

**UFRRJ**  
**INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM**  
**MODELAGEM MATEMÁTICA E COMPUTACIONAL**

**DISSERTAÇÃO**

**COMBINANDO PREVISÕES DO CONSUMO DE**  
**ENERGIA ELÉTRICA DO SETOR INDUSTRIAL**  
**BRASILEIRO POR MODELOS DE SÉRIES**  
**TEMPORAIS E DE REDES NEURAIS**

**Rafael Santos de Oliveira**

**2024**



**UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO  
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MODELAGEM  
MATEMÁTICA E COMPUTACIONAL**

**COMBINANDO PREVISÕES DO CONSUMO DE ENERGIA ELÉTRICA  
DO SETOR INDUSTRIAL BRASILEIRO POR MODELOS DE SÉRIES  
TEMPORAIS E DE REDES NEURAIS**

**RAFAEL SANTOS DE OLIVEIRA**

*Sob orientação de*  
**Felipe Leite Coelho da Silva**

*e co-orientação de*  
**Josiane da Silva Cordeiro Coelho**

Dissertação submetida como requisito parcial para obtenção do grau de **Mestre** no Programa de Pós-Graduação em Modelagem Matemática e Computacional, Área de Concentração em Modelagem Matemática e Computacional.

Seropédica, RJ, Brasil  
Setembro de 2024

Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro  
Biblioteca Central / Seção de Processamento Técnico

Ficha catalográfica elaborada  
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

O48c      Oliveira , Rafael Santos de, 1996-  
            Combinando Previsões do Consumo de Energia  
Elétrica do Setor Industrial Brasileiro por Modelos  
de Séries Temporais e de Redes Neurais / Rafael  
Santos de Oliveira . - Rio de Janeiro, 2024.  
            84 f.

            Orientador: Felipe Leite Coelho.  
            Coorientadora: Josiane Da Silva Cordeiro.  
            Dissertação(Mestrado). -- Universidade Federal  
Rural do Rio de Janeiro, PPGMMC/Modelagem Matemática  
e Computacional , 2024.

            1. Previsão. 2. Séries Temporais Multivariadas. 3.  
Energia Elétrica. I. Coelho, Felipe Leite, 1981-,  
orient. II. Cordeiro, Josiane Da Silva, 1985-,  
coorient. III Universidade Federal Rural do Rio de  
Janeiro. PPGMMC/Modelagem Matemática e Computacional  
. IV. Título.



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO

INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MODELAGEM MATEMÁTICA E COMPUTACIONAL



Seropédica-RJ, 25 de setembro de 2024.

## Rafael Santos de Oliveira

Dissertação submetida como requisito parcial para a obtenção de grau de **Mestre**, no Programa de Pós-Graduação em Modelagem Matemática e Computacional (PPGMMC), área de Concentração em Modelagem Matemática e Computacional.

DISSERTAÇÃO APROVADA EM 25/09/2024

Felipe Leite Coelho da Silva Drº UFRRJ (Orientador, Presidente da Banca)

Edilson Marcelino Silva Drº UFRRJ (membro interno)

William Lima Leão Drº UFRJ (Externo à Instituição)



*ATA Nº ata/2024 - ICE (12.28.01.23)*

*(Nº do Documento: 5263)*

*(Nº do Protocolo: NÃO PROTOCOLADO)*

*(Assinado digitalmente em 07/11/2024 18:00 )*

**EDILSON MARCELINO SILVA**  
PROFESSOR DO MAGISTERIO SUPERIOR  
DeptM (12.28.01.00.00.63)  
Matrícula: ###459#9

*(Assinado digitalmente em 13/11/2024 08:06 )*

**FELIPE LEITE COELHO DA SILVA**  
PROFESSOR DO MAGISTERIO SUPERIOR  
DeptM (12.28.01.00.00.63)  
Matrícula: ###398#2

*(Assinado digitalmente em 25/11/2024 15:30 )*

**WILLIAM LIMA LEÃO**  
ASSINANTE EXTERNO  
CPF: ###.###.797-##

Visualize o documento original em <https://sipac.ufrrj.br/documentos/> informando seu número: **5263**, ano: **2024**,  
tipo: **ATA**, data de emissão: **07/11/2024** e o código de verificação: **2a3def690c**

## Agradecimentos

À minha família por ter me apoiado. Embora tenha passado a maior parte de minha pós-graduação distante, sem o apoio e estímulo deles, eu creio que não chegaria até aqui. Em especial, agradeço a minha irmã, minha namorada, meus amigos e meu sobrinho que sempre estiveram ao meu lado me apoiando e me incentivando a realizar os meus sonhos. Agradeço também a minha mãe e ao meu pai que certamente estão lá de cima me olhando e acompanhando toda essa minha trajetória. Aos meus amigos do quarto M2-213 que me acolheram no momento que eu mais precisei. Ao Marlon que até hoje é meu melhor amigo acadêmico, das festas e das vezes que resenhamos no quarto. Um agradecimento carinhoso também a minha namorada/esposa Nathalia que sempre me apoia em todas as decisões que eu tomo, que soma comigo todos os dias e que passou e tem passado por grandes desafios ao meu lado. Ao Flávio, Júlio, Matheus, João, Gustavo e tantos outros que fizeram e fazem parte desta minha trajetória dentro da Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro.

Ao professor Felipe Coelho, meu orientador, por estar sempre me ajudando sempre que possível e me aconselhando a todo momento. A professora Josiane Cordeiro, minha co-orientadora, professora e acima de tudo uma boa conselheira. Por ter estado ao meu lado me ajudando, motivando e sendo uma boa amiga e um bom exemplo.

Agradeço também a Fundação Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo suporte financeiro para a confecção deste trabalho. À todos meus alunos, sejam eles de monitoria, tutoria ou aulas. Vocês me ensinaram muito.

À todos que me ajudaram direta ou indiretamente no caminho desta formação, à todos vocês, meu muito obrigado.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

This study was financed in part by the Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Finance Code 001.

*"Uma mente que se abre a uma nova  
ideia jamais volta ao seu tamanho  
original."Albert Einstein*

SANTOS DE OLIVEIRA, Rafael. **Combinando Previsões do Consumo de Energia Elétrica do Setor Industrial Brasileiro por Modelos de Séries Temporais e de Redes Neurais**. 2024. 84f. Dissertação (Mestrado em Modelagem Matemática e Computacional). Instituto de Ciências Exatas, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, RJ, 2024.

O setor industrial é o maior consumidor de energia elétrica no Brasil, tornando o planejamento energético fundamental para seu desenvolvimento. Neste contexto, a previsão e análise do consumo de energia elétrica podem contribuir para tomada de decisões relacionadas aos investimentos no setor industrial. Este trabalho tem como objetivo avaliar a capacidade preditiva dos modelos univariados Holt-Winters, SARIMA e de regressão dinâmica com as variáveis regressoras do PIB (Produto Interno Bruto) e do IPI (Imposto Sobre Produtos Industrializados), multivariado VAR (Vetores Autorregressivos) e de redes neurais autorregressivas (NNAR) e perceptron multicamadas (MLP) com variável regressora do PIB para prever o consumo de energia elétrica no setor industrial brasileiro. Além disso, foram realizadas combinações entre os modelos de previsão utilizados. Os resultados mostraram que o modelo MLP apresentou a melhor capacidade de ajuste para todos os cenários. Com relação a capacidade preditiva de cada modelo para cada cenário, o modelo de regressão dinâmica foi o mais eficiente para a previsão do primeiro cenário, o modelo com a configuração 2 (média aritmética dos modelos NNAR e Holt-Winters) foi o que obteve a melhor acuracidade no segundo cenário, o modelo Holt-Winters apresentou a melhor capacidade preditiva no terceiro cenário e para o último cenário o modelo NNAR foi o que obteve a melhor capacidade preditiva. Para verificar qual modelo apresentou melhor capacidade preditiva dentre o grupo de modelos propostos, foi utilizada a média aritmética simples entre os quatro cenários e o modelo que obteve, em média, a melhor acuracidade foi o modelo Holt-Winters. Além disto, foi investigado as inter-relações e causalidades entre as variáveis do IPI e do consumo de energia industrial.

**Palavras-chave:** Previsão, Séries Temporais Multivariadas, Energia Elétrica.



## ABSTRACT

SANTOS DE OLIVEIRA, Rafael. **Combining Forecasts of Electricity Consumption in the Brazilian Industrial Sector by Time Series and Neural Network Models**. 2024. 84p. Dissertation (Master in Mathematical and Computational Modeling). Instituto de Ciências Exatas, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, RJ, 2024.

The industrial sector is the largest consumer of electricity in Brazil, making energy planning essential for its development. In this context, forecasting and analyzing electricity consumption can contribute to decision-making related to investments in the industrial sector. This work aims to evaluate the predictive capacity of the univariate Holt-Winters, SARIMA and dynamic regression models with the regressor variables of GDP (Domestic Product Gross) and IPI (Tax on Industrialized Products), multivariate VAR (Autoregressive Vectors) and autoregressive neural networks (NNAR) and perceptron multilayer (MLP) with a GDP regressor variable to predict electricity consumption in the Brazilian industrial sector. Furthermore, combinations were made between the forecast models used. The results showed that the MLP model presented the best adjustment capacity for all scenarios. Regarding the predictive capacity of each model for each scenario, the dynamic regression model was the most efficient for predicting the first scenario, the model with configuration 2 (arithmetic mean of the NNAR and Holt-Winters models) was the one that obtained the better accuracy in the second scenario, the Holt-Winters model presented the best predictive capacity in the third scenario and for the last scenario the NNAR model had the best predictive capacity. To verify which model presented the best predictive capacity among the group of proposed models, the simple arithmetic average between the four scenarios was used and the model that obtained, on average, the best accuracy was the Holt-Winters model. Furthermore, the interrelationships and causalities between the IPI variables and industrial energy consumption were investigated.

**Keywords:** Forecast, Multivariate Time Series, Electrical Energy.

<b>1 INTRODUÇÃO .....</b>	<b>1</b>
<b>1.1 Motivação .....</b>	<b>2</b>
<b>1.2 Objetivos .....</b>	<b>3</b>
<b>1.3 Organização da Dissertação .....</b>	<b>4</b>
<b>2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....</b>	<b>5</b>
<b>3 REVISÃO TEÓRICA .....</b>	<b>12</b>
<b>3.1 Análise de Séries Temporais .....</b>	<b>12</b>
3.1.1 Estacionaridade .....	13
3.1.2 Transformações .....	14
<b>3.2 Critérios de Informação .....</b>	<b>14</b>
<b>3.3 Métricas de Ajuste .....</b>	<b>15</b>
<b>3.4 Modelos de Holt-Winters .....</b>	<b>15</b>
<b>3.5 Modelos Autorregressivos Integrado a de Médias Móveis .....</b>	<b>17</b>
3.5.1 Função de Autocorrelação .....	18
3.5.2 Função de Autocorrelação Parcial .....	18
3.5.3 Modelo Autorregressivo .....	19
3.5.3.1 Comportamento teórico da Função de Autocorrelação e da Função de Autocorrelação Parcial do Modelo Autorregressivo .....	19
3.5.4 Modelo de Médias Móveis .....	21
3.5.4.1 Comportamento teórico da Função de Autocorrelação e da Função de Autocorrelação Parcial do Modelo de Médias Móveis .....	21
3.5.5 Modelo Autorregressivo e de Médias Móveis .....	21
3.5.6 Modelo Autorregressivo Integrado de Médias Móveis não Sazonal .....	21
3.5.7 Modelo Autorregressivo Integrado de Médias Móveis Sazonal .....	22
3.5.8 Estimação de Parâmetros .....	22
<b>3.6 Modelos de Regressão Dinâmica .....</b>	<b>23</b>
<b>3.7 Teste de Raiz Unitária .....</b>	<b>24</b>
<b>3.8 Modelos Autorregressivos Vetoriais .....</b>	<b>25</b>
3.8.1 Identificação .....	25
3.8.2 Estimação .....	25
3.8.3 Teste Ljung-Box para Autocorrelação .....	26

3.8.4	Previsão .....	26
3.8.5	Causalidade de Granger .....	27
3.8.6	Função Impulso Resposta .....	28
3.8.7	Função Impulso Resposta Ortogonalizada .....	28
3.8.8	Decomposição da Variância do Erro de Previsão .....	29
<b>3.9</b>	<b>Redes Neurais Artificiais .....</b>	<b>30</b>
3.9.1	Arquitetura das Redes Neurais .....	30
3.9.2	Modelo para uma Rede <i>Feedforward</i> .....	30
3.9.3	Modelo Redes Neurais Autorregressiva (NNAR - <i>Neural Network Autorregressive</i> ) .....	31
3.9.4	Modelo Perceptron Multicamadas ( <i>Multilayer Perceptron</i> ) .....	32
<b>3.10</b>	<b>Combinação de Previsões .....</b>	<b>32</b>
<b>4</b>	<b>MATERIAIS E MÉTODOS .....</b>	<b>34</b>
<b>4.1</b>	<b>Materiais .....</b>	<b>34</b>
<b>4.2</b>	<b>Metodologia .....</b>	<b>34</b>
<b>5</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÕES .....</b>	<b>37</b>
<b>5.1</b>	<b>Análise Exploratória de dados .....</b>	<b>37</b>
5.1.1	Consumo de energia elétrica do setor industrial no Brasil .....	37
5.1.2	PIB industrial no Brasil .....	41
5.1.3	Imposto Sobre Produtos Industrializados no Brasil .....	44
<b>5.2</b>	<b>Verificação da Estacionariedade .....</b>	<b>48</b>
<b>5.3</b>	<b>Ajuste e previsão através do modelo de Holt-Winters .....</b>	<b>50</b>
<b>5.4</b>	<b>Ajuste e previsão através do modelo Autorregressivo Integrado de Médias Móveis Sazonal .....</b>	<b>51</b>
<b>5.5</b>	<b>Ajuste e previsão através do modelo de Regressão Dinâmica .....</b>	<b>56</b>
<b>5.6</b>	<b>Ajuste e previsão através do modelo Vetorial Autorregressivo .....</b>	<b>58</b>
5.6.1	Adequabilidade do Modelo Vetor Autorregressivo .....	58
5.6.2	Análise da Função Impulso Resposta .....	59
5.6.3	Causalidade de Granger .....	61
5.6.4	Decomposição da Proporção da Variância do Erro de Previsão .....	61
5.6.4.1	Decomposição da Proporção da Variância do Erro de Previsão para o Consumo de Energia Elétrica Industrial .....	61
5.6.4.2	Decomposição da Proporção da Variância do Erro de Previsão para o IPI ..	61
5.6.5	Investigando o ajuste e previsão do modelo VAR(5) .....	62
<b>5.7</b>	<b>Ajuste e previsão através do modelo de Redes Neurais Autorregressiva .....</b>	<b>64</b>
<b>5.8</b>	<b>Ajuste e previsão através do modelo <i>Multilayer Perceptron</i> .....</b>	<b>65</b>
<b>5.9</b>	<b>Combinação dos Modelos de Previsão .....</b>	<b>67</b>
<b>5.10</b>	<b>Comparação entre os modelos .....</b>	<b>68</b>
5.10.1	Comparação da capacidade preditiva dos modelos para o ano de 2020 .....	68
5.10.2	Comparação da capacidade preditiva dos modelos para o ano de 2021 .....	69
5.10.3	Comparação da capacidade preditiva dos modelos para o ano de 2022 .....	70
5.10.4	Comparação da capacidade preditiva dos modelos para o ano de 2023 .....	70
5.10.5	Comparação entre as médias da capacidade preditiva dos modelos .....	71
<b>5.11</b>	<b>Previsão .....</b>	<b>71</b>
5.11.1	Previsão para o ano de 2020 .....	71

5.11.2	Previsão para o ano de 2021 .....	72
5.11.3	Previsão para o ano de 2022 .....	73
5.11.4	Previsão para o ano de 2023 .....	74
<b>6</b>	<b>CONCLUSÕES .....</b>	<b>76</b>
<b>7</b>	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</b>	<b>78</b>

## Lista de Figuras

Figura 3.1 – Função de autocorrelação. ....	20
Figura 3.2 – Função de autocorrelação parcial.....	20
Figura 3.3 – Diagrama de uma rede neural. ....	31
Figura 4.1 – Fluxograma com os passos da metodologia.....	35
Figura 5.1 – Série temporal do consumo de energia elétrica industrial trimestral.....	38
Figura 5.2 – Decomposição da série temporal do consumo de eletricidade industrial do Brasil. ....	38
Figura 5.3 – Consumo de eletricidade industrial do Brasil separado por anos e trimestres.	39
Figura 5.4 – Boxplot múltiplo da série temporal do consumo de eletricidade industrial do Brasil em trimestres.....	39
Figura 5.5 – <i>Boxplot</i> múltiplo da série temporal do consumo de eletricidade industrial do Brasil anual.....	40
Figura 5.6 – Série temporal do PIB industrial Brasileiro trimestral.....	41
Figura 5.7 – Decomposição da série temporal do consumo de eletricidade industrial do Brasil. ....	42
Figura 5.8 – PIB industrial do Brasil separado por anos e trimestres. ....	42
Figura 5.9 – Boxplot múltiplo da série temporal do PIB industrial do Brasil em trimestres.	43
Figura 5.10 – <i>Boxplot</i> múltiplo da série temporal do consumo do PIB industrial do Brasil anual.....	44
Figura 5.11 – Série temporal do imposto sobre produtos industrializados no Brasil trimestral.....	45
Figura 5.12 – Decomposição da série temporal do imposto sobre produtos industrializados no Brasil.....	45
Figura 5.13 – Imposto sobre produtos industrializados do Brasil separado por anos e trimestres. ....	46
Figura 5.14 – Boxplot múltiplo da série temporal do imposto sobre produtos industrializados no Brasil em trimestres. ....	46
Figura 5.15 – <i>Boxplot</i> múltiplo da série temporal do IPI industrial do Brasil anual. ....	47
Figura 5.16 – Gráfico (a): Série temporal do consumo energético industrial brasileiro com o modelo Holt-Winters ajustado. Gráfico (b): Previsão do modelo Holt-Winters com os dados observados. ....	51

Figura 5.17 – Painel superior: Série temporal do consumo energético industrial brasileiro. Paineis inferiores: Gráficos da FAC e FACP da série temporal do consumo energético industrial brasileiro. ....	52
Figura 5.18 – Painel superior: Série temporal do consumo energético industrial brasileiro com a transformação logarítmica e uma diferença simples. Paineis inferiores: Gráficos da FAC e FACP da série temporal do consumo energético industrial brasileiro. ....	53
Figura 5.19 – Painel superior: Série temporal do consumo energético industrial brasileiro com a transformação logarítmica, uma diferença simples e uma diferença sazonal. Paineis inferiores: Gráficos da FAC e FACP da série temporal do consumo energético industrial brasileiro. ...	53
Figura 5.20 – Painel superior: Série temporal do consumo energético industrial brasileiro estacionária. Paineis inferiores: Gráfico da autocorrelação e da normalidade dos resíduos do modelo $ARIMA(0, 1, 0) \times (0, 1, 1)_4$ . ....	55
Figura 5.21 – Gráfico (a): Série temporal do consumo energético industrial brasileiro com o modelo SARIMA ajustado. Gráfico (b): Previsões do modelo SARIMA com os dados observados. ....	56
Figura 5.22 – Painel superior: Série temporal do consumo energético industrial brasileiro estacionária. Paineis inferiores: Gráfico da autocorrelação e da normalidade dos resíduos do modelo de regressão com $ARIMA(0, 1, 2)$ . ....	57
Figura 5.23 – Gráfico (a): Série temporal do consumo energético industrial brasileiro com o modelo de regressão dinâmica ajustado. Gráfico (b): Previsões do modelo de regressão dinâmica com os dados observados. ....	58
Figura 5.24 – Gráfico da função impulso resposta com choques na variável do consumo de energia elétrica industrial. ....	60
Figura 5.25 – Gráfico da função impulso resposta com choques na variável do imposto sobre produtos industrializados. ....	60
Figura 5.26 – Decomposição de Variância do modelo $VAR(5)$ . ....	62
Figura 5.27 – Decomposição de Variância do modelo $VAR(5)$ . ....	62
Figura 5.28 – Gráfico (a): Série temporal do consumo energético industrial brasileiro com o modelo $VAR(5)$ ajustado. Gráfico (b): Previsões do modelo $VAR(5)$ com os dados observados. ....	64
Figura 5.29 – Gráfico (a): Série temporal do consumo energético industrial brasileiro com o modelo NNAR ajustado. Gráfico (b): Previsões do modelo NNAR com os dados observados. ....	65
Figura 5.30 – Arquitetura da rede neural MLP ajustada. ....	66
Figura 5.31 – Gráfico (a): Série temporal do consumo energético industrial brasileiro com o modelo MLP ajustado. Gráfico (b): Previsões do modelo MLP com os dados observados. ....	67
Figura 5.32 – Gráfico da série temporal do consumo energético industrial brasileiro com as previsões para o ano de 2021 dos modelos Holt-Winters, Configuração (1, 2 e 3), Regressão Dinâmica e MLP. ....	72
Figura 5.33 – Gráfico da série temporal do consumo energético industrial brasileiro com as previsões para o ano de 2021 dos modelos Holt-Winters, Configuração (1, 2 e 3), Regressão Dinâmica e MLP. ....	73
Figura 5.34 – Gráfico da série temporal do consumo energético industrial brasileiro com as previsões para o ano de 2022 dos modelos Holt-Winters, Configuração (1, 2 e 3), $VAR(5)$ e SARIMA. ....	74

Figura 5.35 – Gráfico da série temporal do consumo energético industrial brasileiro com as previsões para o ano de 2023 dos modelos Holt-Winters, Configuração (1, 2 e 3), VAR(5) e NNAR. .... 75

## Lista de Tabelas

Tabela 2.1 – Resumo dos estudos selecionados sobre previsão de consumo de energia elétrica no Brasil utilizando alguns modelos de séries temporais. ....	6
Tabela 2.2 – Resumo dos estudos selecionados sobre previsão de consumo de energia elétrica em outros países utilizando alguns modelos de séries temporais. ....	10
Tabela 4.1 – Conjuntos de treinamento e teste. ....	35
Tabela 5.1 – Tabela de medidas estatísticas anuais do consumo de energia da indústria de 2014 a 2023. ....	40
Tabela 5.2 – Tabela de medidas estatísticas anuais do PIB industrial de 2014 a 2023. ....	43
Tabela 5.3 – Tabela de medidas estatísticas anuais do IPI de 2014 a 2023. ....	47
Tabela 5.4 – Comparação entre os Valores-p dos testes de estacionaridade (Dickey-Fuller e Kwiatkowski) para cada série temporal. ....	48
Tabela 5.5 – Comparação entre os Valores-p dos testes de estacionaridade (Dickey-Fuller e Kwiatkowski) para cada série temporal e seus respectivos conjuntos de treino transformados pela função logarítmica. ....	49
Tabela 5.6 – Comparação entre os Valores-p dos testes de estacionaridade (Dickey-Fuller e Kwiatkowski) para cada série temporal e conjunto de treino transformados com a função logarítmica e uma diferença simples. ....	49
Tabela 5.7 – Resultado do ajuste do Modelo de Holt-Winters à série temporal do consumo trimestral de energia elétrica industrial no Brasil para o período de 1996 a 2022. ....	50
Tabela 5.8 – Desempenho do ajuste e de previsão do modelo Holt-Winters para os dados de consumo de eletricidade industrial do Brasil. ....	50
Tabela 5.9 – Tabela com os critérios de informação para a escolha do melhor modelo SARIMA para o ajuste dos dados entre os anos de 1996 até 2022. ....	54
Tabela 5.10 – Resultado do ajuste do Modelo $ARIMA(0, 1, 0) \times (0, 1, 1)_4$ ao consumo trimestral de energia elétrica industrial do Brasil para o período de 1996 a 2022. ....	54
Tabela 5.11 – Desempenho do ajuste e de previsão do modelo SARIMA para os dados de consumo de eletricidade industrial do Brasil. ....	55
Tabela 5.12 – Resultado do ajuste do Modelo de regressão com $ARIMA(0, 1, 2)$ nos erros ao consumo trimestral de energia elétrica industrial do Brasil. ....	56
Tabela 5.13 – Desempenho do ajuste e de previsão do modelo de Regressão Dinâmica para os dados de consumo de eletricidade industrial do Brasil. ....	57



Tabela 5.14 – Tabela com os autovalores para as matrizes associadas ao modelo VAR(5). .	58
Tabela 5.15 – Matriz de covariância entre as variáveis do consumo e IPI. ....	59
Tabela 5.16 – Matriz de correlação residual do modelo VAR(5). ....	59
Tabela 5.17 – Matriz simétrica encontrada através da decomposição de Cholesky. ....	59
Tabela 5.18 – Valores da decomposição da proporção da variância do erro de previsão para o consumo de energia elétrica industrial para o ano de 2023. ....	63
Tabela 5.19 – Valores da decomposição da proporção da variância do erro de previsão para o IPI para o ano de 2023. ....	63
Tabela 5.20 – Desempenho do ajuste e de previsão do modelo VAR(5) para os dados de consumo de eletricidade industrial do Brasil. ....	63
Tabela 5.21 – Desempenho de ajuste e previsão da abordagem com regressão para os dados de consumo de eletricidade industrial do Brasil usando o modelo de Redes Neurais Autorregressivas (NNAR). ....	65
Tabela 5.22 – Desempenho de ajuste e previsão das abordagens para os dados de consumo de eletricidade industrial do Brasil usando o modelo de Redes Neurais Multicamadas Perceptron (MLP). ....	66
Tabela 5.23 – Comparação entre a combinação das previsões dos modelos estudados através das métricas MAPE e RMSE. ....	68
Tabela 5.24 – Comparação entre as combinações das previsões e dos modelos ajustados através das métricas do MAPE e RMSE para o ano de 2020. ....	69
Tabela 5.25 – Comparação entre as combinações das previsões e dos modelos ajustados através das métricas do MAPE e RMSE para o ano de 2021. ....	69
Tabela 5.26 – Comparação entre as combinações das previsões e dos modelos ajustados através das métricas do MAPE e RMSE para o ano de 2022. ....	70
Tabela 5.27 – Comparação entre as combinações das previsões e dos modelos ajustados através das métricas do MAPE e RMSE para o ano de 2023. ....	70
Tabela 5.28 – Comparação entre as médias das combinações de previsões e dos modelos ajustados através das métricas do MAPE e RMSE. ....	71
Tabela 5.29 – Previsões do consumo de energia elétrica industrial trimestral brasileiro no período de 2020 de cada modelo comparado. ....	72
Tabela 5.30 – Previsões do consumo de energia elétrica industrial trimestral brasileiro no período de 2021 de cada modelo comparado. ....	73
Tabela 5.31 – Previsões do consumo de energia elétrica industrial trimestral brasileiro no período de 2022 de cada modelo comparado. ....	74
Tabela 5.32 – Previsões do consumo de energia elétrica industrial trimestral brasileiro no período de 2023 de cada modelo comparado. ....	75

## Lista de Abreviações e Siglas

ADF	Dickey Fuller aumentado
CI	Cointegradas
VAR	Vetores Autorregressivos
BVAR	Vetoriais Autorregressivos Bayesiano
PIB	Produto Interno Bruto
RMSE	Raiz do Erro Quadrático Médio
MSE	Erro Quadrático Médio
MAPE	Erro Médio Absoluto Percentual
AR	Auto-Regressivos ( <i>Autoregressive-Moving-Average</i> )
MA	Médias-Moveis ( <i>Moving Average</i> )
ARIMA	Auto-Regressivo integrado de Médias móveis ( <i>Autoregressive Integrated Moving Average</i> )
SARIMA	Auto-Regressivo Integrado de Médias Móveis com Sazonalidade ( <i>Seasonal Autoregressive Integrated Moving Average</i> )
AIC	Critério de Akaike ( <i>Akaike Information Criterion</i> )
AICc	Critério de Akaike Corrigido ( <i>Akaike Information Criterion Adjusted</i> )
BIC	Critério de Informação Bayesiana ( <i>Schwarz Bayesian Criterion</i> )
FAC	Função de Auto Correlação
FACP	Função de Auto-correlação Parcial
IPEA	Instituto de Pesquisa Estatística e Aplicada
STL	<i>Seasonal and Trend Decomposition using Loess</i>
MEE	Medidas de Eficiência Energética
MQ	Mínimos quadrados
MV	Máxima Verossimilhança
EMV	Estimador de Máxima Verossimilhança

## Lista de Símbolos

$\Sigma$	Somatório
$\int$	Integral
$\Delta$	Diferença
$\ln$	Logaritmo neperiano
$\nabla^2$	Operador Laplaciano
$\sigma^2$	Variância
$\mu$	Média
$\Delta$	Diferença Simples
$\sigma$	Desvio Padrão
$\Delta^s$	Diferença Sazonal
$E(Z_t)$	Esperança

O setor industrial brasileiro é o maior consumidor de energia elétrica da matriz energética dentre os setores industrial, comercial, residencial, rural e outros. O setor industrial foi responsável por aproximadamente 36% do consumo de energia elétrica no Brasil em 2022 (EPE, 2022). Esse setor é composto por indústrias de transformação e extrativa. O setor industrial é importante para o crescimento e desenvolvimento econômico de um país (HARAGUCHI et al., 2017).

As projeções e análise do consumo de energia elétrica são importantes para o planejamento de empresas de energia e países desenvolvidos ou em desenvolvimento (HAHN et al., 2009). A partir das projeções do consumo de energia elétrica de um país, região, indústria ou até mesmo de um setor da economia é possível implementar medidas que podem suavizar o aumento ou reduzir o nível do consumo de energia elétrica. Dentre as possíveis ações adotadas, temos as que são denominadas medidas de eficiência energética (MEEs) (SILVA et al., 2018).

Neste trabalho, propõem-se diferentes modelos univariados e multivariado de séries temporais a fim de prever o consumo de energia elétrica do setor industrial brasileiro. Neste contexto, foram comparados os modelos univariados de series temporais Autorregressivo Integrado de Médias Móveis Sazonal (SARIMA), de suavização exponencial de Holt-Winters (HW), de regressão dinâmica, de redes neurais artificiais autorregressivas (NNAR) e de múltiplas camadas (MLP), e o modelo multivariado autorregressivo vetorial (VAR). Além disso, foi realizada uma combinação entre os diferentes modelos propostos para obtenção das projeções. Foram utilizadas as variáveis do consumo de energia elétrica, o Produto Interno Bruto Brasileiro (PIB) e Imposto Sobre Produtos Industrializados (IPI) do setor industrial brasileiro. Esses modelos foram comparados utilizando através das métricas do erro percentual absoluto médio (MAPE — do inglês *Mean Absolute Percentual Error*) e raiz do erro quadrático médio (RMSE — do inglês, *Root Mean Squared Error*) e a comparação é feita observando-se qual modelo apresentou o menor valor através da métrica do RMSE e através da métrica do MAPE.

Os modelos de suavização exponencial são amplamente utilizados em análise de séries temporais para obter previsões com base em padrões históricos de dados. Na literatura, há diferentes variações dos modelos de suavização exponencial (HYNDMAN et al., 2011). Neste trabalho, foi adotado o modelo de suavização exponencial sazonal de Holt-Winters, pois é o mais indicado em séries que apresentam comportamento sazonal.

O modelo Autorregressivo Integrado de Médias Móveis Sazonal (SARIMA) é uma extensão da classe do modelo Autorregressivo Integrado de Médias Móveis (ARIMA) que leva em consideração a sazonalidade em séries temporais que foi proposto por Box et al. (2015).

O modelo de regressão dinâmica (PANKRATZ, 1991) considera mudanças ao longo do

tempo nas relações entre variáveis independentes e dependentes. Em contraste com modelos de regressão tradicionais, que assumem que as relações são constantes ao longo do tempo, os modelos de regressão dinâmica permitem que os coeficientes de regressão mudem em resposta às condições ou eventos temporais.

O modelo de Vetores Autorregressivos (VAR) é constituído por um sistemas de equações simultâneas que buscam descrever conjuntamente o comportamento dinâmico de séries temporais ao longo do tempo (TSAY, 2013). Essas equações incorporam as componentes autorregressivas e os valores defasados das séries temporais consideradas. O modelo VAR é uma extensão do modelo autorregressivo univariado proposto por Sims (1980).

As redes neurais artificiais foram propostas pela primeira vez por MCCULLOCH e PITTS (1943). Desde então, o uso de redes neurais nas mais diversas áreas do conhecimento vem sendo cada vez mais recorrente. O bom desempenho da metodologia tem sido observado nos mais diversos campos, inclusive nas previsões utilizando séries temporais (SILVA et al., 2022).

Quando faz-se a comparação entre esses tipos de modelos univariados e multivariado, o que determinará qual será o melhor modelo é o critério de parcimônia que é um princípio fundamental em ciência e estatística que sugere que, ao desenvolver modelos ou teorias, se deve optar pela simplicidade sempre que possível (AKAIKE, 1973; AKAIKE, 1974; SCHWARZ, 1978; HANNAN; QUINN, 1979) e as métricas de ajuste e previsão que também conhecidas como métricas de avaliação ou métricas de desempenho, que são medidas quantitativas usadas para avaliar o quão bem um modelo estatístico, um algoritmo de aprendizado de máquina ou qualquer método de previsão se ajusta aos dados de treinamento ou teste. Essas métricas fornecem uma maneira objetiva de avaliar a qualidade das previsões ou a capacidade de um modelo de se ajustar aos dados. A escolha das métricas de ajuste depende do tipo de problema que está sendo resolvido. Além disso, será introduzido o método de cenários para poder dar mais confiabilidade e credibilidade para as previsões apresentadas neste trabalho.

## 1.1 Motivação

Estudar o consumo de energia elétrica industrial é motivado por várias razões importantes, que têm impacto nas empresas, na economia, no meio ambiente e na sociedade em geral (LI, 2015). Seguem abaixo algumas das principais motivações para estudar o consumo de energia elétrica industrial:

1. **Eficiência Energética:** Compreender o consumo de energia elétrica em instalações industriais permite identificar oportunidades de melhoria na eficiência energética. Reduzir o consumo de energia pode levar a economias substanciais de custos operacionais e tornar as empresas mais competitivas.
2. **Sustentabilidade Ambiental:** O setor industrial é um dos principais consumidores de energia e emissores de gases de efeito estufa. Estudar o consumo de energia industrial ajuda a avaliar o impacto ambiental das operações industriais e a desenvolver estratégias para reduzir as emissões de carbono.
3. **Atendimento a Normas e Regulamentações:** Muitos países têm regulamentações rigorosas relacionadas ao consumo de energia e às emissões de poluentes industriais. Estudar o consumo de energia elétrica ajuda as empresas a cumprir essas normas e evitar penalidades.

4. **Redução de Custos:** Monitorar e otimizar o consumo de energia elétrica industrial pode resultar em reduções significativas nos custos de energia. Isso é especialmente relevante em momentos de aumento dos preços da energia.
5. **Conformidade com Metas de Sustentabilidade:** Muitas empresas estabelecem metas de sustentabilidade e responsabilidade social corporativa que incluem reduções específicas no consumo de energia e nas emissões. O estudo do consumo de energia ajuda a alcançar essas metas.
6. **Gestão de Riscos Energéticos:** Flutuações nos preços da energia e interrupções no fornecimento podem representar riscos significativos para as operações industriais. Estudar o consumo de energia ajuda a gerenciar esses riscos e a desenvolver estratégias de mitigação.
7. **Inovação Tecnológica:** A pesquisa sobre consumo de energia elétrica industrial impulsiona a inovação em tecnologias e sistemas de gerenciamento de energia. Isso pode levar ao desenvolvimento de soluções mais eficientes e sustentáveis.
8. **Emprego de Energias Renováveis:** Compreender o consumo de energia ajuda as empresas a determinar a viabilidade de adotar fontes de energia renovável, como solar, eólica ou biomassa, como parte de sua matriz energética.
9. **Compreensão do Comportamento do Consumidor:** Estudar o consumo de energia elétrica industrial também envolve entender o comportamento dos consumidores e os fatores que afetam suas decisões de consumo. Isso é relevante para empresas que desejam prever e influenciar o comportamento dos consumidores.
10. **Resiliência e Continuidade dos Negócios:** Ter *insights* sobre o consumo de energia ajuda as empresas a desenvolver planos de continuidade de negócios em caso de interrupções no fornecimento de energia, garantindo a resiliência operacional.

## 1.2 Objetivos

O objetivo deste trabalho é realizar a previsão do consumo de energia elétrica industrial do Brasil com o auxílio e com as inter-relações das séries temporais do PIB industrial e o imposto sobre produtos industrializados brasileiro. Como objetivos específicos, pretende-se:

1. Investigar o comportamento das séries temporais;
2. Ajustar os modelos de séries temporais univariados, multivariados e de redes neurais aos dados considerados;
3. Estudar as inter-relações entre as variáveis;
4. Obter a previsão do consumo de energia elétrica industrial por modelos univariados de séries temporais e comparar com os modelos multivariados e de redes neurais;
5. Utilizar métricas para avaliar o desempenho dos modelos de previsão e ajuste.

### **1.3 Organização da Dissertação**

No capítulo 2, são apresentadas algumas bibliografias relacionadas ao trabalho. Neste capítulo, foi realizada uma revisão da literatura sobre as abordagens e modelos utilizados para a previsão do consumo de energia elétrica industrial. No capítulo 3 são apresentadas as revisões de alguns assuntos já difundidos na literatura e utilizados na construção da metodologia deste trabalho. O capítulo 4 aborda a metodologia utilizada no presente trabalho, mostrando como os assuntos revisados no capítulo 3 são utilizados para a construção desta metodologia. No capítulo 5, são apresentados os resultados da aplicação da metodologia proposta. No capítulo 6 são apresentadas as conclusões, e apontando os possíveis trabalhos futuros. E, finalmente, no capítulo 7 as referências bibliográficas que foram utilizadas para a construção deste trabalho.

## Revisão Bibliográfica

Neste capítulo, será realizada uma revisão de alguns estudos envolvendo os modelos usados para previsões de consumo de energia elétrica no Brasil e em outros países.

No Brasil tem-se desenvolvido vários estudos relacionados com a análise e previsão do consumo de energia elétrica. [Bastos et al. \(2015\)](#) utilizaram abordagem *bottom-up* para projeções do consumo de energia elétrica no setor comercial. [Silva et al. \(2019\)](#) adotaram uma abordagem *bottom-up* para a previsão do consumo de energia elétrica no setor industrial. [Macaíra et al. \(2020\)](#) adotou abordagem *bottom-up* para previsão de energia elétrica no setor residencial. [Meira et al. \(2023\)](#) desenvolveram uma metodologia de reconciliação de séries temporais hierárquicas e aplicaram aos dados de consumo de energia elétrica no Brasil. [Cabreira et al. \(2024\)](#) utilizou diferentes abordagens hierárquicas (*bottom-up*, *top-down* e combinação ótima) comparadas com o modelo híbrido para explicar o consumo de energia elétrica industrial.

A abordagem *bottom-up* vem sendo usada na análise de sistemas de energia desde 1980 ([FEYNMAN; VERNON, 1963](#); [GEROSKI, 2000](#)). [Herbst et al. \(2012\)](#) avaliaram a demanda e o fornecimento de energia futura utilizando modelos de energia *bottom-up* e *top-down*. Esse estudo ressaltou que um modelo energético *bottom-up* possui maior detalhamento tecnológico dos dados quando comparado a um modelo *top-down*. Também foi ressaltado que a abordagem híbrida desses modelos vem sendo empregada para realizar o planejamento de sistemas energéticos. Os trabalhos de [Silva et al. \(2018\)](#), [Bastos et al. \(2015\)](#), [Silva et al. \(2015\)](#), também, ressaltaram o detalhamento da estrutura dos dados utilizados na abordagem *bottom-up* devida a sua agregação na base hierárquica.

Os trabalhos de [Cabral et al. \(2017\)](#), [Velasquez et al. \(2022\)](#), [Luzia et al. \(2023\)](#), [Albuquerque et al. \(2022\)](#) e [Khan e Osińska \(2023\)](#) utilizaram como um dos modelos de previsão e comparação, o modelo ARIMA para explicar o comportamento e característica dos dados. Os autores(as) [Maçaira et al. \(2015\)](#), [Torrini et al. \(2016\)](#) e [Velasquez et al. \(2022\)](#) optaram por utilizar modelos de suavização exponencial, porém, cada autor(a) com uma metodologia diferente para tratar os seus respectivos dados. Ainda observando os estudos de contribuição para eficiência energética no Brasil, porém com os modelos *não-paramétricos*, temos os autores [Zuin et al. \(2023\)](#) que aplicou o modelo de aprendizagem de máquina que utiliza o sistema de árvores, [Luzia et al. \(2023\)](#) utilizou o modelo de redes neurais e [Albuquerque et al. \(2022\)](#) que aplicou o método de *Random Walk* e Lasso Lars.

A tabela 2.1 apresenta diferentes trabalhos utilizados para obter a projeção do consumo de energia elétrica no Brasil. As siglas referente a coluna das variáveis estão descritas no final da tabela.



Tabela 2.1 – Resumo dos estudos selecionados sobre previsão de consumo de energia elétrica no Brasil utilizando alguns modelos de séries temporais.

	Referência	País	Variáveis	Metodologia	Descobertas empíricas
1	Silva <i>et al.</i> (2015)	Brasil	CEEI	FORECAST	Este artigo apresentou uma análise, segundo cenários de difusão tecnológica, da projeção de longo prazo da demanda de energia elétrica do subsetor brasileiro de papel e celulose. Para esta análise foi utilizada uma abordagem do tipo <i>bottom-up</i> que permitiu avaliar o efeito de ações aos processos em seus resultados e no subsetor.
2	Bastos <i>et al.</i> (2015)	Brasil	CEEC	FORECAST-Tertiary	O artigo apresenta os primeiros resultados da modelagem <i>bottom-up</i> de longo prazo do consumo de eletricidade da classe comercial brasileira. O modelo <i>bottom-up</i> utilizado neste trabalho é o modelo FORECASTTerciário adaptado para o Brasil. Diferencia as cinco regiões do país, 8 subsetores do setor terciário e 14 serviços energéticos relacionados com edifícios e utilizadores finais. É mostrado que os resultados do modelo são muito mais conservadores do que os da previsão oficial
3	Maçaira <i>et al.</i> (2015)	Brasil	CEER	Suavização Exponencial de Pegel	Este artigo tem como objetivo modelar e prever o consumo de energia residencial brasileiro, até 2050, com técnicas de suavização exponencial de Pegel. Além das previsões com o melhor modelo da amostra, é realizado um procedimento de otimização dos hiperparâmetros do modelo para ajustar as projeções fornecidas pela Empresa de Pesquisa Energética (ERC).
4	Torrini <i>et al.</i> (2016)	Brasil	CEER CEEI e CEEC	Suavização Exponencial de Holt Lógica Fuzzy	Neste estudo para o modelo agregado, duas outras abordagens além do modelo fuzzy foram usados para comparações: um método Holt de dois parâmetros e as projeções oficiais do setor fornecidas pela EPE. Nesta comparação, os resultados para os modelos fuzzy se ajustaram muito melhor.
5	Cabral <i>et al.</i> (2017)	Brasil	CREE	ARIMASp e ARIMA	Este artigo propõe um método alternativo para aplicação do teste I de Moran em análises exploratórias de autocorrelação espacial. Uma aplicação deste novo método encontrou evidências de que o consumo regional de eletricidade no Brasil é espacialmente dependente, apresentando um padrão espacial de dissimilaridade entre as regiões.

	Referência	País	Variáveis	Metodologia	Descobertas empíricas
6	Silva <i>et al.</i> (2018)	Brasil	CEEI	FORECAST	Neste artigo, foi proposta uma abordagem <i>bottom-up</i> para modelar a previsão de longo prazo do consumo de eletricidade de um determinado setor industrial brasileiro (papel e celulose) até 2050. Essa modelagem considerou o efeito de um pacote de medidas de eficiência energética que foram definidas.
7	Silva <i>et al.</i> (2019)	Brasil	CEEI	Modelos Lineares Hierárquicos Inferência Bayesiana	Neste artigo é proposta uma metodologia que combina a abordagem <i>bottom-up</i> com modelos lineares hierárquicos para previsão do consumo de eletricidade a longo prazo de um determinado setor industrial considerando cenários de eficiência energética. Além disso, a inferência Bayesiana é utilizada para estimação dos parâmetros do modelo.
8	Cabral <i>et al.</i> (2020)	Brasil	CEER	MDED DDP SAC-AR(p)	Neste artigo, foi comparado três modelos para estimar elasticidades e prever a demanda por eletricidade residencial no Brasil. O Modelo Dinâmico Espacial Durbin apresentou o melhor ajuste, com resultados que confirmam a necessidade de considerar a dependência espacial nas regiões brasileiras.
9	Maçaira <i>et al.</i> (2021)	Brasil	CEER	Abordagem <i>bottom-up</i>	Foi utilizada a abordagem <i>bottom-up</i> para estimar o consumo de eletricidade no longo prazo que considera três cenários impulsionados pela tecnologia. Os resultados mostram um aumento do consumo residencial de energia elétrica devido ao aumento da taxa de posse de eletrodomésticos, especialmente ar condicionado, bem como ao aumento do número de domicílios.
10	Sepulveda <i>et al.</i> (2021)	Brasil	CEEDC	OGBR OGBR-PSO	O desempenho da previsão do consumo de energia foi melhorado com a utilização do OGBR e este desempenho foi melhor que a sua versão não modificada, em todas as métricas de validação.

	Referência	País	Variáveis	Metodologia	Descobertas empíricas
11	Albuquerque <i>et al.</i> (2022)	Brasil	CEE	Aprendizado de Máquina Random Walk ARIMA ARMA	Os resultados mostram os métodos de aprendizado de máquina, especialmente Random Forest e Lasso Lars, fornecem previsões mais precisas para todos os horizontes.
12	Silva <i>et al.</i> (2022)	Brasil	CEEI	Holt-Winters SARIMA Modelo Linear Dinâmico, TBATS Redes Neurais NNAR e MLP	Este estudo teve como objetivo aplicar modelos de previsão de séries temporais(abordagem estatística e abordagem de redes neurais artificiais) ao consumo de energia elétrica industrial no sistema brasileiro. Os resultados indicam que o modelo MLP foi o que obteve melhor desempenho de previsão
13	Velasquez <i>et al.</i> (2022)	Brasil	CSEE	Regressão com sazonalidade ARMA, ARIMA Suavização Exponencial	Os resultados indicam que a Regressão com Sazonalidade possui as melhores abordagens, e a combinação dos métodos de séries temporais ajuda a reduzir o erro das aproximações.
14	Zuin <i>et al.</i> (2023)	Brasil	CEE	Contrafactual DAR	Neste trabalho,os autores propuseram uma abordagem centrada em dados para modelagem de consumo contrafactual. Apresentaram também um método baseado no algoritmo DAR que permite que modelos baseados em árvores extrapolem além da distribuição de treinamento.
15	Luzia <i>et al.</i> (2023)	Brasil	CEE	ARIMA AFT e AWT Redes Neurais	Os resultados mostram que Redes Neurais Artificiais fornecem uma melhor abordagem para horizontes de curto prazo considerando qualquer frequência de tempo, ARIMA com Transformada de Fourier tem a melhor aproximação para a série temporal mensal e ambos os horizontes de tempo e ARIMA com Transformada Wavelet tem a melhor aproximação para médio-tempo.
16	Meira <i>et al.</i> (2023)	Brasil	CEE	Hierárquica Reconciliação	Este artigo introduziu uma abordagem de reconciliação baseada em resistência para melhorar a precisão das previsões de múltiplas séries temporais organizadas de acordo com uma estrutura hierárquica definida.

	Referência	País	Variáveis	Metodologia	Descobertas empíricas
17	Erick <i>et al.</i> (2023)	Brasil	CEEI	Abordagem Hierárquica de Reconciliação	Os ganhos médios gerados pela metodologia proposta, em termos de energia acumulada que pode ser “poupada” em todas as divisões do sistema energético, dadas previsões mais precisas, são superiores a 900.000 MWh para horizontes de previsão de três e quatro meses à frente.
18	Khan <i>et al.</i> (2023)	Brasil Índia	CEE	ARIMA GM, ONGBM NGBM-PSO	Os modelos são usados para calcular combinações de previsões, garantindo erros de previsão menores do que modelos únicos. A otimização do NGBM(1,1) usando dois algoritmos garante a maior eficiência de previsão para séries temporais curtas. Os resultados permitem recomendar a utilização dos modelos ONGBM(1,1) e NGBM(1,1)-PSO na previsão de curto prazo do consumo de energia e combinar essas previsões com as previsões do GM(1,1) e ARIMA (1,1,1) modelos em aplicações práticas.
19	Cabreira <i>et al.</i> (2024)	Brasil	CEEI	ARIMA Suavização Exponencial Hierarquia	Os resultados indicam que a bordagem híbrida proposta pode contribuir para a projeção e análise do consumo de energia elétrica do setor industrial no Brasil

**Abreviação das variáveis:** Consumo regional de energia elétrica (CREE); Consumo de energia elétrica comercial (CEEC); Consumo de energia elétrica industrial (CEEI); Consumo de energia elétrica residencial (CEER); Consumo de energia elétrica (CEE); Consumo de subsistemas de energia elétrica (CSEE); Consumo de energia elétrica dos consumidores (CEEDC); **Abreviação das metodologias:** Modelo de Médias Móveis Integrada Autorregressiva Espacial (ARIMASp); Modelo de Médias Móveis Integrada Autorregressiva (ARIMA); Modelo de previsão terciário (FORECAST-Tertiary); Modelo de Médias Móveis Integrada Autorregressiva com transformada de Fourier (AFT); Modelo de Médias Móveis Integrada Autorregressiva com transformada de Wavelet (AWT); Método não linear modelo cinza de Bernoulli (NGBM); Método otimizado não linear modelo cinza de Bernoulli (NGBM); Modelo cinza (GM); Método de Otimização por Enxame de Partículas não linear de modelo cinza de Bernoulli (NGBM-PSO); Modelo Dinâmico Espacial Durbin (SDM); Painel de dados dinâmicos (DDP); Erro espacial autoregressivo de atraso espacial com componente autoregressivo (SAC-AR (p)); Regressor de Boosting de Gradiente Otimizado por enxame de partículas (OGBR-PSO); Transformada trigonométrica Box-Cox, erros ARMA, tendência e componentes sazonais (TBATS).

Os trabalhos desenvolvidos por [Chang et al. \(2022\)](#), [Jin e Huang \(2023\)](#) e [Fleiter et al. \(2018\)](#), [Rehfeldt et al. \(2020b\)](#), [Rehfeldt et al. \(2020a\)](#), [Neuwirth et al. \(2022\)](#) são direcionados para países da Europa e Estados Unidos. Observa-se na tabela 2 que esses autores pesquisam bastante sobre fontes de

energia renováveis e eficiência energética, porém com uma abordagem diferente porque estão preocupados com os efeitos dos gases de efeito estufa que estão sendo lançados na atmosfera. Dessa maneira, ambos os autores propõem modelos que minimizam tais reduções danosas à atmosfera de forma que não perca a eficiência energética existente.

Tabela 2.2 – Resumo dos estudos selecionados sobre previsão de consumo de energia elétrica em outros países utilizando alguns modelos de séries temporais.

	Referência	País	Variáveis	Metodologia	Descobertas empíricas
1	Fleiter <i>et al.</i> (2018)	União Européia	SEBC	FORECAST	Este artigo sugere futuras direções de investigação para melhorar a contribuição que os modelos do setor industrial podem dar para apoiar a transição energética industrial.
2	Rehfeldt <i>et al.</i> (2018)	União Européia	SEBC	Análise Exploratória	Neste artigo conclui-se que 34% (184Mt) destas emissões poderiam ser evitadas de uma perspectiva técnica até 2030 com medidas de mudança de combustível para biomassa e electricidade.
3	Rehfeldt <i>et al.</i> (2020)	União Européia	GEE	FORECAST	Os resultados mostram que a combinação da mudança de combustível e da eficiência energética poderia alcançar reduções de emissões de 50% até 2030, em comparação com 1990, apenas combinada com uma pressão econômica considerável e apoio financeiro financeiro para processos de aquecimento baseados em eletricidade.
4	Neuwirth <i>et al.</i> (2022)	Alemanha	Hidrogênio	<i>Bottom-up Top-down</i>	Este estudo pressupõe que os combustíveis fósseis sejam quase completamente substituídos pelo hidrogênio para aquecimento de processos e matérias-primas. A procura de hidrogênio resultante está distribuída de forma muito desigual: alguns locais representam a maior parte do potencial global e, da mesma forma, a maior parte da procura está concentrada em algumas regiões com clusters siderúrgicos e químicos.

	Referência	País	Variáveis	Metodologia	Descobertas empíricas
5	Chang <i>et al.</i> (2022)	Bélgica EUA	CEE	FARSX	Os resultados da investigação revelam que o modelo FARSX com parâmetros variantes no tempo fornece previsões para o dia seguinte mais confiáveis do que vários modelos existentes.
6	Huang <i>et al.</i> (2023)	África do Sul	EER	NARDL	O resultado do estimador NARDL revela que o aumento da utilização de energia eléctrica renovável aumenta a LF no longo e curto prazo.

**Abreviação das variáveis:** Consumo de energia eléctrica (CEE); Energia eléctrica renovável (EER); Sistema energético de baixo carbono (SEBC); Gases de efeito estufa (GEE); **Abreviação das metodologias:** Modelo funcional autorregressivo com covariáveis funcionais estocásticas (FARSX); Atraso distribuído autoregressivo não-linear (NARDL); De baixo para cima (*Bottom-up*); De cima para baixo (*Top-down*). **Abreviação das descobertas empíricas:** Fator de capacidade de carga (LF);

Neste Capítulo foi apresentada uma perspectiva ampla de diferentes trabalhos usando uma gama diferenciada modelos e metodologias para a previsão do consumo de energia.

Na revisão de literatura não foi encontrado nenhum trabalho com análise comparativa entre os modelos séries temporais adotados neste trabalho.

## Revisão Teórica

### 3.1 Análise de Séries Temporais

Uma série temporal é uma sequência de observações feitas sequencialmente ao longo do tempo. A unidade de tempo de cada observação/medição de uma série temporal pode ser em minutos, diária, semanal, mensal, anual etc, podendo variar dependendo do fenômeno observado. As séries temporais estão abundantemente presentes em diversas áreas, como na economia, epidemiologia, medicina (eletrocardiograma), engenharia, ciências naturais (especialmente geofísica e meteorologia) e ciências sociais. Uma característica importante de uma série temporal é que, normalmente, as observações são dependentes. O fato das observações serem registradas em instantes distintos, sucessivos e serem dependentes entre si faz com que a análise de séries temporais se distinga das demais análises estatísticas. Conforme [Morettin e TOLOI \(2006\)](#), os modelos utilizados para descrever séries temporais são processos estocásticos, o que significa que são processos controlados por leis probabilísticas.

Ao trabalhar com séries temporais tem-se o interesse por analisar e modelar a dependência entre as observações. Os principais objetivos são:

1. investigar o mecanismo de geração da série temporal;
2. obter previsões de valores futuros;
3. descrever o comportamento da série temporal;
4. controle estatístico de processos, ou seja, uma medida de qualidade de um processo.

Considere uma série temporal constituída pelas seguintes observações  $\{Z_t, t = 1, 2, \dots, N\}$ . Uma série temporal pode ser decomposta em três componentes não-observáveis ([CLEVELAND et al., 1990](#)), como na equação abaixo:

$$Z_t = T_t + S_t + a_t. \quad (3.1)$$

onde  $T_t$  é a componente de tendência,  $S_t$  é a componente de sazonalidade e  $a_t$  é uma componente aleatória ou ruído, de média zero e variância constante  $\sigma^2$ . A componente de tendência pode ser interpretada como um aumento ou diminuição gradual das observações ao longo de um período. Por outro lado, a componente sazonal mostra as flutuações ocorridas em sub-períodos da série, a exemplo de uma série com um período anual, seus possíveis sub-períodos podem ser medidos mensalmente, trimestralmente ou diariamente.

A regra básica para análise de séries temporais é que precisamos encontrar modelos mais simples e parcimoniosos quanto possíveis ([MORETTIN; TOLOI, 2006](#)). O primeiro passo para realizar a análise de uma série temporal é avaliar graficamente a série ([MONTGOMERY et al., 2015](#)), buscando entender as variações durante o período de observações, se as mudanças ocorrem trimestralmente, mensalmente etc, e procedendo transformações se necessário ([KIRCHGASSNER et al., 2012](#)).

As séries temporais podem ser avaliadas de forma qualitativa ou quantitativa, sendo a forma quantitativa mais usual. Para utilizar a análise de séries temporais com aplicação de alguns modelos de previsão paramétricos, existem algumas suposições. Dentre elas, a de que o processo estocástico que gera os dados seja estacionário (MORETTIN, 2017). Devido a importância desse pressuposto o mesmo será detalhado no tópico a seguir.

### 3.1.1 Estacionariedade

Uma das suposições mais investigadas em séries temporais é a estacionariedade. Uma série pode ser estacionária por um período longo ou por períodos curtos mudando de nível e/ou inclinação.

A estacionariedade indica que a série se desenvolve no tempo aleatoriamente ao redor de uma média constante, todavia, na prática essa situação dificilmente é encontrada e a maioria das séries apresenta alguma “tendência” ou sazonalidade. A solução para séries não estacionárias é a transformação dos dados. Cabendo ressaltar que caso a sazonalidade esteja em determinado trimestre a transformação ocorre no mesmo trimestre do ano anterior e não no trimestre anterior (KIRCHGASSNER et al., 2012).

A transformação mais utilizada é a de “diferenças”, em que diferenças sucessivas são tomadas na série original até que a série se torne estacionária. No geral duas diferenças já são suficientes (MORETTIN; TOLOI, 2006). Quando a série não tem estacionariedade na média podemos modelar por meio de polinômios no tempo, modelos autoregressivos integrados e de médias móveis (ARIMA), e outros, já no caso de não estacionariedade na variância pode-se proceder com transformações dos dados, por exemplo a logarítmica, ou ainda optar por outras formas de modelar a variância (MORETTIN, 2017).

A série pode ser estacionária em períodos longos e curtos de tempo, além disso, existem algumas possibilidades quanto a estacionariedade: processos estacionários ou não estacionários, processos normais (Gaussianos) ou não-normais e processos Markovianos ou não Markovianos (MORETTIN; TOLOI, 2006). Outra forma de distinguir os tipos de estacionariedade é quando assumimos que a função de distribuição comum do processo estocástico não se altera com uma mudança de tempo, nesse caso o processo é dito estritamente estacionário, no entanto, na prática é complicado esse conceito, então assume-se apenas que a estacionariedade é fraca ou que é uma estacionariedade nos segundos momentos (KIRCHGASSNER et al., 2012).

**Definição 1.** (Processo estritamente estacionário) Uma série temporal é dita estritamente estacionária se a distribuição de probabilidade conjunta de  $Z_{(t_1)}, \dots, Z_{(t_n)}$  é a mesma de  $Z_{(t_1+\tau)}, \dots, Z_{(t_n+\tau)}$ . Ou seja, o deslocamento da origem dos tempos por uma quantidade  $\tau$  não tem efeito na distribuição conjunta que, portanto, depende apenas dos intervalos entre  $t_1, \dots, t_n$ .

Em particular, para  $n = 1$  a estacionariedade estrita implica que a distribuição de  $Z_t$  é a mesma para todo  $t$  de modo que a média  $\mu(t)$  e a variância  $\sigma^2(t)$  são constantes, isto é,

$$\mu(t) = \mu, \quad \sigma^2(t) = \sigma^2.$$

Esta primeira definição é, em geral, difícil de ser verificada na prática. Daí, surge a importância da definição abaixo.

**Definição 2.** (Processo estocástico fracamente estacionário) Um processo estocástico  $Z = \{Z_t, t \in T\}$  é fracamente estacionário ou estacionário de segunda ordem se, e somente se,

1.  $E\{Z_t\} = \mu(t) = \mu$ , constante, para todo  $t \in T$ ;
2.  $E\{Z_t^2\} < \infty$ , para todo  $t \in T$ ;
3.  $\gamma(t_1, t_2) = \text{cov}\{Z_{t_1}, Z_{t_2}\}$  é uma função de  $|t_1 - t_2|$  (defasagem).

Note que uma série que possui tendência é não estacionária, pois sua média muda ao longo do tempo.



### 3.1.2 Transformações

Muitas das técnicas da análise de séries temporais supõe que estas sejam estacionárias. Portanto, será necessário transformar os dados originais quando a série temporal não for estacionária. A transformação mais comum consiste em aplicar diferenças sucessivas da série temporal original, até se obter uma série estacionária.

Seja  $\Delta$  o **operador da diferença**, define-se a primeira diferença de  $Z(t) = Z_t$  por

$$\Delta Z(t) = Z(t) - Z(t-1), \quad (3.2)$$

a segunda diferença é dada por

$$\Delta^2 Z(t) = \Delta[\Delta Z(t)] = \Delta[Z(t) - Z(t-1)] = Z(t) - 2Z(t-1) + Z(t-2). \quad (3.3)$$

De modo geral, a  $n$ -ésima diferença de  $Z(t)$  é dada por

$$\Delta^n Z(t) = \Delta[\Delta^{n-1} Z(t)]. \quad (3.4)$$

Um operador que possui uma relação com o operador da diferença, é o **operador de retardo**  $B$  definido por

$$BZ(t) = Z(t-1), \quad (3.5)$$

e, de forma genérica

$$B^p Z(t) = Z(t-p). \quad (3.6)$$

Portanto, tem-se a seguinte relação

$$\Delta Z(t) = (1 - B)Z(t). \quad (3.7)$$

As transformações nos dados originais são utilizadas para estabilizar a variância e/ou tornar o efeito sazonal aditivo. Algumas séries temporais apresentam tendência e pode ocorrer um aumento da variância ao longo do tempo. Neste caso, uma transformação logarítmica pode ser adequada.

Para algumas séries temporais (por exemplo, séries econômicas e financeiras) poderá ser necessário aplicar à série original, alguma transformação não-linear antes, como a logarítmica ou, em geral, uma transformação de [Box e COX \(1964\)](#) dada por

$$Z_t^{(\lambda)} = \begin{cases} \frac{Z_t^\lambda - c}{\lambda}, & \text{se } \lambda \neq 0; \\ \log(Z_t), & \text{se } \lambda = 0. \end{cases} \quad (3.8)$$

em que os parâmetros  $\lambda$  e  $c$  devem ser estimados. O fenômeno de crescimento/decrescimento da variância ao longo do tempo é denominado de volatilidade na literatura de séries temporais e, pode ser tratado através de transformações nos dados originais, por exemplo, com uma transformação de Box-Cox, a fim de estabilizar a variância.

## 3.2 Critérios de Informação

Uma maneira de identificar a parcimônia de um modelo, consiste em ajustar sequencialmente a ordem dos modelos e testar a significância dos coeficientes ([MORETTIN, 2017](#)).

Outra maneira de identificar a ordem de um modelo é usar algum critério de informação e comparar entre esses critérios qual é o menor e selecionar o modelo cujo o valor for o menor possível. O critério de Akaike penaliza através da ordem do modelo, o critério de Akaike corrigido mostra que o viés pode ser eliminado adicionando outro termo de penalidade não estocástico ao AIC, o critério de Schwarz também leva em consideração o tamanho da amostra e o critério de Hannan-Quinn media os dois critérios citados anteriormente, levando em conta tanto o tamanho da amostra, quanto a ordem do modelo.

**Akaike:**

$$AIC(k) = -2\ln(L) + 2 \times k. \quad (3.9)$$

**Akaike Corrigido:**

$$AIC_c(k) = AIC(k) + \frac{2(k+1)(k+2)}{N-k-2}. \quad (3.10)$$

**Schwarz:**

$$BIC(k) = -2\ln(L) + k \times \ln(n). \quad (3.11)$$

**Hannan-Quinn:**

$$HQ(k) = -2\ln(L) + 2 \times k \times \ln(\ln(n)). \quad (3.12)$$

- $\ln(L)$  é o logaritmo natural da função de verossimilhança máxima do modelo.
- $k$  é o número de parâmetros estimados no modelo.
- $n$  é o tamanho da amostra.

### 3.3 Métricas de Ajuste

Para selecionar o modelo de previsão mais adequado foram utilizadas as métricas de raiz do erro quadrático médio (RMSE) e o erro médio absoluto percentual (MAPE). Segue as definições abaixo considerando  $N$  a quantidade de valores previstos,  $\hat{y}_i$  é o valor previsto e  $y_i$  é o valor observado ambos para o instante  $i$ :

1. O erro quadrático médio é definido por:

$$MSE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2. \quad (3.13)$$

2. A raiz do erro quadrático médio é definido por:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2}. \quad (3.14)$$

3. O erro médio absoluto percentual (MAPE) é definido por:

$$MAPE = 100 \times \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left| \frac{y_i - \hat{y}_i}{y_i} \right|. \quad (3.15)$$

Para sabermos qual modelo é o mais adequado através das métricas de ajuste, devemos selecionar aquele modelo cujo os valores sejam mais próximos de zero possível

### 3.4 Modelos de Holt-Winters

O método sazonal de Holt-Winters ([GRANGER; NEWBOLD, 1977](#)) é um modelo de suavização exponencial baseado em uma equação de previsão e três equações de suavização – uma para o nível, uma para a tendência, e uma para a sazonalidade. Existem duas variações do método de Holt-Winters,

o método de Holt-Winters aditivo e o método de Holt-Winters multiplicativo. O método aditivo é utilizado quando as variações sazonais são aproximadamente constantes ao longo da série. E, o método multiplicativo é utilizado quando as variações sazonais estão mudando proporcionalmente ao nível da série.

A série temporal descrita pelo modelo de Holt-Winters aditivo pode ser expressa por

$$Z_t = a_t + b_t + S_t + \epsilon_t. \quad (3.16)$$

em que  $\epsilon_t$  é o ruído e,  $a_t$ ,  $b_t$  e  $S_t$  são, respectivamente, os parâmetros de nível, tendência e sazonalidade.

A previsão dos valores futuros da série no método aditivo é dado por

$$\hat{Z}_t(h) = L_t + hT_t + S_{t+h-s}, \quad h = 1, 2, \dots, s. \quad (3.17)$$

em que  $h$  é o horizonte de previsão e  $s$  é uma estação completa de sazonalidade o chamado período sazonal.

As componentes de nível  $L_t$ , tendência  $T_t$  e sazonalidade  $S_t$  são dadas por

$$L_t = \alpha(Z_t - S_{t-s}) + (1 - \alpha)(L_{t-1} + T_{t-1}), \quad 0 < \alpha < 1. \quad (3.18)$$

$$T_t = \beta(L_t - L_{t-1}) + (1 - \beta)T_{t-1}, \quad 0 < \beta < 1. \quad (3.19)$$

$$S_t = \gamma(Z_t - L_t) + (1 - \gamma)S_{t-s}, \quad 0 < \gamma < 1. \quad (3.20)$$

em que  $\alpha$  é a constante de suavização da componente de nível,  $\beta$  é a constante de suavização da componente de tendência e  $\gamma$  é a constante de suavização da componente de sazonalidade.

Por outro lado, a série temporal descrita pelo modelo de Holt-Winters multiplicativo pode ser expressa por

$$Z_t = (a_1 + b_1 t) S_t + \epsilon_t. \quad (3.21)$$

em que  $\epsilon_t$  é o ruído e,  $a_1$ ,  $b_1$  e  $S_t$  são, respectivamente, os parâmetros de nível, tendência e sazonalidade.

A previsão dos valores futuros da série no método multiplicativo é dado por

$$\hat{Z}_t(h) = (L_t + hT_t) S_{t-s+h}, \quad h = 1, 2, \dots, s. \quad (3.22)$$

onde  $h$  é o horizonte de previsão e  $s$  é uma estação completa de sazonalidade.

As componentes de nível  $L_t$ , tendência  $T_t$  e sazonalidade  $S_t$  são dadas por

$$L_t = \alpha\left(\frac{Z_t}{S_{t-s}}\right) + (1 - \alpha)(L_{t-1} + T_{t-1}), \quad 0 < \alpha < 1. \quad (3.23)$$

$$T_t = \beta(L_t - L_{t-1}) + (1 - \beta)T_{t-1}, \quad 0 < \beta < 1. \quad (3.24)$$

$$S_t = \gamma\frac{Z_t}{L_t} + (1 - \gamma)S_{t-s}, \quad 0 < \gamma < 1. \quad (3.25)$$

em que  $\alpha$  é a constante de suavização da componente de nível,  $\beta$  é a constante de suavização da componente de tendência e  $\gamma$  é a constante de suavização da componente de sazonalidade.

Os métodos de Holt-Winters aditivos e multiplicativos permitem utilizar o amortecimento na tendência. Desta forma, são conhecidos como método de Holt-Winters com damped (HYNDMAN; ATHANASOPOULOS, 2013). Um método que frequentemente apresenta previsões precisas e robustas para dados sazonais é o método Holt-Winters com uma tendência amortecida e sazonalidade multiplicativa.

A previsão dos valores futuros da série no método de Holt-Winters com damped é dado por

$$\hat{Z}_t(h) = (L_t + (\phi + \phi^2 + \dots + \phi^h)T_t)S_{t-s+h}, \quad h = 1, 2, \dots, s. \quad (3.26)$$

onde  $h$  é o horizonte de previsão,  $s$  é uma estação completa de sazonalidade e  $\phi$  é a taxa de crescimento local.

As componentes de nível  $L_t$ , tendência  $T_t$  e sazonalidade  $S_t$  são dadas por

$$L_t = \alpha \left( \frac{Z_t}{S_{t-s}} \right) + (1 - \alpha)(L_{t-1} + \phi T_{t-1}), \quad 0 < \alpha < 1. \quad (3.27)$$

$$T_t = \beta^* (L_t - L_{t-1}) + (1 - \beta^*)\phi T_{t-1}, \quad 0 < \beta < 1. \quad (3.28)$$

$$S_t = \gamma \frac{Z_t}{L_{t-1} + \phi T_{t-1}} + (1 - \gamma)S_{t-s}, \quad 0 < \gamma < 1. \quad (3.29)$$

em que  $\alpha$  é a constante de suavização da componente de nível,  $\beta$  é a constante de suavização da componente de nível e  $\gamma$  é a constante de suavização da componente de sazonalidade.

A determinação dos parâmetros pode ser obtida minimizando a soma dos erros quadráticos de previsão para o valor do vetor  $(\alpha, \beta, \gamma)$ , isto é, obter o valor do vetor  $(\alpha, \beta, \gamma)$  que torne a soma dos erros quadráticos de previsão mínima.

Em relação a taxonomia dos modelos de suavização exponencial, cada modelo consiste em uma equação de medição que descreve os dados observados e algumas equações de estado que descrevem como os componentes ou estados não observados (nível, tendência, sazonal) mudam ao longo do tempo. Portanto, eles são chamados de modelos de espaço de estados.

Para cada método existem dois modelos: um com erros aditivos e outro com erros multiplicativos. As previsões pontuais produzidas pelos modelos são idênticas se utilizarem os mesmos valores de parâmetros de suavização. Eles irão, no entanto, gerar diferentes intervalos de previsão.

Para distinguir entre um modelo com erros aditivos e outro com erros multiplicativos (e também para distinguir os modelos dos métodos), acrescenta-se uma terceira letra à classificação. Rotula-se cada modelo de espaço de estado como ETS para (Erro, Tendência, Sazonalidade). Este rótulo também pode ser considerado como Suavização Exponencial. As possibilidades para cada componente (ou estado) são: Erro={A, M}, Tendência={N, A,  $A_d$ } e sazonal={N, A, M}. Sendo N (nenhuma), A (aditiva) e  $A_d$  (aditiva com amortecimento).

Maiores detalhes da metodologia de estimar os parâmetros são apontados por [Granger e Newbold \(1977\)](#) e para maiores detalhes sobre a Taxonomia dos Modelos de Modelos de Suavização Exponencial – ETS ver ([HYNDMAN; ATHANASOPOULOS, 2013](#)).

### 3.5 Modelos Autorregressivos Integrado a de Médias Móveis

A metodologia de [Box et al. \(2008\)](#) é amplamente utilizada na análise de modelos paramétricos de séries temporais. Essa metodologia consiste em ajustar modelos autoregressivos integrados de médias móveis, ARIMA(p, d, q), a um conjunto de dados, onde  $p$  é a ordem do modelo autorregressivo AR(p),  $q$  a ordem do modelo de médias móveis MA(q) e  $d$  o número de diferenças necessárias para tornar a série temporal estacionária. Para identificar os parâmetros  $q$  (referente à média-móvel),  $p$  (referente à parte autorregressiva) e  $d$  (referente ao número de diferenças) analisa-se o comportamento da Função de Autocorrelação (FAC) e da Função de Autocorrelação Parcial (FACP). As seções seguintes trazem as definições de FAC e FACP, respectivamente.

### 3.5.1 Função de Autocorrelação

Seja um processo estacionário  $Z(t)$  com média  $\mu$  e variância  $\sigma^2$ , então a função de autocorrelação (BOX et al., 2015) pode ser expressa por

$$\rho_j = \frac{\gamma_j}{\gamma_0} = \frac{\gamma_j}{\sigma^2}. \quad (3.30)$$

onde  $\gamma_j$  é a função de autocovariância.

Considerando as observações  $Z_1, Z_2, \dots, Z_N$ , a função de autocorrelação (FAC)  $\rho_j$  é estimado por

$$\rho_j \cong r_j, \quad (3.31)$$

$$r_j = \frac{c_j}{c_0}, j = 0, 1, \dots, N-1, \quad (3.32)$$

onde  $c_j$  é a estimativa da função de autocovariância  $\gamma_j$  definido por

$$c_j = E[Z_t - \bar{Z}][Z_{t+j} - \bar{Z}] = Cov[Z_t, Z_{t+j}] = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^{N-j} [(Z_t - \bar{Z})(Z_{t+j} - \bar{Z})], j = 0, 1, \dots, N-1. \quad (3.33)$$

sendo  $\bar{Z}$  a média amostral, dada por

$$\bar{Z} = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N Z_t. \quad (3.34)$$

### 3.5.2 Função de Autocorrelação Parcial

A correlação entre  $Z_t$  e  $Z_{t-k}$ , removendo o efeito das variáveis  $Z_{t-1}, Z_{t-2}, \dots, Z_{t-k+1}$  para séries estacionárias, é chamada de autocorrelação parcial até a posição  $k$  e será denotada por  $\phi_{kk}$  (BOX et al., 2015) se  $Z_t$  é uma série normalmente distribuídas, ou seja,

$$\phi_{kk} = Cor(Z_t, Z_{t-k} | Z_{t-1}, Z_{t-2}, \dots, Z_{t-k+1}). \quad (3.35)$$

em que  $\phi_{kk}$  é o coeficiente de correlação da distribuição de  $Z_t, Z_{t-k}$  condicional a  $Z_{t-1}, Z_{t-2}, \dots, Z_{t-k+1}$ .

Seja um processo estacionário com FAC  $\rho_k$ , um método para obter a FACP é para um dado  $k$  mostrar que  $\phi_{kk}$  satisfaz as equações de Yule-Walker (SARNAGLIA; REISEN, 2010) dada por

$$\rho_j = \phi_{k1}\rho_{j-1} + \phi_{k2}\rho_{j-2} + \dots + \phi_{kk}\rho_{j-k}, j = 1, 2, \dots, k. \quad (3.36)$$

Sendo assim, para uma série temporal observada, a função de autocorrelação parcial será estimada por

$$\phi_{kk} = \frac{\rho_k - \sum_{j=1}^{k-1} \phi_{k-1,j} \rho_{k-j}}{1 - \sum_{j=1}^{k-1} \phi_{k-1,j} \rho_j}. \quad (3.37)$$

em que  $\phi_{kj} = \phi_{k-1,j} - \phi_{kk}\phi_{k-1,k-j}$ , para  $j = 1, 2, \dots, k-1$ .

### 3.5.3 Modelo Autorregressivo

O modelo autorregressivo (BOX et al., 2015) de ordem  $p$  (ou simplesmente  $AR(p)$ ) é definido por

$$Z_t = c + \phi_1 Z_{t-1} + \phi_2 Z_{t-2} + \cdots + \phi_p Z_{t-p} + a_t. \quad (3.38)$$

onde  $c, \phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p$  são os parâmetros,  $a_t$  é o ruído branco e o operador autorregressivo de ordem  $p$  é

$$\phi(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \cdots - \phi_p B^p. \quad (3.39)$$

onde  $B$  é o fator de atraso definido por

$$BZ_t = Z_{t-1}, \quad B^m Z_t = Z_{t-m}. \quad (3.40)$$

#### 3.5.3.1 Comportamento teórico da Função de Autocorrelação e da Função de Autocorrelação Parcial do Modelo Autorregressivo

Quando o modelo autorregressivo é de ordem 1 ( $AR(1)$ ) e  $0 < \phi < 1$ , a função de autocorrelação (FAC) apresenta decaimento exponencial (ou senoidal) e a função de autocorrelação parcial (FACP) é zero para  $k > 1$ . Já para o modelo autorregressivo de ordem 1 ( $AR(1)$ ) e  $-1 < \phi < 0$ , a função de autocorrelação (FAC) apresenta decaimento para zero e a função de autocorrelação parcial (FACP) é zero para  $k > 1$ . Para o modelo autorregressivo de ordem  $p$  ( $AR(p)$ ) a função de autocorrelação (FAC) apresenta decaimento para zero (exponenciais amortecidas e/ou senoide amortecida) e a função de autocorrelação parcial (FACP) é zero para  $k > p$ .

As Figuras 3.1 e 3.2 ilustram o comportamento da FAC e FACP, respectivamente, para um modelo  $AR(1)$  com  $0 < \phi < 1$ . Na Figura 3.1 a FAC apresenta decaimento senoidal. Todavia, na Figura 3.2 a FACP tende a zero para  $k > 1$ , sendo seu lag mais significativo em  $k = 1$ .

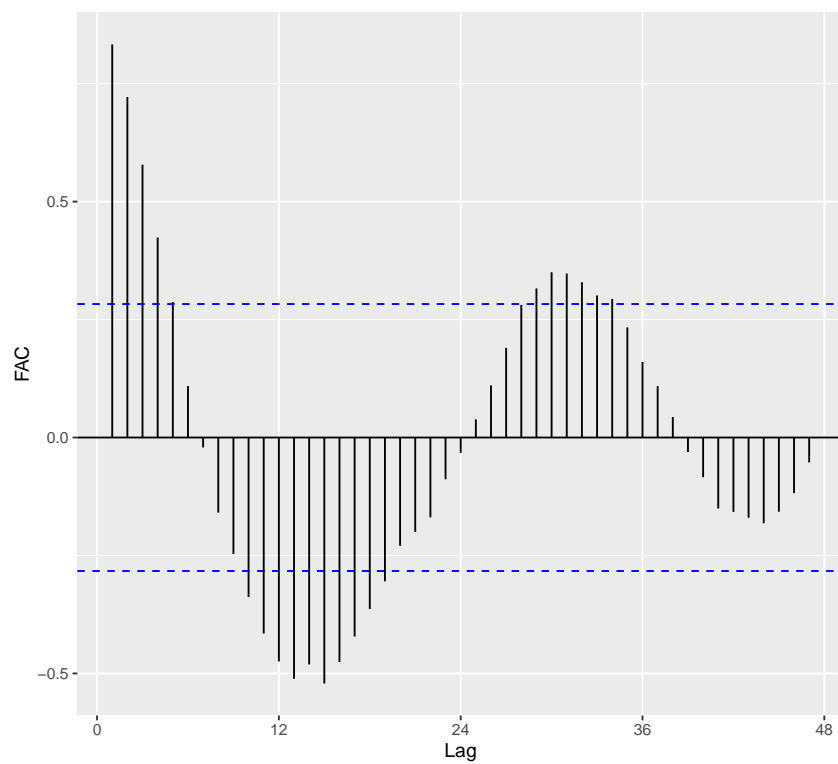


Figura 3.1 – Função de autocorrelação.  
Fonte: autor

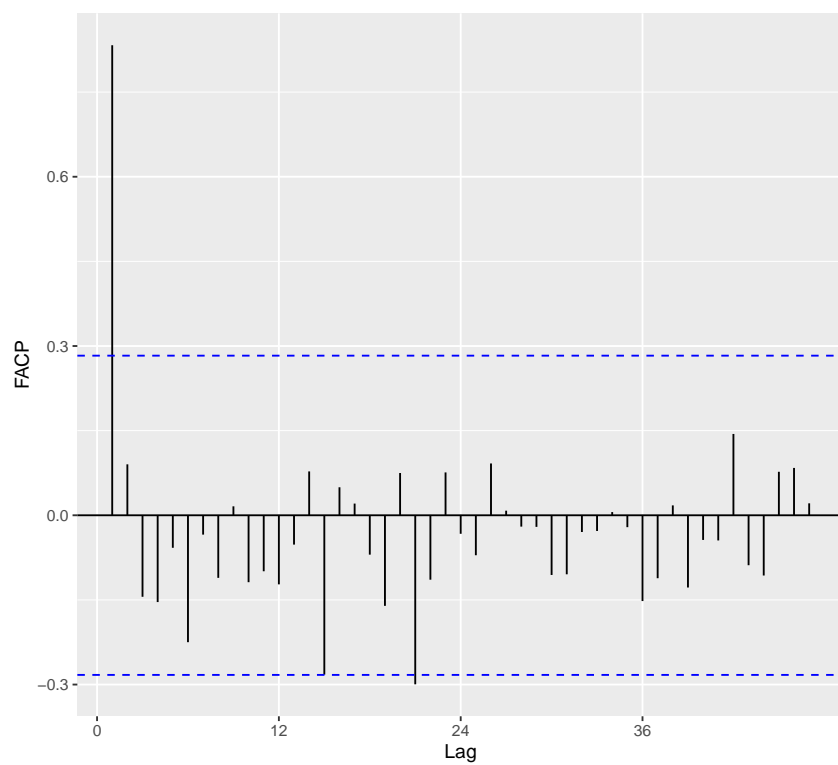


Figura 3.2 – Função de autocorrelação parcial.  
Fonte: autor

### 3.5.4 Modelo de Médias Móveis

O modelo de médias móveis (BOX et al., 2015) de ordem  $q$  ( $MA(q)$ ) é definido por

$$Z_t = c + a_t + \theta_1 a_{t-1} + \theta_2 a_{t-2} + \cdots + \theta_q a_{t-q}. \quad (3.41)$$

onde  $a_t$  é o ruído branco e o operador de médias móveis de ordem  $q$  é dado por

$$\theta(B) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \cdots - \theta_q B^q. \quad (3.42)$$

Fazendo  $\tilde{Z}_t = Z_t - c$ , tem-se

$$\tilde{Z}_t = (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \cdots - \theta_q B^q) a_t = \theta(B) a_t. \quad (3.43)$$

#### 3.5.4.1 Comportamento teórico da Função de Autocorrelação e da Função de Autocorrelação Parcial do Modelo de Médias Móveis

Quando o modelo de médias móveis é de ordem 1 ( $MA(1)$ ), a função de autocorrelação (FAC) é zero para  $k > 1$  e a função de autocorrelação parcial (FACP) apresenta decaimento oscilatório. Já para o modelo de médias móveis de ordem  $q$  ( $MA(q)$ ) a função de autocorrelação (FAC) anula-se bruscamente e a função de autocorrelação parcial (FACP) não se anula bruscamente (exponenciais amortecidas ou senoide).

### 3.5.5 Modelo Autorregressivo e de Médias Móveis

O modelo autorregressivo e de médias móveis é a combinação dos modelos  $AR$  e  $MA$ . Representado por  $ARMA(p, q)$  (BOX et al., 2015) um processo autorregressivo e de médias móveis de ordem  $(p, q)$  pode ser escrito como

$$\phi(B) Z_t = \theta(B) a_t. \quad (3.44)$$

onde  $\phi(B)$  é o operador autorregressivo (3.39) e  $\theta(B)$  é o operador de médias móveis (3.42), logo podemos reescrever a equação acima da seguinte forma

$$Z_t = \phi_1 Z_{t-1} + \cdots + \phi_p Z_{t-p} + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \cdots - \theta_q a_{t-q}. \quad (3.45)$$

### 3.5.6 Modelo Autorregressivo Integrado de Médias Móveis não Sazonal

Quando a série temporal não é estacionária é necessário utilizar alguma transformação para torná-la estacionária. Dada uma série temporal  $Z_t$  não estacionária, a transformação de diferenças sucessivas pode ser aplicada com intuito de obter a série temporal estacionária transformada  $W_t$

$$W_t = \Delta^d Z_t. \quad (3.46)$$

onde  $\Delta^d$  é o operador de diferenças sucessivas.

Assim pode-se escrever  $W_t$  por um modelo  $ARMA(p, q)$ , isto é,

$$\phi(B) W_t = \theta(B) a_t. \quad (3.47)$$

onde  $\phi(B)$  é o operador autorregressivo (3.39),  $\theta(B)$  é o operador de médias móveis (3.42) e  $a_t$  é um ruído branco.



O processo autorregressivo integrado de médias móveis (BOX et al., 2015) denotado ARIMA(p; d; q) é dado por

$$W_t = c + \phi_1 W_{t-1} + \dots + \phi_p W_{t-p} + \theta_1 a_{t-1} + \dots + \theta_q a_{t-q} + a_t. \quad (3.48)$$

Podendo ser reescrita por

$$(1 - \phi_1 B - \dots - \phi_p B^p)(1 - B)^d Z_t = c + (1 + \theta_1 B + \dots + \theta_q B^q) a_t. \quad (3.49)$$

em que  $p$  e  $q$  são as ordens de  $\phi(B)$  e  $\theta(B)$ , respectivamente.

Ou ainda

$$\phi(B) \Delta^d Z_t = c + \theta(B) a_t. \quad (3.50)$$

### 3.5.7 Modelo Autorregressivo Integrado de Médias Móveis Sazonal

Para dados que possuem sazonalidade os modelos ARIMA também são capazes de modelá-los. Para isso o modelo ARIMA sazonal (SARIMA) (BOX et al., 2015) é utilizado para absorver a componente de sazonalidade. A estrutura do modelo ARIMA sazonal de ordem  $(p,d,q) \times (P,D,Q)_s$  é dada por

$$\phi(B) \Phi(B^s) \Delta^d \Delta_s^D Z_t = \theta(B) \Theta(B^s) a_t. \quad (3.51)$$

em que  $a_t$  é o ruído branco;  $\phi(B)$  é o operador autorregressivo de ordem  $p$ ;  $\theta(B)$  é o operador de médias móveis de ordem  $q$ ;  $\Phi(B^s)$  é o operador autorregressivo sazonal de ordem  $P$ ;  $\Theta(B^s)$  é o operador de médias móveis sazonal de ordem  $Q$ ;  $\Delta^d$  é o operador da diferença simples e;  $\Delta_s^D$  é o operador da diferença sazonal;  $s$  é o número de observações por ano (período).

O operador autorregressivo sazonal é dado por

$$\Phi(B^s) = 1 - \Phi_1 B^s - \Phi_2 B^{2s} - \dots - \Phi_P B^{Ps}. \quad (3.52)$$

O operador de médias móveis sazonal de ordem  $Q$  é

$$\Theta(B^s) = 1 - \Theta_1 B^s - \Theta_2 B^{2s} - \dots - \Theta_Q B^{Qs}. \quad (3.53)$$

### 3.5.8 Estimação de Parâmetros

A estimação dos parâmetros dos modelos pode ser realizada por um algoritmo de estimação que busca minimizar a diferença entre o valor real dos dados e o valor estimado pelo modelo. Assim, esta etapa pode ser considerada como a solução de um problema de otimização, ou seja, os parâmetros são determinados pela minimização de uma função objetivo.

Diversos métodos de estimação de parâmetros são encontrados na literatura, como o método de Mínimos Quadrados e suas extensões, Filtro de Kalman e o estimador de Máxima Verossimilhança.

O método de mínimos quadrados é um dos métodos mais comum e empregados em processos de estimação de parâmetros (MATOS, 2018). Este método pode ser empregado na estimação dos parâmetros  $(\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p)$  de um modelo  $AR(p)$ . Por outro lado, a estimação dos parâmetros  $(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_p)$  em modelos  $MA(p)$  não pode ser realizada pelo método de mínimos quadrados, uma vez que os erros  $(a_t)$  dos modelos  $MA(p)$  não se caracterizam como ruído branco, ou seja, os erros são funções não lineares. Assim, métodos computacionais iterativos precisam ser utilizados (EHLERS, 2009).

Nos modelos ARMA, ARIMA e SARIMA os problemas de estimação dos parâmetros são semelhantes aqueles apontados para os modelos MA no sentido de que um procedimento iterativo precisa ser utilizado.

### 3.6 Modelos de Regressão Dinâmica

Os modelos de regressão dinâmica combinam as características de variáveis explicativas com a dinâmica de séries temporais. Deve-se atentar que vocábulo "regressão dinâmica" não estabelece que os parâmetros do modelo evoluem com o tempo. Todavia, a palavra "dinâmica" caracteriza um modelo de regressão agregado pela estrutura de dependência de uma série temporal (PANKRATZ, 1991).

A aplicação dos modelos de regressão dinâmica fica condicionada a existência da estrutura de dependência entre a variável de interesse e variáveis causais e, concomitantemente a estrutura de correlação da série dependente (série a ser explicada) sugerir que não se pode supor a independência dos erros (PANKRATZ, 1991).

Os modelos de regressão dinâmica podem ser descritos por

$$\phi(B)Y_t = \beta x_t + \epsilon_t. \quad (3.54)$$

onde  $Y_t$  é a variável dependente (endógena) no instante  $t$ ;  $\beta$  é o vetor de coeficientes das variáveis causais;  $x_t$  é o vetor de variáveis causais (exógenas) no instante  $t$ ;  $\epsilon_t$  é o ruído aleatório associado ao modelo, onde supõem-se que os  $\epsilon_t$  são independentes e identicamente distribuídos com densidade  $N(0, \sigma^2)$ ;  $\phi(B)$  é o polinômio autorregressivo de ordem  $p$ , dado por

$$\phi(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p. \quad (3.55)$$

sendo  $B$  o operador de atraso.

Assim, a estrutura do modelo de regressão dinâmica possibilita assumir como elementos  $x_t$  variáveis causais e juntamente suas defasagens. O polinômio  $\phi(B)$  presente no modelo proporciona uma grande flexibilidade desta classe de modelos, porém, dificulta a procura por um modelo adequado (PANKRATZ, 1991).

O modelo de regressão dinâmica (3.54), pode ser considerado como um caso particular do que é conhecido na literatura como modelo de regressão de Cochrane e Orcutt generalizado que é dado por

$$\phi(B)y_t = \beta x_t + w_t; \quad (3.56)$$

$$R(B)w_t = \epsilon_t. \quad (3.57)$$

onde  $R(B)$  é um polinômio auto-regressivo.

A equação (3.56) pode ser reescrita isolando-se o erro  $w_t$ , da seguinte forma

$$w_t = \phi(B)y_t - \beta x_t. \quad (3.58)$$

Substituindo a expressão (3.58) na equação (3.57), tem-se que

$$R(B) \cdot [\phi(B)y_t - \beta x_t] = \epsilon_t. \quad (3.59)$$

Pode-se notar pela equação (3.59) que o modelo de regressão generalizado de Cochrane & Orcutt introduz defasagens tanto na variável dependente ( $Y_t$ ) quanto nas causais. Também é estabelecido por esta equação que a introdução do polinômio autorregressivo  $R(B)$  não afeta a relação de causalidade entre  $y_t$  e  $x_t$ . A equação (3.59) pode ser escrita em termos de novas variáveis  $Y_t$  e  $x_t$  dadas por

- $Y_t^* = R(B)y_t$ ;
- $X_t^* = R(B)x_t$ .

onde  $R(B)$  é denominado de “fator comum” e representa a estrutura de correlação presente no erro  $w_t$ . Com as novas variáveis obtêm-se a seguinte equação

$$\phi(B)Y_t^* = \beta x_t^* + \epsilon_t. \quad (3.60)$$

Assim, o modelo de regressão generalizado de Cochrane & Orcutt se reduz ao modelo de regressão dinâmica usual ao se considerar as novas variáveis  $Y_t^*$  e  $X_t^*$ .

Para construir um modelo de regressão dinâmica é habitual utilizar uma estratégia bottom-up, isto é, inicia-se com um modelo simples e complementa-o com o intuito de o aperfeiçoar e inclui-se novas variáveis até obter um modelo propício. A obtenção de um modelo de regressão dinâmica é geralmente uma tarefa difícil, uma vez que além de escolher as variáveis que vão ser incluídas no modelo também é necessário escolher os lags (defasagens) destas variáveis.

Para determinar o modelo adequado, é preciso atentar-se a estrutura “lógica” do modelo e não somente na significância dos parâmetros. Em suma, para determinar o modelo de regressão a ser utilizado é indispensável verificar se os coeficientes estimados são coerentes e não somente obter um ajuste de parâmetros adequado (PANKRATZ, 1991).

As previsões originárias de um modelo de regressão dinâmica dependem dos valores passados da série e também dos valores previstos para as variáveis causais. Dessa forma, para obter as previsões da série  $Y_t$  em  $T+1$ ,  $T+2$ ,  $T+3$ ,  $\dots$ , é necessário que seja provido ao modelo os valores futuros do vetor de variáveis causais  $x_t$ . Desta forma, se as previsões para as variáveis exógenas fornecidas ao modelo não forem satisfatórias, consequentemente o modelo de regressão dinâmica irá gerar previsões que também serão inadequadas.

### 3.7 Teste de Raiz Unitária

Um dos primeiros aspectos de modelos VAR a serem tratados em livros-texto é sua estabilidade. Da mesma forma que para modelos univariados, a definição das condições de estabilidade de modelos VAR tem direta relação com a possibilidade de estimação e realização de inferência do modelo. Similarmente com a condição de que as raízes do polinômio definido nos operadores de defasagem de um modelo univariado estejam fora do círculo unitário (ENDERS, 2008), para modelos multivariados verificamos uma condição a partir dos autovalores da matriz de coeficientes (ENDERS, 2008).

Defini-se como uma série temporal multivariada  $X_t$  é estacionária se,

1. A média  $\mu_t$  não depende de  $t \in \mathbb{Z}$ . Ou seja, não varia ao longo do tempo.
2. A matriz de covariâncias  $\Gamma(t_1, t_2)$  depende somente de  $|t_1 - t_2|$ .

Sendo  $\Gamma(t_1, t_2) = E\{(X_{t_1} - \mu_{t_1})(X_{t_2} - \mu_{t_2})'\}$  a matriz de covariâncias de  $X_t$

Dessa forma, teremos

$$\mu_t = E(X_t) = (\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n)',$$

e

$$\Gamma(\tau) = E\{(X_{t+\tau} - \mu)(X_t - \mu)'\} = [\gamma_{ij}(\tau)]_{i,j=1}^n,$$

em que  $\tau \in \mathbb{Z}$ . Portanto,  $\gamma_{ii}(\tau)$  será a função de autocovariância da série estacionária  $X_{i,t}$  e  $\gamma_{ij}(\tau)$  será a função de covariância cruzada de  $X_{i,t+\tau}$  e  $X_{j,t}$ .

### 3.8 Modelos Autorregressivos Vetoriais

Os modelos autorregressivos vetoriais (VAR) são amplamente utilizados para análise de séries temporais multivariadas e têm sido aplicados para avaliar modelos macroeconômicos, investigar os efeitos de política monetária, e obter as projeções de variáveis de interesse. Esses modelos foram apresentados por Sims (1980). Entre os modelos multivariados de séries temporais, os modelos VAR são os mais utilizados na prática, devido a sua semelhança com os modelos de regressão e a relativa facilidade de ajustar esses modelos às séries temporais reais (BOX et al., 2015). Por exemplo, os parâmetros podem ser estimados usando métodos de mínimos quadrados que geram expressões de forma fechada para as estimativas. Esses modelos são utilizados em econometria para descrever o comportamento dinâmico de séries temporais econômicas (ou financeiras) e para produzir previsões.

O modelo vetorial autorregressivo de ordem  $p$ , VAR( $p$ ), para  $n$  variáveis é dado por

$$X_t = \phi_0 + \phi_1 X_{t-1} + \dots + \phi_p X_{t-p} + a_t, \quad (3.61)$$

em que  $X_t$  é um vetor de ordem  $(n \times 1)$ , composto pelo  $t$ -ésimo valor das variáveis analisadas,  $\phi_0$  é um vetor de ordem  $(n \times 1)$ , composto por constantes,  $\phi_k$  é uma matriz de ordem  $(n \times n)$  composta por elementos  $\psi_{ijk}$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ ,  $j = 1, 2, \dots, n$ ,  $k = 1, 2, \dots, p$  e  $a_t$  é um vetor de ordem  $(n \times 1)$ , composto pelos  $t$ -ésimos erros aleatórios.

A construção de modelos VAR segue o mesmo ciclo de identificação, estimação e diagnóstico usado para modelos univariados da classe ARMA (MORETTIN P. A.; TOLOI, 2022).

#### 3.8.1 Identificação

Uma maneira de identificar a ordem  $p$  de um modelo VAR( $p$ ) consiste em ajustar sequencialmente modelos autorregressivos vetoriais de ordens  $1, 2, \dots, k$  e testar a significância dos coeficientes (matrizes). Veja Morettin (2017) para detalhes.

Outra maneira de identificar a ordem de um VAR é usar algum critério de informação, como:

$$AIC(k) = \ln(|\hat{\Sigma}_k|) + \frac{2kn^2}{N} \quad (\text{Akaike}), \quad (3.62)$$

$$BIC(k) = \ln(|\hat{\Sigma}_k|) + \frac{kn^2 \ln(N)}{N} \quad (\text{Schwarz}), \quad (3.63)$$

$$HQ(k) = \ln(|\hat{\Sigma}_k|) + \frac{kn^2 \ln(\ln(N))}{N} \quad (\text{Hannan-Quinn}). \quad (3.64)$$

$$(3.65)$$

Para sabermos qual modelo é o mais adequado através das métricas de ajuste, devemos selecionar aquele modelo cujo os valores sejam mais próximos de zero possível.

#### 3.8.2 Estimação

Identificando o valor de  $p$  e supondo  $a_t \sim N(0, \Sigma)$ , podemos estimar os coeficientes por máxima verossimilhança. Nesse caso, os estimadores de MQ são equivalentes a estimadores de MV condicionais. EMV condicionais são obtidos por métodos de maximização numérica.

### 3.8.3 Teste Ljung-Box para Autocorrelação

Como no caso univariado, checamos a adequabilidade do modelo autorregressivo vetorial através dos resíduos. Uma importante hipótese é a de que os resíduos são descorrelatados. O teste de Portman-teau construído a partir dos resíduos é uma versão multivariada da estatística de [Ljung e Box \(1978\)](#), cuja estatística do teste é dada por

$$Q(m) = N^2 \sum_{\tau=1}^m \frac{1}{T-\tau} \text{tr}(\hat{\Gamma}(\tau)' \hat{\Gamma}^{-1}(0) \hat{\Gamma}(\tau) \hat{\Gamma}^{-1}(0)).$$

sob hipótese nula que a série  $a_t$  é ruído branco e com distribuição  $\chi^2(n^2(m-p))$ . Para que o número de graus de liberdade seja positivo,  $m$  deve ser maior do que  $p$ .

### 3.8.4 Previsão

Considere a Equação 3.61 e suponha que o parâmetro  $\phi$  seja conhecido. A previsão de origem  $N$  e horizonte  $h$  é dada por

$$\hat{X}_N(h) = \phi \hat{X}_N(h-1),$$

da qual segue

$$\hat{X}_N(h) = \phi^N \hat{X}_N, \quad h = 1, 2, \dots \quad (3.66)$$

Como

$$X_{t+h} = \phi X_{N+h-1} + a_{N+h},$$

temos que o erro da previsão  $h$  passos à frente é dado por

$$e_N(h) = X_{t+h} - \hat{X}_N(h) = \sum_{j=0}^{h-1} \phi^j a_{N+h-j}, \quad (3.67)$$

de modo que o erro quadrático médio do previsor 3.66 fica

$$\Sigma(h) = EQMP(h) = \sum_{j=0}^{h-1} \phi^j \Sigma(\phi^j)'. \quad (3.68)$$

Considerando o modelo  $VAR(p)$ , com parâmetros supostos conhecidos,  $a_t$  uma sequência i.i.d e  $F_t = \{X_s : s \leq t\}$ , obtemos

$$E(X_{t+h}|F_t) = \phi_0 + \phi_1 E(X_{t+h-1}|F_t) + \dots + \phi_p E(X_{t+h-p}|F_t),$$

pois  $E(a_{t+h}|F_t) = 0$ , para todo  $h > 0$ .

Para  $h = 1$ , obtemos

$$\hat{X}_t(1) = \phi_0 + \phi_1 X_t + \dots + \phi_p X_{t-p+1},$$

e, para  $h = 2$ , temos

$$\hat{X}_t(2) = \phi_0 + \phi_1 \hat{X}_t + \phi_2 X_t + \dots + \phi_p X_{t-p+2},$$

de modo que as previsões podem ser obtidas recursivamente.

Nesse caso, o erro de previsão de horizonte  $h$  é dado por

$$e_N(h) = \sum_{j=0}^{h-1} \psi_j a_{N+h-j}, \quad (3.69)$$

onde as matrizes  $\psi_j$  são obtidas recursivamente por

$$\psi_j = \sum_{k=1}^{p-1} \psi_{j-k} \phi_k, \quad (3.70)$$

com  $\psi_0 = I_n$  e  $\phi_j = 0, j > p$ . Segue-se que a matriz de EQM de previsão fica

$$\Sigma(h) = \sum_{j=0}^{h-1} \psi_j \Sigma \psi_j'. \quad (3.71)$$

Para o caso em que os parâmetros do modelo  $VAR(p)$  são estimados, veja [Morettin \(2017\)](#). Na prática, usa-se, em [3.71](#), estimadores das matrizes  $\psi_j$  e  $\Sigma$ .

### 3.8.5 Causalidade de Granger

Segundo [Morettin \(2017\)](#), para sistemas, Granger define causalidade em termos de previsibilidade: a variável  $X$  causa  $Y$ , com respeito a um dado universo de informação (que inclui  $X$  e  $Y$ ), se o presente de  $Y$  pode ser previsto mais eficientemente usando esse passado, toda e qualquer outra informação disponível (incluindo valores passado de  $Y$ ) sendo usada em ambos os casos.

Sejam  $X_t$  e  $Y_t$  séries temporais estacionárias, dizemos que:

1.  $X_t \rightarrow Y_t$ :  $X_t$  causa  $Y_t$  no sentido de Granger, se  $Y_t$  pode ser melhor prevista usando toda a informação disponível, incluindo o passado de  $Y_t$  e  $X_t$  nesse caso, dizemos que  $X_t$  é exógena ou antecedente a  $Y_t$
2.  $X_t \Rightarrow Y_t$ : causa instantaneamente  $Y_t$  no sentido de Granger, se o valor presente de  $Y_t$  é melhor previsto se o valor de  $X_t$  for incluído.
3. Há *feedback*, e escrevemos  $X_t \leftrightarrow Y_t$ , se  $X_t$  causa  $Y_t$  e  $Y_t$  causa  $X_t$ .
4. Há causalidade unidirecional de  $X_t$  para  $Y_t$  se  $X_t \rightarrow Y_t$  e não há *feedback*.

Segundo [Pindyck e Rubinfeld \(1977\)](#), para testar se  $X$  causa  $Y$ , a hipótese nula é  $\sum_{i=1}^p \beta_i = 0$  "X não causa  $Y$ , com estimativa de duas regressões:

Estimamos uma regressão de  $Y$  em relação a valores defasados de  $Y$  bem como a valores defasados de  $X$  na regressão irrestrita, isto é,

$$Y = \sum_{i=1}^p \alpha_i Y_{t-i} + \sum_{i=1}^p \beta_i X_{t-i} + a_t. \quad (3.72)$$

Em seguida uma regressão de  $Y$  apenas em relação a valores defasados de  $Y$ , a regressão restrita dada por

$$Y = \sum_{i=1}^p \alpha_i Y_{t-i} + a_t. \quad (3.73)$$

e usamos a soma de quadrados dos resíduos de cada regressão para calcular a estatística  $F$ , dada pela expressão

$$F = \frac{(SQR_R - SQR_{IR})/q}{(SQR_{IR})/(N - K)}. \quad (3.74)$$

em que  $SQR_R$  e  $SQR_{IR}$  são a soma de quadrados dos resíduos nas regressões restrita e irrestrita, respectivamente;  $N$  é o número de observações;  $K$  é o número de parâmetros. Essa estatística tem distribuição  $F(q, N - K)$  no nível de significância selecionado, rejeita-se a hipótese nula e, nesse caso, "X causa Y".

### 3.8.6 Função Impulso Resposta

São funções de resposta do sistema a choques nas variáveis através dos erros aleatórios (Ferreira et al, 2017).

- Procura-se medir o efeito dos choques no período "t" sobre os períodos futuros.
- Os coeficientes da FIR são os coeficientes do modelo  $VMA(\infty)$  (invertibilidade do modelo  $VAR(p)$  através da recursividade para um modelo de médias móveis infinita).

$$\Theta(L)y_t = \epsilon_t \rightarrow y_t = \Theta^{-1}(L)\epsilon_t \rightarrow y_t = M(L)\epsilon_t. \quad (3.75)$$

$M$  são matrizes que fornecem os efeitos de choques nas variáveis do modelo.

Um sistema  $VAR(p)$  estável pode ser invertido em um modelo  $VMA(\infty)$ .

$$\begin{aligned} y_t &= \theta y_{t-1} + \epsilon_t \\ y_1 &= \theta y_0 + \epsilon_1 \\ y_2 &= \theta^2 y_0 + \theta \epsilon_1 + \epsilon_2 \\ y_3 &= \theta^3 y_0 + \theta^2 y_0 \epsilon_1 + \theta \epsilon_2 + \epsilon_3 \\ &\vdots = \vdots \\ y_t &= \theta^t y_0 + \sum_{i=0}^{t-1} \theta^i \epsilon_{t-i}. \end{aligned}$$

Os "M"efeitos estão relacionados com o parâmetro  $\theta$ .

A interpretação da FIR é dada por:

$$\frac{\partial y_{t+s}}{\epsilon_t} = M_s. \quad (3.76)$$

" $M_s$ " mostra o efeito de uma unidade de aumento no choque da variável "n" no tempo "t" sobre a variável "i" no tempo "t + s", mantendo constantes todos os outros choques.

A FIR é o gráfico dos choques (parâmetros do modelo  $VMA$ ) em função de  $s$  (lapso de tempo).

$$\frac{\partial y_{i,t+s}}{\epsilon_{n,t}}. \quad (3.77)$$

### 3.8.7 Função Impulso Resposta Ortogonalizada

Dada a Equação 3.61 teremos:

$$\begin{aligned} E(a_t) &= 0; \\ E(a_t a_t') &= \Sigma. \end{aligned} \quad \text{VAR-COV dos erros}$$

- Se as variáveis têm unidades diferentes, o ideal é que os choques da FIR sejam em desvio.
- Se as variáveis estão em logaritmos, os choques podem ser interpretados como elasticidades.

Para um VAR estável, a FIR decresce até atingir zero.

Uma forma de corrigir o problema de haver correlação contemporânea entre os erros é ortogonalizar a matriz VAR-COV pela decomposição de Cholesky. No entanto, a transformação de Cholesky altera a estrutura do modelo. O modelo transformado é chamado de forma estrutural:

$$\Sigma = ADA'.$$

em que  $A$  é uma matriz triangular inferior invertível com 1's ao longo da diagonal e  $D$  é uma matriz diagonal com elementos diagonais positivos. Em seguida, define os erros estruturais como

$$\eta_t = A^{-1}a_t.$$

Estes erros são estruturais são ortogonais por construção, uma vez que

$$\text{var}(\eta_t) = A^{-1}\Sigma(A^{-1})' = A^{-1}ADA'(A^{-1})' = D.$$

Finalmente, re-expressando a Equação 3.61 como

$$\begin{aligned} X_t &= \phi_0 + AA^{-1}a_t\phi_1AA^{-1}X_{t-1} + \dots + \phi_pAA^{-1}X_{t-p}; \\ X_t &= \phi_0 + \Theta_0\eta_t + \Theta_1\eta_{t-1} + \dots + \Theta_p\eta_{t-p}. \end{aligned}$$

em que  $\Theta_p = \phi_pA$ .

### 3.8.8 Decomposição da Variância do Erro de Previsão

Segundo Zivot e Wang (2006) a decomposição de variância de erro de previsão responde a pergunta: Qual porcentagem(proporção) da variância do erro de previsão ao prever  $X_{t+h}$  é devido ao choque estrutural  $\eta_t$ ? Usando choques ortogonais  $\eta_t$ , o vetor  $h$  passos a frente, com coeficientes VAR conhecidos, pode ser expresso como

$$X_{t+h} - X_{t+h|t} = \sum_{s=0}^{h-1} \Theta_s \eta_{t+h-s}.$$

Para uma variável específica  $x_{i,t+h}$ , este erro de previsão tem a forma

$$x_{i,t+h} - x_{i,t+h|t} = \sum_{s=0}^{h-1} \theta_{i1}^s \eta_{1,t+h-s} + \dots + \sum_{s=0}^{h-1} \theta_{in}^s \eta_{n,t+h-s}.$$

Uma vez que os erros estruturais são ortogonais, a variância do erro de previsão  $h$  passos a frente

é



$$\text{var}(x_{i,t+h} - x_{i,t+h|t}) = \sigma_{\eta_j}^2 \sum_{s=0}^{h-1} (\theta_{i1}^s)^2 + \dots + \sigma_{\eta_j}^2 \sum_{s=0}^{h-1} (\theta_{in}^s)^2,$$

em que  $\sigma_{\eta_j}^2 = \text{var}(\eta_{jt})$ . A parte  $\text{var}(x_{i,t+h} - x_{i,t+h|t})$  devido ao choque  $\eta_j$ , é então

$$DVEP_{i,j}(h) = \frac{\sigma_{\eta_j}^2 \sum_{s=0}^{h-1} (\theta_{ij}^s)^2}{\sigma^2 \sum_{s=0}^{h-1} (\theta_{i1}^s)^2 + \dots + \sigma^2 \sum_{s=0}^{h-1} (\theta_{in}^s)^2} \quad i, j = 1, 2, \dots, n.$$

### 3.9 Redes Neurais Artificiais

As redes neurais artificiais foram propostas pela primeira vez por [MCCULLOCH e PITTS \(1943\)](#). Desde então, o uso de redes neurais nas mais diversas áreas do conhecimento vem sendo cada vez mais recorrente. O bom desempenho da metodologia tem sido observado nos mais diversos campos, inclusive nas previsões utilizando séries temporais ([LUZIA et al., 2023](#)).

Segundo [Haykin \(2009\)](#) uma Rede Neural Artificial (RNA) modela a relação entre um conjunto de dados de entrada e um dado de saída usando um modelo derivado de nossa compreensão de como um cérebro biológico responde a estímulos de entradas sensoriais. Assim como o cérebro usa uma rede de células interconectadas chamadas neurônios para criar um processador paralelo massivo, uma RNA é construída a partir de uma rede de neurônios ou nós artificiais para resolver problemas de aprendizagem.

#### 3.9.1 Arquitetura das Redes Neurais

A "arquitetura" de uma rede neural artificial refere-se a maneira com que as unidades (ou neurônios) e suas conexões estão arranjadas ([HAYKIN, 2009](#)). Sucintamente, uma rede neural artificial pode ser dividida em três partes, chamadas de: camada de entrada, camada oculta e camada de saída.

A camada de entrada é responsável por receber a informação, sendo esta um dado vindo do meio externo. Por sua vez, as camadas ocultas são dotadas de neurônios que extraem as características associadas ao processo ou sistema a ser inferido, sendo praticamente toda a responsabilidade de processamento interno da rede realizado nesta camada. E, por fim, a camada de saída que é também constituída de neurônios e, é responsável pela produção e apresentação dos resultados finais da rede os quais vieram dos processamentos dos neurônios das camadas anteriores.

As principais arquiteturas de redes neurais artificiais podem ser divididas em: redes *feedforward* de camadas simples, redes *feedforward* de camadas múltiplas, redes recorrentes e redes reticuladas.

#### 3.9.2 Modelo para uma Rede *Feedforward*

Dentre as arquiteturas existentes a mais comum é a denominada *feedforward*, Figura 3.3. Esta Figura traz uma rede *feedforward* com três entradas, uma camada oculta (quatro neurônios) e uma camada de saída (dois neurônios). Neste arranjo o sinal é propagado para frente, ou seja, o fluxo de dados será da entrada para a saída, sem a realimentação dos neurônios.

De acordo com [Everitt et al. \(2011\)](#), o modelo especificado na Figura 3.3 pode ser escrito por

$$z_j = f(\alpha_{j0} + \alpha'_j \mathbf{x}), \quad j = 1, 2, \dots, 4; \quad (3.78)$$

$$\hat{y}_k = g_k(\beta_{k0} + \beta'_k \mathbf{z}), \quad k = 1, 2. \quad (3.79)$$

onde  $f$  é conhecida como função de ativação,  $\beta_{k0}$  denota o intercepto do neurônio de saída,  $\alpha_{j0}$  representa o intercepto do  $j$ -ésimo neurônio oculto,  $\mathbf{x}' = (x_1, x_2, x_3)$  são as observações (covariáveis ou neurônios) da camada de entrada,  $\mathbf{z}' = (z_1, z_2, z_3, z_4)$  são os neurônios da camada oculta,  $\hat{y}'_k = (\hat{y}_1, \hat{y}_2)$  são

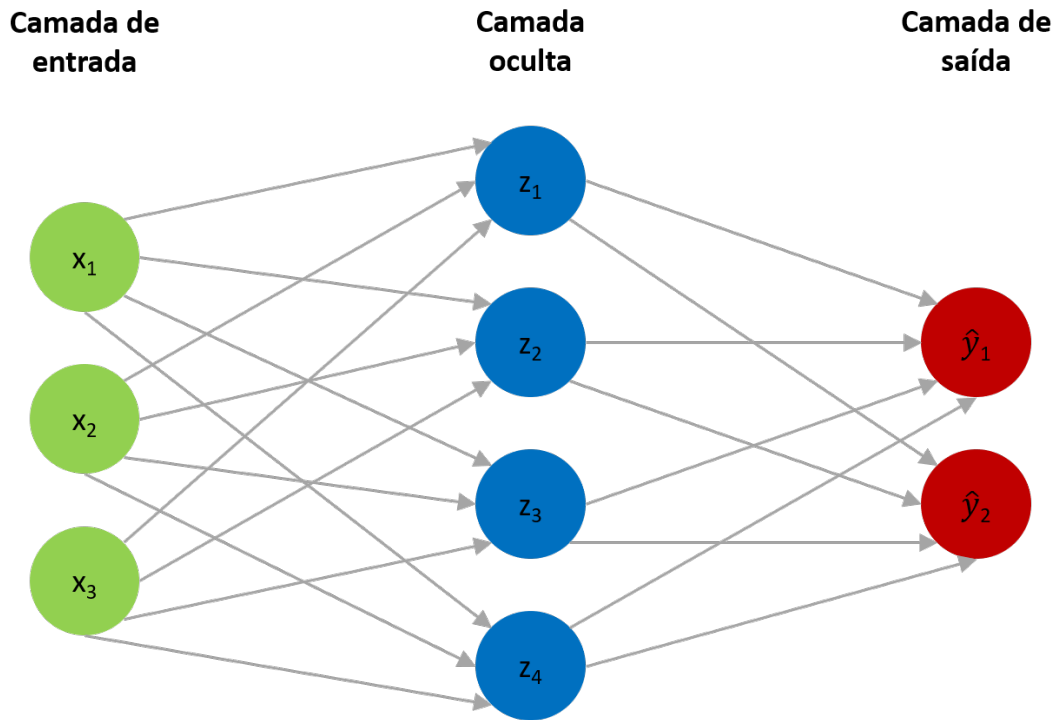


Figura 3.3 – Diagrama de uma rede neural.  
Fonte: autor

os neurônios da camada de saída,  $\alpha'_j = (\alpha_{j1}, \alpha_{j2}, \alpha_{j3})$  são os pesos atribuídos à conexão entre a entrada e a camada oculta,  $\beta'_k = (\beta_{k1}, \beta_{k2}, \beta_{k3}, \beta_{k4})$  são os pesos entre a camada oculta e a camada de saída e  $g_k$  é uma função de integração incluída para permitir uma transformação final da saída.

Os parâmetros de uma rede neural são os pesos. Os pesos usados em um modelo de rede neural são estimados a partir dos dados do conjunto de treinamento por mínimos quadrados, por exemplo, para a rede descrita acima, minimizando

$$R(\alpha, \beta) = \sum_k (y_k - \hat{y}_k)^2. \quad (3.80)$$

um critério que não é linear nos parâmetros. Muitas das vezes não é fácil minimizar  $R$ , uma vez que ele pode ter mínimos locais e normalmente as redes neurais são super-parametrizadas, muitas das vezes com mais parâmetros do que observações. Na literatura de rede neural, este estágio de estimativa é frequentemente descrito como “treinamento” da rede.

A função de ativação pode ser escolhida dentre as seguintes funções:

- **Identidade:**  $f(z) = z$ ;
- **Logística:**  $f(z) = \frac{1}{1+e^{-z}}$ ;
- **Tangente hiperbólica:**  $f(z) = \frac{e^z - e^{-z}}{e^z + e^{-z}}$ ;
- **ReLU:**(rectified linear):  $f(z) = \max\{0, z\}$ ;
- **Leaky Relu:**  $f(z) = \begin{cases} 0,01z & \text{se } z < 0 \\ z & \text{se } z \geq 0. \end{cases}$

### 3.9.3 Modelo Redes Neurais Autoregressiva (NNAR - *Neural Network Autorregressive*)

Com os dados da série temporal, os valores defasados da série temporal podem ser usados como entradas para uma rede neural, assim como usamos os valores defasados em um modelo de autorregressão

linear. Chamamos isso de rede neural autorregressiva ou modelo NNAR.

Neste estudo será considerado apenas a rede unidirecional (feedforward) com duas camadas ocultas e representadas pela notação  $NNAR(p, k)$  para indicar que há  $p$  entradas defasadas e  $k$  nós na camada oculta. Por exemplo, um modelo  $NNAR(5, 3)$  é uma rede neural com as últimas dez observações  $(y_{t-1}, y_{t-2}, \dots, y_{t-5})$  usado como entrada para prever a saída  $y_t$  e com três neurônios na camada oculta. Agora, com dados sazonais, é importante também adicionar os últimos valores observados da mesma estação como entradas. Por exemplo, um modelo  $NNAR(4, 1, 3)_{12}$  tem entradas  $(y_{t-1}, y_{t-2}, y_{t-3}, y_{t-4})$  e  $y_{t-12}$  e três neurônios na camada oculta. De forma geral a notação  $NNAR(p, P, k)_m$ ,  $p$  número de defasagens não sazonais usadas como entradas ( $p = 4$ , são as 4 últimas observações),  $P$  representa o número de defasagens sazonais usadas como entradas (por exemplo, para  $P = 1$  e  $m = 12$ , é considerado o valor de 12 amostras/meses atrás), e  $k$  é o número de nós (neurônios) na camada oculta, (HYNDMAN; ATHANASOPOULOS, 2013).

### 3.9.4 Modelo Perceptron Multicamadas (*Multilayer Perceptron*)

A forma mais comumente usada de NNs para previsão é o *feedforward Perceptron* multicamadas. A previsão um passo à frente  $\hat{y}_{t+1}$  é calculada usando entradas que são observações defasadas da série temporal ou outras informações explicativas variáveis. Sua forma funcional é:

$$\hat{y}_{t+1} = \beta_0 + \sum_{h=1}^H \beta_h g \left( \gamma_{0i} + \sum_{i=1}^I \gamma_{hi} p_i \right). \quad (3.81)$$

Dado que  $I$  denota o número de entradas  $p_i$  do NN. Na equação 3.81,  $w = (\beta, \gamma)$  são os pesos da rede com  $\beta = [\beta_1, \dots, \beta_H]$  e  $\gamma = [\gamma_{11}, \dots, \gamma_{HI}]$  para a saída e as camadas ocultas, respectivamente. Os parâmetros  $\beta_0$  e  $\gamma_{0i}$  são os vieses de cada neurônio, que para cada neurônio agem de forma semelhante à interceptação em uma regressão.  $H$  é o número de nós ocultos na rede e  $g$  é uma função de transferência não linear, que geralmente é a logística sigmóide ou a função tangente hiperbólica. NNs podem modelar interações entre entradas, se houver. As saídas dos nós ocultos são conectado a um nó de saída que produz a previsão. O nó de saída é frequentemente linear como na equação 3.81

No contexto de previsão de séries temporais, as redes neurais podem ser percebidas como equivalente a modelos autoregressivos não lineares (CONNOR et al., 1994). Atrasos de a série temporal, potencialmente junto com observações defasadas de explicações variáveis, são usadas como entradas para a rede. Durante o treinamento, pares de entrada vetores e alvos são apresentados à rede. A saída da rede é comparado ao alvo e o erro resultante é usado para atualizar a rede pesos. O treinamento de NN é um problema complexo de otimização não linear e a rede muitas vezes pode ficar presa em mínimos locais da superfície de erro. Em ordem para evitar resultados de baixa qualidade, o treinamento deve ser inicializado várias vezes com diferentes pesos e tendências iniciais aleatórias para explorar a superfície de erro mais plenamente.

## 3.10 Combinação de Previsões

Segundo Bates e Granger (1969) uma maneira de melhorar a precisão das previsões é usar vários métodos diferentes na mesma série temporal e realizar uma combinação das previsões resultantes.

A combinação leva em consideração as estimativas de  $k$  modelos individuais  $y_{k,t}$  para um determinado valor a que se deseja prever,  $y_t$ , no instante de tempo  $t$ . No geral, a combinação pode ser expressa da seguinte maneira (HAJIRAHIMI; KHASHEI, 2019):

$$\hat{y}_t = \varphi(y_{1,t}, y_{2,t}, \dots, y_{i,t}, \dots, y_{k,t}) \quad (3.82)$$

em que  $y_{i,t}$  é a previsão do  $i$ -ésimo modelo para o valor da série no instante de tempo  $t$  e  $\varphi$  é uma função de combinação.

Neste método de combinação, será feita a média aritmética simples dos preditores para cada observação. Desse modo, todos os preditores recebem o mesmo peso ([AKSU; GUNTER, 1992](#)).

## Materiais e Métodos

### 4.1 Materiais

Neste trabalho, foram utilizados os dados do consumo trimestral de energia elétrica industrial do Brasil(em GhW), Imposto sobre produtos industrializados trimestral (Receita bruta em reais) e do Produto Interno Bruto - PIB industrial(em reais) em trimestres no período de janeiro de 1996 até dezembro de 2023. Esses dados estão disponíveis no sítio eletrônico do Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada ([IPEA, 2024](#)) e da Empresa de Pesquisa Energética ([EPE, 2024](#)). As variáveis regressoras utilizadas neste trabalho para o modelo de regressão dinâmica foi o PIB e o IPI para explicar o comportamento do consumo elétrico industrial brasileiro e nos modelos de redes neurais autorregressiva e de múltiplas camadas ocultas foi o PIB industrial. O PIB e o Imposto sobre produtos industrializados foram investigados para serem variáveis regressoras nos modelos de regressão dinâmica e redes neurais porque a correlação do PIB e Imposto sobre produtos industrializados com relação ao consumo de energia elétrica industrial apresentou-se significativa.

Primeiramente, os modelos univariados clássicos de séries temporais (Box-Jenkins, suavização exponencial e de regressão dinâmica), de redes neurais (NNAR e MLP) e o VAR foram ajustados aos dados e, em seguida, a obtenção das previsões.

O período analisado foi impactado pela pandemia de COVID-19 e a crise sul-americana ([BANDEIRA, 2002](#)), o que acarretou em variações abruptas do consumo de energia elétrica industrial no Brasil e no PIB industrial brasileiro.

### 4.2 Metodologia

A primeira etapa deste trabalho consiste em fazer uma análise descritiva de cada série temporal separadamente para compreender seu comportamento e suas características de nível, tendência, ciclo, sazonalidade e ruído. Estas informações são importantes para identificar o tipo de modelo a ser ajustado.

Para testar o poder de ajuste e as generalizações das previsões, os dados foram divididos em dois conjuntos: o conjunto de treino, com intuito de ajustar e validar os modelos e o conjunto de teste para avaliar a capacidade preditiva. Os conjuntos com as séries temporais do consumo de energia elétrica industrial, imposto sobre produtos industrializados e o PIB foram divididos em duas partes: as primeiras 96, 100, 104 e 108 observações trimestrais de cada série foram utilizadas como conjunto de treinamento, correspondendo aos anos de 1996 até 2019, 1996 até 2020, 1996 até 2021 e 1996 até 2022, respectivamente, para estimar os parâmetros e as últimas 4 observações como o conjunto de teste, ou seja, para obter como previsão 2020, 2021, 2022 e 2023 (tais conjuntos encontram-se na Tabela 4.1). Estes cenários servem para testar a capacidade preditiva e de ajuste considerando intervalos de tempo diferentes, pois assim a particularidade de cada intervalo tende a não favorecer determinado modelo que se comporta melhor em algumas janelas específicas no tempo.

Tabela 4.1 – Conjuntos de treinamento e teste.

Conjuntos	Treinamento	Teste
Cenário 1	1996 até 2019	2020
Cenário 2	1996 até 2020	2021
Cenário 3	1996 até 2021	2022
Cenário 4	1996 até 2022	2023

Dessa forma, foram ajustados primeiramente os modelos de Box-Jenkins (BOX et al., 2008), o modelo de Holt-Winters (GRANGER; NEWBOLD, 1977) e os modelos de regressão dinâmica (PANKRATZ, 1991) para realizar o ajuste e a previsão da série temporal do consumo de energia elétrica industrial brasileira.

Em seguida, foi ajustado o modelo VAR (SIMS, 1980) e finalmente, será ajustado modelos não-paramétricos de redes neurais NNAR (HYNDMAN; ATHANASOPOULOS, 2013) e MLP (HAYKIN, 2009).

Depois de ajustado todos os modelos clássicos de séries temporais univariados, multivariado e de redes neurais, o método de combinação da previsão foi feita através da média aritmética das previsões dos modelos considerados neste estudo. Foram testadas 23 combinações diferentes com a média aritmética das 6 previsões, 5 previsões e 4 previsões, ou seja,  $C_{6,6} + C_{6,5} + C_{6,4}$  e uma média aritmética com duas previsões dos modelos de Holt-Winters e NNAR. Escolheu-se as três melhores combinações através das métricas do MAPE e do RMSE. Todas as etapas feitas nesta pesquisa encontram-se na Figura 4.1.

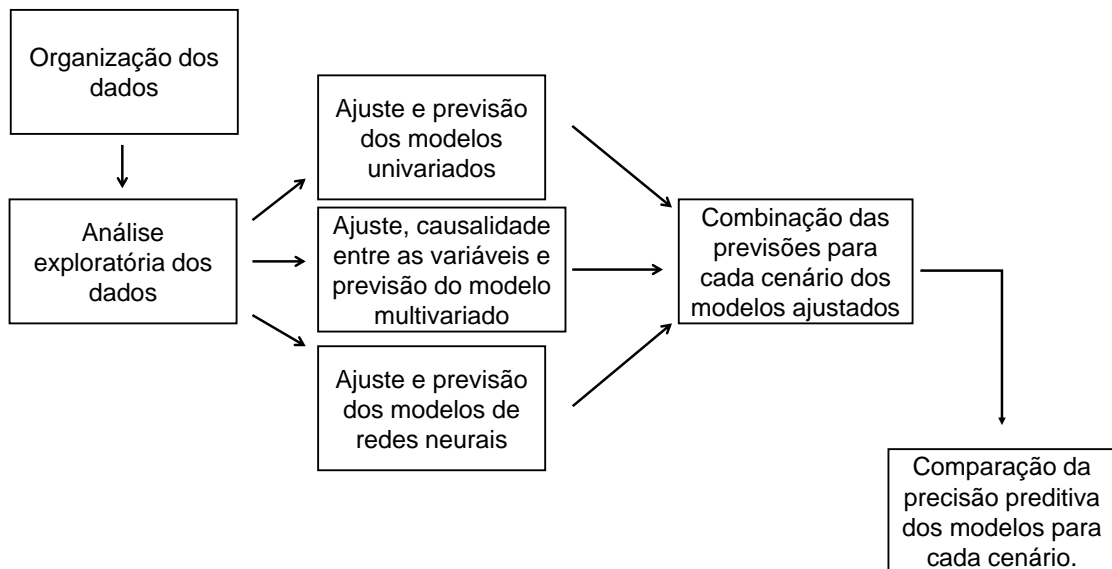


Figura 4.1 – Fluxograma com os passos da metodologia.

Para selecionar o modelo mais adequado foram utilizadas as métricas de acuracidade do erro médio absoluto percentual (MAPE) e a da raiz do erro quadrático médio (RMSE).

Os procedimentos descritos foram realizados no software ([R Core Team, 2024](#)). Nas análises inferenciais, serão considerados os níveis de significância de 0,01 e 0,05 e as estimações por intervalo serão realizadas com nível de confiança de 0,95.

Os pacotes utilizados foram *readxl* ([WICKHAM; BRYAN, 2022](#)), *car* ([FOX; WEISBERG, 2019](#)), *xtable* ([DAHL et al., 2019](#)), *gridExtra* ([AUGUIE, 2017](#)), *tsutils* ([KOURENTZES, 2022b](#)), *reshape2* ([WICKHAM, 2007](#)), *tidyverse* ([WICKHAM et al., 2019](#)), *scales* ([WICKHAM; SEIDEL, 2022](#)), *lubridate* ([GROLEMUND; WICKHAM, 2011](#)), *forecast* ([HYNDMAN; KHAN-DAKAR, 2008](#)), *hts* ([HYNDMAN et al., 2021](#)), *tseries* ([TRAPLETTI; HORNIK, 2022](#)), *trend* ([POHLERT, 2020](#)), *nnfor* ([KOURENTZES, 2022a](#)), *zoo* ([ZEILEIS; GROTHENDIECK, 2005](#)), *fpp2* ([HYNDMAN, 2020](#)), *MLmetrics* ([YAN, 2016](#)), *moments* ([KOMSTA; NOVOMESTKY, 2022](#)), *urca* ([PFAFF, 2008a](#)), *vars* ([PFAFF, 2008b](#)), *MTS* ([TSAY et al., 2022](#)), *patchwork* ([PEDERSEN, 2024](#)) e *seasonal* ([SAX; EDDERBUETTEL, 2018](#)).

## Resultados e Discussões

Primeiramente, serão apresentados os resultados da análise exploratória das séries do consumo de energia elétrica industrial brasileira, do imposto sobre produtos industrializados e do PIB industrial.

Os ajustes dos modelos, discutidos no Capítulo 3, aos dados, assim como as previsões e os critérios de comparação dos modelos serão discutidos posteriormente.

### 5.1 Análise Exploratória de dados

#### 5.1.1 Consumo de energia elétrica do setor industrial no Brasil

A Figura 5.1 apresenta a série temporal do consumo energético industrial brasileiro, em que há um crescimento significativo no consumo entre os anos de 1996 até o último trimestre de 2023, tendo crescimentos mais expressivos nos anos de 2003, 2004 e 2020. Observam-se também três vales nos anos de 2002 devido a crise econômica sul-americana, de 2008 por causa da crise econômica americana e por fim no ano de 2020 a COVID-19. Nota-se uma sazonalidade presente nesta série temporal, pois possui padrões ou flutuações que se repetem em intervalos específicos de tempo ao longo de toda a série temporal.

A fim de entender melhor o comportamento da série temporal, aplicou-se a decomposição STL (*Seasonal and Trend Decomposition using Loess*). Essa decomposição divide os dados da série temporal nas componentes de tendência, sazonalidade e resíduo. A Figura 5.2 mostra esta decomposição da série temporal do consumo energético insutrial no Brasil. Foi observado um crescimento significativo no período de 1996 até 2008 no consumo de energia elétrica da indústria no Brasil. Além disso, foi identificado na componente de ruído altos valores para os anos de 2002, 2008 e 2020, cujas observações atípicas foram influenciadas pela crise econômica sul-americana, americana e a pandemia da COVID-19, respectivamente. O período do ano de 2020 em que houve a influência da COVID-19 só não foi captada através da componente de sazonalidade, mas nela observa-se uma sazonalidade anual.



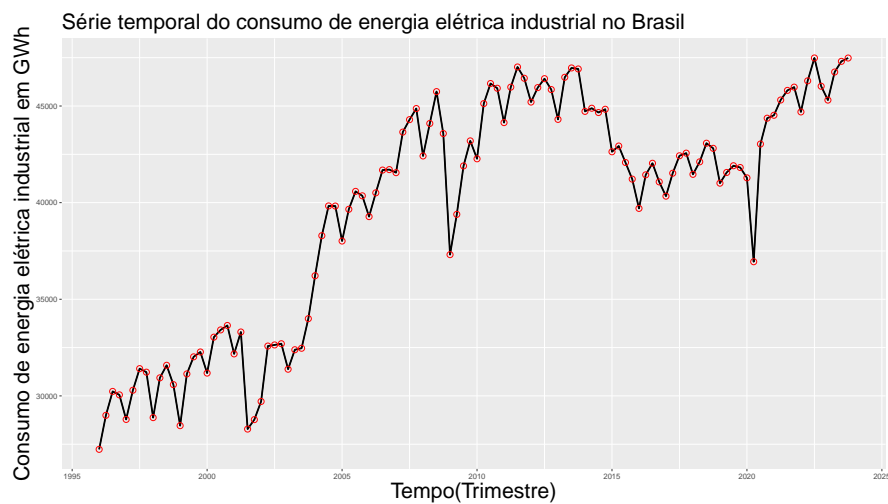


Figura 5.1 – Série temporal do consumo de energia elétrica industrial trimestral.

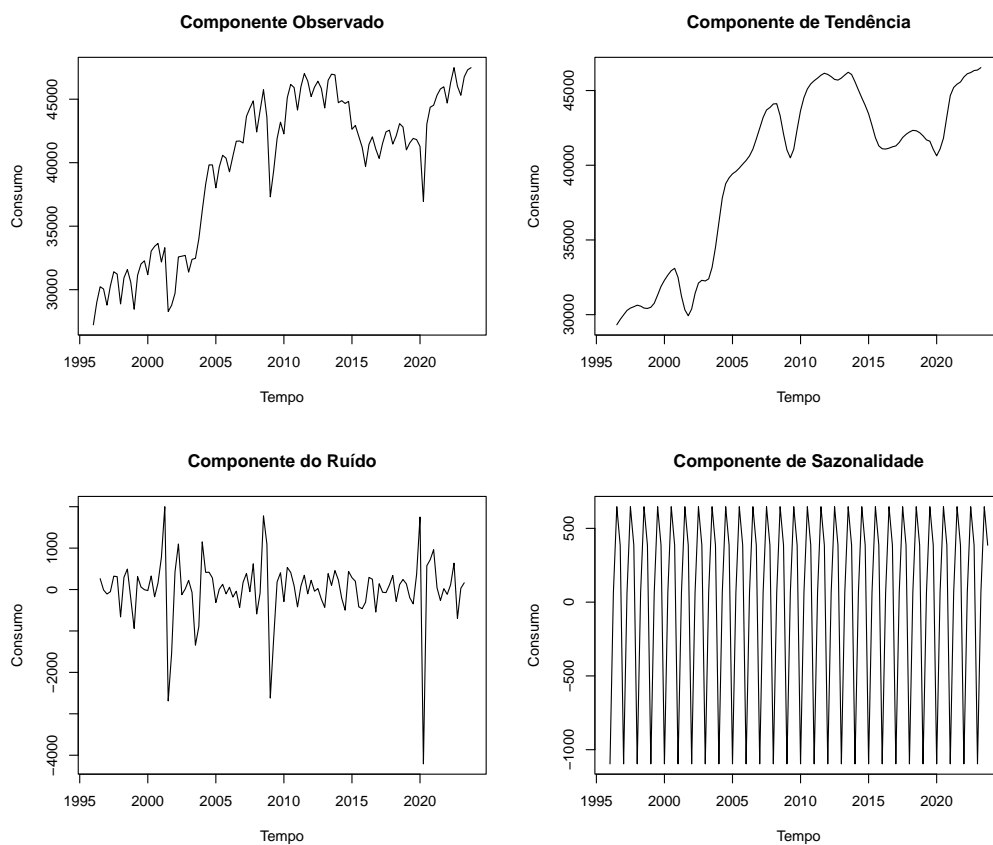


Figura 5.2 – Decomposição da série temporal do consumo de eletricidade industrial do Brasil.

Com o objetivo de identificar melhor a sazonalidade presente na série temporal, pode-se observar nas Figuras 5.3 e 5.4 que no primeiro trimestre o consumo foi mais baixo, aumentando gradativamente até o terceiro e reduzindo novamente um pouco no quarto trimestre. No ano de 2001 os dois últimos trimestres o consumo foi menor e no ano de 2020 também houve uma queda abrupta no segundo trimestre. Observa-se na Figura 5.4 que não possui *outliers*.

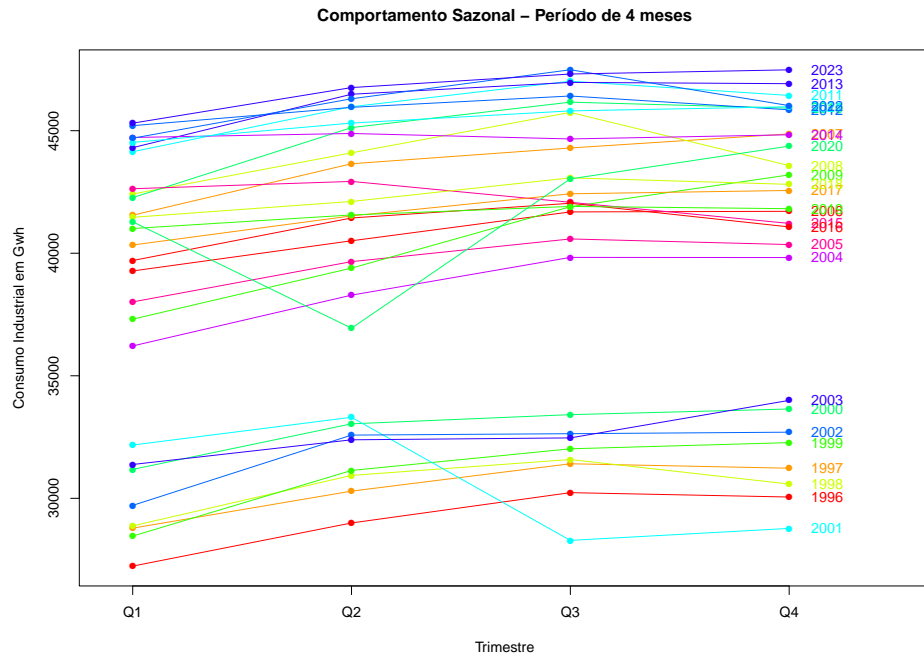


Figura 5.3 – Consumo de eletricidade industrial do Brasil separado por anos e trimestres.

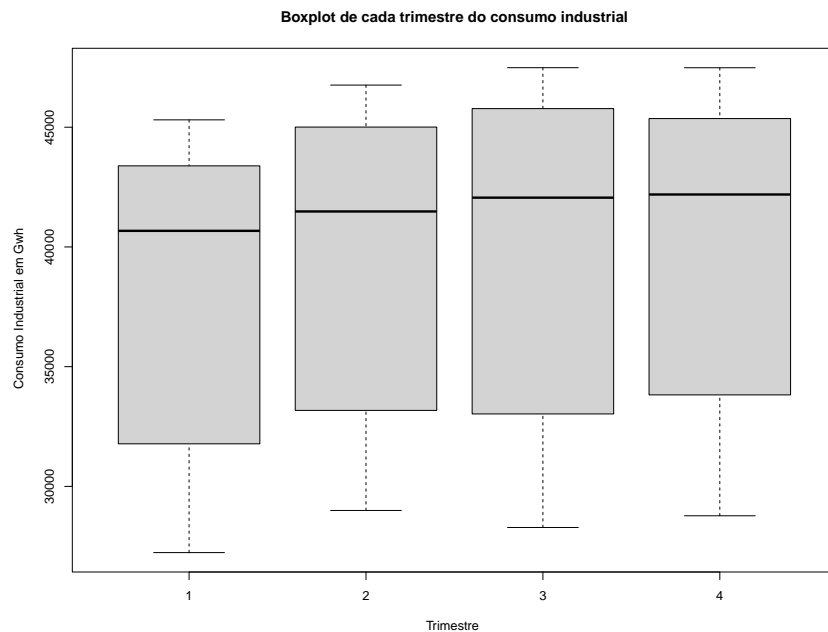


Figura 5.4 – Boxplot múltiplo da série temporal do consumo de eletricidade industrial do Brasil em trimestres.

Na Tabela 5.1, observa-se as medidas estatísticas para os dados de consumo de energia elétrica da indústria brasileira a nível Brasil para o período de 2014 a 2023. Nota-se que a média do consumo de eletricidade no ano de 2023 é a maior quando comparado com todos os outros anos. O ano que apresentou o maior coeficiente de variação foi o ano de 2020 e o que apresentou-se menor foi no ano de 2014.

Tabela 5.1 – Tabela de medidas estatísticas anuais do consumo de energia da indústria de 2014 a 2023.

Ano	Média	Variância	Desvio padrão	Mínimo	Máximo	Co. Variação
2014	44776.25	10308.92	101.53	44663.00	44886.00	0.23
2015	42214.50	565963.67	752.31	41218.00	42930.00	1.78
2016	41063.25	981480.92	990.70	39702.00	42038.00	2.41
2017	41711.75	1053196.25	1026.25	40336.00	42562.00	2.46
2018	42365.75	525674.25	725.03	41465.00	43075.00	1.71
2019	41574.50	164310.33	405.35	41008.00	41910.00	0.98
2020	41407.25	10455305.58	3233.47	36943.00	44370.00	7.81
2021	45404.75	426420.92	653.01	44522.00	45978.00	1.44
2022	46126.25	1313936.25	1146.27	44694.00	47486.00	2.49
2023	46715.43	976745.22	988.30	45307.18	47483.17	2.12

A fim de visualizar as variações anuais encontradas na Tabela 5.1, foi construída a Figura 5.5 com *boxplot* múltiplos anuais do consumo de energia elétrica industrial brasileiro. Observa-se nesta figura que houve muita mudança de nível na série temporal ao longo do tempo. Nos anos de 2001, 2009 e 2020 se comportaram de forma similar e uma mudança de nível abrupta no de 2003 para o ano de 2004(crescimento excessivo).

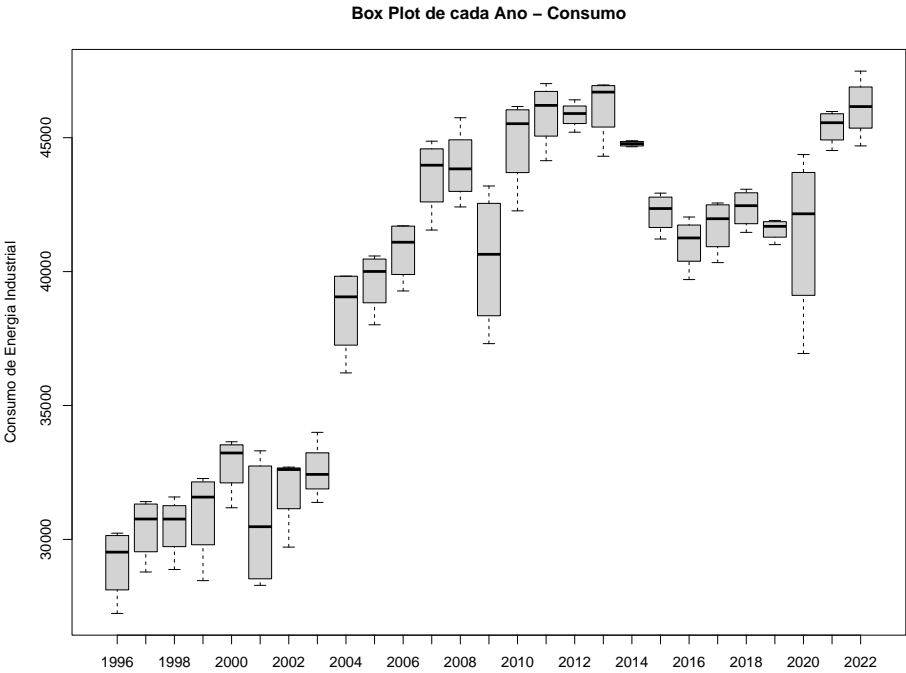


Figura 5.5 – *Boxplot* múltiplo da série temporal do consumo de eletricidade industrial do Brasil anual.

### 5.1.2 PIB industrial no Brasil

A Figura 5.6 apresenta a série temporal do PIB industrial brasileiro, na qual também há um crescimento significativo no intervalo de tempo dos anos de 1996 até 2023, sendo um crescimento mais expressivo a partir do ano de 2020. Além disto, há um vale no ano de 2008 e uma tendência acentuada que começa no último trimestre de 2020 e se estende até o terceiro trimestre de 2021. O período do ano de 2020 em que houve a influência da COVID-19 só não foi captada através da componente de sazonalidade.

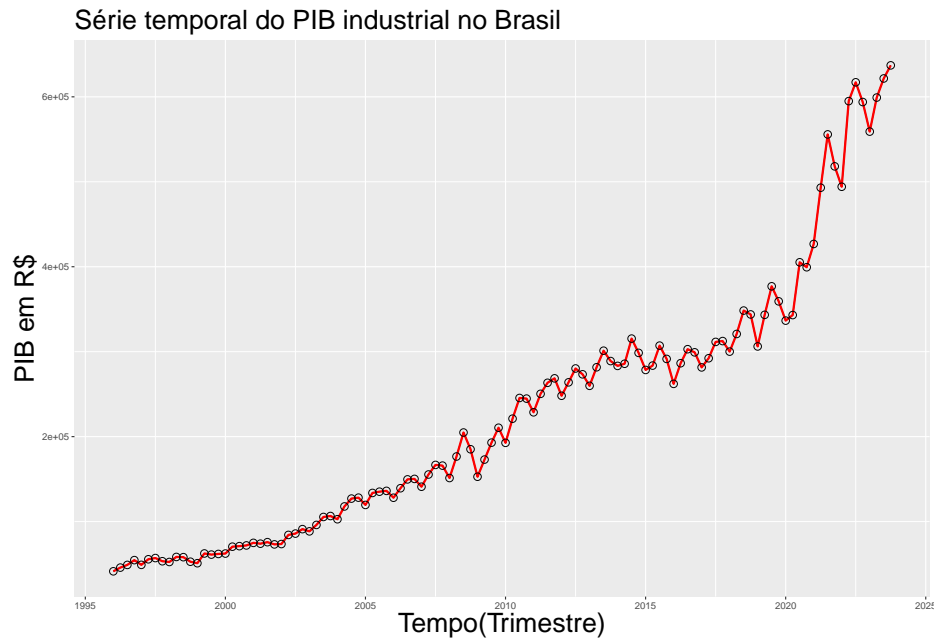


Figura 5.6 – Série temporal do PIB industrial Brasileiro trimestral.

Decompondo a série temporal do PIB nas componentes de tendência, sazonalidade e resíduo, confirma-se a existência de tendência e a sazonalidade para o período de 4 meses, Figura 5.7. Novamente no ano de 2020 na componente do ruído tem comportamento atípico e isto se deve pelo crescimento acentuado logo após o término da pandemia da COVID-19.

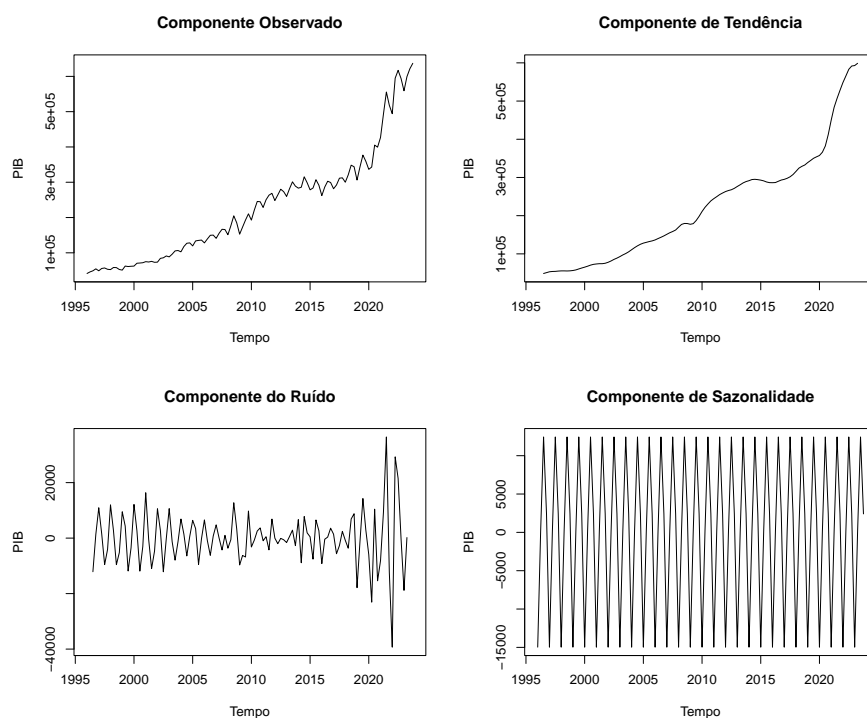


Figura 5.7 – Decomposição da série temporal do consumo de eletricidade industrial do Brasil.

Verificando a sazonalidade existente nesta série temporal do PIB industrial brasileiro, nota-se pelas Figuras 5.8 e 5.9 que assim como no consumo energético industrial brasileiro, nos 3 primeiros trimestres tiveram um aumento no PIB. Os dois primeiros trimestres de 2022 e 2023 apresentaram-se como *outliers* superiores. Além disso, o quarto trimestre de 2023 também.

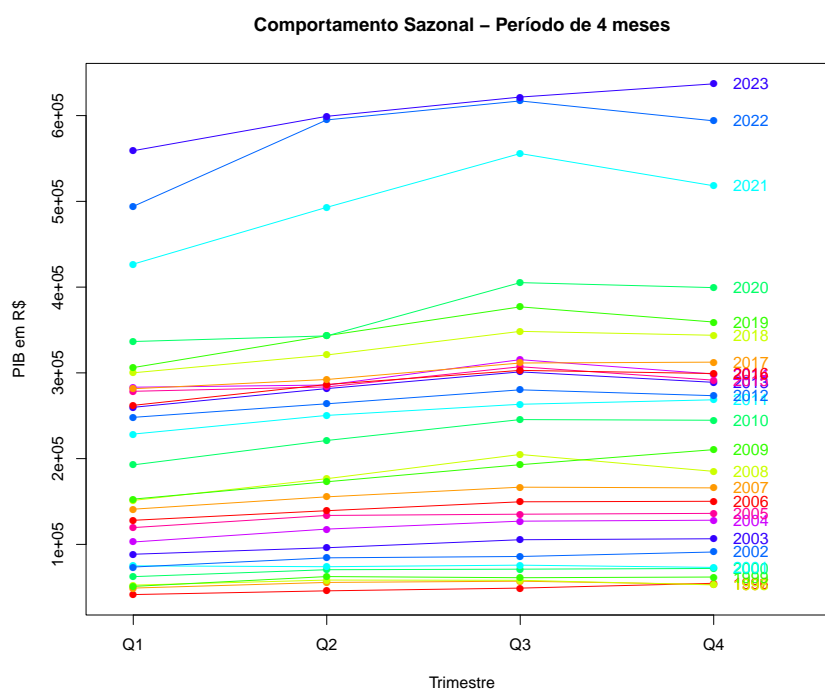


Figura 5.8 – PIB industrial do Brasil separado por anos e trimestres.

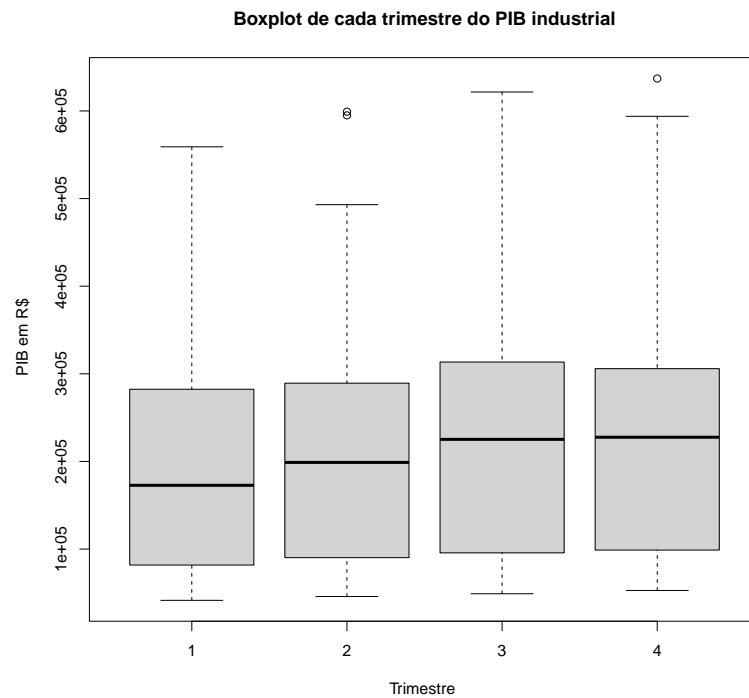


Figura 5.9 – Boxplot múltiplo da série temporal do PIB industrial do Brasil em trimestres.

A Tabela 5.2 possui as medidas estatísticas para os dados do PIB da indústria brasileira para o período de 2014 a 2023. Nota-se que a média do PIB no ano de 2023 é a maior do que em todos os anos, o ano de 2015 foi o que obteve o menor coeficiente de variação e o ano de 2021 foi o que ocorreu o maior coeficiente de variação.

Tabela 5.2 – Tabela de medidas estatísticas anuais do PIB industrial de 2014 a 2023.

Ano	Média	Variância	Desvio padrão	Mínimo	Máximo	Co. Variação
2014	295773.50	216287961.66	14706.73	283279.38	315401.56	4.97
2015	290196.75	156088116.42	12493.52	278514.05	307138.13	4.31
2016	287680.00	340080108.11	18441.26	262129.37	302913.85	6.41
2017	299450.00	229831439.63	15160.19	281510.80	312509.71	5.06
2018	328302.50	498950617.12	22337.20	300092.82	348407.45	6.80
2019	346451.00	908559914.95	30142.33	306190.09	376959.79	8.70
2020	371084.25	1314182438.34	36251.65	336571.78	405248.23	9.77
2021	498449.75	2944715022.42	54265.23	426821.93	555769.35	10.89
2022	575031.87	3020417362.68	54958.32	494170.35	617097.60	9.56
2023	604229.01	1148050918.86	33882.90	559077.29	637046.60	5.61

Da mesma maneira que foi feito para o consumo, com o objetivo de visualizar as variações anuais encontradas na Tabela 5.2, foi construído um gráfico com *boxplot* múltiplos anuais do PIB industrial brasileiro, apresentado na Figura 5.15. Observa-se nesta figura uma tendência de crescimento para todos os anos da série temporal do PIB e uma tendência mais expressiva entre os anos de 2021, 2022 e para o ano de 2023.

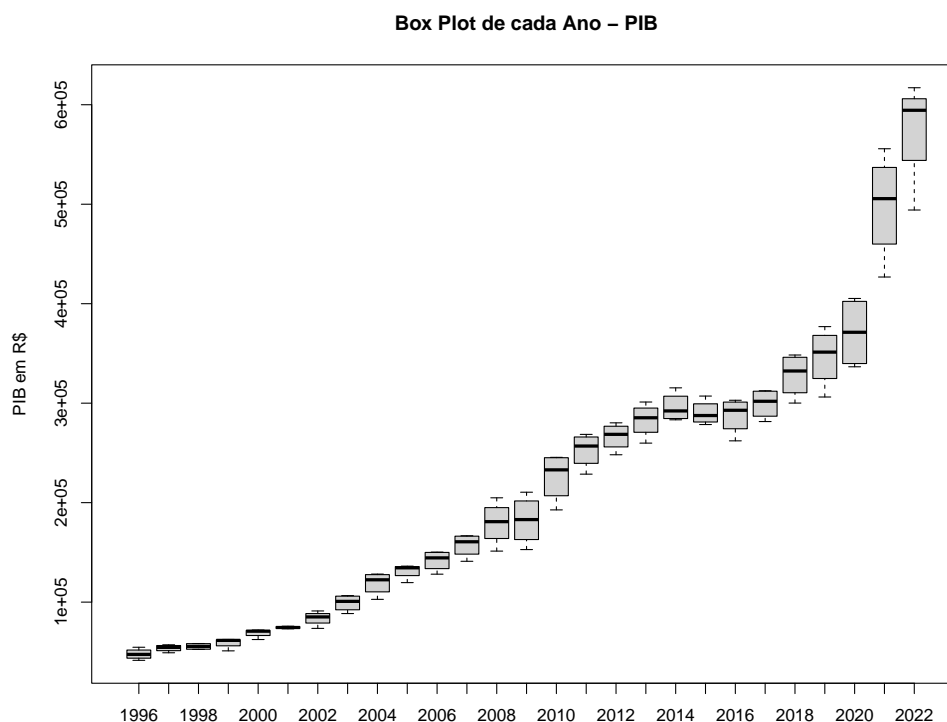


Figura 5.10 – *Boxplot* múltiplo da série temporal do consumo do PIB industrial do Brasil anual.

### 5.1.3 Imposto Sobre Produtos Industrializados no Brasil

Observa-se na Figura 5.11 que a série temporal do imposto sobre produtos industrializados no Brasil é bastante volátil, pois teve muitas mudanças de nível. Nota-se também que esta série possui tendência, sazonalidade e dois vales significativos nos anos de 2008 e 2020 como no consumo de energia industrial. Para confirmar as análises feitas graficamente, foi utilizada a decomposição da série temporal para observar cada uma de suas componentes.

Na Figura 5.12, note que na decomposição da série temporal do imposto sobre produtos industrializados a componente de tendência começa a ficar mais acentuada no meado de 2020, na componente de ruído observa-se que no ano de 2008 há um comportamento atípico e torna-se mais evidente a partir do ano de 2020. Além disto, evidentemente observa-se a componente de sazonalidade. O comportamento atípico a partir do ano de 2020 pode ter sido gerado devido a pandemia da COVID-19.

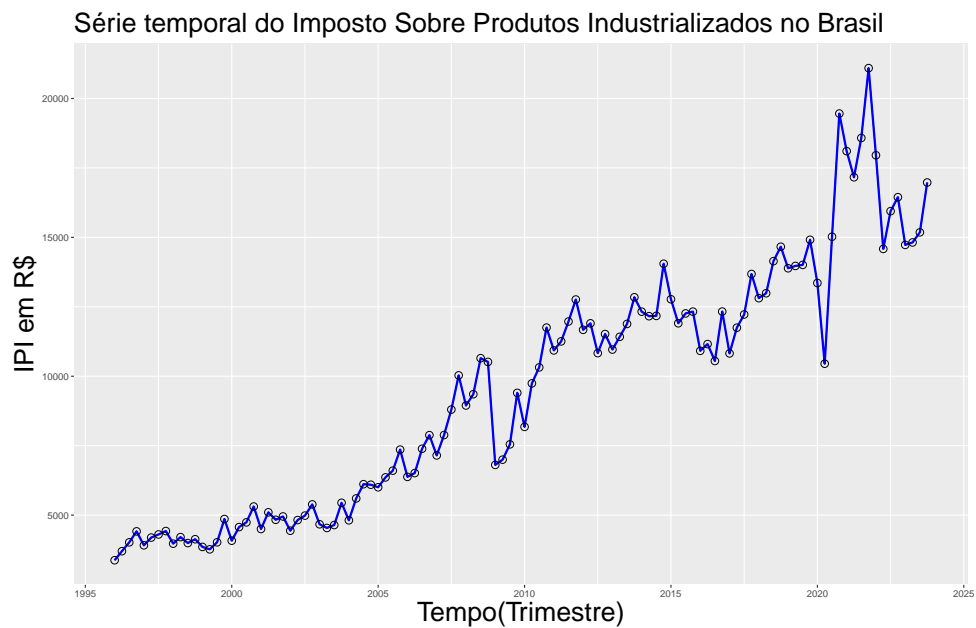


Figura 5.11 – Série temporal do imposto sobre produtos industrializados no Brasil trimestral.

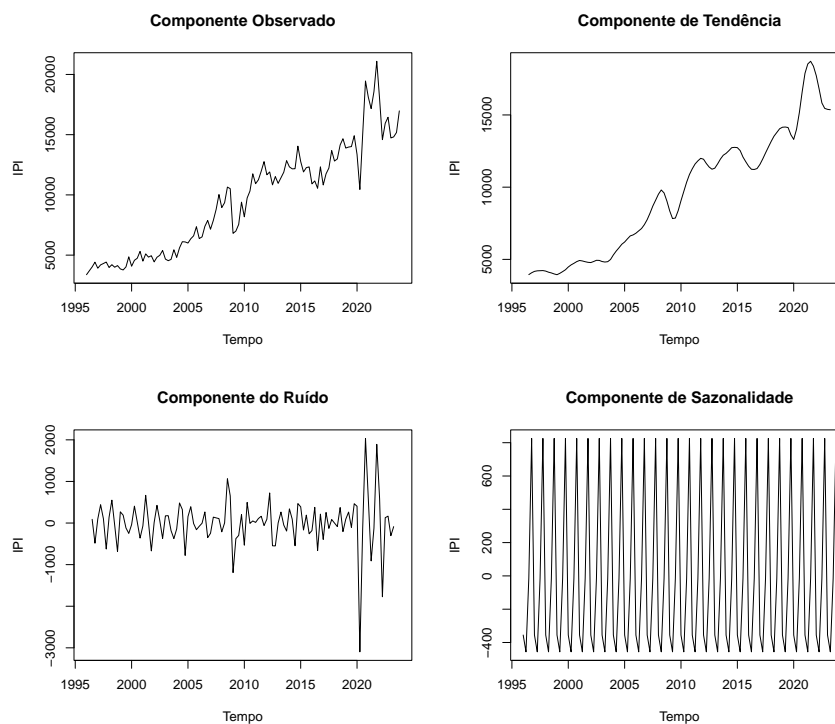


Figura 5.12 – Decomposição da série temporal do imposto sobre produtos industrializados no Brasil.

Observando o comportamento sazonal da série temporal na Figura 5.13 observa-se que houveram dois crescimentos significativos do segundo para o quarto trimestre para os anos de 2020 e 2021. Na 5.14, nota-se que o comportamento tem uma pequena tendência de crescimento para os quatro trimestres.



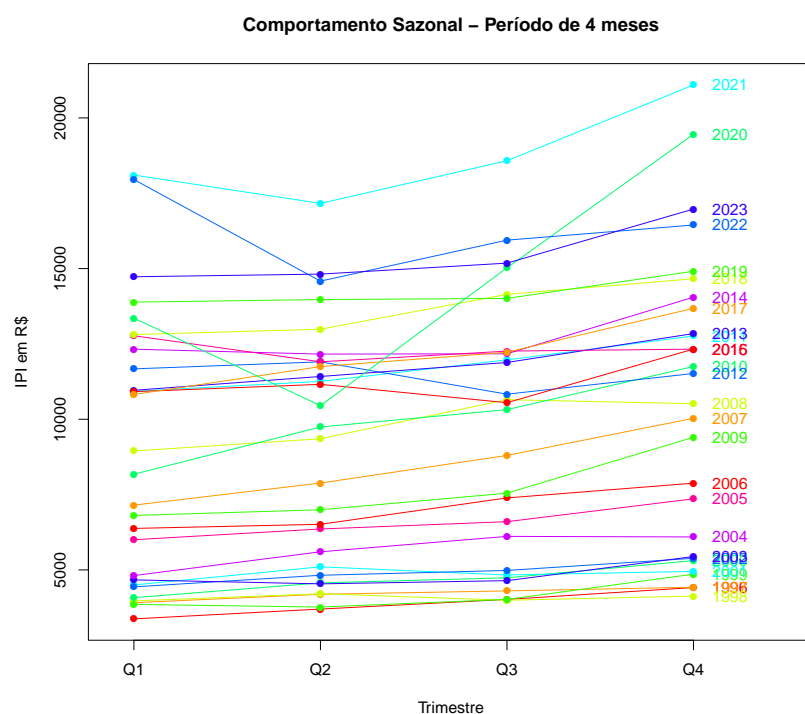


Figura 5.13 – Imposto sobre produtos industrializados do Brasil separado por anos e trimestres.

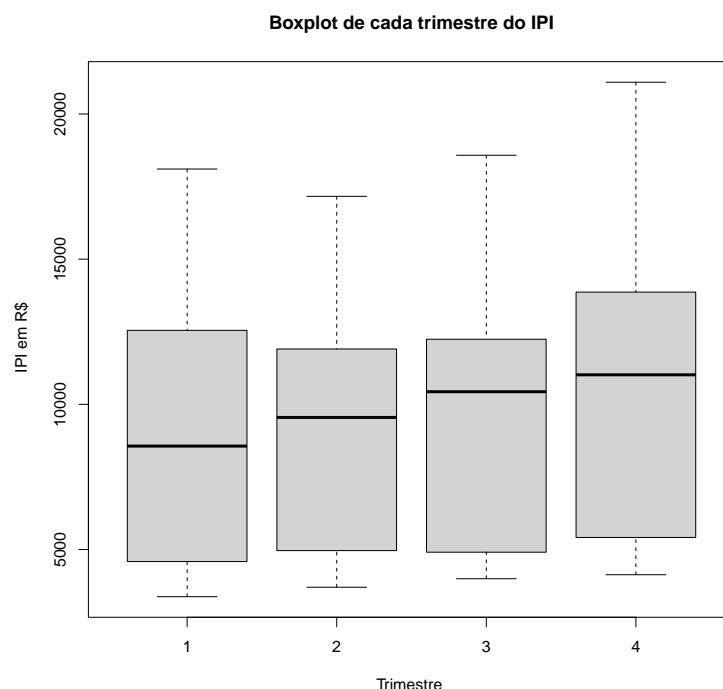


Figura 5.14 – Boxplot múltiplo da série temporal do imposto sobre produtos industrializados no Brasil em trimestres.

Na Tabela 5.3, pode-se observar as medidas estatísticas para os dados anuais do imposto sobre produtos industrializados dos últimos dez anos. Nessa tabela foi observado que a média do imposto sobre produtos industrializados foi maior no ano de 2021. No ano de 2015 foi o que

obteve o menor coeficiente de variação e no ano de 2020 foi onde ocorreu a maior variação. A Figura 5.15 corrobora com os resultados apresentados na Tabela 5.3 para os últimos dez anos.

Tabela 5.3 – Tabela de medidas estatísticas anuais do IPI de 2014 a 2023.

Ano	Média	Variância	Desvio padrão	Mínimo	Máximo	Co. Variação
2014	12677.86	843172.17	918.24	12162.11	14050.69	7.24
2015	12316.61	125952.77	354.90	11906.86	12771.42	2.88
2016	11237.83	591234.86	768.92	10549.40	12328.35	6.84
2017	12118.59	1423839.11	1193.25	10821.83	13681.01	9.85
2018	13651.47	804133.39	896.73	12810.57	14662.68	6.57
2019	14195.59	231296.99	480.93	13887.63	14912.89	3.39
2020	14572.30	14176148.85	3765.12	10451.29	19457.69	25.84
2021	18735.09	2817979.00	1678.68	17163.53	21093.51	8.96
2022	16232.33	1938128.07	1392.17	14584.26	17955.37	8.58
2023	15425.54	1105996.31	1051.66	14728.74	16975.48	6.82

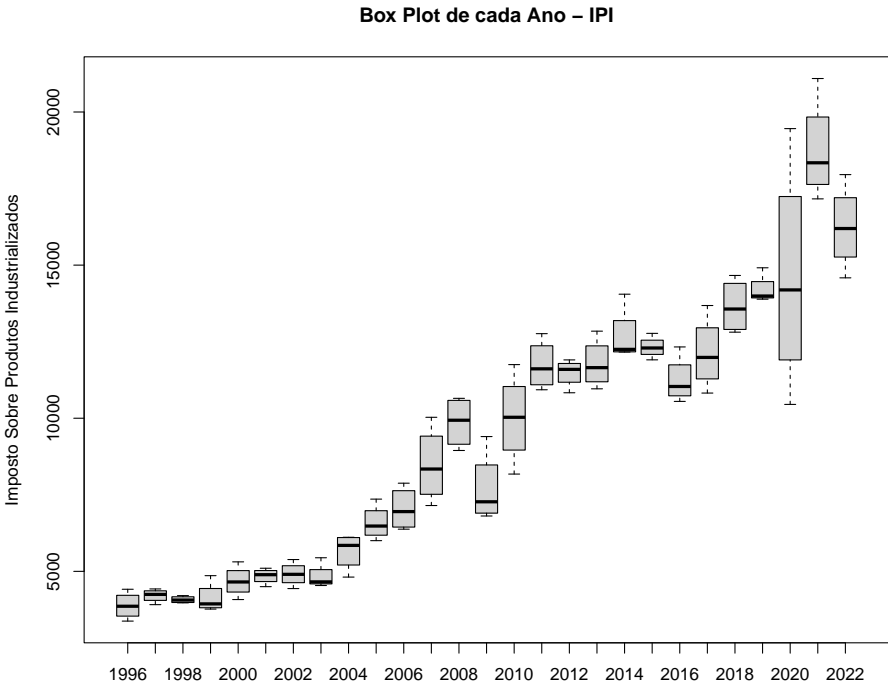


Figura 5.15 – *Boxplot* múltiplo da série temporal do IPI industrial do Brasil anual.

## 5.2 Verificação da Estacionariedade

A estacionariedade em séries temporais refere-se a uma propriedade estatística importante na análise desses dados. Uma série temporal é considerada estacionária quando suas propriedades estatísticas, como média, variância e correlação, são constantes ao longo do tempo. Além disto, a estacionariedade é uma das suposições existente para poder aplicar diversos modelos de séries temporais e por este motivo iremos transformar as séries temporais estudadas para controlar a sua variabilidade e torná-las estacionárias.

Existem várias maneiras de verificar a estacionariedade de uma série temporal, neste trabalho foram utilizados os testes de [Dickey e Fuller \(1981\)](#) e [Kwiatkowski et al. \(1992\)](#). Na tabela 5.4 abaixo vemos os valores-p dos testes ADF e KPSS para cada série temporal com seus respectivos conjuntos de treino.

Tabela 5.4 – Comparação entre os Valores-p dos testes de estacionariedade (Dickey-Fuller e Kwiatkowski) para cada série temporal.

Período	Série Temporal	Valor-p adf.test	Valor-p kpss.test
1996-2019 (Treino1)	Consumo Ind.	0,703	<b>&lt;0,01</b>
	PIB	0,348	<b>&lt;0,01</b>
	IPI	<b>&lt;0,01</b>	<b>&lt;0,01</b>
1996-2020 (Treino2)	Consumo Ind.	0,667	<b>&lt;0,01</b>
	PIB	0,445	<b>&lt;0,01</b>
	IPI	<b>0,020</b>	<b>&lt;0,01</b>
1996-2021 (Treino3)	Consumo Ind.	0,578	<b>&lt;0,01</b>
	PIB	0,894	<b>&lt;0,01</b>
	IPI	<b>0,049</b>	<b>&lt;0,01</b>
1996-2022 (Treino4)	Consumo Ind.	0,572	<b>&lt;0,01</b>
	PIB	0,989	<b>&lt;0,01</b>
	IPI	<b>&lt;0,01</b>	<b>&lt;0,01</b>

Logo, como o valor-p do teste ADF nas séries temporais do consumo industrial e do PIB deram não significativos (utilizando 5% de nível de significância), não rejeitamos a hipótese nula de não estacionariedade e na série temporal do IPI apresentou estacionariedade nos quatro conjuntos de treino, mas como visto anteriormente na Figura 5.11 nota-se que a série temporal do IPI possui tendência, ou seja, não estacionariedade. No teste *kpss.test* apresentou não estacionariedade em todos os conjuntos de treino e em todas as séries temporais (todos os valores-p foram menores que 0,01). Para contornar este problema encontrado no *adf.test*, foi realizada a transformação logarítmica nos dados para controlar a variabilidade e a sua escala. Aplicando novamente o teste ADF e o de KPSS, observe os valores-p para ambos os testes após a transformação na tabela 5.5 abaixo:

Tabela 5.5 – Comparação entre os Valores-p dos testes de estacionaridade (Dickey-Fuller e Kwiatkowski) para cada série temporal e seus respectivos conjuntos de treino transformados pela função logarítmica.

Período	Série Temporal	Valor-p adf.test	Valor-p kpss.test
1996-2019 (Treino1)	Consumo Ind.	0,716	<b>&lt;0,01</b>
	PIB	0,953	<b>&lt;0,01</b>
	IPI	0,076	<b>&lt;0,01</b>
1996-2020 (Treino2)	Consumo Ind.	0,679	<b>&lt;0,01</b>
	PIB	0,937	<b>&lt;0,01</b>
	IPI	0,071	<b>&lt;0,01</b>
1996-2021 (Treino3)	Consumo Ind.	0,593	<b>&lt;0,01</b>
	PIB	0,603	<b>&lt;0,01</b>
	IPI	0,052	<b>&lt;0,01</b>
1996-2022 (Treino4)	Consumo Ind.	0,587	<b>&lt;0,01</b>
	PIB	0,615	<b>&lt;0,01</b>
	IPI	0,041	<b>&lt;0,01</b>

Observa-se na Tabela 5.5 que nenhuma das séries temporais apresentou valor-p significativo para o nível de significância de 1%, mas para 5% de significância rejeitaria-se a hipótese nula de não estacionaridade. Por este motivo, será adotado 1% de significância para resolver o problema encontrado na série temporal do IPI quanto a estacionaridade. Logo, iremos realizar a primeira diferença simples afim de torna-las estacionárias.

Portanto, aplicando a primeira diferença nos dados após a transformação logarítmica teremos os seguintes valores para os testes ADF e KPSS na Tabela 5.6 para o conjunto de treino4.

Tabela 5.6 – Comparação entre os Valores-p dos testes de estacionaridade (Dickey-Fuller e Kwiatkowski) para cada série temporal e conjunto de treino4 transformados com a função logarítmica e uma diferença simples.

Período	Série Temporal	Valor-p adf.test	Valor-p kpss.test
1996-2022 (Treino4)	Consumo Ind.	<b>&lt;0,01</b>	0,1
	PIB	<b>0,014</b>	0,1
	IPI	<b>&lt;0,01</b>	0,1

Observa-se na Tabela 5.6 que todas as séries temporais tornaram-se estacionárias apenas na primeira diferença e com a transformação logarítmica.

### 5.3 Ajuste e previsão através do modelo de Holt-Winters

Nesta seção, O modelo Holt-Winters será ajustado aos conjuntos de treinamento considerados neste trabalho.

O modelo de Holt-Winters ajustado foi com o erro aditivo, tendência aditiva e sazonalidade aditiva, ou seja, ETS(A, A, A). Na Tabela 5.7 encontram-se as estimativas dos parâmetros para o modelo de Holt-Winters.

Tabela 5.7 – Resultado do ajuste do Modelo de Holt-Winters à série temporal do consumo trimestral de energia elétrica industrial no Brasil para o período de 1996 a 2022.

Parâmetro		$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\phi$
Estimativa		0,986	$1 \times 10^{-4}$	0,001	0
$l_0$	$b_0$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	$s_4$
28600,392	245,0098	381,621	596,748	86,891	-1065,259
		AICc=2078,698		BIC=2101,001	

Na Tabela 5.8 encontra-se os valores para as métricas de ajuste do erro médio absoluto percentual (MAPE) e da a raiz quadrática média dos erros (RMSE) do modelo de Holt-Winters para conjunto de treino e teste. Pode-se observar que o valor do MAPE apresentou-se desejável, pois o modelo apresentou uma média de 2,02% de erro para o ajuste e média de 2,21% para a previsão. Portanto, conclui-se que o modelo está ajustando-se bem aos dados e possui bom poder preditivo.

Tabela 5.8 – Desempenho do ajuste e de previsão do modelo Holt-Winters para os dados de consumo de eletricidade industrial do Brasil.

Modelo	Métricas	2019	2020	2021	2022	2023	Média
HW(Ajuste)	MAPE	1,82	2,11	2,09	2,07	-	2,02
HW(Ajuste)	RMSE	1114,48	1363,02	1343,81	1327,03	-	1287,08
HW(Previsão)	MAPE	-	5,35	1,66	0,89	0,95	2,21
HW(Previsão)	RMSE	-	2751,59	858,94	562,95	450,31	1155,95

Na Figura 5.16 (a) tem-se o gráfico da série temporal com os dados observados e com o modelo de Holt-Winters ajustado e nela nota-se que o modelo de Holt-Winters tem um comportamento de atraso com relação à série observada uma vez que o modelo utiliza de uma média ponderada de valores defasados na construção do seu modelo. Além disto, este modelo conseguiu acompanhar a volatilidade presente na série temporal e também os vales existentes nos anos de 2002, 2009 e 2020.

Observa-se na Figura 5.16 (b) que as previsões do modelo Holt-Winters teve comportamento similar aos dados observados e com uma boa acurácia.

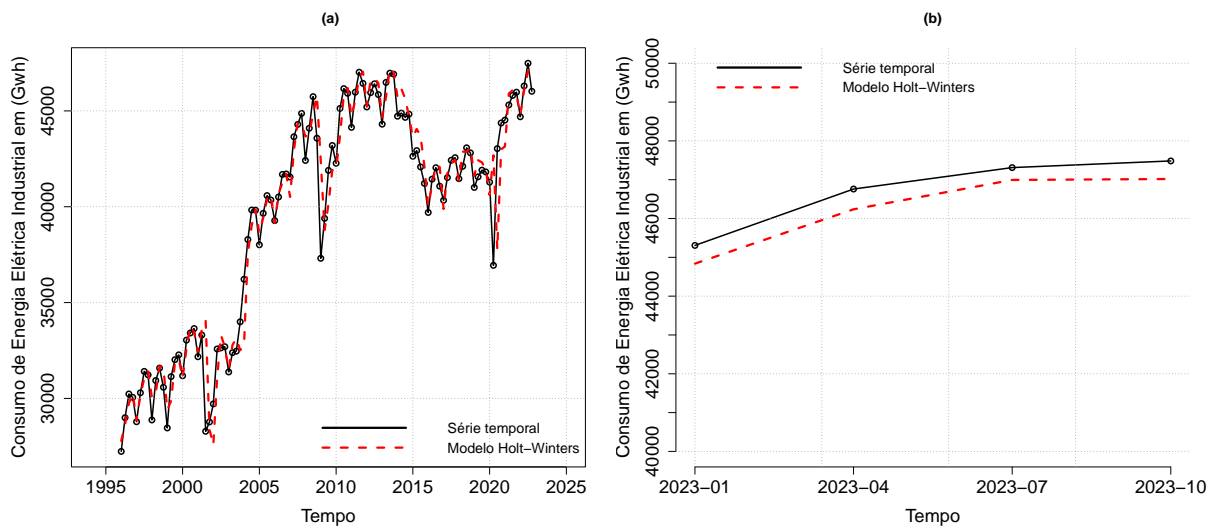


Figura 5.16 – Gráfico (a): Série temporal do consumo energético industrial brasileiro com o modelo Holt-Winters ajustado. Gráfico (b): Previsão do modelo Holt-Winters com os dados observados.

#### 5.4 Ajuste e previsão através do modelo Autorregressivo Integrado de Médias Móveis Sazonal

Nesta seção, o modelo SARIMA será ajustado aos conjuntos de treinamento considerados neste trabalho. Em particular, será mostrado as etapas de obtenção dos modelos de Box-Jenkins para o conjunto de treinamento.

Na Figura 5.17 tem-se os gráficos da série temporal no painel superior e no painel inferior as funções de autocorrelação e autocorrelação parcial. Observa-se na função FAC no painel inferior esquerdo que o decaimento amortecido significa a não estacionaridade. Por este motivo, foi aplicado o teste de [Dickey e Fuller \(1981\)](#) que resultou em um valor-p igual a 0,572, confirmando que a série temporal do consumo energético brasileiro é não estacionária.

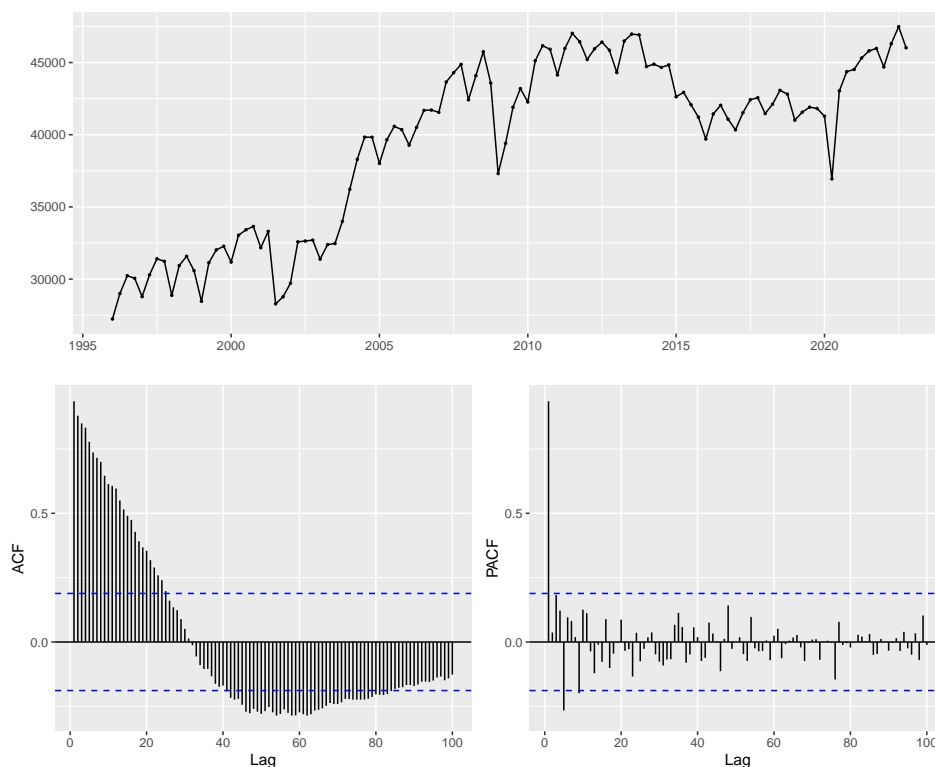


Figura 5.17 – Paineis superior: Série temporal do consumo energético industrial brasileiro. Paineis inferiores: Gráficos da FAC e FACP da série temporal do consumo energético industrial brasileiro.

Identificado a não estacionariedade, foi aplicada a transformação logarítmica para controlar a variância e uma diferença simples para tentar tornar a série temporal do consumo estacionária, assim transformando-a para a taxa do consumo energético industrial. Após as transformações, pelo teste de Dickey-Fuller, o valor-p passou a ser de aproximadamente 0,01, ou seja, com as transformações logarítmica e uma diferença simples a série temporal do consumo energético industrial brasileiro tornou-se estacionária, que pode ser observado a Figura 5.18. Porém, mesmo a série temporal estando estacionária a interpretação das ordens do modelo ARIMA não esta clara, pois ainda apresentam muitos *lags* significativos nos múltiplos de 4 no painel inferior esquerdo na função de autocorrelação e isto indica que há sazonalidade na série temporal. Portanto, por este motivo, será feita a transformação da diferença sazonal.

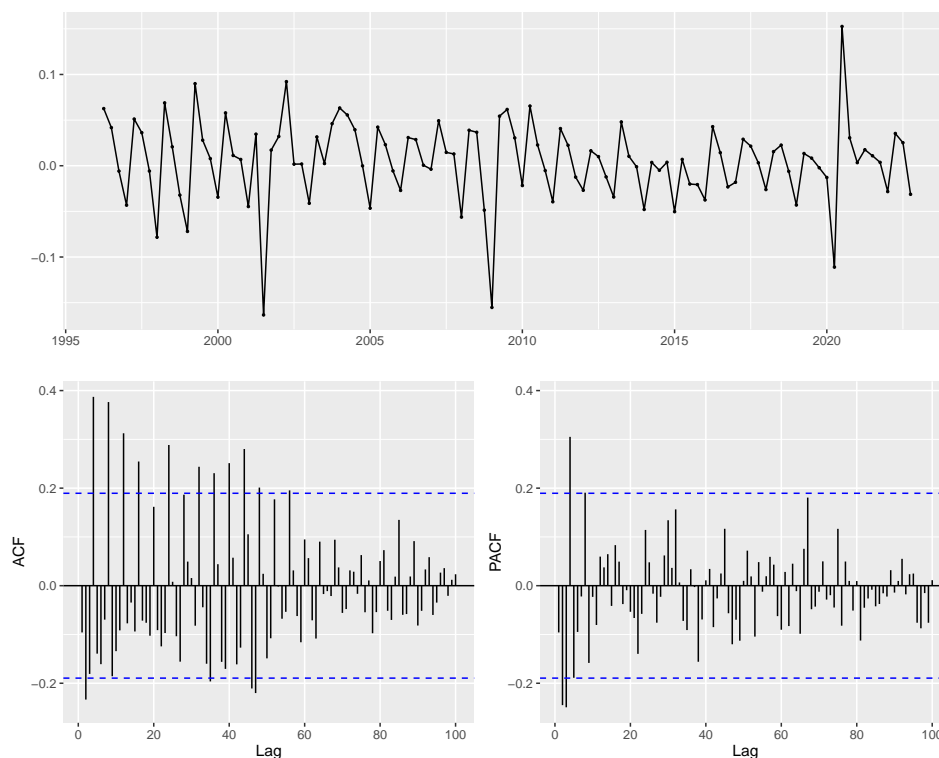


Figura 5.18 – Painel superior: Série temporal do consumo energético industrial brasileiro com a transformação logarítmica e uma diferença simples. Paineis inferiores: Gráficos da FAC e FACP da série temporal do consumo energético industrial brasileiro.

Na Figura 5.19 pode-se observar que o comportamento da FAC (painel inferior esquerdo) ficou muito mais controlado e depois de testarmos algumas ordens do modelo ARIMA, foi escolhido aquele que apresentou o menor valor de critério de informação.

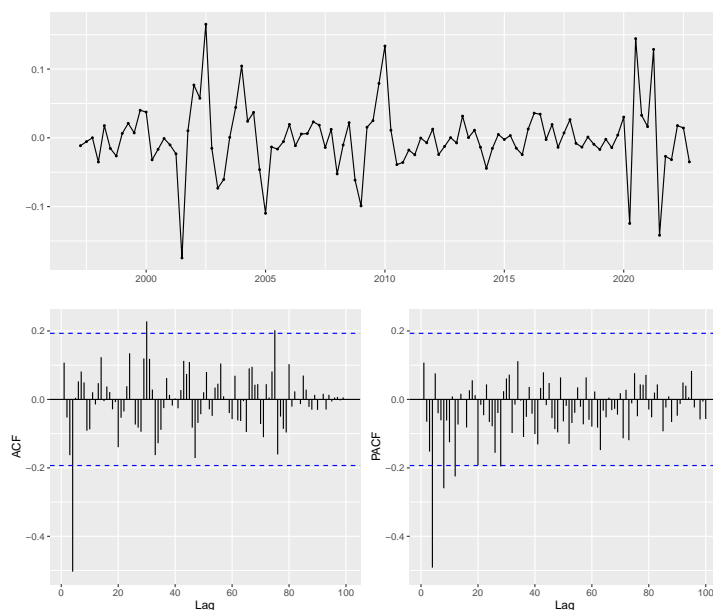


Figura 5.19 – Painel superior: Série temporal do consumo energético industrial brasileiro com a transformação logarítmica, uma diferença simples e uma diferença sazonal. Paineis inferiores: Gráficos da FAC e FACP da série temporal do consumo energético industrial brasileiro.



Foi verificado pelos critérios de informação vários modelos com uma ordem superior e uma ordem inferior para média móvel e autorregressiva sazonais antes de decidir a ordem do modelo. Também foi comparado com o modelo  $ARIMA(0, 1, 0) \times (2, 0, 0)_4$  que foi sugerido pelo software R da função *auto.arima*.

O modelo escolhido foi o modelo  $ARIMA(0, 1, 0) \times (0, 1, 1)_4$ , pois apresenta um lag significativo múltiplo de 4 na FAC que corresponde a uma ordem de média móvel sazonal e dois lags significativos também múltiplos de 4 na FACP (painel inferior direito) o que indica duas ordens autorregressivas sazonais e como foi realizada duas transformações, uma diferença simples e sazonal, temos  $d = 1$  e  $D = 1$ .

Na Tabela 5.9 encontram-se os valores para os critérios de informação para o modelo escolhido e o que foi sugerido pelo software R. Pode-se observar que o modelo escolhido apresentou mais parcimonia de ajuste em todos os critérios de informação adotados.

Tabela 5.9 – Tabela com os critérios de informação para a escolha do melhor modelo SARIMA para o ajuste dos dados entre os anos de 1996 até 2022.

Crítérios	AIC	AICc	BIC
$ARIMA(0, 1, 0) \times (0, 1, 1)_4$	<b>1792,82</b>	<b>1792,94</b>	<b>1798,09</b>
$AUTO.ARIMA(0, 1, 0) \times (2, 0, 0)_4$	1869,69	1869,93	1877,71

Aplicando o teste de Ljung-Box para verificar se os resíduos do modelo escolhido são autocorrelacionados, apresentou valor-p igual a 0,810 indicando que há fortes evidências de que o modelo é adequado, pois não apresenta autocorrelação residual no modelo. Para verificar a autocorrelação dos resíduos, foi aplicada a função *checkresiduals* do software R e pode-se observar na Figura 5.20 que todos os *lags* deram não significativos e os resíduos do modelo seguem uma distribuição normal. Dessa forma, o modelo se adequa aos pressupostos pré-estabelecidos.

Tabela 5.10 – Resultado do ajuste do Modelo  $ARIMA(0, 1, 0) \times (0, 1, 1)_4$  ao consumo trimestral de energia elétrica industrial do Brasil para o período de 1996 a 2022.

Parâmetros	Estimativa	Erro Padrão
$\phi_1$	-0,8696	0,0749
Log Verossimilhança:-894,41 ; AICc = 1792,94		

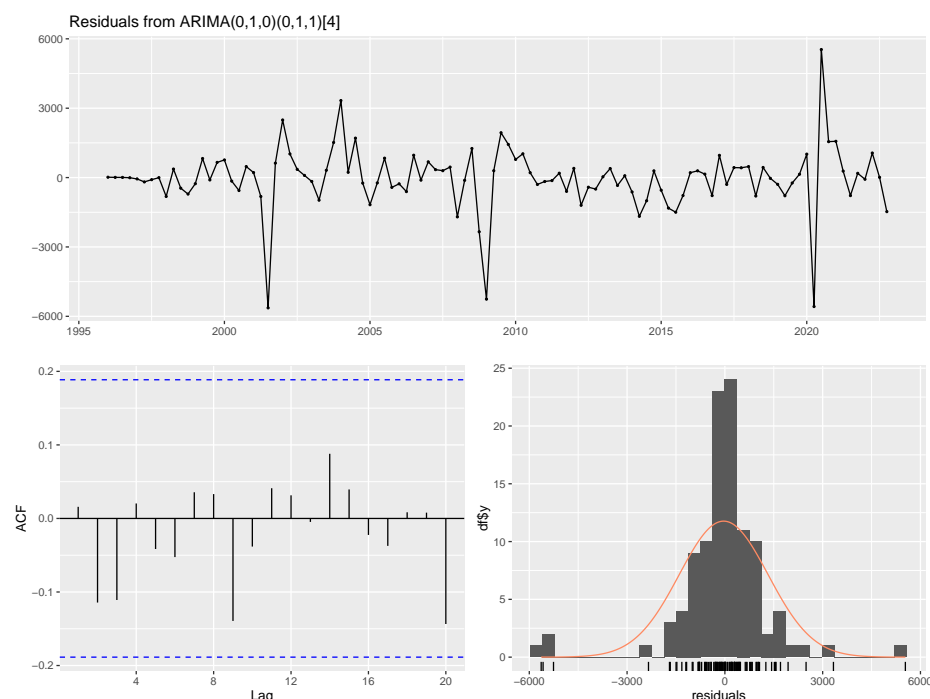


Figura 5.20 – Paineis superior: Série temporal do consumo energético industrial brasileiro estacionária. Paineis inferiores: Gráfico da autocorrelação e da normalidade dos resíduos do modelo  $ARIMA(0, 1, 0) \times (0, 1, 1)_4$ .

Para verificar se o modelo SARIMA ajustou-se bem aos dados observados e obteve bom poder preditivo, foram utilizadas as métricas do MAPE e do RMSE que encontram-se na Tabela 5.11 abaixo.

Tabela 5.11 – Desempenho do ajuste e de previsão do modelo SARIMA para os dados de consumo de eletricidade industrial do Brasil.

Modelo	Métricas	2019	2020	2021	2022	2023	Média
SARIMA(Ajuste)	MAPE	1,84	2,25	2,17	2,11	-	2,09
SARIMA(Ajuste)	RMSE	1128,87	1397,62	1376,93	1357,73	-	1315,29
SARIMA(Previsão)	MAPE	-	5,47	3,47	1,50	1,83	3,07
SARIMA(Previsão)	RMSE	-	2731,04	1654,08	801,09	909,23	1523,86

Na Figura 5.21 (a) tem-se o ajuste do modelo  $ARIMA(0, 1, 0) \times (0, 1, 1)_4$  com os dados observados e nota-se que possui um comportamento de atraso com relação à série observada, que consegue acompanhar a volatilidade existente no conjunto de dados e também ajustou com bastante precisão os vales existentes nos anos de 2002, 2008 e 2020. Na Figura 5.21 (b) observa-se as previsões do modelo SARIMA e nela vemos que o primeiro e o terceiro trimestre foram os mais próximos dos dados observados.

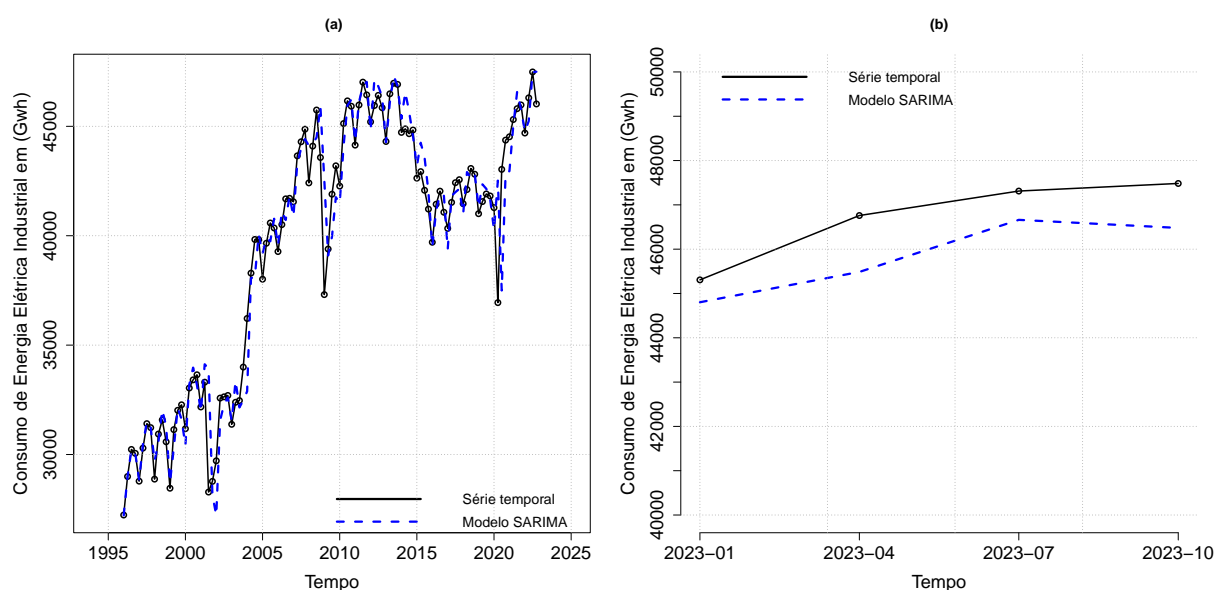


Figura 5.21 – Gráfico (a): Série temporal do consumo energético industrial brasileiro com o modelo SARIMA ajustado. Gráfico (b): Previsões do modelo SARIMA com os dados observados.

## 5.5 Ajuste e previsão através do modelo de Regressão Dinâmica

Para encontrar o melhor modelo de regressão de dinâmica foi verificado pelos critérios de informação quais seriam as melhores variáveis regressoras no modelo (somente o PIB, apenas o IPI ou simultaneamente PIB e IPI) para explicar o comportamento do consumo de energia elétrica industrial. Investigando, observou-se que utilizando o PIB e o IPI transformados pela função logarítmica como variáveis regressoras é mais eficiente para a capacidade preditiva e de ajuste aos dados.

Foi verificado o modelo ARIMA através das interpretações dos gráficos da FAC e FACP comparando com o modelo sugerido pela função *auto.arima* do software R. O modelo escolhido foi o modelo de regressão com ARIMA(0, 1, 2) nos erros sugerido pela função *auto.arima*, pois pelo teste de Ljung-Box o modelo ARIMA interpretado apresentou correlação residual. Na Tabela 5.12 encontram-se as estimativas dos parâmetros para o modelo de regressão dinâmica ajustado.

Tabela 5.12 – Resultado do ajuste do Modelo de regressão com ARIMA(0, 1, 2) nos erros ao consumo trimestral de energia elétrica industrial do Brasil.

Parâmetro	Estimativa	Erro Padrão
$\beta_1$	11971,621	1508,149
$\beta_2$	6539,591	991,746
$\phi_1$	-0,2898	0,100
$\phi_2$	-0,156	0,098
$\epsilon$	-216,922	60,533
Log Verossimilhança:-884,37 ; AICc = 1781,57		

Depois de ajustado o modelo de regressão dinâmica, foi verificada a adequabilidade

do mesmo. Aplicando-se o teste de Ljung-Box para correlação entre os resíduos o valor-p apresentou-se igual a 0,975 e na Figura 5.22 abaixo pode-se observar que todos os *lags* deram não significativos indicando que não há correlação entre os resíduos do modelo.

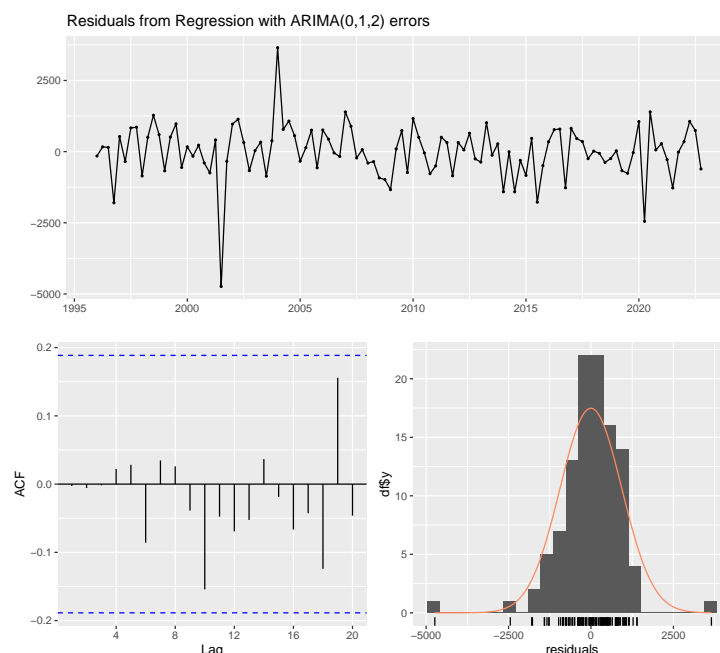


Figura 5.22 – Paineis superior: Série temporal do consumo energético industrial brasileiro estacionária. Paineis inferiores: Gráfico da autocorrelação e da normalidade dos resíduos do modelo de regressão com ARIMA(0, 1, 2).

Para verificar se o modelo teve boa capacidade preditiva e ajustou-se bem aos dados observados, foi utilizada a métrica do MAPE e do RMSE que encontra-se na Tabela 5.13 abaixo. Observa-se nesta tabela que o houve uma boa capacidade de ajuste e preditiva, pois o MAPE médio para o ajuste foi de 1,80% e para a previsão 2,49%. Além disto, note que até para o ano de 2020, ano em que houve a influência da COVID-19, o modelo de regressão dinâmica obteve uma boa acurácia.

Tabela 5.13 – Desempenho do ajuste e de previsão do modelo de Regressão Dinâmica para os dados de consumo de eletricidade industrial do Brasil.

Modelo	Métricas	2019	2020	2021	2022	2023	Média
Reg. Din.(Ajuste)	MAPE	1,76	1,86	1,83	1,77	-	1,80
Reg. Din.(Ajuste)	RMSE	926,67	959,42	950,46	935,27	-	942,96
Reg. Din.(Previsão)	MAPE	-	2,65	1,58	2,85	2,86	2,49
Reg. Din.(Previsão)	RMSE	-	1209,44	910,31	1444,32	1385,52	1237,40

Na Figura 5.23 (a) tem-se a série temporal dos dados observados e o ajuste do modelo de regressão com o ARIMA(0, 1, 2) nos erros e nota-se um comportamento de atraso no vale existente no ano de 2002 com relação à série observada. Observa-se que este modelo consegue acompanhar satisfatoriamente a volatilidade existente no consumo industrial de energia elétrica brasileira. Na Figura 5.23 (b) observa-se as previsões para o ano de 2023 do modelo de regressão dinâmica e nota-se que o primeiro e o último trimestres foram os que apresentaram os menores erros preditivos.

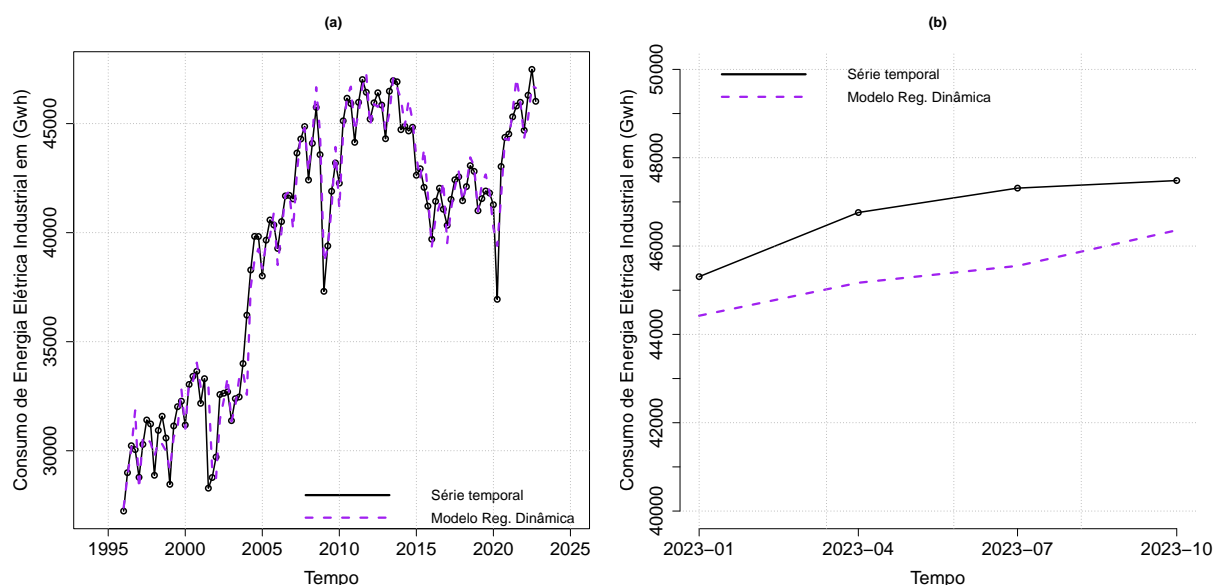


Figura 5.23 – Gráfico (a): Série temporal do consumo energético industrial brasileiro com o modelo de regressão dinâmica ajustado. Gráfico (b): Previsões do modelo de regressão dinâmica com os dados observados.

## 5.6 Ajuste e previsão através do modelo Vetorial Autorregressivo

Uma limitação dos modelos que consideramos até agora é que eles impõem uma relação unidirecional, ou seja, a variável de previsão é influenciada pelas variáveis preditoras, mas não vice-versa. Contudo, há muitos casos em que o inverso também deveria ser permitido – onde todas as variáveis se afetam umas às outras.

Foram investigadas varias ordens do modelo VAR(p) com as variáveis (PIB, IPI e com as duas variáveis anteriores juntas) e o único modelo VAR que atendeu aos pressupostos pré-estabelecidos foi o modelo VAR(5) utilizando as variáveis do consumo energético industrial e do imposto sobre produtos industrializados.

### 5.6.1 Adequabilidade do Modelo Vektor Autorregressivo

Primeiro pressuposto verificado foi se os resíduos do modelo VAR(5) se comportam como um ruído branco. O teste aplicado foi o de Portmanteau com os dois tipos (Assintótico e Ajustado) e os valores-p encontrados foram, respectivamente, 0,568 e 0,415. Portanto, não rejeitando a hipótese nula de que os resíduos do modelo VAR(5) se comportam como um ruído branco.

Segundo pressuposto investigado foi o de estabilidade do modelo. O modelo VAR é estável se as raízes do polinômio característico estão dentro do círculo unitário, ou no caso do modelo multivariado, que os autovalores associados as matrizes de coeficiente estão dentro do círculo unitário. Isso garante que o modelo converge a um estado estacionário. Os valores das raízes encontram-se na Tabela 5.14 abaixo.

Tabela 5.14 – Tabela com os autovalores para as matrizes associadas ao modelo VAR(5).

Autovalores	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
VAR(5)	0,97	0,94	0,94	0,90	0,82	0,79	0,79	0,76	0,74	0,68

Por fim, analisando a heterocedasticidade condicional autorregressiva (ARCH) nos resíduos, foi encontrado o valor-p igual a 0,02. Logo, a 1% de significância não há heterocedasticidade condicional e o modelo VAR(5) utilizando como variáveis o consumo de energia elétrica industrial e o IPI é adequado.

### 5.6.2 Análise da Função Impulso Resposta

Na Tabela 5.15 temos a matriz de covariâncias, sendo os elementos da diagonal principal a variância de cada variável e no restante dos elementos a covariância entre as variáveis. Como os elementos diferentes da diagonal principal são diferentes de zero, indica que há correlação contemporânea.

Tabela 5.15 – Matriz de covariância entre as variáveis do consumo e IPI.

Variáveis	Consumo Industrial	IPI Industrial
Consumo Industrial	2230945	914446
IPI Industrial	914446	1001823

Para confirmar tal afirmação anterior, foi calculada a matriz de correlação residual exibida na Tabela 5.16 abaixo:

Tabela 5.16 – Matriz de correlação residual do modelo VAR(5).

Variáveis	Consumo Industrial	IPI Industrial
Consumo Industrial	1,00	0,61
IPI Industrial	0,61	1,00

A fim de entender essa inter-relação contemporânea entre as variáveis estudadas, foi feita a decomposição de Cholesky e o resultado obtido encontra-se na Tabela 5.17. As colunas indicam a variável que está recebendo um choque (desvio padrão de uma unidade) e as linhas indicam o efeito direto desse choque sobre cada variável.

Observa-se que um choque no consumo industrial tem um efeito contemporâneo sobre o IPI, mas não o inverso. Além disto, um choque de uma unidade no consumo energético industrial leva a um aumento no IPI de 612,23 unidades.

Tabela 5.17 – Matriz simétrica encontrada através da decomposição de Cholesky.

Variáveis	Consumo Industrial	IPI Industrial
Consumo Industrial	1493,63	0,00
IPI Industrial	612,23	791,83

Note que o IPI não sofre impacto direto sobre o consumo de energia elétrica industrial, porém ainda há o efeito autorregressivo uma vez que o IPI é explicado pelas 5 defasagens encontradas no modelo VAR(5) ajustado. Investigando o efeito desse choque contemporâneo e para várias defasagens, são apresentados os gráficos da função impulso resposta ortogonalizada para investigar esses choques inesperados no sistema.

Na Figura 5.24 apresenta nas linhas as respostas ao impulso de uma unidade de desvio padrão no consumo de energia elétrica industrial. No *lag* igual a 0, observa-se os valores encontrados na matriz simétrica anterior pela decomposição de Cholesky, ou seja, mostra-se que a relação contemporânea em razão de um choque unitário no consumo, o IPI reage positivamente

de três em três *lags*, sendo não significativos nos *lags* 3, 7, 11 e a partir do 14. Nota-se que demora para estabilizar-se, pois demora na convergência para zero e isto sugere que o sistema modelado pelo VAR(5) apresenta uma forte interdependência entre as variáveis do modelo. Os choques na variável do consumo têm efeitos prolongados sobre a variável do IPI. Além disto, a lenta convergência da FIR corrobora que o modelo VAR(5) possui uma estrutura autorregressiva complexa, com raízes do polinômio característico próximas ao círculo unitário.

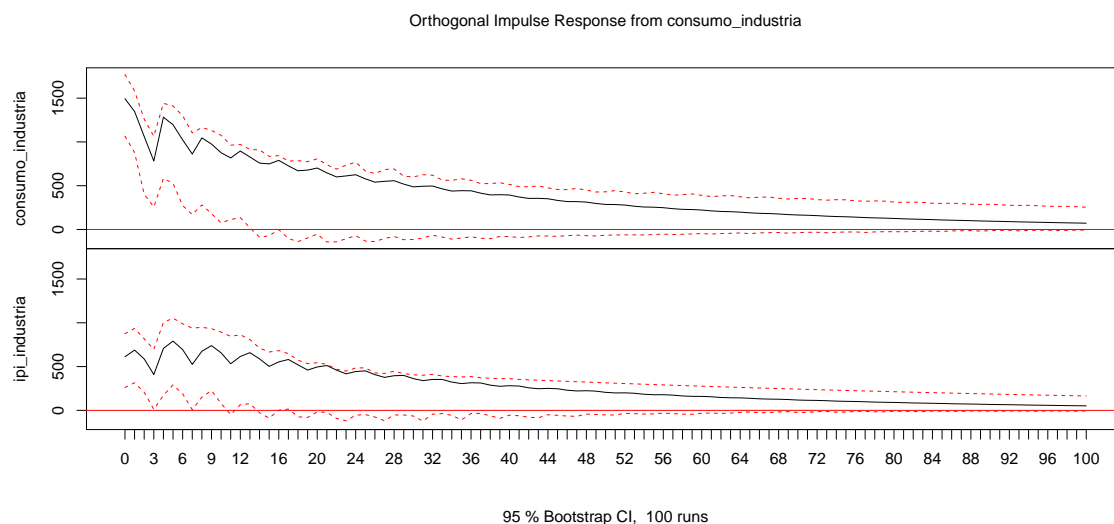


Figura 5.24 – Gráfico da função impulso resposta com choques na variável do consumo de energia elétrica industrial.

Na Figura 5.25 nota-se que nenhum *lag* é significativo de um impulso no IPI no consumo energético industrial. Porém, do IPI nele mesmo só é não significativo a partir do *lag* 5.

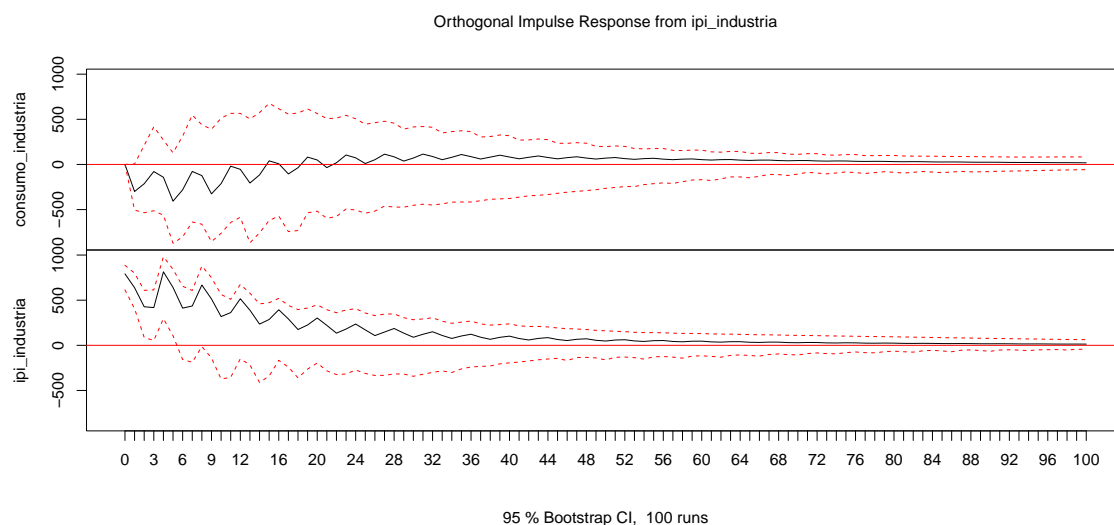


Figura 5.25 – Gráfico da função impulso resposta com choques na variável do imposto sobre produtos industrializados.

### 5.6.3 Causalidade de Granger

A causalidade de Granger se baseia em inferir se valores passados de uma variável auxiliam na previsão de uma outra.

Dessa maneira, o teste não nos informa nada a respeito de causalidade em termos literais, mas, sim, oferece evidências estatísticas de que oscilações passadas de uma variável estão correlacionadas com as de uma outra.

O valor-p encontrado foi de 0,97 nos dando evidências de que a variável do consumo de energia elétrica industrial não Granger causa a variável do IPI. Na função do R, também retorna o teste de causalidade instantânea entre as variáveis estudadas e o valor-p encontrado foi de  $1,631 \times 10^{-7}$ , ou seja, rejeitamos a hipótese nula de não causalidade instantânea.

Em seguida, verificando se o IPI Granger causa o consumo de energia elétrica industrial, foi encontrado valor-p igual a 0,938 e indica que o IPI não Granger causa o consumo.

### 5.6.4 Decomposição da Proporção da Variância do Erro de Previsão

A decomposição retorna o quanto a variação (percentual) do erro de previsão é atribuída a cada variável para uma sequência de valores no tempo. Ou seja, a variância total dos erros de previsão é decomposta, no nosso caso, em duas componentes, uma relacionada ao consumo de energia elétrica industrial e a outra ao IPI. Na prática, essa análise nos ajuda a verificar quais variáveis são realmente importantes quando o objetivo é realizar previsões. Quanto maior for a contribuição percentual de uma variável para a variação total de outra, mais importante ela é para realizarmos boas previsões da variável da qual realizamos a decomposição.

#### 5.6.4.1 Decomposição da Proporção da Variância do Erro de Previsão para o Consumo de Energia Elétrica Industrial

Assim, na decomposição da variância do modelo VAR(5) ajustado, verifica-se na Figura 5.26 que por volta dos 3% dos desvios da previsão do modelo VAR(5) para explicar o consumo de energia elétrica industrial em relação aos valores observados se devem às oscilações do erro associado ao modelo VAR(5) para explicar o IPI. Os valores desta decomposição encontram-se na Tabela 5.18.

#### 5.6.4.2 Decomposição da Proporção da Variância do Erro de Previsão para o IPI

Assim, na decomposição da variância do modelo VAR(5) ajustado para o IPI, verifica-se na Figura 5.27 que por volta dos 45% dos desvios da previsão do modelo VAR(5) para explicar o IPI em relação aos valores observados se devem às oscilações do erro associado ao modelo VAR(5) para explicar o consumo de energia elétrica industrial. Os valores desta decomposição encontram-se na Tabela 5.19.



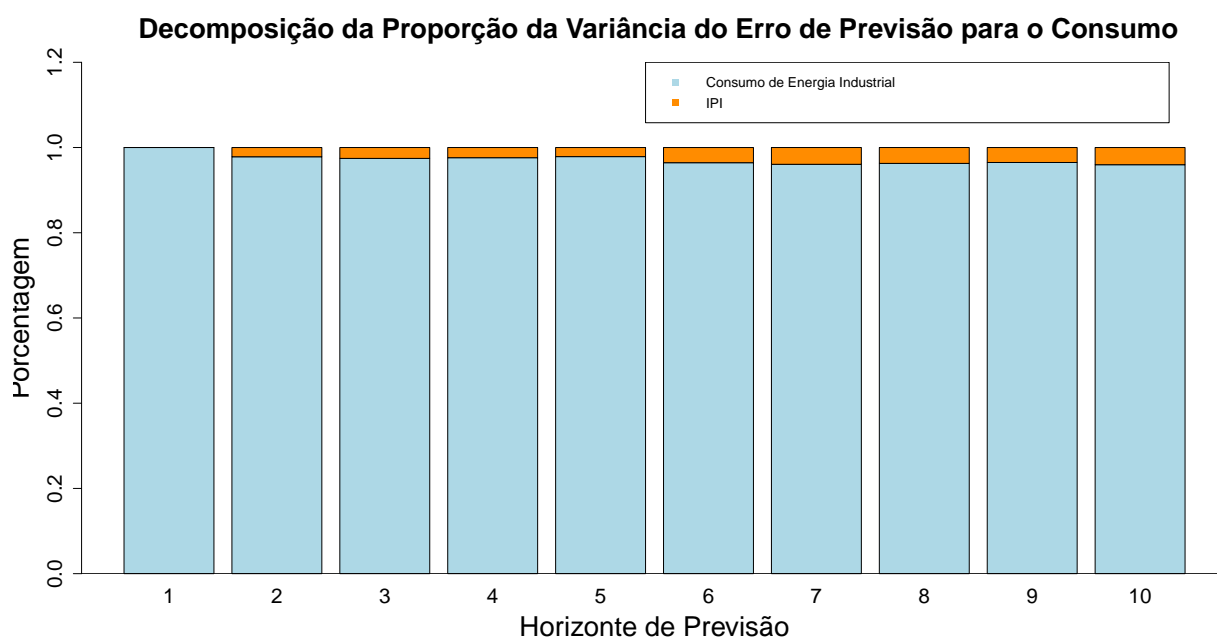


Figura 5.26 – Decomposição de Variância do modelo VAR(5).

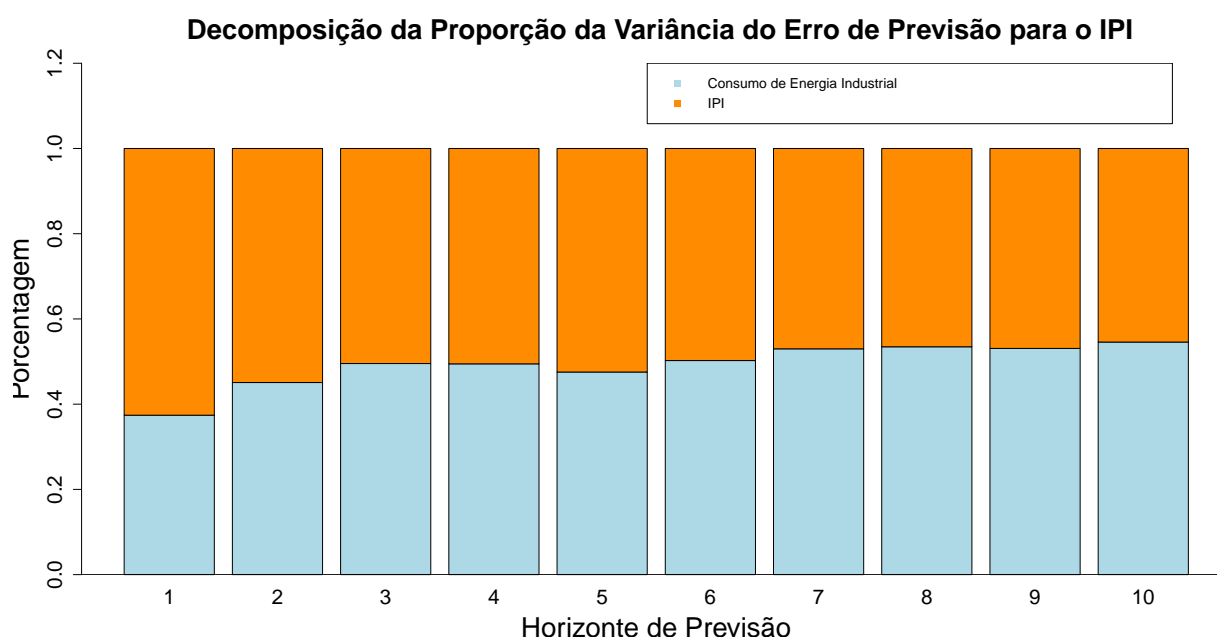


Figura 5.27 – Decomposição de Variância do modelo VAR(5).

### 5.6.5 Investigando o ajuste e previsão do modelo VAR(5)

Para verificar se o modelo ajustou-se bem aos dados observados e teve bom poder preditivo, foi utilizada a métrica do MAPE e do RMSE que encontra-se na Tabela 5.20 abaixo e nota-se que o ajuste obteve uma média de 2,43% para os quatro cenários e uma capacidade preditiva de em média 5,32%. Observa-se que nos dois últimos cenários houveram maior acurácia preditiva quando comparados com os dois primeiros cenários.

Na Figura 5.28 (a) tem-se a série temporal dos dados observados e o ajuste do modelo

Tabela 5.18 – Valores da decomposição da proporção da variância do erro de previsão para o consumo de energia elétrica industrial para o ano de 2023.

Horizonte	Consumo Industrial	IPI
1	1,00	0,00
2	0,98	0,02
3	0,97	0,03
4	0,98	0,02
5	0,98	0,02
6	0,96	0,04
7	0,96	0,04
8	0,96	0,04
9	0,96	0,04
10	0,96	0,04

Tabela 5.19 – Valores da decomposição da proporção da variância do erro de previsão para o IPI para o ano de 2023.

Horizonte	Consumo Industrial	IPI
1	0,37	0,63
2	0,45	0,55
3	0,50	0,50
4	0,49	0,51
5	0,48	0,52
6	0,50	0,50
7	0,53	0,47
8	0,53	0,47
9	0,53	0,47
10	0,55	0,45

Tabela 5.20 – Desempenho do ajuste e de previsão do modelo VAR(5) para os dados de consumo de eletricidade industrial do Brasil.

Modelo	Métricas	2019	2020	2021	2022	2023	Média
VAR(5)(Ajuste)	MAPE	2,25	2,49	2,53	2,45	-	2,43
VAR(5)(Ajuste)	RMSE	1212,03	1384,70	1436,58	1411,63	-	1361,23
VAR(5)(Previsão)	MAPE	-	6,48	12,78	1,03	0,99	5,32
VAR(5)(Previsão)	RMSE	-	2886,13	6288,14	618,18	584,17	2594,16

VAR(5) e nota-se um comportamento de atraso nos vales existentes nos anos de 2002, 2008 e 2020 com relação a série observada. Observa-se que este modelo consegue acompanhar a volatilidade existente no consumo industrial de energia elétrica brasileira, com exceção para o ano de 2021. Na Figura 5.28 (b) observa-se as previsões para o ano de 2023 do modelo VAR(5) e nota-se que o primeiro trimestre previsto foi quase igual ao observado.

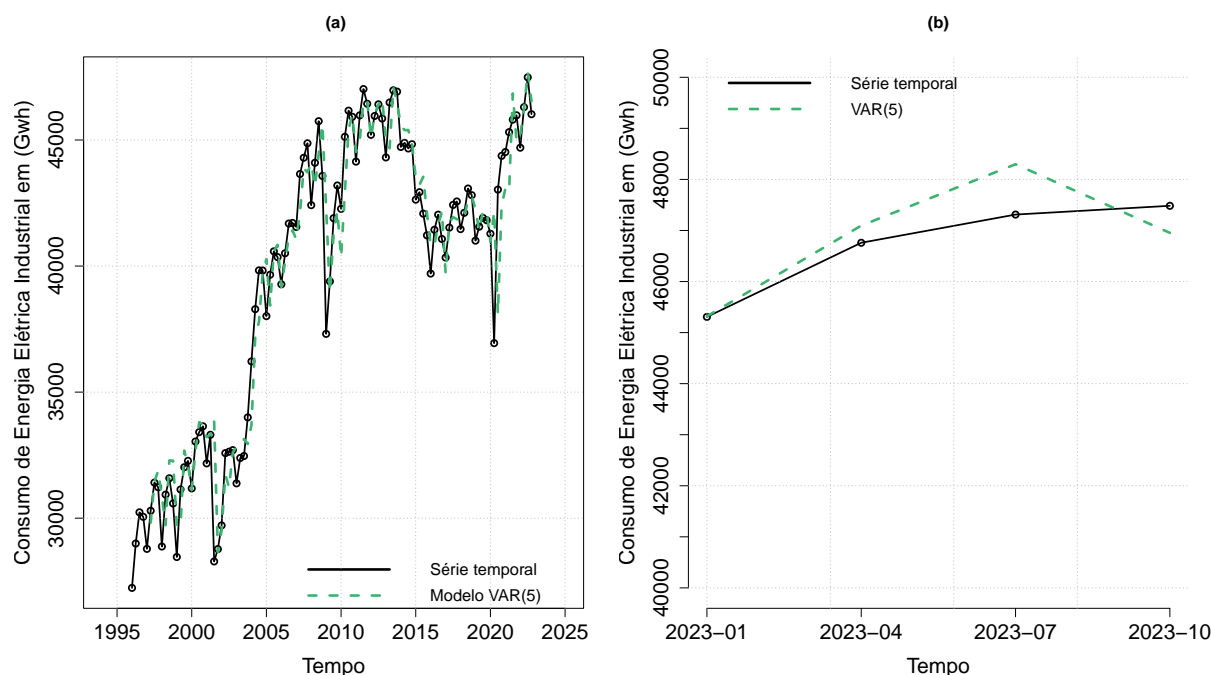


Figura 5.28 – Gráfico (a): Série temporal do consumo energético industrial brasileiro com o modelo VAR(5) ajustado. Gráfico (b): Previsões do modelo VAR(5) com os dados observados.

## 5.7 Ajuste e previsão através do modelo de Redes Neurais Autorregressiva

Nesta seção serão apresentados os resultados obtidos pela investigação da melhor abordagem proposta, ou seja, com apenas a variável do PIB industrial como regressora, com apenas o IPI sendo a variável regressora ou com ambas as variáveis para prever o comportamento da série temporal do consumo de energia elétrica industrial utilizando o modelo NNAR.

O modelo de rede neural ajustado foi utilizando como variável regressora o PIB industrial com a transformação logarítmica e o consumo de energia elétrica industrial com a transformação da diferença simples, pois apresentou melhor capacidade preditiva através das métricas do MAPE e RMSE. O modelo ajustado foi  $NNAR(1, 1, 2)_4$ , ou seja, foi usada uma defasagem não sazonal, uma defasagem sazonal e dois nós (neurônios) na camada oculta.

Na Tabela 5.21, são mostrados os resultados das métricas MAPE e RMSE para as abordagens estudadas via o método preditivo e de ajuste do modelo de redes neurais NNAR. Observa-se que a média do MAPE para o ajuste foi uma média de 4,72% e para previsão uma média de 3,51%, com o maior MAPE para o período de 2020. Além disto, nota-se que para o ano de 2020 o modelo teve ótima capacidade preditiva.

Tabela 5.21 – Desempenho de ajuste e previsão da abordagem com regressão para os dados de consumo de eletricidade industrial do Brasil usando o modelo de Redes Neurais Autorregressivas (NNAR).

Modelo	Métricas	2019	2020	2021	2022	2023	Média
NNAR(Ajuste)	MAPE	7,34	3,79	4,38	3,26	-	4,72
NNAR(Ajuste)	RMSE	3899,70	1931,42	2313,75	1715,73	-	2451,00
NNAR(Previsão)	MAPE	-	6,85	4,18	2,82	0,20	3,51
NNAR(Previsão)	RMSE	-	3403,59	2117,92	1434,51	143,32	1774,84

Na Figura 5.29 (a) observa-se que o modelo NNAR não conseguiu ajustar precisamente a volatilidade presente na série temporal, principalmente nos vales existentes de 2002 e 2020. Na Figura 5.29 (b) nota-se que as previsões do modelo NNAR para o ano de 2023 foram precisas quando comparado aos dados observados.

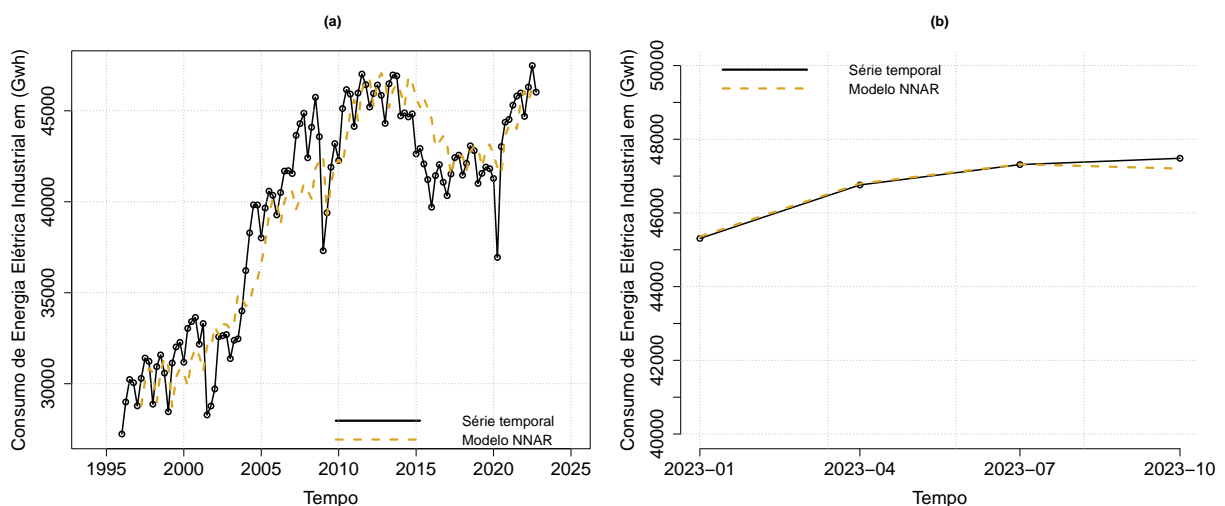


Figura 5.29 – Gráfico (a): Série temporal do consumo energético industrial brasileiro com o modelo NNAR ajustado. Gráfico (b): Previsões do modelo NNAR com os dados observados.

## 5.8 Ajuste e previsão através do modelo *Multilayer Perceptron*

Nesta seção serão apresentados os resultados obtidos pela investigação da melhor abordagem proposta, ou seja, com apenas a variável do PIB industrial como regressora, com apenas o IPI sendo a variável regressora ou com ambas as variáveis para prever o comportamento da série temporal do consumo de energia elétrica industrial utilizando o modelo MLP. O modelo escolhido foi utilizando como variável regressora o PIB industrial com a transformação logarítmica e o consumo de energia elétrica industrial com a transformação da diferença simples, pois apresentou melhor capacidade preditiva através das métricas do MAPE e RMSE.

A Figura 5.30 mostra a arquitetura da rede neural MLP ajustada com o PIB como variável regressora (a que apresentou a melhor capacidade preditiva). Os quatro nós de entrada cinza são autorregressões, enquanto os magenta são entradas determinísticas (sazonalidade neste caso), a variável regressora do PIB industrial inserida no modelo MLP encontra-se em azul claro e tem cinco neurônios na única camada oculta.

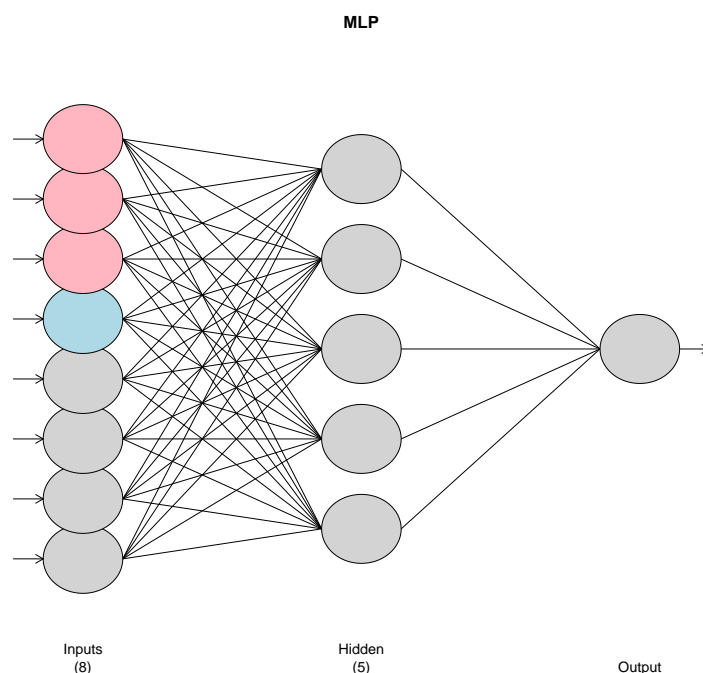


Figura 5.30 – Arquitetura da rede neural MLP ajustada.

Na Tabela 5.22 apresentam-se os resultados das métricas MAPE e RMSE para as abordagens estudadas aplicando-se o método de ajuste e preditivo de redes neurais MLP. Observa-se que o modelo MLP com a variável regressora do PIB industrial obteve boa capacidade de ajuste, pois para os três cenários foram MAPEs menores que 2% e uma média de 1,14%. Investigando a capacidade preditiva, o ano de 2020 foi o que apresentou maior erro preditivo com um valor de 5,41% e totalizando nos quatro cenários uma média de 3,30%.

Tabela 5.22 – Desempenho de ajuste e previsão das abordagens para os dados de consumo de eletricidade industrial do Brasil usando o modelo de Redes Neurais Multicamadas Perceptron (MLP).

Modelo	Métricas	2019	2020	2021	2022	2023	Média
MLP(Ajuste)	MAPE	1,05	1,68	0,94	0,97	-	1,14
MLP(Ajuste)	RMSE	600,18	1038,15	542,92	601,63	-	668,11
MLP(Previsão)	MAPE	-	5,41	2,38	3,08	2,33	3,30
MLP(Previsão)	RMSE	-	2600,38	1174,24	1766,15	1354,81	1723,90

Na Figura 5.31 (a) observa-se que o modelo MLP conseguiu ajustar precisamente a volatilidade presente na série temporal, com exceção do vale existente no ano de 2020. Na Figura 5.31 (b) nota-se que as previsões do modelo MLP foram satisfatórias, porém, com a previsão do segundo trimestre mais distante do dado observado quando comparada com as outras previsões.

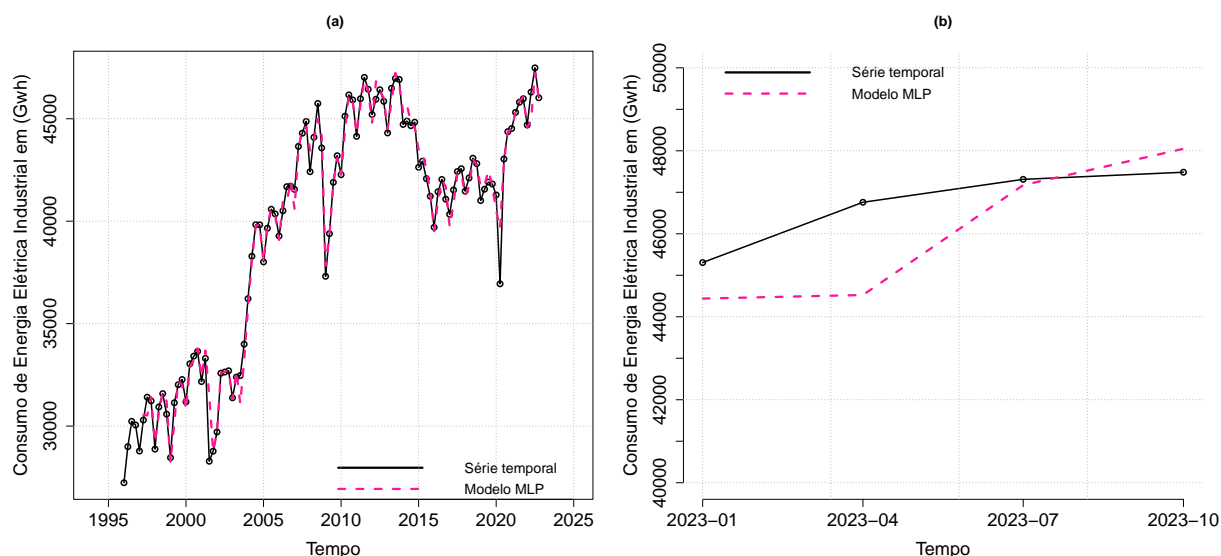


Figura 5.31 – Gráfico (a): Série temporal do consumo energético industrial brasileiro com o modelo MLP ajustado. Gráfico (b): Previsões do modelo MLP com os dados observados.

## 5.9 Combinação dos Modelos de Previsão

O método de combinação da previsão foi realizada através da média aritmética das previsões dos modelos estudados. Foram testadas 23 combinações diferentes com a média aritmética das 6 previsões, 5 previsões e 4 previsões, ou seja,  $C_{6,6} + C_{6,5} + C_{6,4}$  e uma média aritmética com duas previsões dos modelos de Holt-Winters e NNAR (pois foi a melhor combinação para o último cenário). Todas para o ano de 2023 (mais recente). Escolheu-se as três melhores combinações através das métricas do MAPE e do RMSE e os resultados para cada cenário de previsão encontram-se na Tabela 5.23.

A configuração 1 é composta pela média das previsões dos modelos NNAR, Holt-Winters, SARIMA e VAR(5), a configuração 2 é composta pelas médias das previsões dos modelos NNAR e Holt-Winters e a configuração 3 é a média das previsões dos modelos NNAR, Holt-Winters, Regressão dinâmica e VAR(5).

A Tabela 5.23 mostra as previsões das combinações feitas para cada modelo. No primeiro cenário, a configuração 3 apresentou melhor capacidade preditiva. Para os anos de 2021 e 2023 o modelo com a configuração 2 obteve melhor acurácia preditiva e por fim, o modelo com a configuração 1 mostrou-se melhor no terceiro cenário. Com relação a média dos quatro períodos para cada tipo de configuração, a configuração 2 foi a que em média apresentou melhor capacidade preditiva.

Tabela 5.23 – Comparação entre a combinação das previsões dos modelos estudados através das métricas MAPE e RMSE.

Período	Configuração	MAPE (%) Previsão	RMSE Previsão
2020	1	5,42	2797,64
	2	5,56	2994,33
	3	<b>4,71</b>	<b>2394,92</b>
2021	1	3,43	1817,18
	2	<b>1,35</b>	<b>804,35</b>
	3	2,27	1353,78
2022	1	<b>1,18</b>	<b>685,14</b>
	2	1,30	747,28
	3	1,46	822,53
2023	1	0,61	354,67
	2	<b>0,52</b>	<b>257,59</b>
	3	0,73	411,04
Média	1	2,66	1413,66
	2	<b>2,18</b>	<b>1200,89</b>
	3	2,29	1245,57

**Configurações** - 1: Média aritmética simples dos modelos NNAR, Holt-Winters, SARIMA e VAR(5). 2: Média aritmética simples dos modelos NNAR e Holt-Winters e 3: Média aritmética simples dos modelos NNAR, Holt-Winters, Regressão dinâmica e VAR(5).

## 5.10 Comparação entre os modelos

Nesta seção serão apresentados e comparados os resultados das métricas obtidos pelos ajustes dos modelos para prever o comportamento da série temporal do consumo de energia elétrica industrial para cada cenário distinto.

### 5.10.1 Comparação da capacidade preditiva dos modelos para o ano de 2020

Na Tabela 5.24 observa-se as métricas do MAPE e do RMSE para todos os modelos ajustados e com as três melhores combinações. Nesta Tabela 5.24 nota-se que o modelo de regressão dinâmica foi o que obteve o melhor poder preditivo dentre os modelos estudados tanto para a métrica do MAPE quanto para a métrica do RMSE. Neste primeiro cenário é onde ocorreu as piores previsões de todos os modelos estudados devido influência da COVID-19.

Tabela 5.24 – Comparação entre as combinações das previsões e dos modelos ajustados através das métricas do MAPE e RMSE para o ano de 2020.

Período	Modelo	MAPE (%) Previsão	RMSE Previsão
(Previsão) 2020	Configuração 1	5,42	2797,64
	Configuração 2	5,56	2994,33
	Configuração 3	4,71	2394,92
	Holt-Winters	5,35	2751,59
	SARIMA	5,47	2731,04
	Regressão Dinâmica	<b>2,65</b>	<b>1209,44</b>
	VAR(5)	6,48	2886,13
	NNAR	6,85	3403,59
	MLP	5,41	2600,38

**Configurações** - 1: Média aritmética simples dos modelos NNAR, Holt-Winters, SARIMA e VAR(5). 2: Média aritmética simples dos modelos NNAR e Holt-Winters e 3: Média aritmética simples dos modelos NNAR, Holt-Winters, Regressão dinâmica e VAR(5).

### 5.10.2 Comparação da capacidade preditiva dos modelos para o ano de 2021

Na Tabela 5.25 observa-se as métricas do MAPE e do RMSE para cada modelo e Configuração. Nota-se que o modelo com a Configuração 2 foi o que obteve o melhor poder preditivo dentre os modelos estudados tanto para a métrica do MAPE quanto para a métrica do RMSE. O modelo VAR(5) foi o que obteve a pior capacidade preditiva com MAPE de 12,78% e RMSE de 6288,14.

Tabela 5.25 – Comparação entre as combinações das previsões e dos modelos ajustados através das métricas do MAPE e RMSE para o ano de 2021.

Período	Modelo	MAPE (%) Previsão	RMSE Previsão
(Previsão) 2021	Configuração 1	3,43	1817,18
	Configuração 2	<b>1,35</b>	<b>804,35</b>
	Configuração 3	2,27	1353,78
	Holt-Winters	1,66	858,94
	SARIMA	3,47	1654,08
	Regressão Dinâmica	1,58	910,31
	VAR(5)	12,78	6288,14
	NNAR	4,18	2117,92
	MLP	2,38	1174,24

**Configurações** - 1: Média aritmética simples dos modelos NNAR, Holt-Winters, SARIMA e VAR(5). 2: Média aritmética simples dos modelos NNAR e Holt-Winters e 3: Média aritmética simples dos modelos NNAR, Holt-Winters, Regressão dinâmica e VAR(5).



### 5.10.3 Comparação da capacidade preditiva dos modelos para o ano de 2022

Na Tabela 5.26 nota-se que o modelo Holt-Winters foi o que obteve o melhor poder preditivo dentre os modelos estudados tanto para a métrica do MAPE quanto para a métrica do RMSE. O modelo MLP foi o modelo que obteve a pior capacidade preditiva com MAPE de 3,08% e RMSE de 1766,15.

Tabela 5.26 – Comparação entre as combinações das previsões e dos modelos ajustados através das métricas do MAPE e RMSE para o ano de 2022.

Período	Modelo	MAPE (%) Previsão	RMSE Previsão
(Previsão) 2022	Configuração 1	1,18	685,14
	Configuração 2	1,30	747,28
	Configuração 3	1,46	822,53
	Holt-Winters	<b>0,89</b>	<b>562,95</b>
	SARIMA	1,50	801,09
	Regressão Dinâmica	2,85	1444,32
	VAR(5)	1,03	618,18
	NNAR	2,82	1434,51
	MLP	3,08	1766,15

**Configurações** - 1: Média aritmética simples dos modelos NNAR, Holt-Winters, SARIMA e VAR(5). 2: Média aritmética simples dos modelos NNAR e Holt-Winters e 3: Média aritmética simples dos modelos NNAR, Holt-Winters, Regressão dinâmica e VAR(5).

### 5.10.4 Comparação da capacidade preditiva dos modelos para o ano de 2023

Na Tabela 5.27 nota-se que o modelo NNAR foi o que obteve o melhor poder preditivo dentre os modelos estudados tanto para a métrica do MAPE com 0,20% de erro quanto para a métrica do RMSE com 134,32. Todos os modelos previram bem os dados para este cenário de 2023, mas o modelo que obteve a pior capacidade preditiva foi a de regressão dinâmica com MAPE de 2,86% e RMSE de 1385,52.

Tabela 5.27 – Comparação entre as combinações das previsões e dos modelos ajustados através das métricas do MAPE e RMSE para o ano de 2023.

Período	Modelo	MAPE (%) Previsão	RMSE Previsão
(Previsão) 2023	Configuração 1	0,61	354,67
	Configuração 2	0,52	257,59
	Configuração 3	0,73	411,04
	Holt-Winters	0,95	450,31
	SARIMA	1,83	909,23
	Regressão Dinâmica	2,86	1385,52
	VAR(5)	0,99	584,17
	NNAR	<b>0,20</b>	<b>134,32</b>
	MLP	2,33	1354,81

**Configurações -** 1: Média aritmética simples dos modelos NNAR, Holt-Winters, SARIMA e VAR(5). 2: Média aritmética simples dos modelos NNAR e Holt-Winters e 3: Média aritmética simples dos modelos NNAR, Holt-Winters, Regressão dinâmica e VAR(5).

### 5.10.5 Comparação entre as médias da capacidade preditiva dos modelos

Na Tabela 5.28 apresenta-se as médias dos quatro cenários das métricas do MAPE e RMSE. Nota-se que a menor média foi a do modelo Holt-Winters com RMSE de 1155,95 e a do MAPE do modelo de configuração2 com 2,21%. Além disto, a maior média foi a do modelo VAR(5) com RMSE médio de 2594,16 e MAPE médio de 5,32%.

Tabela 5.28 – Comparação entre as médias das combinações de previsões e dos modelos ajustados através das métricas do MAPE e RMSE.

Período	Modelo	MAPE (%)	RMSE
		Previsão(Média)	Previsão(Média)
(Previsão) Média	Configuração 1	2,66	1413,66
	Configuração 2	<b>2,18</b>	1200,89
	Configuração 3	2,29	1245,57
	Holt-Winters	2,21	<b>1155,95</b>
	SARIMA	3,07	1523,86
	Regressão Dinâmica	2,49	1237,40
	VAR(5)	5,32	2594,16
	NNAR	3,51	1774,84
	MLP	3,30	1723,90

**Configurações -** 1: Média aritmética simples dos modelos NNAR, Holt-Winters, SARIMA e VAR(5). 2: Média aritmética simples dos modelos NNAR e Holt-Winters e 3: Média aritmética simples dos modelos NNAR, Holt-Winters, Regressão dinâmica e VAR(5).

## 5.11 Previsão

Nesta seção serão apresentados os resultados das seis melhores previsões obtidas pelos ajustes dos modelos para prever o comportamento da série temporal do consumo de energia elétrica industrial para cada cenário distinto.

### 5.11.1 Previsão para o ano de 2020

A Figura 5.32 apresenta os resultados das previsões obtida por cada modelo comparados com os dados observados. O modelo de regressão dinâmica foi o que apresentou melhor capacidade preditiva para o ano de 2020. Pois foi o modelo que conseguiu acompanhar o vale presente neste ano.

O menor erro preditivo do primeiro trimestre foi do modelo de Configuração1. No segundo trimestre, apenas a previsão do modelo de regressão dinâmica conseguiu acompanhar esta queda abrupta. No terceiro e quarto trimestres as previsões do modelo de regressão dinâmica foram mais precisas novamente.

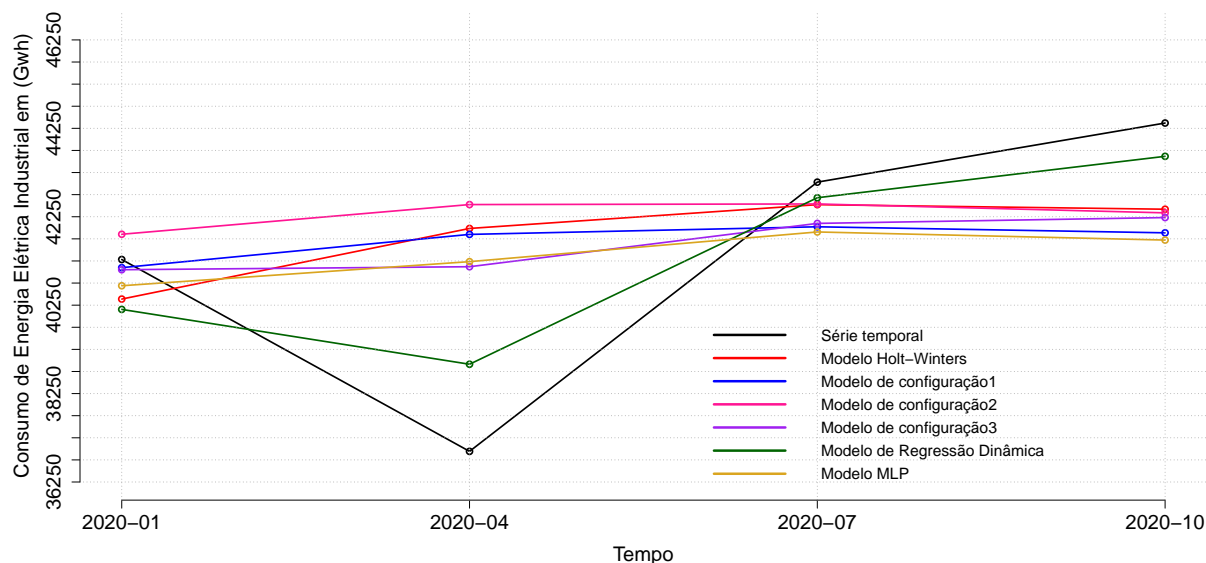


Figura 5.32 – Gráfico da série temporal do consumo energético industrial brasileiro com as previsões para o ano de 2021 dos modelos Holt-Winters, Configuração (1, 2 e 3), Regressão Dinâmica e MLP.

Tabela 5.29 – Previsões do consumo de energia elétrica industrial trimestral brasileiro no período de 2020 de cada modelo comparado.

Modelo	Consumo de energia elétrica industrial (GWh)				
	01-2020	02-2020	03-2020	04-2020	Total
Holt-Winters	40388,29	41985,16	42523,36	42420,30	167317,10
Configuração1	41098,24	41850,61	42023,05	41886,41	166858,30
Configuração2	41854,00	42525,54	42539,14	42337,96	169256,60
Configuração3	41051,79	41119,65	42099,45	42231,52	166502,40
Regressão Dinâmica	40154,02	38913,81	42679,86	43616,64	165364,30
MLP	40689,28	41234,47	41905,81	41722,71	165552,30
Observado	41283,00	36943,00	43033,00	44370,00	165629,00

### 5.11.2 Previsão para o ano de 2021

A Figura 5.33 apresenta os resultados das previsões obtida por cada modelo comparados com os dados observados. O modelo com a combinação 2 foi o que apresentou melhor capacidade preditiva para o ano de 2021.

Do primeiro ao segundo trimestre as previsões do modelo com a Configuração2 foi mais precisa, no terceiro trimestre o modelo Holt-Winters obteve melhor capacidade preditiva e no quarto o modelo de Configuração 3.

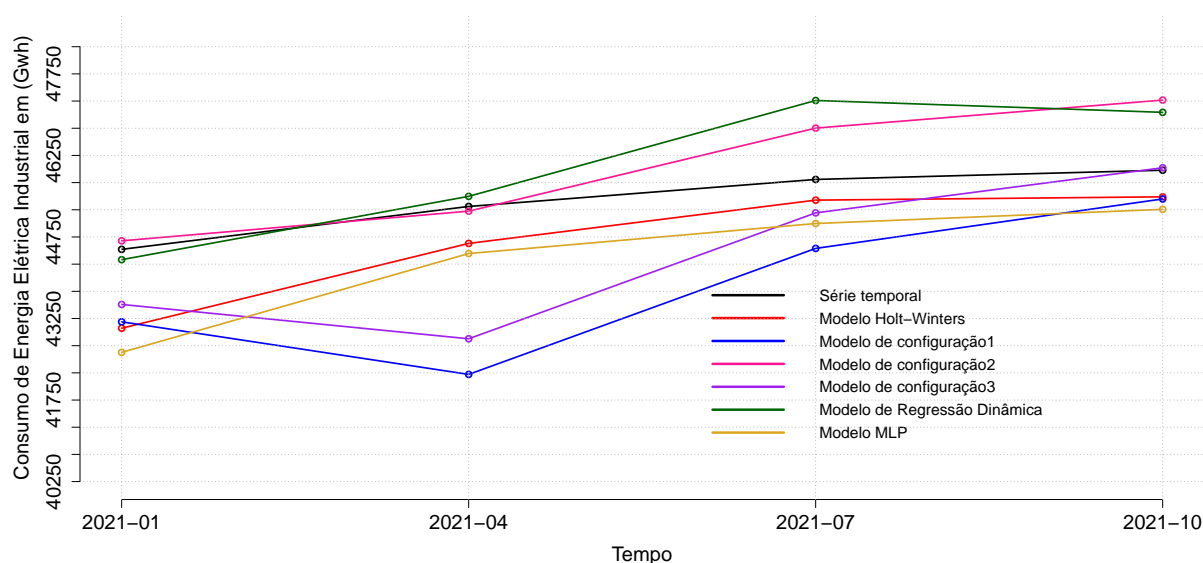


Figura 5.33 – Gráfico da série temporal do consumo energético industrial brasileiro com as previsões para o ano de 2021 dos modelos Holt-Winters, Configuração (1, 2 e 3), Regressão Dinâmica e MLP.

Tabela 5.30 – Previsões do consumo de energia elétrica industrial trimestral brasileiro no período de 2021 de cada modelo comparado.

Modelo	Consumo de energia elétrica industrial (GWh)				
	01-2021	02-2021	03-2021	04-2021	Total
Holt-Winters	43071,25	44631,31	45427,66	45488,30	178618,50
Configuração1	43188,95	42221,80	44539,47	45449,56	175399,80
Configuração2	44678,94	45224,66	46752,43	47267,92	183924,00
Configuração3	43508,80	42877,07	45193,00	46022,79	177601,70
Regressão Dinâmica	44332,50	45497,14	47260,80	47042,64	184133,10
MLP	42627,14	44445,15	44997,36	45258,27	177327,90
Observado	44522,00	45311,00	45808,00	45978,00	181619,00

### 5.11.3 Previsão para o ano de 2022

A Figura 5.34 apresenta os resultados das previsões obtida por cada modelo comparados com os dados observados. O modelo Holt-Winters foi o que apresentou melhor capacidade preditiva para o ano de 2022.

Do primeiro ao terceiro trimestre as previsões do modelo Holt-Winters foram mais precisas, no quarto trimestre o modelo de configuração1 obteve melhor capacidade preditiva.

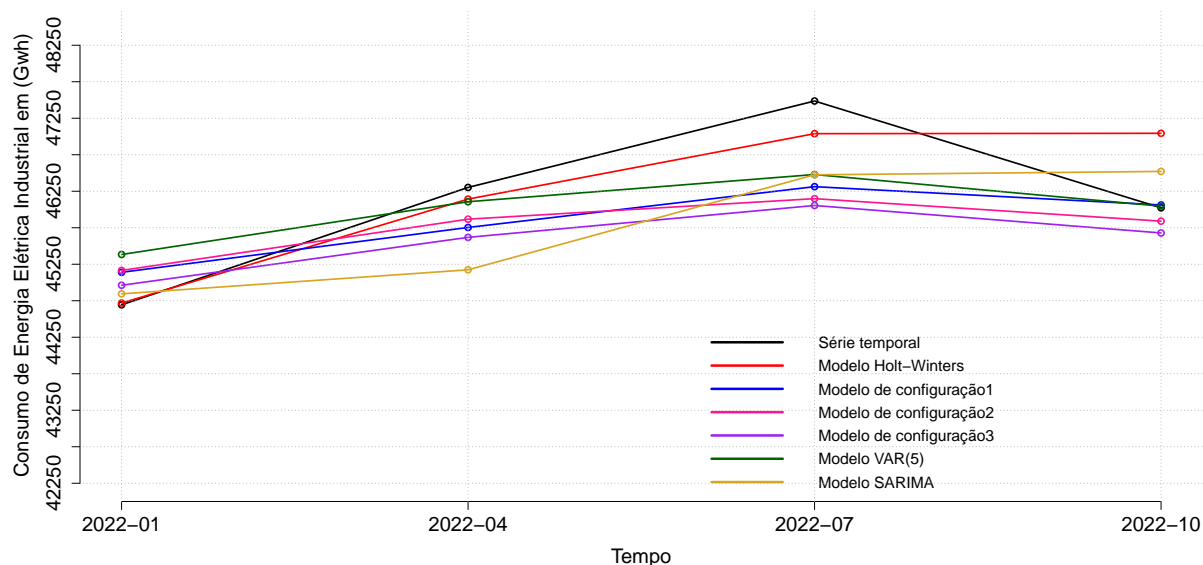


Figura 5.34 – Gráfico da série temporal do consumo energético industrial brasileiro com as previsões para o ano de 2022 dos modelos Holt-Winters, Configuração (1, 2 e 3), VAR(5) e SARIMA.

Tabela 5.31 – Previsões do consumo de energia elétrica industrial trimestral brasileiro no período de 2022 de cada modelo comparado.

Modelo	Consumo de energia elétrica industrial (GWh)				
	01-2022	02-2022	03-2022	04-2022	Total
Holt-Winters	44718,00	46142,11	47038,52	47043,43	184942,10
Configuração1	45139,57	45753,51	46312,64	46061,80	183267,50
Configuração2	45165,18	45867,20	46148,38	45840,17	183020,90
Configuração3	44961,93	45618,04	46054,94	45678,47	182313,40
VAR(5)	45383,56	46106,14	46478,90	46045,36	184014,00
SARIMA	44844,37	45173,48	46474,92	46521,52	183014,30
Observado	44694,00	46302,00	47486,00	46023,00	184505,00

#### 5.11.4 Previsão para o ano de 2023

A Figura 5.35 apresenta os resultados das previsões obtida por cada modelo comparados com os dados observados. O modelo NNAR apresentou um comportamento mais parecido com os dados.

Do primeiro ao segundo trimestre as previsões do modelo NNAR foram mais precisas, no terceiro trimestre o modelo com a Configuração1 obteve melhor capacidade preditiva e no último trimestre o modelo de Configuração3 está com menor erro de predição.

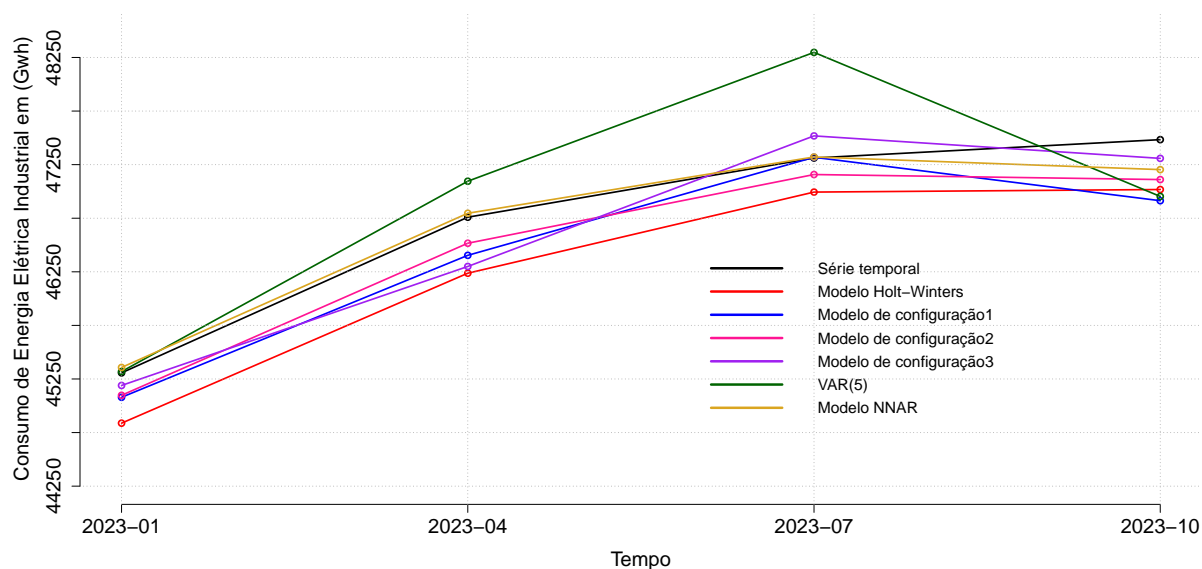


Figura 5.35 – Gráfico da série temporal do consumo energético industrial brasileiro com as previsões para o ano de 2023 dos modelos Holt-Winters, Configuração (1, 2 e 3), VAR(5) e NNAR.

Tabela 5.32 – Previsões do consumo de energia elétrica industrial trimestral brasileiro no período de 2023 de cada modelo comparado.

Modelo	Consumo de energia elétrica industrial (GWh)				
	01-2023	02-2023	03-2023	04-2023	Total
Holt-Winters	44837,72	46236,91	46993,99	47017,82	185086,4
Configuração1	45079,17	46403,69	47318,63	46913,53	185715,0
Configuração2	45097,63	46516,64	47157,72	47110,69	185882,7
Configuração3	45189,58	46299,86	47518,26	47308,51	186316,2
VAR(5)	45319,40	47095,23	48297,47	46953,34	187665,4
NNAR	45357,54	46796,37	47321,45	47203,56	186678,9
Observado	45307,18	46759,54	47311,84	47483,17	186861,7

## Conclusões

A indústria desempenha um papel crucial no desenvolvimento econômico e social do Brasil, sendo um dos pilares que sustentam a economia nacional. Sua importância pode ser analisada sob diversos aspectos, incluindo a geração de empregos, a contribuição para o PIB e os impactos fiscais e sociais das políticas tributárias. Dada a sua importância para o cenário nacional investigar certas variáveis são importantes elementos para auxiliar na tomada de decisões de legisladores, investidores, entre outros. Portanto, o objetivo deste trabalho foi propor um estudo comparativo entre as classes de modelos clássicos de séries temporais univariadas, multivariada e de redes neurais, aplicados aos dados do consumo de energia elétrica industrial, PIB industrial e do imposto sobre produtos industrializados, na averiguação por um modelo que obtivesse resultados satisfatórios de ajuste e previsão em relação aos dados observados. Neste trabalho, foi comparada a capacidade preditiva de seis modelos: Holt-Winters, SARIMA, Regressão Dinâmica, VAR, NNAR e MLP. Além disto, foram feitas combinações das previsões de cada modelo através da média aritmética simples para verificar se melhora a capacidade preditiva. Por fim, no modelo multivariado VAR foi investigada a inferência causal entre as variáveis.

Os resultados do estudo indicam que: (i) os modelos considerados possuem uma boa capacidade de ajuste aos dados observados; (ii) os modelos conseguiram capturar a estrutura complexa dos dados que envolvem as influências nas séries temporais (crises) nos anos de 2002, 2009 e 2020; e (iii) o modelo MLP apresentou a melhor capacidade de ajuste para todos os cenários. Com relação a capacidade preditiva de cada modelo para cada cenário, o modelo de regressão dinâmica foi o mais eficiente para a previsão do primeiro cenário, o modelo com a configuração 2 (média aritmética dos modelos NNAR e Holt-Winters) foi o que obteve a melhor acuracidade no segundo cenário, o modelo Holt-Winters apresentou a melhor capacidade preditiva no terceiro cenário e para o último cenário o modelo NNAR foi o que obteve a melhor capacidade preditiva. Para verificar qual modelo apresentou melhor capacidade preditiva dentre o grupo de modelos propostos, foi utilizada a média aritmética simples entre os quatro cenários e o modelo que obteve, em média, a melhor acuracidade foi o modelo Holt-Winters.

Além da investigação das previsões desses quatro cenários e suas respectivas médias, através do estudo das inter-relações entre as variáveis no modelo multivariado VAR, observou-se que um choque no consumo industrial tem um efeito contemporâneo sobre o IPI, mas não o inverso. Ademais, um choque de uma unidade no consumo energético industrial leva a um aumento no IPI de 612,23 unidades. Notou-se que apenas alguns *lags* são não significativos e os choques na variável do consumo têm efeitos prolongados sobre a variável do IPI ao longo do tempo. No que diz respeito a decomposição da proporção da variação do erro de previsão, o consumo de energia elétrica industrial ajuda na acurácia preditiva para explicar o IPI por volta

dos 45% e o IPI para explicar a previsão do consumo por volta dos 3%.

Consequentemente, os resultados encontrados são úteis como instrumentos de apoio à tomada de decisão por parte dos agentes econômicos, dos setores energéticos e legisladores e dessa forma contribuindo para a construção de políticas públicas baseadas em evidências e melhorando a abordagem integrada que pode ajudar a identificar oportunidades de melhoria na eficiência energética e na competitividade industrial.

Para trabalhos futuros seria interessante realizar uma comparação entre dos modelos aplicados sob o olhar da inferência Bayesiana e comparar sob o ponto de vista clássico. Investigar a possibilidade de ajustar o modelo VAR-VEC, pois as variáveis estudadas podem ser co-integradas e assim melhorar o poder preditivo do modelo multivariado. Além disto, aumentar o horizonte de previsão para aplicar o teste de significância da função perda para os erros da previsão através do teste de Diebold. Por fim, estudar detalhadamente o motivo do teste de estacionaridade de Dickey-Fuller estar apresentando valor-p incongruente para a série temporal do IPI.



## Referências bibliográficas

- AKAIKE, H. Maximum likelihood identification of Gaussian autoregressive moving average models. *Biometrika*, v. 60, n. 2, p. 255–265, 08 1973. ISSN 0006-3444. Disponível em: <https://doi.org/10.1093/biomet/60.2.255>.
- AKAIKE, H. A new look at the statistical model identification. *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 19, n. 6, p. 716–723, 1974.
- AKSU, C.; GUNTER, S. I. An empirical analysis of the accuracy of sa, ols, erls and nrls combination forecasts. *International Journal of Forecasting*, v. 8, n. 1, p. 27–43, 1992. ISSN 0169-2070. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/016920709290005T>.
- ALBUQUERQUE, P. C.; CAJUEIRO, D. O.; ROSSI, M. D. Machine learning models for forecasting power electricity consumption using a high dimensional dataset. *Expert Systems with Applications*, v. 187, p. 115917, 2022. ISSN 0957-4174. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0957417421012720>.
- AUGUIE, B. *gridExtra: Miscellaneous Functions for "Grid"Graphics*. [S.l.], 2017. R package version 2.3. Disponível em: <https://CRAN.R-project.org/package=gridExtra>.
- BANDEIRA, L. A. M. As políticas neoliberais e a crise na américa do sul. *Revista Brasileira de Política Internacional*, Centro de Estudos Globais da Universidade de Brasília, v. 45, n. 2, p. 135–146, Jul 2002. ISSN 0034-7329. Disponível em: <https://doi.org/10.1590/S0034-73292002000200007>.
- BASTOS, B. Q.; SOUZA, R. C.; Cyrino Oliveira, F. L. Bottom-up long-term forecasting of brazilian commercial class electricity consumption: First results. *Procedia Computer Science*, v. 55, p. 388–394, 2015. ISSN 1877-0509. 3rd International Conference on Information Technology and Quantitative Management, ITQM 2015. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S187705091501563X>.
- BATES, J. M.; GRANGER, C. W. J. The combination of forecasts. *Journal of the Operational Research Society*, Taylor & Francis, v. 20, n. 4, p. 451–468, 1969. Disponível em: <https://doi.org/10.1057/jors.1969.103>.
- BOX, G. E. et al. *Time series analysis: forecasting and control*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2015.

- BOX, G. E. P.; COX, D. R. *An analysis of transformations*. [S.l.]: Journal of the Royal Statistical Society, London, v. 26, n. 2, p. 42-56, 1964.
- BOX, G. E. P.; JENKINS, G. M.; REINSEL, G. C. *Time Series Analysis: Forecasting and Control*. [S.l.]: 4a. edição. Wiley, 2008.
- BOX, G. E. P.; JENKINS, G. M.; REINSEL, G. C. *Time Series Analysis: Forecasting and Control*. [S.l.]: Prentice-Hall, 2015.
- CABRAL, J. de A.; LEGEY, L. F. L.; Freitas Cabral, M. V. de. Electricity consumption forecasting in brazil: A spatial econometrics approach. *Energy*, v. 126, p. 124–131, 2017. ISSN 0360-5442. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0360544217303638>.
- CABREIRA, M. M. L. et al. A hybrid approach for hierarchical forecasting of industrial electricity consumption in brazil. *Energies*, v. 17, n. 13, 2024. ISSN 1996-1073. Disponível em: <https://www.mdpi.com/1996-1073/17/13/3200>.
- CHANG, C.-H.; CHEN, Z.-B.; HUANG, S.-F. Forecasting of high-resolution electricity consumption with stochastic climatic covariates via a functional time series approach. *Applied Energy*, v. 309, p. 118418, 2022. ISSN 0306-2619. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0306261921016500>.
- CLEVELAND, R. B. et al. *STL: A Seasonal-Trend Decomposition Procedure Based on Loess*. [S.l.]: Journal of Official Statistics, 1990.
- CONNOR, J.; MARTIN, R.; ATLAS, L. Recurrent neural networks and robust time series prediction. *IEEE Transactions on Neural Networks*, v. 5, n. 2, p. 240–254, 1994.
- DAHL, D. B. et al. *xtable: Export Tables to LaTeX or HTML*. [S.l.], 2019. R package version 1.8-4. Disponível em: <https://CRAN.R-project.org/package=xtable>.
- DICKEY, D. A.; FULLER, W. A. Likelihood ratio statistics for autoregressive time series with a unit root. *Econometrica*, [Wiley, Econometric Society], v. 49, n. 4, p. 1057–1072, 1981. ISSN 00129682, 14680262. Disponível em: <http://www.jstor.org/stable/1912517>.
- EHLERS, R. *Análise de séries temporais*. [S.l.]: 5a. edição, 2009.
- ENDERS, W. *Applied Econometric Time Series*. [S.l.]: vol. 4. John Wiley & Sons Inc, 2008.
- EPE. *Anuário Estatístico de Energia Elétrica*. 2022. Disponível em: <https://www.epe.gov.br/pt/publicacoes-dados-abertos/publicacoes/anuario-estatistico-de-energia-eletrica>.
- EPE. *Anuário Estatístico de Energia Elétrica*. 2024. Disponível em: <https://www.epe.gov.br/pt/publicacoes-dados-abertos/publicacoes/anuario-estatistico-de-energia-eletrica>.
- EVERITT, B. S. et al. *Cluster Analysis*. [S.l.]: 5a. edição. Wiley, United Kingdom, 2011.
- Ferreira et al, P. G. C. *Análise de Séries Temporais em R: Curso Introductório*. GEN Atlas, 2017. ISBN 9788535290875. Disponível em: <https://books.google.com.br/books?id=wQn0zwEACAAJ>.

FEYNMAN, R.; VERNON, F. The theory of a general quantum system interacting with a linear dissipative system. *Annals of Physics*, v. 24, p. 118–173, 1963. ISSN 0003-4916. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/000349166390068X>>.

FLEITER, T. et al. A methodology for bottom-up modelling of energy transitions in the industry sector: The forecast model. *Energy Strategy Reviews*, v. 22, p. 237–254, 2018. ISSN 2211-467X. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2211467X18300890>>.

FOX, J.; WEISBERG, S. *An R Companion to Applied Regression*. Third. Thousand Oaks CA: Sage, 2019. Disponível em: <<https://socialsciences.mcmaster.ca/jfox/Books/Companion/>>.

GEROSKI, P. Models of technology diffusion. *Research Policy*, v. 29, n. 4, p. 603–625, 2000. ISSN 0048-7333. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S004873339900092X>>.

GRANGER, C. W. J.; NEWBOLD, P. *Forecasting Economic Time Series*. [S.l.]: Academic Press, New York, 1977.

GROLEMUND, G.; WICKHAM, H. Dates and times made easy with lubridate. *Journal of Statistical Software*, v. 40, n. 3, p. 1–25, 2011. Disponível em: <<https://www.jstatsoft.org/v40/i03/>>.

HAHN, H.; MEYER-NIEBERG, S.; PICKL, S. Electric load forecasting methods: Tools for decision making. *European Journal of Operational Research*, v. 199, n. 3, p. 902–907, 2009. ISSN 0377-2217. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377221709002094>>.

HAJIRAHIMI, Z.; KHASHEI, M. Hybrid structures in time series modeling and forecasting: A review. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, v. 86, p. 83–106, 2019. ISSN 0952-1976. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0952197619302039>>.

HANNAN, E. J.; QUINN, B. G. The determination of the order of an autoregression. *Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)*, [Royal Statistical Society, Wiley], v. 41, n. 2, p. 190–195, 1979. ISSN 00359246. Disponível em: <<http://www.jstor.org/stable/2985032>>.

HARAGUCHI, N.; CHENG, C. F. C.; SMEETS, E. The importance of manufacturing in economic development: Has this changed? *World Development*, v. 93, p. 293–315, 2017. ISSN 0305-750X. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0305750X16302613>>.

HAYKIN, S. *Neural Networks and Learning Machines*. Pearson, 2009. (Pearson International Edition). ISBN 9780131293762. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=KCwWOAAACAAJ>>.

HERBST, A.; TORO, F.; REITZE, F. Introduction to energy systems modelling. *Swiss J Econ Stat*, v. 148, p. 111–135, 04 2012.

HYNDMAN, R. *fpp2: Data for "Forecasting: Principles and Practice" (2nd Edition)*. [S.l.], 2020. R package version 2.4. Disponível em: <<https://CRAN.R-project.org/package=fpp2>>.

HYNDMAN, R.; ATHANASOPOULOS, G. *Forecasting: Principles and Practice*. [S.l.]: 2. ed. Monash University, Australia, 2013.

HYNDMAN, R. et al. *hts: Hierarchical and Grouped Time Series*. [S.l.], 2021. R package version 6.0.2. Disponível em: <https://CRAN.R-project.org/package=hts>.

HYNDMAN, R. J. et al. Optimal combination forecasts for hierarchical time series. *Computational Statistics Data Analysis*, v. 55, n. 9, p. 2579–2589, 2011. ISSN 0167-9473. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0167947311000971>.

HYNDMAN, R. J.; KHANDAKAR, Y. Automatic time series forecasting: The forecast package for r. *Journal of Statistical Software*, v. 27, n. 3, p. 1–22, 2008. Disponível em: <https://www.jstatsoft.org/index.php/jss/article/view/v027i03>.

IPEA. *IPEA DATA*. 2024. Disponível em: <http://ipeadata.gov.br/Default.aspx>.

JIN, G.; HUANG, Z. Asymmetric impact of renewable electricity consumption and industrialization on environmental sustainability: Evidence through the lens of load capacity factor. *Renewable Energy*, v. 212, p. 514–522, 2023. ISSN 0960-1481. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0960148123006687>.

KHAN, A. M.; OSIŃSKA, M. Comparing forecasting accuracy of selected grey and time series models based on energy consumption in brazil and india. *Expert Systems with Applications*, v. 212, p. 118840, 2023. ISSN 0957-4174. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0957417422018589>.

KIRCHGASSNER, G.; WOLTERS, J.; HASSLER, U. *Introduction to modern time series analysis*. [S.l.]: Berlin: Springer Science e Business Media, 2012.

KOMSTA, L.; NOVOMESTKY, F. *moments: Moments, Cumulants, Skewness, Kurtosis and Related Tests*. [S.l.], 2022. R package version 0.14.1. Disponível em: <https://CRAN.R-project.org/package=moments>.

KOURENTZES, N. *nnfor: Time Series Forecasting with Neural Networks*. [S.l.], 2022. R package version 0.9.8. Disponível em: <https://CRAN.R-project.org/package=nnfor>.

KOURENTZES, N. *tsutils: Time Series Exploration, Modelling and Forecasting*. [S.l.], 2022. R package version 0.9.3. Disponível em: <https://CRAN.R-project.org/package=tsutils>.

KWIATKOWSKI, D. et al. Testing the null hypothesis of stationarity against the alternative of a unit root: How sure are we that economic time series have a unit root? *Journal of Econometrics*, v. 54, n. 1, p. 159–178, 1992. ISSN 0304-4076. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/030440769290104Y>.

LI, W. *Efficiency of Manufacturing Processes*. [S.l.]: Springer, 2015.

LJUNG, G. M.; BOX, G. E. *On a Measure of Lack of Fit in Time Series Models*. [S.l.]: Biometrika, 1978.

LUZIA, R.; RUBIO, L.; VELASQUEZ, C. E. Sensitivity analysis for forecasting brazilian electricity demand using artificial neural networks and hybrid models based on autoregressive integrated moving average. *Energy*, v. 274, p. 127365, 2023. ISSN 0360-5442. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0360544223007594>.

MACAIRA, P. et al. Forecasting residential electricity consumption: a bottom-up approach for brazil by region. *Energy Efficiency*, v. 13, p. 911–934, 2020. ISSN 1570-6478. 3rd International Conference on Information Technology and Quantitative Management, ITQM 2015. Disponível em: <<https://link.springer.com/article/10.1007/s12053-020-09860-w#citeas>>.

MATOS, D. B. *Técnicas de Estimação de Parâmetros Utilizadas para a Modelagem Matemática de Propulsores Eletromecânicos*. [S.l.]: Ijuí, Dissertação (Modelagem Matemática) - Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, 2018.

MAÇAIRA, P.; SOUZA, R.; OLIVEIRA, F. C. Modelling and forecasting the residential electricity consumption in brazil with pegels exponential smoothing techniques. *Procedia Computer Science*, v. 55, p. 328–335, 2015. ISSN 1877-0509. 3rd International Conference on Information Technology and Quantitative Management, ITQM 2015. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S187705091501532X>>.

MCCULLOCH, W. S.; PITTS, W. *A logical calculus of the ideas immanent in nervous activity*. [S.l.]: Bulletin of Mathematical Biophysics, 1943.

MEIRA, E.; LILA, M. F.; Cyrino Oliveira, F. L. A novel reconciliation approach for hierarchical electricity consumption forecasting based on resistant regression. *Energy*, v. 269, p. 126794, 2023. ISSN 0360-5442. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0360544223001883>>.

MONTGOMERY, D. C.; JENNINGS, C. L.; KULAHCI, M. *Introduction to time series analysis and forecasting*. [S.l.]: New Jersey: John Wiley & Sons, 2015.

MORETTIN, P. A. *Econometria Financeira: Um curso em Séries temporais financeiras*. [S.l.]: São Paulo: Edgard Blucher, 2017.

MORETTIN, P. A.; TOLOI, C. M. C. *Análise de séries temporais*. [S.l.]: 2a. edição. E. Blücher, 2006.

MORETTIN P. A.; TOLOI, C. M. C. *Análise de Séries Temporais - Modelos multivariados e não lineares*. 3ed. ed. São Paulo: Blucher, 2022.

NEUWIRTH, M. et al. The future potential hydrogen demand in energy-intensive industries - a site-specific approach applied to germany. *Energy Conversion and Management*, v. 252, p. 115052, 2022. ISSN 0196-8904. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0196890421012280>>.

PANKRATZ, A. *Forecasting with Dynamic Regression Models*. [S.l.]: 1 ed. John Wiley & Sons, 1991.

PEDERSEN, T. L. *patchwork: The Composer of Plots*. [S.l.], 2024. R package version 1.3.0. Disponível em: <<https://CRAN.R-project.org/package=patchwork>>.

PFAFF, B. *Analysis of Integrated and Cointegrated Time Series with R*. Second. New York: Springer, 2008. ISBN 0-387-27960-1. Disponível em: <<https://www.pfaffikus.de>>.

PFAFF, B. Var, svar and svec models: Implementation within r package vars. *Journal of Statistical Software*, v. 27, n. 4, p. 1–32, 2008. Disponível em: <<https://www.jstatsoft.org/index.php/jss/article/view/v027i04>>.



- PINDYCK, D. L.; RUBINFELD, R. S. *Econometric Models and Economic Forecasts*. [S.l.]: 1a. edição. Wiley, New Jersey, 1977.
- POHLERT, T. *trend: Non-Parametric Trend Tests and Change-Point Detection*. [S.l.], 2020. R package version 1.1.4. Disponível em: <https://CRAN.R-project.org/package=trend>.
- R Core Team. *R: A Language and Environment for Statistical Computing*. Vienna, Austria, 2024. Disponível em: <https://www.R-project.org/>.
- REHFELDT, M. et al. Fuel switching as an option for medium-term emission reduction - a model-based analysis of reactions to price signals and regulatory action in german industry. *Energy Policy*, v. 147, p. 111889, 2020. ISSN 0301-4215. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0301421520306042>.
- REHFELDT, M. et al. A review of the emission reduction potential of fuel switch towards biomass and electricity in european basic materials industry until 2030. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, v. 120, p. 109672, 2020. ISSN 1364-0321. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1364032119308779>.
- SARNAGLIA, A. J. Q.; REISEN, V. A. *Estimação Robusta em Processos Periódicos Auto-regressivos na Presença de Outliers Aditivos*. [S.l.]: In: 19º SINAPE, n.19º. São Pedro, 2010.
- SAX, C.; EDDERBUETTEL, D. Seasonal adjustment by X-13ARIMA-SEATS in R. *Journal of Statistical Software*, v. 87, n. 11, p. 1–17, 2018.
- SCHWARZ, G. Estimating the dimension of a model. *The Annals of Statistics*, Institute of Mathematical Statistics, v. 6, n. 2, p. 461–464, 1978. ISSN 00905364. Disponível em: <http://www.jstor.org/stable/2958889>.
- SILVA, F. L.; OLIVEIRA, F. L. C.; SOUZA, R. C. A bottom-up bayesian extension for long term electricity consumption forecasting. *Energy*, v. 167, p. 198–210, 2019. ISSN 0360-5442. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0360544218321984>.
- SILVA, F. L. et al. Forecast of long-term electricity consumption of the industrial sub-sector of pulp and paper in brazil using a bottom-up approach. *Procedia Computer Science*, v. 55, p. 514–522, 2015. ISSN 1877-0509. 3rd International Conference on Information Technology and Quantitative Management, ITQM 2015. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1877050915015033>.
- SILVA, F. L. et al. A bottom-up methodology for long term electricity consumption forecasting of an industrial sector - application to pulp and paper sector in brazil. *Energy*, v. 144, p. 1107–1118, 2018. ISSN 0360-5442. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.energy.2017.12.078>.
- SILVA, F. Leite Coelho da et al. Statistical and artificial neural networks models for electricity consumption forecasting in the brazilian industrial sector. *Energies*, v. 15, n. 2, 2022. ISSN 1996-1073. Disponível em: <https://www.mdpi.com/1996-1073/15/2/588>.
- SIMS, C. A. Macroeconomics and reality. *Econometrica*, [Wiley, Econometric Society], v. 48, n. 1, p. 1–48, 1980. ISSN 00129682, 14680262. Disponível em: <http://www.jstor.org/stable/1912017>.

TORRINI, F. C. et al. Long term electricity consumption forecast in brazil: A fuzzy logic approach. *Socio-Economic Planning Sciences*, v. 54, p. 18–27, 2016. ISSN 0038-0121. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0038012115000610>.

TRAPLETTI, A.; HORNIK, K. *tseries: Time Series Analysis and Computational Finance*. [S.l.], 2022. R package version 0.10-52. Disponível em: <https://CRAN.R-project.org/package=tseries>.

TSAY, R. S. *Multivariate time series analysis: with R and financial applications*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2013.

TSAY, R. S.; WOOD, D.; LACHMANN, J. *MTS: All-Purpose Toolkit for Analyzing Multivariate Time Series (MTS) and Estimating Multivariate Volatility Models*. [S.l.], 2022. R package version 1.2.1. Disponível em: <https://CRAN.R-project.org/package=MTS>.

VELASQUEZ, C. E. et al. Analysis of time series models for brazilian electricity demand forecasting. *Energy*, v. 247, p. 123483, 2022. ISSN 0360-5442. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0360544222003863>.

WICKHAM, H. Reshaping data with the reshape package. *Journal of Statistical Software*, v. 21, n. 12, p. 1–20, 2007. Disponível em: <http://www.jstatsoft.org/v21/i12/>.

WICKHAM, H. et al. Welcome to the tidyverse. *Journal of Open Source Software*, v. 4, n. 43, p. 1686, 2019.

WICKHAM, H.; BRYAN, J. *readxl: Read Excel Files*. [S.l.], 2022. R package version 1.4.1. Disponível em: <https://CRAN.R-project.org/package=readxl>.

WICKHAM, H.; SEIDEL, D. *scales: Scale Functions for Visualization*. [S.l.], 2022. R package version 1.2.1. Disponível em: <https://CRAN.R-project.org/package=scales>.

YAN, Y. *MLmetrics: Machine Learning Evaluation Metrics*. [S.l.], 2016. R package version 1.1.1. Disponível em: <https://CRAN.R-project.org/package=MLmetrics>.

ZEILEIS, A.; GROTHENDIECK, G. zoo: S3 infrastructure for regular and irregular time series. *Journal of Statistical Software*, v. 14, n. 6, p. 1–27, 2005.

ZIVOT, E.; WANG, J. *Modeling Financial Time Series with S-PLUS®*. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2006. ISBN 0387279652.

ZUIN, G. et al. Extreme event counterfactual analysis of electricity consumption in brazil: Historical impacts and future outlook under climate change. *Energy*, v. 281, p. 128101, 2023. ISSN 0360-5442. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0360544223014950>.