UFRRJ

INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS

MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL – PROFMAT

DISSERTAÇÃO

A COMPREENSÃO DO CONHECIMENTO ASSOCIADO AO RACIOCÍNIO (LÓGICO) MATEMÁTICO: SALA DE AULA X APLICAÇÃO COTIDIANA

Luciano da Rocha Sampaio

2020

UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO

INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS

MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL – PROFMAT

A COMPREENSÃO DO CONHECIMENTO ASSOCIADO AO RACIOCÍNIO (LÓGICO) MATEMÁTICO: SALA DE AULA X APLICAÇÃO COTIDIANA

LUCIANO DA ROCHA SAMPAIO

Sob a Orientação do Professor

Orlando dos Santos Pereira

Dissertação submetida como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em Matemática, no Curso de Pós-Graduação em Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, Área de Concentração em Matemática.

Seropédica, RJ

Julho de 2020

Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
Biblioteca Central / Seção de Processamento Técnico

Ficha catalográfica elaborada
com os dados fornecidos pelo autor

Sampaio, Luciano da Rocha, 1984-
S192c A Compreensão Do Conhecimento Associado ao Raciocínio (Lógico) Matemático: Sala De Aula x Aplicação Cotidiana / Luciano da Rocha Sampaio. - 2020.
71 f.: il.

Orientador: Orlando do Santos Pereira.
Dissertação (Mestrado). – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, 2020.

1. Raciocínio Matemático. 2. Teorias do Conhecimento. 3. Recomendações Curriculares. 4. Proposta Pedagógica para Sala de Aula. I. Pereira, Orlando dos Santos,1976-, orient. II. Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro. Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT. IV. Título.

UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL – PROFMAT

LUCIANO DA ROCHA SAMPAIO

Dissertação submetida como requisito parcial para obtenção do grau de **Mestre**, no curso de Pós-Graduação em Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, área de Concentração em Matemática.

DISSERTAÇÃO APROVADA EM 30/07/2020

Conforme deliberação número 001/2020 da PROPPG, de 30/06/2020, tendo em vista a implementação de trabalho remoto e durante a vigência do período de suspensão das atividades acadêmicas presenciais, em virtude das medidas adotadas para reduzir a propagação da pandemia de Covid-19, nas versões finais das teses e dissertações, as assinaturas originais dos membros da banca examinadora poderão ser substituídas por documento(s) com assinaturas eletrônicas. Estas devem ser feitas na própria folha de assinaturas, através do SIPAC, ou do Sistema Eletrônico de Informações (SEI) e neste caso a folha com a assinatura deve constar como anexo ao final da tese / dissertação.

Banca examinadora: Orlando dos Santos Pereira. Dr. UFRRJ
(Orientador-Presidente)

Luciano Vianna Félix. Dr. UFRRJ

Wanderson José Lambert. Pós Dr. UNIFAL

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO
SISTEMA INTEGRADO DE PATRIMÔNIO, ADMINISTRAÇÃO E CONTRATOS

FOLHA DE ASSINATURAS

Emitido em 30/07/2020

DOCUMENTOS COMPROBATÓRIOS Nº 93-1/2020 - PROFMAT (12.28.01.00.00.00.65)
(Nº do Documento: 6978)

(Nº do Protocolo: NÃO PROTOCOLADO)

(Assinado digitalmente em 07/08/2020 15:55)
LUCIANO VIANNA FELIX
PROFESSOR DO MAGISTERIO SUPERIOR
DeptM (12.28.01.00.00.00.63)
Matrícula: 1770198

(Assinado digitalmente em 05/08/2020 18:10)
ORLANDO DOS SANTOS PEREIRA
PROFESSOR DO MAGISTERIO SUPERIOR
DeptM (12.28.01.00.00.00.63)
Matrícula: 1529131

(Assinado digitalmente em 05/08/2020 18:22)
WANDERSON JOSÉ LAMBERT
ASSINANTE EXTERNO
CPF: 034.343.586-17

Para verificar a autenticidade deste documento entre em https://sipac.ufrrj.br/documentos/ informando seu número: **6978**, ano: **2020**, tipo: **DOCUMENTOS COMPROBATÓRIOS**, data de emissão: **05/08/2020** e o código de verificação: **cbc9fb0782**

AGRADECIMENTOS

Primeiramente agradeço a Deus por sempre me iluminar, me guiar, me abençoar e me dar sabedoria e ânimo para vencer as adversidades do caminho.

Agradeço também aos meus pais pois sem eles eu não estaria aqui. Aos professores do PROFMAT, em especial à Prof.ª Aline Mauricio Barbosa, à época Coordenadora do Curso por ter me dado a oportunidade de me matricular e estudar mesmo trabalhando embarcado e ao Prof. Orlando dos Santos Pereira por ter me aceito como orientando. Aos colegas de turma pela disponibilidade em ajudar e pelo apoio.

À minha esposa e filhos, por já terem o marido e pai ausente pelos embarques, e ainda assim compreenderem a realização de mais essa etapa.

Por fim, sou grato por ter capacidade de adaptação e realização, mesmo diante das dificuldades, das críticas e de eventuais desânimos. Fico grato ainda, por ter tido motivação para iniciar essa jornada, disposição e disciplina para conduzi-la e empenho para concluí-la.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

This study was financed in part by the Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Finance Code 001.

“Eu não sei definir o que é Matemática, mas quando a vejo reconheço-a imediatamente”

(Gilberto Geraldo Garbi)

RESUMO

Desde os primórdios da humanidade, o homem investiga e tece propostas sobre como se dá o processo no qual o ser adquire e constrói seu conhecimento. Diversas formulações e teorias que vão de Sócrates a Gardner ajudaram a contribuir de alguma forma para se determinar, por exemplo, através dos Parâmetros Curriculares Nacionas, os PCN, princípios norteadores para auxiliar a escola e os professores a compreenderem como e o que é aconselhado adotar no que tange os procedimentos balisadores no sistema de aprendizagem. A influência da evolução das frentes tecnológicas impulsionaram a circulação de muita informação advinda de diversas direções e tal fato aparenta ter criado uma lacuna educacional: ao mesmo tempo que propicia liberdade e passividade demasiadas ao indivíduo aluno lhe tirando interesse e papel de responsabilidade, cerceia e pressiona o professor contra a parede lhe induzindo como sendo praticamente o único e grande responsável por todo o processo de formação. O resultado desta situação aparece, em avaliações frequentemente realizadas, com baixos índices que indicam a degradação na aquisição do conhecimento matemático. Portanto, estas são as apreciações feitas por este trabalho o qual, visando deixar alguma contribuição para o meio educacional, apresenta uma proposta doravante denominada CIC – Construção Inversa Contextual, a qual consiste em apresentar um ponto de vista distinto a ser utilizado na prática de sala de aula para fomentar o raciocínio matemático real; e, ainda propõe uma ideia de questões simples sobre conceitos básicos e fundamentais da Matemática para que sirva de inspiração para o professor poder entender melhor que muitas vezes a dificuldade está no elementar e que, com ajustes singelos em sua prática diária, é possível começar a reverter o quadro atual.

Palavras-chave: Teorias; Conhecimento; Educação; Raciocínio; Professor.

ABSTRACT

Since the beginnings of mankind, man investigates and makes proposals on how the process occurs to the human beings acquire and build their knowledge. Several formulations and theories relating from Socrates to Gardner have helped to contribute in some way to determine, for example, through National Educational Parameters Guidelines, in Brazil known as PCN, guiding principles to assist the school and teachers to understand how and what is advised to adopt regarding the guiding procedures in the apprenticeship system. The influence of evolution of the technological fronts boosted the circulation of a lot of information coming from multiple directions and this fact seems to have created an educational gap that as provides too much freedom and passivity to the individual, student, removing interest and responsibility from him, as restrains and traps the teacher against the wall, inducing him to be practically the only and great responsible for the entire formation process. The result of this situation appears, in evaluations frequently carried out, with low indexes that indicate the degradation in the acquisition of mathematical knowledge. Therefore, these are the appraisals made by this work which, in order to make some contribution to the educational environment, presents a proposal henceforth called CIC - Contextual Inverse Construction, which consists of presenting a different point of view to be used in the classroom practice foster real mathematical reasoning; and, still proposes an idea of simple questions about basic and fundamental concepts of Mathematics so that it serves as inspiration for the teacher to be able to better understand that often the difficulty is in the elementary and that, with simple adjustments in his daily practice, it is possible to begin to reverse the current scenario.

Keywords: Theories; Knowledge; Education; Reasoning; Teacher.

LISTA DE FIGURAS

SUMÁRIO

1- INTRODUÇÃO

A Matemática por si só, enquanto mera disciplina, isolada e fria, tende a causar ojeriza em grande parte das pessoas, estudantes ou não. E, usualmente não se verifica um sentimento médio: ou a amam ou a odeiam. Exatamente nesses termos. Porém, excluindo os fatores peculiares intrínsecos a cada um que determinam as preferências pessoais, por que esta bela Ciência, rainha das demais, e de extrema importância é comumente reduzida a uma simples Matéria em um Ensino, esquecendo-se do seu poder de uso para as questões do dia a dia? Por que de modo geral as pessoas tem tanta dificuldade em associar e utilizar o poderio do raciocínio matemático nas situações reais da sua vida tanto em sala de aula quanto fora dela?

O autor deste presente trabalho vem observando de modo mais crítico ao longo do tempo, desde seus estudos pelo Ensino Médio e Técnico até suas Graduações, em suas experiências profissionais e em sua vida cotidiana que, via de regra, grande parte das pessoas, estudantes ou não, possuem muita dificuldade em adotar as ferramentas propiciadas pelo raciocínio matemático para pautarem suas escolhas e decisões. Quer seja na simples resolução de um problema em sala de aula, quer seja no suporte à resolução de uma situação-problema na vida social ou no ambiente profissional. E na aplicação direta de conceitos matemáticos quanto na aplicação das demais ferramentas de estruturação do raciocínio trazidas pela Matemática: o raciocínio matemático de fato.

Nota-se constantemente a necessidade de uso do raciocínio matemático além da sala de aula para se equacionar situações, para se quantificar e julgar, enfim para resolver e decidir. Então se pergunta: “Qual a importância de se estimular o raciocínio matemático na formação do indivíduo? Quais impactos tais estímulos podem lhe trazer para sua vida estudantil, sua vida cotidiana e profissional no favorecimento à tomada de decisões e resolução de problemas?”

É possível incentivar o raciocínio matemático, corretamente estimulado em sala de aula, de sorte a aguçar e transformar os alunos no modo como encaram a resolução de problemas?

Será que o domínio do raciocínio matemático realmente contribui para a compreensão dos seus conceitos e ferramentas na resolução de problemas do cotidiano?

O uso de aplicações de situações reais do cotidiano, em sala de aula, durante o aprendizado regular da Matemática contribui para o interesse e motivação do aluno em utilizar o raciocínio matemático no seu dia a dia?

A matemática vai além do simples ato de decorar fórmulas que, segundo muitos dizem, equivocadamente, “nunca utilizarão em lugar algum”. É preciso dar o devido olhar verificando se tem sido dada a importância aos conceitos matemáticos, ao seu rigor de construção de raciocínio, principalmente os mais básicos; aqueles que servem de pilar para os mais complexos e que também nos auxilia na organização para a tomada de decisões. “É necessário formar cidadãos matematicamente alfabetizados, que saibam como resolver, de modo inteligente, seus problemas de comércio, economia, administração, engenharia e outros da vida diária” (DANTE, 2007).

O presente trabalho, com o desenrolar dos capítulos, tem como objetivo central, conforme apresentado neste Capítulo 1 de Introdução, levantar e analisar os pilares que norteiam a construção do conhecimento associado ao raciocínio matemático; como vem sendo aproveitados em sala de aula, qual o seu alcance, sua compreensão de conceitos matemáticos fundamentais e elementares; se os indivíduos, alunos, os identificam e se sabem como utilizá-los na organização, estruturação, associação e resolução de problemas. Bem como fazer proposta de ações visando à melhoria para a prática docente, contribuindo assim para um processo de desmistificação da matemática lhe atribuindo caráter de aplicação mais prático. Para tal buscar-se-á no Capítulo 2 apresentar a fundamentação histórica e conceituação de o que pode se entender por raciocínio (lógico) matemático; no Capítulo 3 serão abordadas as teorias e recomendações curriculares sobre a compreensão, aquisição e construção do conhecimento; no Capítulo 4 apresentar-se-á o reconhecimento de conceitos básicos da Matemática elementar, como vem sendo trabalhados em sala de aula e podem ser aplicados na vida cotidiana, as deficiências atuais e o papel do docente nesse contexto. No Apêndice, sinaliza-se a Proposta Avaliativa referida no Cap. 4 sobre conceitos matemáticos básicos. E, por fim, nas Considerações Finais, uma reflexão sobre tudo que foi apresentado.

2- O RACIOCÍNIO MATEMÁTICO

2.1- Fundamentação histórica

> "No pequeno não existe menor. Existe sempre um menor, pois o que existe não pode deixar de existir, por maior que seja o número de subdivisões." (ANAXÁGORAS, c. 500 – 480 a.C)

Nos primórdios da humanidade, em textos antigos oriundos das primeiras civilizações orientais do Egito e Babilônia, demasiadamente fragmentados não é possível identificar com rigor o processo de constituição de uma aritmética e de uma geometria. Entretanto, apresentam claramente conceitos sobre objetos concretos, enumeração de objetos agrupados e, medidas de grandezas suscetíveis à adição e à subtração tais como comprimento, área, volume, peso e ângulo. E ideia de unidade e seus múltiplos ou submúltiplos.

Já nos séculos V e VI a.C., apareceram os primeiros filósofos-cientistas milésios e gregos que visavam descobrir a estrutura da matéria e conhecer as origens do universo. Nesse processo de especulações, realização de experimentos e busca pela compreensão da realidade nasceu, dentre outras linhas de pensamento, a Matemática. Pitágoras, na busca por leis que explicassem o universo, dedicou-se à geometria, à aritmética, à astronomia e à música. Daí percebe-se quão impregnado está o raciocínio matemático em outras áreas e situações. Tem-se em Zenão (c. 490 - 430 a.C.) um dos primeiros filósofos a argumentar a partir de premissas e hipóteses formuladas por outros pensadores. Porém deve-se a Euclides a sistematização clara e rigorosa da estruturação do raciocínio matemático da antiguidade – da geometria à teoria das proporções, passando pela teoria dos números irracionais. Sua importância é notória através do seu famoso tratado composto de 13 livros conhecido como Os Elementos de Euclides o qual engloba uma coleção de axiomas, definições, proposições, postulados e provas matemáticas.

Acreditava-se, até meados do século XIX, pretérito, que a geometria euclideana, pautada por seus axiomas e postulados, e valendo-se de métodos rigorosos de demonstração, representava definitivamente o que é certo a respeito de objetos no espaço. Sendo assim, considerada como única área do conhecimento humano acima de dúvidas. Entretanto com o aparecimento de outras geometrias não-euclidianas com expoentes como Lobachevsky (1792-1856) e Poincaré (1854-1912), houve um impulsionamento no desenvolvimento da análise do raciocínio matemático para além da intuição geométrica. Assim, ganharam campo linhas de racicínio focadas em reduzir as bases da análise aos conceitos mais simples da aritmética. Sendo Karl Weierstrass (1848-1893), matemático alemão, pioneiro em dar um ar mais aritmético à análise cujo movimento obteve progressos relevantes com a chamada Escola de Berlim, de onde destacou-se George Cantor (1845-1918).

Cantor desenvolveu a aritmética dos conjuntos, cardinalidade e equivalência entre conjuntos. Mas Gottlob Frege (1848-1925) mostrou, utilizando operações da teoria de conjuntos, que os números naturais poderiam ser construídos a partir do nada, ou seja, do conjunto vazio. Tal fato então permitia que a teoria dos conjuntos tomasse o lugar da aritmética como base para a construção da matemática.

Visto que as relações da teoria dos conjuntos podiam se associar às relações de implicação da lógica as quais compõem o corpo de leis fundamentais do raciocínio, buscou-se a partir daí, principalmente Bertrand Russell (1872-1970) e Alfred North Whitehead (1861-1947), demonstrar que a ideia de conjunto, ou seja, qualquer coleção arbitrária de objetos, poderia servir como base para a construção de toda a Matemática. Ora, se a Matemática é tão somente um desenvolvimento das leis da lógica, todo seu estudo poderia ser reduzido à teoria dos conjuntos.

Teve-se, no entanto, entre 1870 e 1930, uma arena de disputas entre matemáticos e filósofos de diversas correntes sobre a teoria dos conjuntos culminando na descoberta, por B. Russell, das contradições, denominadas por antinomias. E após 1930, os conjuntos voltaram a ser entendidos como uma coleção de objetos matemáticos, como números, figuras geométricas, funções etc. Mas as contradições levantadas serviram para iniciar o que se chamou de a crise dos fundamentos. Nesse contexto, três correntes de pensamento matemático ganharam forma: o platonismo, o formalismo e o construtivismo.

Para os platonistas é fato objetivo a existência dos objetos matemáticos. Independe se temos conhecimento sobre eles ou não. Tais objetos são imutáveis e existem fora do espaço e do tempo. Questionamentos sobre qualquer objeto matemático possui resposta bem definida, quer consigamos descobri-la ou não. Os matemáticos são, portanto, investigadores empíricos, que não podem inventar nada, porque tudo já está aí. São como geólogos se dedicando a procurar e explorar fragmentos e depósitos os quais já existem.

Já os formalistas não acreditam na existência de objetos matemáticos. Para eles, a matemática resume-se em axiomas, demonstrações e teoremas. Logo, há regras das quais fórmulas se originam e estas podem ser aplicadas a problemas. Entretanto sua validade ou falsidade decorre de interpretações que não têm nenhum valor para a matemática pura. Para os formalistas o entendimento platonista não tem significado, pois o que existe é o que se cria a partir de axiomas que se pode modificar a qualquer momento.

Construtivistas, ou intuicionistas, distinguem-se de ambos apesar de tenderem a estar próximos dos platonistas. Acreditam que não existem verdades matemáticas fora do pensamento humano, ou seja, a matemática é apenas o que pode ser obtido por construção finita. Como nenhum conjunto infinito pode ser obtido dessa maneira, a hipótese do contínuo, por exemplo, não faz sentido.

Assim, percebe-se que mesmo o pensamento matemático tendo ao longo do tempo possibilitado diversas linhas de entendimento, em função do contexto e influências históricas de seus atores, manteve preservada a estruturação do seu raciocínio e sua lógica. A construção do raciocínio matemático segue rigor, um rito.

2.2- Conceito

É fato que o raciocínio matemático está diretamente relacionado e envolvido com a lógica. Aristóteles (384-322 a. C) entendia a lógica independente de conteúdo. Referindo-se às formas do pensamento ou às estruturas dos raciocínios visando uma prova ou uma demonstração como argumenta Chauí.

> (...) os Analíticos [de Aristóteles] buscam os elementos que constituem a estrutura do pensamento e da linguagem, seus modos de operação e relacionamento. (...) a lógica é uma disciplina que fornece as leis ou regras ou normas ideais do pensamento e o modo de aplicá-las na pesquisa e na demonstração da verdade. Nessa medida, é uma disciplina normativa, pois dá as normas para bem conduzir o pensamento na busca da verdade (CHAUÍ, 2002, p. 357).

Chauí (2002) destaca também que a junção das palavras raciocínio e lógica resultam do nascimento da matemática (aproximadamente 2.400 anos a. C). O pensamento lógico e a matemática, como já foi dito, sempre estiveram ligados, apesar de terem sido formulados de modo independente e terem se constituídos como ciências de forma separada cada qual com suas buscas.

Para Chauí (2002), raciocínio lógico é um processo de estruturação do pensamento através do qual se permite chegar a uma determinada conclusão ou à resolução de um problema mediante consciência e capacidade de organização do pensamento. Conforme pensa Copi,

> A lógica é uma ciência do raciocínio, pois a sua ideia está ligada ao processo de raciocínio correto e incorreto que depende da estrutura dos argumentos envolvidos nele. Assim concluímos que a lógica estuda as formas ou estruturas do pensamento, isto é, seu propósito é estudar e estabelecer propriedades das relações formais entre as proposições (COPI, 1978, p. 21).

Mortari (2001) enxerga a lógica como sendo uma técnica vinculada ao raciocínio que oferece possibilidades de pensamentos no intuito de buscar a formulação de verdades, ou a construção do conhecimento para que ele se torne verdadeiro. Assim eleva indiretamente os níveis cognitivos das pessoas quando expostas a situações problema de diferentes áreas, principalmente na matemática. Acrescenta ainda que o processo do pensamento lógico sempre segue uma determinada direção o qual busca a conclusão ou a solução de um problema. Porém não necessariamente segue uma linha reta, mas sim uma espiral com avanços, interrupções, rodeios e, até mesmo retrocessos.

Então pode-se entender por raciocínio matemático o modo estruturado do pensar propiciado pela Matemática. A capacidade específica de organizar e processar informações disponíveis, encontrando associações entre elas: semelhanças, diferenças, correlações e relações de causalidade, formando embasamento para a adequada tomada de decisões frente a cada situação. Complementa o raciocínio a capacidade de identificar problemas, planejar, estabelecer metas, traçar estratégias e ações para atingi-las e, então coordenar a execução de sorte a atingir a meta materializando o resultado.

3- COMPREENSÃO, AQUISIÇÃO E CONSTRUÇÃO DO CONHECIMENTO

3.1- Teorias

A busca pelo conhecimento como atividade humana remonta à nossa própria origem. Filósofos e pensadores preocuparam-se, desde a antiguidade, com a compreensão do saber e suas formas de aprendizagem como construção do conhecimento. Então, logo no início, misturavam-se as explicações dos processos lógicos e com as teorias do conhecimento. Aprender em sua essência podia ser entendido como a ação de captar ideias, fixar os nomes, retê-los e evocá-los quando necessário. Tem-se em Sócrates (469-399 a. C), Platão (427-347 a. C) e Aristóteles (384-322 a. C) alguns filósofos representantes dos pensamentos sobre as primeiras concepções da aprendizagem.

Sócrates acreditava que o conhecimento verdadeiro deveria vir de dentro, bastando utilizar a razão para extraí-lo. Afinal, o conhecimento naturalmente já mora no espírito do homem, contudo inato e adormecido e, a aprendizagem busca despertá-lo. Sua linha de construção do saber iniciava com o encorajamento do interlocutor para aceitar um convite ao diálogo. Após o aceite do convite, inicia então a fase da indagação. Durante a conversa, primeiramente, Sócrates adota a ironia em relação às opiniões do interlocutor o indagando através de perguntas reflexivas. Leva aquele a crer que está iludido pelas aparências e pelos preconceitos.

Uma vez a ironia sendo bem sucedida, o interlocutor é levado à dúvida. Sócrates a desperta em seu âmago e o vê preparado para, sozinho, refletir e alcançar as ideias verdadeiras sobre determinado tema. Tal momento é conhecido por maiêutica*:* quando as ideias são dadas à luz. Mesmo que Sócrates tenha mostrado os caminhos, é indispensável que o interlocutor os percorra sozinho. Aprende-se a duvidar das próprias descobertas, a questionar e a reconstruir seu entendimento sobre as coisas ampliando assim seu conhecimento.

Sócrates, portanto, não tinha a intenção de fornecer respostas. Mas sim preocupava-se em transmitir o maior ensinamento que alguém pode receber: a arte de raciocinar.

Platão, discípulo de Sócrates considera quatro formas ou graus de conhecimento que são a crença, a opinião, o raciocínio e a indução. Aborda sua aquisição subdividindo o mundo em dois contextos: o mundo inteligível que seria das formas ou ideias; e, o mundo sensível e concreto. Este, um mundo material acessível pelos sentidos; um mundo conhecido pelo olfato, paladar, audição, visão e tato. Logo, representado pela crença e opinião, as quais por se fundamentarem nas sensações, apresentam uma falsa consciência de si mesmas, julgando-se corretas; para Platão, este mundo é um engano. Enquanto aquele, mundo fora do tempo e do espaço, que está presente no indivíduo desde antes seu nascimento, representa o intelecto e alcança a essência das coisas; essas ideias primordiais, representadas pelo raciocínio e indução, servem para organizar as estruturas dos objetos do mundo comum.

Então, para Platão, atinge-se o conhecimento convertendo o sensível ao inteligível; acessando e despertando o pensamento inato; libertando-se das aparências para se abrir ao conhecimento das ideias verdadeiras. Isso é alcançado através do diálogo e não expondo sistematicamente uma fórmula pronta de pensamento. Pois, o meio mais eficaz de buscar a verdade e o único meio de se chegar ao consenso é estabelecendo o que se diz e por que se diz.

Após a observação dos objetos é que se origina a formulação das ideias sobre os mesmos: era o que defendia Aristóteles, contrariando Platão. Para Aristóteles havia seis formas ou grau de conhecimento: a sensação, a percepção, a imaginação, a memória, o raciocínio e a intuição; estando os mundos sensível e inteligível em um único mundo. Assim, não há distinção entre um e outro: o conhecimento é adquirido e encorpado por informações advindas de todos os graus. A única observação é sobre a intuição a qual, segundo Aristóteles, é puramente intelectual enquanto as demais utilizariam coisas concretas na formação do conhecimento.

Então Aristóteles defendia a aquisição do conhecimento através da experiência. Assim sendo, como a fonte de busca de cada um está diretamente ligada às suas experiências, o conhecimento não é assimilado de forma igual por todos, pois o todo não possui as mesmas experiências. Mas há a possibilidade de introdução de novas ideias não estando preso a uma preexistência delas no espírito. Isso possibilita o desenvolvimento de fundamento para o ensino intuitivo sob esse ponto de vista mais científico, uma vez que se utiliza o método dedutivo, inerente ao seu sistema lógico e, o método indutivo, aplicado às observações, experiências e hipóteses.

Entretanto, a organização social do processo de transmissão do conhecimento é mais recente e se deve à revolução na tecnologia da escrita. A sistemática que até então dependia dos hábitos culturais e, da memória para a aquisição e reprodução dos conhecimentos entrou em crise com o avanço da pesquisa científica, das novas teorias psicológicas, das diversas mudanças sociais, tecnológicas e culturais e, do crescente descompasso entre o que a sociedade espera que seus cidadãos aprendam e os meios dispostos para consegui-lo.

Utilizar o intelecto para compreender as coisas do mundo já não era suficiente, René Descartes (1596-1650) mudou o foco: agora o sujeito e seu interior são o objeto de entendimento na aquisição do conhecimento. Mediante a dúvida, o verdadeiro conhecimento é alcançado através da razão. Para Descartes a razão é algo natural além de ser pertencente a todos os homens, portanto basta seguir o bom senso a conhecimentos recebidos. Como as ciências exatas são o lugar onde a razão está melhor definida, se apropriou do método matemático para aplicar ao seu sistema de pensamento. Acreditava que o seu rigor auxiliaria na condução do pensamento de modo mais exato uma vez que os sentidos nos traem.

Assim, questionando e deixando de lado a experiência dos sentidos e crenças, o conhecimento era adquirido e construído se pudesse ser provado racionalmente. Deu à observação científica a ação interpretativa de cuidadoso monitoramento. Seu raciocínio seguia basicamente quatro regras principais: nunca aceitar nada que não sejam ideias claras e distintas; todos os problemas devem ser divididos em tantas partes simples quanto possível; os pensamentos devem ser ordenados em passos dos mais simples para os mais complexos; e, sempre verificar cuidadosamente se algo passou despercebido.

Como reação ao Racionalismo de Descartes, retoma a cena o *Empirismo* consolidado por John Locke (1632-1704) principalmente, mas também difundido por George Berkeley (1685-1753) e David Hume (1711-1776). No Empirismo, a aquisição do conhecimento é defendida com base na experiência, pois é ela que proporciona conteúdo à nossa consciência. Todo conhecimento emana da experiência sensorial.

Conhecido por comparar a mente humana a uma tabula rasa, uma folha em branco, Locke atribui a experiência e a reflexão como pilares na formação do conhecimento. Tudo que se conhece deriva dessas duas fontes havendo duas formas para o surgimento de ideias: pela sensação, originadas no exterior; e, pela reflexão, surgidas do interior. E, tais ideias podem ser simples ou complexas.

As ideias simples não permitem análise uma vez que se referem às qualidades primárias e secundárias dos objetos: aquelas definem de fato o que é o objeto; enquanto estas consideram as informações sensoriais sobre objeto. Já as ideias complexas associam ideias simples à constituição de substâncias, modos e relações. De sorte que, segundo Locke, o conhecimento humano sobre os objetos do mundo nada mais é que a percepção de ideias que estão em concordância ou discordância umas com as outras.

Berkeley formulou a hipótese de que as coisas só existem conforme são percebidas. As demais, mesmo que ainda não percebidas, tem existência garantida por entidades que as percebem. Hume, ao afirmar que a razão por si só não poderia fazer surgir qualquer ideia original, caminhou no sentido do ceticismo utilizando a distinção de argumentos, proposta por Locke, entre demonstráveis e prováveis. E os dividiu em demonstrações, provas e probabilidades. Tendo as provas como aqueles argumentos da experiência aos quais não se pode oferecer oposição.

Propondo uma síntese entre o racionalismo e o empirismo, Immanuel Kant (1724-1804), propõe um modo crítico de ver as coisas, o *Criticismo*. Pois os pensamentos, oriundos do racionalismo, são vazios de mundo sem o conteúdo da experiência dados pela intuição; ao passo que sem os conceitos, eles deixam de ter sentido (empirismo). Ou, nas palavras de Kant: "Sem sensibilidade nenhum objeto nos seria dado, e sem entendimento nenhum seria pensado. Pensamentos sem conteúdo são vazios, intuições sem conceitos são cegas”. Para a construção do conhecimento é necessário tanto a razão com seus instrumentos, como a experiência com os fatos da realidade empírica. “Todo o conhecimento se inicia com a experiência, isso não prova que todo ele derive dela” (KANT, 1997, p. 36).

Kant ainda classifica os conhecimentos. Por exemplo, na geometria plana é possível saber a priori que a soma dos ângulos internos de um triângulo sempre será cento e oitenta graus, pois eles se formam através de um conhecimento baseado na demonstração; esse tipo independe de toda e qualquer experiência com fatos pois sua validade é verificada com absoluta independência. Trata-se de um produto da razão atribuído por Kant como princípio da causalidade. Já o conhecimento científico, baseado na observação, não fornece certeza. A quantidade de casos ocorridos no passado não prova que tal ocorrência continuará. Por exemplo, por mais que o sol nasça todos os dias por milhares e milhares de anos, não há como se afirmar que este fato sempre continuará ocorrendo no futuro. Assim, a causalidade não está nos fenômenos observáveis por meio da experiência, mas sim no entendimento que analisa os fenômenos. Desse modo, fenômenos sujeitos à transformação não possibilitam uma verdade permanente.

Ao se adotar como ponto de partida a observação ou as experiências, tendo possibilidade de evolução do conhecimento, tem-se então o conhecimento sintético, *a posteriori*. Quando a verdade é absolutamente reconhecida, pela lógica, sem a necessidade de uma prova empírica e sem criar nada novo, tem-se o conhecimento analítico. Estes fornecem a verdade, aqueles se evoluem pelo conhecimento *a posteriori* e assim surge o conhecimento sintético *a priori* que aparece da experiência e é racional. Como se observa em leis da física, por exemplo, de Newton (1643-1727): “os corpos se atraem na razão direta de suas massas, e na razão inversa do quadrado da distância entre eles” (CASTRO, 2008, p. 77). Aí há uma demonstração de uma realidade física a qual necessita que permaneça confiável no futuro. Utiliza como ferramenta o princípio da causalidade, e o princípio *a priori* como instrumento da razão. Logo, tais princípios da razão é que auxiliam na aquisição do conhecimento.

Avançando mais um pouco até por volta de 1870, teóricos alemães começaram a observar que a mente e a percepção humana tem um comportamento bem padronizado ao perceber as formas estruturais vistas em objetos, pessoas, cenários e em tudo que os olhos enxergam. Assim ganhou forma a *Gestalt* (do Alemão “gestalt”, forma) nas mãos de Kurt Koffka (1886-1941) e Wolfgang Köhler (1887-1967).

Para os gestaltistas não se obtém o conhecimento do todo através das partes, e sim as partes por meio do conjunto. Ao receber um estímulo visual, o cérebro não tem só um estímulo sensorial isolado, mas vários sinais complexos. Estes agrupam todas as características consideradas semelhantes, juntando rapidamente todas as partes do item visto. O que significa que, primeiramente os objetos são percebidos em sua totalidade, para que somente depois os detalhes sejam observados. E assim o cérebro percebe, interpreta e incorpora uma imagem ou uma ideia.

No Gestaltismo, o processo de aquisição do conhecimento enfatiza a percepção ao invés da resposta. A resposta serve como sinal indicativo de que a aprendizagem ocorreu, porém não é parte integral do processo. A sequência estímulo-resposta não é enfatizada, mas sim o contexto no qual o estímulo ocorre. E quando a relação entre estímulo e campo é percebida pelo aprendiz, tem-se a origem do *insight* (compreensão repentina de uma situação).

Contudo, no início do século XX, sob a alegação de que os conceitos levantados até eram imprecisos, teóricos como John Watson (1878-1958) deram voz ao chamado *Behaviorismo* (do Inglês “behavior”, comportamento). Linha de pensamento que visa analisar o comportamento do indivíduo em função do meio no qual se está inserido. Uma vez que comportamentos além de serem visíveis, são de fácil observação para auxiliar na compreensão das coisas.

Os behavioristas não faziam qualquer relação a aspectos transcendentais e filosóficos sobre o comportamento dos seres vivos. Para eles, este era apenas funcional e reativo. Visa a uma análise do comportamento de forma objetiva e quantificável. Watson defendia que estudar e entender o meio que circunda o indivíduo possibilita prever e direcionar seu comportamento. Então, pode-se determinar o conhecimento que se deseja construir mediante a repetição que serviria como estímulo. Assim, por meio de um incentivo, o que se deseja aprender vai se tornando familiar.

Na linha do estudo do comportamento na influência para a aquisição do conhecimento, há também o *Associacionismo*. Origina-se na observação do comportamento animal em ambiente controlado para compreender como o ser se influencia na tomada de ação. Baseia-se no entendimento de que o processo de aquisição do conhecimento ocorre por associação de ideias: sendo das mais simples para as mais complexas. Logo, a aquisição de um conteúdo complexo se dá a partir do entendimento das ideias mais simples primeiramente que estão associadas àquele conteúdo.

Edward Thorndike (1874-1949), expoente do associacionismo, e Ivan Pavlov (1849-1936), de modo independente um do outro, desenvolveram conceitos similares sobre um modo de aprendizado por tentativa e erro. A *Lei do Efeito* formulada por Thorndike e a *Lei do Reforço* desenvolvida por Pavlov, discorriam sobre como a aplicação de estímulos, positivos ou negativos, ao comportamento poderiam incentivar ou reduzir sua frequência de ocorrência. E, deste modo, naturalmente passaria a haver uma associação a situações semelhantes quando se fosse tomar uma ação. Sob a ótica da existência dessa similaridade, o Associacionismo/Behaviorismo, enxerga a transferência de conhecimento à medida que elementos idênticos aparecem em situações distintas. Então armazena-se as respostas corretas e descarta-se as incorretas.

Burrhus Frederic Skinner (1904-1990) formulou um olhar um pouco diferente sobre o condicionamento. Não visava relacionar um estímulo a outro, se preocupava em associar o que um determinado estímulo produzia de consequência. Para Skinner, os resultados influenciam todo comportamento. E o processo de obtenção do conhecimento se amplia ao passo que novos comportamentos são adquiridos. Então é preciso desenvolver ou ajustar comportamentos a fim de se construir determinado conhecimento.

Também no século XX surge o *Construtivismo* que busca investigar e entender os processos nos quais ocorre a aquisição e construção do conhecimento. Criando um ambiente propício que instigue a curiosidade, Jean Piaget (1896-1980) acredita que, o indivíduo alcança as respostas através de seu próprio conhecimento e da interação com outros indivíduos e a realidade.

Por meio da criação de condições desejadas para que o indivíduo vivencie situações, interaja, experimente e questione, espera-se um sujeito não mais passivo no processo e, sim, ativo; de modo a desenvolver seu raciocínio e construir o conhecimento. Obviamente, há uma mediação norteadora durante esse processo de enriquecimento a fim de garantir o avanço cognitivo. E, nessa concepção, o erro está presente, entretanto não é encarado como uma falha, mas como um impulsionador inerente ao processo. Assim, para Piaget, ora o indivíduo transforma o meio e ora é transformado pelas imposições do meio. Define este como componente da acomodação, e aquele como componente da assimilação dentro do processo de equilíbrio natural de construção do conhecimento.

Ainda na mesma linha de pensamento construtivista, porém enfatizando mais a interação do indivíduo com o meio sociocultural, Lev Vygotsky (1896-1934) aponta que o indivíduo traz consigo de nascimento apenas funções cognitivas elementares. Sendo por meio da interação da cultura e as experiências adquiridas que essas funções alcançam funções superiores como o comportamento consciente, a ação proposital, a capacidade de planejamento e pensamento abstrato.

Vygotsky traz o conceito de *Zona de Desenvolvimento Proximal* (ZDP) para delimitar onde deve ocorrer a interação social. Tal zona seria o espaço entre o conhecimento real do sujeito, ou seja, o que já sabe previamente e o conhecimento potencial que seria aquilo que potencialmente o sujeito pode adquirir. Então é nessa zona onde acontece a construção do conhecimento que deve haver a mediação para uma construção satisfatória. Deve-se valer de estratégias que estimulem o indivíduo a ampliar seu conhecimento potencial tornando-se independente e expandindo constantemente sua ZDP.

Já na década de 80, Howard Gardner (1943-   ) lidera uma pesquisa que apresenta uma teoria sobre a existência de vários tipos de inteligência. Gardner discordava da visão, apresentada até então, de que a inteligência seria algo inteiriço, definida e medida basicamente pela capacidade de compreensão de matemática e de linguagem.

Gardner, em seu estudo, fragmenta o cérebro em partes cada qual com um determinado tipo de inteligência. Estas seriam: linguística (verbal), lógico-matemática, espacial, musical, corporal e sinestésica, intrapessoal, interpessoal, naturalista e existencial. Uma vez identificadas estas partes, pode-se propiciar estímulos em diferentes fases da vida para se obter o desenvolvimento que se almeja. Assim, aplicada ao processo de construção do conhecimento, essa teoria, visa identificar e explorar o que há de mais marcante no indivíduo para se atingir o objetivo final que é a aquisição do conhecimento.

Diante desse entendimento é possível proporcionar um ambiente no qual os indivíduos tenham margem para desenvolver suas capacidades muito além do que um dia imaginaram.

Portanto, desde os primórdios da humanidade busca-se observar, refletir e entender quais são os fatores que interferem na compreensão, aquisição e construção do conhecimento. Os diversos entendimentos vão surgindo, se mudando e se ajustando conforme a sociedade evolui como um todo. A necessidade moderna e contemporânea requer formação constante e em massa, absorção e conservação dos conteúdos produzidos pelas diversas fontes, conhecimentos descentralizados e generalizados. Daí, a impressão é que, a cada dia, a distância entre o conhecimento que deveria ser adquirido e o que de fato se consegue absorver está sempre aumentando. E o indivíduo, ativo ou passivo, no meio desse longo processo de desenvolvimento se vê cercado por tanto conteúdo que, por vezes, acaba encontrando seu próprio procedimento subsidiado pelas suas próprias experiências, valores e suposições.

3.2- Recomendações Curriculares

> "É considerado saber, hoje em dia, todo um conjunto de conhecimentos metodicamente adquiridos, mais ou menos sistematicamente organizados, susceptíveis de serem transmitidos por um processo pedagógico de ensino". (JAPIASSU, 1977, p. 15)

O processo de aquisição e construção do conhecimento é contínuo nos seres humanos desde seu nascimento até o fim dos seus dias. Inicialmente, lá na infância, com o cognitivo disponível, o conhecimento é basicamente empírico se dando pela observação com reprodução do que se vê e se ouve: gestos, figuras, imagens, expressões faciais e sons (palavras). Não há preocupação com conceitos, há apenas aquisição pela experimentação e pelo senso comum. O contexto social no qual o indivíduo está inserido fornece conteúdos diversos para seu desenvolvimento preliminar. E, este, ativo ou passivo, transformando ou sendo transformado, está diretamente ligado àquele.

Deste modo, BOCK, FURTADO e TEIXEIRA (2001, p. 126) afirmam que a escola torna-se um novo lugar – um espaço que deve privilegiar o contato social entre seus membros e torná-los mediadores da cultura. Alunos e professores devem ser considerados parceiros nesta tarefa social. O aluno jamais poderá ser visto como alguém que não aprende, possuidor de algo interno que lhe dificulta a aprendizagem. O desafio está colocado. Todos são responsáveis no processo. Não há aprendizagem que não gere desenvolvimento; não há desenvolvimento que prescinda da aprendizagem. Aprender é estar com o outro, que é mediador da cultura. Qualquer dificuldade neste processo deverá ser analisada como uma responsabilidade de todos os envolvidos. O professor torna-se figura fundamental; o colega de classe, um parceiro importante; o planejamento das atividades torna-se tarefa essencial e a escola, o lugar de construção humana.

Então um processo de aquisição do conhecimento que ocorre de forma consciente e crítica, seria uma apropriação semelhante ao processo da assimilação que talvez possa representar o que se entende por construção. É certo que no decorrer do processo há também apreensão de modo aleatório e passivo principalmente no que tange à transmissão da carga cultural. Soma-se a isto a necessidade de aquisição de conceitos significativos do ambiente social e da construção científica que sustentam a humanidade. Assim há de se encontrar o modo de proceder para auxiliar os indivíduos a adquirirem o conhecimento esperado pela sociedade.

Neste contexto, a escola, cuja origem do latim e do grego refere-se a lazer ou tempo livre, uma vez que representava momentos extra trabalho e descanso nos quais havia diálogos e rodas de conversa para o debate de ideias e reflexão, busca se posicionar de acordo com os anseios sociais apresentados. Deste modo, em 1995 se inicia o processo de elaboração dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) cuja intenção não era servir como um currículo pré-determinado, mas sim como suporte para o projeto da escola na elaboração do seu programa curricular. Reforçam a importância de que cada escola desenvolva seu projeto educacional com o envolvimento de toda a equipe e educadores para que através da responsabilidade dividida se consiga melhorar o processo educativo. De acordo com os PCN, “O nosso objetivo é contribuir, de forma relevante, para que profundas e imprescindíveis transformações, há muito desejadas, se façam no panorama educacional brasileiro".

Os PCN, "por sua natureza aberta, configuram uma proposta flexível, a ser concretizada nas decisões regionais e locais sobre currículos e sobre programas de transformação da realidade educacional empreendidos pelas autoridades governamentais, pelas escolas e pelos professores. Não configuram, portanto, um modelo curricular homogêneo e impositivo, que se sobreporia à competência político-executiva dos Estados e Municípios, à diversidade sociocultural das diferentes regiões do País ou à autonomia de professores e equipes pedagógicas. O conjunto das proposições aqui expressas responde à necessidade de referenciais a partir dos quais o sistema educacional do País se organize, a fim de garantir que, respeitadas as diversidades culturais, regionais, étnicas, religiosas e políticas que atravessam uma sociedade múltipla, estratificada e complexa, a educação possa atuar, decisivamente, no processo de construção da cidadania".

Cabe à escola proporcionar ao indivíduo as capacidades para ele, ao vivenciar os diferentes meios social, político, cultural, profissional, ambiental, etc., ser capaz de se inserir e participar. E desde o advento tecnológico impulsionado pela crescente informatização em meados do século passado, a aquisição do conhecimento passou a se delinear de novas formas. Nos PCN tem-se que "no mundo contemporâneo, que coloca para a escola um horizonte mais amplo e diversificado do que aquele que, até poucas décadas atrás, orientava a concepção e construção dos projetos educacionais. Não basta visar à capacitação dos estudantes para futuras habilitações em termos das especializações tradicionais, mas antes trata-se de ter em vista a formação dos estudantes em termos de sua capacitação para a aquisição e o desenvolvimento de novas competências, em função de novos saberes que se produzem e demandam um novo tipo de profissional, preparado para poder lidar com novas tecnologias e linguagens, capaz de responder a novos ritmos e processos".

Devido às novas demandas relativas ao conhecimento, cada vez mais se requer um indivíduo capacitado; que possua iniciativa, que proponha inovação e, que esteja constantemente aprendendo a aprender, a buscar conhecimento. De acordo com os PCN "isso coloca novas demandas para a escola. A educação básica tem assim a função de garantir condições para que o aluno construa instrumentos que o capacitem para um processo de educação permanente. Para tanto, é necessário que, no processo de ensino e aprendizagem, sejam exploradas: a aprendizagem de metodologias capazes de priorizar a construção de estratégias de verificação e comprovação de hipóteses na construção do conhecimento, a construção de argumentação capaz de controlar os resultados desse processo, o desenvolvimento do espírito crítico capaz de favorecer a criatividade, a compreensão dos limites e alcances lógicos das explicações propostas. (...) Isso implica o estímulo à autonomia do sujeito, desenvolvendo o sentimento de segurança em relação às suas próprias capacidades, interagindo de modo orgânico e integrado num trabalho de equipe e, portanto, sendo capaz de atuar em níveis de interlocução mais complexos e diferenciados".

Ao se analisar as vertentes teóricas que influenciaram e influenciam o processo educacional da escola como facilitadora do conhecimento identifica-se quatro tendências pedagógicas; a saber: a tradicional, a renovada, a tecnicista e as demais de contextualização social (vide Anexo A). E os PCN buscam um meio-termo, um equilíbrio entre elas, pois "reconhece a importância da participação construtiva do aluno e, ao mesmo tempo, da intervenção do professor para a aprendizagem de conteúdos específicos que favoreçam o desenvolvimento das capacidades necessárias à formação do indivíduo. Ao contrário de uma concepção de ensino e aprendizagem como um processo que se desenvolve por etapas, em que a cada uma delas o conhecimento é "acabado", o que se propõe é uma visão da complexidade e da provisoriedade do conhecimento. De um lado, porque o objeto de conhecimento é "complexo" de fato e reduzi-lo seria falsificá-lo; de outro, porque o processo cognitivo não acontece por justaposição, senão por reorganização do conhecimento. É também "provisório", uma vez que não é possível chegar de imediato ao conhecimento correto, mas somente por aproximações sucessivas que permitem sua reconstrução".

Os PCN estipulam como pilar o desenvolvimento da capacidade do indivíduo, de modo que conteúdos curriculares não sejam o fim, mas o meio para proporcionar aquisição de conhecimento e desenvolvimento. Tendo em vista que, no complexo processo interativo, tanto o aluno seja sujeito da sua própria formação, quanto o professor se reconheça como sujeito de conhecimento e faça as intervenções necessárias a fim de promover um aprendizado com maior significado possível.

Assim, os PCN sugerem uma contextualização em relação ao conhecimento matemático, incentivando a resolução de problemas, remontando-o à sua origem a qual surgiu para responder questionamentos cotidianos acerca de diversas ocasiões como problemas práticos de construções, de divisão de terras, de cálculos financeiros, de observação física e astronômica, além do próprio estudo puro da Matemática. E segundo os PCN, "(...) tradicionalmente, os problemas não têm desempenhado seu verdadeiro papel no ensino, pois, na melhor das hipóteses, são utilizados apenas como forma de aplicação de conhecimentos adquiridos anteriormente pelos alunos. A prática mais frequente consiste em ensinar um conceito, procedimento ou técnica e depois apresentar um problema para avaliar se os alunos são capazes de empregar o que lhes foi ensinado. Para a grande maioria dos alunos, resolver um problema significa fazer cálculos com os números do enunciado ou aplicar algo que aprenderam nas aulas. Deste modo, o que o professor explora na atividade matemática não é mais a atividade, ela mesma, mas seus resultados, definições, técnicas e demonstrações".

Então os PCN abordam princípios norteadores para a escola em relação ao que é esperado de ser absorvido pelo indivíduo aluno durante seu ciclo escolar. Dentre os quais, destaca-se: auxiliar na formação como cidadão uma vez que "a sociedade se utiliza, cada vez mais, de conhecimentos científicos e recursos tecnológicos, dos quais os cidadãos devem se apropriar"; auxiliar na compreensão e transformação da realidade, pois "a atividade matemática escolar não é olhar para coisas prontas e definitivas, mas a construção e a apropriação de um conhecimento"; servir de ferramenta para "relacionar observações do mundo real com representações (esquemas, tabelas, figuras)" e "relacionar essas representações com princípios e conceitos matemáticos"; estimular a prática da comunicação matemática, "levando-se o aluno a "falar" e a "escrever" sobre Matemática, a trabalhar com representações gráficas, desenhos, construções, a aprender como organizar e tratar dados"; auxiliar quanto "à compreensão, isto é, à apreensão do significado; apreender o significado de um objeto ou acontecimento pressupõe vê-lo em suas relações com outros objetos e acontecimentos"; (...) "o tratamento dos conteúdos em compartimentos estanques e numa rígida sucessão linear deve dar lugar a uma abordagem em que as conexões sejam favorecidas e destacadas"; para o indivíduo, a Matemática passa a ter significado quando ele consegue conectá-la a temas externos, ao seu cotidiano e entre outros pontos da própria matemática; não se organizar criteriosamente de forma única se baseando na sua lógica interna, mas sim "levar em conta sua relevância social e a contribuição para o desenvolvimento intelectual do aluno"; ser contextualizada historicamente e apresentada em constante evolução, pois assim se "possibilita ver a Matemática em sua prática filosófica, científica e social e contribui para a compreensão do lugar que ela tem no mundo"; e, integrar, de modo reflexivo, recursos como "jogos, livros, vídeos, calculadoras, computadores e outros materiais que têm um papel importante no processo de ensino e aprendizagem".

Portanto é possível identificar que há uma preocupação fundamentada a respeito da formação do indivíduo e de como ele deve ser conduzido a compreender, adquirir e construir seu conhecimento. Fica claro e bem definido o que se espera para a formação de um sujeito reflexivo que sabe se inserir e participar de uma sociedade. Cabe investigar um pouco mais como este caminho se encontra atualmente. Quais as nuances correntes que de fato estão presentes no processo que acabam sendo determinantes para o lado positivo ou para o negativo na aquisição do conhecimento pelo indivíduo.

4- A MATEMÁTICA ELEMENTAR

4.1- Conhecimento de conceitos básicos

> Aprender matemática é mais do que manejar fórmulas, saber fazer contas ou marcar x nas respostas: é interpretar, criar significados, construir seus próprios instrumentos para resolver problemas, estar preparado para perceber estes mesmos problemas, desenvolver o raciocínio lógico, a capacidade de conceber, projetar e transcender o imediatamente sensível. (PARANÁ, 1990, p. 66)

A Matemática, como já mencionado, costuma ser ou amada ou odiada, ou gera atração ou gera repulsão. Geralmente não há um sentimento médio. Contudo, é equivocado tentar negar sua importância para a vida tanto discente quanto para a vida cotidiana e profissional. O universo é regido por números. Ao se observar determinado fenômeno, recolhe-se dados os quais, para serem analisados, são convertidos em números, gráficos e tabelas para darem corpo e fundamento ao que foi observado de modo a poder ser interpretado e estudado.

É fato que para ter aplicabilidade além daqueles metros quadrados de uma sala de aula, é preciso ao mesmo tempo ter uma aproximação à vida real e também que, para isso, se adquira o conhecimento e a compreensão de conceitos elementares mínimos. Tal domínio é o que pode criar subsídios concretos para que o indivíduo consiga relacionar aquela matemática do seu livro com as suas necessidades corriqueiras. Para D'Ambrosio (1989, p. 16) "(...) primeiro, os alunos passam a acreditar que a aprendizagem da matemática se dá através de um acúmulo de fórmulas e algoritmos. Aliás, nossos alunos hoje acreditam que fazer matemática é seguir e aplicar regras. Regras essas que foram transmitidas pelo professor. Segundo, os alunos que a matemática é um corpo de conceitos verdadeiros e estáticos, dos quais não se duvida ou questiona, e nem mesmo se preocupam em compreender porque funciona. Em geral, acreditam também, que esses conceitos foram descobertos ou criados por gênios". A matemática se apresentada como um emaranhado de fórmulas desconexas com a realidade deixa inclusive de ser entendida como a poderosa ferramenta que é; uma vez que entende-se por ferramenta algo útil; e, a matemática, para muitos, "não serve pra nada".

> [...] o aprendizado das crianças começa muito antes delas frequentarem a escola. Qualquer situação de aprendizado com a qual a criança se defronta na escola tem sempre uma história prévia. Por exemplo, as crianças começam a estudar aritmética na escola, mas muito antes elas tiveram alguma experiência com quantidades – elas tiveram que lidar com operações de divisão, adição, subtração e determinação de tamanho. Consequentemente, as crianças têm a sua própria aritmética pré-escolar, que somente psicólogos míopes podem ignorar (VYGOTSKY, 1989, p. 94-95).

É fato que a Matemática é muita rica e diversificada, mas quais são os conceitos básicos matemáticos, aqueles elementares que pode-se entender como primordiais para que qualquer indivíduo possa aplicá-los a fim de melhor compreender seu meio?

Observa-se certo consenso que desde o início do processo de aquisição do conhecimento matemático, o entendimento base para estes conceitos deve se manifestar em três pilares:

1. Espacial: aquele das formas; suporta a geometria;
2. Numérico: aquele das quantidades, da ordenação; suporta a aritmética; e,
3. Medidas: aquele das estimativas; integra a geometria e a aritmética.

Lorenzato (2011, p. 25), complementa elencando sete processos mentais básicos para a aprendizagem matemática, que são:

"• Correspondência: ato de estabelecer a relação "um a um";

• Comparação: ato de estabelecer diferenças e semelhanças;

• Classificação: o ato de separar por categorias de acordo com semelhanças ou diferenças;

• Sequenciação: ato de fazer suceder a cada elemento um outro sem considerar a ordem entre eles;

• Seriação: ato de ordenar uma sequência segundo um critério;

• Inclusão: ato de fazer abranger um conjunto por outro;

• Conservação: ato de perceber que a quantidade não depende da arrumação, forma ou posição."

Assim, além do já apresentado, expandindo todas estas características e orientações vistas, somadas ao que é observado e vivenciado diuturnamente no cotidiano, seja social ou profissional, o presente trabalho acrescenta como conceitos básicos mínimos essenciais a qualquer indivíduo deter como conhecimento:

- Conseguir organizar de forma lógica as estruturas do raciocínio; e, inferir suposição;
- Compreender o conceito de algarismo e número; um número pode ser formado por mais de um algarismo, mas o contrário não;
- Entender a noção numérica de valor absoluto e relativo;
- Compreender as operações básicas de adição, subtração, multiplicação e divisão juntamente com suas estruturas, símbolos e propriedades; e, como elas são utilizadas para prover demais operações e conceitos (por exemplo: potenciação, radiciação e porcentagem);
- Compreender as noções de dimensão (pequeno/grande, muito/pouco), razão e proporção (mensuração e “estimação”);
- Entender a ideia lógica da regra de três para que se possa identificar quando é diretamente e quando é inversamente proporcional;
- Compreender a noção lógica de aproximação e interpolação.

4.2- O docente e as deficiências atuais

> “(...) Um objetivo de se aprender matemática é o de poder ser visto como um movimento do concreto (um problema do mundo real que serve como exemplo do conceito ou da técnica operatória) para o abstrato (uma representação simbólica de uma classe de problemas e técnicas para operar com esses símbolos)” (ONUCHIC, 1999, p. 207).

Adquirir e construir o conhecimento matemático, já não de hoje, é motivo de atenção e preocupação dos indivíduos, alunos e professores, e da sociedade de modo geral. Para Miguel e Miorim (2004, p. 70), “a finalidade da Educação matemática é fazer o estudante compreender e se apropriar da própria Matemática concebida como um conjunto de resultados, métodos, procedimentos, algoritmos etc.” Complementam ainda que outra finalidade é que o estudante consiga construir, “por intermédio do conhecimento matemático, valores e atitudes de natureza diversa, visando à formação integral do ser humano e, particularmente, do cidadão, isto é, do homem público” (MIGUEL e MIORIM, 2004, p. 71).

Nesse processo, pode-se averiguar, mediante constatação prática, que grande parte dos indivíduos, alunos ou não, crê em uma matemática maçante e cheia de fórmulas. Limitam-se a ter uma visão estática sobre o conhecimento matemático definido por seguir e aplicar regras. Regras que são passadas metodicamente. Veem a matemática como sendo para seres supostamente “mais capacitados”. Não se preocupam em questionar ou entender. Vão gradativamente perdendo a autoconfiança ao passo que a formalidade matemática aumenta. Não conseguem relacionar e contextualizar os conceitos matemáticos à uma situação real. Inclusive, isoladamente, até dão conta mecanicamente de reproduzir o que lhes foi passado, entretanto não adquirem a razão do conhecimento. Rotineiramente, desistem de buscar a solução para determinado problema matemático julgando que ainda não o sabem resolver. Ficam inertes diante da questão por justamente não conseguirem vinculá-la ao que teoricamente já foi visto. Cria-se, deste modo, paradigmas cognitivos que refletem diretamente em desmotivação e desinteresse.

Então em um ciclo desvirtuoso, muitas vezes o professor é impactado e se vê assolado pela frigidez. Mergulhado em suas crenças e convicções sem o devido poder de reação, apenas “dança conforme a música”. Afinal, é notória a liberdade passiva incutida nos alunos, elevados a vítimas sociais enquanto o professor é encurralado e depreciado. Então, adota o pragmatismo em sua defesa e, diante da desvalorização profissional, do acúmulo de alunos-escolas-atividades, da pressão social que lhe reprime, dos direitos que lhe faltam, das cobranças por metas e índices diante de alunos avessos, deixa de ter empatia e sensibilidade suficientes para mudar o jogo. Passa a acreditar abertamente que seus alunos não têm preparo, não querem aprender e não tem capacidade de raciocinar e refletir acerca dos conceitos matemáticos que ele, professor, precisa “se virar” para proporcionar.

O modelo real e prático da maior parte das aulas de matemática caracteriza-se em um monólogo altamente expositivo. O professor avalia qual conteúdo ele considera ser merecedor de destaque, e o transcreve no quadro; o aluno transcreve para o seu caderno; na sequência, busca-se realizar a resolução repetitiva de exercícios baseados nos modelos, com solução, já apresentados pelo professor.

Obviamente, dentro do que foi limitado e reproduzido diversas vezes, constata-se certa “transmissão” de conhecimento com algum nível mínimo de aprendizado mecânico quase sempre. Contudo é insuficiente. O professor esbarra no seu convencimento de que os tópicos que ele apresenta serão úteis no futuro. Porém, tal nível de “motivação” tem se mostrado incapaz de contagiar os alunos. O aluno, nesse processo, se vê inerte diante da máxima de que se aprende matemática a praticando à exaustão: resolvendo o maior número possível de exercícios. Geralmente, o professor delimita a forma como quer isso ou aquilo; muitas vezes mostra despreparo emocional e grande dificuldade em se relacionar interpessoalmente; isso, praticamente impede o aluno de propor algo diferente. E a matemática perde sua beleza, torna-se enfadonha e chata.

O professor no afã de trabalhar o máximo de conteúdo possível esquece de levar em conta o real objetivo que seria mediar a aquisição e construção do conhecimento matemático pelo aluno. Passa a enxergar como prioridade a quantidade de conteúdo que consegue abranger. E nesse pé, há aqueles indivíduos, alunos, que conseguem adquirir algo, há tantos outros que alcançam o suficiente para saber reproduzir na hora da avaliação e, bem poucos que de fato percebem a matemática como de fato ela é: a base das ciências.

Durante todo esse processo, ainda mais no contexto atual do mundo de informações em tempo real na palma da mão, parece haver mais do que nunca um desencontro de compatibilidade entre aluno e professor. Será preciso deixar um pouco o tradicionalismo de lado e se lastrar de dinâmicas inseridas com o momento a fim de auxiliar no resgate do ensino da Matemática.

> “(...) O processo de ensino-aprendizagem contextualizado é um importante meio de estimular a curiosidade e fortalecer a confiança do aluno. Por outro lado, sua importância está condicionada à possibilidade de [...] ter consciência sobre seus modelos de explicação e compreensão da realidade, reconhecê-los como equivocados ou limitados a determinados contextos, enfrentar o questionamento, colocá-los em cheque num processo de desconstrução de conceitos e reconstrução/apropriação de outros”. (RAMOS, 2004, p. 02)

Em dados mais concretos, toda essa problemática se apresenta refletindo o preocupante desempenho nas avaliações gerais realizadas no país. Atualmente, a partir de 2019, as avaliações nacionais unificaram-se como Saeb – Sistema de Avaliação da Educação Básica que trata-se de um conjunto de avaliações externas aplicadas em larga escala permitindo ao Inep – Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira – realizar um diagnóstico da educação básica brasileira e dos fatores que podem interferir no desempenho do aluno.

O Saeb, que é bienal, busca refletir, através da aplicação de testes e questionários aplicados à rede pública e em uma certa amostragem da rede privada, como se encontra os níveis de aprendizagem do ensino pelo país. As escolas não são obrigadas a participar e sim incentivadas. O público-alvo são turmas do 2º, 5º e 9º ano do Ensino Fundamental e 3ª e 4ª séries do Ensino Médio. E em relação ao conhecimento matemático, o Saeb (2017) avalia que "(...) deve ser demonstrado por meio da resolução de problemas e são consideradas capacidades como observação, estabelecimento de relações, comunicação (diferentes linguagens), argumentação e validação de processos. A prova estimula formas de raciocínio como intuição, indução, dedução e estimativa. Essa opção traz implícita a convicção de que o conhecimento matemático ganha significado quando os alunos têm situações desafiadoras com as quais lidar e trabalham para desenvolver estratégias de resolução."

O último Saeb com dados disponíveis, de 2017, com escala de proficiência variando de 0 a 500 pontos, público-alvo 5º e 9º anos do Fundamental e 3ª série do Médio, apresenta os seguintes resultados:

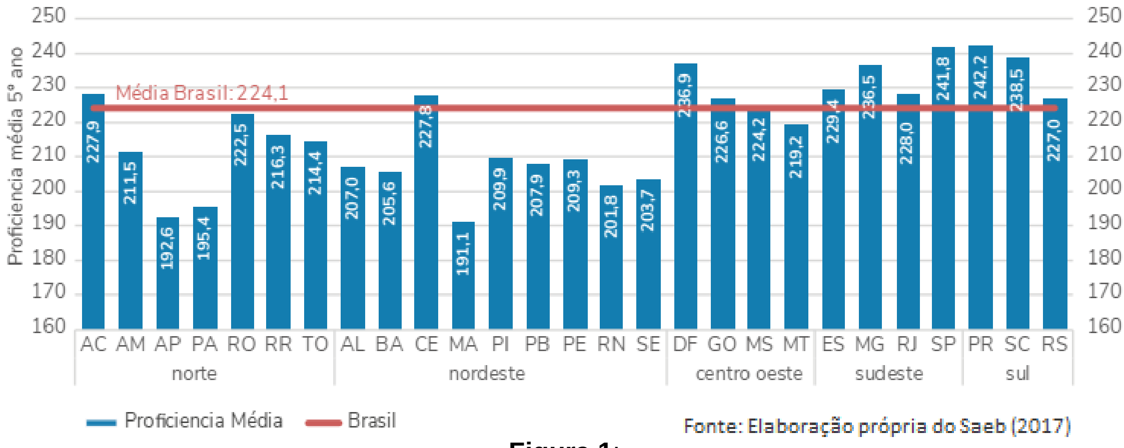


Figura 1:

PROFICIÊNCIA MÉDIA EM MATEMÁTICA – 5º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL, POR UNIDADE DA FEDERAÇÃO E REGIÃO – SAEB 2017

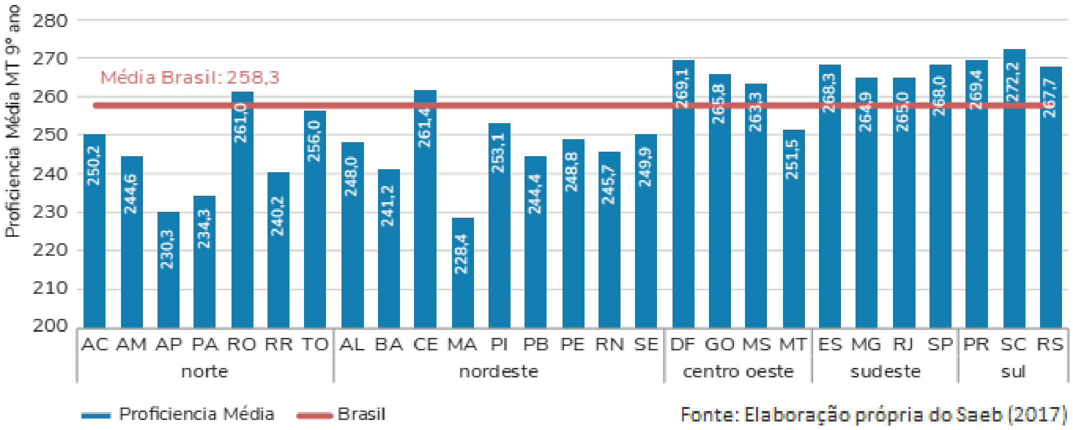


Figura 2:

PROFICIÊNCIA MÉDIA EM MATEMÁTICA – 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL, POR UNIDADE DA FEDERAÇÃO E REGIÃO – SAEB 2017

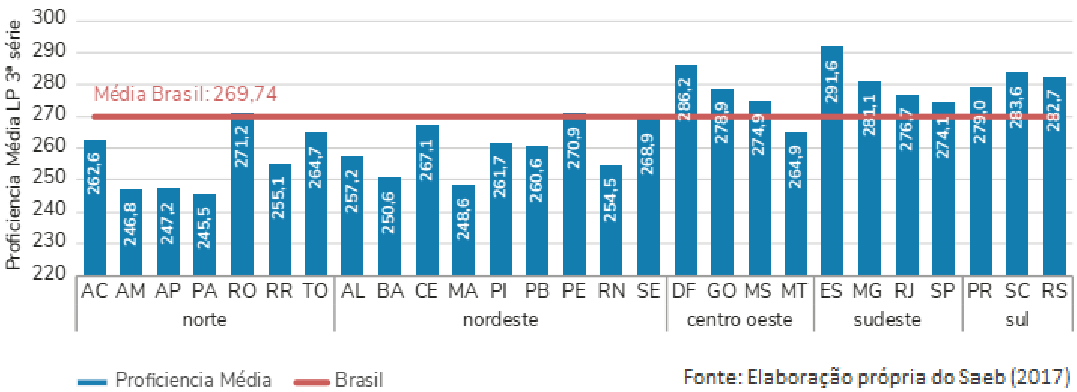


Figura 3:

PROFICIÊNCIA MÉDIA EM MATEMÁTICA – 3ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO, POR UNIDADE DA FEDERAÇÃO E REGIÃO – SAEB 2017

Observa-se que tais gráficos apresentados pelo Saeb não mostram a amplitude máxima da pontuação, de 0 a 500. Talvez para não expor visualmente ainda mais os baixos índices. Bem como, não os apresenta em conjunto com a Escala de Proficiência adotada pelo próprio sistema de avaliação que é utilizado “para o acompanhamento do progresso dos sistemas educacionais (...), entretanto, faz-se necessário que os dirigentes educacionais, os diretores e os professores analisem os resultados gerados pelo Saeb com base no contexto de sua rede e associando-os a informações de caráter pedagógico, de forma a explorar as potencialidades do dado. (...) para fornecer um sentido qualitativo e pedagógico às estimativas quantitativas, possibilitando ampliar o signifcado das proficiências e dos parâmetros de dificuldade dos itens. (...) favorecendo reconhecer o que os estudantes são capazes de fazer em termos de conhecimentos e habilidades quando posicionados em pontos distintos da escala." (SAEB, 2017)

A fim de compreender melhor graficamente as informações e os dados, este trabalho apresenta as Figuras 4 e 5 seguintes:

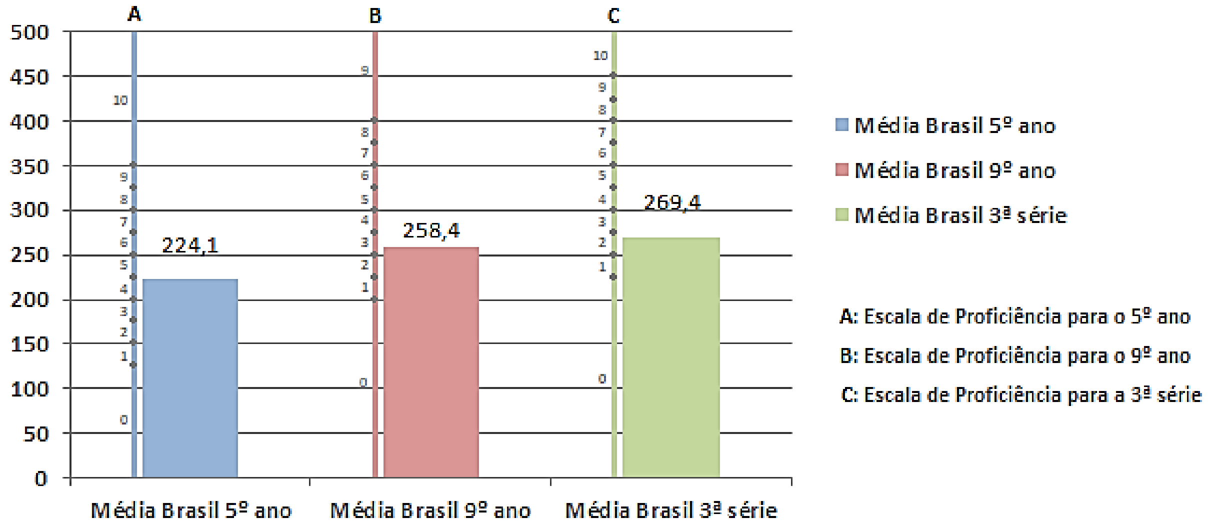


Figura 4:

PROFICIÊNCIAS MÉDIAS EM MATEMÁTICA – 5º E 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL E 3ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO – SAEB 2017

	5º ano	9º ano	3ª série
Nível 0	$0 \leq p < 125$	$0 \leq p < 200$	$0 \leq p < 225$
Nível 1	$125 \leq p < 150$	$200 \leq p < 225$	$225 \leq p < 250$
Nível 2	$150 \leq p < 175$	$225 \leq p < 250$	$250 \leq p < 275$
Nível 3	$175 \leq p < 200$	$250 \leq p < 275$	$275 \leq p < 300$
Nível 4	$200 \leq p < 225$	$275 \leq p < 300$	$300 \leq p < 325$
Nível 5	$225 \leq p < 250$	$300 \leq p < 325$	$325 \leq p < 350$
Nível 6	$250 \leq p < 275$	$325 \leq p < 350$	$350 \leq p < 375$
Nível 7	$275 \leq p < 300$	$350 \leq p < 375$	$375 \leq p < 400$
Nível 8	$300 \leq p < 325$	$375 \leq p < 400$	$400 \leq p < 425$
Nível 9	$325 \leq p < 350$	$400 \leq p \leq 500$	$425 \leq p < 450$
Nível 10	$350 \leq p \leq 500$	-	$450 \leq p \leq 500$

Localização da proficiência média

Figura 5:

TABELA DA ESCALA DE PROFICIÊNCIA (SAEB) COM LOCALIZAÇÃO DA MÉDIA

Agora, claramente é possível dimensionar quão deficiente anda a educação do país. Uma vez que, a proficiência média nas turmas de 5º ano resulta em uma equivalência ao nível 4 onde “(...) além das habilidades descritas nos níveis[1] 0 a 3, os estudantes provavelmente são capazes de, por exemplo: reconhecer a planificação de uma pirâmide entre um conjunto de planifcações; converter uma hora em minutos; determinar o resultado da multiplicação de números naturais por valores do sistema monetário nacional, expressos em números de até duas ordens e efetuar adição posterior; reconhecer o maior valor em uma tabela cujos dados possuem até oito ordens.” (SAEB, 2017)

A proficiência média das turmas de 9º ano resulta em uma equivalência ao nível 3 onde “(...) além das habilidades descritas nos níveis[1] 0 a 2, os estudantes provavelmente são capazes de, por exemplo: reconhecer o ângulo de giro que representa a mudança de direção na movimentação de pessoas/objetos; resolver problemas envolvendo grandezas diretamente proporcionais, representadas por números inteiros; analisar dados apresentados em um gráfco de linhas com mais de uma grandeza representada.” (SAEB, 2017)

A proficiência média das turmas da 3ª série resulta em uma equivalência ao nível 2 onde “(...) além das habilidades descritas nos níveis[1] 0 a 1, os estudantes provavelmente são capazes de, por exemplo, reconhecer as coordenadas de pontos representado em um plano cartesiano e localizados no primeiro quadrante; reconhecer os zeros de uma função dada grafcamente; associar um gráfco de setores a dados percentuais apresentados textualmente ou em tabela. (SAEB, 2017)

Logo, em um escala dividida em níveis de 0 a 10, crescente em dificuldade, alcançar níveis 4, 3 e 2 definitivamente representa uma situação deveras preocupante em relação à aquisição, construção e domínio dos conceitos elementares da Matemática.

Acrescentando também o *PISA – Programme for International Student Assessment* 2018, Programa de Avaliação Internacional de Estudantes, coordenado pela OCDE – Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico, que visa avaliar “(...) até que ponto os alunos de 15 anos de idade, próximos ao final da educação obrigatória, adquiriram conhecimentos e habilidades essenciais para plena participação na vida social e econômica (...) até que ponto eles conseguem

[1] Vide Anexo B

extrapolar o que aprenderam e aplicar esses conhecimentos em situações não familiares, tanto no contexto escolar como fora dele (...)" (PISA, 2018) também apresenta a Matemática como um dos seus focos juntamente com Leitura e Ciências.

> "Letramento matemático é a capacidade individual de formular, empregar, e interpretar a matemática em uma variedade de contextos. Isso inclui raciocinar matematicamente e utilizar conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas para descrever, explicar e predizer fenômenos. Isso auxilia os indivíduos a reconhecer o papel que a matemática exerce no mundo e para que cidadãos construtivos, engajados e reflexivos possam fazer julgamentos bem fundamentados e tomar as decisões necessárias." (PISA, 2018)

Neste último exame, em 2018, participaram 79 países, cerca de 600.000 alunos, dos quais 10.691 eram brasileiros. O Brasil amargou a 71ª posição com 384 pontos de um total de 600 pontos possíveis. Onde 68,1% esteve no nível 1 ou abaixo e apenas 31,9% alcançou do nível 2 para cima contra uma média OCDE de 76%.

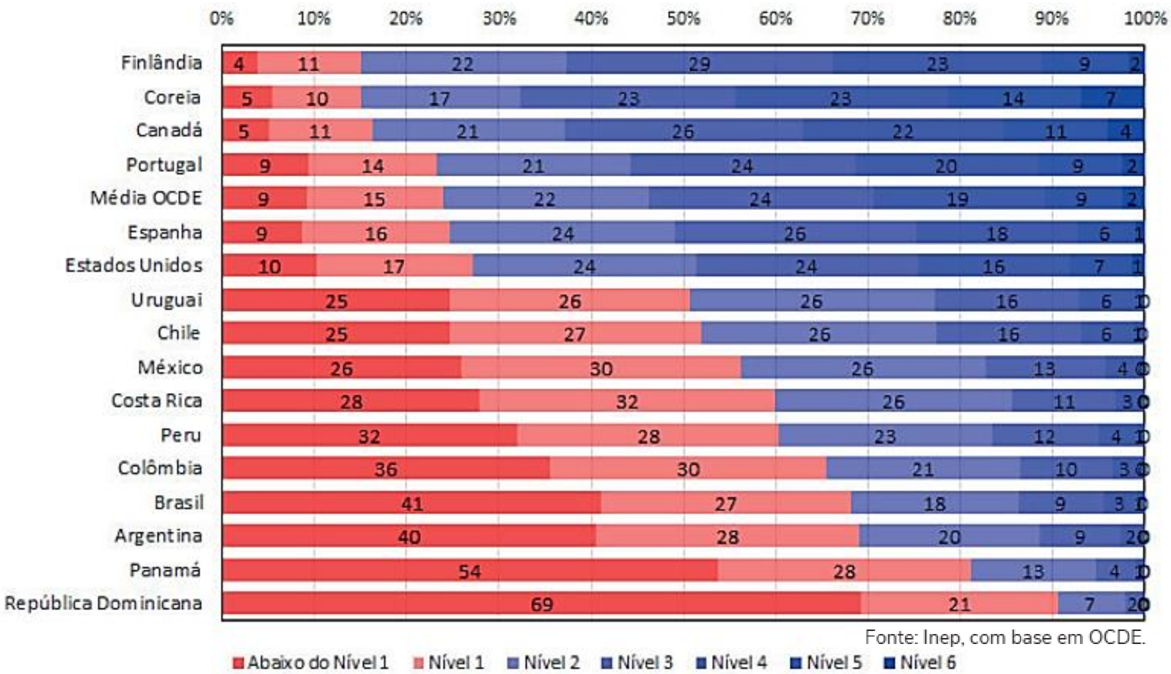


Figura 6:

PERCENTUAL DE ESTUDANTES POR NÍVEL DE PROFICIÊNCIA NOS PAÍSES SELECIONADOS, MATEMÁTICA – PISA 2018

Explica-se que “o teste de Matemática do PISA inclui poucas tarefas que ajudariam a descrever o nível “Abaixo do Nível 1”. No entanto, com base nos poucos itens de Matemática do PISA 2012 cuja difculdade está abaixo do Nível 1 (quatro dos quais também foram incluídos no teste de 2018), é esperado que os estudantes com profciência menor que 358 consigam realizar algumas tarefas matemáticas diretas e fáceis. Isso inclui a leitura de apenas um valor em um gráfico ou em uma tabela, em que os rótulos do gráfico correspondem às palavras do estímulo e da questão, de maneira que os critérios de seleção estão claros e a relação entre o gráfico e os aspectos do contexto representado é evidente. Esses estudantes também conseguem executar cálculos aritméticos simples com números naturais, seguindo instruções claras e bem defnidas” (OCDE, 2019b).

4.3- Sala de aula x aplicação cotidiana: Proposta – Didática e Avaliação

> (...) A reflexão sobre a justificativa dos conteúdos é para os professores um motivo exemplar para entender o papel que a escolaridade em geral cumpre num determinado momento e, mais especificamente, a função do nível ou especialidade escolar na qual trabalham. O que se ensina, sugere-se ou se obriga a aprender expressa valores e funções que a escola difunde num contexto social e histórico concreto (SACRISTÁN, 2000, p. 150)

Diante de todo o exposto até este momento, face à necessidade pulsante de se pensar algo, de se criar novas dinâmicas que comecem a, de alguma forma, gerar algum tipo de resultado diferente que contribua para o pensar matemático, que melhore o nível de compreensão entre a realidade cotidiana e os conceitos matemáticos na busca pela aquisição e construção do conhecimento, o presente trabalho deixa a seguinte proposta:

- Implementar o que será denominado CIC – Construção Inversa Contextual o qual consiste em apresentar as etapas de cálculo e resultado de determinado exercício/problema já prontas a fim de que o aluno contextualize essas contas dadas lhe criando um enunciado similar a um problema compatível com a resolução já apresentada;

- O propósito é inverter a lógica do aluno; incentivando-o a desenvolver o hábito de enxergar realidade na frieza dos números e cálculos;

• Ao se apresentar primeiro as contas resolvidas para que seja construído algum contexto para elas, os alunos serão levados a refletir e pensar por um outro referencial;

• Lógico que, à luz da prática, por não ser algo mecanizado e pronto, pelo menos inicialmente, demandará um envolvimento ligeiramente maior do professor para incentivar essa linha de raciocínio e para ler e, corrigir, os vários contextos que podem vir a surgir advindos desse processo;

• A sugestão é que eventualmente, iniciando gradativamente durante as aulas, um exemplo ou outro seja levado à essa reflexão; até se chegar às avaliações, nas quais, diante do universo de todas as questões de um teste ou uma prova, haja pelo menos uma questão com essa característica.

Exemplos:

1- Contextualize em um problema os cálculos abaixo:

$x = 50 + 2 \times 65 = 180$

• Possibilidade 1: Sabendo-se que uma calça é paga com uma entrada de R$50,00 mais duas prestações de R$65,00, quanto custa a calça?

• Possibilidade 2: Marcos comprou um sofá com três módulos, sendo um de 50cm e dois de 65cm, qual o tamanho total do sofá?

• Possibilidade 3: Uma dieta necessita de 50 dias iniciais com grande restrição alimentar e mais duas fases de 65 dias com ajustes graduais na alimentação. Quanto tempo leva essa dieta?

2- Contextualize em um problema os cálculos abaixo:

$$x \cdot 1{,}25x = 2000 \quad \therefore \quad 1{,}25x^2 = 2000 \quad \therefore \quad x^2 = \frac{2000}{1{,}25}$$

$$x^2 = 1600 \quad \therefore \quad x = \sqrt[2]{1600} \quad \therefore \quad x = \pm 40 \quad \therefore \quad x = 40$$

$$1{,}25x = 1{,}25 \cdot 40 = 50$$

- Possibilidade 1: Uma tela de pintura retangular possui 2000cm² de área e possui largura 25% maior que sua altura. Quais são as dimensões dessa tela?

- Possibilidade 2: As idades de dois irmãos multiplicadas dá 2000 anos. Sabendo que um dos irmãos é ¼ mais velho que o outro, quais são as idades dos irmãos?

- Possibilidade 3: Diego gastou R$ 2000,00 para organizar um churrasco contando que o custo por pessoa seja 1,25 vezes o total de pessoas. Para quantas pessoas Diego organizou esse churrasco e qual o valor por pessoa?

Perceba que é possível contextualizar de várias formas diferentes e também com diversos conteúdos da matemática. Lembrando que o professor não precisa sequer ficar inventando, basta aproveitar algum exemplo ou exercício em forma de problema do livro didático, omitindo o enunciado e fornecendo a resolução pedindo para que os alunos contextualizem.

Obviamente o objetivo não é complicar de modo a se ficar buscando o tempo todo introduzir essa ideia a todo custo a todo tempo e em todos os conceitos matemáticos uma vez que é sabido que muitos deles realmente são abstratos, tais como a perfeição de elementos geométricos, a ideia dos números imaginários, dentre outros. O objetivo é estar atento para se aproveitar as oportunidades matemáticas contextuais que surgirem no decorrer da mediação dos conteúdos trazendo para os alunos essa reflexão inversa sob outro ponto de referência.

No Apêndice há também uma sugestão de avaliação com questões objetivas e discursivas (com uma prévia experimental aplicada), acerca de conceitos e conteúdos elementares da Matemática para que o professor possa utilizar com o intuito de investigar um pouco mais seus alunos. Mas que pode ser aplicado igualmente em um processo seletivo de emprego, por exemplo. São questões que não dependem da utilização de qualquer fórmula; levam em consideração as operações básicas (adição, subtração, multiplicação e divisão), conceitos simples, observação, observação empírica do dia a dia, compreensão e atenção. Conhecimentos importantes a qualquer ser humano não só durante a fase estudantil, mas como de uso frequente na vida cotidiana.

A saber, cada questão, do questionário presente no Apêndice, trata:

- Questão 1 (objetiva): da atenção e contagem básica;
- Questão 2 (discursiva): dos conceitos de número e algarismo;
- Questão 3 (objetiva): das operações básicas e/ou regra de três;
- Questão 4 (discursiva): da observação e operações básicas;
- Questão 5 (objetiva): da compreensão, operações básicas e/ou regra de três;
- Questão 6 (discursiva): da compreensão, operações básicas e atenção;
- Questão 7 (discursiva): da compreensão, atenção e observação empírica;
- Questão 8 (discursiva): da atenção e operações básicas;
- Questão 9 (objetiva): da observação empírica e operações básicas;
- Questão 10 (objetiva): da observação e atenção;
- Questão BÔNUS (discursiva): das operações básicas e conceito de porcentagem.

Estas são sugestões simples com o intuito de proporcionar um olhar alternativo frente às necessidades que estão presentes e são vivenciadas no processo de formação do indivíduo aluno em sala de aula e que se estende para fora dela: vida pessoal e profissional, por exemplo. Pois as deficiências que vão se acumulando na vida discente consequentemente se refletem na vida cotidiana ao se tentar compreender fenômenos, entender cálculos corriqueiros, fazer suposições e inferências e, estruturar com clareza uma linha lógica de raciocínio para se fundamentar uma tomada de decisão sobre algo. Por isso o foco no básico, no elementar.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A busca pelo conhecimento ao longo do tempo caminha em conjunto com o desejo ardente de se compreender como acontecem seus processos de aquisição e construção. Veia empírica, linha psíquica, condicionamento, influência social, entre outras divagaram e tentam analisar quais fatores são preponderantes para se obter conhecimento.

Com o processo evolutivo natural da sociedade como um todo é racional assumir que pensamentos e metodologias antes aceitos e, muitas vezes amplamente defendidos, venham a cair em desuso. Passam a ser retificados pelos novos aspectos envolvidos nessa conjuntura tais como o avanço tecnológico e a velocidade de propagação da informação no mundo contemporâneo. E, inserida em todo esse contexto encontra-se a Educação. Tida mais do que nunca como instrumento essencial de transformação social mesmo que, por vezes, venha sendo desprestigiada e deturpada. Ainda causa grande expectativa à sociedade que ao passo que lhe atribui cada vez mais responsabilidades também lhe sufoca impondo cabresto ideológico. Em cerca de duas décadas o ensino pereceu e sucumbiu à ideia de que o indivíduo é vítima social, praticamente sem responsabilidade ativa, sem poder ser cobrado, enquanto a figura do professor foi aos poucos sendo desconstruída do seu aprumo e respeitabilidade. É evidente que necessita-se encontrar um ponto de equilíbrio que permita a todos os atores, que estão diretamente envolvidos nesse processo – escola, alunos, professores e sociedade exercerem suas funções ativamente de modo a contribuir de fato na aquisição e construção do conhecimento o qual se espera. É preciso colocar “os pingos nos is”. Todos tem sua parcela de responsabilidade. E sem a mínima ordem não há progresso.

Este trabalho tendo explanado sobre as diversas concepções reflexivas que o homem vem estudando ao longo do tempo, bem como as recomendações atuais dos PCN, por exemplo, para guia e aplicação em sala de aula, visou retratar as vertentes envolvidas na busca pela compreensão, aquisição e construção do conhecimento no processo de aprendizagem e algumas de suas deficiências, tais como: rigidez e tradicionalismo excessivos, liberdade demasiada por parte do aluno, retirada da autoridade do professor enquanto mediador no ambiente discente e incompatibilidade entre professor e aluno. Também não se absteve ficando tão somente nas constatações negativas, propôs uma alternativa, a ideia chamada de Construção Inversa Contextual a qual objetiva praticar, sob outra ótica, o hábito de se relacionar a matemática bruta das contas e números a situações contextualizadas que aparecem naturalmente no dia a dia. Apresentando ainda propostas de questões baseadas em conceitos elementares para se poder de alguma forma entender melhor que as deficiências muitas vezes são as básicas. Tendo a ver com a atenção, a observação, a estruturação, o domínio das operações básicas aplicadas e, que, com um pequeno ajuste na sistemática prática utilizada na sala de aula é possível ir aos poucos corrigindo o processo e ir criando um ciclo virtuoso para a compreensão, aquisição, construção e aplicação do conhecimento matemático como tanto se almeja.

Assim, este presente trabalho, não tem a pretensão de restringir a matemática, que em seu âmago possui alto grau de abstração, a situações sempre contextualizadas de modo único a se fazer ser compreendida. Não se trata disso. Trata-se de saber aproveitar as oportunidades propícias fornecidas por um sem-número de conceitos matemáticos elementares para auxiliar na compreensão dos mesmos e sua utilização para além da sala de aula; na aplicação cotidiana e como suporte para se melhor pensar, estruturar, planejar e tomar decisões gerais na vida. O autor acredita que a matemática tem essa capacidade, logo, com este trabalho, espera contribuir de algum modo, mesmo que com um pequeno sopro, para a melhoria na formação matemática reflexiva do indivíduo, o aluno.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARAÚJO, Juliana Pereira. **A docência em uma escola do campo: narrativas de seus professores.** 2009. 171f. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Federal de São Carlos, São Paulo, 2009.

BECKER, Fernando. **O que é Construtivismo?** Série Idéias, n. 20. São Paulo: FDE, 1994. Disponível em: http://www.crmariocovas.sp.gov.br/pdf/ideias_20_p087-93_c.pdf. Acesso em 26 de junho de 2020.

BERKELEY, George. **Tratado sobre os princípios do conhecimento humano.** In: Coleção Os Pensadores. Ed. Nova Cultural. São Paulo, 1992.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática (Ensino Médio).** Secretaria de Educação Fundamental. Brasília, 1997. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/. Acesso em 01 de julho 2020.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Bases Legais (Ensino Médio).** Secretaria de Educação Fundamental. Brasília, 2000. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/. Acesso em 02 de julho 2020.

CASTRO, Susana de. **Introdução à filosofia.** Ed. Vozes. Rio de Janeiro, 2008.

CHAUI, Marilena. **Convite à filosofia.** Ed. Ática, São Paulo, 2002.

COPI, Irving Marmer. **Introdução à lógica.** Ed. Mestre Jou. São Paulo, 2008.

D'AMBROSIO, Beatriz Silva. **Como Ensinar Matemática Hoje?** SBEM. Brasília, 2010.

DANTE, Luiz Roberto. **Criatividade e Resolução de Problemas na Prática Educativa Matemática.** Tese de Livre-Docência, UNESP, Rio Claro, 1988.

_______. **Didática da Resolução de Problemas de Matemática.** Ed. Ática, São Paulo, 1989.

_______. **Didática da Resolução de Problemas de Matemática.** Ed. Ática. São Paulo, 2007.

GARBI, Gilberto Geraldo, **A Rainha das Ciências: um Passeio Histórico pelo Maravilhoso Mundo. Ed**. Livraria da Física. São Paulo, 2009.

GARDNER, Howard. **Inteligências Múltiplas: A Teoria na Prática.** Tradução de Maria Adriana Verissimo Veronese. Ed. Penso. Porto alegre, 1995.

GOLBERT, Clarissa Seligman. **Novos rumos na aprendizagem da matemática.** Ed. Mediação. Porto Alegre, 2002.

GOMEZ, Angel Ignacio Perez. SACRISTÁN, Jose Gimeno. **Compreender e Transformar o Ensino**. Tradução de Ernani da Fonseca Rosa. Ed. Penso, Porto Alegre, 1998.

HUME, David. **Investigações sobre o entendimento humano e sobre os princípios da moral**. Tradução de José Oscar de Almeida Marques. Ed. UNESP, São Paulo, 2004.

JARANDILHA, Daniela. SPLENDORE, Leila. **Matemática já não é problema.** Ed. Cortez. São Paulo, 2005.

KANT, Immanuel. **Crítica da razão pura.** Tradução de Manuela Pinto dos Santos. Ed. Fundação Colouste Gulbenkian. Lisboa, 1997.

KENSKI, Vani Moreira. **Educação e Tecnologias:** o novo ritmo da informação. Ed. Papirus. Campinas, 2012.

LORENZATO, Sérgio. **Educação infantil e percepção matemática.** Ed. Autores Associados. Campinas, 2011.

_______. **Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores.** Ed. Autores Associados. Campinas, 2006.

MENDES, Iran Abreu. **Matemática e Investigação em sala de aula: tecendo redes cognitivas na aprendizagem.** - Ed. Livraria da Física. São Paulo, 2009.

MOREIRA, Marco Antônio. **Teorias de Aprendizagens.** Ed. EPU. São Paulo, 1995.

MORTARI, Cezar Augusto. **Introdução à lógica.** Ed. UNESP. São Paulo, 2001.

NASSER, Lilian. **Resolução de Problemas – Uma Análise dos Fatores Envolvidos**. Boletim GEPEM – Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática, Rio de Janeiro, nº 22, 1988.

NETO, Ernesto Rosa. **Laboratório de matemática. In: Didática da Matemática.** Ed. Ática. São Paulo, 1992.

OLIVEIRA, Marco. **"Empirismo".** Brasil Escola. Disponível em: https://brasilescola.uol.com.br/filosofia/empirismo.htm. Acesso em 20 de junho de 2020.

OLIVEIRA. Marta Kohl de. **Vygotsky: Aprendizado e Desenvolvimento, um Processo Sócio-Histórico.** Ed. Scipione. São Paulo, 1997.

OLIVEIRA, Victor Hugo Lyra. **Reflexões sobre o Processo de Ensino e Aprendizagem da Matemática na Educação Básica: Alguns fatores importantes**. 49 f. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT. Seropédica, 2018.

PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência da Educação. Departamento de Ensino Fundamental. **Orientações Pedagógicas, matemática: sala de apoio à aprendizagem.** 130 p. SEED. Curitiba, 2005.

POLYA, George. **A arte de resolver problemas. Primeira reimpressão. Tradução e adaptação de Heitor Lisboa de Araújo**. Ed. Interciências. Rio de Janeiro, 1986.

RAMOS, Marise Nogueira. **Os contextos no ensino médio e os desafios na construção de conceitos.** In: Escola Técnica de Saúde Joaquim Venâncio (org). Temas de Ensino Médio: Trilhos da Identidade. Ed. Fundação Oswaldo Cruz, Rio de Janeiro, 2004.

SILVA, Pablo Vieira Carvalho. **Lógica matemática e estratégias para a solução de problemas matemáticos.** 100 f. Dissertação(Mestrado). Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT. Seropédica, 2016.

SKINNER, Burrhus Frederic. ***About behaviorism***. Ed. Alfred A. Knopf. *New York*, 1974.

VERGNAUD, Gérard. **Estruturas aditivas e complexidade psicogenética**. Tradução de Reyes de Villalonga. Revue Française de Pédagogie, 1995.

VILA, Antoni; CALLEJO, María Luz. **Matemática para aprender a pensar: o papel das crenças na resolução de problemas.** Trad. Ernani Rosa. Ed. Artmed. Porto Alegre, 2006.

APÊNDICE

Apêndice: Sugestão de questões para avaliação de conceitos elementares da Matemática – E uma Prévia de Aplicação

1 - Meu avô tem 5 filhos e cada filho tem 3 filhos. Quantos primos eu tenho?

a) 15

b) 9

c) 12

d) 10

e) 14

2 - 4+4+4 equivale a 12. Qual é a outra soma com três algarismos iguais cujo resultado também é 12?

3 - Um celular armazena 50 vídeos de 16Mb ou 400 fotos de 2Mb. Se ele já está com 32 vídeos, quantas fotos ainda pode armazenar?

a) 64

b) 164

c) 120

d) 90

e) 144

4 - Dada a sequência 6, 11, ?, 27, qual número está faltando?

5 - Se uma barra de chocolate pesa 200g mais meia barra, quanto pesa uma barra e meia?

a) 600g

b) 300g

c) 450g

d) 500g

e) 400g

6 - Qual o valor do produto (x-a)(x-b)(x-c)...(x-z)? Sabe-se que a=1, b=2, c=3, ..., z=26.

7 - Às 7h00min, o marinheiro Alan observa da borda do convés de um navio a subida da maré. Desse convés desce uma escada de quebra-peito (escada de corda com degraus em madeira) de 8 metros de comprimento. Os degraus tem 20cm de intervalo um do outro e o último toca a água. A maré sobe à razão de 35cm por hora. Em qual horário estarão os dois primeiros degraus cobertos pela água?

8 - Uma jovem gastou todo dinheiro que tinha em três lojas. Em cada loja, gastou R$ 20,00 a mais que a metade do que tinha ao entrar. Quanto a jovem tinha quando entrou na primeira loja?

9 - Em uma resenha entre amigos, todos que estavam presentes se cumprimentaram uma vez com um aperto de mão. Lucas disse que houve 21 apertos de mão. Quantos estavam nessa resenha?

a) 6

b) 7

c) 5

d) 8

e) 9

10 - Quantos quadrados há na figura?

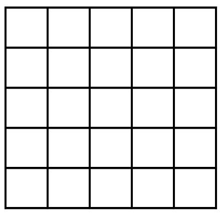
a) 26

b) 55

c) 30

d) 51

e) 46



(11 - BONUS) Uma loja está com uma liquidação de 30% em diversos itens. Mário escolhe um tênis azul e ao chegar no caixa para pagar, descobre que ainda tem mais 20% de desconto. Quando ia efetuar o pagamento, ele vê o mesmo modelo de tênis porém verde e decide levá-lo ao invés do azul. No caixa é informado que o modelo na cor verde não faz parte da mesma liquidação do azul mas tem um bom desconto também de 45%. E agora, qual promoção é mais vantajosa: a do tênis azul ou do tênis verde?

GABARITO:

1) c 2) 11+1 3) e 4) 18 5) a 6) Zero

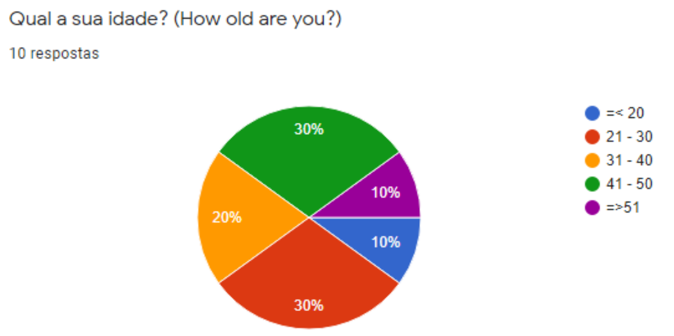
7) Nunca, pois o navio também está sujeito à maré. 8) R$ 280,00 9) 7 10) 55

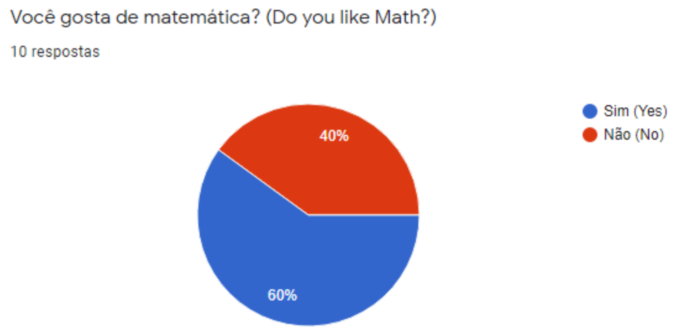
11 – BONUS) O verde porque seu desconto de 45% é maior que os dois descontos sucessivos de 30% e 20% que equivalem a um único desconto de 44% (0,7x0,8=0,56).

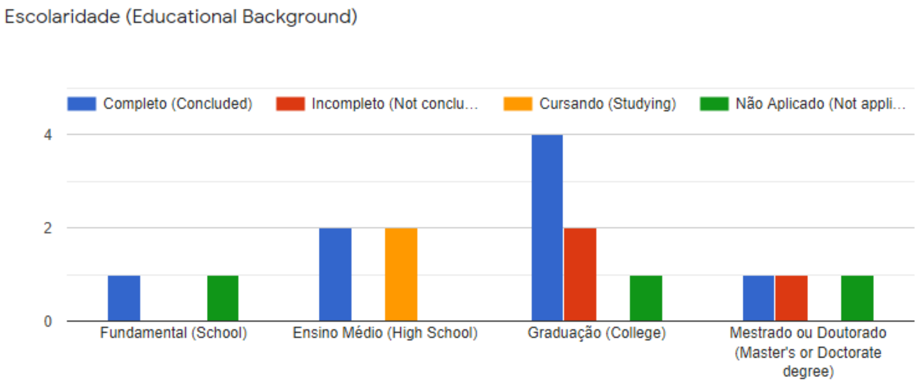
Prévia de Aplicação – Resultados

Em função da pandemia, foi realizada uma curta aplicação experimental desta avaliação (via questionário na internet, com pessoas aleatoriamente, e sugestão de tempo de 60min) junto com demais perguntas investigativas. Apenas um teste como uma prévia do seu potencial, com somente 10 (dez) respostas cujos dados relevantes serão apresentados adiante.

Abaixo, os resultados são apresentados:

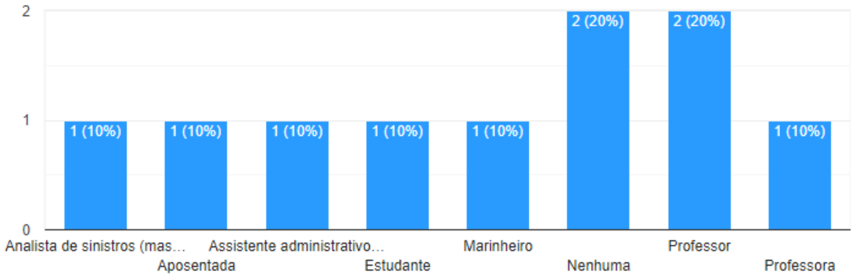






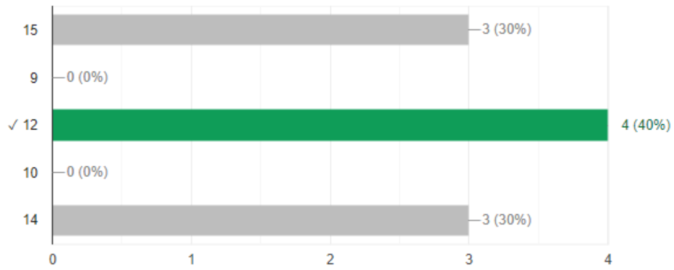
Qual sua atividade profissional atual? (What's your job currently?)

10 respostas



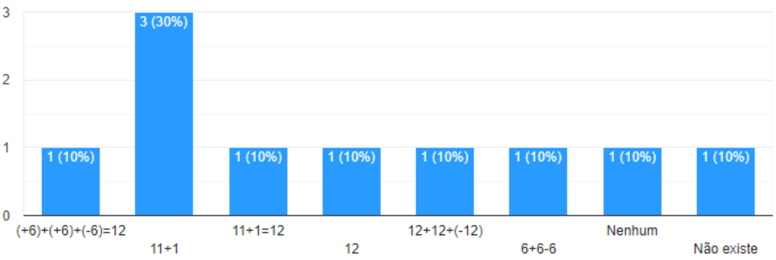
1 - Meu avô tem 5 filhos e cada filho tem 3 filhos. Quantos primos eu tenho? (My grandpa has five children and each one has three children. How many cousins do I have?)

4 / 10 respostas corretas



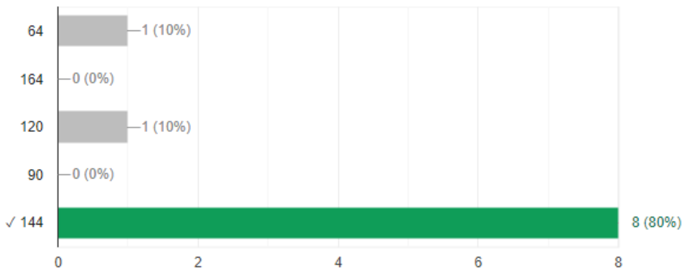
2 - 4+4+4 equivale a 12. Qual é a outra soma com três algarismos iguais cujo resultado também é 12? (4+4+4 equals 12. What is another sum using three same figures whose result is also twelve?)

10 respostas



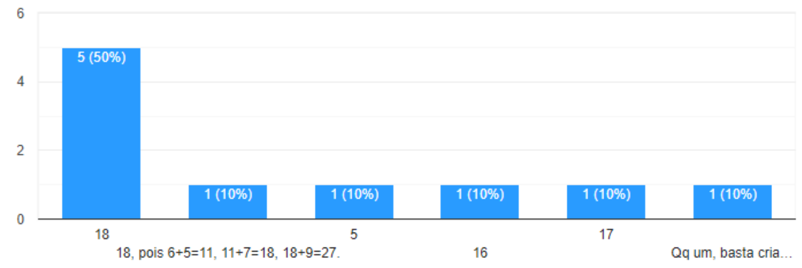
3 - Um celular armazena 50 vídeos de 16Mb ou 400 fotos de 2Mb. Se ele já está com 32 vídeos, quantas fotos ainda pode armazenar? (A cell phone stores fifty videos of 16Mb or four hundred pics of 2Mb. If it already has thirty-two videos, how many pics of this size it can still store?)

8 / 10 respostas corretas



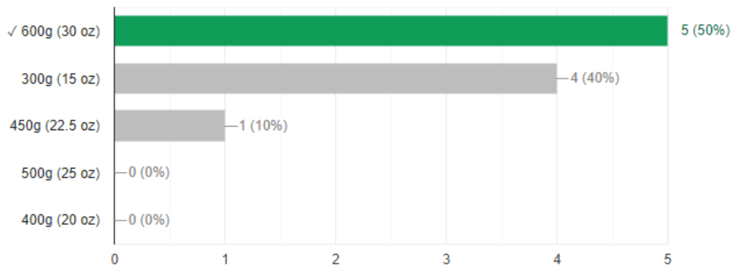
4 - Dada a sequência 6, 11, ?, 27, qual número está faltando? (Look at the number sequence 6, 11, ?, 27, which number is missing?)

5 / 10 respostas corretas



5 - Se uma barra de chocolate pesa 200g mais meia barra, quanto pesa uma barra e meia? (If the weight of a chocolate bar is 10 oz plus a half bar, what is the weight of one-and-a-half chocolate bar?)

5 / 10 respostas corretas



6 - Qual o valor do produto (x-a)(x-b)(x-c)...(x-z)? Sabe-se que a=1, b=2, c=3, ..., z=26. (What is the result of the following multiplication (x-a)(x-b)(x-c)...(x-z)? It is known that a=1, b=2, c=3, ..., z=26.)

10 respostas

156

É zero, pois (x-x) é igual a zero e quanto em uma multiplicação pelo menos um fator for zero o produto também será zero.

-

z=26

X^26-13x27x-...-26!

0

(X-x)

15

-32x

26!

7 - Às 7h00min, o marinheiro Alan observa da borda do convés de um navio a subida da maré. Desse convés desce uma escada de quebra-peito (escada de corda com degraus em madeira) de 8 metros de comprimento. Os degraus tem 20cm de intervalo um do outro e o último toca a água. A maré sobe à razão de 35cm por hora. Em qual horário estarão os dois primeiros degraus cobertos pela água? (At seven o'clock on main deck, seaman Alan sees the rise tide. On this deck there is a 26ft pilot ladder (ladder made with rope and wooden steps) coming down till the sea and its first step touches water. If the tide rises 1.15ft per hour, what time the first two steps will be cover by water?)

10 respostas

1h 17'

Aproximadamente 8h08min35s ou 8° 08' 35"

7h34min17s

9 horas

7:35

A água não chega ao primeiro degrau.

735

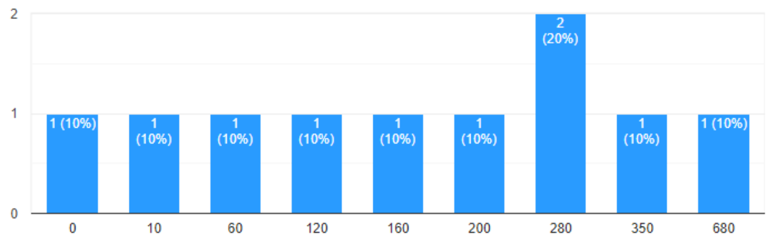
15:00 horas

8 horas e 9 minutos

Nunca

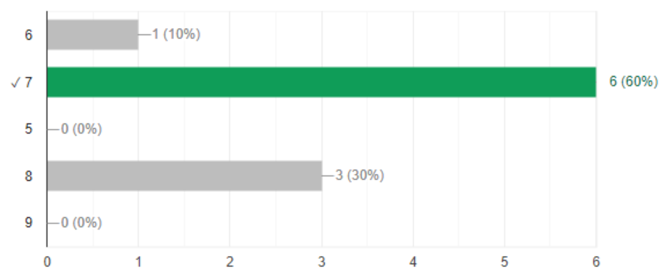
8 - Uma jovem gastou todo dinhero que tinha em três lojas. Em cada loja, gastou R$ 20,00 a mais que a metade do que tinha ao entrar. Quanto a jovem tinha quando entrou na primeira loja? (A young woman spent all her money after visit three stores. At each store she has spent twenty dollars more than the half of money she had when she got in the store. How much money the young woman had when got in at the first store?)

10 respostas



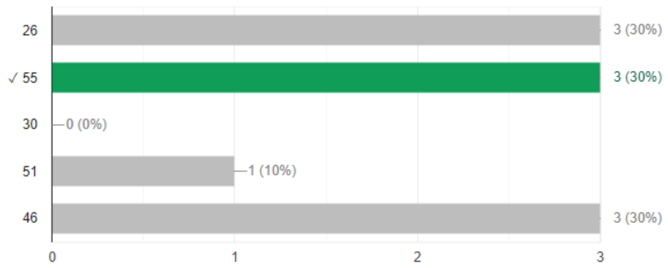
9 - Em uma resenha entre amigos, todos que estavam presentes se cumprimentaram uma vez com um aperto de mão. Lucas disse que houve 21 apertos de mão. Quantos estavam nessa resenha? (During a meeting, each person greeted another one with a handshake once. Lucas said there were twenty-one handshakes. So, how many persons were in the meeting?)

6 / 10 respostas corretas



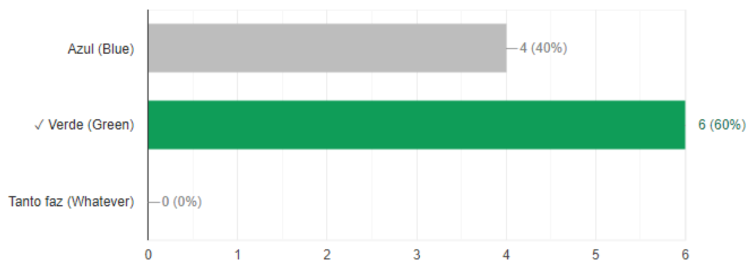
10 - Quantos quadrados há na figura? (How many squares are in the figure?)

3 / 10 respostas corretas



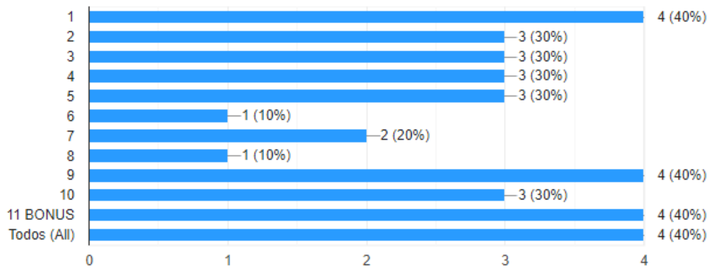
(11 - BONUS) Uma loja está com uma liquidação de 30% em diversos itens. Mario escolhe um tenis azul e ao chegar no caixa para pagar, descobre que ainda tem mais 20% de desconto. Quando ia efetuar o pagamento, ele vê o mesmo modelo de tênis porém verde e decide levá-lo ao invés do azul. No caixa é informado que o modelo na cor verde não faz parte da mesma liquidação do azul mas tem um bom desconto também de 45%. E agora, qual promoção é mais vantajosa: a do tênis azul ou do tênis verde? (There is a store on a big sale with thirty percent of cash discount in many items. Mario goes there and chooses a blue tennis. When he is going to pay it he is informed that this one has more twenty percent of discount. However, Mario sees same tennis in green. So he decides to buy the green one. And now, what is betther? Is more advantageous buy the blue tennis or the green one?)

6 / 10 respostas corretas



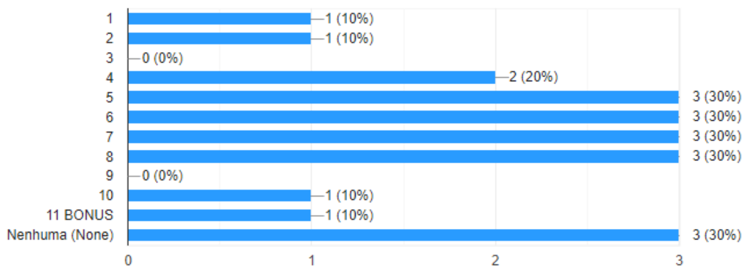
Quais problemas você avalia ter resolvido? (Which questions do you believe you solved?)

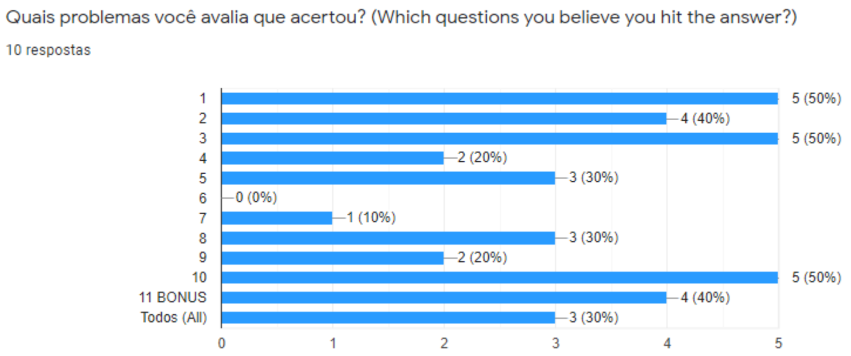
10 respostas

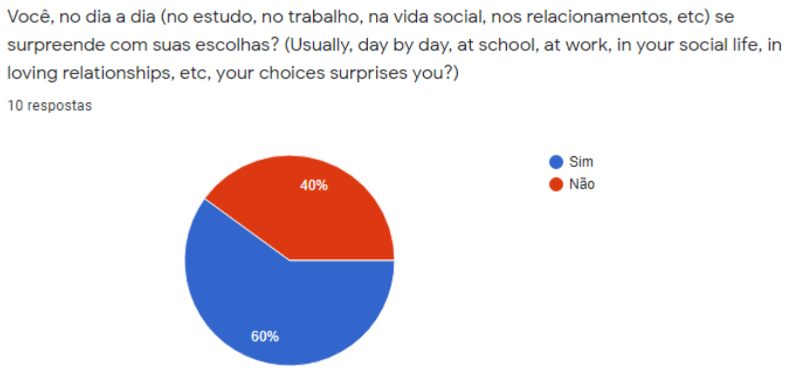


Em quais questões você chutou a resposta? (Which questions did you took a guess the answer?)

10 respostas







Destacam-se as seguintes observações:

• 3 participantes com Ensino Médio (1 concluída; 2 cursando), 5 participantes com Graduação (4 concluídas; 1 não-concluída) e 2 com Mestrado ou Doutorado (1 concluído e 1 não-concluído);

• Dos participantes, 6 disseram gostar de Matemática e 4 não;

• Na Questão 1, bem simples, houve apenas 40% de acertos; destes, 3 gostam de Matemática e 1 não; ou seja, 50% dos que disseram gostar de Matemática, não acertaram essa questão;

• Na Questão 2, sobre o conceito de algarismo e número, houve apenas 4 respostas esperadas (11+1); destes, 3 gostam de Matemática e 1 não; ou seja, 50% dos que disseram gostar de Matemática, não acertaram essa questão;

• Na Questão 6, sobre a anulação do produto, houve apenas 30% de acertos (considerando (x-x) como um acerto); destes, 1 gosta de Matemática e 2 não gostam;

• Na Questão 7, sobre a observação empírica da maré, houve apenas 20% de acertos; destes, os 2 gostam de Matemática;

• Na Questão 8, sobre operações básicas onde requer um pouco mais de atenção e mais passos, houve apenas 2 acertos; destes, 1 gosta de Matemática e 1 não gosta; sendo que ambos avaliaram ter resolvido e acertado todas questões;

• Na Questão 10, meramente de percepção visual e contagem, houve apenas 30% de acertos; destes, 2 gostam de Matemática e 1 não gosta;

• Na Questão 11 (BONUS), sobre operação de multiplicação e conceito de porcentagem, houve 60% de acertos; destes, 3 gostam de matemática e 3 não gostam; ou seja, 50% dos que disseram gostar de Matemática, não acertaram essa questão;

• Das 11 questões, 70% tiveram 5 acertos ou menos;

• Dos participantes, 50% consideraram a avaliação como sendo de nível médio e, os outros 50% avaliaram como difícil;

• Dos participantes, as duas maiores pontuações, com 9 acertos, foram de 1 participante que disse gostar de Matemática e outro que disse não gostar;

• Dos participantes que disseram gostar de Matemática, 66,7% disseram se surpreender com suas escolhas no dia a dia e, dos que disseram não gostar de Matemática, 50% disseram não se surpreender com suas escolhas do dia a dia.

Assim, é possível observar um índice bem baixo de aproveitamento nesta avaliação proposta, pelo presente trabalho acadêmico, que trata de conceitos elementares da Matemática. Fato este que, considerando que apenas 20% cursam o Ensino Médio, ratifica e extrapola os índices alcançados nas avaliações Saeb e PISA apresentados neste trabalho, ambos de aplicação exclusiva para estudantes da educação básica. Ou seja, pode-se previamente, diante desta curta amostragem, sugerir a inferência que as dificuldades em adquirir e construir o conhecimento matemático durante a vida escolar são levadas para a continuidade da vida influenciando diretamente em como as pessoas percebem e utilizam a Matemática. A se melhor sustentar em uma oportuna pesquisa mais ampla e de maior amostragem.

ANEXOS

Anexos A: Um pouco mais sobre as tendências pedagógicas

QUADRO SÍNTESE DAS TENDÊNCIAS PEDAGÓGICAS

NOME DA TENDÊNCIA PEDAGÓGICA	PAPEL DA ESCOLA	APRENDIZAGEM	CONTEÚDOS	PROFESSOR X ALUNO	MÉTODOS
Tendência Liberal Tradicional	Preparação intelectual e moral dos alunos para assumir seu papel na sociedade.	A aprendizagem é receptiva e mecânica, sem se considerar as características próprias de cada idade.	São conhecimentos e valores sociais acumulados através dos tempos e repassados aos alunos como verdades absolutas.	Autoridade do professor que exige atitude receptiva do aluno.	Exposição e demonstração verbal da matéria e /ou por meio de modelos.
Tendência Liberal Renovada Progressivista	A escola deve adequar as necessidades individuais ao meio social.	É baseada na motivação e na estimulação de problemas. O aluno aprende fazendo.	Os conteúdos são estabelecidos a partir das experiências vividas pelos alunos frente às situações problema.	O professor é auxiliador no desenvolvimento livre da criança.	Por meio de experiências, pesquisas e método de solução de problemas.
Tendência Liberal Renovada Não Diretiva (Escola Nova)	Formação de atitudes.	Aprender é modificar as percepções da realidade.	Baseia-se na busca dos conhecimentos pelos próprios alunos.	Educação centralizada no aluno; o professor deve garantir um clima de relacionamento pessoal e autêntico, baseado no respeito.	Método baseado na facilitação da aprendizagem.
Tendência Liberal Tecnicista	É modeladora do comportamento humano através de técnicas específicas.	Aprendizagem baseada no desempenho.	São informações ordenadas numa sequência lógica e psicológica.	Relação objetiva em que o professor transmite informações e o aluno deve fixá-las.	Procedimentos e técnicas para a transmissão e recepção de informações.
Tendência Progressivista Libertadora	Não atua em escolas, porém visa levar professores e alunos a atingir um nível de consciência da realidade em que vivem na busca da transformação social.	Valorização da experiência vivida como base da relação educativa. Codificação-decodificação. Resolução da situação problema.	Temas geradores retirados da problematização do cotidiano dos educandos.	A relação é de igual para igual, horizontalmente.	Grupos de discussão.
Tendência Progressivista Libertária	Transformação da personalidade num sentido libertário e autogestionário.	Também prima pela valorização da vivência cotidiana. Aprendizagem informal via grupo.	As matérias são colocadas, mas não exigidas.	É não diretiva, o professor é orientador e os alunos livres.	Vivência grupal na forma de autogestão.
Tendência Progressivista "Crítico-social dos conteúdos ou histórico-crítica"	Difusão dos conteúdos.	Baseadas nas estruturas cognitivas já estruturadas nos alunos.	Conteúdos culturais universais que são incorporados pela humanidade frente à realidade social.	Papel do aluno como participador e do professor como mediador entre o saber e o aluno.	O método parte de uma relação direta da experiência do aluno confrontada com o saber sistematizado.

Fonte: http://www.educacaopublica.rj.gov.br/biblioteca/educacao/0327.html (Adaptado)

Anexo B: Escalas de Proficiência – SAEB 2017 e PISA 2018

ESCALA DE MATEMÁTICA SAEB – 5° ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

(Continua)

5º ANO	
NÍVEL	**DESCRIÇÃO DAS HABILIDADES DESENVOLVIDAS**
Nível 1* Desempenho maior ou igual a 125 e menor que 150	Os estudantes provavelmente são capazes de: **Grandezas e medidas** – Determinar a área de figuras desenhadas em malhas quadriculadas por meio de contagem.
Nível 2 Desempenho maior ou igual a 150 e menor que 175	Além das habilidades anteriormente citadas, os estudantes provavelmente são capazes de: **Números e operações; álgebra e funções** – resolver problemas do cotidiano envolvendo adição de pequenas quantias de dinheiro. **Tratamento de informações** – localizar informações, relativas ao maior ou menor elemento, em tabelas ou gráficos.
Nível 3 Desempenho maior ou igual a 175 e menor que 200	Além das habilidades anteriormente citadas, os estudantes provavelmente são capazes de: **Espaço e forma** – localizar um ponto ou objeto em uma malha quadriculada ou croqui, a partir de duas coordenadas ou duas ou mais referências. Reconhecer, entre um conjunto de polígonos, aquele que possui o maior número de ângulos. Associar figuras geométricas elementares (quadrado, triângulo e círculo) a seus respectivos nomes. **Grandezas e medidas** – Converter uma quantia, dada na ordem das unidades de real, em seu equivalente em moedas. Determinar o horário final de um evento a partir de seu horário de início e de um intervalo de tempo dado, todos no formato de horas inteiras. **Números e operações; álgebra e funções** – associar a fração ¼ a uma de suas representações gráficas. Determinar o resultado da subtração de números representados na forma decimal, tendo como contexto o sistema monetário. **Tratamento de informações** – reconhecer o maior valor em uma tabela de dupla entrada cujos dados possuem até duas ordens. Reconhecer informações em um gráfico de colunas duplas.
Nível 4 Desempenho maior ou igual a 200 e menor que 225	Além das habilidades anteriormente citadas, os estudantes provavelmente são capazes de: **Espaço e forma** – reconhecer retângulos em meio a outros quadriláteros. Reconhecer a planificação de uma pirâmide entre um conjunto de planificações. **Grandezas e medidas** – Determinar o total de uma quantia a partir da quantidade de moedas de 25 e/ou 50 centavos que a compõe, ou vice-versa. Determinar a duração de um evento cujos horários inicial e final acontecem em minutos diferentes de uma mesma hora dada. Converter uma hora em minutos. Converter mais de uma semana inteira em dias. Interpretar horas em relógios de ponteiros. **Números e operações; álgebra e funções** – Determinar o resultado da multiplicação de números naturais por valores do sistema monetário nacional, expressos em números de até duas ordens e efetuar adição posterior. Determinar os termos desconhecidos em uma sequência numérica de múltiplos de cinco. Determinar a adição, com reserva, de até três números naturais com até quatro ordens. Determinar a subtração de números naturais usando a noção de completar. Determinar a multiplicação de um número natural de até três ordens por cinco, com reserva. Determinar a divisão exata por números de um algarismo. Reconhecer o princípio do valor posicional do sistema de numeração Decimal.

(Continua)

5º ANO	
NÍVEL	**DESCRIÇÃO DAS HABILIDADES DESENVOLVIDAS**
Nível 4 Desempenho maior ou igual a 200 e menor que 225	Reconhecer uma fração como representação da relação parte-todo, com o apoio de um conjunto de até cinco figuras. Associar a metade de um total a seu equivalente em porcentagem. Associar um número natural à sua decomposição expressa por extenso. Localizar um número em uma reta numérica graduada onde estão expressos números naturais consecutivos e uma subdivisão equivalente à metade do intervalo entre eles. **Tratamento de informações** – reconhecer o maior valor em uma tabela cujos dados possuem até oito ordens. Localizar um dado em tabelas de dupla entrada.
Nível 5 Desempenho maior ou igual a 225 e menor que 250	Além das habilidades anteriormente citadas, os estudantes provavelmente são capazes de: **Espaço e forma** – localizar um ponto entre outros dois fixados, apresentados em uma figura composta por vários outros pontos. Reconhecer a planificação de um cubo entre um conjunto de planificações apresentadas. **Grandezas e medidas** – Determinar a área de um terreno retangular representado em uma malha quadriculada. Determinar o horário final de um evento a partir do horário de início, dado em horas e minutos, e de um intervalo dado em quantidade de minutos superior a uma hora. Converter mais de uma hora inteira em minutos. Converter uma quantia dada em moedas de 5, 25 e 50 centavos e 1 real em cédulas de real. Estimar a altura de um determinado objeto com referência aos dados fornecidos por uma régua graduada em centímetros. **Números e operações; álgebra e funções** – Determinar o resultado da subtração, com recursos à ordem superior, entre números naturais de até cinco ordens, utilizando as ideias de retirar e comparar. Determinar o resultado da multiplicação de um número inteiro por um número representado na forma decimal, em contexto envolvendo o sistema monetário. Determinar o resultado da divisão de números naturais, com resto, por um número de uma ordem, usando noção de agrupamento. Resolver problemas envolvendo a análise do algoritmo da adição de dois números naturais. Resolver problemas, no sistema monetário nacional, envolvendo adição e subtração de cédulas e moedas. Resolver problemas que envolvam a metade e o triplo de números naturais. Localizar um número em uma reta numérica graduada onde estão expressos o primeiro e o último número representando um intervalo de tempo de dez anos, com dez subdivisões entre eles. Localizar um número racional dado em sua forma decimal em uma reta numérica graduada onde estão expressos diversos números naturais consecutivos, com dez subdivisões entre eles. Reconhecer o valor posicional do algarismo localizado na 4ª ordem de um número natural. Reconhecer uma fração como representação da relação parte-todo, com apoio de um polígono dividido em oito partes ou mais. Associar um número natural às suas ordens e vice-versa.
Nível 6 Desempenho maior ou igual a 250 e menor que 275	Além das habilidades anteriormente citadas, os estudantes provavelmente são capazes de: **Espaço e forma** – reconhecer polígonos presentes em um mosaico composto por diversas formas geométricas. **Grandezas e medidas** – Determinar a duração de um evento a partir dos horários de início e de término, informados em horas e minutos, sem coincidência nas horas ou nos minutos dos dois horários informados. Converter a duração de um intervalo de tempo, dado em horas e minutos, para minutos. Resolver problemas envolvendo intervalos de tempo em meses, inclusive passando pelo final do ano (outubro a janeiro).

(Conclusão)

5º ANO	
NÍVEL	**DESCRIÇÃO DAS HABILIDADES DESENVOLVIDAS**
Nível 6 Desempenho maior ou igual a 250 e menor que 275	Reconhecer que entre quatro ladrilhos apresentados, quanto maior o ladrilho, menor a quantidade necessária para cobrir uma dada região. Reconhecer o m2 como unidade de medida de área. Números e operações; álgebra e funções – Determinar o resultado da diferença entre dois números racionais representados na forma decimal. Determinar o resultado da multiplicação de um número natural de uma ordem por outro de até três ordens, em contexto que envolve o conceito de proporcionalidade. Determinar o resultado da divisão exata entre dois números naturais, com divisor de até quatro e dividendo de até quatro ordens. Determinar 50% de um número natural com até três ordens. Determinar porcentagens simples (25%, 50%). Associar a metade de um total a algum equivalente, apresentado como fração ou porcentagem. Associar números naturais à quantidade de agrupamentos de 1.000. Reconhecer uma fração como representação da relação parte-todo, sem apoio de figuras. Localizar números em uma reta numérica graduada onde estão expressos diversos números naturais não consecutivos e crescentes, com uma subdivisão entre eles. Resolver problemas por meio da realização de subtrações e divisões, para determinar o valor das prestações de uma compra a prazo (sem incidência de juros). Resolver problemas que envolvam soma e subtração de valores monetários. Resolver problemas que envolvam a composição e a decomposição polinomial de números naturais de até cinco ordens. Resolver problemas que utilizam a multiplicação envolvendo a noção de proporcionalidade. Reconhecer a modificação sofrida no valor de um número quando um algarismo é alterado. Reconhecer que um número não se altera ao multiplicá-lo por 1. Tratamento de informações – Interpretar dados em uma tabela simples. Comparar dados representados pelas alturas de colunas presentes em um gráfico.
Nível 7 Desempenho maior ou igual a 275 e menor que 300	Além das habilidades anteriormente citadas, os estudantes provavelmente são capazes de: Espaço e forma – Interpretar a movimentação de um objeto utilizando referencial diferente do seu. Reconhecer um cubo a partir de uma de suas planificações desenhadas em uma malha quadriculada. Grandezas e medidas – Determinar o perímetro de um retângulo desenhado em malha quadriculada, com as medidas de comprimento e largura explicitadas. Converter medidas dadas em toneladas para quilogramas. Converter uma quantia, dada na ordem das dezenas de real, em moedas de 50 centavos. Estimar o comprimento de um objeto a partir de outro, dado como unidade padrão de medida. Resolver problemas envolvendo conversão de quilograma para grama. Resolver problemas envolvendo conversão de litro para mililitro. Resolver problemas sobre intervalos de tempo que envolvam adição e subtração e que passem pela meia noite. Números e operações; álgebra e funções – Determinar 25% de um número múltiplo de quatro. Determinar a quantidade de dezenas presentes em um número de quatro ordens. Resolver problemas que envolvam a divisão exata ou a multiplicação de números naturais. Associar números naturais à quantidade de agrupamentos menos usuais, como 300 dezenas. Tratamento de informações – Interpretar dados em gráficos de setores.
Nível 8 Desempenho maior ou igual a 300 e menor que 325	Além das habilidades anteriormente citadas, os estudantes provavelmente são capazes de: Espaço e forma – reconhecer uma linha paralela a outra, dada como referência em um mapa. Reconhecer os lados paralelos de um trapézio expressos em forma de segmentos de retas. Reconhecer objetos com a forma esférica entre uma lista de objetos do cotidiano. Grandezas e medidas – Determinar a área de um retângulo desenhado numa malha quadriculada, após a modificação de uma

(Conclusão)

5º ANO	
NÍVEL	**DESCRIÇÃO DAS HABILIDADES DESENVOLVIDAS**
Nível 8 Desempenho maior ou igual a 300 e menor que 325	de suas dimensões. Determinar a razão entre as áreas de duas figuras desenhadas numa malha quadriculada. Determinar a área de uma figura poligonal não convexa desenhada sobre uma malha quadriculada. Estimar a diferença de altura entre dois objetos, a partir da altura de um deles. Converter medidas lineares de comprimento (m/cm). Resolver problemas que envolvem a conversão entre diferentes unidades de medida de massa. Números e operações; álgebra e funções – resolver problemas que envolvam grandezas diretamente proporcionais requerendo mais de uma operação. Resolver problemas envolvendo divisão de números naturais com resto. Associar a fração ½ à sua representação na forma decimal. Associar 50% à sua representação na forma de fração. Associar um número natural de seis ordens à sua forma polinomial. Tratamento de informações – Interpretar dados em um gráfico de colunas duplas.
Nível 9 Desempenho maior ou igual a 325 e menor que 350	Além das habilidades anteriormente citadas, os estudantes provavelmente são capazes de: Espaço e forma – reconhecer a planificação de uma caixa cilíndrica. Grandezas e medidas – Determinar o perímetro de um polígono não convexo desenhado sobre as linhas de uma malha quadriculada. Resolver problemas que envolvam a conversão entre unidades de medida de tempo (minutos em horas, meses em anos). Resolver problemas que envolvam a conversão entre unidades de medida de comprimento (metros em centímetros). Números e operações; álgebra e funções – Determinar o minuendo de uma subtração entre números naturais, de três ordens, a partir do conhecimento do subtraendo e da diferença. Determinar o resultado da multiplicação entre o número oito e um número de quatro ordens com reserva. Reconhecer frações equivalentes. Resolver problemas envolvendo multiplicação com significado de combinatória. Comparar números racionais com quantidades diferentes de casas decimais. Tratamento de informações – reconhecer o gráfico de linhas correspondente a uma sequência de valores ao longo do tempo (com valores positivos e negativos).
Nível 10 Desempenho maior ou igual a 350	Além das habilidades anteriormente citadas, os estudantes provavelmente são capazes de: Espaço e forma – reconhecer entre um conjunto de quadriláteros aquele que possui lados perpendiculares e com a mesma medida. Grandezas e medidas – Converter uma medida de comprimento, expressando decímetros e centímetros, para milímetros.

Fonte: Daeb/Inep.
* O Saeb não especifica as habilidades desenvolvidas no nível 0 da escala.

ESCALA DE MATEMÁTICA SAEB – 9° ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

(Continua)

9º ANO	
NÍVEL	**DESCRIÇÃO DAS HABILIDADES DESENVOLVIDAS**
Nível 1* Desempenho maior ou igual a 200 e menor que 225	Os estudantes provavelmente são capazes de: **Números e operações; álgebra e funções** – reconhecer o maior ou o menor número em uma coleção de números racionais, representados na forma decimal. **Tratamento de informações** – Interpretar dados apresentados em tabela e gráfico de colunas.

(Continua)

9º ANO	
NÍVEL	**DESCRIÇÃO DAS HABILIDADES DESENVOLVIDAS**
Nível 2 Desempenho maior ou igual a 225 e menor que 250	Além das habilidades anteriormente citadas, os estudantes provavelmente são capazes de: **Números e operações; álgebra e funções** – reconhecer a fração que corresponde à relação parte-todo entre uma figura e suas partes hachuradas. Associar um número racional que representa uma quantia monetária, escrito por extenso, à sua representação decimal. Determinar uma fração irredutível, equivalente a uma fração dada, a partir da simplificação por três. **Tratamento de informações** – Interpretar dados apresentados em um gráfico de linhas simples. Associar dados apresentados em gráfico de colunas a uma tabela.
Nível 3 Desempenho maior ou igual a 250 e menor que 275	Além das habilidades anteriormente citadas, os estudantes provavelmente são capazes de: **Espaço e forma** – reconhecer o ângulo de giro que representa a mudança de direção na movimentação de pessoas/objetos; reconhecer a planificação de um sólido simples, dado por um desenho em perspectiva. Localizar um objeto em representação gráfica do tipo planta baixa, utilizando dois critérios: estar mais longe de um referencial e mais perto de outro. **Números e operações; álgebra e funções** – Determinar uma fração irredutível, equivalente a uma fração dada, a partir da simplificação por sete; determinar a soma, a diferença, o produto ou o quociente de números inteiros em situações-problema. Localizar o valor que representa um número inteiro positivo associado a um ponto indicado em uma reta numérica. Resolver problemas envolvendo grandezas diretamente proporcionais, representadas por números inteiros. **Tratamento** de informações – associar dados apresentados em tabela a gráfico de setores. Analisar dados dispostos em uma tabela simples. Analisar dados apresentados em um gráfico de linhas com mais de uma grandeza representada.
Nível 4 Desempenho maior ou igual a 275 e menor que 300	Além das habilidades anteriormente citadas, os estudantes provavelmente são capazes de: **Espaço e forma** – localizar um ponto em um plano cartesiano, com o apoio de malha quadriculada, a partir de suas coordenadas. Reconhecer as coordenadas de um ponto dado em um plano cartesiano, com o apoio de malha quadriculada. Interpretar a movimentação de um objeto utilizando referencial diferente do seu. **Grandezas e medidas** – Converter unidades de medidas de comprimento, de metros para centímetros, na resolução de situação-problema. Reconhecer que a medida do perímetro de um retângulo, em uma malha quadriculada, dobra ou se reduz à metade quando os lados dobram ou são reduzidos à metade. **Números e operações; álgebra e funções** – Determinar a soma de números racionais em contextos de sistema monetário. Determinar o valor numérico de uma expressão algébrica de1° grau envolvendo números naturais, em situação-problema. Localizar números inteiros negativos na reta numérica. Localizar números racionais em sua representação decimal. **Tratamento de informações** – analisar dados dispostos em uma tabela de dupla entrada.
Nível 5 Desempenho maior ou igual a 30 e menor que 325	Além das habilidades anteriormente citadas, os estudantes provavelmente são capazes de: **Espaço e forma** – reconhecer que o ângulo não se altera em figuras obtidas por ampliação/redução. Localizar dois ou mais pontos em um sistema de coordenadas. **Grandezas e medidas** – Determinar o perímetro de uma região retangular, com o apoio de figura, na resolução de uma situação-problema. Determinar o volume mediante contagem de blocos. **Números e operações; álgebra e funções** – associar uma fração com denominador dez à sua representação decimal. Associar uma situação-problema à sua linguagem algébrica, por meio de equações do 1° grau ou sistemas lineares. Determinar, em

(Continua)

9º ANO	
NÍVEL	**DESCRIÇÃO DAS HABILIDADES DESENVOLVIDAS**
Nível 5 Desempenho maior ou igual a 300 e menor que 325	situação-problema, a adição e multiplicação entre números racionais, envolvendo divisão por números inteiros. Determinar a porcentagem envolvendo números inteiros. Resolver problema envolvendo grandezas diretamente proporcionais, representadas por números racionais na forma decimal.
Nível 6 Desempenho maior ou igual a 325 e menor que 350	Além das habilidades anteriormente citadas, os estudantes provavelmente são capazes de: **Espaço e forma** – reconhecer a medida do ângulo determinado entre dois deslocamentos, descritos por meio de orientações dadas por pontos cardeais. Reconhecer as coordenadas de pontos representados no primeiro quadrante de um plano cartesiano. Reconhecer a relação entre as medidas de raio e diâmetro de uma circunferência, com o apoio de figura. Reconhecer a corda de uma circunferência, as faces opostas de um cubo, a partir de uma de suas planificações. Comparar as medidas dos lados de um triângulo com base nas medidas de seus respectivos ângulos opostos. Resolver problema utilizando o Teorema de Pitágoras no cálculo da medida da hipotenusa, dadas as medidas dos catetos. **Grandezas e medidas** – Converter unidades de medida de massa, de quilograma para grama, na resolução de situação-problema. Resolver problema fazendo uso de semelhança de triângulos. **Números e operações; álgebra e funções** – reconhecer frações equivalentes. Associar um número racional, escrito por extenso, à sua representação decimal, e vice-versa. Estimar o valor da raiz quadrada de um número inteiro aproximando-o de um número racional em sua representação decimal. Resolver problema envolvendo grandezas diretamente proporcionais, com constante de proporcionalidade não inteira. Determinar o valor numérico de uma expressão algébrica que contenha parênteses, envolvendo números naturais. Determinar um valor monetário obtido por meio de um desconto ou um acréscimo percentual. Determinar o valor de uma expressão numérica, com números irracionais, fazendo uso de uma aproximação racional fornecida. **Tratamento de informações** – resolver problemas que requerem a comparação de dois gráficos de colunas.
Nível 7 Desempenho maior ou igual a 350 e menor que 375	Além das habilidades anteriormente citadas, os estudantes provavelmente são capazes de: **Espaço e forma** – reconhecer ângulos agudos, retos ou obtusos de acordo com sua medida em graus. Reconhecer as coordenadas de pontos representados num plano cartesiano localizados em quadrantes que não sejam o primeiro. Determinar a posição final de um objeto, após a realização de rotações em torno de um ponto, de diferentes ângulos, em sentido horário e anti-horário. Resolver problemas envolvendo ângulos, inclusive utilizando a lei angular de tales sobre a soma dos ângulos internos de um triângulo. Resolver problemas envolvendo as propriedades de ângulos internos e externos de triângulos e quadriláteros, com ou sem justaposição ou sobreposição de figuras. Resolver problema utilizando o Teorema de Pitágoras no cálculo da medida de um dos catetos, dadas as medidas da hipotenusa e de um de seus catetos. **Grandezas e medidas** – Determinar o perímetro de uma região retangular, obtida pela justaposição de dois retângulos, descritos sem o apoio de figuras. Determinar a área de um retângulo em situações-problema. Determinar a área de regiões poligonais desenhadas em malhas quadriculadas. Determinar o volume de um cubo ou de um paralelepípedo retângulo, sem o apoio de figura. Converter unidades de medida de volume, de m3 para litro, em situações problema. Reconhecer a relação entre as áreas de figuras semelhantes. **Números e operações; álgebra e funções** – Determinar o quociente entre números racionais

(Conclusão)

9º ANO	
NÍVEL	**DESCRIÇÃO DAS HABILIDADES DESENVOLVIDAS**
Nível 7 Desempenho maior ou igual a 350 e menor que 375	representados na forma decimal ou fracionária, em situações-problema. Determinar a soma de números racionais dados na forma fracionária e com denominadores diferentes. Determinar o valor numérico de uma expressãoalgébricade2° grau, com coeficientes naturais, envolvendo números inteiros. Determinar o valor de uma expressão numérica envolvendo adição, subtração, multiplicação e/ou potenciação entre números inteiros. Determinar o valor de uma expressão numérica com números inteiros positivos e negativos; determinar o valor de uma expressão numérica com números racionais. Comparar números racionais com diferentes números de casas decimais, usando arredondamento. Localizar na reta numérica um número racional, representado na forma de uma fração imprópria. Associar uma fração à sua representação na forma decimal. Associar uma situação-problema à sua linguagem algébrica, por meiodeinequaçõesdo1° grau. Associar a representação gráfica de duas retas no plano cartesiano a um sistema de duas equações lineares e vice versa. Resolver problemas envolvendo equação de 2° grau. **Tratamento de informações** – Determinar a média aritmética de um conjunto de valores. Estimar quantidades em gráficos de setores. Analisar dados dispostos em uma tabela de três ou mais entradas. Interpretar dados fornecidos em gráficos envolvendo regiões do plano cartesiano. Interpretar gráficos de linhas com duas sequências de valores.
Nível 8 Desempenho maior ou igual a 375 e menor que 400	Além das habilidades anteriormente citadas, os estudantes provavelmente são capazes de: **Espaço e forma** – resolver problemas utilizando as propriedades das cevianas (altura, mediana e bissetriz) de um triângulo isósceles, com o apoio de figura. **Grandezas e medidas** – Converter unidades de medida de capacidade, de mililitro para litro, em situações problema. Reconhecer que a área de um retângulo quadruplica quando seus lados dobram. Determinar a área de figuras simples (triângulo, paralelogramo, trapézio), inclusive utilizando composição/ decomposição. **Números e operações; álgebra e funções** – Determinar o valor numérico de uma expressão algébrica de 1°grau, com coeficientes racionais, representados na forma decimal. Determinar o valor de uma expressão numérica envolvendo adição, subtração e potenciação entre números racionais, representados na forma decimal. Resolver problemas envolvendo grandezas inversamente proporcionais.
Nível 9 Desempenho maior ou igual a 400	Além das habilidades anteriormente citadas, os estudantes provavelmente são capazes de: **Espaço e forma** – resolver problemas utilizando a soma das medidas dos ângulos internos de um polígono. Números e operações; álgebra e funções – reconhecer a expressão algébrica que expressa uma regularidade existente em uma sequência de números ou de figuras geométricas.

Fonte: Daeb/Inep.

* O Saeb não especifica as habilidades desenvolvidas no nível 0 da escala.

ESCALA DE MATEMÁTICA SAEB – 3ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO (Continua)

3ª SÉRIE	
NÍVEL	**DESCRIÇÃO DAS HABILIDADES DESENVOLVIDAS**
Nível 1* Desempenho maior ou igual a 225 e menor que 250	Espaço e forma – não existem itens-âncora para esse nível. **Grandezas e medidas** – não existem itens-âncora para esse nível. **Números e operações; álgebra e funções** – não existem itens-âncora para esse nível. **Tratamento de informações** – o estudante pode ser capaz de associar uma tabela de até duas entradas a informações apresentadas textualmente ou em um gráfico de barras ou de linhas.
Nível 2 Desempenho maior ou igual a 250 e menor que 275	**Espaço e forma** – o estudante pode ser capaz de reconhecer as coordenadas de pontos representados em um plano cartesiano e localizados no primeiro quadrante. **Grandezas e medidas** – não existem itens-âncora para esse nível. **Números e operações; álgebra e funções** – o estudante pode ser capaz de reconhecer os zeros de uma função dada graficamente. Também é bem provável que os alunos determinem: o valor de uma função afim, dada sua lei de formação; um resultado utilizando o conceito de progressão aritmética. **Tratamento de informações** – o estudante pode ser capaz de associar um gráfico de setores a dados percentuais apresentados textualmente ou em uma tabela.
Nível 3 Desempenho maior ou igual a 275 e menor que 300	**Espaço e forma** – não existem itens-âncora para esse nível. **Grandezas e medidas** – não existem itens-âncora para esse nível. **Números e operações; álgebra e funções** – o estudante pode ser capaz de reconhecer: o valor máximo de uma função quadrática representada graficamente; em um gráfico, o intervalo no qual a função assume valor máximo. Também pode ser capaz de determinar: por meio de proporcionalidade, o gráfico de setores que representa uma situação com dados fornecidos textualmente; o quarto valor em uma relação de proporcionalidade direta com base em três valores fornecidos em uma situação do cotidiano; um valor reajustado de uma quantia a partir de seu valor inicial e do percentual de reajuste. Além disso, é provável que resolva problemas utilizando operações fundamentais com números naturais. Tratamento de informações – não existem itens-âncora para esse nível.
Nível 4 Desempenho maior ou igual a 300 e menor que 325	**Espaço e forma** – não existem itens-âncora para esse nível. **Grandezas e medidas** – o estudante pode ser capaz de resolver Problemas envolvendo área de uma região composta por retângulos, com base em medidas fornecidas em texto e figura. **Números e operações; álgebra e funções** – o estudante pode ser capaz de reconhecer o gráfico de função considerando valores fornecidos em um texto. Além disso, pode ser capaz de determinar: a lei de formação de uma função linear a partir de dados fornecidos em uma tabela; a solução de um sistema de duas equações lineares; um termo de progressão aritmética, dada sua forma geral; a probabilidade da ocorrência de um evento simples. Também é provável que resolva: problemas utilizando proporcionalidade direta ou inversa, cujos valores devem ser obtidos a partir de operações simples; problemas de contagem usando princípio multiplicativo. **Tratamento de informações** – não existem itens-âncora para esse nível.
Nível 5 Desempenho maior ou igual a 325 e menor que 350	**Espaço e forma** – não existem itens-âncora para esse nível. **Grandezas e medidas** – o estudante pode ser capaz de determinar medidas de segmentos por meio da semelhança entre dois polígonos. **Números e operações; álgebra e funções** – o estudante pode ser capaz de determinar: o valor de variável dependente ou independente de uma função exponencial dada; o percentual que representa um valor em relação a outro; o valor de uma expressão algébrica; a solução de um sistema de três equações, sendo uma com uma incógnita, outra com duas e a

(Continua)

3ª SÉRIE	
NÍVEL	**DESCRIÇÃO DAS HABILIDADES DESENVOLVIDAS**
Nível 5 Desempenho maior ou igual a 325 e menor que 350	terceira com três. Também é provável que seja capaz de resolver problema envolvendo: divisão proporcional do lucro em relação a dois investimentos iniciais diferentes; operações, além das fundamentais, com números naturais; relação linear entre duas variáveis para a determinação de uma delas; probabilidade de união de eventos. Além disso, é provável que os alunos sejam capazes de avaliar o comportamento de uma função, representada graficamente, quanto ao seu crescimento. **Tratamento de informações** – não existem itens-âncora para esse nível.
Nível 6 Desempenho maior ou igual a 350 e menor que 375	**Espaço e forma** – o estudante pode ser capaz de reconhecer as coordenadas de pontos representados em um plano cartesiano e localizados em quadrantes que não sejam o primeiro. é provável também que consiga associar um sólido geométrico simples a uma planificação usual dada. Além disso, há uma grande probabilidade de resolver problemas envolvendo Teorema de Pitágoras, para calcular a medida da hipotenusa de um triângulo pitagórico, a partir de informações apresentadas textualmente e em uma figura. **Grandezas e medidas** – o estudante pode ser capaz de determinar: a razão de semelhança entre as imagens de um mesmo objeto em escalas diferentes; o volume de um paralelepípedo retângulo, dada sua representação espacial. **Números e operações; álgebra e funções** – o estudante pode ser capaz de determinar os zeros de uma função quadrática, a partir de sua expressão algébrica. Além disso, é provável que resolva problemas de porcentagem envolvendo números racionais não inteiros. **Tratamento de informações** – não existem itens – âncora para esse nível.
Nível 7 Desempenho maior ou igual a 375 e menor que 400	**Espaço e forma** – o estudante pode ser capaz de determinar: a medida de um dos lados de um triângulo retângulo, por meio de razões trigonométricas, sendo fornecidas ou não as fórmulas; com o uso do Teorema de Pitágoras, a medida de um dos catetos de um triângulo retângulo não pitagórico. **Grandezas e medidas** – o estudante pode ser capaz de determinar a área de um polígono não convexo composto por retângulos e triângulos, a partir de informações fornecidas na figura. Além disso, é provável que consiga resolver problemas: por meio de semelhança de triângulos sem apoio de figura; envolvendo perímetros de triângulos equiláteros que compõem uma figura. **Números e operações; álgebra e funções** – o estudante pode ser capaz de reconhecer: gráfico de função a partir de informações sobre sua variação descritas em um texto; os zeros de uma função quadrática em sua forma fatorada; gráfico de função afim a partir de sua representação algébrica; a equação de uma reta a partir de dois de seus pontos; as raízes de um polinômio apresentado na sua forma fatorada. Além disso, é provável também que os alunos sejam capazes de determinar os pontos de máximo ou de mínimo a partir do gráfico de uma função; o valor de uma expressão algébrica envolvendo módulo; o ponto de interseção de duas retas; a expressão algébrica que relaciona duas variáveis com valores dados em tabela ou gráfico; a maiorraizdeumpolinômiode2° grau. Também é provável que os alunos sejam capazes de resolver problemas: para obter valor de variável dependente ou independente de uma função exponencial dada; envolvendo uma equação de 1° grau que requeira manipulação algébrica; envolvendo um sistema linear, dadas duas equações a duas incógnitas; usando permutação; utilizando probabilidade, envolvendo eventos independentes. **Tratamento de informações** – não existem itens-âncora para esse nível.

(Continua)

3ª SÉRIE	
NÍVEL	**DESCRIÇÃO DAS HABILIDADES DESENVOLVIDAS**
Nível 8 Desempenho maior ou igual a 400 e menor que 425	**Espaço e forma** – o estudante pode ser capaz de reconhecer a proporcionalidade dos elementos lineares de figuras semelhantes. Também é provável que seja capaz de determinar: uma das medidas de uma figura tridimensional, utilizando o Teorema de Pitágoras; a equação de uma circunferência, dados o centro e o raio; a quantidade de faces, vértices e arestas de um poliedro por meio da relação de Euler. É provável também que os alunos sejam capazes de resolver problema envolvendo razões trigonométricas no triângulo retângulo, com apoio de figura. Podem também ser capazes de associar um prisma a uma planificação usual dada. **Grandezas e medidas** – o estudante pode ser capaz de determinar a área da superfície de uma pirâmide regular; o volume de um paralelepípedo, dadas suas dimensões em unidades diferentes; o volume de cilindros. **Números e operações; álgebra e funções** – o estudante pode ser capaz de reconhecer: o gráfico de uma função trigonométrica na forma y=sen(x); um sistema de equações associado a uma matriz. Também é provável que seja capaz de determinar: a expressão algébrica associada a um dos trechos do gráfico de uma função definida por partes; o valor máximo de uma função quadrática a partir de sua expressão algébrica e das expressões que determinam as coordenadas do vértice; a distância entre dois pontos no plano cartesiano. É provável também que os alunos sejam capazes de resolver problema: usando arranjo; envolvendo a resolução de uma equação do 2° grau cujos dados são seus coeficientes. Além disso, existe uma grande probabilidade de que sejam capazes de interpretar o significado dos coeficientes da equação de uma reta, a partir de sua forma reduzida. **Tratamento de informações** – não existem itens-âncora para esse nível.
Nível 9 Desempenho maior ou igual a 425 e menor que 450	**Espaço e forma** – o estudante pode ser capaz de reconhecer a equação que representa uma circunferência, entre diversas equações dadas. Também é provável que seja capaz de determinar o centro e o raio de uma circunferência a partir de sua equação geral. É provável também que os alunos sejam capazes de resolver problemas envolvendo relações métricas em um triângulo retângulo que é parte de uma figura plana dada. **Grandezas e medidas** – o estudante pode ser capaz de determinar o volume de pirâmides regulares. É provável também que os alunos sejam capazes de resolver problema envolvendo: áreas de círculos e polígonos; semelhança de triângulos com apoio de figura na qual os dois triângulos apresentam ângulos opostos pelos vértices; cálculo de volume de cilindro. **Números e operações; álgebra e funções** – o estudante pode ser capaz de reconhecer o gráfico de uma função exponencial do tipo f(x)=10x+1; o gráfico de uma função logarítmica, dada a expressão algébrica da sua função inversa e seu gráfico. Também é provável que seja capaz de determinar: a expressão algébrica correspondente a uma função exponencial, com base em dados fornecidos em texto ou gráfico; a inversa de uma função exponencial dada, representativa de uma situação do cotidiano; inclinação ou coeficiente angular de retas a partir de suas equações; um polinômio na forma fatorada, dadas as suas raízes. **Tratamento de informações** – não existem itens-âncora para esse nível.

(Conclusão)

3ª SÉRIE	
NÍVEL	**DESCRIÇÃO DAS HABILIDADES DESENVOLVIDAS**
Nível 10 Desempenho maior ou igual a 450	Espaço e forma – não existem itens-âncora para esse nível. Grandezas e medidas – não existem itens-âncora para esse nível. Números e operações; álgebra e funções – o estudante pode ser capaz de determinar a solução de um sistema de três equações lineares, a três incógnitas, apresentado na forma matricial escalonada. Tratamento de informações – não existem itens-âncora para esse nível.

Fonte: Daeb/Inep.
* O Saeb não especifica as habilidades desenvolvidas no nível 0 da escala.

NÍVEL DE PROFICIÊNCIA EM MATEMÁTICA – PISA 2018

(Continua)

NÍVEL	CARACTERÍSTICAS DAS TAREFAS
6	No Nível 6, os estudantes são capazes de conceituar, generalizar e utilizar informações com base em suas investigações e na modelagem de problemas complexos, e são capazes de usar seu conhecimento em contextos relativamente não padronizados. Conseguem estabelecer ligações entre diferentes fontes de informação e representações, e transitar entre elas com flexibilidade. Evidenciam um pensamento e um raciocínio matemáticos avançados. São capazes de associar sua percepção e sua compreensão junto com um domínio de operações e relações matemáticas simbólicas e formais para desenvolver novas abordagens e estratégias que lhes permitam lidar com situações novas. Conseguem refletir sobre suas ações e formular e comunicar com precisão suas ações e reflexões relacionadas às constatações, interpretações e argumentações que elaboram; são ainda capazes de explicar por que razão estas são adequadas à situação original.
5	No Nível 5, os estudantes são capazes de desenvolver modelos para situações complexas e trabalhar com eles, identificando restrições e especificando hipóteses. Conseguem selecionar, comparar e avaliar estratégias adequadas de resolução de problemas para lidar com problemas complexos relacionados a esses modelos. Conseguem trabalhar estrategicamente, utilizando um vasto e bem desenvolvido conjunto de habilidades de pensamento e de raciocínio, representações conectadas de maneira adequada, caracterizações simbólicas e formais, e percepção relativa a essas situações. Começam a refletir sobre suas ações e são capazes de formular e de comunicar suas interpretações e raciocínios.
4	No Nível 4, os estudantes são capazes de trabalhar de maneira eficaz com modelos explícitos em situações concretas complexas, que podem envolver restrições ou exigir formulação de hipóteses. São capazes de selecionar e de integrar diferentes representações, inclusive representações simbólicas, relacionando-as diretamente a aspectos de situações da vida real. Conseguem utilizar seu conjunto limitado de habilidades e raciocinar com alguma perspicácia em contextos diretos. São capazes de construir e de comunicar explicações e argumentos com base em suas interpretações, argumentos e ações.
3	No Nível 3, os estudantes são capazes de executar procedimentos descritos com clareza, inclusive aqueles que exigem decisões sequenciais. Suas interpretações são seguras o suficiente para servirem de base à construção de um modelo simples ou à seleção e aplicação de estratégias simples de resolução de problemas. São capazes de interpretar e de utilizar representações Demonstram alguma capacidade para lidar com porcentagens,

(Conclusão)

NÍVEL	CARACTERÍSTICAS DAS TAREFAS
3	frações e números decimais, e para trabalhar com relações de proporcionalidade. Suas soluções indicam que eles se envolvem em interpretações e raciocínios básicos.
2	No Nível 2, os estudantes são capazes de interpretar e reconhecer situações em contextos que não exigem mais do que inferências diretas. Conseguem extrair informações relevantes de uma única fonte e utilizar um único modo de representação. Conseguem empregar algoritmos, fórmulas, procedimentos ou convenções básicos para resolver problemas que envolvem números inteiros. São capazes de fazer interpretações literais de resultados.
1	No Nível 1, os estudantes são capazes de responder a questões que envolvem contextos familiares, nas quais todas as informações relevantes estão presentes e as questões estão claramente definidas. Conseguem identificar informações e executar procedimentos rotineiros, de acordo com instruções diretas, em situações explícitas. Conseguem realizar ações que são, quase sempre, óbvias e que decorrem diretamente dos estímulos dados.
Abaixo de 1	A OCDE não especifica as habilidades desenvolvidas

Fonte: Inep, com base em OCDE.