



**UFRRJ**

**UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO  
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO / INSTITUTO MULTIDISCIPLINAR  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO,  
CONTEXTOS CONTEMPORÂNEOS E DEMANDAS POPULARES**

**TRIGONOMETRIA E FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS COM  
TECNOLOGIAS DIGITAIS: UMA PESQUISA-FORMAÇÃO NA  
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

**GABRIEL DOS SANTOS MUNIZ**

*Sob a Orientação do Professor*  
**Marcelo Almeida Bairral**

Dissertação submetida como requisito parcial para obtenção do grau de **Mestre em Educação**, no Programa de Pós-Graduação em Educação, Contextos Contemporâneos e Demandas Populares, Área de Concentração em Educação, Contextos Contemporâneos e Demandas Populares.

Seropédica/Nova Iguaçu, RJ  
Outubro de 2023

Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro  
Biblioteca Central / Seção de Processamento Técnico

Ficha catalográfica elaborada  
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

M963t Muniz, Gabriel dos Santos , 1997-  
Trigonometria e funções trigonométricas com  
tecnologias digitais: Uma pesquisa-formação na  
Licenciatura em Matemática / Gabriel dos Santos  
Muniz. - Seropédica; Nova Iguaçu, 2023.  
111 f.: il.

Orientador: Marcelo Almeida Bairral.  
Dissertação(Mestrado). -- Universidade Federal Rural  
do Rio de Janeiro, Programa de Pós-graduação em  
Educação, Contextos Contemporâneos e Demandas  
Populares, 2023.

1. Trigonometria. 2. Geogebra. 3. Números  
Complexos. 4. Funções Trigonométricas. I. Bairral,  
Marcelo Almeida , 1969-, orient. II Universidade  
Federal Rural do Rio de Janeiro. Programa de Pós  
graduação em Educação, Contextos Contemporâneos e  
Demandas Populares III. Título.



**MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO, CONTEXTOS  
CONTEMPORÂNEOS E DEMANDAS POPULARES**



**TERMO Nº 1266 / 2023 - PPGEDUC (12.28.01.00.00.00.20)**

**Nº do Protocolo: 23083.077301/2023-59**

**Seropédica-RJ, 23 de novembro de 2023.**

**UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO  
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO/INSTITUTO MULTIDISCIPLINAR  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO, CONTEXTOS CONTEMPORÂNEOS E DEMANDAS  
POPULARES**

**GABRIEL DOS SANTOS MUNIZ**

Dissertação submetida como requisito parcial para a obtenção do grau de **Mestre**, no Programa de Pós-Graduação em Educação, Contextos Contemporâneos e Demandas Populares. Área de Concentração em Educação, Contextos Contemporâneos e Demandas Populares.

DISSERTAÇÃO APROVADA EM 26/10/2023

Membros da banca:

MARCELO ALMEIDA BAIRRAL. Dr. UFRRJ (Orientador/Presidente da Banca).

DORA SORAIA KINDEL. Dra. UFRRJ (Examinadora Externa ao Programa).

JANETE BOLITE FRANT. Dra. UFRJ (Examinadora Externa à Instituição).

*(Assinado digitalmente em 23/11/2023 21:55 )*

DORA SORAIA KINDEL  
PROFESSOR DO MAGISTERIO SUPERIOR  
DeptES (12.28.01.00.00.86)  
Matrícula: 1420931

*(Assinado digitalmente em 23/11/2023 19:09 )*

MARCELO ALMEIDA BAIRRAL  
PROFESSOR DO MAGISTERIO SUPERIOR  
DeptTPE (12.28.01.00.00.00.24)  
Matrícula: 1098802

*(Assinado digitalmente em 19/12/2023 11:01 )*

JANETE BOLITE FRANT  
ASSINANTE EXTERNO  
CPF: 767.522.677-15

Visualize o documento original em <https://sipac.ufrj.br/public/documentos/index.jsp> informando seu número: **1266**, ano: **2023**, tipo: **TERMO**, data de emissão: **23/11/2023** e o código de verificação: **3d67b4dd50**

## **AGRADECIMENTOS**

Gostaria de agradecer a minha família em específico minha mãe, meus tios Felipe e Cléber por sempre me auxiliarem em tudo que precise. A minha namorada Camila e ao meu amigo Alexandre Almeida por me ouvirem em momentos de confusão/crises existenciais durante toda essa jornada.

Ao meu orientador Marcelo Bairral que está comigo desde a graduação, a todos os integrantes do grupo de pesquisa GEPETICEM. A UFRRJ por me proporcionar auxílio financeiros para realizar o mestrado. O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

E por fim aos meus amigos que fiz no mestrado durante esta caminhada em especial a Janete. This study was financed in part by the Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Finance Code 001

MUNIZ, Gabriel dos Santos. **Trigonometria e funções trigonométricas com tecnologias digitais: Uma pesquisa-formação na Licenciatura em Matemática**. 2023. 111p. Dissertação (Mestrado em Educação, Contextos Contemporâneos e Demandas Populares). Instituto de Educação/Instituto Multidisciplinar, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica/Nova Iguaçu, RJ, 2023.

## RESUMO

A presente pesquisa objetiva contribuir com o ensino e a aprendizagem de trigonometria com tecnologias digitais, particularmente mediante atividades com uso de *softwares*. Apresenta-se um mapeamento feito na Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo. Foram capturados nove estudos referentes aos temas trigonometria e funções trigonométricas com a utilização do GeoGebra. Além disso, foram catalogados conteúdos pertencentes aos portais Matemática Multimídia e Conteúdos Digitais em Matemática para o Ensino Médio. Analisam-se também duas implementações – uma em 2022 e outra em 2023 – com Licenciandos em Matemática da UFRRJ mediante sequência de atividades elaboradas a partir da revisão de literatura. Os dados foram produzidos através de registros escritos, captura de tela, fotos, diários do pesquisador e grupo de *WhatsApp*. Observa-se que os dois grupos de graduandos possuem dificuldades no quesito funções trigonométricas e, mais ainda, nos números complexos. Quanto à revisão de literatura destaca-se uma diferença no quantitativo de trabalhos relacionados à trigonometria e funções trigonométricas, 2 e 6 respectivamente, e 1 referente ao cálculo de área. Quanto à tecnologia, todos os trabalhos comentam sobre as potencialidades da utilização de tecnologia em sala de aula. Em contrapartida, os materiais catalogados tiveram uma abordagem histórica. A pesquisa sublinha que a utilização de tarefas de trigonometria com GeoGebra em aula promove interação (sujeito-sujeito e sujeito-dispositivo) e reflexão do que é representado de forma algébrica em suas anotações e descobertas.

**Palavras-chave:** Trigonometria; GeoGebra; Números Complexos; Funções Trigonométricas.

MUNIZ, Gabriel dos Santos. **Trigonometry and trigonometric functions with digital technologies: A research-training in the Degree in Mathematics**. 2023. 111p. Dissertation (Master in Education, Contemporary Contexts and Popular Demands). Instituto de Educação/Instituto Multidisciplinar, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica/Nova Iguaçu, RJ, 2023.

### **ABSTRACT**

This research aims to contribute with teaching and learning of trigonometry with digital technologies, particularly through activities using software. A mapping carried out in the Journal of the Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo is presented. Nine studies relating to the topics of trigonometry and trigonometric functions were captured using GeoGebra. In addition, content belonging to the Mathematics Multimedia and Digital Contents in Mathematics for High School portals were catalogued. Two implementations are also analyzed – one in 2022 and the other in 2023 – with Prospective Mathematics Teachers at UFRRJ through a sequence of tasks prepared from the literature review. The data was produced through written records, screen captures, photos, researcher diaries and WhatsApp groups. It is observed that both groups of undergraduates have difficulties with trigonometric functions and, even more so, with complex numbers. Regarding the literature review, a difference stands out in the number of works related to trigonometry and trigonometric functions, 2 and 6 respectively, and 1 referring to the calculation of area. As for technology, all works comment on the potential of using technology in the classroom. In contrast, the catalogued materials had a historical approach. The research highlights that the use of tasks concerning trigonometry with GeoGebra in classroom promotes interaction (subject-subject and subject-device) and reflection on what is represented algebraically in their notes and discoveries.

**Keywords:** Trigonometry; GeoGebra; Complex Number; Trigonometric Functions.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Portal Matemática Multimídia _____	21
Figura 2 – Material disponibilizado no portal Matemática _____	22
Figura 3 – Portal CDME – UFF _____	30
Figura 4 - 1º software educacional voltado à trigonometria encontrado no portal CDME _____	31
Figura 5 - 2º software educacional voltado à trigonometria encontrado no portal CDME _____	31
Figura 6 – Experimento educacional voltado à trigonometria _____	31
Figura 7 – Informações sobre a inclinação de rampas/telhados apresentadas pela atividade _____	32
Figura 8 – 1ª SA apresentada _____	38
Figura 9 – 2ª SA apresentada _____	39
Figura 10 – Atividade de números complexos no GeoGebra (comparando dois números complexos) _____	44
Figura 11 – Atividade de números complexos no GeoGebra (multiplicação de números complexos) _____	45
Figura 12 – Atividade de números complexos no papel e lápis (divisão de números complexos) _____	45
Figura 13 – Tabela dos ângulos notáveis utilizada para seção 3 da segunda implementação _____	47
Figura 14 – Relações trigonométricas utilizadas para seção 3 da segunda implementação _____	47
Figura 15 – Triângulo retângulo utilizado na seção 3 da segunda implementação _____	48
Figura 17 – Relação fundamental da trigonometria utilizada para seção 3 do 2º encontro _____	48
Figura 18 - Foto utilizada para seção 3 do 2º encontro _____	49
Figura 19 - Plano cartesiano apresentado na seção 3 do 2º encontro _____	49
Figura 20 - Inseguranças de uma participante referente a 2ª AS _____	57

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Mapeamento por ano_____	12
Quadro 2 – Trabalhos Lidos _____	12
Quadro 3 – Mapeamento por palavras-chave_____	17
Quadro 4 – Público-alvo, tema central _____	18
Quadro 5 – Divisão do conteúdo no portal “Matemática Multimídia”_____	23
Quadro 6 – Subdivisão no conteúdo vídeos_____	24
Quadro 7 – Subdivisão no conteúdo Áudios_____	25
Quadro 8 – Conteúdos catalogados no portal “Matemática Multimídia”_____	27
Quadro 9 – Planejamento dos encontros _____	37
Quadro 10 – Relacionando as implementações_____	59
Quadro 11 – Síntese observadas nas implementações _____	60



## SUMÁRIO

<b>INTRODUÇÃO</b> .....	10
<b>1 MAPEANDO O PERCURSO</b> .....	12
1.1 CONHECENDO O QUE É DISCUTIDO .....	12
1.2 DESCRIÇÃO DOS ESTUDOS .....	14
<b>2 OS DESAFIOS DA APRENDIZAGEM DE TRIGONOMETRIA COM RECURSOS TECNOLÓGICOS</b> .....	21
2.1 MATEMÁTICA MULTIMÍDIA .....	21
2.2 CONTEÚDOS DIGITAIS EM MATEMÁTICA PARA O ENSINO MÉDIO - UNIVERSIDADE FEDERAL FLUMINENSE (CDME).....	29
2.3 CONSIDERAÇÕES SOBRE OS PORTAIS E O MAPEAMENTO .....	32
<b>3 indo à campo: um momento exploratório</b> .....	35
3.1 METODOLOGIA: CARACTERIZAÇÃO E CONTEXTO .....	35
3.2 PLANEJAMENTO .....	37
3.2.1 1º encontro - “Sondagem” (29/06).....	37
3.2.2 2º encontro – “Reiniciando” (06/07).....	38
3.2.3 3º encontro – “Finalizando” (13/07).....	39
3.3 SÍNTESE SOBRE A 1ª IMPLEMENTAÇÃO .....	39
3.4 ANÁLISE SOBRE A 1ª IMPLEMENTAÇÃO .....	42
3.5 SEGUNDA IMPLEMENTAÇÃO.....	46
3.5.1 1º encontro - “sondagem” (19/04/2023).....	47
3.5.2 2º Encontro - “Prosseguindo os conceitos” .....	48
3.5.3 3º encontro - “verbalizando” (03/05/2023).....	50
3.5.4 Roda de conversa.....	50
3.6 ANÁLISE SOBRE A 2ª IMPLEMENTAÇÃO .....	54
3.7 SÍNTESE REFERENTE ÀS DUAS IMPLEMENTAÇÕES .....	60
3.8 RELACIONANDO AS IMPLEMENTAÇÕES .....	62
<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS</b> .....	65
<b>REFERÊNCIAS</b> .....	67
<b>ANEXOS</b> .....	69

## INTRODUÇÃO

Ao longo do tempo, a trigonometria foi uma constante que proporcionou inovações para o desenvolvimento humano. Nesse sentido, o ensino desta acaba por se tornar um meio pelo qual é possível relacionar a história da matemática com necessidades humanas passadas e presentes. Embora necessidades cotidianas de alunos e de professores da Educação Básica, em geral, não estejam relacionadas apenas à trigonometria, é um solo profícuo propor situações hipotéticas ou concretas a fim de refletir sobre a utilização da trigonometria na prática. Nessa linha, Silva e Lima (2021, p. 3) comentam sobre estratégias utilizando trigonometria para a vida:

A trigonometria, como qualquer outra área científica, desenvolveu-se no mundo antigo a partir de necessidades que foram se moldando através da modernidade e sendo abraçada em várias áreas da ciência. Hoje, na astronomia, a utilizamos na localização de posições aparentes de objetos celestes fazendo uso da técnica da triangulação para estimar suas distâncias, bem como na navegação e aviação. Na geografia, pode-se estimar distâncias entre divisas e em sistemas de navegação por satélite, por exemplo.

Se remontarmos à origem da trigonometria, vemos que este campo está relacionado diretamente com a astronomia. Evidentemente, o ensino trigonométrico nos fornece habilidades para o estudo de medidas e cálculos de distâncias inalcançáveis.

Inspirada na potencialidade do ensino e da aprendizagem de trigonometria, as ideias dessa pesquisa surgiram pela experiência do autor em sala de aula e a da necessidade de tentar sanar dificuldades próprias e deficiências de estudantes da Educação Básica acerca de conceitos da trigonometria.

Para tanto, julgamos necessário estudar mais o tema para que não se perpetue lacunas e possa contribuir como uma motivação para futuros professores no ensino de conceitos da trigonometria. Portanto, esta pesquisa perpassa por (i) mapear as temáticas e alternativas didáticas relacionadas ao ensino de trigonometria com a utilização do GeoGebra nos trabalhos levantados; e, a partir desse mapeamento, (ii) selecionar e implementar duas sequências de atividades com o GeoGebra e analisar suas contribuições no aprendizado de professores de matemática em formação inicial na UFRRJ. A questão orientadora da pesquisa é: Que aspectos do aprendizado de

trigonometria emergem em encontros (aulas) com Licenciandos em Matemática mediante as atividades implementadas?

Para isso o trabalho conta com um mapeamento realizado na *Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo*, apresentado no capítulo 1, na tentativa de compreender o panorama das atuais discussões do GeoGebra, enquanto recurso tecnológico e didático, no ensino da matemática, em específico, a trigonometria e funções trigonométricas.

No capítulo 2 é apresentado dois portais utilizados para o ensino de trigonometria e funções trigonométricas, além disso é catalogado nestes portais atividades com os temas de trigonometria ou funções trigonométricas utilizando as mesma palavras-chave para o mapeamento da revista.

No capítulo 3 é apresentado o planejamento e aplicação de duas implementações realizadas a partir de duas sequências de atividades capturadas durante o mapeamento dos artigos lidos e analisados no capítulo 1. Cada implementação teve três encontros, realizados em uma Disciplina da Licenciatura.

As considerações finais sublinham que apesar do mapeamento identificar apenas nove artigos relacionados ao tema, destacou-se a importância do GeoGebra em propor abordagens não tradicionais para o ensino dessa disciplina desafiadora, especialmente no Ensino Médio e Fundamental. A pesquisa também ressaltou a necessidade de mais estudos e inovações no ensino de trigonometria. As implementações práticas, realizadas com futuros professores em formação inicial, evidenciaram desafios e áreas de dificuldade, como a compreensão de números complexos e conceitos trigonométricos. A pesquisa sugere que a abordagem do GeoGebra visualmente enriquece a aprendizagem, promovendo reflexão sobre os conceitos apresentados em sala de aula, destacando a trigonometria como um tema relevante e pouco explorado. Recomenda-se para pesquisas futuras a análise das relações entre funções trigonométricas e números complexos, além da criação de sequências de atividades para auxiliar na introdução desses conceitos e investigar a interpretação de símbolos frequentes no estudo de trigonometria.

## 1 MAPEANDO O PERCURSO

Esse capítulo apresenta a captura e a análise dos textos selecionados no período de 2012 a 2020 na *Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo*, levando em consideração o fato de que este periódico é um veículo importante de publicações que inovam com o uso do GeoGebra, sendo relevante àqueles que almejam se aprofundar na utilização do recurso já conhecido de professores de matemática (LOBO; BAIRRAL, 2020).

### 1.1 CONHECENDO O QUE É DISCUTIDO

Para conhecer o campo foi feito um mapeamento de estudos voltados à utilização do GeoGebra ao conteúdo de trigonometria. Cabe ressaltar que os trabalhos podem utilizar qualquer meio tecnológico (*touchscreen, desktop, notebooks*). Para a seleção dos trabalhos publicados foram utilizadas as seguintes estratégias (não sequenciais e não excludentes): 1) busca por palavras-chave (“Trigonometria”, “Funções Trigonométricas”, “Seno”, “Cosseno” e “Tangente”); 2) leitura do título; 3) leitura do resumo; 4) leitura do artigo. O *Quadro 1* mostra o quantitativo de artigos localizados em relação a cada ano. Ao total, foram listados nove textos no site da *Revista*. O mapeamento foi feito entre as datas 10/01/2022 até 24/03/2022.

**Quadro 1:** Mapeamento por ano

Ano	2012	2015	2017	2018	2019	2020
Quantidade de textos	1	2	1	2	2	1
Total	9					

Fonte: Elaboração própria (2022)

Veja no *Quadro 2* os trabalhos capturados, seu ano de publicação e objetivo geral.

**Quadro 2:** Trabalhos lidos

Autor(es)	Título	Objetivo geral
-----------	--------	----------------

BALDINI; CYRINO (2012)	Função seno - uma experiência com o software GeoGebra na formação de professores de Matemática	Analisar e identificar significados atribuídos por professores para os parâmetros da função Seno para as transformações dos gráficos e para as implicações no domínio, imagem e período das funções decorrentes de alterações nos seus parâmetros.
JÚNIOR; HENRIQUES (2014)	Modelagem trigonométrica de cálculo de distâncias usando GeoGebra	Destacar as características dinâmicas dos fenômenos inerentes ao problema, fornecendo assim, subsídios para o ensino e aprendizagem da Trigonometria mediado pelas ferramentas tecnológicas na Educação Básica.
JÚNIOR; SILVA (2015)	Funções trigonométricas e números complexos: uma abordagem possível na Educação Básica	Apresentar uma abordagem sobre a organização dos conceitos de Trigonometria que servem de referência para a exploração de propriedades no conjunto dos números complexos.
HOMA et al. (2017)	Um estudo sobre a execução de sons e criação de músicas no software GeoGebra	Um estudo no software GeoGebra sobre a execução de sons a partir de funções trigonométricas e a criação de músicas através de instrumentos e notas musicais pré-programadas, relacionando a Matemática, a Música e a Física do Som,
JÚNIOR et al. (2018)	Ensino e aprendizagem da trigonometria com o auxílio do software GeoGebra	Elaboração de uma Sequência Didática (SD) para o ensino de trigonometria com o GeoGebra.

BRITO et al. (2018)	Estudo da Trigonometria no 11º Ano Com Recurso ao Software GeoGebra	Apresentar uma proposta aos professores para o estudo da trigonometria no 11º ano de escolaridade com auxílio do software GeoGebra, fazendo uso do material informático disponível nas salas de aula, e nas salas de informática disponíveis nas escolas
BRAZ et al. (2019)	O GeoGebra no estudo das funções trigonométricas: uma experiência em um minicurso com alunos do 2º ano do Ensino Médio	Apresentar resultados de uma experiência com o uso de tecnologias no ensino de Matemática na Educação Básica
CRUZ; FILHO (2019)	Variação de Soluções na Geometria com a utilização do GeoGebra	Tratar uma solução alternativa oficial para a questão da Obmep do ano de 2017 primeira fase, nível três com assistência do software GeoGebra na construção das figuras.
BRAZ et al. (2020)	Estudo das funções trigonométricas com o uso do software GeoGebra: uma experiência com calouros do curso de engenharia elétrica	Apresentar resultados obtidos em uma experiência que envolveu o uso de tecnologias no ensino de Matemática em uma turma de calouros do curso de Engenharia Elétrica.

**Fonte:** Elaboração própria (2022)

Na seção a seguir apresentamos uma descrição sucinta dos estudos capturados.

## 1.2 DESCRIÇÃO DOS ESTUDOS

Baldini e Cyrino (2012) apresentam uma atividade para profissionais da área da matemática e propõem a utilização de funções trigonométricas em seu formato geral, analisando parâmetros atribuídos a elas com a finalidade de entender o que

acontece com seu gráfico ao variar os parâmetros. Esse trabalho utiliza tecnologias da informação e comunicação (TIC) como sugestão para aprofundamento dos conceitos referentes à função Seno.

Júnior e Silva (2015) utilizam as funções trigonométricas para representar números complexos e para apresentar características de como esses números se comportam nas operações de radiciação, potenciação, multiplicação e divisão. O estudo apresenta o conceito de números complexos na forma polar e comenta sobre as propriedades dos mesmos. Contudo, os autores não utilizam o *app* com o intuito de apresentar o conteúdo, mas sim para realizar a investigação da representação dos números complexos no plano cartesiano.

Júnior e Henriques (2014) mesclam abstrações provenientes dos conceitos matemáticos e uma situação problema que faz com que a vida cotidiana seja inserida no universo acadêmico dos alunos. Além disso, utilizam o GeoGebra como uma forma de moldar a situação e tornar o problema mais amigável visualmente. Trazem à tona a potencialidade do *software* como uma forma de auxílio tanto do professor quanto do aluno e não como forma de “cola” ou ajuda em momentos errados.

Homa et al (2017) relatam que, culturalmente, a compreensão de conteúdos relacionados à matemática sempre foi um desafio por ser muito abstrato ou existir pouca contextualização com a vida real. Os autores buscam uma relação entre sons e funções por meio do *app* de modo que essa brecha seja superada. Portanto, a ideia consiste em criar um teclado musical dentro do GeoGebra, de modo que se utilize os saberes de programação. O artigo apresenta e ensina a criar e utilizar o teclado dentro do *software*, porém não disserta sobre aplicação desta atividade e os resultados obtidos.

Júnior et al (2018) comentam sobre as TIC e apresentam os meios de organizações de instrumento, sujeito e objeto. O estudo utiliza o GeoGebra como um meio investigativo nos conteúdos de Teorema de Pitágoras e razões trigonométricas. O objetivo é criar uma sequência didática para o ensino de trigonometria.

Brito et al (2018) trabalham com o GeoGebra na forma de apresentar razões trigonométricas, redução ao primeiro quadrante, equações trigonométricas e funções

trigonométricas. Neste trabalho, na definição usada para razões trigonométricas é mais perceptível o uso do GeoGebra para estudar os sinais das razões; em seguida a ideia é apresentar a noção de redução ao primeiro quadrante. Os autores analisam e não apenas aplicam fórmulas para resolver problemas. Em um outro momento, os autores abordam equações e funções trigonométricas seguindo os mesmos princípios didáticos utilizados para razões trigonométricas. O estudo evidencia a explicação dos parâmetros e sua correlação com os gráficos feitos no GeoGebra. O trabalho faz uma análise de deslocamentos dos gráficos de funções no *App* e auxilia na criação das imagens mentais após a variação de cada parâmetro da função.

Braz et al (2019) discorrem sobre o uso de tecnologia em sala, mencionando a intenção de reforçar o conhecimento apresentado em aula a partir do auxílio da informática. As atividades abordaram funções trigonométricas e tiveram como foco as características das funções seno, cosseno e tangente. São observações interessantes para fazer os alunos pensarem sobre os conceitos e suas particularidades em relação a outras funções.

Cruz e Filho (2019) mencionam a dificuldade oriunda da não junção dos conteúdos aprendidos na escola com o cotidiano do aluno. Os autores comentam acerca de uma definição de facilidade e dificuldade, pois dependendo da visão de cada aluno sobre o conteúdo e o modo que o professor propõe, este poderá ter uma classificação diferente: fácil ou difícil. Logo, a dificuldade/facilidade está relacionada à exposição do docente. Este trabalho difere de todos os outros no sentido de que a trigonometria aparece enquanto um tema “periférico”. O foco do trabalho reside na realização de um problema (13º questão da prova de 2017, Nível 3, da 1ª fase) presente na Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP). Neste artigo, o GeoGebra é utilizado como uma forma de apresentar as diferentes resoluções e promover discussão sobre elas.

Braz et al (2020), por sua vez, têm como foco o curso de Engenharia Elétrica. O artigo ilustra a fala de um graduando quando menciona sua estratégia para aprender funções trigonométricas: foi decorar os valores da função seno nos respectivos ângulos. Logo, o estudante não compreende o que seria uma função seno, ele apenas trata como seno (90°), seno (0°), seno (180°), seno (270°) e seno (360°), como se fossem símbolos e que estes símbolos representam números. Essa é uma prática



recorrente na graduação e tende a ser repassada nos anos escolares da Educação Básica brasileira.

A partir desta síntese inicial montou-se o Quadro 3, no qual realizamos uma quantificação das palavras-chave. Quanto às últimas, o termo central foi “trigonometria”. Todavia, notamos que, ao pesquisarmos este, recebíamos como retorno também textos com as palavras-chave “Funções trigonométricas”. A partir dessa percepção, pesquisamos por nomes específicos das funções (“Seno”, “Cosseno” e “Tangente”) na expectativa de obtermos mais resultados.

**Quadro 3:** Mapeamento por palavras-chave

<b>Palavras</b>	Trigonometria	Funções trigonométricas	Seno	Cosseno	Tangente
<b>Quantidades de textos</b>	6	2	1	0	0
<b>Total</b>	9				

**Fonte:** Elaboração própria (2022)

Pensamos em mapear não apenas os achados relacionados ao termo “Trigonometria”, mas também montar uma relação entre o público-alvo e o tema central, tornando assim a pesquisa mais ampla e tendo potencialidades de avaliar trabalhos enquadrados no Ensino Médio e Fundamental. Como podemos observar no Quadro 4, os resultados obtidos foram:

**Quadro 4:** Público-alvo, Tema central

<b>Artigos</b>	<b>Público-alvo</b>	<b>Tema central</b>
BALDINI; CYRINO (2012)	Professores de matemática atuantes na Educação Básica	Função Seno
JÚNIOR; SILVA (2015)	-	Forma polar dos números complexos
JÚNIOR; HENRIQUES (2014)	Alunos e professores da Educação Básica	Razões trigonométricas
JÚNIOR et al. (2018)	-	
HOMA et al. (2017)	-	Funções trigonométricas
BRAZ et al. (2019)	Alunos da Educação básica	
BRAZ et al. (2020)	Graduandos do curso de Engenharia Elétrica	
BRITO et al. (2018)	Professores de matemática	
CRUZ; FILHO (2019)	-	Área (resolução de problema)

**Fonte:** Elaboração própria (2022)

Diante do Quadro 4 podemos notar que os trabalhos que explicitaram o público-alvo foram: três contemplando professores da Educação Básica (EB); dois deles para alunos da EB; um focado na graduação; e quatro textos que não mencionaram o

público. Sobre estes últimos, não achamos prudente conjecturar sobre os públicos-alvo, tendo em vista a possibilidade de uma interpretação errônea da intenção dos autores.

Por exemplo, Júnior e Silva (2015) não focaram em trigonometria ou em funções trigonométricas, mas sim em utilizá-las como um meio para estudar números complexos. Cruz e Filho (2019) utilizam a trigonometria como uma ferramenta para resolução de um problema na área de geometria. Este artigo utiliza vários conteúdos para resolução do problema, um deles é a trigonometria. Imaginamos que este trabalho apareceu em nossa busca apenas por mencionar a função “seno” em uma das resoluções. Por isso, além dessa captura inicial, caberá em análises futuras a leitura pormenorizada das pesquisas, incluindo, a pesquisa (dissertação, tese ou projeto) da qual o estudo é oriundo.

A partir do mapeamento, é possível evidenciar que Baldini e Cyrino (2012) focaram especificamente na função Seno como abordagem, utilizando tarefas para serem realizadas com o GeoGebra. Apesar de utilizar a terminologia das tarefas, os autores não as denominam como sequência de atividades ou tarefas. Júnior e Silva (2015) abordam a relação de funções trigonométricas e operações com números complexos em uma forma polar. Júnior e Henriques (2014) utilizam uma sequência didática para o ensino de trigonometria e a percepção do que seria o cálculo do seno, cosseno e tangente dentro do triângulo retângulo. Júnior et al. (2018) faz o uso da teoria antropológica do didático para analisar a utilização de uma sequência didática no conceito de razões trigonométricas. Homa et al. (2017) fazem um trabalho focado na junção da temática de música com funções trigonométricas, além disso este trabalho foi o único a utilizar funções trigonométricas relacionadas a outros campos do conhecimento.

Braz et al. (2019) estudam a utilização de tecnologias em sala de aula e desenvolvem atividades para aplicar em um minicurso com a temática de funções trigonométricas. Braz et al (2020) fazem a análise de uma turma de calouros de engenharia elétrica quanto ao tema de funções trigonométricas. Brito et al. (2018) tendo como problemática a dificuldade de alunos, pensaram uma nova abordagem com a utilização do *GeoGebra*. O estudo foi pensado com um pequeno manual de apoio aos professores. Cruz e Filho (2019) utiliza a resolução de um problema

presente na OBMEP, a diferença neste trabalho é a utilização da trigonometria em um problema focado no cálculo de área.

Foi perceptível três focos temáticos nos textos mapeados:

1 – Resolução de problemas com o GeoGebra (CRUZ; FILHO, 2019);

2 – Reflexão acerca do conteúdo matemático a partir de atividades (BALDINI; CYRINO, 2012; JUNIOR; SILVA, 2015; JUNIOR; HENRIQUES, 2014; JUNIOR et al, 2018; BRAZ et al 2019, 2020; BRITO et al, 2018), e

3 - Confeção de atividades que relacionem de trigonometria/funções trigonométricas com outros campos do conhecimento (HOMA et al, 2017).

## 2 OS DESAFIOS DA APRENDIZAGEM DE TRIGONOMETRIA COM RECURSOS TECNOLÓGICOS

Neste capítulo iremos abordar o que é proposto para o ensino de trigonometria utilizando tecnologias disponíveis para acesso na Internet. Para tal objetivo, iremos catalogar os portais [Matemática Multimídia \(unicamp.br\)](http://Matemática Multimídia (unicamp.br)) e [Conteúdos Digitais em Matemática para o Ensino Médio - Universidade Federal Fluminense \(im-uff.mat.br\)](http://Conteúdos Digitais em Matemática para o Ensino Médio - Universidade Federal Fluminense (im-uff.mat.br)) utilizando as palavras-chaves do mapeamento como uma forma de correlacionar a produção acadêmica da revista em questão com as atividades presentes nesses portais. Esses portais foram selecionados porque possuem materiais com atividades relacionadas a conteúdos de matemática com a utilização de tecnologia.

### 2.1 MATEMÁTICA MULTIMÍDIA<sup>1</sup>

No portal “Matemática Multimídia - Unicamp” (figura 1) os conteúdos pertencentes são divididos em grupos, como mostrado no quadro 6.

Figura 1 - Portal Matemática Multimídia

Recursos educacionais multimídia para a matemática do ensino médio.

INÍCIO MÍDIAS NÚMEROS E FUNÇÕES GEOMETRIA E MEDIDAS ANÁLISE DE DADOS E PROBABILIDADE OUTROS

Encontre os recursos certos para sua aula:

Este é o site da coleção Matemática Multimídia, um conjunto com mais de 300 recursos educacionais de Matemática para o Ensino Médio. Você pode acompanhar as atualizações referentes ao portal no nosso Twitter, [@matematicam3](https://twitter.com/matematicam3). Clique para se redirecionar diretamente ao nosso perfil e ficar por dentro das últimas novidades!

Para encontrar um recurso que atenda ao que você procura, use a busca abaixo ou selecione uma mídia ou conteúdo.

Procure algum termo (tema, conteúdo, etc.)

coleção Matemática Multimídia @matematicam3 · 14 de mar  
Seria a fórmula de Euler mais implacável do que o mago do Patolino?

blogs.unicamp.br  
O Garlon faz vários cortes no poliedro, mas a fórmula de Euler é implacável -  $M^2$

Fonte: Matemática Multimídia (unicamp.br)

<sup>1</sup> Disponível em: <https://m3.ime.unicamp.br/>. Acesso em: 02 out. 2023.

Além disso, os materiais possuem uma versão para o professor e um resumo do que seria o plano de aula para atividade em questão (figura 2).

**Figura 2** - Material disponibilizado no portal Matemática Multimídia

## Os ângulos e as torres

GEOMETRIA E MEDIDAS • Série: Matemática na Escola



**Objetivos**  
1. Noção de adição e subtração de ângulos

**Conteúdos**

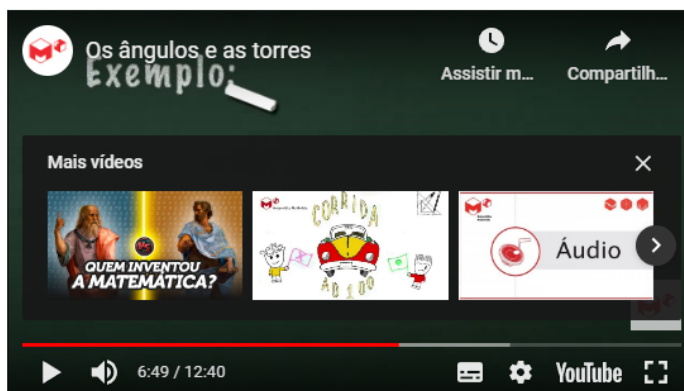
- triângulo;
- lado;
- trigonometria;
- comprimento.

**Duração**  
10 min

**Créditos**

**Autores**  
CONTEUDO  
Edmundo Capelas  
ROTEIRO  
Mariana Aiub  
GUIA  
Vanessa Silva Pereira Araujo

**Revisores**  
CONTEUDO  
Miriam Sampieri Santinho, Rosa Maria Machado  
ROTEIRO  
Frederico Gualberto de Souza, Sarah Yakhni  
GUIA  
Samuel Rocha de Oliveira  
GRAFICOS\_FORMULAS  
Raphael Garcia



### Sinopse

Joana recebe uma carta do namorado onde contém fotos de lugares históricos da Alemanha, onde alguns desses monumentos encontram-se inclinados.

### Vídeo

– [Baixar vídeo completo](#)

### Guia do professor





– [Versão para tela](#)



**Fonte:** Matemática Multimídia (unicamp.br)

Ainda nas categorias referentes aos materiais catalogados no site é importante ressaltar a existência de subdivisões dentro das categorias apresentadas no Quadro 5.

**Quadro 5 - Divisão do conteúdo no portal "Matemática multimídia"**

Tipos de mídias	Nome	Descrição
	Experimentos	<p>Atividades práticas instigantes que podem ser feitas em uma ou duas aulas em que se constrói algum conceito ou formalização matemática. Em geral, eles seguem a ideia de um experimento científico: geração e coleta de dados, análise e conclusão (ou formalização matemática, no nosso caso).</p> <p>Esses experimentos contam com um roteiro metodológico para o professor, uma folha de acompanhamento para os alunos e um guia com informações adicionais ou complementares para o professor.</p>
	Vídeos	<p>180 programas audiovisuais de dez minutos produzidos para serem parte das atividades presenciais na sala de aula ao longo dos três anos do ensino médio. O professor deve apresentar o vídeo no contexto de seu programa didático e para isso deve consultar o respectivo "Guia do Professor".</p>
	Softwares	<p>Roteiros de questões com elementos interativos para uso direto dos estudantes, permitindo que estes explorem problemas matemáticos ambiciosos. A coleção conta com 19 softwares, todos acompanhados por Guias do Professor.</p>
	Áudio	<p>Programas de áudio divididos em duas partes de cinco minutos cada um, que podem ser ouvidos em grupo</p>

		ou individualmente. O professor deve apresentar o áudio no contexto de seu programa didático e para isso deve consultar o respectivo guia do professor.
--	--	--

**Fonte:** Elaboração própria

No quadro 6 explica-se o conceito sobre os tipos de séries presentes na categoria “Vídeos”.

**Quadro 6** - Subdivisão no conteúdo vídeos

<b>Vídeos</b>	
<b>Tipo de série</b>	<b>Descrição</b>
Matemática na Escola	A série “Matemática na Escola” aborda o conteúdo de matemática do ensino médio através de situações, ficções e contextualizações. Os programas desta série usualmente são informativos e introdutórios de um assunto a ser estudado em sala de aula pelo professor. Os programas são ricos em representações gráficas para dar suporte ao conteúdo mais matemático e pequenos documentários trazem informações interdisciplinares.
Atividades	A série “Atividades” apresenta em vídeo os principais passos de alguns experimentos que o professor pode desenvolver com a sua turma.
Profissões	A série “Qual é a sua profissão?” apresenta uma série de entrevistas com profissionais. São duas entrevistas espontâneas intercaladas em cada programa, no ambiente de trabalho dos profissionais e aborda as características, o cotidiano, as possibilidades de mercado e a formação de cada profissional.

**Fonte:** Elaboração própria

No quadro 7 explica-se o conceito sobre os tipos de séries presentes na categoria “Áudios”.



**Quadro 7 - Subdivisão no conteúdo áudios**

<b>Áudios</b>	
<b>Tipo de série</b>	<b>Transcrição</b>
Estimativas	A ideia da série é incentivar os alunos a fazerem estimativas numéricas.
Problemas e Soluções	Problemas e Soluções A série Problemas e Soluções trata de problemas típicos de matemática do ensino médio contextualizados por uma ficção. Em cada programa um ou dois problemas são interpretados no primeiro bloco de cinco minutos, ao final do qual o leitor é convidado a tentar resolver. No contexto da sala de aula, o professor então tem a oportunidade de discutir os métodos ou as formas possíveis de resolver o problema. O segundo bloco do programa apresenta as soluções e alguns comentários ou informações adicionais.
O que é?	A proposta da série “O que é?” é fazer uma discussão introdutória e sem grandes aprofundamentos de alguns conceitos do currículo de Matemática do Ensino Médio que contenham palavras “incomuns” fora do contexto da Matemática.
Cultura	A série Cultura foi concebida com o objetivo de proporcionar aos alunos a oportunidade de fazer paralelos significativos entre Literatura, Cultura Geral e Matemática, para que ele, além de poder observar resoluções de problemas de matemática, também se sentisse estimulado a buscar as referências literárias e expandir seu conhecimento em diversas áreas.
Cumpadis	A série Cumpadis apresenta programas descontraídos de variedades que usualmente abordam uma informação ou notícia de conhecimentos gerais, na conversa livre, parcialmente rimada, com comentários de conteúdo matemático da comadre Margarida. Os temas não são tratados em profundidade e todas as informações devem ser verificadas em pesquisa em fontes variadas. A série tem o






	objetivo de provocar uma discussão, mencionar alguns aspectos matemáticos, mas oferecem oportunidade de o professor trabalhar assuntos interdisciplinares em sala de aula ou em atividades extraclasse.
Mátema	A série “Mátema” levanta aspectos históricos dos fundamentos da matemática. O contexto da ficção tem o objetivo de tornar o programa interessante para o ensino médio e para adolescentes, uma vez que faz uso do estereótipo do Joãozinho, da Sofia e da professora. Em geral, os assuntos são mais elaborados do que os que são vistos nos programas de ensino médio. No entanto, o programa traz ricas informações e tem o devido cuidado com as definições e conclusões matemáticas
Rádio	A série Rádio Cangália apresenta programas descontraídos de variedades que usualmente abordam uma informação ou notícia de conhecimentos gerais, com comentários de um professor de matemática. Os temas não são tratados em profundidade, mas oferecem oportunidade de o professor trabalhar assuntos interdisciplinares em sala de aula ou em atividades extraclasse. O programa pode trazer também uma piada ou uma frase célebre, sem preocupações maiores, além de oferecer motivos de discussão em torno de um conteúdo e reforçar a descontração.

**Fonte:** Elaboração própria

Em resumo, podemos notar a presença de quatro tipos de conteúdo: Experimentos, Vídeos, *Softwares* e Áudios. Nos conteúdos referentes a vídeos existem 3 subdivisões e nos conteúdos referentes a áudios existem 7 subdivisões. Foram utilizadas para a busca as palavras “trigonometria”, “Seno”, “Cosseno” e “Tangente” como forma de trazer conteúdos referentes ao tema desta pesquisa. Foram catalogados 23 materiais, sendo: 2 experimentos, 12 vídeos, 4 *softwares* e 5 áudios. A saber:

**Quadro 8:** Conteúdos catalogados no portal “Matemática Multimídia”

Título	Tipo de conteúdo	Palavra-chave pesquisada	
A altura da árvore	 (Experimentos)	Trigonometria	
Engenharia de Grego			
Alice e algumas relações trigonométricas			
Alice e a lei dos cossenos			
Alice e o cosseno da diferença de arcos			
Um caminho para o curral			
A dança do Sol			 (vídeos)
Entrando pelo túnel			
Medindo a Terra			
Os ângulos e as torres			
Perdido no globo			
Triangular é preciso			
Um sonho complexo			
Trigonometria de Halos	 (Softwares)		
Trigonometria e Raios Luminosos			
Senos	 (Áudios)		
Tamanho da Terra			

Vênus e trigonometria		
Desenhando ondas	 (Vídeos)	Seno
Ondas trigonométricas	 (Softwares)	
O que é hipotenusa?	 (Áudios)	
Tempestades Solares	 (Áudios)	Cosseno
Curvas de Lissajous	 (Softwares)	Funções trigonométricas

Fonte: Elaboração própria

Após catalogar os portais podemos notar que apenas 2 deles são experimentos interativos entre alunos e professores (“A altura da árvore” e “Engenharia de Grego”). Os dois experimentos correlacionam distâncias inacessíveis sendo uma delas o topo de uma árvore e outra o trajeto de um túnel. A altura total de uma árvore não é exatamente uma distância grande de forma que não seja acessível a todos, porém traz ao aluno uma problemática solucionável de forma que ele consiga resolver sem muito trabalho, apenas utilizando seu conhecimento. Medir o trajeto de um túnel que será construído passando por dentro de uma montanha, por sua vez, é um exemplo claro de distância inacessível.

Em relação aos vídeos catalogados, todos apresentam uma proposta artística com relação ao aprendizado. Os vídeos representam uma situação cotidiana com personagens fictícios. Mesmo tendo uma proposta lúdica não deixam de fora o conteúdo formal matemático, ou seja, o vídeo possui fórmulas matemáticas e até relações utilizando seno e cosseno durante a interpretação.

Os *softwares* voltados para trigonometria fazem menção a fenômenos periódicos (oscilações de marés), estudo de ondas luminosas. O estudo de ondas luminosas é visto em dois *softwares*: “Trigonometria e Raios Luminosos” e “Trigonometria e Halos”. Ambos utilizam a ideia de refração como uma forma de exemplificação da trigonometria em nossas vidas.

Quanto ao material no formato de áudios, o conteúdo apresentado é constituído por uma história. Tal história pode ser uma conversa entre dois personagens fictícios ou a apresentação sobre um problema presente na história da humanidade. Os roteiros podem incluir, por exemplo, um jornal entrevistando pessoas em um ambiente comum, como um shopping.

Podemos perceber que neste portal a abordagem histórica e contextualização é um dos grandes focos dos materiais, deixando assim uma vasta alternativa para o profissional da área educacional em iniciar ou trazer para a sala de aula perspectivas sobre o conteúdo focado nesta pesquisa. Vale ressaltar, que em cada material existe um pequeno resumo com tempo estimado para a aplicação e objetivos utilizados para a confecção. Além disso, possui uma versão para o professor. Esta versão apresenta uma possível atividade ou abordagem em que o professor pode utilizar em aula (figura 2).

## 2.2 CONTEÚDOS DIGITAIS EM MATEMÁTICA PARA O ENSINO MÉDIO - UNIVERSIDADE FEDERAL FLUMINENSE (CDME)<sup>2</sup>

Podemos observar o portal “Conteúdos Digitais em Matemática para o Ensino Médio - Universidade Federal Fluminense” na figura 3. Neste portal os materiais são divididos em 3 categorias, a saber: “*Softwares* Educacionais”, “Experimentos Educacionais” e “Atividades de Áudio”.

---

<sup>2</sup> Disponível em: <http://www.cdme.im-uff.mat.br/index-br.html>. Acesso em: 02 out. 2023.

Figura 3 - Portal CDME - UFF



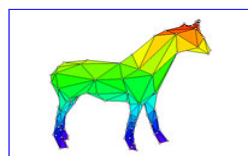
**AVISO IMPORTANTE!**

Com a atualização do sistema de segurança da linguagem Java implementada pela Oracle em janeiro de 2014, para rodar muitos dos aplicativos abaixo, será necessário incluir este site (<http://www.uff.br/cdme/>) na lista de acesso do Java. Para isto: siga as instruções disponíveis na seguinte página do Java "[Como posso configurar a Lista de Sites de Exceção?](#)", acrescentando então os endereços <http://www.uff.br/cdme/> e <http://www.cdme.im-uff.mat.br> (este último é um espelho do site principal). Você também deve baixar o nível de segurança de "Alto" para "Médio". Mesmo após esta configuração, o Java vai ainda lhe solicitar que confirme o acesso aos aplicativos. Feita a confirmação, o aplicativo então abrirá. Em caso de dúvidas, contacte-nos pelo e-mail: [conteudosdigitais@im.uff.br](mailto:conteudosdigitais@im.uff.br).

[\[Click here to see this page in english!\]](#)

[\[SOFTWARES EDUCACIONAIS\]](#) | [\[EXPERIMENTOS EDUCACIONAIS\]](#) | [\[ATIVIDADES DE ÁUDIO\]](#)

**SOFTWARES EDUCACIONAIS**

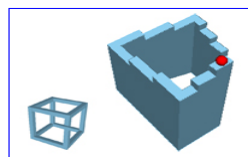


**Uma Pletora de Poliedros**

Responsável: [Humberto José Bortolossi](#)

Palavras-chaves: geometria espacial, poliedros, a fórmula de Euler, dualidade, seções planas, planificação, truncamento e estrelamento, JavaView. Nível: ensino médio.

[Download para uso offline: [servidor 1](#), [servidor 2](#)]



**Projeções em Perspectiva**

Responsável: [Humberto José Bortolossi](#)

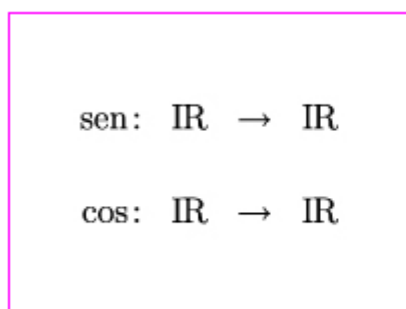
Palavras-chaves: geometria espacial, projeções em perspectiva, objetos impossíveis, JavaView. Nível: ensino médio.

[Download para uso offline: [servidor 1](#), [servidor 2](#)]

**Fonte:** Conteúdos Digitais em Matemática para o Ensino Médio - Universidade Federal Fluminense ([im-uff.mat.br](http://im-uff.mat.br)).

Desde o início desta pesquisa utilizamos as palavras-chave “Trigonometria”, “Seno”, “Cosseno”, “Tangente” e “Funções Trigonométricas”; neste portal não será diferente. Foi pesquisado dentro do portal materiais referentes a estes temas e foram encontrados 3 arquivos relacionados, sendo 2 na categoria “softwares educacionais”, quando pesquisada a palavra “Funções Trigonométricas” (figura 4 e 5) e 1 na categoria “material educacional”, quando pesquisada a palavra “Trigonometria” (figura 6).

Figura 4 - 1º software educacional voltado à trigonometria encontrado no portal CDME



**Funções Trigonométricas**

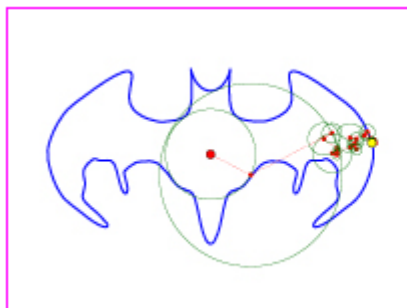
Responsável: [Humberto José Bortolossi](#)

Palavras-chaves: função de Euler, medidas de ângulos, funções trigonométricas, GeoGebra. Nível: ensino médio.

[Download para uso offline: [servidor 1](#), [servidor 2](#)]

**Fonte:** Conteúdos Digitais em Matemática para o Ensino Médio - Universidade Federal Fluminense ([im-uff.mat.br](http://im-uff.mat.br))

**Figura 5** - 2º software educacional voltado à trigonometria encontrado no portal CDME



### Epíclitos e Interpolação Trigonométrica

Responsável: [Humberto José Bortolossi](#)

Palavras-chaves: funções trigonométricas, movimentos circulares, epíclitos, astronomia, interpolação, DFT, séries de Fourier, números racionais e irracionais, GeoGebra. Nível: ensino médio.

[Download para uso offline: [servidor 1](#), [servidor 2](#).]

**Fonte:** Conteúdos Digitais em Matemática para o Ensino Médio - Universidade Federal Fluminense (im-uff.mat.br)

Vale ressaltar a existência de um problema referente aos materiais catalogados: os navegadores e o aplicativo Java. Em resumo, o aplicativo Java é necessário para podermos executar os materiais, e como ele é bloqueado nos navegadores é necessário um procedimento para habilitá-lo no portal. Contudo, não foi possível realizar as atividades durante a produção desta pesquisa.

**Figura 6** - Experimento educacional voltado à trigonometria



### Elementos Básicos de Trigonometria

Responsável: [Ana Maria Kaleff](#)

Palavras-chaves: razões trigonométricas, teodolitos, aplicações. Nível: ensino médio.

**Fonte:** Conteúdos Digitais em Matemática para o Ensino Médio - Universidade Federal Fluminense (im-uff.mat.br)

Nos materiais encontrados e catalogados no portal CDME é perceptível uma abordagem de fenômenos da natureza cíclicos e o tema de trigonometria. Tal abordagem consiste em relacionar órbitas de planetas trazendo assim o movimento dos corpos celestes e suas órbitas. Neste portal, a atividade “Epíclitos e Interpolação Trigonométrica” (figura 5), encontrada na aba “softwares educacional”, apresenta uma forma de desenhar a partir de movimentos circulares, assim como as órbitas dos planetas presentes em nossa galáxia.

Por sua vez, o experimento educacional “Elementos Básicos de Trigonometria” relaciona a construção civil ao conteúdo matemático. Os temas da construção civil

comentados na introdução são: escoamento de águas nos telhados, melhor acesso de vias urbanas por veículos e a construção de rampas. Ou seja, neste experimento é introduzido a ideia de cálculo de distâncias, porém não é inacessível em alguns casos. Contudo, a estratégia mais econômica para encontrar tais comprimentos, como a quantidade de telhas utilizadas em um telhado ou a altura de uma rampa, será a utilização das normas fornecidas pela ABNT para calcular o comprimento necessário destes segmentos. Vale ressaltar que a explicação presente no guia do professor (figura 7) apresenta como é a relação entre segmentos de rampas e telhados.

**Figura 7** - Informações sobre a inclinação de rampas/telhados apresentadas pela atividade

### **Entendendo a inclinação representada em porcentagens**

Na construção civil, quando os engenheiros falam em rampa, ou na inclinação de uma rua, uma escada ou telhado, eles se referem a um valor percentual para a inclinação. Tudo isso se relaciona com a possibilidade de acesso, com o esforço despendido pelo sujeito ou com a energia gasta pelo objeto em movimento.

No caso de rampas de acesso, diz-se que 5% correspondem a  $5/100 = 1/20$ . Ou seja, a rampa deve subir 1cm na vertical a cada 20cm na horizontal.

Por outro lado, 6,25% para as rampas, correspondem a  $6,25/100 = 1/16$ , portanto a elevação é de 16cm na horizontal.

Da mesma maneira, 12,50% significam  $12,50/100 = 1/8$ , isto é, subir 1cm a cada 8cm, na horizontal.

No caso de uma casa que tenha um telhado horizontal, tem-se o ângulo  $0^\circ$  e 0% de inclinação. É o caso de uma laje.

Quando o carpinteiro diz que o "caimento" do telhado é de 40% ele está afirmando que para cada metro na horizontal, o telhado deve subir 40cm da vertical, ou seja 40% de um metro.

No caso extremo do ângulo de  $90^\circ$ , diz-se que a porcentagem é de 100%. Por exemplo, para a situação de uma escada com uma inclinação indefinida, porque estaria na posição vertical, fazendo um ângulo de  $90^\circ$  com o chão.

**Fonte:** Conteúdos Digitais em Matemática para o Ensino Médio - Universidade Federal Fluminense (im-uff.mat.br)

A seguir será comentado sobre as conclusões referente aos materiais catalogados.

## 2.3 CONSIDERAÇÕES SOBRE OS PORTAIS E O MAPEAMENTO

Os portais foram catalogados utilizando as mesmas palavras no mapeamento apresentado no capítulo 1. Em cada material encontrado o conteúdo foi lido, ouvido ou assistido.

O portal "Matemática Multimídia" divide seu conteúdo em tipos de mídias diferentes; tal divisão está exposta no quadro 5. Após apresentar a divisão, foi



necessário mostrar a existência de subdivisões nos conteúdos de vídeo (Quadro 6) e áudio (Quadro 7). Por fim, o Quadro 8 mostra o catálogo dos materiais presentes no site com título, tipo de conteúdo e palavra-chave pesquisada para encontrá-lo.

Quanto ao portal “Conteúdos Digitais em Matemática para o Ensino Médio”, o modo de catalogar foi o mesmo. Contudo, foram encontrados poucos materiais e por isso não foi necessário apresentar um quadro com todos. Em todos os casos, são atividades que utilizam os conteúdos das palavras-chave como base para resolução dos problemas, uns mais cotidianos que outros.

Os materiais catalogados com a utilização de tecnologia visam a solução de problemas no cotidiano e/ou astronomia. Quando observamos atividades no formato de experimentos práticos (materiais disponibilizados no portal “Matemática Multimídia”), percebemos uma preocupação com situações presentes em campos de trabalhos, construção civil e presentes em nossas vidas. Quanto a materiais voltados para a utilização de aplicativos, o campo de contextualização torna-se a astronomia.

Há uma diferença quantitativa com relação aos materiais relacionados ao tema desta pesquisa. O portal CDME apresenta atividades práticas para os alunos (digitais ou não), enquanto o portal “Matemática Multimídia” possui em seu portfólio outros tipos de conteúdo. Essa diferença é pela variedade de opções de conteúdos presentes neste *site*. Além da diferença nos trabalhos encontrados nos portais, durante o mapeamento na revista não foram encontrados estudos utilizando temáticas, por exemplo, na construção civil. Em resumo, nos portais foram encontradas atividades relacionando mais os conceitos matemáticos com noções cotidianas em geral e curiosidades sobre onde é utilizado o conceito matemático em algum campo de formação superior, como a astronomia. No caso da construção civil, outra situação bem usual, não observamos exemplos nos portais.

Além disso, os focos temáticos dos materiais catalogados são: reflexão acerca do conteúdo matemático a partir de atividades e confecção de atividades que relacionem o conceito matemático com outros campos do conhecimento. Ou seja, dois dos três focos dos artigos mapeados são os mesmos dos materiais catalogados. Nota-se, então, que esta necessidade é algo que está presente em ambos os locais investigados durante a confecção de trabalhos ou nas atividades para aplicação em

sala. Tanto o mapeamento quanto o catálogo feito ratificam a falta de atividades em trigonometria em sala de aula com resultado sobre a interação dos alunos e análise dos resultados produzidos.

### 3 INDO À CAMPO: UM MOMENTO EXPLORATÓRIO

Este capítulo objetiva apresentar a metodologia utilizada para analisar duas sequências de atividades (SA) e o perfil do grupo de participantes presentes nas aplicações. Vale ressaltar que as aplicações têm por finalidade captar características quanto ao que os participantes pensam durante uma resolução de questões, tendo como foco o conteúdo matemático. Para isso foi utilizada a aplicação de duas atividades com o *GeoGebra*. Vale ressaltar que todo planejamento é pensado de forma que não seja caracterizado como aula, mas sim implementações, de forma que os participantes pudessem se sentir como em um estudo em grupo e não em uma sala de aula com um professor ensinando um conteúdo. Desta forma, visou-se que todos pudessem sentir-se menos pressionados a fazer os exercícios corretamente e pudessem verbalizar suas dificuldades e facilidades.

#### 3.1 METODOLOGIA: CARACTERIZAÇÃO E CONTEXTO

Buscando a interação entre profissionais e/ou futuros profissionais da educação e tendo como necessidade a cooperação dos participantes e do mediador dos encontros, para assim analisar atividades junto aos participantes, foi pensada a pesquisa-formação. A pesquisa do tipo pesquisa-formação, como afirma Santos (2019, p. 80),

A pesquisa contemporânea sobre formação de professores vem atentando para a relação complexa e interativa entre histórias de vida, formação inicial e continuada, e as aprendizagens construídas ao longo da carreira e do exercício da profissão, nas quais que o docente interage e aprende com seus estudantes, seus pares, gestores, com a comunidade escolar e com a sociedade mais ampla.

E, tendo como base o planejamento para as implementações, a interação foi um dos fatores primordiais para que tanto os participantes quanto o autor deste trabalho pudessem engrandecer suas estratégias para o ensino referente a temática de trigonometria/funções trigonométricas. Foram feitas 2 implementações, sendo a 1ª, ocorrido no segundo semestre de 2022, planejada com os objetivos de analisar e realizar uma sequência de atividades didáticas (SA) contida nos textos mapeados (capítulo 1). Foram planejados três encontros de aproximadamente 2h cada. O público era de quatro graduandos em matemática, sendo três regularmente matriculados na disciplina de “Ensino de Matemática II (IE-395)” e o monitor da respectiva disciplina.

O público-alvo possui idade entre 26 e 29 anos. Além disso os alunos estavam entre o 8º e 13º da graduação. Estes dados mostram que o público possui maturidade acadêmica para refletir sobre seu ensino básico. Vale ressaltar que foi solicitado que recordassem suas experiências anteriores com a trigonometria e 60% (3 participantes) assinalaram que a experiência foi deficitária na Educação Básica (EB), mas mencionaram boa experiência no Ensino Superior.

A experiência na EB, apesar de deficitária, mostra que existem lacunas na forma que é apresentando o conteúdo, enquanto no ES tais lacunas possivelmente são preenchidas. Tais problemas acontecem pela falta de maturidade no conhecimento matemático. Além disso, quando o conteúdo é apresentado como uma junção de conceitos previamente ensinados, transforma-se em algo novo, como se fosse um tipo de quebra-cabeça.

Partindo destes dados, foi pensada a atividade como um meio de causar a reflexão sobre conceitos, possivelmente já existentes em sua memória, tendo como objetivo geral causar a discussão e refletir sobre o ensino de trigonometria da educação básica e superior, especificamente com a realização das SA (Sequência de Atividades) e análise delas. Embora o autor use a terminologia sequência didática (SD) optamos por denominar sequência de atividades, pois nos remete a algo menos hierárquico ou que demande algum tipo de testagem inicial, o que não é o nosso caso. Foram apresentadas duas SA em três questionários distintos. Será exposto agora um breve resumo de cada encontro, além de mostrar as SA utilizadas. Além disso, as perguntas utilizadas nos encontros serão disponibilizadas em cada subtópico da análise.

A 2ª implementação aconteceu no primeiro semestre de 2023 e contou com outra turma da mesma disciplina. Esta nova turma possui 8 alunos e que cursavam disciplinas entre o 6º e 8º períodos, todos graduandos de Licenciatura em matemática pela UFRRJ com faixa etária entre 22 e 27 anos; contudo, nem todos estavam presentes em todos os encontros da segunda implementação.

## 3.2 PLANEJAMENTO

As implementações foram divididas em três momentos, cada uma com um foco específico: (i) aproximação do público com o mediador; (ii) análise individual da sequência de atividades (SA); e (iii) análise coletiva (sujeitos e pesquisador) da SA. Resumidamente, o propósito de cada encontro e as estratégias de coleta de dados foram:

**Quadro 9** - Planejamento das implementações

Encontro	Propósito	Estratégias para produção de dados
1	<i>1º momento:</i> Análise da SA com a visão individual <i>2º momento:</i> Análise da SA com a visão do grupo	Registros escritos, captura de tela, fotos, diários do pesquisador e grupo de <i>WhatsApp</i> .
2	<i>1º momento:</i> Análise da SA com a visão individual <i>2º momento:</i> Análise da SA com a visão do grupo	Registros escritos, captura de tela, fotos, diários do pesquisador e grupo de <i>WhatsApp</i> .
3	<i>1º momento:</i> Coleta de informações/opiniões referente ao Encontro 1. <i>2º momento:</i> Análise da SA com a visão do grupo	Registros escritos, captura de tela, fotos, diários do pesquisador e grupo de <i>Whatsapp</i> .

**Fonte:** Elaboração própria

Vale ressaltar que um dos pilares para o planejamento dos encontros foi a relação horizontal entre os participantes e mediador. Por isso, foi aberto espaço para troca de informações nas análises; assim, poderíamos construir conceitos referentes ao tema tendo como ponto de partida a perspectiva de cada participante. A saber sobre a 1ª implementação:

### 3.2.1 1º encontro - “Sondagem” (29/06)

O foco inicial foi conhecer os participantes e as vivências de cada um deles relacionadas às suas trajetórias acadêmicas. Foi feita uma apresentação em grupo e começamos a discutir sobre as vivências; a partir disso foi proposto um questionário dividido em 3 partes. A primeira, tinha como foco avaliar as SA; a segunda, previa que os participantes fizessem a leitura referente a SA sem haver a troca de informação sobre suas opiniões; e na terceira, era necessário confeccionar a SA no *GeoGebra*

para que pudessem discutir sobre a atividade e analisá-la. Neste encontro estavam presentes dois alunos matriculados e o monitor da disciplina.

**Figura 8 - 1ª SA apresentada**

SESSÃO UNITÁRIA		
<b>T<sub>1</sub></b>	Verificar o Teorema de Pitágoras utilizando as ferramentas do software GeoGebra.	
	<b>t<sub>1.1</sub></b>	Construir um triângulo retângulo usando duas retas perpendiculares como suporte tal que a intersecção entre elas seja um de seus vértices.
	<b>t<sub>1.2</sub></b>	Medir o comprimento dos lados do triângulo construído em <b>t<sub>1</sub></b> .
	<b>t<sub>1.3</sub></b>	Construir três quadrados a partir de cada um dos lados do triângulo retângulo construído em <b>t<sub>1</sub></b> .
	<b>t<sub>1.4</sub></b>	Mover um dos vértices do triângulo e comparar as áreas dos quadrados.
<b>T<sub>2</sub></b>	Identificar alguns elementos do triângulo retângulo.	
	<b>t<sub>2.1</sub></b>	Construir um triângulo retângulo usando duas retas perpendiculares como suporte tal que a intersecção entre elas seja um de seus vértices.
	<b>t<sub>2.2</sub></b>	Medir os ângulos internos do triângulo retângulo construído em <b>t<sub>1</sub></b> .
	<b>t<sub>2.3</sub></b>	Identificar os ângulos agudos, os catetos opostos e adjacentes em relação a cada ângulo agudo e a hipotenusa.
	<b>t<sub>2.4</sub></b>	Mover um dos vértices de maneira que os ângulos agudos se alterem.
	<b>t<sub>2.5</sub></b>	Calcular a razão entre as medidas dos segmentos do triângulo retângulo construído em <b>t<sub>1</sub></b> dois a dois. Nomeá-los da seguinte forma: X = “medida do cateto oposto dividido pela medida da hipotenusa”; Y = “medida do cateto adjacente dividido pela medida da hipotenusa”; Z = “medida do cateto oposto dividido pela medida da hipotenusa”
	<b>t<sub>2.6</sub></b>	Mover o vértice do ângulo em relação ao qual foram calculadas as razões alterando-o para valores entre 0° e 90°.
<b>T<sub>3</sub></b>	Identificar as razões trigonométricas para os ângulos notáveis (45°).	
	<b>t<sub>3.1</sub></b>	Construir um quadrado e traçar uma de suas diagonais.
	<b>t<sub>3.2</sub></b>	Escolher um dos triângulos obtidos e medir os ângulos internos.
	<b>t<sub>3.3</sub></b>	Identificar o cateto adjacente e o cateto oposto em relação aos ângulos agudos medidos na tarefa <b>t<sub>2</sub></b> .
	<b>t<sub>3.4</sub></b>	Calcular, em relação a um dos ângulos agudos, por meio da razão entre as medidas dos segmentos, a medida do seno, do cosseno e da tangente deste ângulo.
	<b>t<sub>3.5</sub></b>	Com o auxílio de uma calculadora calcular um valor aproximado para $\frac{\sqrt{2}}{2}$ . Comparar com as razões obtidas na tarefa <b>t<sub>3.4</sub></b> .

**Fonte:** Júnior (2018)

A sequência foi selecionada pela utilização do *App GeoGebra* e trigonometria, sendo estes dois tópicos o foco desta pesquisa. Além disso, a finalidade era fazê-los rever o que seria o seno, cosseno e a tangente em um triângulo retângulo, afinal, vemos tantas vezes funções trigonométricas que esquecemos a origem do conceito de trigonometria visto durante a EB.

### 3.2.2 2º encontro – “Reiniciando” (06/07)

Neste encontro, o planejamento inicial era de apresentar uma outra SA aos participantes, discutir sobre a nova atividade e comparar com a apresentada no encontro anterior. Mas, por imprevistos pessoais, estavam presentes apenas uma aluna de graduação e um aluno de mestrado; ambos não haviam participado do 1º

encontro. Tendo esta oportunidade, pode (re)aplicar a SA. Neste momento o planejamento voltou a ser o do 1º encontro.

### 3.2.3 3º encontro – “Finalizando” (13/07)

Por fim, foi escolhida uma SA (Figura 9) que relacionava números complexos com função trigonométrica. Neste dia foram feitos 2 questionários, sendo o 1º questionário referente ao que haviam absorvido quanto ao encontro inicial e/ou sugestões para próximas aplicações e o 2º questionário, referente a SA nova, tinha duas análises: uma breve, individual e outra mais longa, em grupo, trocando informações e compartilhando ideias para a confecção da atividade.

**Figura 9** - 2ª SA apresentada

<b>T1.</b>	Calcular o argumento, aqui denominado de $\theta$ , do número complexo definido por $z = 1 + \sqrt{3}i$ . Em seguida, representar graficamente no <i>software</i> GeoGebra e destacar o seu respectivo módulo utilizando as ferramentas do mesmo.
<b>T2.</b>	Escrever o número complexo definido por $z = 4 + 4\sqrt{3}i$ na <i>forma trigonométrica</i> e, em seguida, representar graficamente no <i>software</i> GeoGebra e destacar o seu argumento utilizando as ferramentas do mesmo.
<b>T3.</b>	Sejam os números complexos dados: $z_1 = 2(\cos 60^\circ + i \sen 60^\circ)$ e $z_2 = 4(\cos 30^\circ + i \sen 30^\circ)$ , calcular o produto e o quociente destes utilizando a sua forma trigonométrica.
<b>T4.</b>	Seja o número complexo definido por $z = 2(\cos 50^\circ + i \sen 50^\circ)$ , calcular a potência referente a $z^6$ .
<b>T5.</b>	Determinar as raízes de ordem cúbica do número complexo definido por $z = 8(\cos \frac{3\pi}{2} + i \sen \frac{3\pi}{2})$ .

**Fonte:** Júnior, Silva (2015)

Neste encontro, a sequência foi escolhida por possuir os temas de funções trigonométricas e números complexos. A partir desta atividade é apresentada a discussão referente aos conceitos de trigonometria relacionados a funções trigonométricas (diferenças e proximidades).

Os encontros desta implementação ocorreram em três semanas consecutivas. A seguir temos uma síntese sobre a 1ª implementação.

### 3.3 SÍNTESE SOBRE A 1ª IMPLEMENTAÇÃO

A partir do observado nos encontros pode notar a existência de uma necessidade por papel e caneta pelos participantes, porém, dependendo do tema

abordado, a necessidade não é a mesma. A sugestão de modificar a 2ª SA de forma que o GeoGebra proporcionasse uma investigação visual, deixa clara que uma ideia muito abstrata, quando tratada de forma teórica sem auxílio visual, causa dúvidas nos participantes. O auxílio visual deixa os participantes mais atraídos; esta observação se baseia no diálogo feito durante a aplicação. Outro questionamento apresentado como dúvida no questionário, foi este:

**Participante Fabio:** “Por que  $\sin^2x + \cos^2x = 1$ ?”

Não entender sobre o que seria essa identidade trigonométrica faz alusão que esta identidade é apenas uma fórmula e não uma relação que possui interpretação geométrica no círculo trigonométrico. Podemos perceber que a relação fundamental é tratada como uma fórmula resolutive de questões.

O domínio de números complexos e em sua forma polar se mostrou ser algo difícil para os participantes, e a percepção do que seria o Seno, Cosseno e Tangente no triângulo retângulo também é algo que se mostrou incerto pelos participantes. Como podemos perceber nas seguintes respostas relacionando as duas SA estudadas:

**Participante Fabio:** “A primeira era mais fácil a segunda tem um desafio maior e levou a um raciocínio maior”

**Participante Leo:** “A primeira SA foi muito legal de trabalhar, porém a segunda SA foi um pouco mais complexa, tinha que lembrar várias definições”.

Nota-se que a comparação em ambos os relatos demonstra dificuldades em relação a SA com a temática de números complexos.

Outro ponto importante é que apenas os participantes Beto e Daniel souberam explicar com exemplos práticos a necessidade de estudar trigonometria.

**Participante Beto:** “Podemos citar aqui um exemplo da importância dela nas navegações, criação de mapas, parte de circuitos elétricos, transmissão de dados digitais”



**Participante Daniel:** “Para calcular medidas e distâncias”

Podemos notar uma dificuldade entre a junção do conteúdo matemático formal com os exemplos presentes na realidade e isso deixa exposta uma lacuna. Tal lacuna aparenta estar presente em três participantes dos cinco presentes quando respondem à pergunta no questionário: “Qual a importância de aprender trigonometria?”

**Participante Fabio:** “Representar de uma forma geométrica questões de matemática.”

**Participante Gustavo:** “Não sei”

**Participante Leo:** “É importante para entender, o plano trigonométrico e os ângulos”

A última SA possui uma característica (quando utilizado papel e caneta) cansativa. Contudo, ao utilizar o *GeoGebra* essa característica é perdida. Vejo que quando abordamos com o *App* a tarefa, atribui-se um significado sobre o que cada passo da resolução significa graficamente. Silveira e Cabrita (2013, p. 152) afirma sobre o estudo de geometria a partir de *Apps*, em particular, com o *GeoGebra*.

A Geometria ativa e investigativa também encontra no *GeoGebra*, software matemático dinâmico abrangendo as três grandes áreas da Matemática – a Geometria, a Álgebra e o Cálculo –, um excelente recurso para o estudo da Geometria. Segundo Hohenwarter e Preiner (2007), a múltipla percepção dos objetos – por exemplo, cada expressão na zona algébrica possui uma representação na zona gráfica e vice-versa –, constitui a característica mais peculiar do *GeoGebra*, comparada com outros ambientes dinâmicos.

O domínio das identidades na forma algébrica é algo que todos utilizam para entrar na graduação. Todavia, é notado que existe uma distância entre entender as identidades trigonométricas e utilizá-las. Em resumo, é possível perceber que a aprendizagem de trigonometria é de suma importância, pois vai muito além de utilizarmos em uma questão. Assim afirmam Pereira e Guerra (2016, p. 54):

A trigonometria, como bem se sabe, é um conteúdo de muitas aplicações científicas e tecnológicas. Essa afirmação pode ser facilmente constatada manuseando-se livros de astronomia, física, eletrotécnica, cartografia, construção civil etc.

Além disso, Pereira e Guerra (2016, p. 54) mencionam a existência de dificuldades dos estudantes na assimilação do conteúdo em sala de aula. Pode-se concluir então que as dificuldades possivelmente são provenientes de um processo

de aprendizagem em que a aplicação não se conecta com o conceito formal apresentado em sala de aula.

O mapeamento apresentado no capítulo 2, como uma forma de conhecer as temáticas e alternativas didáticas relacionadas ao ensino de trigonometria com a utilização do GeoGebra, foi útil no planejamento da implementação. As implementações têm caráter exploratórias, pois visa compreender o que pode ser agregado no ensino de trigonometria/funções trigonométricas a partir da utilização de tecnologia, e neste capítulo auxiliarão para realizar o objetivo de analisar suas contribuições no aprendizado de professores de matemática em formação inicial na UFRRJ.

### 3.4 ANÁLISE SOBRE A 1ª IMPLEMENTAÇÃO

Neste segmento do texto será feita uma análise com base nos dados produzidos nos encontros. No primeiro encontro estavam presentes três participantes; conversamos sobre a trajetória de cada um, trocamos situações em que demonstravam dificuldade relacionada aos conceitos de trigonometria e então apresentei a atividade. Introduzindo o conceito sobre o que seria uma sequência de atividades (SA), solicitei aos participantes que respondessem algumas perguntas com base em uma SA apresentada aos mesmos neste encontro. Vale ressaltar que todos os participantes responderam o 1º questionário.

Na 1ª pergunta foi pedido a eles que escrevessem o que entendiam pelo termo trigonometria, com a finalidade de conhecer o que seria definido como trigonometria para os participantes. Obtive respostas como:

**Participante Fabio:** "Estudo de funções relacionadas à triângulos"

**Participante Gustavo:** "Relação entre triângulos (ângulos, lados, ...)"

**Participante Leo:** "Não lembro, no momento."

**Participante Daniel:** "Entendo que é uma parte da matemática que estuda as relações num triângulo retângulo e também as esferas."

**Participante Beto:** "Relação entre os lados e os ângulos dos triângulos"

Podemos ver nestas respostas a ideia presente de relação dentro os triângulos com seus lados e ângulos, que é o que de fato a forma como a trigonometria é

apresentada no 9º ano do ensino fundamental anos finais. Contudo, duas respostas abriram minha curiosidade, sendo elas:

**Participante Fabio:** “Estudo de funções relacionadas à triângulos”

**Participante Daniel:** “Entendo que é uma parte da matemática que estuda as relações num triângulo retângulo e também as esferas”

Durante uma aula é necessário diferenciar os temas de trigonometria e funções trigonométricas, então é perceptível dúvidas quanto a essa necessidade. O participante entende a existência de diferenças entre trigonometria e funções trigonométricas, porém sente dificuldade em explicar o que seria trigonometria apenas. Esse tipo de conclusão por muito tempo é perpetuado após os alunos concluírem o ensino fundamental e prosseguirem para o ensino médio. O ensino utilizando dos conceitos de trigonometria em funções trigonométricas não precisa ser um problema, mas é necessária uma abordagem diferente.

Em certo momento foram solicitadas dúvidas ou dificuldades relacionadas à trigonometria. As respostas adquiridas foram:

**Participante Fabio:** “Tive dificuldade em entender as inversas até conhecer o círculo trigonométrico”

**Participante Gustavo:** “Dificuldade em entender as explicações sobre co-tangente, co-secante e secante geometricamente”

**Participante Leo:** “No ensino básico, carreguei algumas defasagens, que no ensino superior estou tentando sanar.”

**Participante Daniel:** “Não lembro”

**Participante Beto:** “O processo de construção das relações. Uma coisa que senti falta foi a parte histórica completa, não o básico”

As respostas pontuadas no questionário soaram muito pertinentes, contudo, a resposta do participante Daniel marcou, pois muitas vezes em sala de aula um aluno pode dizer estas palavras e o professor atribui esta afirmação a algo irônico. No entanto, à resposta é necessária uma reflexão, afinal para ter alguma dúvida/dificuldade é necessário que se conheça o tema. Se o indivíduo não conhece o tema como ele lembrará de algo relacionado ao conceito? Não conhecer o conceito/conteúdo significa que não é possível lembrar de algo referente ao que foi ensinado, ou que existem lacunas sobre estes conceitos.

Outras respostas que me chamaram a atenção foram dadas ao solicitar algum esclarecimento sobre algum conceito de trigonometria. Veja as respostas:

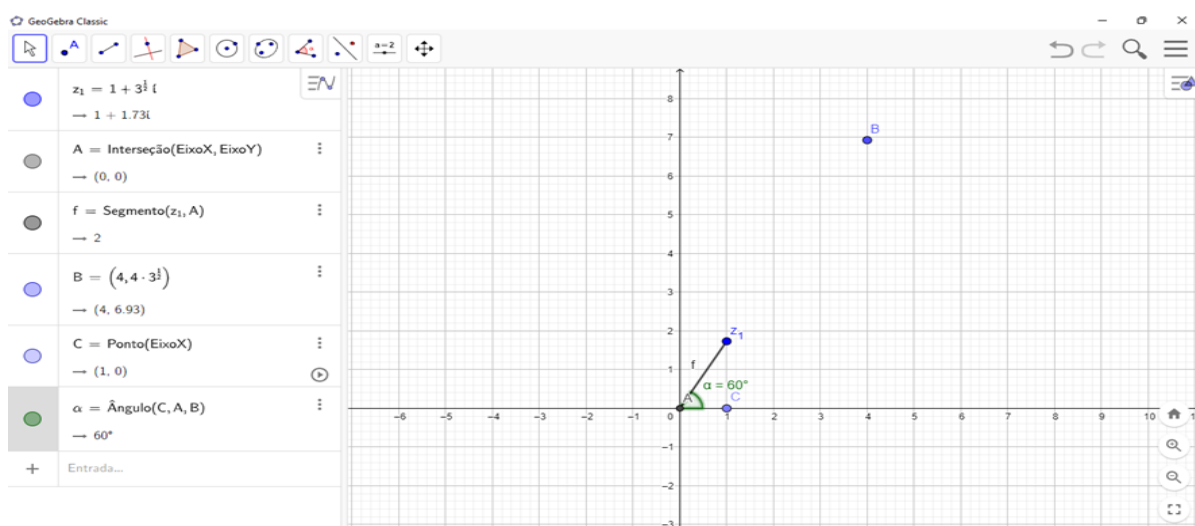
**Participante Fabio:** “Por que  $\text{sen}^2x + \text{cos}^2x = 1$ ?”

**Participante Gustavo:** “Identidades trigonométricas”

As respostas dos participantes Fabio e Gustavo apresentam dúvidas muito frequentes em relação ao estudo de trigonometria, pois muitas vezes é mencionado sobre identidades trigonométricas e utilizamos como se fossem fórmulas, não como uma relação existente com a finalidade de facilitar certos problemas. As dúvidas seriam sanadas se os alunos observassem certas características visuais quanto ao ciclo trigonométrico.

No último encontro foi utilizada a temática de números complexos; os participantes demonstraram dificuldade relacionado a este tema. Essa dificuldade não é algo presente apenas nos participantes, mas sim de modo geral nos alunos. Tal problema é perceptível pela falta de prática referente ao conteúdo na educação básica. Ao começarmos a conversar sobre a SA os participantes indicaram dúvidas relacionadas às operações com números complexos, e por isso foi solicitada a leitura em conjunto da atividade em primeiro momento.

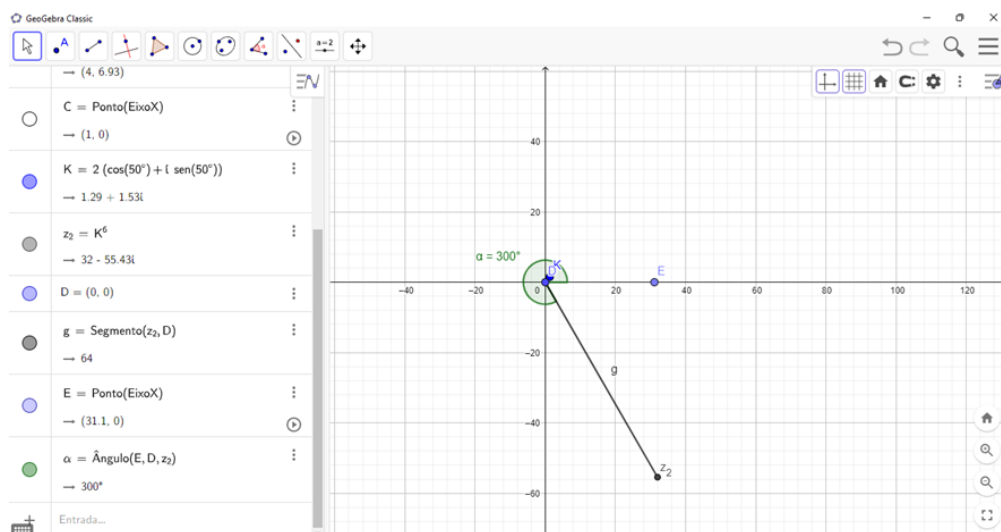
**Figura 10** - Atividade de números complexos no GeoGebra (comparando dois números complexos)



Fonte: Elaboração própria

Discutimos sobre nossas ideias e juntos chegamos à conclusão do que seria geometricamente conceitos, como a multiplicação e divisão de números complexos.

**Figura 11** - Atividade de números complexos no GeoGebra (Multiplicação de números complexos)



Fonte: Elaboração própria

Note que na figura 10 e 11 é apresentada a atividade no GeoGebra enquanto na figura 12 consiste em mostrar a mesma atividade com outro recurso. Estas fotos mostram a diferença de afetividade de uma mesma atividade quando utilizamos recursos diferentes. Contudo, durante a confecção da atividade foi solicitado papel, lápis e borracha. Vejo essa necessidade como uma forma de organizar o pensamento de cada um deles e até mesmo para o meu entendimento sobre o que estavam refletindo no App.

**Figura 12** - Atividade de números complexos no papel e lápis (Divisão de números complexos)

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{2(\cos 60 + i \sin 60)}{4(\cos 30 + i \sin 30)}$$

$$\frac{2(\cos 60 + i \sin 60) \cdot 4(\cos 30 - i \sin 30)}{4(\cos 30 + i \sin 30) \cdot 4(\cos 30 - i \sin 30)}$$

$$\frac{8(\cos 60 \cdot \cos 30 - \sin 60 \cdot i \sin 30 + i \sin 60 \cdot \cos 30 + \sin 60 \cdot \sin 30)}{16(\cos^2 30 + (\sin^2 30))} = 1 \cdot 16 = 16_{11}$$

**Fonte:** Elaboração própria

Esta escolha de sair um pouco do *App* para organizar seu pensamento é algo que aderimos do *modus operandi* de como algumas instituições ensinam seus alunos desde o início de sua jornada acadêmica. Os participantes sugeriram uma revisão referente aos números complexos antes de alguma aplicação desta atividade, além de comentar que o público-alvo seria a graduação especificamente. Contudo, vejo que a atividade poderia ser aplicada no ensino médio com uma abordagem mais geométrica, utilizando o GeoGebra.

Ao discutirmos sobre a abordagem, foi sugerida tal modificação também para a graduação, afinal as atividades presentes na segunda SA eram extensas a ponto de serem cansativas. A ideia de trocar a abordagem tem a finalidade de tornar mais agradável a investigação dos conceitos sobre as características dos ângulos ao realizarmos as operações com números complexos.

### 3.5 SEGUNDA IMPLEMENTAÇÃO

Neste momento será exposta a 2ª implementação. Nela o professor Bairral não estava presencialmente nos encontros, foi minha primeira apresentação sem ele presencialmente em sala. Como os alunos não conheciam o professor expliquei a eles como funcionaria a disciplina e o que eu estava realizando nos próximos três encontros.

Na 1ª implementação tivemos três encontros, todos presenciais, então optei por seguir esta mesma dinâmica. A diferença nesta implementação foi a utilização de figuras nas seções finais dos questionários para compreender o que os participantes entendem quando é apresentado a eles o símbolo relacionado à trigonometria/funções trigonométricas. Além disso, no último encontro foi organizada uma roda de conversa com os participantes; nesta parte utilizamos as respostas referente às imagens disponibilizadas ao final dos questionários para que os participantes pudessem comentar a respeito do significado, apresentando o que cada uma das imagens representava para eles. A saber sobre os encontros desta implementação:

### 3.5.1 1º encontro - “sondagem” (19/04/2023)

Quanto à dinâmica interativa dos sujeitos essa implementação foi semelhante com a primeira. Portanto, optei por relatar apenas as diferenças com relação a sua implementação. Nesta seção o intuito era mapear e entender o que os participantes possuem de conhecimento referente ao ensino de trigonometria com base nas imagens, ou seja, qual o significado que tais figuras traziam para eles. Observe abaixo as imagens:

**Figura 13** - Tabela dos ângulos notáveis utilizada para seção 3 do da segunda implementação encontro

	30°	45°	60°
<i>sen</i>	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
<i>cos</i>	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
<i>tg</i>	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

Fonte: <https://brainly.com.br/tarefa/29125753>. Acesso em: 26 jun. 2023.

A figura 13, apresentada no EF e no EM, é tratada apenas com uma forma de lembrar o valor do seno, cosseno e tangente dos ângulos notáveis. No entanto, isso não passaria apenas de uma forma de decorar rapidamente os resultados. Por este motivo, os alunos as veem apenas como resultados agrupados em uma tabela, e não o que de fato seria uma função trigonométrica.

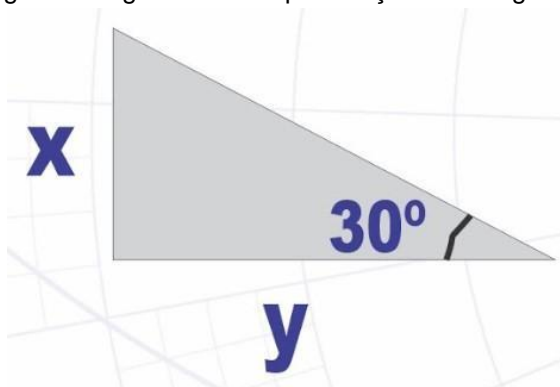
**Figura 14** - Relações trigonométricas utilizada na seção 3 da segunda implementação

$$\begin{aligned}\mathbf{sen} \alpha &= \frac{CO}{h} \\ \mathbf{cos} \alpha &= \frac{CA}{h} \\ \mathbf{tg} \alpha &= \frac{CO}{CA}\end{aligned}$$

Fonte: <https://www.youtube.com/watch?v=aoDBxcP6Hrk>. Acesso em: 26 jun. 2023.

O mesmo acontece com as figuras 15 e 16. Nestes casos, porém, não é utilizada para decorar o resultado, mas sim em um molde de como relacionar as medidas de um triângulo retângulo. A figura 18 e 19 separadas não formam um sentido amplo, mas se apresentadas simultaneamente em uma aula farão o papel de explicar de onde surgiram aqueles valores existentes na figura 17, de acordo com o ângulo em questão.

**Figura 15** - Triângulo retângulo utilizado para seção 3 da segunda implementação



Fonte: <https://www.youtube.com/watch?v=aoDBxcP6Hrk>. Acesso em: 26 jun. 2023.

No encontro 1 o foco era a trigonometria que é apresentado no EF. Foi escolhido esse tema para começarmos a introduzir os conceitos necessários para a discussão de funções trigonométricas presentes no EM.

### 3.5.2 2º Encontro - “Prosseguindo os conceitos”

Neste encontro foi proposto aos licenciandos que analisassem as figuras 16, 17 e 18. Na figura 16 aparecem as relações fundamentais, no caso a identidade que relaciona o seno e o cosseno com o raio do círculo.

**Figura 17** - Relação fundamental da trigonometria utilizada para seção 3 do 2º encontro

$$\text{sen}^2 x + \text{cos}^2 x = 1$$

$$\text{sen}^2 2x + \text{cos}^2 2x = 1$$

$$\text{sen}^2 y + \text{cos}^2 y = 1$$

$$\text{sen}^2 \phi + \text{cos}^2 \phi = 1$$

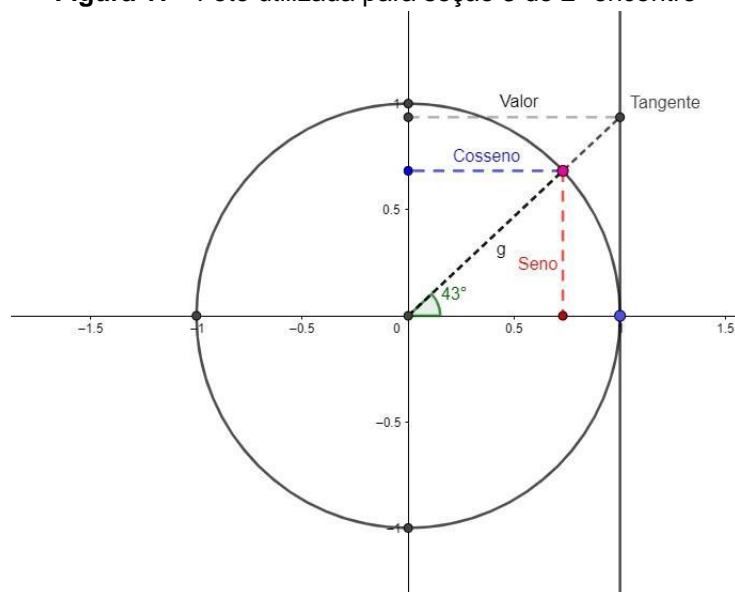
Fonte: <https://www.grancursosonline.com.br/download-demonstrativo/download-aula-pdf-demo/codigo/71ASWP3Pmqo%3D>. Acesso em 26 jun. 2023.



De um modo geral os estudantes do Ensino Médio utilizam esta fórmula para resolver situações problemas em que se pede para determinar o valor do seno ou do cosseno, e em alguns casos determinar o ângulo envolvido na situação problema. Mas, embora os estudantes manipulem corretamente a fórmula, nem sempre entendem o que e para que estão fazendo estes cálculos.

Associar o recurso da figura 17 pode contribuir para que os estudantes consigam compreender a sua funcionalidade, pois ao modificar a posição do ponto que se desloca na circunferência é possível perceber que a medida do raio permanece constante e que os valores dos ângulos e, portanto, a projeção do raio sobre os eixos x (cosseno do ângulo) e sobre o eixo y (seno do ângulo) se modificam.

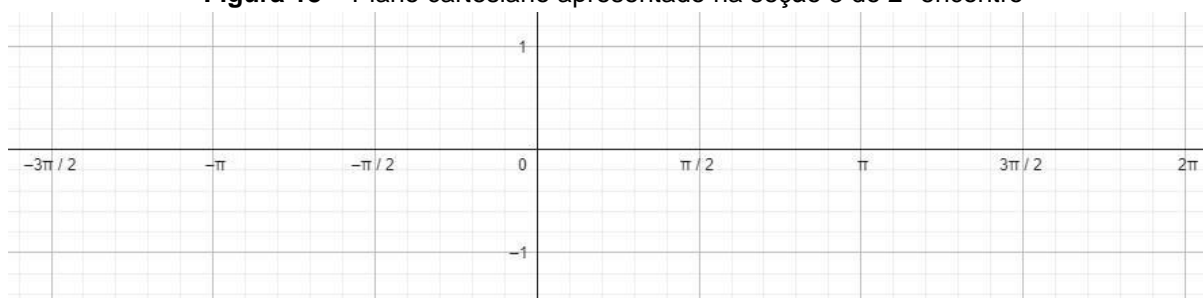
**Figura 17** - Foto utilizada para seção 3 do 2º encontro



**Fonte:** Elaborado pelo autor

A figura 17 é o ciclo trigonométrico. Nele podemos encontrar as funções trigonométricas e estudar suas características como crescimento, decrescimento, sinal, piso e teto das funções na imagem e, a partir destas características, entender o comportamento do gráfico no plano cartesiano.

**Figura 18** – Plano cartesiano apresentado na seção 3 do 2º encontro



**Fonte:** Elaborado pelo autor

Na figura 18, é mostrado o plano cartesiano com o eixo da abscissa com os valores dos ângulos em radianos. Todas as imagens levam a uma junção de conceitos com a intenção de formar o entendimento de características referentes às funções trigonométricas e que a introdução desse conceito é a trigonometria.

### 3.5.3 3º encontro - “verbalizando” (03/05/2023)

O terceiro e último encontro foi uma roda de conversa para analisar as figuras já apresentadas nos encontros anteriores junto às respostas de alguns participantes, sem a identificação dos autores delas. Neste encontro, na discussão sobre o significado de cada resposta com relação à imagem era livre ao participante identificar-se nas respostas ou não.

Foram escolhidas as figuras 13, 14, 17 e 18 para a dinâmica. O motivo da escolha foi evidenciar lacunas na junção dos conceitos de trigonometria e funções trigonométricas. As figuras 13 e 14 são métodos práticos para decorar moldes de como realizar cálculos referentes ao seno, cosseno e tangente. As figuras 17 e 18 são o ciclo trigonométrico junto ao plano cartesiano; estes dois conceitos realizando a mesclagem iniciam a ideia de funções trigonométricas no ensino médio.

### 3.5.4 Roda de conversa

Foi escolhido utilizar o último encontro para observar e mapear as reações dos participantes referentes às respostas expostas nos questionários. Para isto, foi feita uma apresentação com algumas respostas. A saber respostas referentes às etapas da apresentação. 1ª etapa:

**Gio:** “Uma forma de decorar os ângulos mais “importantes”. Eu usaria como mais recurso para facilitar o aprendizado do aluno, mas tentaria não utilizar da forma que é utilizada, em que o aluno tem que apenas decorar a tabela

sem saber o que significam.”

**Ander:** “Imagem de ângulos notáveis, acho válido usar em sala desde que antes o professor explique o porquê temos essa relação. Já que muitas das vezes muitos alunos apenas decoram a tabela e não sabem o porquê de”

**Fane:** “Quase uma música, hoje em dia não vejo uma real importância a não ser facilitar as contas, mas são, acredito, resultados que podem ser demonstrados através do círculo trigonométrico em vez de ser decorado”

**Rê:** ““Ângulos tabelados”. Não, acredito que construir o conceito seja mais importante do que ensinar somente dos ‘ângulos notáveis”

Neste primeiro momento da apresentação foi relacionada a figura 13, uma ferramenta apresentada no EF, a famosa tabela de seno, cosseno e tangente. Tal ferramenta é utilizada para resolução de problemas com trigonometria e funções trigonométricas. Tendo isso em vista, as respostas escolhidas foram as que mais remeteram a como essa tabela é tratada durante o EF e EM.

**Figura 13** - Foto utilizada para seção 3 do 1º encontro

	30°	45°	60°
<i>sen</i>	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
<i>cos</i>	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
<i>tg</i>	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

**Fonte:** <https://brainly.com.br/tarefa/29125753>. Acesso em: 26 jun. 2023.

Ao observarem a tabela os participantes discutem sobre como eles enxergam a ferramenta e chegam à conclusão que ela funciona como uma “tabuada para ângulos notáveis”. Em resumo isto quer dizer que é uma forma de decorar rapidamente os valores do seno, cosseno e tangente referente aos ângulos notáveis. Contudo, essa referência à tabuada tem a intenção de comparar a forma como era ensinada a multiplicação do modo tradicional utilizando-se a tabuada com uma forma de decorar os resultados. Assim, o aluno não necessariamente precisaria aprender o real conceito da multiplicação. A saber referente à 2ª etapa do:

**Eve:** “SOHCAHTOA, outro macete para decorar fórmula (o S é de seno o o é

de oposto o h, hipotenusa e o resto é intuitivo...). Mesmo motivo da situação acima.”

**Rê:** “"Cohcah coca". Diferente da anterior, acredito que a formulação esteja mais próxima da formulação do conceito do que da "decoreba".”

**Bebel:** “As razões trigonométricas de maneira generalizada. São importantes, pois são as relações utilizadas para fazer a tabela.”

**Ander:** “Significa algo sim. Acho válido usar desde que o professor tenha explicado com antecedência o porquê as relações acima são válidas”

Neste momento foi escolhida a imagem da Figura 14, pois ainda existia relação com a trigonometria e está muito presente no ensino dela no EF. Observando as respostas dos participantes nota-se uma necessidade de expressar a ideia de “decorar” que é atribuída ao ensino de matemática. Novamente retornamos ao que foi exposto no parágrafo anterior com relação a utilizar ferramentas práticas para resolução de questões. Porém, desta vez existe um significado não numérico, mas sim um significado quanto à ordenação das relações trigonométricas dentro de um triângulo retângulo. A saber sobre à 3ª etapa:

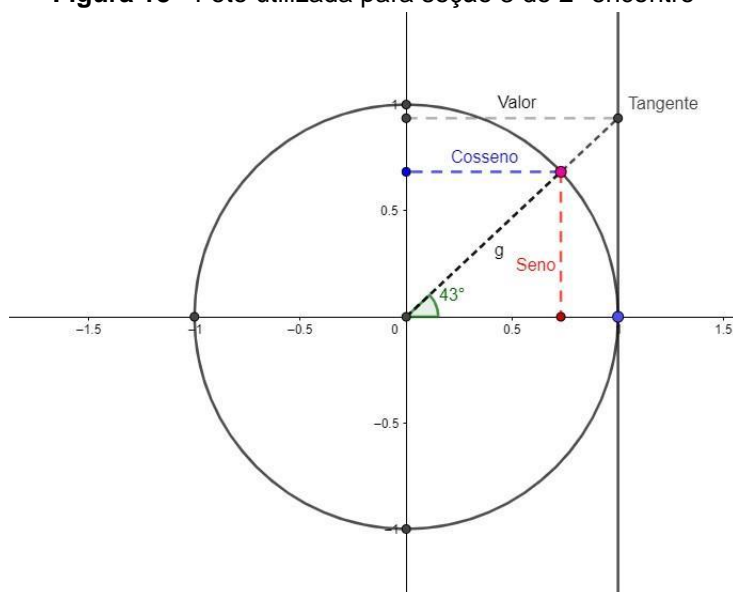
**Ander:** “Essa imagem representa o ciclo trigonométrico junto com suas relações de seno, cosseno e tangente. Considero importantíssimo usarmos esse conteúdo para ensinar, pois permite ao aluno entender por meio da visualização o que ele aprende por meio do conteúdo de seno, cosseno e tangente.”

**Eve:** “A explicação geral de como funciona uma função trigonométrica, o que cada conceito representa. Acho importantíssimo. Por que o aluno consegue compreender melhor o que realmente são essas relações de ângulos.”

**Stiven:** “Extremamente importante, o ponto deslizante permite visualizar inúmeros exemplos”

Agora referente à figura 18 obtivemos as respostas acima. Foi escolhida esta figura para transitar dos conceitos de trigonometria para funções e assim podermos criar o conceito de função trigonométricas e os participantes dialogarem sobre a necessidade de aprender/entender o ciclo trigonométrico.

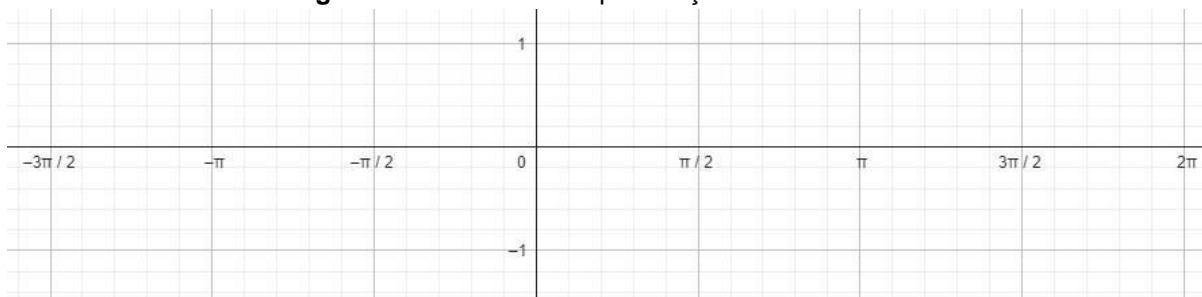
**Figura 18** - Foto utilizada para seção 3 do 2º encontro



**Fonte:** Elaborado pelo autor

O foco principal da discussão foi diferenciar um método prático (como nas figuras 14 e 15) para resolução de problemas de um conteúdo teórico em que podemos utilizar este método prático para entendê-lo. Por fim temos a última etapa em que utilizamos a figura 19 como ponto de partida para a discussão:

**Figura 19** - Foto utilizada para seção 3 do 2º encontro



**Fonte:** Elaborado pelo autor

**Ander:** “Plano cartesiano com eixo X representado por radianos. Considero importante usar para mostrar a "planificação" do ciclo trigonométrico com as funções.”

**Gio:** “Considero como uma forma diferente do usual de representar a reta numérica e usaria em aula para que os alunos tivessem essa diferente visualização.”

**Fane:** “Uma reta com os valores que encontramos nas funções seno e cosseno, é importante para demonstrá-los na forma de função”

**Bebel:** “Plano cartesiano trigonométrico. Sim, é essencial para explicar funções trigonométricas.”

**Rê:** "Plano com marcação em radiano. Acho importante para o estudo de ângulos e funções trigonométrica"

Como um dos temas abordados nesta pesquisa é o de funções trigonométricas é necessário criar uma relação entre trigonometria e funções. Começamos introduzindo trigonometria, em seguida é apresentado o ciclo trigonométrico e então atribuímos o conceito de plano cartesiano para que, unindo os conceitos à discussão com os participantes, correlacionem-se os focos deste trabalho. Uma das respostas escolhidas para a discussão entre os participantes refere-se ao plano cartesiano como uma planificação do ciclo trigonométrico. Considero interessante esta afirmação, pois ao enxergar o ciclo de forma planificada podemos assimilar seu perímetro como se fossem os ângulos e sua altura como se fossem a imagem das funções trigonométricas.

### 3.6 ANÁLISE SOBRE A 2ª IMPLEMENTAÇÃO

Neste tópico vamos analisar os 3 encontros com base nas respostas dos participantes. No primeiro encontro os participantes discutiram sobre trigonometria, como proposto, mas o foco desta discussão foi o EF. Por este motivo foi escolhida esta SA para o encontro e as figuras presentes na última seção do formulário.

Quando os participantes são solicitados a escrever sobre o que eles entendem por trigonometria surgem respostas como:

**Ander:** "Entendo sobre Trigonometria o estudo do cálculo que envolve o triângulo, sejam em relação a medidas de lados, áreas e ângulos, e todas as suas especificidades"

**Bebel:** "Estudo dos lados de um triângulo relacionados aos seus respectivos ângulos."

**Dré:** "Trigonometria é uma parte da matemática que estuda as relações entre os lados e ângulos de um triângulo."

**Rê:** "Alguns postulados, teoremas, figuras, conhecimento de ângulos e suas propriedades."

**Eve:** "Estudo dos ângulos, relações entre eles e etc."

**Gio:** "Entendo trigonometria como o estudo de conceitos que envolvem ângulos de triângulos"

**Fane:** “A área que estuda as relações dentro de um triângulo e suas medidas”

**Stiven:** “Área que estuda as relações entre lados e ângulos de um triângulo”

É notável que todos os participantes compreendem que a trigonometria é utilizada para relacionar medidas de lados do triângulo e os seus ângulos. Contudo, não foi mencionada a utilização, na vida real, referente ao uso da trigonometria, que seria o cálculo de distâncias inacessíveis.

Após, é solicitado aos participantes dizerem com suas palavras a importância da trigonometria. E isto fez surgir respostas como:

**Bebel:** “Principalmente para o uso em vestibulares, entretanto, uma aplicação real seria em construções”.

**Dré:** “Ela é usada em diversas áreas de estudo em diferentes áreas de trabalhos e ajuda com ferramentas para solução de problemas.”

**Rê:** “Adquirir conhecimentos para a resolução de problemas.”

**Eve:** “Entender como funcionam algumas partes da nossa sociedade, por exemplo: por quê a rampa tem tal angulação, por que o telhado tem um certo caimento e por aí vai.”

**Fane:** “Ela nos auxilia a calcular distâncias.”

**Stiven:** “Hoje em dia a trigonometria é essencial para a preparação de concursos e vestibulares”

Note que em 3 das 6 das respostas listadas temos a presença da necessidade de resolução de problemas teóricos (confecção de provas). Isso remete a como é vista a matemática por muitos, isto é, um amontoado de números para fazer contas e podermos resolver questões de vestibulares/concursos. Porém, ao observarmos as respostas dos outros 3 participantes podemos notar uma preocupação com a aplicação cotidiana da trigonometria, como por exemplo construir uma rampa, distâncias inacessíveis. Este questionamento abre espaço para muitas percepções do que seria a importância da trigonometria para os graduandos.

O 2º encontro é o mais demorado. Tanto na primeira implementação quanto nesta, é considerado o mais difícil, pois a SA deste encontro relaciona números complexos com funções trigonométricas; tais temas são considerados difíceis para serem aprendidos no EM. Podemos notar tal dificuldade nas seguintes respostas:

**Eve:** “Não sei responder isso, pois como relatei acima eu nunca tinha visto essa associação de matérias”

**Gio:** “Eu não sei resolver as questões então não consigo opinar sobre a ordenação”

Outro ponto importante presente nas respostas dos participantes é o fato de mudarem sua perspectiva após prosseguirem nas perguntas do formulário disponibilizado durante o encontro. As respostas apresentadas abaixo foram dadas quando foi solicitado aos participantes o que consideram importante quanto à ordenação das atividades.

**Bebel:** “As atividades estão bem ordenadas, uma complementa a outra”

**Fane:** “Eu mudaria a tarefa 3 de lugar e colocaria no lugar da 5”

**Stiven:** “A ordenação nos permite aumentar o grau de dificuldade gradativamente”

**Ander:** “As atividades foram ordenadas de forma crescente, de modo que o aluno evolua no pensamento e conhecimento à medida que desenvolve o exercício”

**Dré:”** Vai do nível mais tranquilo até o mais difícil”

**Gio:** “Achei a ordem das questões boas, pois a primeira mostra como os ângulos se relacionam com os números complexos e depois trabalha com o conceito já construído.”

Agora é solicitado aos participantes se as questões da SA possuem alguma conexão entre si, como uma forma de proporcionar ao aluno uma forma de “escada conceitual”, ou seja, uma forma de ensinar ao aluno de modo gradativo o conceito. É possível notar uma perspectiva mais amigável referente ao tema da SA.

**Bebel:** “Sim, os números complexos utilizados nas duas primeiras questões têm o mesmo argumento, além de Z1 ser igual ao número complexo utilizado na primeira atividade”

**Fane:** “Sim, elas utilizam conceitos anteriormente vistos nas outras questões”

**Stiven:** “Sim, não que seja necessário, mas uma questão sempre resgata algo feito na anterior.

**Rê:** “Sim. Dá para perceber que você parte dos conceitos mais básicos e nas atividades seguintes, você utiliza o conceito da atividade anterior”

**Ander:** “Sim, elas são questões em conjunto, evoluem de modo que a



próxima questão é facilitada quando a anterior é entendida“

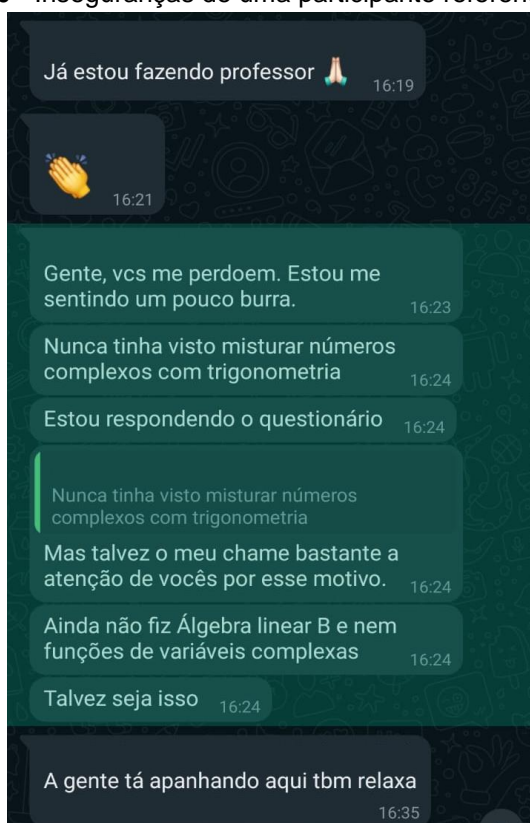
**Dré:** “Sim, as questões têm respostas que se ligam para perceber o mesmo ângulo usando uma coisa que usou na questão anterior também“

**Gio:** “Sim, pois todas têm como conteúdo principal números complexos e as questões já feitas ajudam a resolver as questões posteriores”

Observando as respostas acima percebe-se em suas falas formas de correlacionar as questões quanto à sua ordenação, ou seja, podemos notar um certo nível de aprendizado referente ao tema da SA. Afinal, ao início do encontro os participantes apontaram dúvidas/desconhecimento sobre o tema em suas respostas.

Durante o início do encontro em que aconteceria a roda de conversa, os participantes solicitaram continuar a discussão referente ao 2º encontro. Retomei a SA em parte para esclarecer detalhes da escolha do tema e entender o que compreendiam quanto às funções trigonométricas e números complexos. Outra motivação é a presença de uma participante no dia que não havia participado de forma presencial no encontro anterior, mas não deixou de tentar realizar o que foi proposto. Por ter feito individualmente e sem o compartilhamento de informações que a sala de aula proporciona, a participante evidenciou inseguranças e dúvidas a respeito da 2ª SA. A saber a mensagem da participante:

**Figura 20** - Inseguranças de uma participante referente a 2ª SA.



**Fonte:** Elaborada pelo autor

Como é explicitado na imagem, a participante fica insegura por nunca ter correlacionado números complexos com funções trigonométricas ela diz que essa mistura de conceitos ainda não lhes foram ensinados, por não ter cursado as disciplinas como Álgebra Linear B e Funções de Variáveis complexas. Os participantes, em sua maioria, estavam cursando ou cursaram essas disciplinas, porém não é possível trazer a discussão neste momento para a introdução do conceito.

No dia do encontro (3º encontro da 2ª implementação) a futura professora se sentia com muitas inseguranças questionando se somente ela havia tido dúvidas quanto a SA. No mesmo momento deste questionamento os integrantes se pronunciaram e avisaram a ela que todos tiveram suas dúvidas, quanto aos conceitos e confecção da atividade. A diferença evidenciada pelo comportamento da participante e do restante era que todos estavam juntos durante o encontro e por isso podiam questionar e tirar dúvidas enquanto a participante não, afinal estava isolada em sua casa. Por estar isolada a dúvida surge, mas não vendo nenhuma outra pessoa com dúvida ela acredita ser ela o “problema”.

Durante a conversa discutimos sobre dúvidas e que isso é completamente compreensivo, todos temos dúvidas e que a dúvida é parte do processo de aprendizagem. A insegurança existente dentro dessa participante é uma característica comum quando o assunto é função trigonométrica, e mais ainda quando se trata de números complexos. Insegurança esta que existe por não entender o conceito.

Com o círculo trigonométrica não é diferente. Como o participante abaixo menciona é importante conhecê-lo e mais ainda entendê-lo;

**Rê:** “Círculo trigonométrico sim, mas sempre importante explicar o motivo e como usar”

Essa resposta mostra a preocupação em utilizar o círculo trigonométrico em sala de aula, mas não apenas para o aluno decorar as características de uma função trigonométrica, e sim entender o comportamento delas. Outro ponto observado nos encontros é a necessidade do GeoGebra para o ensino de matemática, afinal ele proporciona aos alunos uma forma de visualizar o conteúdo, não sendo necessariamente apenas um modo de organizar o conteúdo de forma que fique agradável visualmente para os alunos em aula. Veja abaixo respostas dos participantes comentando sobre a importância do uso de tecnologia, em especial o GeoGebra.

**Bebel:** “Ajuda a visualizar a representação gráfica das operações”

**Rê:** “Com certeza na visualização. Fica mais fácil imaginar como se comportam as operações com números complexos”

**Dré:** “A representação visual ajuda na compreensão do conteúdo por exemplo no produto de números complexos ter visto antes no geogebra e depois como é a conta ajudou na compreensão”

**Gio:** “É possível trabalhar com a construção de triângulos e toda a trigonometria que envolve seus lados e ângulos, como por exemplo, teorema de Pitágoras e as funções trigonométricas”

**Stiven:** “Na visualização e montagem dos ângulos usados”

Proporcionar ao aluno uma forma de entender e atrelar o conceito à representação visual, ou seja, poder perceber o que acontece quando calculamos algo de forma algébrica é um dos caminhos para tornar a aprendizagem mais agradável

para os alunos. Ensinar atribuindo o conceito à uma temática menos abstrata auxilia ao aluno como mais uma forma de compreender o que é ensinado em sala.

### 3.7 SÍNTESE REFERENTE ÀS DUAS IMPLEMENTAÇÕES

Podemos notar uma grande diferença na participação e na interação dos participantes durante as implementações. As únicas diferenças na prática das implementações foram a presença do professor Bairral fisicamente em sala (1ª implementação) e o último encontro sendo uma roda de conversa (2ª implementação). Observe no quadro 10 diferenças e semelhanças relacionando cada encontro de cada implementação.

**Quadro 10** – Relacionando as implementações

Encontro	Implementação 1	Implementação 2
1	3 participantes - 29/06/2022	8 participantes - 19/04/2023
	<i>Diferenças:</i> Na implementação 1 não foi proposto uma seção 3 relacionando o conteúdo com o que eles entendiam referente as figuras apresentadas nas figuras.	
	<i>Similaridades:</i> A duas utilizaram a mesma SA.	
2	2 participantes - 06/07/2022	7 participantes - 26/04/2023
	<i>Diferenças:</i> Na implementação 1 este encontro foi uma visita a SA do encontro 1, afinal os participantes presentes deste encontro faltaram ao encontro 1 desta implementação. Na implementação 2 foi a aplicação da segunda SA, o equivalente ao encontro 3 da implementação 1.	
	<i>Similaridades:</i> Não houve similaridade.	
3	2 participantes - 13/07/2022	6 participantes - 03/05/2023
	<i>Diferenças:</i> Na implementação 1 foi utilizada a segunda SA, na 2 foi feita uma roda de conversa, com a finalidade de avaliar as respostas referentes a última seção do formulário.	
	<i>Similaridades:</i> Não houve similaridade.	

**Fonte:** elaboração própria

Com relação a 1ª interação os participantes pareciam estar mais quietos. Vejo este modo de agir como uma forma de vergonha ocasionado pela minha presença, afinal eu não estava presente desde o início da disciplina. Os encontros desta implementação foram acontecendo e pude reparar que em certos momentos os participantes aparentavam estar mais falantes, logo entendi que estavam familiarizados com minha presença. Como os participantes eram pessoas que eu já conhecia, o motivo desta dicotomia no comportamento me deixou pensativo.

Na 2ª implementação os participantes aparentavam estar mais confortáveis. Quando aluno, muitas vezes eu tinha medo de errar ao responder uma indagação do professor durante uma aula. No entanto, neste momento eu não era o professor da disciplina e a todo momento o modo de conduzir a implementação da atividade era de forma que proporcionasse aos participantes um momento de reflexão, sem deixar crescer a formalidade de uma sala de aula. Esta estratégia foi escolhida de forma que os alunos observassem uma relação horizontal entre mim e eles, e isso fizesse com que se sentissem confortáveis a interagir.

**Quadro 11** – Síntese observada nas implementações

<b>Dificuldades e facilidades observadas</b>			
<b>Temas</b>	<b>Trigonometria</b>	<b>Funções trigonométricas</b>	<b>Números complexos</b>
<b>1ª Implementação</b>	Facilidade no passo a passo da atividade, mas com demora para compreender seno, cosseno e tangente	Dificuldade de perceber o arco da soma/diferença de dois ângulos durante a revisão de números complexos.	Solicitaram uma revisão sobre o tema, pois não conseguiam expressar como realizar da forma escrita ou no <i>GeoGebra</i> .

<p><b>2ª Implementação</b></p>	<p>Perceberam o foco da SA explicitando as razões solicitadas (seno, cosseno e tangente).</p>	<p>Não houve dificuldade com relação a funções trigonométricas nesta implementação.</p>	<p>Solicitaram uma revisão sobre o tema, pois não conseguiam expressar como realizar da forma escrita ou no <i>GeoGebra</i>. Contudo, a participante “Bebel” e “Rê” conseguiram auxiliar a discussão sobre a SA. Vale ressaltar que estes dois participantes realizaram esta contribuição de forma oral enquanto eu explicava a forma algébrica de realizar uma multiplicação, divisão de números complexos. Tal contribuição se tornou possível, pois ambos estavam cursando uma disciplina da graduação com esta temática.</p>
--------------------------------	---	---	--

Fonte: Elaboração própria

Durante as duas implementações, e tendo em vista o comportamento dos grupos durante as atividades, notei uma diferença do comportamento entre os dois grupos de participantes referente à presença do professor fisicamente nas implementações. Em resumo, a presença deixa os alunos com receio de errar.

### 3.8 RELACIONANDO AS IMPLEMENTAÇÕES

Durante nossa revisão bibliográfica um dos artigos capturados foi o de (BRAZ et al., 2020). Em seu trabalho mostram como uma turma de calouros reage a perguntas referentes à temática de trigonometria. Durante a leitura do trabalho mencionado os autores comentam:

“Em uma aula de resolução de exercícios, um aluno chegou até mim e disse “Professora, me explica qual é o cosseno de  $0^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $180^\circ$ ,  $270^\circ$  e  $360^\circ$ , porque o seno eu sei”. Intrigada com o fato de ele saber o valor do seno destes ângulos e não saber o cosseno, o sugeri “Me explique, você, o porquê dos

valores do seno destes ângulos! Deixe-me entender o que você sabe a respeito do seno para que eu possa lhe explicar o cosseno”. E tive uma resposta muito inesperada: “O seno, eu decorei”. Ou seja, o aluno decorou os valores dos senos sem ter compreendido o conteúdo (BRAZ et al. 2020, p. 1).

Esta passagem nos mostra a afirmação “O seno, eu decorei”. Veja que quando falamos em decorar por mais que saibamos valores, cálculos difíceis, isso não quer dizer que houve uma aprendizagem do conteúdo, mas sim que sabemos utilizar como uma ferramenta resolutive de questão, uma fórmula ou algum valor fixo.

Durante as implementações os dois grupos apresentaram estas características. Na 1ª implementação existiu uma pergunta referente à relação fundamental da trigonometria. Como o próprio nome nos remete, é uma relação muito importante. Quando uma relação fundamental nos deixa em dúvida quer dizer que algo não ficou claro quanto ao conteúdo de trigonometria, afinal é uma relação fundamental deste conteúdo.

**Fabio:** “Por que  $\text{sen}^2x + \text{cos}^2x = 1$ ?”

Na 2ª implementação surgiram respostas em diferentes momentos que remetem a esse mesmo ato de decorar algo para resolver questões; algo muito comum como ferramenta para concursos públicos. A saber as respostas referente a tabela dos ângulos notáveis:

**Gio:** “Uma forma de decorar os ângulos mais “importantes”. Eu usaria como mais recurso para facilitar o aprendizado do aluno, mas tentaria não utilizar da forma que é utilizada, em que o aluno tem que apenas decorar a tabela sem saber o que significam”

**Ander:** “Imagem de ângulos notáveis, acho válido usar em sala desde que antes o professor explique o porquê temos essa relação. Já que muitas das vezes muitos alunos apenas decoram a tabela e não sabem o porquê de”

**Fane:** “Quase uma música, hoje em dia não vejo uma real importância a não ser facilitar as contas, mas são resultados que podem ser demonstrados através do círculo trigonométrico em vez de ser decorado”

Quando falamos das relações métricas no triângulo retângulo obtivemos as respostas:

**Eve:** “SOHCAHTOA, outro macete para decorar fórmula (o S é de seno o é de oposto o h, hipotenusa e o resto é intuitivo...). Mesmo motivo da situação acima”

Ou seja, nestas respostas podemos observar que o ato de decorar presente no artigo, acontece em todos os segmentos de nossa vida acadêmica e no EM para ingressar na graduação e até mesmo dentro da própria graduação. Vale ressaltar que em nenhum momento os artigos trouxeram situações do cotidiano para o estudo de trigonometria e, como o conteúdo em muitas vezes é visto como algo algébrico/abstrato, não percebemos sua relação com o mundo físico e por isso atribuímos como se os conceitos estivessem localizados apenas no campo das ideias para solucionar problemas de vestibulares ou concursos, sem uma aplicação no mundo físico.



## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Essa investigação objetivou contribuir com o aprendizado de trigonometria mediante a integração do GeoGebra nas tarefas propostas. A partir das implementações e leituras foi possível perceber o quanto o uso de tarefas com o GeoGebra pode contribuir como forma de apresentar e auxiliar a visualização do conteúdo desenvolvido em aula. Além disso, o grupo de discussão mostrou-se muito importante para entender a visão dos outros referentes a um conceito.

O mapeamento dos artigos evidenciou um quantitativo de apenas nove artigos. Dois apresentavam alguma atividade para propor um novo tipo de abordagem para o ensino de trigonometria. Foi observado também que a trigonometria é um tema que apresenta dificuldade para alunos do Ensino Médio e essa dificuldade, se não resolvida, tende a ser levada ao Ensino Superior.

O número reduzido de estudos mapeados é também uma pista sobre a necessidade de mais pesquisas e inovações voltadas ao ensino de trigonometria. Dito isso, conseguimos atingir o objetivo (i) mapear as temáticas e alternativas didáticas relacionadas ao ensino de trigonometria com a utilização do GeoGebra nos trabalhos levantados. Os portais catalogados também auxiliaram a notar que os materiais dentro dele pretendiam auxiliar no ensino do conteúdo atribuindo os conceitos a ações do cotidiano, ao contrário do que foi encontrado no mapeamento em que apenas um artigo relacionava música com gráfico de funções trigonométricas.

Ao observar o objetivo (ii) selecionar e implementar duas sequências de atividades e analisar suas contribuições no aprendizado de professores de matemática em formação inicial na UFRRJ, contemplou-se com as implementações. Nelas o clima foi de cooperação e de discussão relacionado aos conceitos envolvidos nas tarefas. Os dois grupos apresentaram dificuldade em números complexos em sua forma polar, contudo, na segunda implementação não houve dificuldade quanto a relações trigonométricas. Na primeira implementação existiu uma pequena dificuldade em enxergar as relações de seno, cosseno e tangente dentro do triângulo retângulo, além de não recordarem sobre a soma ou diferença de arcos. Mas nada que as contribuições de todos não auxiliassem a caminhar para sanar as dúvidas dos participantes.

Ao longo das implementações os sujeitos mencionavam o termo decorar como o mais importante de um conceito. Este tipo de pensamento – de decoreba – parece ser recorrente no estudo de trigonometria e o entendimento do conceito e de aspectos correlatos tendem a não o centro do estudo. Na segunda implementação existiu a dificuldade relacionada a funções trigonométricas e a participante que mencionou tal dúvida não havia feito no período anterior uma disciplina na graduação que utilizava estes conceitos relacionados a números complexos.

Tendo em vista a experiência que a pesquisa proporcionou pode ser destacado a trigonometria sendo um conteúdo possível de relacionar com nossas vidas (músicas, construção civil, distâncias inacessíveis), contudo não é muito explorado, conforme também evidenciado nove artigos mapeados e nos dois portais analisados.

A utilização do GeoGebra proporcionou aos participantes a potencialidade de investigar, em cada caso, relacionando o visual com a forma algébrica trazendo assim a síntese mais clara de como um conceito funciona na prática. Por exemplo, entender que não importa o quão grande ou pequeno sejam dois triângulos se seus ângulos forem iguais, então o seno, cosseno e a tangente permaneceram com o mesmo valor. Em resumo a utilização do GeoGebra apresenta visualmente o conteúdo podendo gerar uma reflexão sobre o conceito apresentado em aula. Mais adiante esta reflexão poderá ser utilizada para engajamento durante a aula e assim favorecer o ensino.

Para pesquisas futuras seria interessante conhecer, organizar e discutir o tema de funções trigonométricas e relacioná-las com números complexos, para poder mapear que aspectos destes conceitos são vistos como uma dificuldade por alunos ou (futuros) professores. Além disso, produzir outra sequência de atividades que auxilie na introdução dos conceitos de funções trigonométricas ou de números complexos e investigar o sentido atribuídos pelos sujeitos para símbolos frequentes no estudo de trigonometria, tais como fórmulas, tabelas, gráficos, controle deslizante etc.

## REFERÊNCIAS

BAIRRAL, Marcelo; LOBO, Rafael. Uso do GeoGebra em Cálculo Diferencial e Integral: Um mapeamento sobre a aprendizagem de Limite. **Revista do Instituto GeoGebra de São Paulo**, v. 9, n. 3, p. 74-88, 2020 - ISSN 2237-9657.

BALDINI, Loreni A.; CYRINO, Marcia Cristina. Função seno - uma experiência com o software GeoGebra na formação de professores de Matemática. **1ª Conferência Latino Americana de GeoGebra**, pp. CL - CLXIV, 2012, ISSN 2237- 9657.

BRAZ, Lúcia *et al.* O GeoGebra no estudo das funções trigonométricas: uma experiência em um minicurso com alunos do 2º ano do Ensino Médio. **Revista do Instituto GeoGebra de São Paulo**, v. 8, n. 1, p. 70-84, 2019 - ISSN 2237-9657.

BRITO, Crisolita *et al.* Estudo da Trigonometria no 11º Ano Com Recurso ao Software GeoGebra. **Revista do Instituto GeoGebra de São Paulo**, v. 7 n. 1, pp. 65-80, 2018, ISSN 2237- 9657.

SILVEIRA, Astrigilda; CABRITA, Isabel. O GeoGebra como ferramenta de apoio à aprendizagem significativa das Transformações Geométricas Isométricas. **Indagatio Didactica**, v. 5, n. 1, julho 2013, ISSN: 1647-3582.

CASTRO, Gustavo *et al.* Estudo das funções trigonométricas com o uso do software GeoGebra: uma experiência com calouros do curso de engenharia elétrica. **Revista do Instituto GeoGebra de São Paulo**, v. 9, n. 2, p. 03-19, 2020 - ISSN 2237-9657.

CRUZ, Marcos Paulo; FILHO, Ivan de Oliveira H. Variação de Soluções na Geometria com a utilização do GeoGebra. **Revista do Instituto GeoGebra de São Paulo**, v. 8, n. 2, p. 78-101, 2019 - ISSN 2237-9657.

HOMA, Agostinho *et al.* Um estudo sobre a execução de sons e criação de músicas no software GeoGebra. **Revista do Instituto GeoGebra de São Paulo**, ISSN 2237- 9657, v. 6 n. 2, pp. 25-45, 2017.

JÚNIOR, Reinaldo; BERNARDES, Eduardo. Ensino e aprendizagem da trigonometria com o auxílio do software GeoGebra. **Revista do Instituto GeoGebra de São Paulo**, v. 7, n. 2, p. 03-28, 2018 - ISSN 2237-9657

JÚNIOR, Reinaldo; HENRIQUES, Afonso. Modelagem trigonométrica de cálculo de distâncias usando GeoGebra. **Revista do Instituto GeoGebra de São Paulo**, v. 3 n. 2, pp. 80-103, 2014, ISSN 2237- 9657.

JÚNIOR, Reinaldo; SILVA, Ednailton. Funções trigonométricas e números complexos: uma abordagem possível na Educação Básica. **Revista do Instituto GeoGebra de São Paulo**, pp. 88-102, 2015, ISSN 2237- 9657.

PEREIRA, Edcarlos; GUERRA, Ediel. A utilização de applets no geogebra para a aprendizagem da trigonometria no Ensino Médio. **REnCiMa**, v. 7, n. 3, p. 53-72, 2016.

SANTOS, Edmea; **Pesquisa-formação na cibercultura**. Teresina: EDUFPI, 2019. E-book. ISBN: 978-85-509-0541-9

SILVA, Maria; LIMA, Airlan. **Trigonometria: uma discussão histórica**. Instituto Federal de Pernambuco. Campus Pesqueira. Curso de Licenciatura em Matemática. 19 de fevereiro de 2021.

VERCEZI, Luciane. **Número  $p$ , funções trigonométricas e aplicações**. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade Estadual de Maringá, Dep. de Matemática, Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, 2021

## ANEXOS

### ANEXO 1 - Perguntas e respostas referentes aos encontros 1 e 2 (1ª implementação)

Participante s:	Idade:	Período(s):	Curso:
Fabio	29	11	Matemática
Gustavo	26	10°	MATEMÁTICA
Leo	29	13	Matemática
Daniel	28	12	Licenciatura em Matemática
Beto	26	8	Matemática

Participante s:	Escreva livremente sobre o que você entende sobre trigonometria:
Fabio	Estudo de funções relacionadas à triângulos
Gustavo	Relação entre triângulos (ângulos, lados...)
Leo	Não lembro, no momento.
Daniel	Entendo que é uma parte da matemática que estuda as relações num triângulo retângulo e também as esferas.
Beto	Relação entre os lados e os ângulos dos triângulos.

Participante s:	Qual a importância de aprender trigonometria?
Fabio	Representar de uma forma geométrica questões de matemática.

Gustavo	Não sei.
Leo	É importante para entender, o plano trigonométrico e os ângulos.
Daniel	Para calcular medidas e distâncias
Beto	Podemos citar aqui um exemplo da importância dela nas navegações, criação de mapas, parte de circuitos elétricos, transmissão de dados digitais.

Participante s:	Em que disciplinas da graduação você necessitou de conteúdos de trigonometria?	Como foi a experiência com trigonometria na Educação Básica?
Fabio	Todos	Deficiente
Gustavo	Cálculo II	Regular
Leo	Cálculo I	Deficiente
Daniel	Cálculo I	Deficiente
Beto	Cálculo I	Boa

Participantes:	Comente sobre a resposta anterior
Fabio	Não tive
Gustavo	As aulas de matemática eram, unicamente, expositivas e seguidas de exercícios.
Leo	Não, tive bons professores.

Daniel	Pelo que me lembro o professor apenas se aprofundou nas relações no triângulo retângulo
Beto	Considero como boa, pela troca de professor que teve na época. Justamente no período em que falava -se de trigonometria.

<b>Participantes:</b>	<b>Como foi sua experiência com trigonometria no ensino superior?</b>	<b>Comente sobre a resposta anterior:</b>
Fabio	Boa	Tive dificuldade, porém achei interessante à medida que fui conhecendo.
Gustavo	Regular	Não tive disciplina que trabalhasse diretamente o assunto, precisei aprender para suprir minha defasagem do ensino básico e acompanhar o que era necessário nas disciplinas.
Leo	Boa	Aprendi algumas coisas, porém eu esqueci.
Daniel	Regular	Apenas nas matérias em que necessitava de alguma parte da matéria
Beto	Boa	Na parte de cálculo e Geometria os professores aprofundaram bem o assunto.

<b>Participantes:</b>	<b>Alguma disciplina da graduação se tornou difícil por ter dificuldade em trigonometria? Se afirmativo, qual?</b>	<b>Comente algo significativo (o que gostou, dúvida, dificuldade etc.) sobre o seu aprendizado em trigonometria ao longo de sua trajetória acadêmica (educação básica ou ensino superior):</b>
Fabio	Cálculo	Tive dificuldade em entender as inversas até conhecer o círculo trigonométrico

Gustavo	Sim. Os cálculos 2 e 3.	Dificuldade em entender as explicações sobre co-tangente, co-secante e secante geometricamente.
Leo	Cálculo 1, não tive muito contato com trigonometria no ensino médio.	No ensino básico, carreguei algumas defasagens, que no ensino superior estou tentando sanar.
Daniel	Sim cálculo 1, pois o conhecimento que tinha das funções trigonométricas eram muito poucos	Não lembro
Beto	Não.	O processo de construção das relações. Uma coisa que senti falta foi a parte histórica completa, não o básico.

<b>Participantes:</b>	<b>Você tem alguma dúvida sobre trigonometria que gostaria de esclarecer? Qual?</b>	<b>Cite algum recurso que considera importante para ensino trigonometria (informático ou não):</b>
Fabio	Por que $\text{sen}^2x + \text{cos}^2x = 1$ ?	Círculo trigonométrico
Gustavo	Identidades trigonométricas.	GeoGebra
Leo	Não, no momento.	Não lembro
Daniel	Não	GeoGebra
Beto	Não	GeoGebra / parte histórica/ trabalhar com materiais manipuláveis

<b>Participantes:</b>	<b>Há diferença entre estudar trigonometria No triângulo retângulo e no círculo trigonométrico? Se houver, diga qual.</b>
-----------------------	---



Fabio	Acredito que o círculo trigonométrico ajuda na transição para uma função trigonométrica.
Gustavo	Apenas pela limitação do raio como 1
Leo	Não, sei.
Daniel	Não
Beto	Relação dos ângulos

**Anexo 2 - Perguntas e respostas referentes ao encontro 3 (QUESTIONÁRIO 1 - 1ª implementação)**

<b>Participantes:</b>	<b>Tendo em vista as duas SA, comente sobre suas diferenças (pontos positivos e negativos):</b>	<b>O público focado nas duas SA é o mesmo? Explique sua resposta</b>
Fabio	A primeira era mais fácil a segunda tem um desafio maior e levou a um raciocínio maior	Acredito que o público seja o mesmo
Leo	A primeira SA foi muito legal de trabalhar, porém a segunda SA foi um pouco mais complexa, tinha que lembrar várias definições.	A 1ª SA poder ser para os alunos do segundo segmento do ensino fundamental e médio, a 2ª SA é somente para o curso superior.

<b>Participantes:</b>	<b>Os aspectos matemáticos nas duas SA são os mesmos? Explique sua resposta</b>	<b>Comente algo significativo do encontro atual (algo que gosta, algo que aprendeu, q ficou ainda com dúvida, uma curiosidade)</b>
Fabio	Não são os mesmos, mas a primeira pode facilitar em ter menos em desenvolver a segunda.	Trabalhar produto de números complexos
Leo	Sim e não, a 1ª SA é voltada para (construção de gráfico, ângulo e trigonometria), já a 2ª SA é voltada para (gráfica, ângulo, trigonometria e números complexos).	Agregou muito trabalhar com os números complexos na atividade.

<b>Participante s:</b>	<b>Os encontros têm favorecido em sua perspectiva quanto ao conceito matemático de trigonometria? Explique</b>	<b>Caso tenha sugestões para o próximo encontro ou algo a comentar digite abaixo</b>
Fabio	Tem sim. Me ajudou bastante a lembrar algumas coisas e aprender melhor outras	Ter uma aula antes sobre números complexos
Leo	Sim, eu puder sanar alguns conteúdos esquecidos e aprender algumas coisas	Seria bom dar uma revisão antes de número complexo, mas pressupondo que todos já sabem o conteúdo ignora o comentário.

### **ANEXO 3 - Perguntas e respostas referente ao encontro 3 (QUESTIONÁRIO 2)**

<b>Participante s:</b>	<b>Comente algo significativo do encontro anterior (algo que gosta, algo que aprendeu, q ficou ainda com dúvida, uma curiosidade)</b>	<b>Qual público você imagina ser adequado para esta SA?</b>
Fabio	Gostei do primeiro encontro, onde consegui sanar alguns conceitos, que não lembrava no momento e com a utilização do geogebra ajudou muito na visualização.	Superior.
Leo	Um questionamento entre trabalhar trigonometria no triângulo retângulo e no círculo trigonométrico.	Superior

<b>Participante s:</b>	<b>A ordenação da SA causa alguma dificuldade no entendimento?</b>	<b>Nesta SA o uso de tecnologia pode ser caracterizado como algo:</b>	<b>Comente sobre sua resposta anterior:</b>
Fabio	Difícil.	Médio	Não fui ainda utilizando a tecnologia.
Leo	Não	Difícil	Pede uma compreensão de números complexos e trigonometria, além de como representar isso graficamente.

<b>Participante s:</b>	<b>Que aspectos matemáticos a sequência utiliza?</b>	<b>Quais aspectos matemáticos a SA utiliza?</b>	<b>Algum conteúdo matemático é previamente necessário para realizar esta SA?</b>
Fabio	Análise da construção do conhecimento lógico-matemático.	Número complexo, geometria.	Ter um bom entendimento de números complexos e plano cartesiano.
Leo	Trigonometria e números complexos	Trigonometria, números complexos, produtos de números complexos.	Trigonometria, números complexos, distributiva, polinômios e potenciação

<b>Participante s:</b>	<b>Você percebe alguma conexão entre as questões da SA? Comente sua resposta</b>	<b>O que podemos comentar quanto à organização da atividade?</b>	<b>Trigonometria é o foco da SA apresentada?</b>
Fabio	Não.	Tentar suavizar os passos.	Sim

Leo	Sim. Existe uma ideia que vem sendo desenvolvida entre os momentos e ajudam a entender melhor os últimos exercícios	A organização ajuda você a construir uma ideia	Não
-----	---	--	-----

Participantes:	É possível aprender conceitos de trigonometria pela SA apresentada? Comente sua resposta.	Como é possível correlacionar números complexos com trigonometria/funções trigonométricas?
Fabio	Sim.	Não, lembro, mas é possível.
Leo	É possível trabalhar números complexos usando função trigonométrica	Existe uma relação durante a multiplicação

#### ANEXO 4 - RESPOSTAS 1º ENCONTRO (2ª implementação) (19/04)

Participantes:	Escreva livremente sobre o que você entende sobre trigonometria:	Qual a importância de aprender trigonometria?
Ander	Entendo sobre Trigonometria o estudo do cálculo que envolve o triângulo, sejam em relação a medidas de lados, áreas e ângulos, e todas as suas especificidades.	Saber relacionar diversas formas de triângulos, ter um conhecimento crítico maior, por exemplo saber que cortar um campo ao meio
Bebel	Estudo dos lados de um triângulo relacionados aos seus respectivos ângulos	Principalmente para o uso em vestibulares, entretanto, uma aplicação real seria em construções.

Dré	Trigonometria é uma parte da matemática que estuda as relações entre os lados e ângulos de um triângulo	Ela é usada em diversas áreas de estudo em diferentes áreas de trabalhos e ajuda com ferramentas para solução de problemas
Rê	Alguns postulados, teoremas, figuras, conhecimento de ângulos e suas propriedades.	Adquirir conhecimentos para a resolução de problemas.
Eve	Estudo dos ângulos, relações entre eles e etc.	Entender como funcionam algumas partes da nossa sociedade, por exemplo: por quê a rampa tem tal angulação, por que o telhado tem um certo caimento e por aí vai.
Gio	Entendo trigonometria como o estudo de conceitos que envolvem ângulos de triângulos	Um exemplo da importância de aprender trigonometria é usar as funções trigonométricas para modelar situações do cotidiano.
Fane	A área que estuda as relações dentro de um triângulo e suas medidas	Ela nos auxilia a calcular distâncias
Stiven	Área que estuda as relações entre lados e ângulos de um triângulo	Hoje em dia a trigonometria é essencial para a preparação de concursos e vestibulares

<b>Participantes:</b>	<b>Em que disciplinas da graduação você necessitou de conteúdos de trigonometria?</b>	<b>Como foi a experiência com trigonometria na Educação Básica?</b>	<b>Explique a resposta anterior</b>	<b>Como está sendo sua experiência com trigonometria no ensino superior?</b>	<b>Comente sobre a resposta anterior:</b>
-----------------------	---	---	-------------------------------------	--	---

Ander	Cálculo 1, Cálculo 2, Geometria Analítica, Álgebra Linear,	Excelente	Tive professores muito bons e com excelente didática, inclusive por meio do ensino deles que eu escolhi cursar licenciatura	Deficiente	Professores sem didática, e que às vezes parecem sentir prazer em tornar um conteúdo quase impossível.
Bebel	Cálculo 1, Cálculo 2, Cálculo 3, Geometria Analítica, Álgebra Linear	Boa	Tive uma boa experiência, pois no ensino médio estudei em uma escola com foco em vestibular militar, que me rendeu uma boa base do conteúdo	Boa	Os professores, principalmente do primeiro período, priorizaram revisar matemática básica com os alunos que não haviam visto o conteúdo.
Dré	Cálculo 3, Geometria Analítica	Regular	Até o nono ano eu tive um bom ensino mas não tive matemática no ensino médio	Regular	Por causa de algumas dificuldades que vieram do ensino médio certas coisas deixaram a experiência mais difícil
Rê	Cálculo 1, Cálculo 2, Geometria Analítica, Algebra Linear	Regular	Durante a educação básica eu fui mediano e no assunto de trigonometria, porém durante o ensino médio	Boa	Durante o ensino superior aprendi alguns fundamentos da trigonometria e usei com

			sinto que aprendi só o suficiente para passar na prova.		uma certa regularidade em disciplinas e provas.
Eve	Cálculo 1, Cálculo 2, Geometria Analítica	Deficiente	Eu aprendi o básico, repleto de macetes sem entender o fundamento.	Regular	Eu consigo resolver questões, mas pelo fato de eu ter ficado um tempo parada, sinto que preciso rever algumas coisas.
Gio	Cálculo 1, Cálculo 2, Cálculo 3, Geometria Analítica, Álgebra Linear, Cálculo 4, físicas 1 e 2 e Lab 2	Deficiente	Eu lembro apenas de uma aula do ensino médio de trigonometria e foi o professor de física que deu, mostrando os ângulos do círculo trigonométrico e como eles podem ser representados.	Regular	Por conta da deficiência em trigonometria no ensino médio eu sempre evitei focar nesse conteúdo no ensino superior, mas reconheço que deveria acontecer o oposto e usar a graduação como oportunidade para sanar essa defasagem.
Fane	Cálculo 1, Geometria Analítica	Regular	Sinto que não aprendi o suficiente para a faculdade	Boa	Aprendi muitas coisas que me faltaram durante a



					educação básica
Stiven	Cálculo 1, Cálculo 2, Geometria Analítica, Algebra Linear	Boa	Tive trigonometria nos três anos de ensino médio de forma tranquila	Regular	Usos mais isolados

Participantes :	Alguma disciplina da graduação se tornou difícil caso possuísse dificuldade em trigonometria? Se afirmativo, qual?	O que você considera mais significativo (bom ou não) com relação ao aprendizado de trigonometria/funções trigonométricas em sua trajetória acadêmica?	Qual sua opinião sobre a utilização de abordagens visuais (gráficos, animações, desenhos...) para o estudo de disciplinas primordialmente geométricas?	Cite algum recurso que considera importante para ensino de trigonometria (informático ou não):	Há diferença entre estudar trigonometria no triângulo retângulo e no círculo trigonométrico? Se houver, diga qual.
Ander	Não	Acho importante usar a trigonometria como forma de ter um pensamento mais abrangente, como usar a trigonometria no dia a dia, mesmo que indiretamente.	Acho prático pois pode tornar a aula muito mais dinâmica e lúdica permitindo ao aluno maior interesse por aprender vendo que o conteúdo pode tornar mais atraente e mais fácil a visibilidade do aluno em entender o	Geogebra. Esquadros. Transferidos. Compasso.	A abrangência que podemos ter no estudo da Trigonometria no círculo trigonométrico pode abranger muito mais conteúdo e mais detalhes.

			conteúdo em questão.		
Bebel	Sim, cálculos, no geral.	Uma boa visualização do conteúdo, saindo da abstração	Essas abordagens facilitam, pois torna o conteúdo menos abstrato	Gráficos interativos	Não
Dré	Sim mas não consigo lembrar de um caso específico	Compreender as razões trigonométricas básica	O uso de abordagens visuais é uma ajuda para que os alunos entendam de fato o que está sendo ensinado e não só decorar	Geogebra	Sim a abordagem utilizada
Rê	Sim. Cálculo 1, Física e Álgebra Linear. Como resolver integrais de funções trigonométricas, descobrir ângulos relativos entre vetores e cumprimentos.	Aprendizado do círculo trigonométrico e como se dão as funções trigonométricas, foi significativamente bom aprender isso.	Acho ótimo. A visualização é primordial para a melhor compreensão dos conceitos geométricos.	Geogebra	A única diferença que eu vejo é o tamanho dos lados, mas sempre vai cair em algum triângulo semelhante dentro do círculo trigonométrico.

Eve	O próprio cálculo 1	Ter um conhecimento rico em ângulos.	Acho uma excelente ideia, pois facilita a visualização.	Geogebra	<p>Mais ou menos, eu diria que em cada situação eu foco num objetivo. Por exemplo, trigonometria no triângulo retângulo eu visualizo área. Na função trigonométrica eu visualizo o conceito de ângulo e como está no gráfico, comportamento da função e etc.</p>
Gio	Cálculo 1	Uma parte significativa boa é o exemplo citado anteriormente sobre poderem ser usadas para modelar situações do cotidiano. Uma parte ruim é um problema não só da trigonometria, mas de toda matemática ensinada no ensino básico que é ser muito conteudista e sem contextualização, focando só em decorar fórmulas sem que o aluno reconheça para que	Acho ótimo pois além de nos dar a possibilidade de trabalhar com um recurso que os alunos atualmente tem muita familiaridade que é a tecnologia, também é uma abordagem a mais para ser utilizada em sala de aula e eu acredito que quanto mais diversificados os recursos, mais alunos	Transferidor e esquadros	Acredito que as duas coisas estão interligadas.

		aquilo pode ser usado.	serão alcançados em aula.		
Fane	Senti de forma geral mas não me lembro de alguma em específico	As relações trigonométricas que vemos em lab	Acho que facilita muito o aprendizado	Régua e até o geogebra	Acho que ambas se complementam
Stiven	Não	Identificar no círculo todas as relações	Muito boas, acabam sendo uma ferramenta de complemento extraordinária	Geogebra	Não consigo lembrar

<b>Participantes:</b>	<b>Qual público você considera ser destinado a sequência de atividades?</b>	<b>A linguagem da sequência apresentada se adequa ao público imaginado para este conteúdo?</b>	<b>O que podemos entender quanto a ordenação (da mais simples a mais complexa) das atividades? Em caso de pontos</b>	<b>Existe algum ponto que a sequência apresentada acontece algum “salto teórico”, ou seja, que precise de uma atividade anterior para ficar mais simples ou mais</b>	<b>Que conceitos matemáticos a sequência utiliza?</b>
-----------------------	---	--	--	--	---

			<b>negativos comente uma sugestão de possíveis mudanças ou reordenação</b>	<b>compreensível?</b>	
Ander	9º ano	Sim	A princípio a atividade demonstra de forma crescente o conteúdo a ser ministrado, desde a formação do triângulo até o entendimento de seis ângulos.	Acredito que a demonstração está bem alinhada com a respectiva resolução do problema.	Geometria, trigonometria, frações, radiciação
Bebel	9º ano	Creio que não, pois os alunos precisam de auxílio para interpretar o que se pede.	Alteraria a sequência para: T2, T1 E T3, pois definindo os elementos do triângulo seria mais fácil explicar o teorema	Não	trigonometria, geometria, fração, radiciação, potência.
Dré	8º ano	Não acho que os alunos teriam dificuldades para entender o que	A ordem das questões está de acordo com a dificuldade e com o conteúdo da	As questões já levam em conta que os alunos já tenham algum conhecimento prévio, mas vai evoluindo para	Trigonometria geometria fração

		questão pede	questão vem da mais fácil para mais completa	que o aluno chegue no final entendendo então não	
Rê	Ensino médio.	Sim, mas poderia ser facilitada, seria legal com uma linguagem menos formal.	Acho bom!	Não.	Geometria e trigonometria.
Eve	9º ano	Eu acredito que sim, pois não tem nada de outro mundo. Porém com as experiências que já tive em estágio eu percebo que essa não é uma realidade.	Eu acho que está bem ordenado, pois começa de conceitos mais básicos e vai aumentando o grau de dificuldade.	Não, ou pelo menos eu não percebi.	Trigonometria, triângulo retângulo, razão, comprimento, intersecção.
Gio	Primeiro o ano do ensino médio	Sim, porém a dificuldade que geralmente os alunos têm em linguagem matemática pode atrapalhá-los a entender.	Achei a ordenação boa pois parte do conceito mais simples para o mais difícil.	Eu tiraria a atividade t26, pois eu não entendi o que se espera dessa atividade. Para a atividade t34, apesar dos alunos já terem calculado as razões trigonométricas na atividade t25,	Trigonometria, geometria e operações básicas

				não é falado o nome dessas funções, então talvez os alunos não soubessem resolver a atividade t34 por não saber o que é seno, cosseno e tangente.	
Fane	8 ano	Na minha opinião, sim	As atividades me parecem bem ordenadas	Não diria um salto mas da atividade 1 para a 2 exige um pouco mais de conhecimento do que o explicado na 1, mas que são facilmente inseridos no intervalo de uma para a outra	Teorema de Pitágoras e relações trigonométricas
Stiven	Ensino médio	Sim	Seguem uma ordem crescente	Não	Básicos de trigonometria

<b>Participantes:</b>	<b>Após a fazer a SA o que podemos entender quanto a ordenação das atividades? Em caso de pontos negativos</b>	<b>Quanto ao uso de tecnologia. Como podemos classificar a dificuldade da confecção da</b>	<b>O que a utilização do GeoGebra auxilia no estudo de trigonometria?</b>	<b>Com relação às orientações abaixo das atividades, seria interessante deixar amostra completamente/parcialmente para o aluno ler em uma aplicação em sala? Explique</b>
-----------------------	--	--	---	---

	<b>comente uma sugestão de possíveis mudanças ou reordenação</b>	<b>atividade?</b>		
Ander	As atividades foram desenvolvidas de forma que o aluno vai tendo contato com um pedaço do conteúdo por vez, de modo que vai crescendo e vai aumentando a dificuldade e o contato com novas características das questões.	Fácil	Absurdamente, tornando mais dinâmica a aula e muito mais lúdica, trazendo melhor visibilidade e compreensão ao aluno.	Sim. Já que permite ao aluno melhor desenvolvimento da atividade.
Bebel	A ordem serviu para facilitar as construções além de criar uma ordem lógica nos conteúdos.	Regular	Recurso visual	Sim. As orientações servem para guiar o aluno e além disso poderia ser adicionado os ícones das funções para facilitar o uso do software.
Dré	A ordem vai evoluindo o conteúdo para que o aluno vá entendendo e conseguindo	Regular	com a visualização ajuda na compreensão do conteúdo	Sim para que o aluno não se perca nos exercícios



	acompanhar			
Rê	A ordenação é ótima para a construção dos conceitos através das atividades.	Fácil	A visualização e a prática.	Seria interessante sim. Para facilitar a compreensão do aluno na hora da construção da atividade.
Eve	Que precisamos seguir uma sequência, para o aluno entender os conceitos básicos para galgar caminhos mais complexos.	Regular	Na visualização.	Sim, porque pode facilitar a resolução da atividade.
Gio	Achei boa a ordem pois começa com conteúdo vistos no fundamental e termina com os conteúdos mais difíceis. A única mudança que eu faria é não pedir para reconstruir os triângulos as 3 vezes, pois o primeiro pode ser reutilizado e poupar	Regular	É um recurso visual	Sim, porque pode facilitar o aluno resolver a atividade.

	tempo.			
Fane	Continuo achando uma boa ordem de atividades	Regular	O geogebra torna o estudo de trigonometria mais dinâmico e facilita sua compreensão	Acho que para uma atividade no geogebra seria interessante mostrar as orientações da atividade por não ser um software que muitos conhecem.
Stiven	Seguem uma crescente	Fácil	Visualização dos casos	Acredito que toda ajuda é bem-vinda, e as orientações dão um norte



Participantes:	O que essa imagem significa para você? Você considera importante usá-la em aula? Por que?	O que essa imagem significa para você? Você considera importante usá-la em aula? Por que?	O que essa imagem significa para você? Você considera importante usá-la em aula? Por que?
Ander	Imagem de ângulos notáveis, acho válido usar em sala desde que antes o professor explique o porquê temos essa relação. Já que muitas das vezes muitos alunos apenas decoram a tabela e não sabem o porquê de.	Significa algo sim. Acho válido usar desde que o professor tenha explicado com antecedência o porquê as relações acima são válidas.	Essa imagem significa uma possível apresentação inicial do conteúdo de TRIGONOMETRIA no triângulo retângulo, mostrando valores genéricos, e sabendo que o terceiro ângulo assumiria o valor de $60^\circ$ . Visto que a soma dos valores internos do triângulo é sempre $180^\circ$ .
Bebel	As razões trigonométricas de acordo com ângulos notáveis. Ela é um facilitador, mas não o conteúdo principal.	As razões trigonométricas de maneira generalizada. São importantes, pois são as relações utilizadas para fazer a tabela.	Um triângulo egípcio. Sim. Um dos triângulos notáveis, mas utilizado como representação gráfica para explicar as razões trigonométricas, mas basta aprender apenas em triângulos.
Dré	Uma coisa que falam para os alunos gravar, sim, mas não somente a tabela e sim o porquê a tabela acontece	Fórmulas para descobrir o seno cosseno e tangente. sim, mas não somente a tabela e explique o porquê isso acontece	Tangente do ângulo $30^\circ$ saber que o lado x/y é a tangente do ângulo $30^\circ$

Rê	"Ângulos tabelados". Não, acredito que construir o conceito seja mais importante do que ensinar somente dos "ângulos notáveis".	"Cohcah coca". Diferente da anterior, acredito que a formulação esteja mais próxima da formulação do conceito do que da "decoreba".	Um problema trigonométrico. Acho sim, para pôr em prática os conceitos trigonométricos.
Eve	Música de macete para decorar ângulos notáveis. Sim, depois de explicar o conceito. Por que ajuda o aluno na resolução de questões (mais rápido)	SOHCAHTOA, outro macete para decorar fórmula (o S é de seno o O é de oposto o h, hipotenusa e o resto é intuitivo...). Mesmo motivo da situação acima.	Tg de 30°. Sim, para testar o raciocínio dos alunos e o conhecimento adquirido através de resolução de exercícios.
Gio	Uma forma de decorar os ângulos mais "importantes". Eu usaria como mais recurso para facilitar o aprendizado do aluno, mas tentaria não utilizar da forma que é utilizada, em que o aluno tem que apenas decorar a tabela sem saber o que significam.	Também é uma forma de apenas decorar fórmulas sem entender o conceito. Utilizaria pelo mesmo motivo dado na imagem anterior.	Eu vejo um triângulo retângulo, mas não está marcado o ângulo reto, então não dá para ter certeza de que o ângulo entre x e y é reto apesar de ser intuitivo. Não usaria a imagem por essa falta de informação.

Fane	Quase uma música, hoje em dia não vejo uma real importância a não ser facilitar as contas, mas são resultados que podem ser demonstrados através do círculo trigonométrico em vez de ser decorado	Considero importante pois somos obrigados a utilizá-las, mas de novo acredito que sua demonstração feita pelo círculo trigonométrica a torna mais interessante	Para mim ela significa só mais um exercício sem muito sentido de aplicação real, porém é um mal necessário e podemos transformá-la em algo melhor quando nos dedicamos a trazer o ensino para perto da realidade
Stiven	Sim, falando na praticidade necessária hoje em dia nos cursos preparatórios	Sim, complementar a imagem anterior	Sim, usaria para identificar o que seriam os catetos opostos e adjacentes

#### ANEXO 5 - Respostas 2º encontro (2ª implementação) (26/04)

<b>Participantes:</b>	<b>Comente algo significativo do encontro anterior (algo que gostou, algo que aprendeu, que ainda ficou com dúvida, uma curiosidade)</b>	<b>Qual público você considera ser destinado a sequência de atividades?</b>	<b>A linguagem da sequência apresentada se adequa ao público imaginado para este conteúdo?</b>	<b>O que podemos entender quanto a ordenação (da mais simples a mais complexa) das atividades? Em caso de pontos negativos comente uma sugestão de possíveis mudanças ou reordenação</b>
-----------------------	--	---	--	--

Ander	<p>Gostei da forma em que usamos a tecnologia em grupo para resolver uma questão problema, o modo lúdico de usar uma atividade Tecnológica para aprender matemática pode aproximar mais o aluno em questão de interesse em aprender. Os debates sobre o ensino na Pandemia também foram bem enriquecedores, sobretudo na questão do ensino remoto na Pandemia. A aula foi dinâmica e bem fluida.</p>	Alunos do ensino médio que já tenham conhecimento anterior em raízes, função do segundo grau e equações.	Sim, sendo de fácil entendimento mesmo que a princípio pareça ser questões difíceis, no enredo o aluno vai desenvolvendo melhor o caminho pra resolver o problema.	O enunciado é apresentado de forma crescente, permitindo ao aluno ir desenvolvendo cada passo mediante a compressão do passo anterior.
Bebel	Realizar o questionário, inicialmente de maneira individual e depois em	3º ano do Ensino Médio	Não	O aluno evoluiu conforme os passos da atividade, de maneira que uma complementa a outra.

	grupo foi excelente para podermos avaliar se nossas primeiras impressões eram realmente corretas			
Dré	Gostei da parte que fizemos em conjuntos e me chamou atenção que mesmo com o computador teve coisas que preferimos fazer no papel	3º ano	Não, acredito que uma turma de ensino público teria dificuldade	Que o aluno vai evoluindo junto com as questões
Rê	Adorei fazer a atividade no geogebra! Sempre gosto de interagir com computadores nas aulas.	Terceiro ano do ensino médio ou ensino superior.	Poderia melhorar para o público do ensino médio.	Talvez a T4 nas primeiras posições.
Eve	Discutir sobre a importância do ensino de trigonometria foi essencial. Como eu havia dito, não tinha	Como envolve números complexos, acredito que se destina ao 3º ano do Ensino Médio.	Eu acho que não, pelo menos eu nunca tinha visto números complexos misturados com trigonometria. (Acredito que	Acredito que a ordem está bacana pois vai aumentando o grau de dificuldade de forma crescente.



	parado para pensar nisso, só me preocupei em aprender para ensinar.		em funções de variáveis complexas devo estudar isso)	
Gio	Relembrei alguns conteúdos de trigonometria que eu não tenho muito domínio e aprendi uma nova forma de ensinar trigonometria pelo geogebra que eu ainda não conhecia.	terceiro ano do ensino médio	Nem tanto, pois existe um excesso de formalidade na escrita das questões.	Eu não sei resolver as questões então não consigo opinar sobre a ordenação.
Fane	Gostei bastante das ideias de atividades no geogebra para o ensino de trigonometria, porém ainda sinto que não entendi muito bem sobre a questão da sequência das atividades, provavelmente por não estar	Acredito que 2° ou 3° ano do ensino médio	Sim	A sequência me parece bem ordenada

	presente na aula.			
Stiven	O encontro anterior me ajudou a olhar sobre o tema com outra perspectiva, e isso foi bem positivo tanto para mim quanto aluno e professor.	Ensino médio e Concursos	Talvez esteja um pouco acima do público	Acredito que a ordenação não importa visto que aparentam ser atividades independentes umas das outras

<b>Participantes antes:</b>	<b>Existe algum ponto que a sequência apresentada acontece algum “salto teórico”, ou seja, que precise de uma atividade anterior para ficar</b>	<b>Que conceitos matemáticos a sequência utiliza?</b>	<b>Algum conteúdo matemático é previamente necessário para realizar esta SA?</b>	<b>Após a fazer a SA o que podemos entender quanto a ordenação das atividades? Em caso de pontos negativos comente uma sugestão de possíveis mudanças ou reordenação</b>	<b>Quanto ao uso de tecnologia. Como podemos classificar a dificuldade da confecção da atividade?</b>
-----------------------------	---	---	--	--	---

	mais simples ou mais compreensível?				
Ander	<p>Acredito que os conhecimentos prévios de raízes, números reais, equações podem facilitar o entendimento do aluno, principalmente no que tange aos professores de ensino fundamental e médio anunciarem aos alunos que "não existe raiz de número negativo" e quando chega no final do ensino</p>	<p>Frações, equações, divisão, soma, trigonometria</p>	<p>Sim, funções, soma, Trigonometria, potenciação, plano cartesiano, número complexo.</p>	<p>As atividades foram ordenadas de forma crescente, de modo que o aluno evolua no pensamento e conhecimento à medida que desenvolve o exercício.</p>	Fácil

	médio se deparam com os números complexos.				
Bebel	Tendo em vista, que os alunos já tenham um conhecimento prévio sobre o software Geogebra e conhecimentos teóricos básicos sobre números complexos, não.	Números complexos, ângulos, plano cartesiano, trigonometria, operações básicas (soma, subtração, divisão, multiplicação, radiciação e potência) e teorema de Pitágoras (para calcular o módulo).	Uma base teórica de números complexos	As atividades estão bem ordenadas, uma complementa a outra.	Regular
Dré	Não	Números complexos e trigonometria potência	Sim trigonometria potenciação plano cartesiano e número complexo	Vai do nível mais tranquilo até o mais difícil	Regular

Rê	Não.	Funções trigonométricas e números complexos.	Trigonometria e potenciação	Gostei da ordenação, bem pensada.	Fácil
Eve	Não sei responder isso, pois como relatei acima eu nunca tinha visto essa associação de matérias.	Produto, quociente, potência e raízes	Tanto números complexos como trigonometria é importante conhecer antes de misturar os dois conceitos.	Não consegui fazer.	Difícil
Gio	Mesmo problema da pergunta anterior.	Números complexos, trigonometria, radiciação e as quatro operações básicas.	Sim. Trigonometria, potenciação, radiciação, plano cartesiano e as operações básicas.	Achei a ordem das questões boas, pois primeira mostra como os ângulos se relacionam com os números complexos e depois trabalha com o conceito já construído.	Regular
Fane	Acredito que existe um salto entre a atividade 3 e a 4	Números complexos e trigonometria	Trigonometria e saber previamente sobre números complexos tbm	Eu mudaria a tarefa 3 de lugar e colocaria no lugar da 5.	Regular

Stiven	<p>Acredito que toda a lista precise de uma introdução ao menos exemplos de níveis menores como uma preparação</p>	Números complexos e trigonometria	Números complexos completos	<p>A ordenação nos permite aumentar o grau de dificuldade gradativamente</p>	Fácil
--------	--	-----------------------------------	-----------------------------	--	-------

Participantes:	Em que a utilização do GeoGebra poderia auxiliar (ou não) no estudo de trigonometria/função trigonométrica?	Você percebe alguma conexão entre as questões da SA? Comente sua resposta	Com relação as orientações abaixo das atividades, seria interessante mostrar completa ou parcialmente para o aluno ler em uma aplicação em sala? Explique.	Como é possível correlacionar números complexos com trigonometria/funções trigonométricas?
Ander	Visualização do exercício.	<p>Sim, elas são questões em conjunto, evoluem de modo que a próxima questão é facilitada quando a anterior é entendida.</p>	<p>Sim, de modo que ele entenda o que irá desenvolver.</p>	<p>Quando representamos os números complexos em plano cartesiano, temos uma relação de trigonometria, podemos usar os argumentos para entender o ângulo do triângulo em questão, podemos correlacionar</p>

				vetores e seus múltiplos de modo que entendam a relação de semelhança entre triângulos.
Bebel	Ajuda a visualizar a representação gráfica das operações	Sim, os números complexos utilizados nas duas primeiras questões têm o mesmo argumento, além de $z_1$ ser igual ao número complexo utilizado na primeira atividade.	De certa forma não mostrar as orientações abre margem para os alunos realizarem a atividade da maneira que acharem mais prática, entretanto cabe ao professor averiguar se a turma tem condições ou não de realizá-la sem as orientações.	A partir da representação gráfica do número complexo.
Dré	A representação visual ajuda na compreensão do conteúdo por exemplo no produto de números complexos ter visto antes no geogebra e depois como é a conta ajudou na compreensão	Sim as questões tem respostas que se ligam perceber o mesmo ângulo usar uma coisa que usou na questão anterior também	Completa porque mesmo com as orientações o aluno pode ter dificuldade	Neste momento não consigo responder essa pergunta

Rê	Com certeza na visualização. Fica mais fácil imaginar como se comportam as operações com números complexos.	Sim. Dá pra perceber que você parte dos conceitos mais básicos e nas atividades seguintes, você utiliza o conceito da atividade anterior.	Nas primeiras questões seria interessante deixar, mas conforme avançar, ir mostrando parcialmente.	Os números complexos podem ser representados trigonometricamente. Isso facilita na representação gráfica.
Eve	Visualização	Sinceramente, não.	Eu sempre acho muito importante mostrar para o aluno ler.	Isso é um assunto que eu preciso estudar. Não sei responder essa pergunta.
Gio	É possível trabalhar com a construção de triângulos e toda a trigonometria que envolve seus lados e ângulos, como por exemplo, teorema de Pitágoras e as funções trigonométricas.	Sim, pois todas tem como conteúdo principal números complexos e as questões já feitas ajudam a resolver as questões posteriores.	Eu mostraria para o aluno na primeira questão, explicando como foi feito e depois pediria a ajuda deles para resolver as demais questões.	Os números complexos podem ser escritos na forma trigonométrica então a trigonometria está associada aos números complexos.
Fane	Acredito que o geogebra permite que os alunos visualizem melhor as questões	Sim, elas utilizam conceitos anteriormente vistos nas outras questões	Acredito que é interessante mostrar as orientações completas se for uma turma que não viu muito do conteúdo ou que não tem familiaridade com o geogebra	É a primeira vez que vejo ambos os conteúdos sendo trabalhados juntos até onde me lembro, mas do jeito que foi trabalhado utilizando a forma geométrica de um complexo é um bom jeito de relacioná-los



Stiven	Na visualização e montagem dos ângulos usados	Sim, não que seja necessário, mas uma questão sempre resgata algo feito na anterior	Quanto mais melhor, orientação nos dá no que se guiar	Através dos ângulos e ciclos
--------	---	---	---	------------------------------

Participantes:	O que essa imagem significa para você? Você considera importante usá-la em aula? Por que?	O que essa imagem significa para você? Você considera importante usá-la em aula? Por que?	O que essa imagem significa para você? Você considera importante usá-la em aula? Por que?
Ander	Funções trigonométricas, relação fundamental da Trigonometria.	Essa imagem representa o ciclo trigonométrico junto com suas relações de seno, cosseno e tangente. Considero importantíssimo usarmos esse conteúdo para ensinar, pois permite ao aluno entender por meio da visualização o que ele aprende por meio do conteúdo de seno, cosseno e tangente.	Plano cartesiano com eixo X representado por radianos. Considero importante usar para mostrar a "planificação" do ciclo trigonométrico com duas funções.
Bebel	Teorema Fundamental da Trigonometria. É importante, desde que devidamente explicada.	Círculo Trigonométrico. Sim, pois facilita a interpretação trigonométrica dos ângulos, mas novamente sendo devidamente explicado e analisado.	Plano cartesiano trigonométrico. Sim, é essencial para explicar funções trigonométricas.
Dré	Tabela das relações trigonométrica sim, mas explicando o porquê pode ser usado	Círculo trigonométrico sim, mas sempre importante explicar o motivo e como usar	Reta numérica sim novamente importante se explicar para o aluno como entender

Rê	Propriedade trigonometria, com relação ao teorema de Pitágoras.	Círculo trigonométrico. Muito importante para compreender funções trigonométricas.	Plano com marcação em radiano. Acho importante para o estudo de ângulos e funções trigonométricas.
Eve	São relações trigonométricas. Eu considero sim. Primeiro explicaria para o aluno como elas funcionam, depois daria a oportunidade para eles anotarem. Assim ficaria mais fácil deles se lembrarem e ao mesmo tempo aprenderem (ao invés de decorarem).	A explicação geral de como funciona uma função trigonométrica, o que cada conceito representa. Acho importantíssimo. Por que o aluno consegue compreender melhor o que realmente são essas relações de ângulos.	Uma representação para uma função trigonométrica no plano cartesiano.
Gio	São identidades trigonométricas e eu usaria essa imagem mostrando como podemos chegar a esses resultados.	É uma imagem boa para mostrar como funciona a construção das funções trigonométricas e usaria em aula.	Considero como uma forma diferente do usual de representar a reta numérica e usaria em aula para que os alunos tivessem essa diferente visualização.
Fane	É uma das relações trigonométricas, acho importante ser vista em sala de aula pois facilita a manipulação de algumas questões	É um círculo trigonométrico, considero muito importante para observarmos de onde vem as funções trigonométricas e como elas interagem	Uma reta com os valores que encontramos nas funções seno e cosseno, é importante para demonstrá-los na forma de função
Stiven	Exemplos diversos de chegar a um mesmo resultado	Extremamente importante, o ponto deslizando permite visualizar inúmeros exemplos	Representação de plano cartesiano, muito importante em sala de aula

## **APÊNDICES**

### **Apêndice A – Diário de campo do dia 29/06/2022 (1ª implementação)**

Desde o dia em que o professor combinou comigo sobre o encontro o nervosismo surgiu e quanto mais a data se aproximava, ele aumentava. Ao entrar na sala e perceber que eu conhecia todos os presentes a calma começou a surgir, perguntei o nome apenas de uma pessoa (Leonardo), pois recordava apenas o rosto dele.

Iniciando minha fala o professor pergunta sobre o planejamento para a atividade e explico a todos que será um formulário e as duas primeiras partes do formulário serão feitas sem comunicação entre nós. Na terceira parte será feita em conjunto.

A segunda parte todos ficaram em silêncio, Guilherme perguntava sobre o intuito das questões. Creio que não deixei totalmente explícito as perguntas, uma das minhas maiores preocupações é exatamente esta, então as perguntas de Guilherme são ótimas para lapidar as perguntas.

Logo menciono que neste momento deveríamos utilizar o GeoGebra, como o celular do Fabrício não possuía o app GeoGebra sugeri de utilizar meu notebook para confeccionar a sequência didática, logo todos nós estávamos utilizando o notebook e discutindo sobre a atividade proposta.

Durante a confecção da SD notei que Guilherme utilizava o GeoGebra escrevendo os comandos no campo de entrada. Reparo nisso, pois utilizo as ferramentas acima para confeccionar os passos.

Percebi que a SD deixava certos pontos confusos, notei tais pontos porque eu fiquei confuso vendo a interação deles. Após o final da SD pedi para que respondessem às perguntas da terceira página do formulário. Segue abaixo a imagem final da atividade.

Por fim, discutimos um pouco sobre a atividade e pedi para que avaliassem pela terceira parte do formulário, para que nenhum questionamento se perdesse.

### **Apêndice B – Diário de campo do dia 06/07/2022 (1ª implementação)**

Desta vez eu estava menos nervoso, chegando à sala noto a presença do Professor Bairral e de duas pessoas que não estavam no encontro anterior. São elas: Bruno e Débora. Ambos eu já conhecia, contudo apenas Débora é matriculada na matéria.

Tendo em vista que Débora não participou do 1º encontro, Bairral sugeriu que eu refizesse a atividade da semana anterior e perguntou a Bruno se ele gostaria de participar da atividade.

Então reapliquei a atividade, após uma breve conversa sobre minha trajetória e assuntos diversos começamos a confeccionar a SD. Neste dia foi diferente, pois todos optaram por utilizar o celular e não o computador.

Ao começar a T1 da SD Bruno construiu o triângulo, porém também estava construindo cada quadrado solicitado, ao reparar que estava ficando muito complexo ele me perguntou se era essa a ideia. Eu comento para Bruno que a ideia era criar quadrados, mas que a atividade não solicita necessariamente para construir, mas sim para criar quadrados.

Com Débora ela construiu o triângulo, porém estava utilizando um App diferente do GeoGebra Geometria no celular, então foi necessário recomençar para que ela tivesse acesso a todas as ferramentas necessárias. O correto era o GeoGebra Geometria (2D). Não que não seja possível confeccionar a atividade no GeoGebra 3D, porém seria algo mais confuso, afinal o planejamento era para o app em 2D.

Baixado o app correto continuamos a atividade em dado momento Débora repara que seu triângulo não possui o ângulo de  $90^\circ$ , ou seja, não era um triângulo retângulo. Creio que este problema aconteceu pelo fato de Débora não ter criado uma reta, mas sim um segmento de reta.

Bruno e Débora utilizaram papel para final da tarefa 3. Após estes acontecimentos começamos a chegar ao fim e na parte 3 da SD percebemos um erro na escrita da SD, mas logo entendemos o que seria o correto. Por fim, conversamos sobre o intuito da SD e pedi que respondessem a parte final do questionário.

### **Apêndice C – Diário de campo do dia 13/07/2022 (1ª implementação)**

Era o último encontro, chegando à sala notei a presença de dois participantes do encontro inicial. Neste dia o professor Bairral não estava presente, então foi necessário conduzir o encontro sozinho. Ao início fiquei com receio, afinal são graduandos e estou acostumado com um público mais jovem por ser professor do EB. Começamos falando sobre a importância desse tipo encontro que ambos haviam participado anteriormente e o que estava inicial neste momento. Foi perguntado qual seria o tema deste encontro e eu comentei sobre ser trigonometria, contudo a SD utilizada não seria igual a anterior e que no final iriam analisá-la tendo uma experiência anterior recente.

Ao iniciarem o 1º questionário foi solicitado uma análise do 1º encontro tendo como pilares pontos significativos, sugestões.

Após a resposta deste questionário os foi enviado outro com a proposta do novo encontro, este questionário focava na leitura da SD e uma breve análise pela leitura sem compartilhamento de opiniões. Em seguida foi entregue o 2º questionário nele foi solicitado a confecção da atividade e depois uma análise havendo interação entre os participantes.

Ao observarem o tema da SD foi comentado que é um conteúdo difícil/desinteressante. Foi solicitado pelos participantes papel e lápis, além do GeoGebra. Neste momento fiquei surpreso, contudo, entendo a necessidade, pois faço o mesmo para refletir sobre conteúdos que não domino completamente. Além de papel e lápis utilizamos o quadro presente na sala para falar sobre as conclusões que a SD propunha, a discussão que utilizamos no quadro foi para definir passos os quais a atividade apresentava ser muito extensa pelo enunciado. Os participantes sentiam-se com preguiça com procedimentos longos e por isso o quadro foi uma saída interessante, contudo reflito sobre o modelo ficar parecido com uma aula tradicional mesmo com a presença do *app*.

Saindo do quadro e voltando a folha de papel que utilizavam um dos participantes (o monitor da disciplina) comentou que a ideia poderia ser modificada a atividade da SD sendo:

*T<sub>3</sub> = Sejam os números complexos  $Z_1 = 2(\cos(60^\circ) + i \sin(60^\circ))$  e  $Z_2 = 4(\cos(30^\circ) + i \sin(30^\circ))$  e  $Z_3 = 8(\cos(90^\circ) + i \sin(90^\circ))$ . Utilizando o GeoGebra Calcule o produto de  $Z_1$  por  $Z_2$ .*

O argumento foi que esta mudança auxiliaria no processo de visualização da resposta, em uma abordagem geométrica, além disso evitaria o processo exaustivo em uma folha de papel deixando muito próximo de uma atividade de aula cotidiana. O mesmo seria interessante aplicar para a divisão de números complexos.

Encerramos o encontro um pouco cansados, afinal realmente era uma matéria mais densa e o modo que a SD estava organizada lembrava muito uma aula cotidiana de um conteúdo ou um período que estudamos para uma prova da escola/faculdade.

## **Apêndice D - Diário 1º encontro (2ª implementação - 19/04/2023)**

Como de costume estava nervoso, mas como já havia aplicado uma vez esta sequência de atividades (SA) fiquei menos nervoso do que na última aplicação. Os participantes foram chegando aos poucos e a atividade começou após todos chegarem.

Ao início queria conhecer todos os participantes, então me apresentei e falei sobre minha trajetória acadêmica, perguntei seus nomes e descobri que os alunos não conheciam o professor Bairral pessoalmente, então expliquei a dinâmica dos diários de aulas e tentei falar sobre como era o professor.

### **1ª - Trajetória de cada participante**

Neste momento solicitei que fizessem individualmente, contudo algumas dúvidas surgiram quanto às respostas ou perguntas. No sentido de como seria a melhor forma de responder às perguntas do questionário. Expliquei que não existe resposta certa ou errada, mas sim que era para eles comentarem sobre suas experiências e dizer com sinceridade o que pensam sobre elas, meu único pedido era para não responderem "não sei/Sei lá" nas perguntas. Durante o preenchimento começamos a conversar e me pareceu estar confortável com a dinâmica, afinal minha maior preocupação é a de deixá-los confortáveis para discordarem do que falo e assim causar uma discussão.

### **2ª - Conhecer a SA e analisá-la individualmente**

Agora foi solicitado a leitura da SA e individualmente respondessem algumas perguntas referente aquela sequência e ao conteúdo. A ideia era fazer individualmente, porém quando reparei estávamos discutindo sobre nossas interpretações, em alguns momentos eu evitada expor minhas opiniões para não sugerir as respostas, mas nem sempre isto era possível.

### **3ª - Fazer a SA no GeoGebra e analisá-la em grupo**

Chegamos ao ponto em que eu mais gosto da aplicação desta atividade, a confecção e a discussão propriamente ditas. Pois ao realizarmos os passos propostos pelas atividades entramos no papel do aluno em uma aula para solucionar os problemas. Logo eles perceberam que a SA se tratava das relações de Seno, Cosseno e Tangente. O mais interessante é que eles falaram com uma naturalidade, ou seja, pude entender como se os conceitos estivessem "frescos" em seus pensamentos.

Os participantes comentaram que algumas respostas mudaram após poderem realizar a atividade e analisá-la, conversamos e chegamos a afirmação de que ao apenas ler as atividades temos uma visão de professor e quando realizamos os passo-a-passo entramos na perspectiva de alunos. Serão duas análises com duas perspectivas.

### **4ª - Interpretações referente às figuras apresentadas.**

Nesta última seção da pesquisa foi feita uma apresentação de algumas figuras. Durante a troca de ideias entre os participantes a seguinte afirmação veio à tona "saber a tabela é como saber tabuada, você a utiliza para resolver questões, mas não sabe necessariamente o que seriam estes valores". Tal afirmação me marcou bastante, afinal decorar tabuada não indica que uma criança sabe multiplicar, mas sim que ela consegue decorar padrões.

### **Apêndice E - Diário 2º encontro (2º implementação - 26/04/2023)**

Neste encontro a temática seria outra, não focando apenas em trigonometria, mas sim em funções trigonométricas e números complexos. Ao começar a aula, Vinicius se apresentou para os alunos e comentamos sobre o diário referente a atividade anterior, neste dia quando começamos a falar sobre funções trigonométricas a resposta mais comum foi "Gráficos e comportamento de funções" e ao falarmos de números complexos o silêncio reinou. Começamos a atividade a princípio foi solicitado suas opiniões e sugestões referentes ao encontro anterior e até sugeriram utilizar um *Datashow* para projetar o *GeoGebra*. Vinicius logo pegou o *Datashow* que estava guardado em algum local da estante, instalamos depois de tentar entender como funcionava. Nesta SA as questões não eram muito difíceis, mas sim uma junção de vários conceitos que nem sempre estes conceitos possuem essas relações bem evidentes.

Confesso que até eu fiquei com um pouco de dificuldade de lembrar completamente sobre a SA, mas como o foco não era resolver a SA em si, mas sim discutir sobre como trazer para seus futuros alunos tal assunto. Após eu relembrar alguns conceitos para os participantes logo lembraram como fazer as questões e então solicitei em primeiro momento realizar a atividade no *GeoGebra* após fazer no quadro/papel.

Ao avançar para multiplicação e divisão de números complexos eu inverti a ordem, solicitei que fizessem primeiro no *GeoGebra* para depois conversarmos sobre a resolução algébrica. Expliquei o motivo após expor no quadro da sala como fazer multiplicação de números complexos, os participantes comentaram que fazer a atividade no *GeoGebra* é interessante para mostrar que nem tudo é "assustador" como a forma algébrica nos mostra. Ou seja, todos concordaram que é muito importante saber resolver questões, mas que também é importante entender o que acontece geometricamente como o *GeoGebra* nos proporciona.