajetória escolar. É preciso olhar com mais cuidado para os sinais que podem ser apresentados ao analisar os erros.

Cordeiro (2009) chamou a atenção para que a Geometria não seja empurrada para o fim do ano letivo, ou até mesmo omitida das aulas. É necessária uma dedicação, por parte da escola e do professor, para que essa área da Matemática seja tão explorada quanto as partes aritmética e algébrica, visto que a Geometria é tão importante quanto as demais áreas citadas no processo de formação cognitiva do aluno.

Amarante (2019) levantou uma questão extremamente importante que influencia no processo ensino-aprendizagem da Matemática como um todo, e consequentemente, da Geometria. Ele disse que as lacunas deixadas ao longo da vida escolar do estudante causam maior dificuldade no entendimento dos conceitos e interpretação das questões.

As situações levantadas por Cordeiro (2009) e Amarante (2019) se complementam, pois, caso haja um maior enfoque no ensino da Geometria, a tendência é que as lacunas sejam cada vez menores e o aluno tenha uma formação mais sólida em relação a esse assunto. Para isso, é preciso que a Geometria seja vista como parte fundamental do processo ensino-aprendizagem e comece a ser trabalhada com seriedade desde as séries iniciais.

Uma sugestão de desdobramento desta pesquisa seria trabalhar futuramente na construção e na aplicação de sequências didáticas que visem atenuar os tipos de erros apresentados nesta pesquisa.

Este professor-pesquisador espera que o trabalho realizado possa servir como auxílio para outros professores refletirem e, quem sabe, até mesmo melhorar sua prática em relação ao modo como os erros são encarados. A exploração dos erros deve servir para o aprimoramento do professor na metodologia aplicada no processo ensino-aprendizagem.

REFERÊNCIAS

AMARANTE, J. M. N. **Análise de Erros**: reflexões sobre o ensino de geometria no município de Óbidos - PA a partir de questões da OBMEP. 2019. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Faculdade de Matemática, Universidade Federal do Oeste do Pará, Santarém, 2019. Disponível em: https://sca.profmtat-sbm.org.br/sca_v2/get_tcc3.php?id=160040374. Acesso em: 02 nov. 2020.

BRAGA, P. V. S.; SILVA, W. M.; ANDRADE, A. A. Metodologias de ensino de geometria plana na educação básica utilizando materiais concretos. *In: Impactos das tecnologias nas ciências exatas e da terra*. Organização Atena Editora. Ponta Grossa, PR: Atena, 2018. p. 113-127. Disponível em: <https://www.finersistemas.com/atenaeditora/index.php/admin/api/artigoPDF/2252>. Acesso em: 06 out. 2020.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Versão final. Brasília: MEC / SEB, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_sit e.pdf. Acesso em: 06 out. 2020.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Terceiro e Quarto Ciclos do Ensino Fundamental – Matemática. Brasília: MEC / SEF, 1998. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>. Acesso em: 06 out. 2020.

CORDEIRO, C. C. **Análise e classificação de erros de questões de Geometria plana da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas**. 2009. Dissertação (Mestrado em Ensino das Ciências na Educação Básica) – Universidade do Grande Rio, Duque de Caxias, 2009. Disponível em: <http://tede.unigranrio.edu.br/handle/tede/18>. Acesso em: 01 nov. 2020.

COSTA, D. E.; PEREIRA, M. J.; MAFRA, J. R. S. Geoplano no Ensino de Matemática: alguns aspectos e perspectivas da sua utilização na sala de aula. **Amazônia - Revista de Educação em Ciências e Matemáticas**, Belém, v. 7, n. 14, p. 43-52, jan./dez. 2011. Disponível em: <https://periodicos.ufpa.br/index.php/revistaamazonia/article/view/1695/2102>. Acesso em: 18 set. 2020.

COSTA, M. V. S. **Análise de erros em resolução de problemas envolvendo sólidos geométricos**: uma experiência em uma turma de segundo ano do Ensino Médio da rede pública. 2020. 127 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT). Instituto de Ciências Exatas, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, RJ, 2020. Disponível em:

https://sca.profmtat-sbm.org.br/sca_v2/get_tcc3.php?id=171052486. Acesso em: 28 out. 2020.

CURY, H.; BISOGNIN, E.; BISOGNIN, V. A análise de erros como metodologia de investigação. *In*: PROFMAT, 2009, Viana do Castelo-Portugal. **Anais [...]**. Lisboa: APM, 2009. p. 1-12. Disponível em: http://www.apm.pt/files/142359_CO_Cury_Bisognin_Bisognin_4a36c5d50a09a.pdf. Acesso em: 06 out. 2020.

FUCK, R. Análise de Erros em Geometria: uma investigação com alunos da Educação de Jovens e Adultos (EJA). **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, São Paulo, v. 4, n. 2, p. 16-36, 27 dez. 2013. Disponível em: <http://revistapos.cruzeirosul.edu.br/index.php/rencima/article/view/823>. Acesso em: 23 out. 2020.

LUCKESI, C. C. **Avaliação da aprendizagem escolar**: estudos e proposições. 17 ed. São Paulo: Cortez, 2005.

MENEGHETTI, R. C. G. Uma investigação sobre o uso de materiais didáticos manipuláveis para o ensino e aprendizagem da Matemática na Educação Básica. *In*: CIBEM, 7., 2013, Montevideo. **Actas [...]**. Montevideo: CIBEM, 2013. p. 6598 - 6605. Disponível em: https://www.researchgate.net/profile/Renata_Meneghetti/publication/336265406_Um_a_Investigacao_sobre_o_uso_de_Materiais_Didaticos_Manipulaveis_para_o_Ensino_e_Aprendizagem_da_Matematica_na_Educacao_Basica/links/5d9cef4392851c2f70f71c23/Um-Investigacao-sobre-o-uso-de-Materiais-Didaticos-Manipulaveis-para-o-Ensino-e-Aprendizagem-da-Matematica-na-Educacao-Basica.pdf. Acesso em: 06 out. 2020.

PIRAÍ. Secretaria Municipal de Educação. Divisão Técnico-Pedagógica. **Planejamento Curricular – Matemática – 2018**. Piraí: SME, 2018.

RAMOS, E. M. F.; MENDONÇA, N. D. A. **Geoplano**: um software no ensino da Matemática. 2000. Disponível em: <http://www.inf.ufsc.br/~edla.ramos/publicacoes/Geoart.pdf>. Acesso em: 18 set. 2020.

RÊGO, R. G.; RÊGO, R. M.; VIEIRA, K. M. **Laboratório de Ensino de Geometria**. Campinas: Autores Associados, 2012.

USISKIN, Z. Resolvendo os dilemas permanentes da geometria escolar. *In*: LINDQUIST, M. M.; SHULTE, A. P. (org.). **Aprendendo e ensinando geometria**. Tradução de Hygino H. Domingues. 1 ed. São Paulo: Atual, 1994. p. 21-39.

VALE, I.; BARBOSA, A. Materiais manipuláveis para aprender e ensinar geometria. **Boletim Gepem**, Seropédica, RJ, n. 65, p. 3-16, jul./dez. 2014. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.4322/gepem.2015.011>. Acesso em: 06 out. 2020.

ANEXO A – CARTA DE ANUÊNCIA



CARTA DE ANUÊNCIA **(Elaborado de acordo com a Resolução 466/2012-CNS/CONEP)**

Aceito os pesquisadores Guilherme Nascimento da Cruz e Aline Mauricio Barbosa (orientadora), sob responsabilidade do pesquisador principal Guilherme Nascimento da Cruz, do Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional da Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro – PROFMAT/UFRRJ, a realizarem pesquisa intitulada Estudo de polígonos, áreas e perímetros de figuras planas no 7º ano do ensino fundamental com o auxílio de materiais concretos, sob orientação da Professora Aline Mauricio Barbosa.

Ciente dos objetivos e da metodologia da pesquisa acima citada, concedo a anuência para seu desenvolvimento, desde que me sejam assegurados os requisitos abaixo:

- O cumprimento das determinações éticas da Resolução nº466/2012 CNS/CONEP.
- A garantia de solicitar e receber esclarecimentos antes, durante e depois do desenvolvimento da pesquisa.
- Não haverá nenhuma despesa para esta instituição que seja decorrente da participação dessa pesquisa.
- No caso do não cumprimento dos itens acima, a liberdade de retirar minha anuência a qualquer momento da pesquisa sem penalização alguma.

Seropédica, ____ de _____ de 2019.

Assinatura e carimbo do responsável

ANEXO B – TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE
JANEIRO
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
MESTRADO PROFISSIONAL EM
MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL -
PROFMAT



TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Você está sendo convidado(a) como voluntário(a) a participar da pesquisa: Estudo de polígonos, áreas e perímetros de figuras planas no 7º ano do ensino fundamental com o auxílio de materiais concretos.

O motivo que nos leva a estudar este assunto é a dificuldade encontrada por vários estudantes do 2º segmento do ensino fundamental em aprender matemática como um todo, incluindo a geometria. Isso pode acontecer por várias razões, dentre elas se destacam o fato de as aulas em geral não parecerem atrativas e principalmente pelo fato de a matemática ser apresentada como a disciplina a ser mais temida por eles.

Nesta pesquisa, abordaremos o uso do material concreto no ensino de alguns tópicos de geometria plana. A mesma se apresenta de forma relevante, no sentido de encorajar outros professores de Matemática a experimentar formas menos tradicionais e mais lúdicas no ensino, visando amenizar as dificuldades apresentadas pelos alunos.

Para este estudo adotaremos os seguintes procedimentos: Aplicação de pré-testes, atividades com materiais concretos e aplicação de pós-testes. Para participar deste estudo, o responsável por você deverá autorizar e assinar um termo de consentimento. Você não terá nenhum custo, nem receberá qualquer vantagem financeira. Você será esclarecido(a) em qualquer aspecto que desejar e estará livre para participar ou recusar-se. O responsável por você poderá retirar o consentimento ou interromper a sua participação a qualquer momento. A sua participação é voluntária e a recusa em participar não acarretará qualquer penalidade ou modificação na forma em que é atendido(a) pelo pesquisador que irá tratar a sua identidade com padrões profissionais de sigilo. Você não será

identificado em nenhuma publicação. Este estudo apresenta risco mínimo, isto é, o mesmo risco existente em atividades rotineiras como conversar, tomar banho, constrangimento em responder alguma pergunta ou outros riscos não previsíveis.

Os resultados estarão à sua disposição quando finalizada. Seu nome ou o material que indique sua participação não será liberado sem a permissão do responsável por você. Os dados e instrumentos utilizados na pesquisa ficarão arquivados com o pesquisador responsável por um período de 5 anos, e após esse tempo serão destruídos. Este termo de consentimento encontra-se impresso em duas vias, sendo que uma cópia será arquivada pelo pesquisador responsável, e a outra será fornecida a você.

Eu, _____, portador(a) do documento de Identidade _____ (se já tiver documento), fui informado(a) dos objetivos do presente estudo de maneira clara e detalhada e esclareci minhas dúvidas. Sei que a qualquer momento poderei solicitar novas informações, e o meu responsável poderá modificar a decisão de participar se assim o desejar. Tendo o consentimento do meu responsável já assinado, declaro que concordo em participar desse estudo. Recebi uma cópia deste termo de assentimento e me foi dada a oportunidade de ler e esclarecer as minhas dúvidas.

Seropédica, ____ de _____ de _____.

(Assinatura do menor)

(Assinatura do(a) pesquisador(a))

Se persistir alguma dúvida, entre em contato com o(a) Coordenador(a) da pesquisa:

Nome: Aline Mauricio Barbosa

Telefone: (21) 99495-9216

E-mail: alinanet2002@gmail.com

ANEXO C – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

(Responsáveis)

UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

Título do Projeto: Estudo de polígonos, áreas e perímetros de figuras planas no 7º ano do ensino fundamental com o auxílio de materiais concretos.

Pesquisador: Guilherme Nascimento da Cruz

Pesquisador(a) responsável (professor(a) orientador(a)): Aline Mauricio Barbosa

Este documento que você está lendo é chamado de Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE), que contém explicações sobre o estudo da pesquisa que está convidado a participar. Solicitamos a sua autorização para a participação do menor _____ nesta pesquisa.

Antes de decidir se deseja autorizar a participação do menor (de livre e espontânea vontade) você deverá ler e compreender todo o conteúdo. Ao final, caso decida autorizar, você será solicitado a assiná-lo e receberá uma cópia do mesmo.

Antes de assinar faça perguntas sobre tudo o que não tiver entendido bem. A equipe deste estudo responderá às suas perguntas a qualquer momento (antes, durante e após o estudo).

O pesquisador declara que garantirá o cumprimento das condições contidas neste Termo de Consentimento Livre e Esclarecido.

Natureza e objetivos do estudo:

- Avaliar conhecimentos prévios de polígonos, áreas e perímetros, por meio da aplicação de pré-testes numa turma do 7º ano do Ensino Fundamental;
- Usar geoplano, papel quadriculado e outros materiais concretos para trabalhar os conceitos de polígonos, áreas e perímetros nessa turma;

- Avaliar o aprendizado desses conceitos, após a realização das atividades com materiais concretos por meio da aplicação de pós-testes nessa turma.

Justificativa:

Vários estudantes do 2º segmento do ensino fundamental sentem muita dificuldade em aprender matemática como um todo, incluindo a geometria. Isso pode acontecer por várias razões, dentre elas se destacam o fato das aulas em geral não parecerem atrativas e principalmente pelo fato de a matemática ser apresentada como a disciplina a ser mais temida por eles.

Nesta pesquisa, abordaremos o uso do material concreto no ensino de alguns tópicos de geometria plana. A mesma se apresenta de forma relevante, no sentido de encorajar outros professores de Matemática a experimentar formas menos tradicionais e mais lúdicas no ensino, visando amenizar as dificuldades apresentadas pelos alunos.

Procedimentos do estudo:

Será aplicado um pré-teste, elaborado pelo autor deste projeto, para verificar o nível de conhecimento acerca de alguns conceitos de geometria plana que serão necessários para o desenvolvimento da pesquisa. Após a aplicação desse teste serão desenvolvidas atividades práticas com a utilização de materiais concretos para explorar os conteúdos de polígonos, áreas e perímetros de figuras planas.

Após a realização dessas atividades, será aplicado um pós-teste com os conteúdos abordados, com nível de dificuldade similar ao do pré-teste, com a finalidade de verificar se o uso de materiais concretos surtiu um efeito positivo ou não em relação à aprendizagem dos conteúdos abordados.

Forma de acompanhamento e assistência:

O menor será acompanhado pelo pesquisador durante todo o período da pesquisa, e será assistido pelo mesmo, antes, durante e depois da pesquisa.

Riscos e benefícios:

Este estudo apresenta risco mínimo, isto é, o mesmo risco existente em atividades rotineiras como conversar, tomar banho, constrangimento em responder alguma pergunta, invasão de privacidade ou outros riscos não previsíveis.

Caso o menor se sinta constrangido em responder alguma pergunta, ele não precisará responder.

O participante terá direito à indenização, através das vias judiciais, diante de eventuais danos comprovadamente decorrentes da pesquisa.

A participação do menor poderá ajudar a conhecer o conceito de sólidos geométricos e sua importância ao longo da vida.

Providências e Cautelas:

Serão tomadas providências e cautelas para evitar e/ou reduzir efeitos e condições adversas que possam causar algum dano, como garantir local reservado e liberdade para não responder questões constrangedoras, estar atento a sinais de desconforto do menor, garantir que sempre serão respeitados os valores culturais, sociais, morais, religiosos e éticos, bem como os hábitos e costumes.

Participação, recusa e direito de se retirar do estudo:

A participação do menor é voluntária. Você não terá nenhum prejuízo se não quiser autorizar.

Você poderá retirar a autorização para o menor participar desta pesquisa a qualquer momento, bastando para isso entrar em contato com um dos pesquisadores responsáveis.

Confidencialidade:

Os dados serão manuseados somente pelos pesquisadores e o material e as suas informações (gravações, entrevistas, etc.) ficarão guardados sob a responsabilidade dos mesmos.

Os resultados deste trabalho poderão ser utilizados apenas academicamente em encontros, aulas, livros ou revistas científicas.

Eu, _____ RG _____,

após receber uma explicação completa dos objetivos do estudo e dos procedimentos envolvidos, autorizo a participação voluntária do menor em fazer parte deste estudo.

Seropédica, ____ de _____ de _____.

Responsável

Orientador(a)

Pesquisador(a)

Se persistir alguma dúvida, entre em contato com o(a) Coordenador(a) da pesquisa:

Nome: Aline Mauricio Barbosa

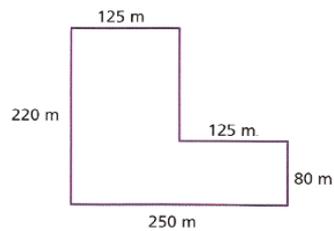
Telefone: (21) 99495-9216

E-mail: alinanet2002@gmail.com

ANEXO D – PRÉ-TESTE

Pré-Teste

- 1) A chácara do senhor Luís tem o formato e as medidas da figura abaixo:

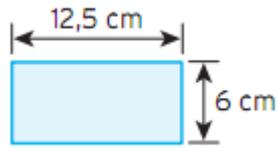


Fonte: www.ursula.com.br > arquivos > arquivo_1336046146

- a) Quantos metros de arame farpado ele precisa comprar para cercar a chácara com 1 volta de fio?
- b) Quantos metros de arame farpado ele precisa comprar para cercar a chácara com 6 voltas de fio?
- 2) Qual é a área de um quadrado cujo perímetro é igual a 52 cm?

Fonte: www.ursula.com.br > arquivos > arquivo_1336046146

3) Calcule a área do retângulo abaixo.

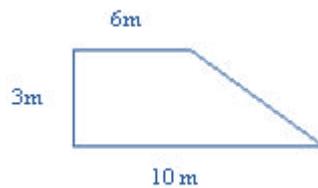


Fonte: www.ursula.com.br > arquivos > arquivo_1336046146

4) Se um losango possui diagonal maior medindo 10 cm e diagonal menor medindo 7 cm, qual será o valor de sua área?

Fonte: www.ursula.com.br > arquivos > arquivo_1336046146

5) Calcule a área da seguinte região.

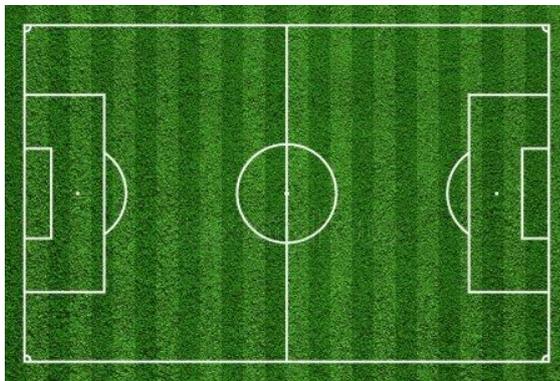


Fonte: www.ursula.com.br > arquivos > arquivo_1336046146

ANEXO E – PÓS-TESTE

Pós-Teste

- 1) Um campo de futebol de formato retangular tem 100 metros de comprimento por 70 metros de largura. Antes de cada treino, os jogadores de um time dão cinco voltas e meia correndo ao redor do campo. Sendo assim, determine:



Fonte:

https://www.google.com.br/url?sa=i&rct=j&q=&esrc=s&source=images&cd=&ved=2ahUKEwjWgtDdxs_IAhWTJrkGHa8IC5QQjRx6BAgBEAQ&url=https%3A%2F%2Fbr.depositphotos.com%2Fstock-photos%2Fcampo-de-futebol.html&psig=AOvVaw0ROIXVxTpFAeCo1VMXe6mw&ust=1572922385739136

- a) Quantos metros os jogadores correm ao dar uma volta completa no campo?
- b) Quantos metros eles percorrem ao dar as cinco voltas e meia ao redor do campo?

2) Sabendo que a área de um quadrado é 36cm^2 , qual é seu perímetro?

Fonte: <https://maismatematica.files.wordpress.com/2010/08/lista-de-areas-1c2b...>

3) Quanto mede a altura de um retângulo, cuja base é igual a 26 cm e a área é igual a 364 cm^2 ?

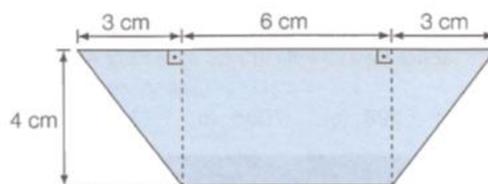
Fonte: www.ursula.com.br/arquivos/arquivo_1336046146

4) Num losango, a medida da diagonal maior D é o dobro da medida da diagonal menor d . Sabendo que $D = 50\text{ cm}$, qual será a medida da área desse losango?

Fonte: www.ursula.com.br/arquivos/arquivo_1336046146

5) Calcule a área da superfície:

Fonte: www.ursula.com.br/arquivos/arquivo_1336046146



**ANEXO F – PLANEJAMENTO CURRICULAR – MATEMÁTICA – 2018,
DA SECRETARIA MUNICIPAL DE EDUCAÇÃO DE PIRAÍ – RJ
(FRAGMENTOS DO DOCUMENTO, REFERENTE AO 7º ANO – EF)**

7º ANO	
1º BIM.	
<p>*NÚMEROS INTEIROS</p> <p>*VALOR ABSOLUTO</p> <p>*OPERAÇÕES COM INTEIROS</p> <p>*NÚMEROS RACIONAIS</p> <p>*NÚMEROS DECIMAIS</p>	<p>Utilizar vídeos explicativos inerentes a cada assunto que será tratado.</p> <p>Uso sistemático do site de matemática e aprendizado https://pt.khanacademy.org/ como instrumento de motivação à aprendizagem do aluno.</p> <p>Utilizar materiais concretos para exposição de novos assuntos afim de facilitar o entendimento do conteúdo de cada aula.</p> <p>Participar dos encontros de formação para troca de experiências no ensino aprendizagem da matemática.</p>
<p>- Ordenar e comparar os números inteiros.</p> <p>- Representar números inteiros na reta numérica.</p> <p>- Determinar o valor absoluto de um número inteiro.</p> <p>- Realizar as quatro operações elementares com os números inteiros.</p> <p>- Calcular potências com números inteiros.</p> <p>- Ordenar e comparar números racionais.</p> <p>- Reconhecer números racionais na forma decimal exata e de dízimas periódicas.</p> <p>- Identificar a localização de números racionais representados na forma decimal na reta numérica.</p> <p>- Realizar operações com números racionais nas formas de fração e decimal.</p>	<p>- Ordenar e comparar os números inteiros.</p> <p>- Realizar as quatro operações elementares com os números inteiros.</p> <p>- Calcular potências com números inteiros.</p> <p>- Ordenar e comparar números racionais.</p> <p>- Reconhecer números racionais na forma decimal exata e de dízimas periódicas.</p> <p>- Identificar a localização de números racionais representados na forma decimal na reta numérica.</p> <p>- Realizar operações com números racionais nas formas de fração e decimal.</p>
2º BIM	
<p>*EQUAÇÃO DO 1º GRAU</p> <p>*INEQUAÇÕES</p> <p>*ÂNGULOS</p>	<p>Utilizar vídeos explicativos inerentes a cada assunto que será tratado.</p> <p>Uso sistemático do site de matemática e aprendizado https://pt.khanacademy.org/ como instrumento de motivação à aprendizagem do aluno.</p> <p>Utilizar materiais concretos para exposição de novos assuntos afim de facilitar o entendimento do conteúdo de cada aula.</p> <p>Participar dos encontros de formação para troca de experiências no ensino aprendizagem da matemática.</p>
<p>- Compreender a diferença entre variável e incógnita.</p> <p>- Resolver equações do 1º grau por meio de estimativas mentais, balancamento e operações inversas.</p> <p>- Resolver problemas significativos utilizando equações do 1º grau.</p> <p>- Compreender e aplicar o conceito de desigualdade.</p> <p>- Utilizar os símbolos $<$ e $>$.</p> <p>- Encontrar soluções particulares de uma inequação do 1º grau.</p> <p>- Reconhecer as propriedades das desigualdades.</p> <p>- Resolver problemas significativos envolvendo o conceito de desigualdade.</p> <p>- Compreender o conceito de ângulo e identificar seus elementos.</p> <p>- Identificar e representar ângulos retos, agudos e obtusos.</p> <p>- Construir ângulos utilizando régua, transferidor e compasso.</p> <p>- Compreender a ideia de ângulo como mudança de direção.</p>	<p>- Compreender a diferença entre variável e incógnita.</p> <p>- Resolver equações do 1º grau por meio de estimativas mentais, balancamento e operações inversas.</p> <p>- Resolver problemas significativos utilizando equações do 1º grau.</p> <p>- Compreender e aplicar o conceito de desigualdade.</p> <p>- Utilizar os símbolos $<$ e $>$.</p> <p>- Encontrar soluções particulares de uma inequação do 1º grau.</p> <p>- Reconhecer as propriedades das desigualdades.</p> <p>- Resolver problemas significativos envolvendo o conceito de desigualdade.</p> <p>- Compreender o conceito de ângulo e identificar seus elementos.</p> <p>- Identificar e representar ângulos retos, agudos e obtusos.</p> <p>- Construir ângulos utilizando régua, transferidor e compasso.</p> <p>- Compreender a ideia de ângulo como mudança de direção.</p>

Fonte: Pirai (2018, p. 3).

3º BIM		
<p>*RAZÃO</p> <p>*PROPORÇÃO / ESCALAS</p> <p>*PORCENTAGEM / DESCONTOS</p> <p>*ÁREAS DE FIGURAS PLANAS</p> <p>*PERÍMETROS</p> <p>*NOÇÃO DE PROBABILIDADE</p>	<p>- Compreender e aplicar o conceito de razão entre duas grandezas.</p> <p>- Reconhecer grandezas proporcionais e estabelecer sua forma de variação (direta ou inversamente proporcional).</p> <p>- Resolver problemas que envolvam variação proporcional, direta ou inversa, entre grandezas.</p> <p>- Compreender a ideia de escalas e suas aplicações.</p> <p>- Resolver problemas significativos que envolvam o conceito de escala.</p> <p>- Utilizar o conceito de razão para calcular porcentagem.</p> <p>- Utilizar a porcentagem para calcular acréscimos e descontos sucessivos.</p> <p>- Utilizar porcentagem para calcular juros.</p> <p>- Identificar diferentes tipos de quadriláteros e triângulos.</p> <p>- Compreender e aplicar o conceito de área de uma figura plana.</p> <p>- Calcular áreas de figuras planas por composição e decomposição de outras figuras.</p> <p>- Resolver problemas significativos envolvendo o cálculo de perímetros e áreas do retângulo, quadrado e triângulo.</p> <p>- Desenvolver noção intuitiva de probabilidade.</p>	<p>Utilizar vídeos explicativos inerentes a cada assunto que será tratado.</p> <p>Uso sistemático do site de matemática e aprendizado https://pt.khanacademy.org/ como instrumento de motivação à aprendizagem do aluno.</p> <p>Utilizar materiais concretos para exposição de novos assuntos afim de facilitar o entendimento do conteúdo de cada aula.</p> <p>Utilizar o cálculo de porcentagem e proporções para determinar o percentual da população Afrodescendente, em nossa comunidade e de uma forma geral.</p> <p>Participar dos encontros de formação para troca de experiências no ensino aprendido da matemática.</p>
4º BIM		
<p>*POLÍGONOS / DIAGONAIS</p> <p>*ORGANIZAÇÃO DE TABELAS</p> <p>*GRÁFICOS</p> <p>*MÉDIAS</p>	<p>- Identificar propriedades de polígonos e diferenciar ângulos internos e externos.</p> <p>- Calcular o número de diagonais de um polígono</p> <p>- Coletar e organizar dados em tabelas.</p> <p>- Ler e interpretar dados representados através de gráficos de colunas e de setores</p> <p>- Resolver problemas que envolvam o cálculo das médias aritméticas simples e ponderadas</p>	<p>Utilizar vídeos explicativos inerentes a cada assunto que será tratado.</p> <p>Uso sistemático do site de matemática e aprendizado https://pt.khanacademy.org/ como instrumento de motivação à aprendizagem do aluno.</p> <p>Utilizar materiais concretos para exposição de novos assuntos afim de facilitar o entendimento do conteúdo de cada aula.</p> <p>Utilizar a construção de tabelas e análise de gráficos para demonstrar o comportamento em números da população Afrodescendente</p> <p>Participar dos encontros de formação para troca de experiências no ensino aprendido da matemática.</p>

Fonte: Pirai (2018, p. 4).