



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO  
INSTITUTO DE FLORESTAS  
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA FLORESTAL

**Aaron Franco de Paula**

**ESTRATIFICAÇÃO DE EQUAÇÕES HIPSOMÉTRICAS EM POVOAMENTO DE  
EUCALIPTO**

Prof. Dr. Emanuel José Gomes de Araújo  
Orientador

SEROPÉDICA, RJ  
NOVEMBRO – 2023



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO  
INSTITUTO DE FLORESTAS  
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA FLORESTAL

**Aaron Franco de Paula**

**ESTRATIFICAÇÃO DE EQUAÇÕES HIPSOMÉTRICAS EM POVOAMENTO DE  
EUCALIPTO**

Monografia apresentada ao Curso de Engenharia Florestal, como requisito parcial para a obtenção do Título de Engenheiro Florestal, Instituto de Florestas da Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro.

Prof. Dr. Emanuel José Gomes de Araújo  
Orientador

SEROPÉDICA, RJ  
NOVEMBRO – 2023

**ESTRATIFICAÇÃO DE EQUAÇÕES HIPSOMÉTRICAS EM POVOAMENTO DE  
EUCALIPTO**

**AARON FRANCO DE PAULA**

APROVADA EM: 30/11/2023

BANCA EXAMINADORA:

---

Prof. Dr. EMANUEL JOSÉ GOMES DE ARAUJO – UFRRJ  
UFRRJ/IF/DS  
Orientador

---

Prof. Dr. MARCO ANTONIO MONTE – UFRRJ  
UFRRJ/IF/DS  
Membro

---

Prof. Dra. RAFAELLA DE ANGELI CURTO – UFRRJ  
UFRRJ/IF/DCA  
Membro

Dedico este trabalho a  
Deus e a minha mãe  
Maria Luzinete.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço primeiramente a Deus, pela oportunidade de estar cursando e finalizando um ensino superior de qualidade.

Agradeço a Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, por ceder o espaço para a minha graduação, com os excelentes profissionais.

Agradeço à minha Avó Antonieta, por sempre cuidar de mim e de meu irmão desde pequeno, mostrando valores familiares, e apoiar minhas escolhas.

Agradeço à minha mãe Maria Luzinete Franco por moldar meu caráter, por me ensinar ser sempre a pessoa mais honesta possível, por sempre estar ao meu lado em todos os momentos da minha vida, por sempre acreditar em mim.

Agradeço ao meu orientador Emanuel, pelo tempo, e atenção e pelos conhecimentos que me ajudaram na conclusão desse trabalho.

Agradeço a banca examinadora, por aceitar o convite, pela disponibilidade e contribuição pelo trabalho.

Agradeço ao laboratório de Mensuração e Manejo Florestal por ceder o espaço para eu escrever a minha monografia, e aos amigos de laboratório Bruno, Karla, Julia, Danilo, Nádia e Naila.

## RESUMO

O objetivo deste trabalho foi avaliar a relação hipsométrica em diferentes idades por parcelas e talhão do povoamento de Eucalipto. Realizou-se a modelagem hipsométrica utilizando o modelo de Curtis, em cada idade, considerando o ajuste por parcela e por talhão. O estudo foi realizado em um povoamento de Eucalipto com área de 50,11 hectares, com regime de manejo de alto fuste, plantados no espaçamento 3,0 x 3,0 m, localizados em Minas Gerais. Os dados foram coletados em cinco unidades amostrais, nas seguintes idades: 1,96; 3,83; 4,79; 5,96 e 6,96 anos. Em cada unidade amostral foram obtidas as variáveis circunferência a 1,30 m do solo, posteriormente convertidos em diâmetro, e a altura total das árvores. O critério de avaliação das equações ajustadas obedeceu ao maior coeficiente de determinação ajustado, o menor erro padrão de estimativa em porcentagem, além da análise gráfica dos resíduos. Também foram avaliados o teste F e a significância dos coeficientes de regressão. Os resultados demonstraram que o ajuste por parcela obteve melhoria nas estimativas das equações em todas as idades. Conclui-se que o ajuste das equações hipsométricas por meio do modelo de Curtis deve ser realizado estratificando os dados por idade e que o ajuste de uma equação por parcela propicia equações mais precisas.

**Palavras-chave:** Altura total; Dinâmica Hipsométrica; Idade; Estratificação.

## ABSTRACT

The objective of this work was to evaluate the hypsometric relationship at different ages by plots and plots of the Eucalyptus stand. Hypsometric modeling was carried out using the Curtis model, at each age, considering the adjustment by plot and plot. The study was carried out in a Eucalyptus stand with an area of 50.11 hectares, with a high-stem management regime, planted at 3.0 x 3.0 m spacing, located in Minas Gerais. Data were collected in five sampling units, at the following ages: 1.96; 3.83; 4.79; 5.96 and 6.96 years. In each sampling unit, the variables circumference at 1.30 m from the ground, later converted into diameter, and the total height of the trees were obtained. The evaluation criteria for the adjusted equations followed the highest adjusted coefficient of determination, the lowest standard error of estimate in percentage, in addition to the graphical analysis of the residuals. The F test and the significance of the regression coefficients were also evaluated. The results demonstrated that the installment adjustment improved the equation estimates at all ages. It is concluded that the adjustment of hypsometric equations using the Curtis model must be carried out by stratifying the data by age and that the adjustment of one equation per plot provides more accurate equations.

**Keywords: Total height; Hypsometric dynamics; Age; Stratification.**

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b> .....	8
<b>2 REVISÃO DE LITERATURA</b> .....	9
2.1 Relação hipsométrica .....	9
2.2 Fatores que influencia a Relação hipsométrica.....	9
2.3 Dinâmica da Relação hipsométrica .....	9
2.4 Níveis de estratificação.....	10
2.5 Modelos hipsométrico.....	11
<b>3 MATERIAL E MÉTODOS</b> .....	12
3.1 Caracterização da área.....	12
3.2 Caracterização dos Dados.....	13
3.3 Ajuste do modelo de relação hipsométrica.....	14
3.4 Teste de identidade .....	15
<b>4 RESULTADOS E DISCUSSÃO</b> .....	16
4.1 Estatísticas descritivas.....	16
4.2 Gráfico de tendência .....	24
<b>5 CONCLUSÕES</b> .....	25
<b>6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b> .....	25



## 1. INTRODUÇÃO

O *Eucalyptus* tem uma grande importância na economia brasileiro, devido a sua grande produtividade de madeira, que é utilizada para abastecer as indústrias, na produção de carvão, compensado, celulose, papel. Tendo a concentração de plantios florestais nas regiões do Sudeste e Centro Oeste do país, tendo como destaque para Minas Gerais, Mato Grosso Sul e São Paulo (IBÁ, 2023).

O inventário florestal é uma ferramenta de suma importância no manejo dos recursos, pois permite obter estimativas suficientemente precisas sobre as características qualitativas dos povoamentos florestais (PÉLLICO NETTO; BRENA, 1997).

Dentre as características qualitativas, podem ser mencionadas: estado fitossanitário, vitalidade das árvores, qualidade dos fustes, entre outras. Quanto aos aspectos quantitativos, podem ser mencionadas: volume comercial, área basal, frequência de árvores por hectares, altura média das árvores dominantes, altura total média, diâmetro médio, entre outras informações (SCOLFORO; MELLO, 2006).

A altura é uma importante variável dendrométrica, pois pode ser usada para a classificação da capacidade produtiva. Além de ser utilizada nas equações de volume e funções de afilamento (MACHADO; FIGUEIREDO FILHO, 2006).

Porém, a determinação da altura das árvores é uma atividade onerosa e susceptível a erros de medição, sendo comum medir-se apenas a altura de algumas árvores nas unidades de amostras e estimar a altura das demais por meio da relação hipsométrica. A relação hipsométrica é definida como a relação matemática entre a altura da árvore e o seu diâmetro, geralmente mensurado a 1,30 m do solo (IMÁÑA-ENCIMAS et al., 2002, SCOLFORO, 2005; HOSOKAEA, et al., 2008). Inúmeros modelos matemáticos podem adequar-se à relação hipsométrica. Na literatura encontram-se modelos lineares, não lineares, genéricos e mistos (CALEGARIO et al. 2005b, 2005c). Porém, o uso indiscriminado de tal relação pode levar a erros consideráveis, uma vez que vários fatores influenciam a relação entre a altura e diâmetro (BARROS et al., 2002).

A relação hipsométrica é influenciada por diversos fatores tais como: idade, sítio, densidade, posição sociológica, tamanho da copa, espécie, entre outros. Em povoamentos jovens, as árvores apresentam crescimento mais acentuado em altura, buscando o dossel. Esse fato ocorre devido a influência desses fatores, principalmente da competição pela luz e pelos recursos de crescimento. Conforme o povoamento vai se desenvolvendo, a curva hipsométrica tende a se estabilizar. Por isso, é tão importante verificar a dinâmica da curva hipsométrica ao longo do tempo, sendo recomendado a modelagem hipsométrica anualmente (PRODAN et al., 1997; SCOLFORO, 2005).

Bartoszeck et al. (2002) ressaltam que os modelos hipsométricos são de difícil aplicação, o que justifica o uso de equações tradicionais disponíveis na literatura florestal. Dentre os trabalhos que testaram a eficiência dos modelos tradicionais em povoamentos homogêneos de eucalipto, pode-se citar: BATISTA e COUTO (1986), DIAS (2000), MIGUEL (2009), RESTLAFF (2010), RIBEIRO et al. (2010).

O modelo de Curtis é um dos mais utilizados no setor florestal devido a sua estrutura matemática e qualidade das equações ajustadas. Com base nisso, o objetivo deste trabalho foi avaliar a relação hipsométrica em diferentes idades por parcelas e talhão do povoamento de Eucalipto.

## **2. REVISÃO DE LITERATURA**

### **2.1. Relação hipsométrica**

Numa floresta, a distribuição dos diâmetros é considerada importante por se correlacionar bem, de maneira geral, com outras variáveis (BAILEY & DELL, 1973; ARCE, 2004). Ao correlacionarmos as variáveis altura e diâmetro à 1,30m, encontramos uma relação matemática chamada de relação hipsométrica (SCOLFORO, 2005). A determinação dos diâmetros das árvores à 1,30m é considerada uma operação simples, já a determinação das alturas é uma operação onerosa, implicando em gastos de tempo e recursos e sujeita a erros de medição. Portanto, ao determinar a altura de algumas árvores em parcelas de amostragem, comumente utiliza-se a relação hipsométrica para estimar a altura das demais (IMANA-ENCINAS et al., 2002, HOSOKAWA et al., 2008).

Segundo Scolforo (2004), a correlação natural que existe entre as variáveis altura e diâmetro tende a ser fraca, sendo incomum encontrar uma correlação maior que 0,8 mesmo em monoculturas. A estratégia para aumentar a correlação entre altura e diâmetro é dividir os dados em parcelas homogêneas e ajustar uma relação hipsométrica para cada uma das parcelas. Isso acontece porque ao homogeneizar a parcela, controlamos as fontes de variação que afetam a relação hipsométrica.

De acordo com Batista et al. (2014), cada tipo florestal apresenta um comportamento distinto da relação entre diâmetro e altura. Para além disso, mesmo em florestas plantadas a relação hipsométrica pode variar para distintos sítios, e ainda, dentro de um sítio, em virtude da heterogeneidade ambiental e estrutural. Neste contexto, torna-se essencial a escolha de modelos hipsométricos específicos para cada povoamento de acordo com o tipo de agrupamento feito, tendo em vista que existem equações que estimam a altura de forma mais adequada para cada povoamento (OLIVEIRA et al., 2011), reduzindo assim os custos do inventário florestal de forma considerável (BARROS et al., 2002).

### **2.2. Fatores que influenciam a Relação hipsométrica**

Caracterizada como uma relação entre as dimensões altura e diâmetro, a relação hipsométrica pode ser influenciada por diversos fatores: como idade, qualidade de sítio, densidade, posição sociológica, tamanho da copa, espécie e práticas silviculturais (SCOLFORO, 2005; SAUNDERS e WAGNER, 2008; RIBEIRO et al., 2010; SOUSA et al., 2013). Devido à interferência desses vários fatores sobre a relação entre diâmetro e altura, devemos determinar com cuidado o tamanho da amostra e sua composição para evitar estimativas pouco precisas, ou seja, é necessário garantir que a amplitude dos diâmetros contidos na parcela seja representativa (SILVA et al., 2007).

Para povoamentos florestais jovens, a idade tende a afetar a relação hipsométrica com maior intensidade do que em povoamentos adultos (CURTIS, 1967). Por essa razão, em inventários sucessivos, deve-se refazer a relação hipsométrica a cada medição para povoamentos com crescimento mais acelerado, podendo ser refeita a cada ano na fase jovem. O crescimento em altura tende a se estabilizar na fase adulta, com incremento médio anual pequeno, não sendo mais necessário refazer a relação hipsométrica a cada ano (SCOLFORO, 2004).

### **2.3. Dinâmica da Relação hipsométrica**

Num povoamento florestal, o crescimento relativo das alturas e diâmetros determina a inclinação da curva hipsométrica (MACHADO et al., 1994). A posição da curva permite que

se obtenha informações sobre o desenvolvimento do povoamento. Por exemplo, povoamentos jovens em pleno desenvolvimento normalmente são representados por curvas mais acentuadas, enquanto as curvas mais achatadas indicam povoamentos mais velhos, com menor incremento médio anual, principalmente em altura. Assim, a curva tende a tornar-se cada vez mais aplainada com o avanço da idade. (CURTIS, 1967; CARDOSO, 1989; MACHADO et al., 1994; BARTOSZECK, 2000).

A relação hipsométrica para sítios mais ou menos produtivos possui dinâmica semelhante ao que ocorre com a idade. Ou seja, quanto mais produtivo for o sítio, mais acentuada será a curva da relação entre altura e diâmetro (SCOLFORO, 2004).

A densidade é outra variável que influencia a relação hipsométrica. Esta influência vai ser maior se a árvore estiver em estratos mais altos ou menor se a árvore pertencer a um estrato mais baixo. O espaçamento tem pouca influência sobre a altura ao avaliarmos as árvores dominantes, e bastante influência sobre o desenvolvimento da altura quando avaliamos as árvores dominadas. O mesmo não acontece quando avaliamos como o espaçamento afeta a variável diâmetro, pois em qualquer estrato, ela é bastante influenciada pela concorrência (TONON, 1998; SCOLFORO, 2004).

Quanto à posição sociológica, para árvores dominantes a razão hipsométrica é menor quando comparada com árvores dominadas. Já quando avaliada de acordo com o tamanho da copa, quanto menor a copa, maior tende a ser a razão hipsométrica (SCOLFORO, 2004).

Contudo, mesmo em povoamentos de mesma idade, a relação entre altura e diâmetro varia devido a outros fatores como a densidade e qualidade do sítio. Em situações como essa, é necessário ajustar mais de uma equação hipsométrica, pois englobar muitas relações distintas numa mesma equação resultaria em alta variabilidade ao redor da linha de regressão (PRODAN et al., 1997). Por essa razão, a metodologia comumente utilizada para minimizar os erros nos inventários florestais tem sido agrupar parcelas homogêneas para cada idade, densidade e índice de sítio e ajustar modelos independentes para cada grupo. Ou seja, é necessário o uso de modelos ajustados para condições homogêneas de desenvolvimento para garantir resultados com estimativas precisas e livres de tendências (BARTOSZECK, 2000).

## **2.4. Níveis de estratificação**

O uso de relações hipsométrica requer basicamente as atividades sejam realizadas para que se obtenha êxito na sua implementação num sistema de inventário florestal, avaliar diferentes modelos hipsométricos a fim de selecionar o mais adequado; avaliar diferentes formas de estratificação destes dados para proceder ao ajuste do modelo hipsométrico selecionado BARROS et al. (2002); CALDEIRA et al. (2003); LEITE e ANDRADE (2003); RIBEIRO et al. (2010); ARAUJO et al. (2012).

A estratificação de um povoamento florestal consiste na distinção de grupos ou áreas com características semelhantes, baseada em uma ou mais variáveis e critérios predeterminados, buscando formar agrupamentos mais homogêneos e reduzir o desvio da variável de interesse dentro de cada estrato (MIRANDA, 2012). É possível estratificar os dados por espécie, material genético, classes de sítio, idades, classes de diâmetro, densidade de plantio e prática silvicultural, além da própria variável altura. Ainda, dentro de um sítio, podemos estratificar a população em virtude da heterogeneidade ambiental e estrutural (PÉLLICO NETTO, 1997; BATISTA, 2014).

Para agrupamentos homogêneos, haja vista a presença de povoamentos com diferentes idades, espécies, espaçamentos e topografias, entre outras fontes de variação, a estratificação conduzirá a uma amostragem mais eficiente, ou seja, ao dividir uma população em estratos homogêneos, pode-se aumentar a precisão do inventário. (SHIVER; BORDERS, 1996).

## 2.5. Modelos hipsométricos

Para que se escolha um modelo que produza estimativas confiáveis, com pouca variação e com mínimo viés possível para cada situação, eles devem ser testados e analisados estatisticamente. Espera-se também que os modelos mais estáveis incluam justificativas biológicas para sua forma funcional (BATISTA et al., 2001).

Na literatura encontram-se três principais tipos de modelos tradicionais, como, BARTOSZECK et al. (2003), que são modelos que consideram apenas o diâmetro como variável explicativa; modelos genéricos BARROS et al. (2002), são modelos que consideram além do diâmetro, outras variáveis explicativas, tais como a idade, qualidade do sítio, densidade do plantio, entre outros e modelos mistos (CALEGARIO et al. 2005b, 2005c), que englobam uma porção como variáveis de efeito fixo e outra porção com variáveis de efeito aleatório. Ademais, esses modelos podem se encontrar na forma linear, não linear, quadrática, exponencial, entre outras.

De acordo com Batista et al. (2001), os modelos de fácil ajuste, como os modelos polinomiais, que não possuem fundamentação biológica, ou modelos cuja forma da curva é transformada para permitir o ajuste através de regressão linear podem apresentar ajuste inadequado para representar a curva hipsométrica, sendo muito sensíveis às particularidades dos dados utilizados.

Já os modelos não lineares possuem melhor fundamentação biológica para sua forma funcional em termos de estabilidade (BATISTA et al., 2001). Para Batista et al. (2001), o termo “estabilidade” é definido como sendo a propriedade que determinado modelo possui em estimar de forma confiável as alturas. Esta estabilidade é primordial na qualidade das estimativas. A proporção de árvores utilizadas para efetuar a regressão em cada classe de diâmetro e observações extremas (“outliers”) também podem ser críticas, pois pode influenciar de modo diferenciado o ajuste de diferentes modelos (BATISTA et al., 2001).

A tabela abaixo apresenta, segundo Scolforo (2004), modelos tradicionais lineares e não lineares comumente utilizados na área de mensuração florestal.

Nome	Modelo
Modelo Linha reta	$H = \beta_0 + \beta_1 \text{DAP} + \epsilon_i$
Modelo Modelo Parabólico ou de Näslund (1929)	$H = \beta_0 + \beta_1 \text{DAP} + \beta_2 \text{DAP}^2 + \epsilon_i$
Modelo de Stofel (1950)	$\text{Log } H = \beta_0 + \beta_1 \log \text{DAP} + \epsilon_i$
Modelo de Curtis	$\text{Ln } (H) = \beta_0 + \beta_1 \cdot (1/\text{DAP}) + \epsilon_i$
Modelo de Petterson	$\frac{1}{\sqrt[3]{H-1,3}} = \beta_0 + \beta_1 \cdot \frac{1}{\text{DAP}} + \epsilon_i$
Modelo de Prodan (1951)	$H - 1,3 = \frac{\text{DAP}^2}{\beta_0 + \beta_1 \text{DAP} + \beta_2 \text{DAP}^2} + \epsilon_i$
Modelo monomolecular	$H = A (1 - b e^{-k\text{DAP}}) + \epsilon_i$

Modelo autocatalístico ou logística	$H = A / (1 + b e^{-kDAP}) + \epsilon_i$
Modelo de Gompertz	$H = A (1 - b e^{-kDAP})^{1/(1-m)} + \epsilon_i$
Modelo de Chapman e Richards	$H = A (1 - b e^{-kDAP})^{1/(1-m)} + \epsilon_i$
Assmann (1936)	$H = \beta_0 + \beta_1 \frac{1}{DAP^2} + \epsilon_i$
Näslund (1937)	$H - 1,3 = \frac{DAP^2}{\beta_0 + \beta_1 DAP^2} + \epsilon_i$
Meyer (1940)	$H - 1,3 = \beta_0 (1 - e^{\beta_1 DAP}) + \epsilon_i$
Michailoff (1943)	$H - 1,3 = \beta_0 e^{\beta_1/DAP} + \epsilon_i$
Henriksen (1950)	$H = \beta_0 + \beta_1 \ln DAP + \epsilon_i$

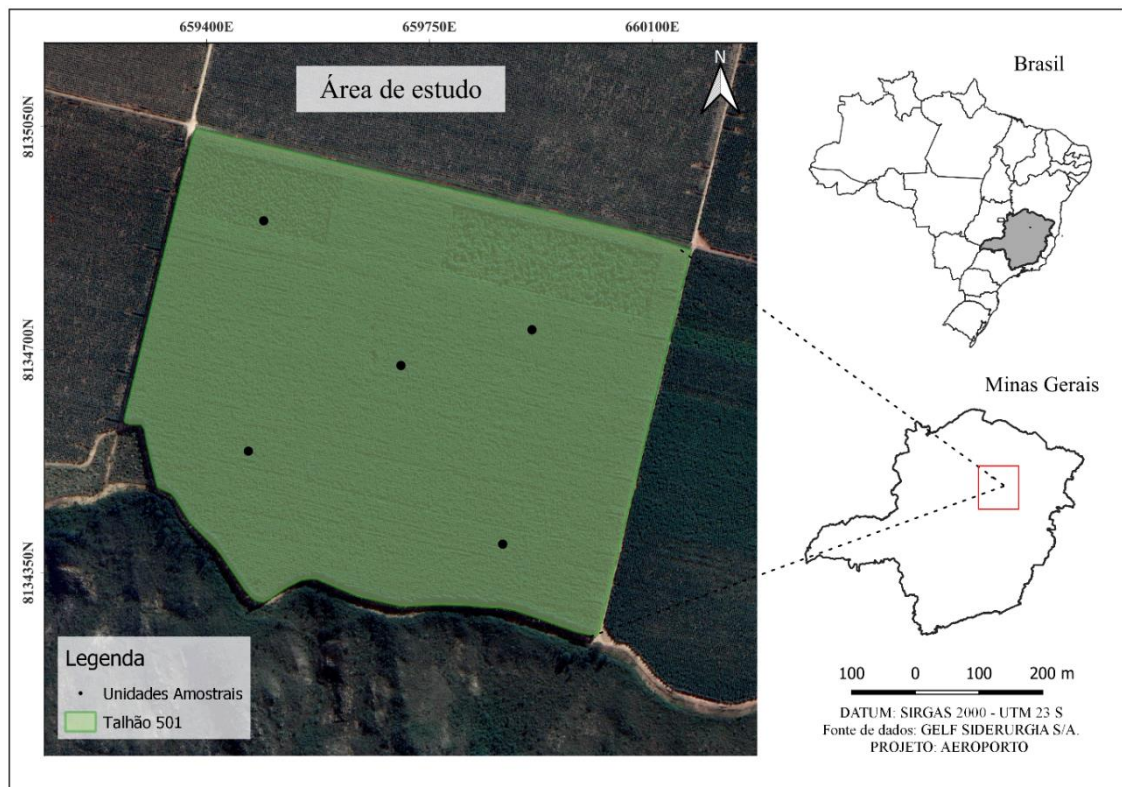
**Tabela 1.** Em que H = Altura da árvore estimada em metros; DAP = Diâmetro da árvore à 1,30m estimado em centímetros;  $\beta_0$  = parâmetro da regressão linear a ser estimado;  $\beta_1$  = parâmetro da regressão linear a ser estimado;  $\beta_2$  = parâmetro da regressão linear a ser estimado;  $\epsilon_i$  = erro da estimativa; Ln= logaritmo neperiano; A= valor assintótico que o organismo pode atingir; b= é usualmente sem importância biológica, refletindo somente a escolha do tempo zero; k = medida relativa da taxa de crescimento do organismo; I = idade expressa em anos.

### 3. MATERIAL E MÉTODOS

#### 3.1. Caracterização da área

O estudo foi realizado em um povoamento de Eucalipto com área de 50,11 hectares, com regime de manejo de alto fuste, plantados no espaçamento 3,0 x 3,0 m, localizados em Minas gerais (Figura 1).

A altitude média do local é de 1.048 m, com predominância de solos do tipo Neossolos Litólicos (CURI et al., 1992). O clima da região é do tipo Aw, segundo a classificação de Koppen, caracterizado por apresentar inverno seco, definido como tropical (MARTINS et al., 2018). A precipitação e a temperatura média anual, são de 985 mm e 19,8° C, respectivamente (GUIMARÃES; REIS; LANDAU, 2010).



**Figura 1.** Localização geográfica da área de estudo e distribuição espacial das unidades amostrais no povoamento de eucalipto, em Minas Gerais.

### 3.2. Caracterização dos Dados

Os dados foram coletados em um inventário florestal contínuo nas seguintes idades: 1,96; 3,83; 4,79; 5,96 e 6,96 anos. Em cada unidade amostral foram obtidas as variáveis circunferência a 1,30 m do solo, posteriormente convertidos em diâmetro e a altura total de parte das árvores. A seguir são apresentadas as estatísticas descritivas para a altura total, considerando o período avaliado.

**Tabela 3.** Estatística descritiva da altura total em diferentes idades, a nível de talhão e de parcela, em povoamento de eucalipto, município de Itacambira, Minas Gerais.

Idade (anos)	Estratos	Mínimo (cm)	Máximo (cm)	Média (m)	Desvio Padrão	CV (%)
1,96	Talhão	3,47	9,93	8,29	1,34	17,29
	1	6,88	9,93	8,8	1,05	12,5
	2	7,64	12,57	8,0	1,00	9,28
	3	5,76	8,98	8,7	1,26	17,05
	4	3,47	8,85	7,3	1,72	25,21
3,83	5	6,46	9,74	8,6	1,28	15,99
	Talhão	4,04	14,01	14,22	1,7	16,07

	1	6,65	13,43	14,68	1,29	11,58
	2	7,64	12,57	14,89	1,00	9,28
	3	7,99	13,05	14,6	1,09	9,92
	4	4,04	14,04	11,69	2,55	28,74
	5	6,81	13,31	14,85	1,37	12,73
	Talhão	4,58	16,65	16,88	1,97	15,93
4,79	1	7,64	15,28	17,58	1,46	11,29
	2	8,28	14,32	17,54	1,17	9,34
	3	9,1	14,87	17,94	1,23	9,52
	4	4,58	16,65	13,92	3,18	29,94
	5	7,58	15,53	16,93	1,56	12,35
	Talhão	4,3	17,54	18,76	2,29	17,19
5,96	1	8,02	16,14	19,5	1,59	11,54
	2	7,38	15,47	19,74	1,36	10,1
	3	9,33	15,69	19,98	1,39	10,24
	4	4,3	17,54	14,45	3,46	32,11
	5	7,32	16,3	19,41	1,73	13,08
	Talhão	7,61	18,02	20,38	2,06	14,14
6,96	1	8,44	18,02	21,79	1,83	11,98
	2	7,64	17,25	21,53	1,61	10,73
	3	9,77	17,51	21,71	1,64	10,85
	4	4,62	19,7	15,57	4,05	34,04
	5	7,61	18,02	20,47	2,06	14,14

CV% = coeficiente de variação; cm = centímetros; m = metros.

### 3.3. Relação hipsométrica

Foi ajustado o modelo de Curtis, na forma logarítmica (Equação 1), tanto a nível de talhão, quanto a nível de parcela, para cada idade de medição.

$$\ln H = \beta_0 + \beta_1 \frac{1}{DAP} + \varepsilon_i \quad (\text{Equação 1})$$

Em que: H = Altura da árvore estimada em metros; DAP = Diâmetro da árvore à 1,30m estimado em centímetros;  $\beta_0$  = parâmetro da regressão linear a ser estimado;  $\beta_1$  = parâmetro da regressão linear a ser estimado; Ln= logaritmo neperiano;  $\varepsilon_i$  = erro da estimativa;

A precisão das equações ajustadas foi avaliada por meio do coeficiente de determinação ajustado ( $R_{Aj}^2$ ), do erro-padrão residual ( $S_{yx}$ ) e erro-padrão residual, em percentagem ( $S_{yx}\%$ ), dados pelas equações 2, 3 e 4.

$$R_{Aj}^2 = 1 - \left( \frac{SQ_{res}}{SQ_t} \right) \cdot \left( \frac{n-1}{n-p} \right) \quad (\text{Equação 2})$$

$$S_{yx} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (H_i - \hat{H}_i)^2}{n-p}} \quad (\text{Equação 3})$$

$$S_{yx\%} = \frac{S_{yx}}{\bar{H}} \cdot 100 \quad (\text{Equação 4})$$

Em que:  $R_{AJ}^2$  = coeficiente de determinação ajustado;  $SQ_{res}$  = Soma dos quadrados dos resíduos;  $SQ_t$  = Soma de quadrado total;  $n$  = números de observações;  $p$  = números de coeficiente do modelo;  $S_{yx}$  = erro padrão da estimativa absoluto;  $H_i$  = altura total observada (m);  $\hat{H}_i$  = altura total estimada;  $\bar{H}$  = média aritmética das alturas observadas (m);  $S_{yx\%}$  = erro padrão da estimativa, em porcentagem;

O  $R_{AJ}^2$  expressa a variação da variável dependente que é explicada pela variável independente e quanto maior esse valor melhor é a equação; o  $S_{yx}$  representa o erro médio associado a uso de uma equação, enquanto o  $S_{yx\%}$ , representa este valor de erro médio, porém, expresso em porcentagem; portanto, quanto menores estes valores, melhor a qualidade de ajuste.

Também, para complementar a avaliação da equação, foram avaliados o teste F e o teste t, ambos ao nível de probabilidade de 0,05, além da análise gráfica dos resíduos.

### 3.4. Teste de identidade

Para verificar as diferenças entre as equações ajustadas por parcela e para o talhão, foi aplicado o teste de identidade de modelos, proposto por Graybill (1976). Este teste consiste na redução da soma dos quadrados, permitindo verificar estatisticamente pelo teste F, a significância da diferença entre o total das somas dos quadrados das regressões ajustadas para cada parcela isoladamente (modelo completo) e a soma do quadrado da regressão ajustada para o conjunto total dos dados (modelo reduzido). Assim, é possível verificar a possibilidade de uma única equação representar a relação hipsométrica para o talhão.

A tabela 2 contém o esquema da análise de variância para o teste de identidade proposto por Graybill. As hipóteses testadas foram:  $H_0$  = o modelo geral não apresenta diferença em relação aos modelos ajustados por parcelas;  $H_1$  = o modelo geral apresenta diferença em relação aos modelos ajustados por parcelas. A rejeição da hipótese  $H_0$  permite concluir que, a uma significância  $\alpha$ , as equações diferem significativamente entre si. Assim, não é possível utilizar uma única equação para estimar a altura total em diferentes parcelas.

**Tabela 2.** Esquema da análise de variância relativa ao teste de identidade.

Fonte de Variação	GL	SQ	QM	F
Modelo Completo	(C*p)	SQ <sub>(completo)</sub>		
Modelo Reduzido	p	SQ <sub>(reduzido)</sub>		
Redução ( $H_0$ )	(C-1) *p	SQ <sub>(completo)</sub> - SQ <sub>(reduzido)</sub>	SQ <sub>(redução)</sub> / GL <sub>(redução)</sub>	QM <sub>(redução)</sub> / QM <sub>(resíduo)</sub>
Resíduos	N-(C*p)	SQ <sub>(total)</sub> - SQ <sub>(completo)</sub>	SQ <sub>(resíduo)</sub> / GL <sub>(resíduo)</sub>	
Total	N	SQ <sub>(total)</sub>		

G.L = grau de liberdade; S.Q. = soma dos quadrados dos resíduos; Q.M. = quadrado médio; F = teste F; C = número de classes; p = número de parâmetros do modelo reduzido; N = número de observações do modelo completo.



#### 4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Na tabela 3 estão apresentados os resultados da análise estatística descritiva da variável altura, nas diferentes idades nas cinco parcelas. Considerando a área como um todo os valores de coeficiente de variação foram semelhantes em todas as idades com valores variando de 14,4% a 17,29%. A variabilidade dos dados foi encontrada nas primeiras idades, onde indica uma maior competitividade intraespecífica entre indivíduos. Observa-se uma grande amplitude da variabilidade dos dados em diferentes parcelas e idades. De forma geral, a parcela 2 foi a que obteve a menor variabilidade, enquanto a parcela 4 apresentou a maior variabilidade.

Na tabela 4 estão apresentados os parâmetros estatísticos dos modelos ajustados por talhão e para cada parcela nas idades de 1,96; 3,83; 4,79; 5,96 e 6,96 anos. As equações ajustadas para as parcelas 2 e 4 na idade 1,96 anos, não foram significativas, conforme o valor da estatística F, com 5% significância, sendo estas não indicados para estabelecer a relação hipsométrica. Nas demais parcelas e idades de ajuste, as equações foram significativas, ao nível de 5% de significância.

O ajuste por parcelas demonstrou melhoria nas estimativas de precisão das equações, para todas as idades. Isso foi evidenciado pela redução do  $S_{yx}$  % e aumento do  $R_{AJ}^2$ . Em algumas parcelas o erro padrão apresentou resultados menores que 1% e o coeficiente de determinação ajustado apresentou 99%, validando o ganho de precisão na estimativa da altura, através da estratificação por parcelas.

A precisão da equação, para cada parcela e nas diferentes idades, foi avaliada levando em consideração a análise gráfica dos resíduos, juntamente com as estatísticas de precisão.

**Tabela 4.** Parâmetros estatísticos dos modelos ajustados por talhão e para cada parcela nas idades de 1,96; 3,83; 4,79; 5,96 e 6,96 anos.

Idades	Estratos	B <sub>0</sub>	B <sub>1</sub>	S <sub>yx</sub> %	R <sub>AJ</sub> <sup>2</sup>	F
1,96	Talhão	2,4343*	-2,4492*	10,153	0,855	77,345*
	1	2,7911*	-5,2015*	3,272	0,855	77,345*
	2	3,0976*	-8,2244*	0,983	0,208	3,884 <sup>ns</sup>
	3	2,7384*	-4,1884*	4,893	0,798	48,548*
	4	2,1514*	-1,0656 <sup>ns</sup>	13,114	0,084	2,095 <sup>ns</sup>
	5	3,1574*	-8,6132*	0,351	0,999	9.375,080*
3,83	Talhão	3,2209*	-5,8688*	4,091	0,906	2.754,470*
	1	3,2448*	-6,1621*	1,444	0,971	1.986,080*
	2	2,8567*	-1,6783*	0,014	0,564	77,291*
	3	3,2152*	-5,8587*	0,858	0,979	2672,380*
	4	3,0678*	-5,1015*	0,043	0,955	1028,900*
	5	3,2374*	-5,7372*	0,148	0,984	36,199*
4,79	Talhão	3,4381*	-7,4468*	4,228	0,925	3.012,980*
	1	3,1701*	-3,8811*	1,268	0,925	733,865*
	2	3,2166*	-4,4053*	0,107	0,977	2.478,180*
	3	3,1576*	-3,4706*	0,825	0,930	757,479*
	4	3,3600*	-7,2899*	3,812	0,982	2.554,740*

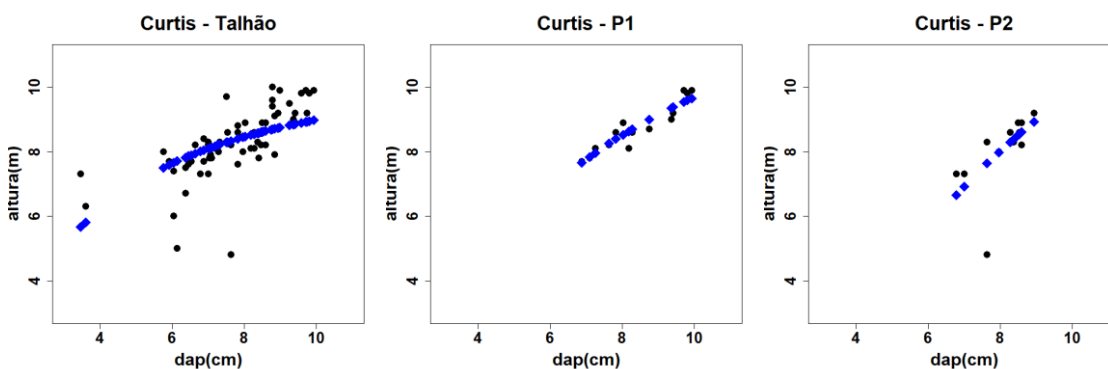
	5	3,3147*	-6,0650*	1,283	0,969	1824,600*
	Talhão	3,5081*	-7,3555*	5,158	0,896	2.447,600*
5,96	1	3,4543*	-6,6113*	1,376	0,966	1.700,810*
	2	3,3092*	-4,3749*	0,904	0,962	1.491,200*
	3	3,2719*	-3,7339*	0,816	0,944	969,216*
	4	3,2850*	-6,1414*	1,676	0,996	10.898,900*
	5	3,4702*	-6,5859*	1,297	0,977	2503,260*
	Talhão	3,5498*	-7,5455*	5,846	0,931	1842,230*
6,96	1	3,2854*	-3,0749*	0,681	0,960	1420,400*
	2	3,3376*	-3,9882*	0,479	0,988	4733,830*
	3	3,4648*	-5,7893*	0,892	0,971	1884,800*
	4	3,3286*	-6,3617*	3,362	0,980	2364,340*
	5	3,4743*	-6,5354*	0,647	0,994	9486,930*

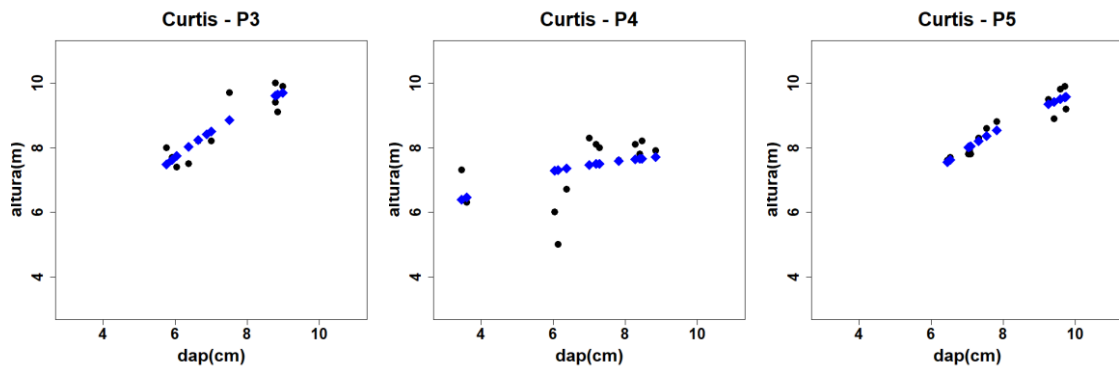
Ns= não significativo; e \*= significância a 5%.

Nas figuras 3, 5, 7, 9 e 11 são apresentados os gráficos dos resíduos em porcentagem para todas as idades. Verificou-se que os resíduos variam em até  $\pm 40\%$  na idade 1,96 anos, com a variabilidade dos resíduos devido a maior competitividade intraespecífica. A distribuição dos resíduos se tornou mais homogênea conforme o povoamento foi crescendo, ou seja, à medida que o crescimento em altura se estabilizou. Pode-se verificar que houve pouca dispersão dos dados, quando os modelos foram ajustados por parcelas, independentemente da idade. Não foi verificado tendenciosidade nas estimativas.

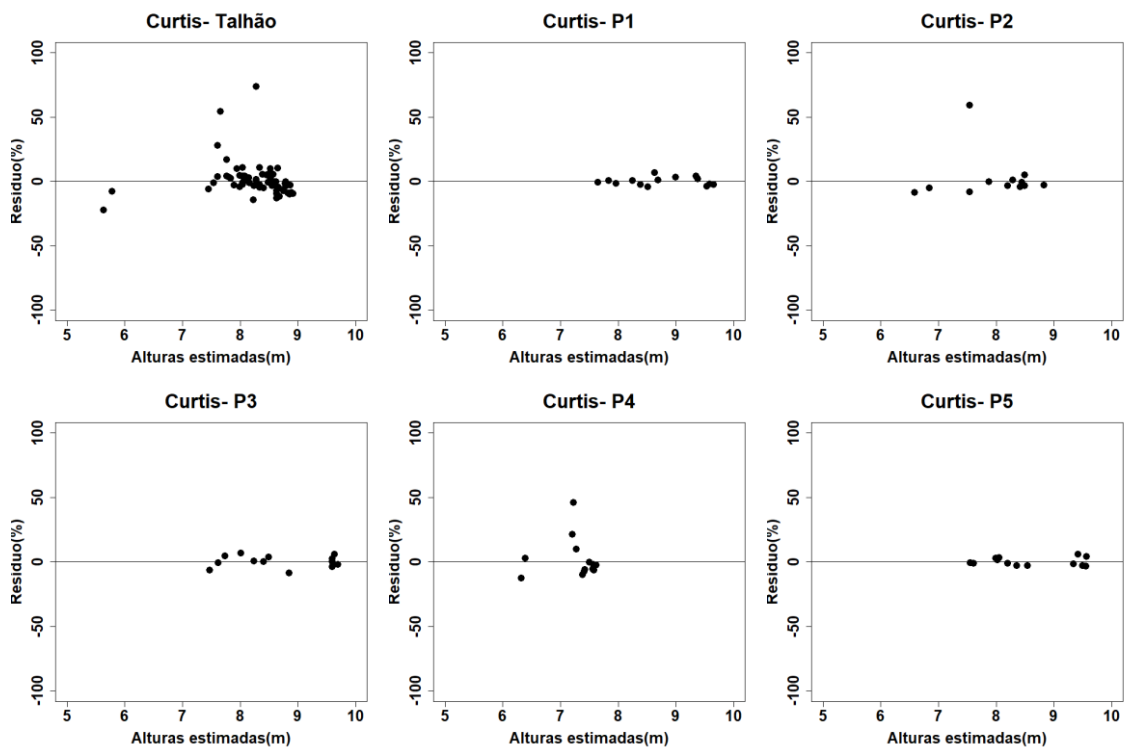
As figuras 2, 4, 6, 8 e 10 representam as curvas de relação hipsométrica para o talhão geral e em cada parcela nas diferentes idades. Foi observado que ao longo do tempo, as curvas hipsométricas reduziram sua inclinação, deslocando-se para a direita e aumentando o patamar, com a redução do intervalo entre elas a partir do quinto ano analisado. Isso demonstra a dinâmica da relação hipsométrica com o crescimento do povoamento (SCOLFORO, 2006).

Constata-se que o ajuste por parcelas resultou em melhoria nas estimativas de precisão dos ajustes, para todas as idades. Esse fato é evidenciado pela redução do Syx% e aumento do Raj. Portanto, surge a necessidade de avaliar a possibilidade da utilização de uma mesma equação para estimar as alturas nas diferentes parcelas.

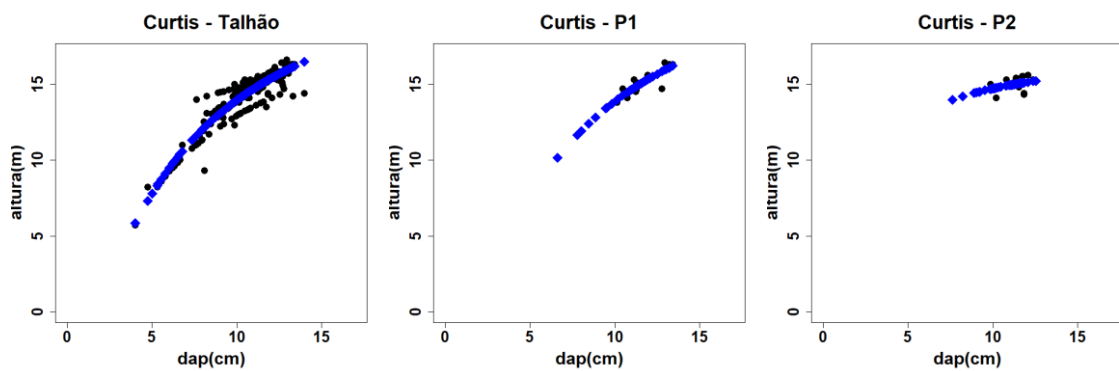


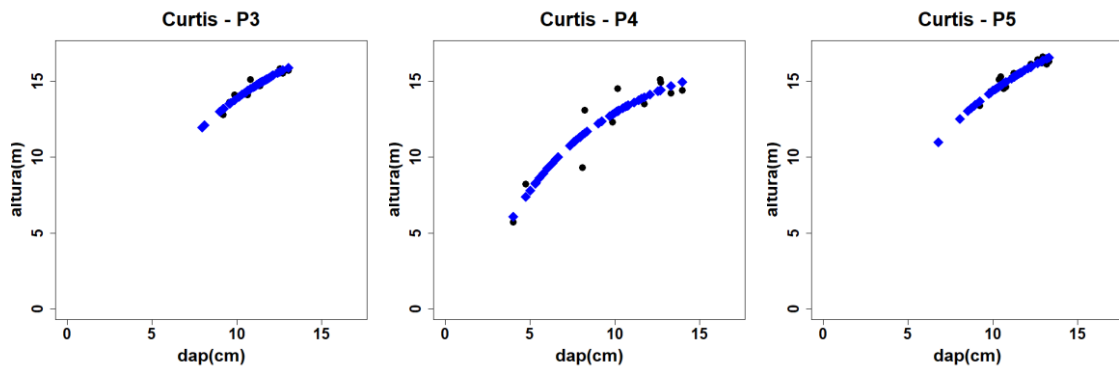


**Figura 2.** Gráfico de tendência do modelo de relação hipsométrica na idade 1,96 anos.

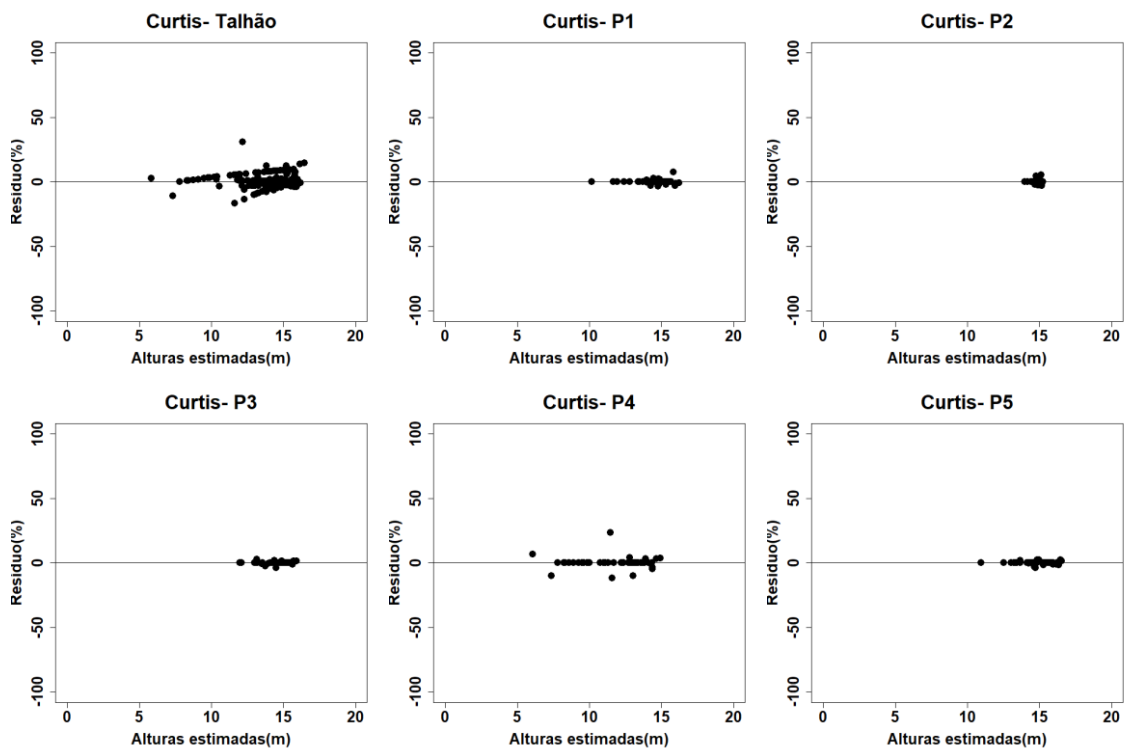


**Figura 3.** Distribuição dos resíduos do modelo de relação hipsométrica na idade 1,96 anos.

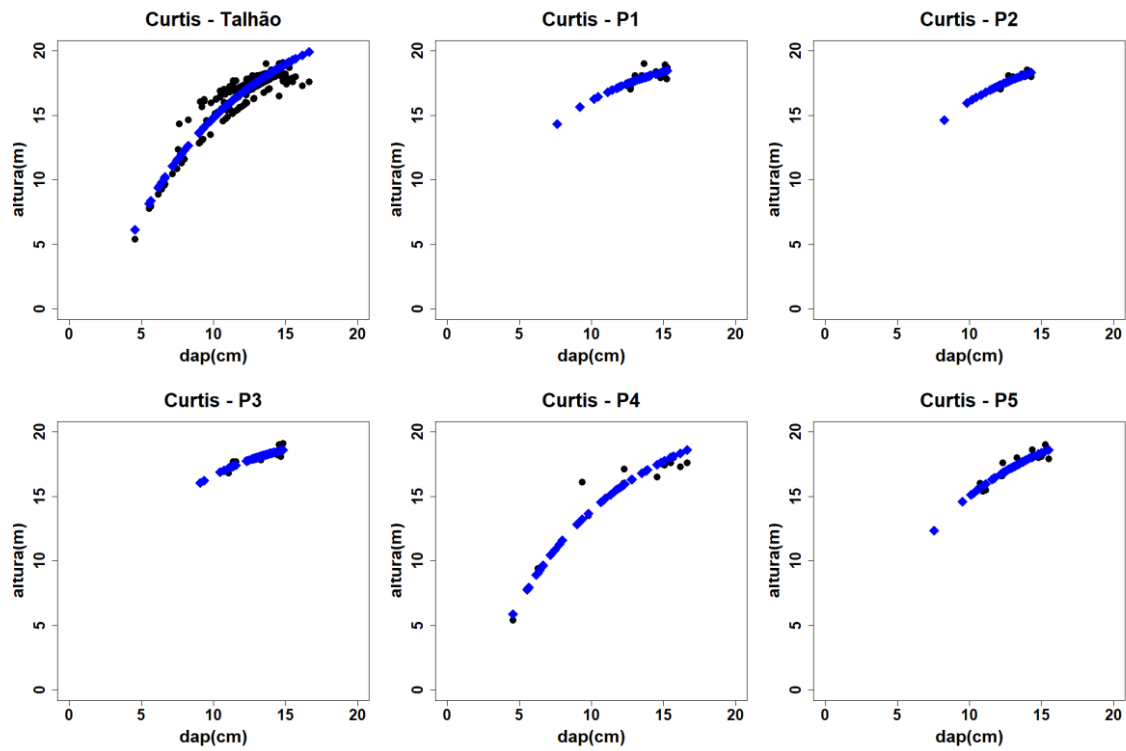




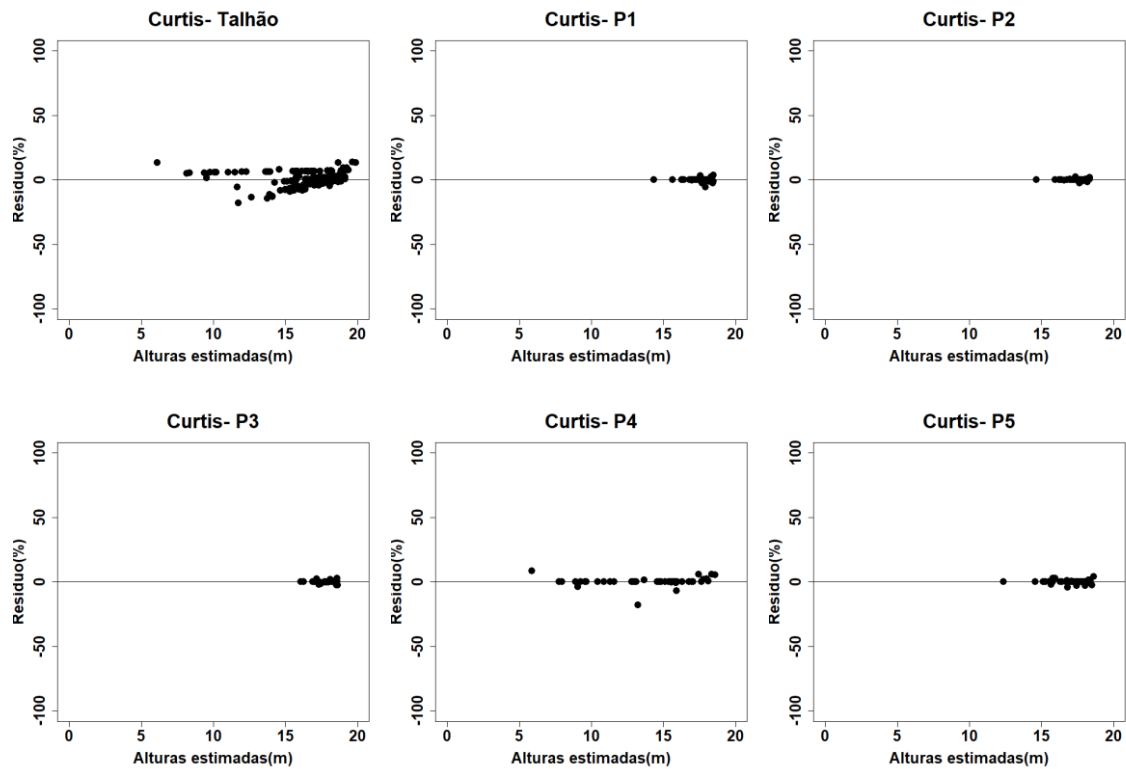
**Figura 4.** Gráfico de tendência do modelo de relação hipsométrica na idade 3,83 anos.



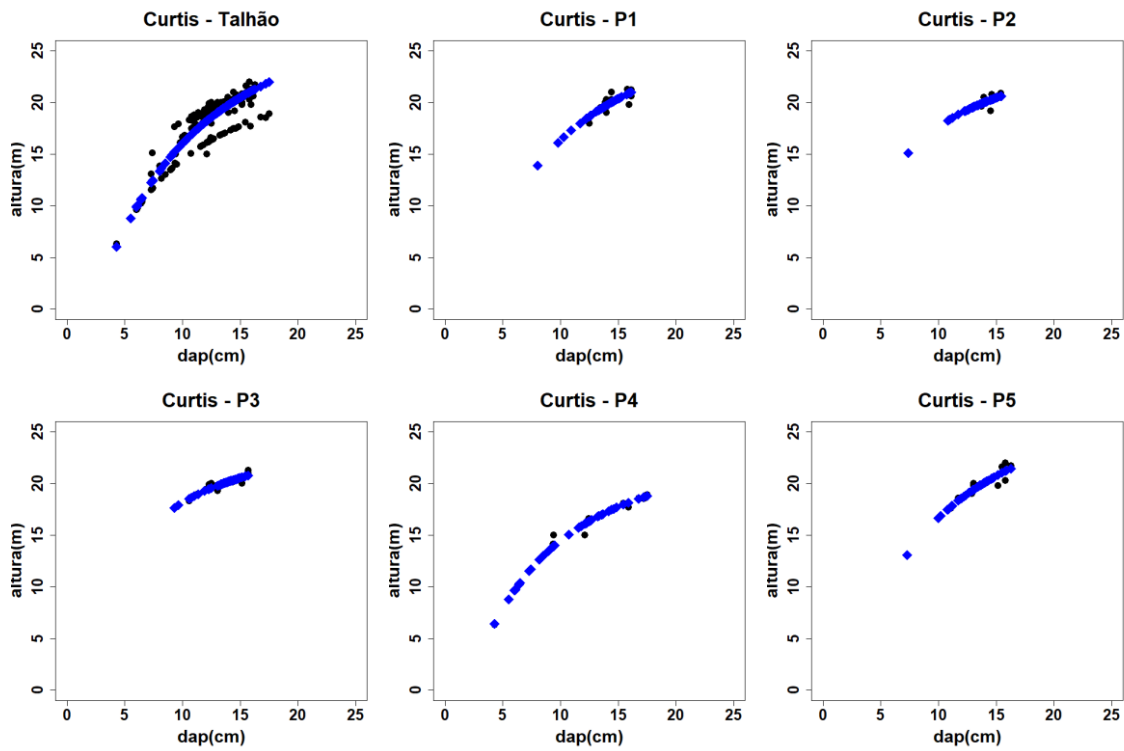
**Figura 5.** Distribuição dos resíduos do modelo de relação hipsométrica na idade 3,83 anos.



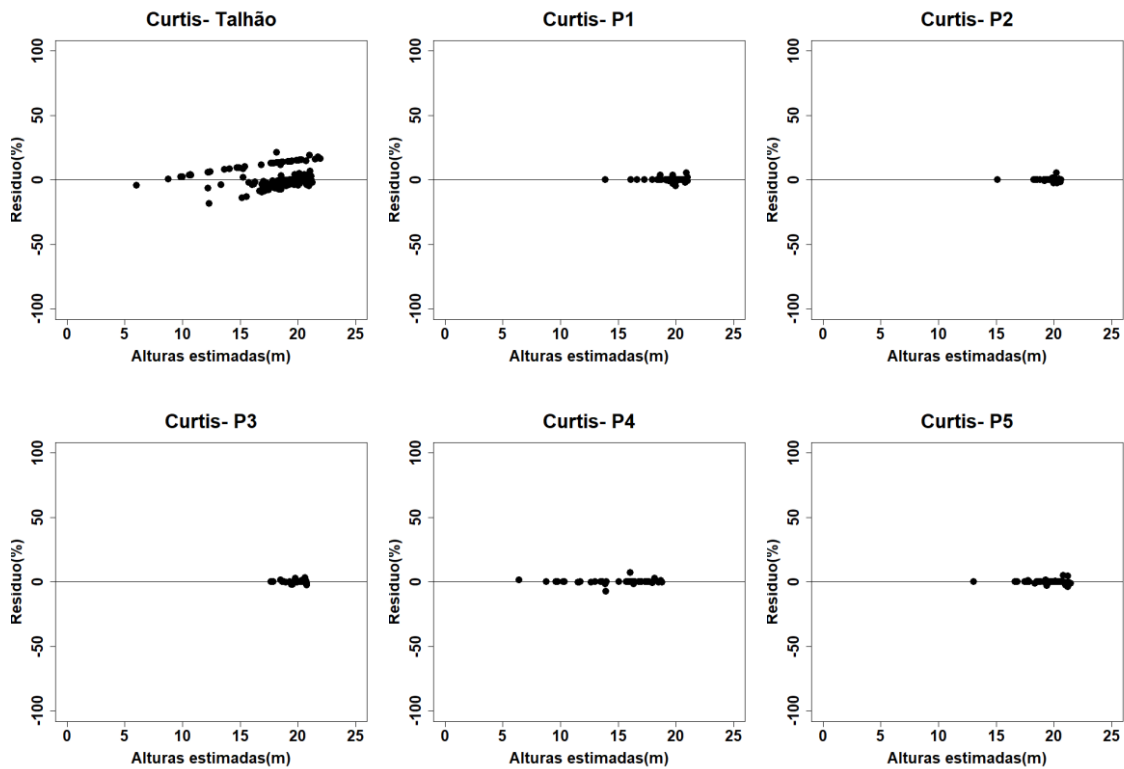
**Figura 6.** Gráfico de tendência do modelo de relação hipsométrica na idade 4,79 anos.



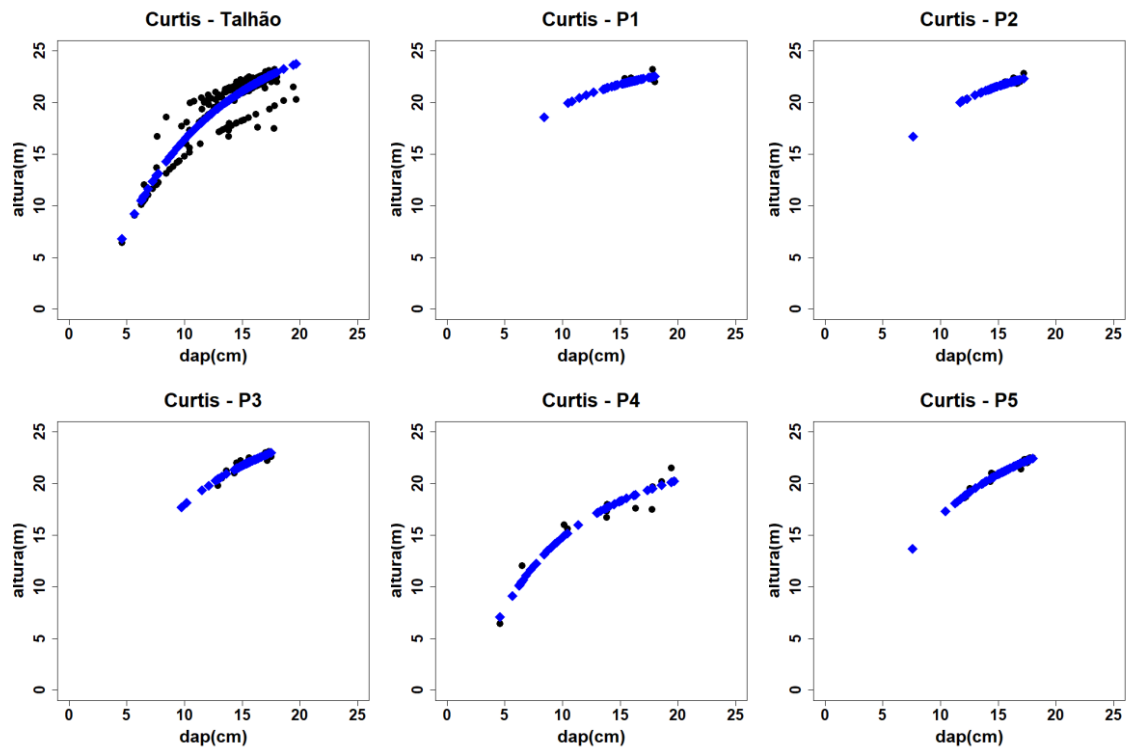
**Figura 7.** Distribuição dos resíduos do modelo de relação hipsométrica na idade 4,79 anos.



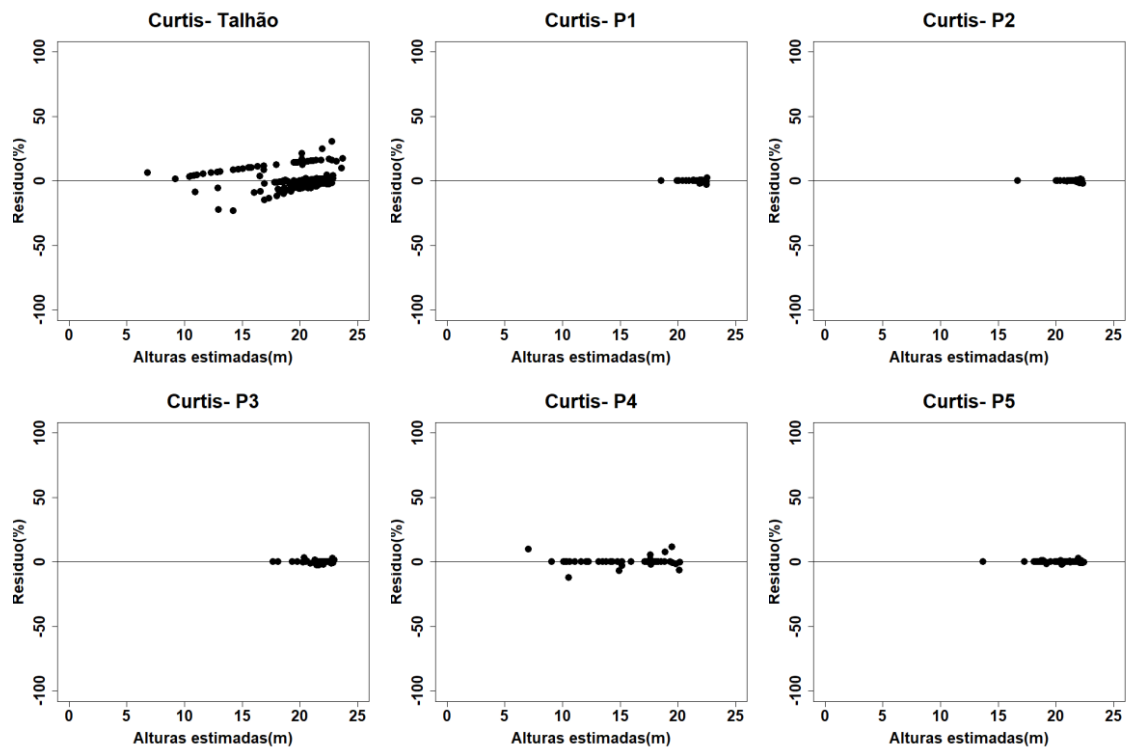
**Figura 8.** Gráfico de tendência do modelo de relação hipsométrica na idade 5,96 anos.



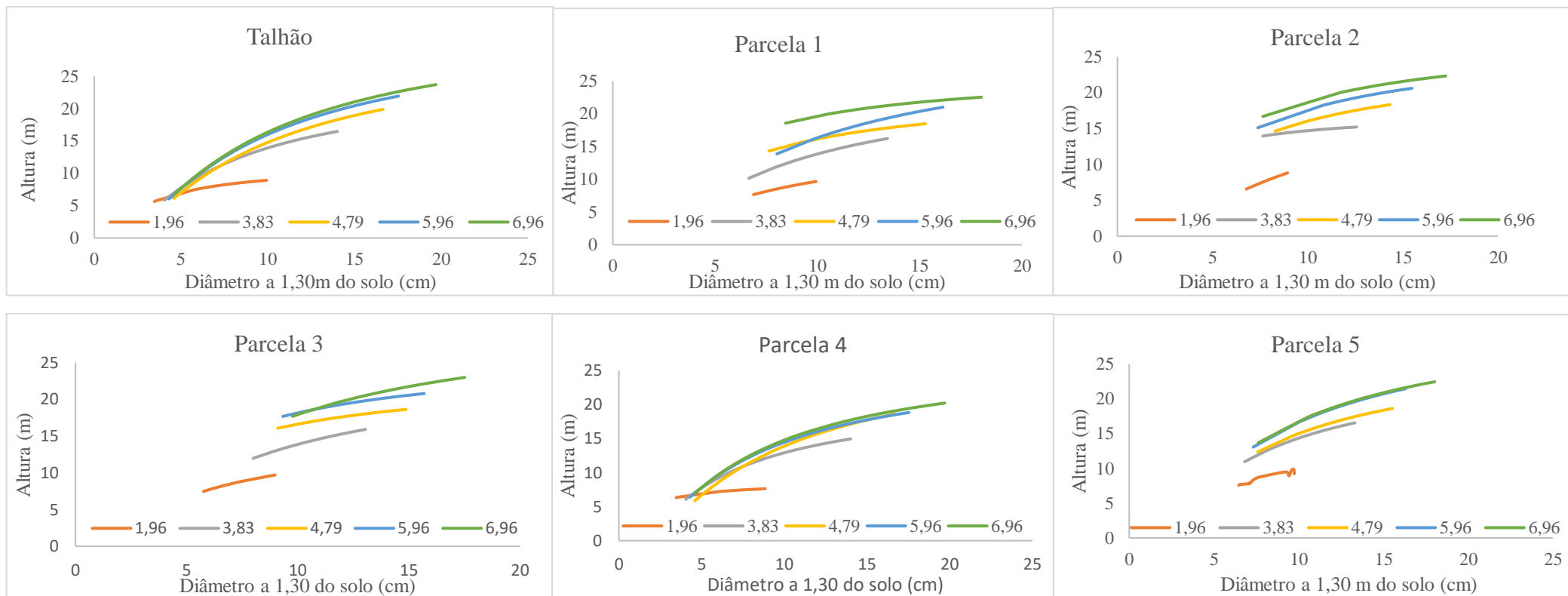
**Figura 9.** Distribuição dos resíduos do modelo de relação hipsométrica na idade 5,96 anos.



**Figura 10.** Gráfico de tendência do modelo de relação hipsométrica na idade 6,96 anos.



**Figura 11.** Distribuição dos resíduos do modelo de relação hipsométrica na idade 6,96 anos.



**Figura 12.** Dinâmica da curva hipsométrica a nível de talhão e de parcelas ao longo de todas as idades, em povoamentos de Eucalyptus.



A analisando a dinâmica das curvas hipsométricas apresentadas na figura 12, observou-se que a idade influencia na inclinação da curva hipsométrica, sendo dinâmica ao longo do tempo. Logo, a curva reduz a inclinação, caracterizando a estabilização do crescimento, aumenta de patamar indicando crescimento em altura e desloca-se para direita, caracterizando o crescimento em diâmetro.

Na tabela 5 são apresentados o resultado do teste de identidade do modelo. Na comparação do ajuste por talhão (modelo reduzido) com o ajuste por parcela (modelo completo), o Teste F foi significativo em todas as classes de idade exceto na idade de 1,96 anos.

Isto indica que na idade de 1,96 anos as estimativas da altura total, ajustando a equação por parcela, não diferiram estatisticamente ( $p > 0.05$ ) daquelas obtidas sem o uso da estratificação. Desse modo, pode ser utilizada somente uma equação para o talhão.

Porém, a partir da idade 3,83 anos, verifica-se que é necessário realizar a estratificação por parcela, para ajustar modelo de relação hipsométrica, visto que existem diferenças estatísticas entre os ajustes realizados a nível de parcela e de talhão.

**Tabela 5.** Resultado do Teste F de Graybill para comparações de estimativas de altura total pelo modelo de Curtis

Comparação: Talhão x Parcelas	F calculado	F Tabelado	Teste
Idade 1,96	0,186	2,112	ns
Idade 3,83	27,664	1,972	*
Idade 4,79	27,543	1,972	*
Idade 5,96	28,024	1,972	*
Idade 6,96	26,579	1,972	*

ns = não significativo ( $p > 0,05$ ) e \* = significativo ( $p < 0,05$ ).

## 5. CONCLUSÃO

Conclui-se que o ajuste das equações por parcela gerou melhorias nas estimativas de altura a partir de 3,83 anos de idade. Dessa maneira, o ajuste das equações hipsométricas por meio do modelo de Curtis deve ser realizado estratificando os dados por parcela e em cada idade de medição do povoamento.

## 6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARCE, J. E. Modelagem da estrutura de florestas clonais de *Populus deltoides* Marsh através de distribuições diamétricas probabilísticas. **Ciência Florestal**, v. 14, p. 149-164, 2004;

BAILEY, R. L.; DELL, T. R. Quantifying diameter distributions with the Weibull function. **Forest Science**, v. 19, p. 97-104, 1973;

BARROS, D. A.; MACHADO, S. A.; ACERVI JUNIOR, F. hipsométricos tradicionais e genéricos para plantação de *Pinus oocarpa* em diferentes tratamentos. **Boletim de Pesquisa Florestal**, Colombo, n. 45, p. 3-28, 2002;

BARTOSZECK, A. C. P. S. **Evolução da distribuição diamétrica e da relação hipsométrica em função dos fatores idade, sítio e densidade inicial em bracingais da região metropolitana de Curitiba.** 2000. 214 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Florestais). Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2000;

BARTOSZECK, A. C. P. S.; MACHADO, S. A.; FIGUEIREDO FILHO, A.; OLIVEIRA, E. B. **Modelagem da relação hipsométrica para bracingais da região metropolitana de Curitiba,** PR. Floresta, Curitiba, v. 32, n. 2, p. 189-204, 2003;

BATISTA, J. F.; COUTO, H. T. Z. **Escolha de modelos matemáticos para construção de curvas de índice de sítio para florestas implantadas de *Eucalyptus sp.* no Estado de São Paulo.** IPEF, Piracicaba, n. 32, p.33-42, 1986;

BATISTA, J. F. L.; COUTO, H. T. Z.; MARQUESINI, M. Desempenho de modelos de relações hipsométricas: estudo em três tipos de florestas. **Scientia Forestalis**, n. 60, p. 149-163, 2001;

BATISTA, J. L. F.; COUTO, H. T. Z. do; SILVA FILHO, D. F. da. Quantificação de recursos florestais: árvores, arvoredos e florestas. São Paulo: **Oficina de Textos**, p.384, 2014;

DONADONI, A. X.; PELISSARU, A. L.; DREWSCHER, R.; ROSA G. D. da Relação hipsométrica para *Pinus caribaea* var. *hondurensis* e *Pinus tecunumanii* em povoamento homogêneo no Estado de Rondônia. **Ciência Rural**, Santa Maria, RS, v. 40, n. 12, p.2499-2504, 2010;

CALEGARIO, N.; DANIELS, R. F.; MAESTRI, R.; NEIVA, R. Modeling dominant height growth based on nonlinear mixed-effects model: a clonal *Eucalyptus* plantation case study. **Forest Ecology and Management**, Amsterdam, v. 204, n. 1, p. 11-20, 2005b;

CALEGARIO, N.; MAESTRI, R., LEAL, C. L.; DANIELS, R. F. Estimativa de crescimento de povoamentos de *Eucalyptus* baseada na teoria dos modelos não-lineares em multinível de efeito misto. **Ciência Florestal**, Santa Maria, v. 15, n. 3, p.285-292, 2005c;

CARDOSO, D. J. **Avaliação da influência dos fatores sítio, idade, densidade e posição sociológica na relação hipsométrica para *Pinus taeda* nas regiões central e sudoeste do Estado do Paraná.** 1989. 106 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Florestais). Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 1989;

CURI, N.; CARMO, D. N.; BAHIA, V. G.; FERREIRA, M. M.; SANTANA, D. P. Problemas relativos ao uso, manejo e conservação do solo em Minas Gerais. **Informe agropecuário**, Belo Horizonte, V. 16, n. 176, p. 5-16, 1992;

CURTIS, R. Height-diameter and height-diameter-age equations for second-growth Douglas-fir. **Forest Science**, Lawrence, v. 13, n. 4, p. 365-375, 1967;

CURTIS, R. O. Height diameter and height diameter age equations for second growth Douglas-fir. **Forest Science**, v. 13, n. 4, p. 365-375, 1967. Gravimetria. Lavras: UFLA/FAEPE. 2004. 285 p;

DIAS, A. N. **Modelagem a avaliação econômica de plantações de eucalipto submetidas a desbastes** 70 p. Dissertação (Mestrado em Ciências Florestais) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2009;

GRAYBILL, F. A. **Theory and application of linear model**. Belmont: Duxbury, 1976. 704p;

GUIMARÃES, D. P.; REIS, R. J., LANDAU, E. C. Índice pluviométrico em Minas Gerais. **Embrapa Milho e Sorgo**, 88 p. Série 30, 2010;

HOSOKAWA, R. T.; MOURA, J. B.; CUNHA, U. S. Introdução ao manejo e economia de florestas. Curitiba: **Ed da UFPR**, 2008. 164 p;

IBÁ – Industria Brasileira de Árvore. **IBÁ 2023**, Brasília, 2023. Disponível em: < <https://iba.org/datafiles/publicacoes/relatorios/relatorio-anual-iba2023-r.pdf>>. Acesso em: 12 dez. 2023;

IMAÑA ENCINAS, J.; SILVA, G. F.; TICCHETTI, I. **Variáveis dendrométricas**. Brasília, DF: Departamento de Engenharia Florestal, Universidade de Brasília, 2002. 102 p;

MACHADO, S.A. et al. Análise do comportamento da relação hipsométrica com respeito à idade para plantações de *Pinus elliotti* no Estado do Paraná. **Cerne**, v.1, n. 1, p. 5-12, 1994;

MACHADO, S.A.; FIGUEIREDO FILHO, A. **Dendrometria**. 2. Ed. Guarapuava: UNICENTRO, 2006, 316 p;

MARTINS, F. B.; GONZAGA, G.; SANTOS, D. F.; REBIOTA, M. S. **Classificação Climática de Koppen e de Thornthwaite para Minas Gerais: cenário atual e projeções futuras**. Revista Brasileira de Climatologia, Curitiba-PR, Ano 14 – Edição Especial Dossiê Climatologia de Minas Gerais – 2018. Disponível em: <http://revistas.ufpr.br/revistasabclima/article/view/60896>. Acesso em: 17 fev. 2023;

MIGUEL, E. P. **Avaliação biométrica e prognose da produção de *Eucalyptus urophylla* (S. T. Blake) na região norte do estado de Goiás**. 2009. 165 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2009;

MIRANDA, R. O. V. **Modelagem em nível de povoamento para *Eucalyptus* sp. com estratificação em classes de precipitação pluviométrica**. Dissertação, Universidade Estadual do Centro-Oeste. p. 78, 2012;

PÉLLICO, N. S.; BRENA, D. A. Inventário florestal. Curitiba: **Editorado pelos autores**. p.316, 1997;

PRODAN, M. **Mensura florestal**. San José, Costa Rica: IICA, 1997. 586 p;

QUEIROZ, W. T. **Amostragem em Inventario Florestal**. Belém, PA: Edufra, 2012;

RESTSLAFF, F. A. S. **Modelagem do crescimento e produção em classes de diâmetros para plantio de *Eucalyptus grandis***. 2010. 168 p. Dissertação (Mestrado em Ciências Florestais) – Universidade Estadual do Centro-Oeste, Irati, 2010;

RIBEIRO, A.; FERRAZ FILHO, A. C.; MELLO, J. M.; FERREIRA, M. Z.; LISBOA, P. M. M.; SCOLFORO, J. R. S. Estratégias e metodologias de ajuste de modelos hipsométricos em plantios de *Eucalyptus* sp. **Revista Cerne**, v. 16, n.1, p.22-31, 2010;

SAUNDERS, M. R.; WAGNER, R. G. Height-diameter models with random coefficients and site variables for tree species of central maine. **Annals of Forest Science**, v. 65, p. 203- 213, 2008;

SCOLFORO, J. R. S. **Biometria florestal**: parte I - modelos de regressão linear e não linear; Parte II - modelos para relação hipsométrica, volume, afilamento e peso de matéria seca. Lavras: UFLA/FAEPE, 2005. 352 p;

SCOLFORO, J. R. S. **Biometria florestal**: parte II: modelos para relação hipsométrica, volume, afilamento e peso de matéria seca. Lavras: UFLA/FAEPE, 2005. 393p;

SCOLFORO, J. R. S.; MELLO, J. M. DE. **Inventário Florestal**. Lavras, MG: Ed. UFLA/FAEPE, 2006. V0. 1. 561p;

SCOLFORO, J. R. S.; THIRSCH, C. R. Biometria Florestal: Medição, Volumetria e Gravimetria SILVA, G. F. da; XAVIER, A. C.; RODRIGUES, F. L.; PETERNELLI, L. A. Análise da influência de diferentes tamanhos e composições de amostras no ajuste de uma relação hipsométrica para *Eucalyptus grandis*. **Revista Árvore**, v.31, n.4, p.685-694, 2007;

SOUSA, G. T. O.; AZEVEDO, G. B.; BARRETO, P. A. B.; JÚNIOR, V. C. Relações hipsométricas para *Eucalyptus urophylla* conduzidos sob regime de alto fuste e talhadia no Sudoeste da Bahia. **Scientia Plena**, v.9, n.4, p.1-7, 2013;

TONON, A. E. N. **Efeitos da densidade inicial e do sítio sobre o crescimento e a produção de bracatingais da Região Metropolitana de Curitiba**. 1998. 209 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Florestais). Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 1998;

VALENTE, M. D. R.; QUEIROZ, W. T.; PINHEIRO, J. G.; MONTEIRO, L. A. S. Modelo de predição para o volume total de quaruba (*Vochysia inundata* Ducke) via análise de fatores e regressão. **Revista Árvore**, Viçosa-MG, n. 2, p. 307-317, 2011.