UFRRJ
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

DISSERTAÇÃO

ESTUDANTES DO ENSINO FUNDAMENTAL DISCUTEM CARACTERÍSTICAS DE NÚMEROS DECIMAIS COM O USO DA CALCULADORA

TIAGO CAMPOS DE AGUIAR

2024

UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO

INSTITUTO DE EDUCAÇÃO

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

ESTUDANTES DO ENSINO FUNDAMENTAL DISCUTEM CARACTERÍSTICAS DE NÚMEROS DECIMAIS COM O USO DA CALCULADORA

TIAGO CAMPOS DE AGUIAR

Sob orientação da professora

Dora Soraia Kindel

Dissertação submetida como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Educação em Ciências e Matemática, no Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática.

Linha de Pesquisa: Linguagens, tecnologias e inovações nos processos de ensino e de aprendizagem.

Projeto de Pesquisa: LOVE_EMIM (Laboratório de Observação, Vivências e Experiências em Educação Matemática: formação inicial de professores e processos de ensino e aprendizagem).

Seropédica, RJ

Dezembro, 2024

Ficha catalográfica

Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
Biblioteca Central / Seção de Processamento Técnico

Ficha catalográfica elaborada
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

CA283e

Campos de Aguiar, Tiago, 1990-
ESTUDANTES DO ENSINO FUNDAMENTAL DISCUTEM CARACTERÍSTICAS DE NÚMEROS DECIMAIS COM O USO DA CALCULADORA / Tiago Campos de Aguiar. - Seropédica, 2024.
67 f.: il.

Orientadora: Dora Soraia Kindel.
Dissertação(Mestrado). -- Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, PPGEDUCIMAT, 2024.

1. Números Decimais. 2. Análise de livro didático. 3. Uso da calculadora. 4. Jogo didático . I. Soraia Kindel, Dora, 1958-, orient. II Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro. PPGEDUCIMAT III. Título.

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

ATA Nº 1121 / 2025 - PPGEDUCIMAT (12.28.01.00.00.00.00.18)

Nº do Protocolo: 23083.017599/2025-18

Seropédica-RJ, 06 de abril de 2025.

UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO

CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

INSTITUTO DE EDUCAÇÃO

TIAGO CAMPOS DE AGUIAR

Dissertação submetida como requisito parcial para obtenção do grau de **Mestre em Educação em Ciências e Matemática**, no Curso de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, área de Concentração Ensino e Aprendizagem em Ciências e Matemática.

DISSERTAÇÃO APROVADA EM 06 / 12 / 2024.

Profa. Dra. Dora Soraia Kindel - UFFRJ

(Orientadora)

Prof. Dr. Alexandre Rodrigues Assis - SEMEDRJ

Profa. Dra. Gisela Maria da Fonseca Pinto - UFRRJ

(Assinado digitalmente em 06/04/2025 18:05)
DORA SORAIA KINDEL
PROFESSOR DO MAGISTERIO SUPERIOR
DeptES (12.28.01.00.00.86)
Matrícula: 1420931

(Assinado digitalmente em 06/04/2025 19:11)
GISELA MARIA DA FONSECA PINTO
PROFESSOR DO MAGISTERIO SUPERIOR
ICE (12.28.01.23)
Matrícula: 1604226

(Assinado digitalmente em 07/04/2025 00:23)
ALEXANDRE RODRIGUES DE ASSIS
ASSINANTE EXTERNO
CPF: 036.279.577-09

Visualize o documento original em **https://sipac.ufrrj.br/public/documentos/index.jsp** informando seu número: **1121**, ano: **2025**, tipo: **ATA**, data de emissão: **06/04/2025** e o código de verificação: **a48d041590**

Dedico este trabalho a:

Aos estudantes e profissionais da Educação de ontem, hoje e de sempre, que indubitavelmente, representam a minha principal fonte de inspiração nessa constante luta pela Educação de qualidade.

À minha queridíssima orientadora, Dora Soraia Kindel, por todos os ensinamentos e a todos os professores da UFRRJ, que são minhas fontes de inspiração desde a graduação.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, pois acredito fielmente que por meio da fé que tenho nEle, posso invadir o impossível e atingir níveis que outrora seriam inalcançáveis.

Gratidão também à minha noiva Letícia e à sua família, que sempre me apoiaram em todos os meus projetos e que nunca deixaram de estar ao meu lado em momento algum.

Agradeço ao corpo docente do curso de Matemática da UFRRJ. Sem dúvidas esses educadores, com suas incontáveis virtudes, me influenciaram fortemente a seguir o caminho do magistério.

Gostaria de expressar minha profunda gratidão à minha orientadora, que, com tanto empenho, profissionalismo, dedicação e paciência, me guiou ao longo deste processo. Sua orientação contínua e sua disposição em compartilhar conhecimentos foram fundamentais para meu crescimento acadêmico e até pessoal. A eficácia de seus conselhos sempre precisos, aliada à paciência em todos os momentos de dificuldade, me inspiram a seguir em frente e buscar sempre o melhor. Sou grato por todo o apoio e confiança depositados em mim.

Agradeço a Walace Antunes Anselmet, em nome de todos os amigos que me apoiam.

Obrigado aos estudantes que participaram desta pesquisa, assim como a seus responsáveis por depositarem confiança e credibilidade em meu trabalho.

Á diretora Josete Francisco Jacinto dos Reis da Escola Municipal Mato Grosso do Sul, onde foi realizada a pesquisa de campo do presente trabalho.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001. "This study was financed in part by the Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Finance Code 001"

“Agir, eis a inteligência verdadeira. Serei o que quiser. Mas tenho que ser o que for. O êxito está em ter êxito, e não em ter condições de êxito. Condições de palácio tem qualquer terra larga, mas onde estará o palácio se não o fizerem ali?”
(Fernando Pessoa)

RESUMO

AGUIAR, Tiago Campos. **Estudantes do Ensino Fundamental Discutem Características de Números Decimais.** 2024. P. 114. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática). Instituto de Educação, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, RJ, 2024.

O presente trabalho aborda uma proposta pedagógica para as aulas de Matemática no Ensino Fundamental séries finais que dialogue com o aprendizado de aspectos dos números racionais, em particular na transformação das frações em números decimais usando a calculadora, sob a perspectiva de uma abordagem investigativa através de questões abertas com o intuito de promover a reflexão sobre as descobertas. Iniciamos com uma análise de livros do 4º ao 5º ano para identificar de que forma os autores abordam o conceito de número racional em suas múltiplas facetas. Após uma pesquisa bibliográfica, busca-se desenvolver e sugerir tarefas, através de uma sequência de questionamentos que auxilie os discentes na aprendizagem dos números decimais a partir da análise de regularidades na transformação das frações com denominadores seis em números decimais. O objetivo é garantir uma aprendizagem significativa da matemática e promover uma conscientização reflexiva para os alunos do fundamental - anos finais. Essa pesquisa justifica-se a partir da necessidade de se pensar em possibilidades para o ensino de matemática especificamente para alunos do 6° ano Ensino Fundamental - anos finais que contribuíssem para melhor aprendizado dos mesmos. Diante da metodologia qualitativa e observação participante, enquanto docente da escola (professor-pesquisador) a análise de dados deu-se através dos registros do professor durante a aplicação das tarefas dos alunos em atividade. Percebeu-se na pesquisa, que a análise dos livros didáticos do 5º e 6º anos apresentam uma abordagem muito próxima dos conteúdos e, ao desenvolver as atividades usando a calculadora os estudantes puderam identificar padrões existentes nos resultados. Também detectamos que os estudantes tiveram dificuldades em compreender e identificar o resto e o quociente, ou seja, elementos do algoritmo da divisão.

Palavras-chave: Números decimais, atividades investigativas, finito e infinito, dízimas periódicas.

ABSTRACT

AGUIAR, Tiago Campos. **Elementary Students Discuss Characteristics of Decimal Numbers**. 2024. P. 114. Dissertation (Master's in Science and Mathematics Education). Institute of Education, Federal Rural University of Rio de Janeiro, Seropédica, RJ, 2024.

This paper addresses a pedagogical proposal for Mathematics classes in the final grades of Elementary School that discusses the learning of aspects of rational numbers, particularly in the transformation of fractions into decimals using a calculator, from the perspective of an investigative approach through open questions with the aim of promoting reflection on the discoveries. We began with an analysis of books from the 4th to 5th grades to identify how the authors approach the concept of rational numbers in its multiple facets. After a bibliographical research, we seek to develop and suggest tasks, through a sequence of questions that help students learn decimal numbers from the analysis of regularities in the transformation of fractions with denominators six into decimal numbers. The objective is to ensure significant learning of mathematics and promote reflective awareness for students in the final grades of Elementary School. This research is justified by the need to think of possibilities for teaching mathematics specifically to students in the 6th grade of Elementary School that would contribute to their better learning. Using qualitative methodology and participant observation, as a teacher at the school (teacher-researcher), data analysis was carried out through the teacher's records during the application of the students' tasks in the activity. It was noted in the research that the analysis of the 5th and 6th grade textbooks presented an approach very close to the content and, when developing the activities using the calculator, the students were able to identify patterns existing in the results. We also detected that the students had difficulty understanding and identifying the remainder and the quotient, that is, elements of the division algorithm.

Keywords: Decimal numbers, investigative activities, finite and infinite, repeating decimals.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Aparição esporádica de Números Decimais....42
Figura 2 - Soma de Números Decimais por "saltos" 48
Figura 3 - Quadro de ordens com uma casa decimal 53
Figura 4 - Números Decimais em gráficos 54
Figura 5 - Resto da divisão entre dois naturais na calculadora 58
Figura 6 - Uso do cubo para introduzir a unidade decimal 59
Figura 7 - Exibição de ordens decimais por meio do quadro de ordens....60
Figura 8 - Reta numérica de duas unidades 61
Figura 9 - Quadro de ordens com duas casas decimais....61
Figura 10 - Conceito de fração por meio da unidade de medida "palmo"....67
Figura 11 - Representação das unidades decimais por meio do quadro de ordens....68
Figura 12 - Situação monetária com Número Decimal....71
Figura 13 - Aproximação centesimal por meio do quadro de ordens....72
Figura 14 - Estudantes trabalhando em grupos....91
Figura 15 - Recortes de frações utilizadas pelos estudantes nas Tarefas 1A e 1B 92
Figura 16 - Recorte de frases geradas pelos estudantes na Tarefa 1B....92
Figura 17 - Recortes de frações utilizadas pelos estudantes na Tarefa 2A....100
Figura 18 - Recortes de frases geradas pelos estudantes na Tarefa 2B 101
Figura 19 - Recortes das divisões efetuadas por algoritmo na Tarefa 3A 102
Figura 20 - Recortes de frases geradas pelos estudantes na Tarefa 3B 102
Figura 21 - Exemplo de coleta de um estudante das Tarefas 3A e 3B 103

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Busca no site da CAPES 24
Tabela 2 - Dissertações analisadas 25
Tabela 3 - Busca no BOLEMA 29
Tabela 4 - Busca na Zetetiké 30
Tabela 5 - Busca no GEPEM online (Endereço antigo) 31
Tabela 6 - Busca no GEPEM online (Endereço atualizado) 32
Tabela 7 - Busca na Revista REMat 33
Tabela 8 - Quadro de ordens: ilustração da soma 46
Tabela 9 - Síntese da descrição dos livros didáticos 74
Tabela 10 - Síntese da análise de livros didáticos 78
Tabela 11 - Organização dos primeiros grupos e seus integrantes 89
Tabela 12 - Lista de frases e frações escolhidas no 1° registro 97
Tabela 13 - Intervalo de numeradores sorteados por grupos 100
Tabela 14 - Composição de novos grupos 101
Tabela 15 - Amostra de dados brutos 104
Tabela 1 - Ficha para o jogo Decimaze 13
Tabela 2 - Exemplo de ficha preenchida para o jogo Decimaze no Nível - Dupla1 15
Tabela 3 - Exemplo de ficha preenchida para o jogo Decimaze no Nível 1 - Dupla 2.....15
Tabela 4 - Exemplo de ficha preenchida para o jogo Decimaze no Nível 2 - Dupla 1.....18
Tabela 5 - Exemplo de ficha preenchida para o jogo Decimaze no Nível 2 - Dupla 2.....18

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 - Busca no site da CAPES 25
Gráfico 2 - Busca na Revista BOLEMA 29
Gráfico 3 - Busca na Zetetiké.....31
Gráfico 4 - Busca no GEPEM (Endereço atualizado).....32
Gráfico 5 - Busca na Revista REMat (Endereço atualizado) 33

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1 – INRODUÇÃO 16
1.1 – Hipótese. 18
1.2 – Objetivos Gerais. 19
1.3 – Objetivos Específicos 19
1.4 – Estrutura da dissertação. 20
CAPÍTULO 2 – LEVANTAMENTO BIBLIOGRÁFICO. 22
2.1 – Portal da CAPES. 23
2.2 – Revistas de Educação Matemática. 28
2.2.1 – Bolema 29
2.2.2 – Zetetiké 30
2.2.3 – Gepem. 31
2.2.4 – Remat 32
2.3 – Anais do Encontro Nacional de Educação Matemática. 33
2.4 – Artigos. 34
2.4.1 – Artigo 1. 34
2.4.2 – Artigo 2. 35
CAPÍTULO 3 – ANÁLISE DE LIVROS DIDÁTICOS. 38
3.1 – Livro A: AR: Aprender e Relacionar. Matemática 5° ano. 40
3.2 – Livro B: Ligamundo: Matemática 5° ano. 50
3.3 – Livro C: A conquista da Matemática 6° ano. 56
3.4 – Livro D – Araribá mais Matemática 6° ano. 64
3.5 – Livro E – Ligamundo: Matemática 4° ano. 70
3.5 – Síntese da Análise de livros. 72
CAPÍTULO 4 – METODOLOGIA. 83
4.1 – Tipo da pesquisa. 83
4.2 – Local 83
4.3 – Sujeitos da pesquisa. 83
4.4 – Coleta de dados 84
4.4.1 – Diário de Campo. 84
4.4.2 – Tarefas propostas. 84
4.5 – Análise de Dados. 86
CAPÍTULO 5 – PESQUISA DE CAMPO 87
5.1 – Inserção na Pesquisa 87

5.2 – Os sextos no sexto ano 87
5.3 – Análise de dados 93
CONSIDERAÇÕES FINAIS. 112
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS. 113

INTRODUÇÃO

De acordo com o dicionário etimológico, a palavra Matemática deriva da palavra grega “mathematike”, onde a parte “máthema” significa compreender, explicar, ciência, conhecimento, aprendizagem; e “thike” significa arte.

Portanto, a matemática pode ser entendida como a técnica da arte de explicar, de compreender e entender os números, assim como as formas geométricas.

Entretanto, no início da graduação em matemática esta arte esteve bastante comprometida pois me deparei com muitos obstáculos relacionados a aprendizagem e compreensão dos números e das formas geométricas. As dificuldades eram tamanhas e distintas que só consegui ser aprovado nas disciplinas de Cálculo 1 e Álgebra 1, ambas ofertadas no primeiro período, no terceiro período. Mas, segui em frente e no quarto período decidi que me tornaria professor de matemática.

Durante a graduação, participei de programas de iniciação à docência como o Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID) e o Programa de Educação Tutorial (PET) e, através deles, comecei a lidar com os estudantes da rede pública da rede municipal onde se localiza a sede da universidade. Nas atividades desenvolvidas por estes programas em sala de aula comecei a me deparar com as dificuldades dos alunos, comecei a me ver neles, e percebi que as dificuldades deles eram semelhantes às minhas no tempo do Ensino Básico.

Essa experiência gerou em mim a vontade de ser um bom professor e tornar-me o melhor que eu poderia ser de modo a oferecer aos meus alunos a possibilidade de compreender melhor a matemática e que esta vivência pudesse ser mais aprazível e menos enfadonha para eles. Nesta busca incessante de alternativas para o ensino da disciplina e meios para compreender melhor o motivo das dificuldades dos estudantes foi delineando o caminho percorrido desde então e que se inicia com a apresentação de um trabalho para o final do curso de graduação em Licenciatura em Matemática pela UFRRJ em 2015, a monografia com o título “Ensino e Aprendizagem de Números Racionais de forma Fracionária no 6º ano do Ensino Fundamental: diferentes significados ” versando sobre os diferentes significados que eles podem assumir e que me ajudou a perceber as lacunas de aprendizagem que os alunos possuem quando comecei a lecionar.

Diante disso, senti o desejo de entender não quantos, ou em quantas dificuldades os alunos podem ter, mas quais e o porquê delas. Provavelmente o desinteresse dos estudantes pela disciplina também esteja relacionada com a falta de base. Nasce então o interesse em buscar aprofundar este estudo e busco por um mestrado em Educação Matemática.

Em 2022 fiz o processo seletivo para o PPGEDUCIMAT (Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática) oferecido pela UFRRJ.

A escolha do tema abordado nesta pesquisa está diretamente ligada ao significado da Matemática, ou seja, a técnica da arte de explicar, de compreender e entender os números, assim como as formas geométricas e que neste trabalho de pesquisa se restringe ao estudo de um grupo específico dos números racionais, a transformação das frações ordinárias em números decimais e suas diferentes características: inteiros, decimal exato e dízimas periódicas e simples

Para identificar as diferentes representações apresentamos uma situação aberta de cunho investigativo numa perspectiva didático-pedagógica que promova a reflexão sobre as descobertas realizadas pelos estudantes.

Um dos maiores desafios do professor de matemática, em uma perspectiva de ensino e aprendizagem é, sem dúvidas, criar condições que possam contribuir para a construção de diferentes conceitos, buscando desenvolver suporte ao estudante de modo que o saber não se resuma apenas a uma concepção mecanizada, mas sim a um conhecimento que tenha possibilidades de transformar o inimaginável em possível e até mesmo em concreto.

Os alunos dos diferentes níveis de ensino enfrentam, na atualidade, dificuldades e obstáculos que foram superados pela humanidade no passado. A permanência de algumas dessas dificuldades em sala de aula direcionou a nossa escolha de pesquisa para entender as dificuldades no ensino das diferentes representações do número racional. Este trabalho, portanto, é motivado pela possibilidade de existência de uma abordagem epistemológica significativa a respeito dos Números Racionais em sua forma Decimal. A justificativa epistemológica se faz diante da relação dialética que há entre os Números Irracionais e os Números Racionais, podendo haver possibilidades de conexão entre esses dois campos numéricos. Essa interação pode ocorrer nos pontos críticos da teoria dos Irracionais, como a ideia de contínuo e discreto; finito e infinito; exato e aproximado, noções que transcendem aspectos técnicos dos Números Irracionais e das representações decimais do número racional.

1.1 Hipótese

O ensino dos Números Racionais é um tema introduzido nos anos iniciais do Ensino Fundamental, desenvolvendo-se em complexidade, transpassando pelos anos finais desse mesmo nível de ensino e assim, chegando ao Ensino Médio.

O ensino de frações é previsto a partir do 4º ano do Ensino Fundamental de acordo com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), aprovada pelo Conselho Nacional de Educação (CNE) em 15 de dezembro de 2017 e homologada em 20 de dezembro de 2017. Esta recomendação já constava dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) - disponibilizados para o EF pelo Ministério da Educação (MEC) nos anos de 1997 e 1998 e, mais tarde, estendido para o EM, em 1999.

Entre outras motivações, o seu estudo se fundamenta por ser considerado um antecedente para o desenvolvimento de outros conteúdos matemáticos como nas resoluções de problemas e equações, e no estudo de cálculo algébrico. (BRASIL, 1998, p.103). Behr et all (1992), Ball (1988), Ma (1999), Campos e Rodrigues (2007), Farias (2009) afirmam haver entre pesquisadores dedicados ao ensino de Matemática consciência das dificuldades apresentadas por professores e alunos, ao longo da Educação Básica, relacionadas ao processo de ensino e de aprendizagem dos números racionais.

Além disso, encontramos orientações nos documentos dos PCN, apontando que a representação fracionária de um Número Racional possibilita a aquisição de resultados mais precisos nos cálculos envolvendo dízima periódica, pois enquanto a mesma não é exibida, não há necessidade de arredondar o decimal obtido com a divisão.

A fim de aclarar o conceito de Números Racionais, Kieren (1976) afirma que este campo numérico deve ser visto de diferentes formas para que seja efetivamente construído. Diante disso, ele elaborou algumas abordagens como as frações na sua forma ordinária e decimal. Os números racionais podem ser apresentados como parte/todo, parte/parte e que costumam ser abordados nas séries iniciais. E como razão, operador multiplicativo e quociente e como medida, nas séries mais avançadas. Batista e Belfort (2006) sustentam que a pluralidade conceitual, ou seja, abordar os conceitos de diferentes formas, é importante para o estudante.

Embora as representações fracionárias estejam associadas a mais de uma ideia, o ensino das frações é restringido, no geral, a aplicação de fórmulas e regras, sendo sua explanação delimitada por ideias subjetivas de modo a não englobar as possibilidades que lhes podem ser associadas, não passando de preceitos alheios aos possíveis significados que podem assumir. Ratificando essa ideia, Catto (2000) afirma que uma mesma

representação de uma fração pode apresentar uma variedade de significados, por isso, não devem ser analisadas de forma isolada, mas sim em cada contexto que lhe cabe.

Na perspectiva da diversidade dos significados de uma fração, de acordo com (Conceição, 2012, p.2, Apud, VAN DEWALLE, 2009) "a abordagem dos números decimais deve ser compreendida como outro modo de escrever frações que usa o sistema numérico posicional de base dez para representar esses valores". Essa ideia nos mostra a necessidade da compreensão do número decimal como uma representação das frações, a passagem ou transformação das mesmas em números decimais, elemento principal dessa pesquisa.

Esta pesquisa será voltada para identificar os diferentes modos de como os alunos se posicionam diante de várias situações-problema envolvendo números decimais. Desta forma concordando com Kindel (1998), procuramos identificar aspectos dos números considerando as seguintes classificações: decimais exatos e dízimas periódicas simples e compostas e para tanto buscamos buscando identificar se os estudantes encontram semelhanças e diferenças considerando aspectos tais como aproximado/exato, finito/infinito, limitado/não limitado, entre outros.

Diante do exposto, levantamos o seguinte problema de pesquisa: quais aspectos diferenciam as abordagens de Números Decimais nos livros didáticos de 5° e 6° anos, eles existem? Que estratégias são utilizadas pelos estudantes do 6° ano sobre as representações decimais obtidas a partir de frações por meio de divisões usando calculadora?

Objetivos Gerais

Observar de que forma os estudantes se posicionam diante dos resultados obtidos nas divisões do numerador pelo denominador das frações com o uso da calculadora e investigar de que forma a intervenção do estudante (individual ou em grupo) contribui para a compreensão desses números.

Objetivos Específicos

- Identificar as abordagens apresentadas pelos autores, dos livros didáticos escolhidos dos 5º e 6º anos, sobre Números Decimais verificando se existem diferenças e semelhanças nas abordagens;

- Verificar de que forma as tarefas envolvendo operação de divisão usando a calculadora contribui para a identificação e classificação dos resultados a partir da transformação das frações em número decimal.

Dividimos nossa sistematização de conhecimento em duas etapas. Na primeira etapa, fizemos uma incursão pelos posicionamentos teóricos referentes aos aspectos pedagógicos, portanto, examinamos a BNCC, para fazer a análise de quatro coleções de Livros Didáticos de Matemática referentes ao 5º e 6º anos e mais uma breve análise em uma coleção do 4º ano, e relatos de pesquisa que enfocam problemas em relação ao ensino e aprendizagem dos números racionais, particularmente, a transformação da fração em número decimal e vice-versa.

Em seguida, ocorreu a inserção em sala de aula com a pesquisa de campo. Inicialmente seguimos todos os trâmites junto ao comitê de ética antes de iniciar a pesquisa de campo propriamente dita e, após o parecer do comitê, iniciamos a exploração em uma turma de 6º ano de uma escola pública localizada no município de Volta Redonda-RJ.

Simultaneamente à essas duas etapas, o produto educacional estava sendo pensado e gradualmente foi sendo estabelecido, passando pelos ajustes necessários de acordo com a trajetória da pesquisa.

ESTRUTRA DA DISSERTAÇÂO

O presente trabalho está organizado em seis capítulos. Na introdução, temos a apresentação, justificativa, problema, objetivos e estrutura da pesquisa.

No capítulo 2, apresentamos um levantamento das pesquisas sobre o tema tendo como base as seguintes fontes: banco de dissertações e teses da Capes, e das principais revistas cientificas brasileiras da área de Educação Matemática e nos sites de programas de pós-graduação profissionais.

No capítulo 3, apresentamos o levantamento e análise de quatro livros didáticos. Dois exemplares do 5° ano, dois exemplares do 6° ano e mais uma breve análise em um exemplar do 4º ano foram explorados em duas etapas denominadas “Análise geral” e “Análise de conteúdo específico” com intuito de observar se há diferenças de abordagem de Números Decimais nessas duas séries.

No capítulo 4: Metodologia, informamos aspectos da pesquisa como, o tipo de pesquisa, local, sujeitos, em como a coleta vai ocorrer, bem como se pretende fazer a análise de dados e por fim, deixamos um cronograma de atividades.

No capítulo 5: Pesquisa de Campo, relatamos os desdobramentos da inserção da pesquisa em sala de aula, bem como a coleta, descrição e análise dos dados capturados.

CAPÍTULO 2: LEVANTAMENTO BIBLIOGRÁFICO

Durante o desenvolvimento deste capítulo, exploramos o processo de busca e validação de obras que abordam o ensino e a aprendizagem de números decimais em particular a transformação de frações ordinárias em número decimal. O objetivo é encontrar embasamento teórico que respalde a relevância da pesquisa para a Educação Matemática.

Para desenvolver a pesquisa, buscamos entender e conhecer o cenário atual em relação aos trabalhos desenvolvidos nos últimos anos sobre transformações de frações em números decimais e vice-versa, pois não é possível alcançar bons resultados de pesquisas sem primeiro compreender a literatura sobre o assunto de estudo (Boot; Beile, 2005 apud Randolph, 2009).

A revisão de literatura foi iniciada no segundo semestre de 2023, se concentrando inicialmente nas pesquisas desenvolvidas entre 2017 e 2022 tendo como base as dissertações e teses do banco de dados do Portal de periódicos da coordenação de aperfeiçoamento de pessoal de nível superior (CAPES). Em seguida, conduzimos a pesquisa para algumas revistas da área da Educação Matemática e áreas afins. A escolha das revistas se sucedeu (a) por representar um espaço de divulgação científica de pesquisas e trabalhos desenvolvidos; (b) por conjecturarmos que pesquisadores e pesquisadoras, nessa área, tendem a submeter seus artigos; e (c) por semear artigos avaliados por pares.

E por último, mas não menos importante, dada a relevância dos Encontros Nacionais de Educação Matemática, decidimos elencá-lo em nossas buscas por referências. Desta forma foram levantadas as apresentações dos trabalhos apresentados nos dois últimos XII e XIII encontros nacionais e que ocorreram respectivamente em 2016 e 2019. A justificativa de escolha por esses dois últimos eventos se dá ao fato de serem os mais próximos dos anos em que estamos fazendo nossas buscas, ou seja, próximos ao intervalo 2017 e 2022.

Nos primeiros passos desta pesquisa, concentramos as análises nas palavras-chave em aspectos dos números racionais e irracionais, pois numa primeira busca usando os termos frações ou números decimais, apareciam trabalhos que de um modo geral não tratavam sobre as transformações de frações em números decimais. Nessa empreitada, nos propusemos identificar, em linhas gerais, o que era tratado sobre o tema. Com relação aos números irracionais pensávamos encontrar algumas pistas que pudessem contribuir

com *insights* sobre números decimais não periódicos, outra característica dos números decimais.

Deliberadamente, procedemos com uma detalhada análise sobre as potencialidades de recursos - calculadora, materiais manipuláveis, jogos - no ensino e na aprendizagem dos números racionais; o embasamento teórico utilizado nas pesquisas; foco no local e público e quais os resultados apresentados. O foco nas descobertas e nos resultados obtidos por outros autores e não apenas nas citações tem como objetivo gerar novos resultados significativos (Randolph, 2009).

Quando buscamos as pesquisas, a ferramenta identifica os termos separadamente encontrando-os nos títulos, resumos e palavras-chave das pesquisas cadastradas na base de dados. Sendo assim, tivemos o retorno de um grande quantitativo de trabalhos que, na maioria dos casos tinha a ver com o que estava sendo procurado, no entanto o número elevado de pesquisas encontradas tornou a nossa busca pouco eficaz. Com isso, se faz necessário estabelecer critérios de inclusão e exclusão para refinar a busca de acordo com o tema em estudo. Concordando com Assis (2020), a fim de solucionar o problema, fizemos uso dos operadores booleanos OR, AND e NOT entre as palavras-chave para que os trabalhos ficassem restritos ao tema. Entretanto, ao realizar as buscas nas revistas Zetetiké e no Boletim GEPEM online, quando aplicamos os filtros não encontramos nenhum trabalho.

As matrizes utilizadas para as referências bibliográficas que compõem este trabalho serão apresentadas a seguir:

2.1 – Portal de periódicos da coordenação de aperfeiçoamento de pessoal de nível superior (CAPES) - Disponível no endereço eletrônico[1] utilizamos este meio para buscar todas as Dissertações e Teses que foram citadas na presente pesquisa. A seguir, uma tabela resumida que mostra o procedimento de busca utilizado.

Na Tabela 1, apresentaremos resumidamente os termos explorados contendo os seguintes recursos de busca: *operadores booleanos OR, AND e NOT; e o uso das aspas.* Além disso, utilizamos alguns dos filtros contidos no portal, foram eles:

- Ano: 2017 a 2022.
- Grande área de conhecimento: Ciências exatas e da terra.
- Área de conhecimento: Matemática
- Área de concentração: Ensino da Matemática.

[1] Disponível em <https://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/#!/>. Acesso em 08/12/2022.

Por exemplo, para buscar o termo *Números irracionais ou números racionais*, digitamos no portal da seguinte maneira: **"Números irracionais" OR "números racionais".** Portanto, para buscar o termo *Números irracionais ou números racionais*, subentende-se o esquema do exemplo anterior, onde em ambas as colunas numéricas foram utilizados os operadores booleanos (em maiúsculo), no entanto, em relação ao uso simultâneo de filtros e aspas a tabela identifica a presença e ausência deles nas respectivas colunas. Nela, também observamos a relevância de escrever alguns termos no singular e no plural, na maioria dos casos, culminando em pelo menos um trabalho detectado.

Tabela 1 - Busca no site da CAPES

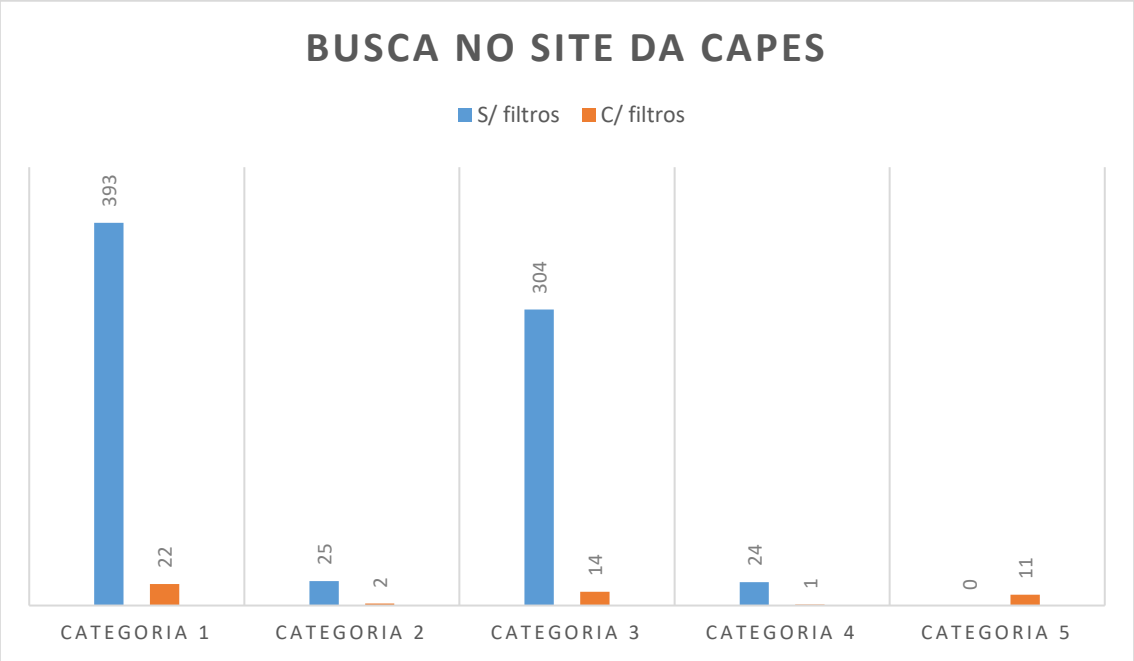
Categorias	**Comando digitado**	**Sem aspas e filtros**	**Com aspas e filtros**
1	Números irracionais OR números racionais	393	22
2	Números irracionais AND Números racionais	25	2
3	Números racionais OR números decimais	304	14
4	Números racionais AND números decimais	24	1
5	Números irracionais NOT números decimais	0	11

Fonte: Elaborada pelo autor.

Observe que o quantitativo de trabalhos cai significativamente quando se insere os filtros. No gráfico 1, apresentamos os dados da tabela 1. Desta forma podemos visualizar o efeito dos filtros na busca.

Apresentamos a seguir, uma amostra das buscas contidas na Tabela 1 que foi feita através de um gráfico de colunas, explicitando os dados da tabela.

Gráfico 1 - Busca no site da CAPES



Fonte: Elaborada pelo autor.

Com base nos resultados, analisamos as seguintes dissertações. Veja a Tabela 2.

Tabela 2 - Dissertações analisadas

Tema	Autor(a)	Instituição/Ano
Sistema de numeração decimal e operações fundamentais: do rigor matemático a uma abordagem para professores polivalentes	José Acácio De Araújo	UFRN/2020
Transformação de frações em números: uma experiência no ensino fundamental	Izabela Cesario Correa Ananias.	USP/2019
Jogos como possibilidade para a melhoria do desempenho e das atitudes em relação às frações e aos decimais nos anos finais do ensino fundamental	Valéria Cristina Brumati Dugaich	UNESP/2020

Fonte: Elaborada pelo autor

Nota: Nesta base não foram encontradas teses.

Mesmo com o refinamento em nossas buscas, ainda assim tivemos que utilizar algum critério para selecionar os trabalhos a serem lidos e explorados de forma minuciosa. Apresentaremos a seguir a maneira como selecionamos essas três dissertações.

Para o 1° trabalho contido na Tabela 2, onde o autor aborda os Números Decimais com professores polivalentes, ou seja, docentes do Ensino Fundamental Anos Iniciais, percebemos possibilidades de conexões com o presente trabalho, visto que nessa dissertação analisaremos também como o Número Decimal é trabalhado no 5° ano. Para o 2° trabalho descrito na Tabela 2, o trecho do tema *Transformação de fração em número"* nos remeteu uma associação direta à essa pesquisa e ainda, a autora também utilizou uma turma de 6° ano para sua pesquisa de campo. Por último, e não menos importante, o tema envolvendo jogos como melhoria para o ensino e aprendizagem de frações e números decimais é bastante convidativo, visto que o produto educacional dessa pesquisa será a criação de um jogo sobre números decimais e, portanto, as chances de encadeamentos com o 3° trabalho são consideráveis.

A seguir, apresentaremos um breve resumo das dissertações supracitadas.

Analisando o trabalho **(a) "Sistema de Numeração Decimal e Operações Fundamentais: do rigor Matemática a uma abordagem para professores polivalentes"**, verificamos que o autor relatou consideravelmente experiências profissionais e pessoais e, inclusive falou sobre os diversos obstáculos que teve que vencer para concluir o mestrado, o que entendemos como parte de sua motivação. Relatou ainda que ao longo de 14 anos de experiência com o ensino médio na rede pública, observou dificuldades dos estudantes em conteúdos básicos de Matemática.

O autor indagava-se sobre os motivos pelos quais os alunos não conseguiam absorver os conteúdos básicos do Ensino Fundamental. Ele lecionou Ensino de Matemática I e II no curso de Pedagogia da UFRN em 2015 e percebeu que essa também era uma grande dificuldade dos discentes, muitos desses já lecionavam há algum tempo (sem curso superior) e outros estavam em sua segunda licenciatura. Relatou que teve alunos de várias regiões do RN, mas que as dificuldades eram sempre as mesmas, porém o foco de sua motivação principal, e talvez até mesmo de sua dissertação está na *falta de uma formação adequada em Matemática dos professores polivalentes – professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental que ensinam todas as disciplinas.*

Para o seu produto, propôs um material didático focado principalmente nas operações fundamentais com Números Naturais, com uma linguagem simplificada para professores não-matemáticos. O Material constitui um livreto que possui como título "Sistema de Numeração Decimal: história e operações fundamentais".

Explorando o trabalho **(b) "Transformação de frações em números: uma experiência no ensino fundamental"**, inicialmente identificamos uma similaridade deste título com o tema dessa dissertação e, portanto, uma possibilidade de diálogo.

O estudo realizado por Izabela Cesario é pertinente à problemática no ensino e aprendizagem de frações no Ensino Fundamental. Ela expõe que os estudantes concebem as frações como um duplo processo de contagem tendo como base o modelo parte-todo e, diante desse obstáculo, decidiu investigar o impacto que algumas abordagens podem gerar a fim de ampliar essa concepção dos estudantes sobre o significado de fração.

O trabalho de campo de natureza qualitativa realizado por Izabela foi realizado com estudantes de 6° ano, de uma escola localizada em Goiânia. Um questionário inicial foi aplicado com o intuito de identificar as principais dificuldades encontradas pelos estudantes. Nesse processo foram consideradas duas hipóteses em sua metodologia: (1) ênfase em atividades de conversão de representações entre os registros numérico ou figural e a reta numérica; (2) e foco na ideia da fração como representação do resultado de uma divisão de dois números naturais. Ao longo do trabalho de campo foram aplicadas quatro atividades ao longo de 9 encontros. Por fim, em geral, as análises mostraram que houve um amadurecimento dos estudantes em relação ao posicionamento de frações em retas numéricas e perceberam que as frações correspondem ao resultado da divisão entre dois números naturais, isto é, a possivelmente números decimais.

Olhando para a pesquisa **"Jogos como possibilidade para a melhoria do desempenho e das atitudes em relação às frações e aos decimais nos anos finais do ensino fundamental"**, observamos que a autora investigou a relação entre o uso de jogos pedagógicos e o desempenho em matemática. O objetivo geral desse trabalho foi a exploração e criação de jogos como recurso pedagógico com intuito de proporcionar práticas favoráveis ao ensino das diferentes representações de um número racional.

Para justificar a pertinência de sua pesquisa, Valéria Cristina analisou o desempenho de uma turma de Ensino Fundamental de Anos finais no SARESP (Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo) e constatou que ele era ruim. Além disso, também olhou a atitude de estudantes de forma específica em relação às frações e aos números decimais e investigou como o uso de jogos pode contribuir para o ensino e aprendizagem das diferentes representações de números racionais.

A natureza de sua pesquisa foi quanti-qualitativa e para a primeira etapa, a pesquisadora elaborou jogos matemáticos que contribuíssem com o ensino e aprendizagem de frações e números decimais. Após a confecção desses jogos as tarefas

foram novamente aplicadas e foi possível medir o desempenho dos estudantes de forma a comparar as notas de escores e de uma prova que foram realizados em dois momentos. Antes da aplicação dos jogos, a atitude dos estudantes em relação às frações tinha o escore de 44,5 e depois da aplicação passou para 53,2. Já atitude dos estudantes em relação aos números decimais, possuía anteriormente um escore de 47,0 e depois dos jogos, 52,7. Já em relação ao desempenho na prova, antes dos jogos a nota média da turma era 7,0 e depois dos jogos passou para 7,6. Diante desses fatos a autora constatou de que o uso de jogos como ferramenta pedagógica contribui positivamente nas atitudes e no desempenho dos alunos dessa classe.

Diante do exposto, é possível fazer conexões entre elementos apresentados por esses três autores em seus trabalhos e o que se pretende desenvolver nessa dissertação.

Assim como ocorreu nos trabalhos de Ananias (2018) e Dugaich (2020), uma das prerrogativas para a elaboração desta dissertação está apoiada no mal desempenho de estudantes do Ensino Fundamental no ensino e aprendizagem de números racionais. Tendo em vista essa problemática, a fim de contribuir para o ensino e aprendizagem desse campo numérico, propõem-se um como Produto Educacional para essa pesquisa a criação de um jogo pedagógico voltado para Números Racionais na forma decimal, estratégia que também foi utilizada pelos autores Araújo (2020) e Dugaich (2020) ao produzirem no decorrer de seus trabalhos, respectivamente, um livreto para ser utilizado em um minicurso para professores de anos iniciais e a criação e aplicação de jogos com potenciais para agregarem no ensino e aprendizagem de Números Racionais em geral.

Corroborando com Dugaich (2020) e Ananias (2018), escolhemos para nossas pesquisas de campo uma turma de Ensino Fundamental Anos Finais, em particular o 6° ano. Isso se deu por compreender que nessa série muitos conceitos matemáticos são revisados e, portanto, acredita-se na possibilidade de desencadear um novo olhar dos estudantes a respeito dos Números Decimais.

2.2 – Revistas de Educação Matemática

As revistas compartilham pesquisas e experiências em Educação Matemática e tem por objetivo contribuir para o desenvolvimento de pesquisadores dessa área através da divulgação de estudos realizados por educadores matemáticos ligados a instituições brasileiras e estrangeiras.

É importante ressaltar que, para as pesquisas neste tópico, foram utilizadas as mesmas palavras-chaves das buscas realizadas no portal da CAPES, e ainda, foram

utilizadas duas classes para exibir o número de buscas encontradas: (a) Sem aspas e filtros; e (b) Com aspas e filtros. Em todas as situações, o período inserido nas buscas foi no intervalo de 2017 a 2022, exceto na BOLEMA, que permitia como limite máximo o ano de 2016. Neste caso, o intervalo de busca foi de 2013 até 2016.

Os operadores booleanos OR, AND e NOT foram utilizados em todas as palavras-chave durante as buscas, bem como as aspas. Por exemplo, para buscar o termo *Números irracionais ou números racionais*, digitamos no portal da seguinte maneira: **"Números irracionais" OR "números racionais".** Da mesma forma ocorre com os outros termos buscados. Da mesma forma ocorre com os outros termos buscados.

Nas Tabelas a seguir, apresentaremos resumidamente os termos explorados. Em todas as situações os filtros possíveis, denominados "filtros avançados", além do termo de busca, nos permite determinar período e/ou autor. Os períodos são configurados por (a) datas no formato "de/ até", onde é possível não colocar nenhuma data ou inserir um período que varia de acordo com a fonte de busca; e (b) autor, onde basta inserir o nome desejado. A seguir, listaremos as revistas que foram utilizadas nesta pesquisa.

2.2.1 - BOLEMA (Boletim da Educação Matemática)

Na Tabela 3, apresentaremos resumidamente os termos explorados no Bolema. O período nessa fonte de busca vai do ano de 2008 até 2016, incluindo meses e dias.

Tabela 3 - Busca no BOLEMA

Categorias	Comando digitado	Sem aspas e filtros	Com aspas e filtros
1	Números irracionais OR números racionais	74	30
2	Números irracionais AND Números racionais	16	2
3	Números racionais OR números decimais	52	41
4	Números racionais AND números decimais	26	5
5	Números irracionais NOT números decimais	0	4

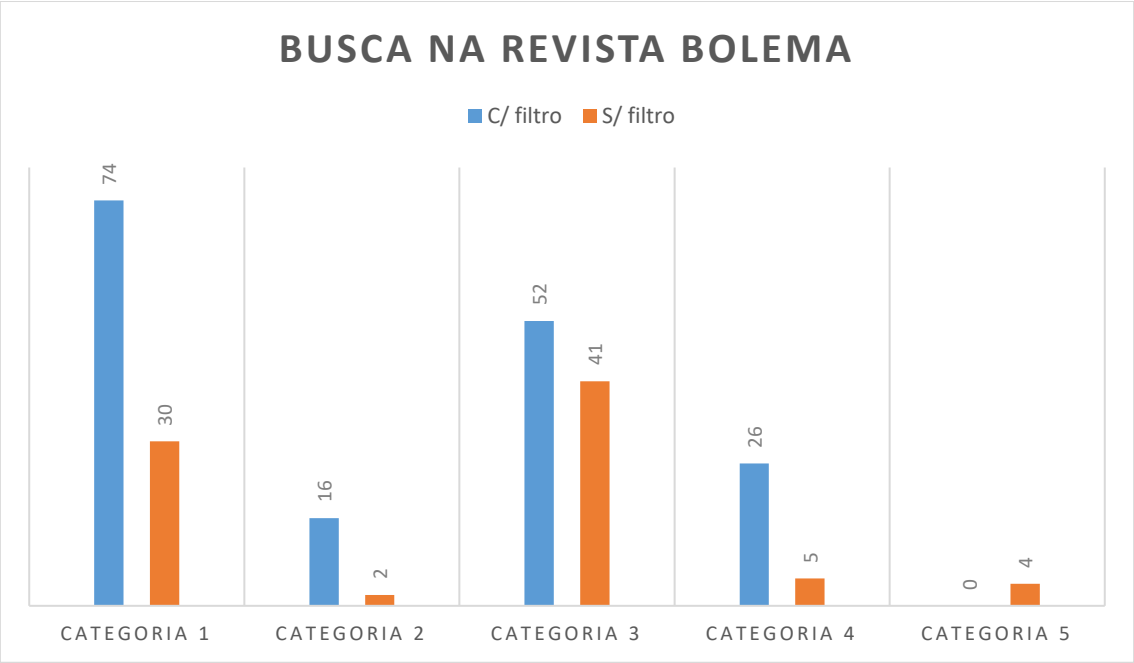
Fonte: Elaborada pelo autor

Até 2016, disponível no endereço[2] e, após 2016, disponível no endereço[3].

A seguir, uma amostra das buscas contidas na Tabela 3 foi feita através de um gráfico de colunas, explicitando os dados da tabela.

Gráfico 2 - Busca na Revista BOLEMA

[2] Disponível em <https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema>. Acesso em 08/12/2022.
[3] Disponível em <https://www.scielo.br/j/bolema/ >. Acesso em 08/12/2022.



Fonte: Elaborada pelo autor.

2.2.2 - Zetetiké (RIPEM)

Zetetiké, trata-se da publicação institucional da Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas (em parceria editorial UFF), disponível no endereço[4].

Na Tabela 4, apresentaremos resumidamente os termos explorados na Zetetiké. O período nessa fonte de busca vai do ano de 1993 até 2024, incluindo meses e dias.

Tabela 4 - Busca na Zetetiké

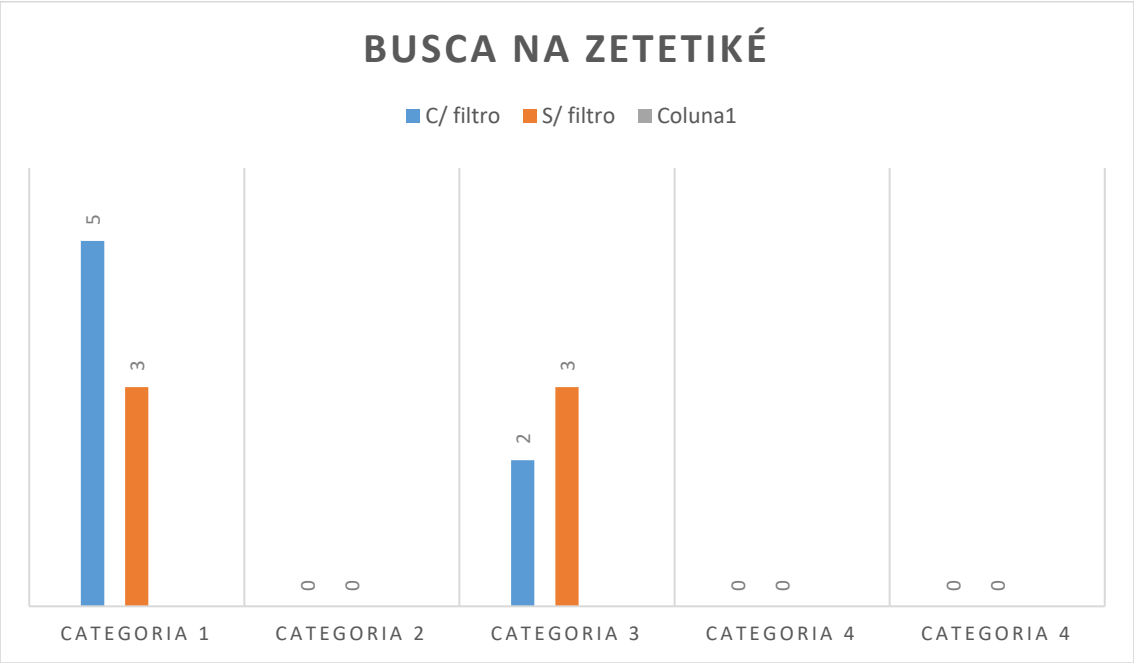
Categorias	Comando digitado	Sem aspas e filtros	Com aspas e filtros
1	Números irracionais OR números racionais	5	3
2	Números irracionais AND Números racionais	0	0
3	Números racionais OR números decimais	2	3
4	Números racionais AND números decimais	0	0
5	Números irracionais NOT números decimais	0	0

Fonte: Elaborada pelo autor

A seguir, uma amostra das buscas contidas na Tabela 4 foi feita através de um gráfico de colunas, explicitando os dados da tabela.

[4] Disponível em <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike>. Acesso em 08/12/2022.

Gráfico 3 - Busca na Zetetiké



Fonte: Elaborada pelo autor.

2.2.3 - Boletim GEPEM online

O Boletim GEPEM é a publicação mais antiga na Educação Matemática brasileira. De acesso aberto, trata-se de um periódico semestral disponibilizado pela UFRRJ. A busca foi feita através de dois endereços eletrônicos: endereço antigo[5] e endereço atualizado[6].

Nas Tabelas 5 e 6, apresentaremos resumidamente os termos explorados referentes aos endereços eletrônicos antigo e novo, respectivamente. No GEPEM, os períodos vão do ano de 0000 até 2021 no endereço antigo, e de 2002 até 2024 no endereço novo, incluindo meses e dias.

Tabela 5 - Busca no GEPEM online (Endereço antigo)

Categorias	**Comando digitado**	**Sem aspas e filtros**	**Com aspas e filtros**
1	Números irracionais OR números racionais	0	0
2	Números irracionais AND Números racionais	0	0
3	Números racionais OR números decimais	0	0
4	Números racionais AND números decimais	0	0
5	Números irracionais NOT números decimais	0	0

[5] Disponível em <https://costalima.ufrrj.br/index.php/gepem/>. Acesso em 09/12/2022.
[6] Disponível em <https://periodicos.ufrrj.br/index.php/gepem>. Acesso em 09/12/2022.

Fonte: Elaborada pelo autor

Na Tabela 5, consideramos desnecessário exibir o gráfico de colunas devido ao baixo número (nulo) de trabalhos encontrados.

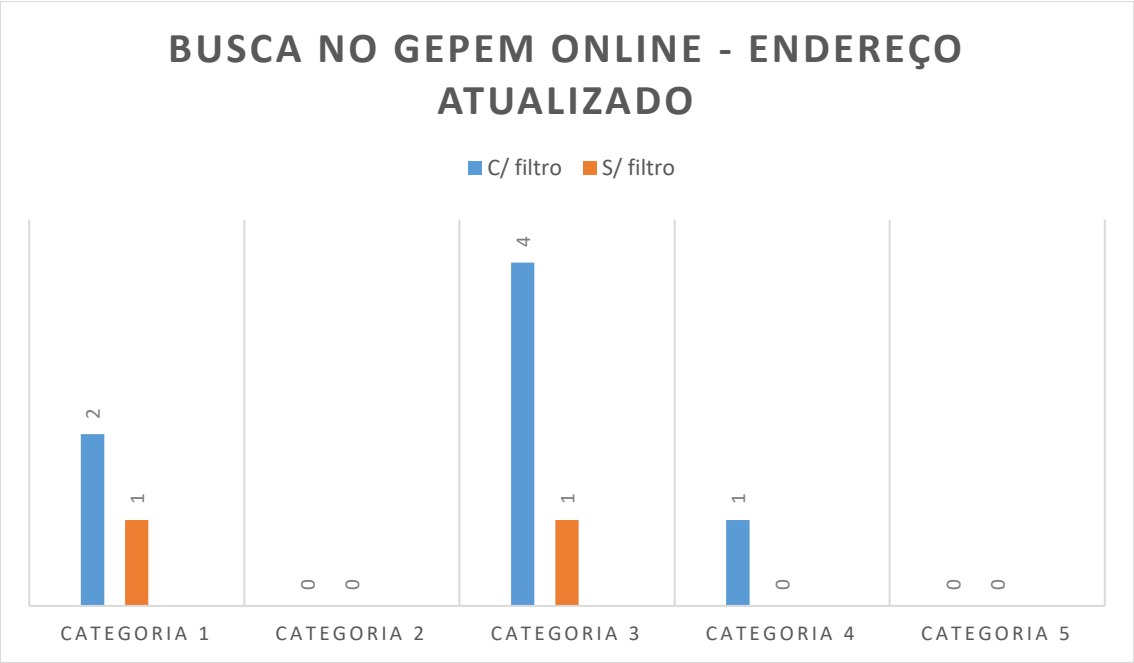
Tabela 6 - Busca no GEPEM online (Endereço atualizado)

Categorias	**Comando digitado**	**Sem aspas e filtros**	**Com aspas e filtros**
1	Números irracionais OR números racionais	2	1
2	Números irracionais AND Números racionais	0	0
3	Números racionais OR números decimais	4	1
4	Números racionais AND números decimais	1	0
5	Números irracionais NOT números decimais	0	0

Fonte: Elaborada pelo autor

A seguir, uma amostra das buscas contidas na Tabela 6 foi feita através de um gráfico de colunas, explicitando os dados da tabela.

Gráfico 4 - Busca no GEPEM (Endereço atualizado)



Fonte: Elaborada pelo autor

2.2.4 – REMAT

Trata-se de uma **Revista de Educação Matemática** (REMat) – encontrada no endereço eletrônico[7] - da **Sociedade Brasileira de Educação Matemática** (SBEM) -

[7] Disponível em <https://www.revistasbemsp.com.br/index.php/REMat-SP/about>. Acesso em 09/12/2023.

Regional São Paulo (SBEM-SP) que publica pesquisas e experiências em Educação Matemática.

Na Tabela 7, apresentaremos resumidamente os termos explorados na REMat. O período nessa fonte de busca vai do ano de 1993 até 2024, incluindo meses e dias.

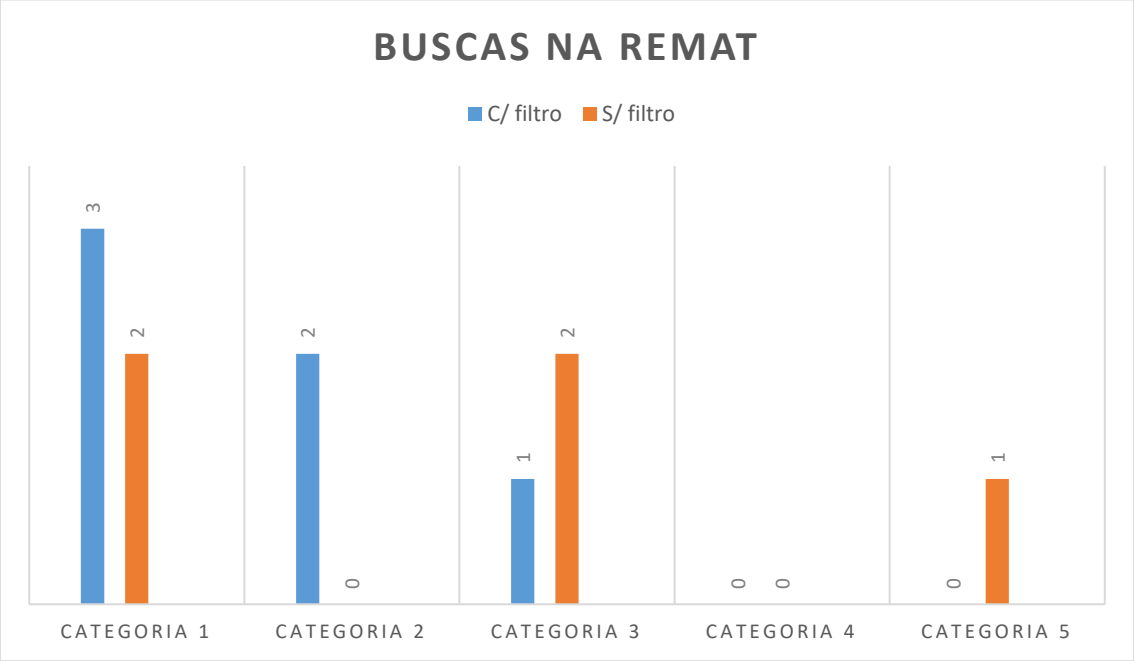
Tabela 7 - Busca na Revista REMat

Categorias	**Comando digitado**	**Sem aspas e filtros**	**Com aspas e filtros**
1	Números irracionais OR números racionais	3	2
2	Números irracionais AND Números racionais	2	0
3	Números racionais OR números decimais	1	2
4	Números racionais AND números decimais	0	0
5	Números irracionais NOT números decimais	0	1

Fonte: Elaborada pelo autor

A seguir, uma amostra das buscas contidas na Tabela 7 foi feita através de um gráfico de colunas, explicitando os dados da tabela.

Gráfico 5 - Busca na Revista REMat (Endereço atualizado)



Fonte: Elaborada pelo autor

2.3 - Anais do Encontro Nacional de Educação Matemática dos anos de 2016 a 2019

No portal do ENEM é possível ter fácil acesso a vários arquivos que contribuem para esta e para qualquer pesquisa em Educação Matemática. Ao abrir o site[8], é possível acessarmos os arquivos.

[8] Disponível em <http://www.sbembrasil.org.br/enem2016/anais/>. Acesso em 09/12/2022.

Apesar de não termos encontrado trabalhos relevantes à essa pesquisa nos ENEM, consideramo-lo uma importante fonte de busca e, por isso, decidimos elencá-la nesse tópico.

2.4 – Artigos

Dentre os artigos explorados, decidimos expor dois deles neste item. O primeiro, no item "2.4.1" trabalha a possibilidade de abordagem de mudança conceitual para aprendizagem em matemática. Um estudo com discentes de nono ano mostrou que o conhecimento prévio sobre números naturais por um lado ajuda e por outro restringe aos estudantes a lidarem com os Números Racionais, objeto de estudo dessa pesquisa.

O segundo artigo referido, no item "2.4.2", aborda como as frações são introduzidas no ensino básico, bem como ocorre a transição da representação fracionária para decimal. Através de pesquisas feitas em livros didáticos utilizados no estado de São Paulo, as autoras detectaram que as representações fracionárias são introduzidas no 4° ano, a ainda inferiram que os estudantes podem estar aprendendo a fração sem que necessariamente esta esteja associada a algum significado cabível.

É importante ressaltar que, no caso dos artigos, os que foram explorados não estão dentro da delimitação estabelecida pelos filtros.

2.4.1 – "*Compreender a estrutura do conjunto de números racionais: uma abordagem de mudança conceitual"*

No artigo, *"Understanding the structure of the set of rational numbers: a conceptual change approach"*, cujo a versão traduzida é *"Compreender a estrutura do conjunto de números racionais: uma abordagem de mudança conceitual",* em relação ao referencial teórico abordado na presente pesquisa, Xenia Vamvakoussi e Stella Vosniadou (2004) argumentaram que a abordagem de mudança conceitual para a aprendizagem pode ser empregada para a matemática, desde que se leve em consideração a natureza particular da mesma junto às suas bases neurobiológicas. No referido artigo, um estudo empírico foi feito investigando a compreensão dos estudantes do nono ano sobre as propriedades algébricas estruturais dos números racionais, sob a perspectiva de mudança conceitual. As autoras mostraram que, por um lado, o conhecimento prévio sobre números naturais ajuda aos estudantes a lidar com propriedades dos números racionais e por outro, a ideia do discreto restringe a compreensão dos estudantes em relação a densidade.

Segundo as autoras, as raízes da abordagem de mudança conceitual para aprendizagem, vem tanto da tradição da investigação científica, quanto da tradição de

investigação do conhecimento cognitivo (Vosniadou, 1999), em ambas, o pensamento revolucionário de (Kuhn, 1970) é levado em consideração. O termo "revolução científica", de acordo com as autoras, conforme (Posner, Strike, Hewson e Gertzog, 1982), é a principal fonte de hipóteses sobre as possibilidades de mudanças no processo de aprendizagem. Os modelos de mudanças na história da ciência estão relacionados aos padrões de mudança no aprendizado de ciências, porém, quando nos referimos à matemática, concordamos com as autoras que devemos nos ater a natureza particular do conhecimento matemático, onde entendemos que para aprender matemática não necessariamente precisa-se de mudança radical de conceitos, mas sim de uma tratativa de enriquecimento de conhecimento prévio. A necessidade do conceito prévio em matemática, nos leva a relevante afirmação feita pelas autoras, conforme (Crowe, 1992; Kitcher, 1992), de que a matemática é cumulativa, um ponto de vista que pode ser justificado na convicção de que as afirmações em matemática podem ser provadas, e após isso, estas podem ser utilizadas de forma geral e segura dentro do campo da matemática. Concordamos com Xenia Vamvakoussi e Stella Vosniadou (2004) que este argumento favorece a impossibilidade de revolução científica dentro da matemática.

Novas pesquisas na história da matemática indagam a afirmação de que "a estrutura da matemática reflete com precisão a sua história" (Crowe, 1992) e revelam que teorias matemáticas sofrem mudanças que não podem ser justificadas por acumulação. Podemos usar como exemplo as mudanças conceituais de número ao analisar a passagem ou transformação do conjunto dos números Naturais para o conjunto dos números Racionais, assunto que possui relevância à temática dessa pesquisa. Um outro exemplo está na mudança de amplitudes irracionais para números irracionais, ou seja, o momento em que o conceito de incomensurabilidade passa a ser descrito por um número ou por símbolos que representam constantes matemáticas conhecidas. Portanto, para aplicar a mudança conceitual no aprendizado da matemática, não se faz necessário elucidar as mudanças de conceitos matemáticos, mas sim focar em como eles são desenvolvidos.

2.4.2 – "*Lógica das equivalências"*

Um dos objetivos do capítulo de análise de livros didáticos dessa pesquisa é analisar como são introduzidas as frações no ensino básico, bem como ocorre a transição da forma fracionária para a respectiva forma decimal. Com o mesmo intuito, o artigo *"Lógica das equivalências"* produzido pelas autoras Jahn; Silva; Silva; Campos (s/d), tem por objetivo analisar a forma típica a qual se tem introduzido o conceito de

fração no primeiro grau, bem como as possíveis consequências geradas por tal método de ensino. Segundo as autoras, de acordo com suas pesquisas feitas em manuais didáticos no Estado de São Paulo, as frações são introduzidas, em geral, no 4° ano como orientam os PCN, através de desenhos geométricos simples como quadrados, retângulos e círculos ou por objetos como, maçãs, chocolates e laranjas. Nesse contexto, as autoras inferem que esses estudantes poderiam estar aprendendo a linguagem das frações sem necessariamente compreender seus diferentes significados.

Em nossa exploração aos manuais didáticos, quatro exemplares foram investigados, sendo dois deles do 5° ano e os outros dois do 6° ano do Ensino Fundamental. Para introduzir as frações foram utilizados nesses quatro manuais, de maneira geral, roletas coloridas, barras de chocolates, bolinhas coloridas, pizzas, mosaicos com figuras geométricas, dobraduras e recortes em folhas quadradas, contexto histórico auxiliado da escrita egípcia de fração com numerador igual a 1 e utilização do palmo como unidade de medida. Destaque para os mosaicos e as dobraduras que apareceram em duas das quatro introduções possíveis exploradas. Os significados ou ideias de frações apresentadas nesse contexto introdutório foram parte-todo (com todas as partes possuindo áreas iguais), parte-todo (com as partes possuindo áreas diferentes) probabilidade, metade e quarta parte. Nesse sentido, os significados encontrados nos manuais didáticos explorados nessa pesquisa, para introduzir frações, são mais diversificados quando comparados aos do artigo em questão, que por sua vez, segundo as autoras, introduzem as frações de maneira específica, utilizando apenas o significado parte-todo.

Um outro aspecto observado pelas autoras foi a ambiguidade que ocorreu nas divisões do inteiro em partes iguais. Os manuais explorados por elas descreviam que o inteiro era dividido em partes iguais, no entanto, há um anexo no artigo que exibe uma fotografia do livro didático que mostra de forma clara que houve uma contradição em relação a essa afirmação. Trata-se de um pão dividido em três partes ditas supostamente iguais, porém são nitidamente diferentes. Nos manuais explorados nessa pesquisa, não houve, sequer, um caso semelhante a esse. Houve uma situação, em um dos mosaicos, onde quatro folhas inteiras de mesmo tamanho foram divididas de formas diferentes, cada uma subdividida em um polígono diferente, formando assim quatro tipos diferentes de polígonos. Na última etapa dessa ilustração um único mosaico foi formado com os diferentes polígonos das quatro folhas. Por fim, havia uma pergunta que indagava ao estudante se uma peça qualquer do mosaico final, mesmo não sendo todas iguais,

configurava uma parte do todo. Segundo as orientações do próprio livro, destinadas ao professor, espera-se que o estudante responda que sim, pois de fato cada uma daquelas peças representa uma parte do mosaico final, ou seja, do todo. Ou seja, de acordo com esse livro didático, a ideia de que a parte de um todo precisa necessariamente ser igual as outras partes é transcendida. Neste caso, analisando o exemplo das autoras, a incoerência se encontra na afirmação do manual investigado por elas ao relatar que as partes de um todo precisam ser iguais, salvo essa afirmação, a forma utilizada na divisão dos pães estaria correta, e cada uma das partes configuraria uma em relação ao todo.

O primeiro dos artigos abordados, foi indicado pela orientadora dessa pesquisa, enviado por e-mail e traduzido pelo pesquisador, localizado no endereço [9]. Já o segundo, foi localizado em um grupo de pesquisa da UFRRJ, podendo ser localizado através do endereço [10].

[9] Disponível em <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S095947520400043X>. Acesso em 09/12/2022.
[10] Disponível em <http://www.ufrrj.br/emanped/paginas/home.php?id=22>. Acesso em 09/12/2022.

CAPÍTULO 3 – ANÁLISE DE LIVROS DIDÁTICOS

Neste capítulo, apresentamos o que encontramos sobre os números decimais, frações e a transformação de frações para números decimais e vice-versa em quatro livros didáticos sendo dois do 5° ano e dois do 6° ano. Os livros escolhidos são adotados na escola onde a pesquisa foi realizada e a escolha por essas duas séries, 5° e 6° anos, se deve à hipótese de que as duas séries, aparentemente, apresentam os mesmos conteúdos e gostaríamos de identificar quais são as semelhanças e diferenças e assim poder pensar melhor na elaboração das tarefas a serem apresentadas aos alunos.

É sabido que os números decimais e as frações ordinárias começam a ser trabalhadas mais sistematicamente a partir do 5º ano sendo aprofundada no 6° ano. Entendemos que o 5° ano – o último ano do segundo ciclo do Ensino Fundamental – e o 6° ano – primeiro ano do terceiro ciclo do Ensino Fundamental – como sendo duas séries em que um novo conjunto numérico começa a ser trabalhado, o dos números racionais.

Em documentos como os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997), encontramos indicação de que o estudo de frações é abordado a partir do 4° ano do Ensino Fundamental, ou seja, a partir do II ciclo do Ensino Fundamental, veja:

> Neste ciclo, são apresentadas aos alunos situações-problema cujas soluções não se encontram no campo dos números naturais, possibilitando, assim, que eles se aproximem da noção de número racional, pela compreensão de alguns de seus significados (quociente, parte-todo, razão) e de suas representações, fracionária e decimal. (BRASIL, 1997, p. 57).

A Base Comum Curricular (BNCC) propõe uma organização onde o conteúdo de frações atravessa algumas etapas do Ensino Fundamental. Já no 2° ano, a forma intuitiva de fração é prevista, onde aparecem os conceitos de metade e terça parte de acordo com a habilidade (EF02MA08). No 3° ano, a habilidade (EF03MA08) propõe o significado de repartição equitativa através da divisão de um número natural por outro (até 10) com resto zero e diferente de zero. Aparecem no 4° ano como unidade de medida menores do que uma unidade (EF04MA09). Além disso, de acordo com a habilidade (EF04MA10), é possível estender as regras do sistema decimal para representação decimal, bem como a relação de décimos e centésimo com a representação do sistema monetário brasileiro. Por fim, esse ciclo introdutório dos Números Decimais termina no 5° e 6° anos onde ocorre desde a leitura, escrita, identificação e representação – (EF05MA02 e EF05MA03) – até a comparação, às diversas ideias de frações, aos resultados de divisões e a identificação de frações equivalentes conforme a habilidade (EF06MA07).

Os livros selecionados foram publicados, avaliados e utilizados da seguinte forma:
(a) 4º e 5º anos – publicados em 2017; avaliados pelo PNLD em 2018 e utilizados no período de 2019 – 2022.
(b) 6º ano – publicados em 2018; avaliados pelo PNLD em 2019 e utilizados no período de 2020 – 2023.
Os exemplares escolhidos foram:
SILVEIRA, Ênio. **AR: Aprender e Relacionar. Matemática 5° ano.** 1. ed. São Paulo: Moderna. 2017. 264p.
REAME, Eliane. **Ligamundo: matemática 5° ano.** 1 ed. São Paulo: Editora Saraiva. 2017. 272p.
JÚNIOR, J. R. G.; CASTRUCCI, B. **A conquista da Matemática: 6° ano.** 4. ed. São Paulo: FTD. 2018. 288p.
GAY, M. R. G.; SILVA, W. R.; **Araribá mais Matemática 6° ano.** 1 ed. São Paulo: Moderna, 2018. 312p.
REAME, Eliane. **Ligamundo: matemática 4° ano.** 1 ed. São Paulo: Editora Saraiva. 2017. 272p.

Os livros foram obtidos por empréstimo na Escola Mato Grosso do Sul localizada no bairro Caieira, no município de Volta Redonda-RJ, unidade de ensino onde atuo como docente também.

A análise seguirá a ordem dos livros apresentados anteriormente e se divide em duas etapas: geral e específica do conteúdo.

Na primeira etapa, análise geral, buscamos características físicas dos livros, algumas delas já indicam nossa escolha pela capa, ou seja, série, autor, ano e matéria e se tem versão do aluno e do professor.

No miolo do livro, buscamos identificar as diagramações, imagens, gráficos, figuras que correspondem ao conteúdo e que de certa forma tornam a leitura atrativa e se a ordem dos conteúdos está organizada levando em conta conhecimentos prévios. Ou seja, em linhas gerais analisamos as obras observando: (1) a estrutura organizacional dos capítulos e unidades; (2) o sumário; (3) a introdução geral e de cada unidade; (4) as atividades apresentadas no livro.

Na segunda etapa, análise específica de conteúdo, buscamos identificar de que forma os autores introduzem e apresentam o assunto de nosso interesse ao longo dos capítulos. Assim, buscamos analisar como que a transformação de frações em números

decimais e os conceitos correlatos números decimais e frações estão dispostos ao longo dos capítulos e no capítulo específico, se houver.

Nesta fase, procuramos identificar quais recursos didáticos são usados, como estão distribuídas as seções e se elas satisfazem a proposta do tema, se os exercícios estão relacionados com situações do cotidiano dos alunos ou que podem ser aplicados na prática. Além disso, como os números decimais são comparados e ordenados, quais operações são trabalhadas e que tipo de atividades são apresentadas.

Segue a análise de cada um dos livros selecionados.

3.1 – Livro: A

Aprender e Relacionar. Matemática 5° ano

Livro - AR: Aprender e Relacionar. Matemática 5° ano

Autor: Ênio Silveira.

São Paulo

Editora: Moderna

Ano: 2017

1ª Etapa - Análise Geral

A estrutura de capítulos e unidades

O livro está dividido em 4 partes, uma para cada bimestre, classificada pelo próprio autor. Os dois primeiros estão divididos em três unidades cada um e os outros dois em duas unidades perfazendo dez. As unidades possuem temas bem específicos e organizados por seções identificadas por quadradinhos coloridos.

No Sumário, os temas de cada unidade são indicados por marcadores coloridos diferentes representando as seções: lendo e descobrindo; resolvendo problemas; tratando a informação; investigando a chance; curiosidade; jogando e aprendendo; agindo e construindo. Apesar de coloridos, os ícones em forma de quadradinhos são discretos e por vezes as cores que os representam possuem tons próximos, dificultando assim a diferenciação entre os temas.

As unidades não foram organizadas pelas áreas definidas pelas orientações curriculares, que são: Números, Geometria, Grandezas e medidas, Probabilidade e estatística e Álgebra.

Vale ressaltar que, na abertura, o livro apresenta os personagens que vão compor as unidades. Um desses personagens é o Lucas, um menino cadeirante, o que ilustra a inclusão.

Na introdução das unidades

Para iniciar a unidade, o autor apresentou uma ilustração representando o tema a ser discutido. Além da ilustração, em cada capítulo o autor recorre a um tipo de texto diferente para complementar e que podem ser um texto explicativo, tabelas, gráficos ou figuras geométricas.

Nas atividades do livro

De um modo geral, as atividades são exercícios convencionais e estão categorizados como "praticando" e "praticando mais". Além delas, cada unidade apresenta, em média, quatro seções diferentes entre as que foram apresentadas anteriormente e que variam de acordo com o tema.

2ª Etapa – Análise do conteúdo específico.

Nas sete primeiras unidades o número decimal apareceu esporadicamente em diferentes seções que abordavam as mais variadas situações do cotidiano, como a temperatura entre duas cidades, a massa de corpos, os preços etc. E as frações apareciam em geralmente representando parte do inteiro (chocolate, pizza etc.) ou de um conjunto de objetos que foi dividido em partes iguais. O estudo, propriamente dito, sobre números decimais e frações é abordado nos capítulos 8 e 9.

Os números decimais e as frações ao longo das sete primeiras unidades

Os números decimais.

A primeira aparição de um número decimal ocorreu na página 31 - Unidade 1: Os Números – na seção "Tratando a informação", cujo tema aborda questões sobre conhecimentos estatísticos envolvendo a produção agrícola das diferentes regiões geográficas brasileiras no período de 2014/2015. Para resolver o exercício, basta identificar os dados no texto para completar a tabela e montar um gráfico em uma planilha eletrônica.

Na página 62 - Unidade 3: Estatística – um gráfico de linhas é apresentado na seção "Tratando a Informação" e seus dados são solicitados para responder o primeiro item e calcular a diferença entre 75,5 e 52,5 e entre 73,9 e 69,8. Nos dois casos, os números possuem três algarismos e a mesma quantidade de casas decimais. Desta forma, em tese, o algoritmo não apresenta dificuldades para o estudante.

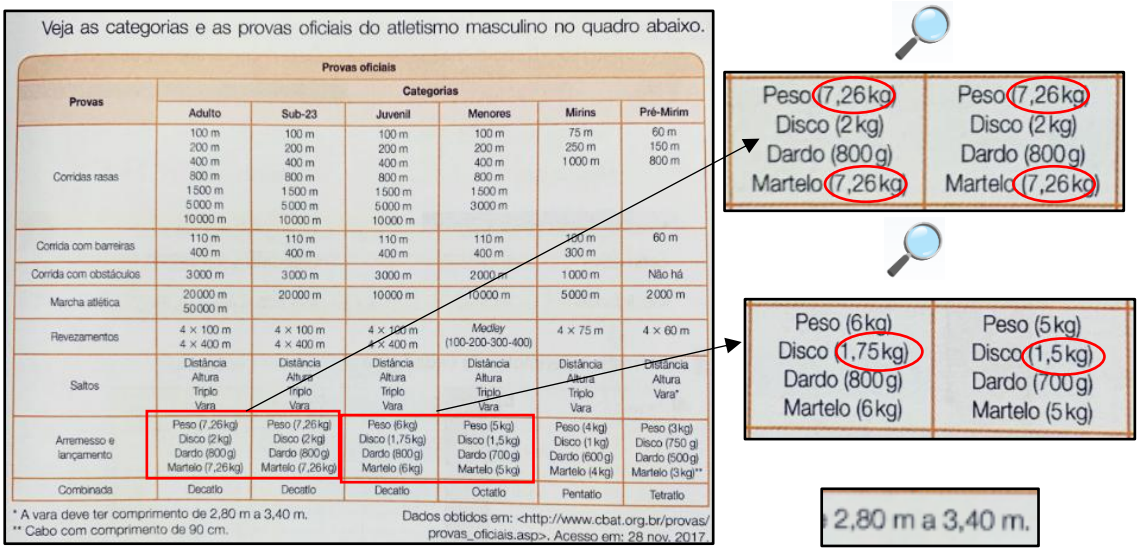
As operações envolvendo números decimais, surgem no tópico "Medida de Temperatura" na página 101 – Unidade 5: Medidas. Na seção praticando, os personagens assistem ao Telejornal noticiando as temperaturas dos estados da região Norte e se

perguntam sobre a diferença entre a temperatura do ambiente em que se encontram e a maior temperatura noticiada, 26,2º e 38º respectivamente.

Interessante notar que, até este momento, mesmo no manual didático – página 101 – não houve referências às operações envolvendo números decimais. Entretanto, nesta atividade é necessário que se faça a subtração para comparar as duas temperaturas. Aparentemente, se considera que os estudantes tenham visto esta operação em anos anteriores, de acordo com a BNCC, no 4° ano.

Na página 103, na seção "Lendo e Descobrindo", é apresentada uma fotografia de uma tabela com dados sobre o atletismo e a maioria é expressa em números decimais.

Figura 1 - Aparição esporádica de Números Decimais



Veja as categorias e as provas oficiais do atletismo masculino no quadro abaixo.

Provas	Provas oficiais – Categorias: Adulto	Sub-23	Juvenil	Menores	Mirins	Pré-Mirim
Corridas rasas	100 m 200 m 400 m 800 m 1500 m 5000 m 10000 m	100 m 200 m 400 m 800 m 1500 m 5000 m 10000 m	100 m 200 m 400 m 800 m 1500 m 5000 m 10000 m	100 m 200 m 400 m 800 m 1500 m 3000 m	75 m 250 m 1000 m	60 m 150 m 800 m
Corrida com barreiras	110 m 400 m	110 m 400 m	110 m 400 m	110 m 400 m	100 m 300 m	60 m
Corrida com obstáculos	3000 m	3000 m	3000 m	2000 m	1000 m	Não há
Marcha atlética	20000 m 50000 m	20000 m	10000 m	10000 m	5000 m	2000 m
Revezamentos	4 × 100 m 4 × 400 m	4 × 100 m 4 × 400 m	4 × 100 m 4 × 400 m	*Medley* (100-200-300-400)	4 × 75 m	4 × 60 m
Saltos	Distância Altura Triplo Vara	Distância Altura Triplo Vara	Distância Altura Triplo Vara	Distância Altura Triplo Vara	Distância Altura Triplo Vara	Distância Altura Vara*
Arremesso e lançamento	Peso (7,26 kg) Disco (2 kg) Dardo (800 g) Martelo (7,26 kg)	Peso (7,26 kg) Disco (2 kg) Dardo (800 g) Martelo (7,26 kg)	Peso (6 kg) Disco (1,75 kg) Dardo (800 g) Martelo (6 kg)	Peso (5 kg) Disco (1,5 kg) Dardo (700 g) Martelo (5 kg)	Peso (4 kg) Disco (1 kg) Dardo (600 g) Martelo (4 kg)	Peso (3 kg) Disco (750 g) Dardo (500 g) Martelo (3 kg)**
Combinada	Decatlo	Decatlo	Decatlo	Octatlo	Pentatlo	Tetratlo

* A vara deve ter comprimento de 2,80 m a 3,40 m.
** Cabo com comprimento de 90 cm.

Dados obtidos em: <http://www.cbat.org.br/provas/provas_oficiais.asp>. Acesso em: 28 nov. 2017.

Fonte: (SILVEIRA, 2017, p. 103).
Figura e esquema elaborados pelo autor. Fotografia editada. (Parte 1).

Apenas um deles é utilizado na atividade proposta, no item "d". Para resolver, é necessário converter 1,75 kg para gramas e, após isso, subtrair 1750g – 800g = 950g. Trata-se, portanto, de uma atividade envolvendo conversão de unidades de medida, quilograma para grama, para então efetuar a operação.

Na "Parte 2" do livro (sugerida para o 2° bimestre) - página 114, Unidade 6: Divisão – na seção "Praticando", um dos oito exercícios propostos contém uma divisão [(44500 – 12000) : 40] que resulta em um número decimal.

Na Unidade 7 – identificamos na página 103, cujo tema é "Circunferência e Círculo, a solicitação que sejam feitas as medidas de diferentes segmentos coloridos representando raios de uma circunferência usando uma régua graduada. Na página 146 – aparece uma tabela representando diferentes alturas, sobre as quais não são propostos

nenhum tipo de atividade. E nas páginas finais dessa unidade – página 154 – novamente surge uma atividade em que um Número Decimal é obtido através de medições usando a régua graduada.

As frações

As frações aparecem pela primeira vez, como resposta de dois exercícios de uma bateria, na página 83 – Unidade 4: Multiplicação. Entretanto não houve nenhum texto introdutório ou alguma explicação sobre operações de frações. Ou seja, elas aparecem de forma isolada.

A segunda aparição de frações no manual didático ocorre com os racionais $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{4}$ - na página 129; Unidade 7: Mais Geometria. Estes números estão representando meio e um quarto de volta em relação à um ponto em que estão ilustrados pelos ângulos de 180° e 90°.

Nas atividades complementares, no tópico "Investigando a chance", dois exercícios abordam contextos relacionados a frações. No primeiro, uma roleta é dividida igualmente em duas partes pintada com duas cores diferentes e, como sugere o tema, ocorre a comparação de possíveis resultados de um experimento. Ou seja, a ideia de fração surge numa situação de estatística e probabilidade diretamente relacionada ao termo "chance". No segundo exercício ocorre uma situação de sorteio. Cinco tiras de papéis com nomes de pessoas (contendo nomes repetidos), são ilustradas. Novamente a ideia de chance, no contexto da probabilidade, é inserida ao indagar ao estudante se todos têm as mesmas chances de serem sorteados.

Diante do exposto, é notório que houve preocupação do autor em fazer um trabalho de familiarização entre as frações e os números decimais, e apresentar situações do cotidiano com o objetivo de mostrar onde eles estão presentes e prepará-los para o estudo deles nos próximos dois capítulos. Ou seja, a**s frações e os números decimais nas unidades 8 e 9.**

A Unidade 8 – Números na forma de fração

Na abertura da unidade, o autor retoma a ideia das roletas coloridas e sobre elas levanta três questões para saber em quantas partes iguais cada roleta está dividida, que fração representa uma das cores da roleta e por fim solicita qual das duas apresenta maior chance de acontecer um evento da roleta.

As orientações dadas ao professor pelo livro didático estão centradas na abordagem da fração como relação parte/todo e que são apresentadas na introdução do tema, a saber: (a) utilizando uma barra de chocolate dividida em duas partes. *(*Ideia de metade ou parte todo) e (b) utilizando um pote com 9 bolinhas coloridas (3 cores) em seu interior. (Ideia de parte todo).

A concepção parte-todo é expressa nos exercícios através da divisão de polígonos e círculos coloridos e na reta numérica.

Comparando frações com o inteiro e representação de número misto.

Para comparar, nas páginas 165 a 167, são apresentadas duas situações usando a pizza: uma em que o numerador é maior que o denominador; e outra onde ocorre o contrário. É definido que "uma fração representa um número natural quando seu numerador é múltiplo do denominador". Os exercícios trabalham e reforçam estas comparações e a classificação das frações como próprias e impróprias e são do tipo: (a) Escrever a fração correspondente a parte pintada; (b) Escrever frações que são maiores e menores que o inteiro; (c) Desenhar figuras que representam frações que resultam em um número natural; (d) Escrever a fração na reta, na posição adequada; (e) Comparar e identificar a maior.

Com relação ao número misto, páginas 168 e 169, a introdução é feita representando barras de chocolate, em que é preciso "juntar" 1 inteiro com $\frac{1}{3}$, gerando assim um número misto. Em relação a transformação do número misto, o manual didático aborda (a) A conversão do número misto para forma de fração e vice-versa; (b) Representar o número misto em desenhos (barras) e (c) Fazer comparações entre números mistos e números inteiros.

Frações equivalentes, comparação de frações e frações representados como porcentagem

Para mostrar frações equivalentes, uma situação em que três pessoas pintam de maneiras diferentes três folhas retangulares que possuem as mesmas medidas é abordada. Uma pessoa divide-a em duas partes e pinta uma; a outra divide-a em quatro partes e pinta duas e, a terceira divide a sua folha em oito partes e pinta duas. Todos eles pintaram metade da folha, gerando assim três frações equivalentes: $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$ e $\frac{4}{8}$.

Nos exercícios podemos observar os seguintes aspectos: (a) o algoritmo para descobrir uma fração equivalente a outra; (b) a simplificação de frações e (c) a fração irredutível.

Para comparar frações com o mesmo denominador, páginas 173 a 175, um canteiro é dividido em oito partes iguais em que $\frac{3}{8}$ dele é plantado com couve-flor e $\frac{5}{8}$ com alface. E para comparar frações com denominadores diferentes é apresentado uma situação em que duas crianças comem pedaços de tamanhos distintos de uma torta de legumes.

As atividades apresentadas seguem este modelo. Assim, temos situações em que se: (a) Apresentam três retas distintas de uma unidade, divididas em 8, 5 e 6 espaços foram dadas. Três pontos (coloridos) foram colocados sobre as marcações $\frac{1}{8}, \frac{1}{5}\ e\ \frac{1}{6}$ em cada uma das retas. (b) Compara frações com o mesmo denominador; (c) Comparam frações com denominadores diferentes; (d) Comparam uma fração qualquer com a metade; (e) Comparam medidas expressas em polegadas.

Diante do exposto, é possível notar que o manual didático começa a estabelecer certos padrões em suas atividades e em sua maneira de explanar os conteúdos, ou seja, por meio do reaproveitamento do conteúdo anterior para esclarecer o conteúdo vigente. No manual, as orientações recaem sobre o uso da reta dividida em partes iguais.

Para complementar as diferentes representações de frações, leitura e escrita por extenso, escrita sob a forma de fração, representação decimal, ilustrações e localização na reta, o autor apresenta a fração como índice percentual usando monetária, envolvendo o desconto. Na sequência aparecem: (a) a representação e a leitura da percentagem; (b) explicação da conversão da porcentagem em fração; (c) utilização da ideia de equivalência para mostrar as diferentes representações, a saber:

$$50\% = \frac{50}{100} = \frac{1}{2} \text{ e que } 75\% \text{ é o mesmo que } \frac{3}{4}.$$

Os exercícios, além de explorarem as diferentes formas de expressar um mesmo índice como descrito nos itens acima, apresentam situações para calcular o desconto, formas diferentes de calcular porcentagem.

Na proposta do autor, é possível identificar que se preocupa em discutir situações que desenvolva a criticidade em relação aos índices e as diferentes formas de pagamento o que contribui para uma melhor educação financeira, pois o cálculo percentual e sua transformação em frações abordam, principalmente, índices relativamente fáceis de

calcular, como por exemplo 1%, 50%, 25%, 20% e 10%, que correspondem respectivamente na divisão por 100, por 2, por 4, por 5 e por 10, respectivamente.

As operações

A adição e subtração de frações segue o seguinte roteiro: frações homogêneas (denominadores iguais) e frações heterogêneas (denominadores diferentes) usando desenhos que representam pedaços de pizza, chocolate, bolo ou cálculo de áreas de superfície.

Na multiplicação os aspectos mais relevantes nas atividades foram: (a) nas figuras por meio da representação fracionária delas através de n somas; (b) multiplicar número natural por fração; e (c) Resolução de problemas envolvendo multiplicação.

E na divisão foram: (a) O uso da representação de um retângulo em que uma fração era feita e em seguida a parte correspondente dividida em partes iguais; (b) Divisões de uma fração própria por um número natural e aplicações em situações problemas; (c) Situações problemas em a metade de uma fração própria devem ser encontrada; e (d) Divisão do numerador pelo denominador de modo a encontrar dízima periódica ou um decimal exato.

A Unidade 9 – Números na Forma Decimal

Para introduzir o tema o autor apresenta a planta baixa de um imóvel, com as medidas dos comprimentos e larguras de cada um dos cômodos. As medidas são expressas por números inteiros naturais ou por decimais exatos e sobre elas, são feitas perguntas em onde o intuito é comparar as medidas dos cômodos. Em seguida (páginas 201-204), o autor define e classifica os números decimais em décimos, centésimos e milésimos. Para representação, a decomposição descrita abaixo é feita:

$$10 + 5 + 0{,}7 + 0{,}06 + 0{,}006.$$

Para ilustrar, é apresentado também uma tabela para ajudar na visualização. Ver tabela 8.

Tabela 8 - Quadro de ordens: ilustração da soma

Parte inteira		**Parte decimal**		
D	U	d	c	m
1	5,	7	6	6

Fonte: (SILVEIRA, 2017, p. 103).

Nota: Legenda da Tabela 8.

D – Dezena da parte inteira; U – Unidade da parte inteira; d – Décimos; c – centésimos; e m – Milésimos.

O detalhamento para explicar cada uma das partes decimais é feito da seguinte forma:

- *Décimos* – uma folha de cartolina foi dividida em 10 partes iguais e uma das partes foi pintada, portanto representou-se assim a forma de fração e decimal, ou seja, $\frac{1}{10}$.

- *Centésimos* – um quadrado 10x10 foi dado, onde o manual usa como alvo a unidade de um quadradinho dentre os 100, formando assim o $\frac{1}{100}$ (um centésimo).

- *Milésimos* – análogo aos anteriores, porém a figura utilizada aqui foi um cubo de medida 10x10x10 cubinhos, onde é indicado que um cubinho representa a fração $\frac{1}{1000}$ (um milésimo).

Sobre as atividades, para relacionar décimos, centésimos e milésimos, página 200, o autor usa como recurso o desenho de três cubos de mesma medida, sendo eles divididos em, 10, 100 e 1000 partes, respectivamente.

Além dessa abordagem, também foi proposto uma atividade utilizando a calculadora em que foi pedido aos estudantes que digitassem na máquina de calcular "0,6; 0,60; e 0,600". A ideia é que eles percebessem que o resultado no visor na calculadora é sempre o mesmo, ou seja, 0,6.

Para completar a abordagem, poderia ter proposto a transformação de fração ordinária em número decimal visto que os alunos já dispunham do uso da calculadora.

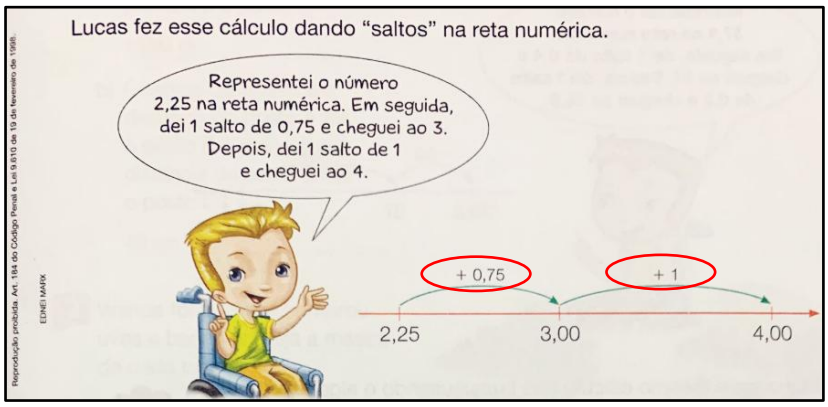
Nesta seção, as atividades apresentadas tinham os seguintes objetivos: (a) Identificar e relacionar décimos, centésimos e milésimos; (b) Decompor um número decimal em suas diferentes partes, com e sem o uso de tabelas; (c) Escrever por extenso um decimal; (d) Identificar decimais numa ilustração de uma régua graduada; (e) Identificar decimais em termômetro marcando medida decimal; (f) Escrever quantias decimais a partir da representação ilustrativa de dinheiro (notas e moedas); (g) Identificar decimais maiores que uma unidade; (h) Identificar decimais em uma reta dividida em partes iguais; (i) Identificar um número decimal em três retas dadas com subdivisões diferentes, no caso foi dado um único exemplo, 2,55; (j) Encontrar decimais usando calculadora efetuando divisões por 10, 100 e 1000.

Os exercícios que seguem propõem: (a) Comparações simples entre decimais; (b) Uso de sinais de igualdade e desigualdade; (c) Comparação dos números representados na reta.

As operações envolvendo números decimais.

Para introduzir a adição e a subtração, páginas 207 a 211, o autor apresenta duas embalagens de correio pesando 2,25 kg e 1,75 kg e para calcular se utiliza de dois métodos: (a) Algoritmos usuais e (b) Reta numérica. Veja a figura 2.

Figura 2 - Soma de Números Decimais por "saltos"



Fonte: (SILVEIRA, 2017, p. 207).

Quanto aos exercícios identificamos que as propostas consideraram: (a) Somar distâncias, massa de corpos, preços; (b) Efetuar operações sem contextos usando algoritmos; (c) Encontrar a diferença entre alturas, entre temperaturas e o calcular o troco; e (d) Encontrar a soma ou diferença comparando-as com a unidade de medida padrão.

A multiplicação e divisão de números na forma decimal

Para introduzir a multiplicação é apresentada uma pista de corrida que mede 3,6 metros em que um dos carrinhos dá 3 voltas nessa pista, e se pergunta a distância total percorrida. O cálculo é feito de 4 formas diferentes: (a) O da soma repetida, ou seja, fazendo o somatório de 3,6 + 3,6 + 3,6; (b) Usando a calculadora; (c) Decompondo a distância percorrida em 3 + 0,6 e multiplicando cada uma das parcelas por 3, ou seja, usando a propriedade distributiva: (3 + 0,6) x 3 e (d) Usando o algoritmo da adição.

Sobre os exercícios, encontramos propostas usando tabelas presentes no cotidiano como aquelas que associam produto, quantidade e preço, exercícios usando algoritmos e problemas.

Uma atenção especial é dada para as multiplicações por 10, 100 e 1000 através de situação monetária onde a ideia é multiplicar um valor por 10, 100 e 1000 e verificar o deslocamento da vírgula.

Os exercícios consideraram situações envolvendo: (a) Cálculo com multiplicações por 10, 100 e 1000; e (b) Transformações entre unidades, por exemplo, transformação de toneladas para quilograma entre outros.

Para trabalhar a divisão o autor usou similarmente o caminho seguido para a multiplicação.

O último tópico apresentado nesse capítulo considerou a comparação entre números na forma decimal e a porcentagem.

A introdução é feita com o cálculo de 10% do salário-mínimo referente ao ano de 2017. O cálculo é feito de duas maneiras: (a) 1% de R$937,00 é calculado, em seguida, multiplicado por 10; (b) É dado que $\frac{1}{100} = 0{,}01$, ou seja, um centésimo. Em seguida, é dito que 1 centésimo de R$937,00 é R$9,37, e aí multiplica-se por 10.

No bloco de exercícios, identificamos: (a) O cálculo de porcentagem através da calculadora com o uso da tecla "%"; (b) A representação e transformação das porcentagens nas formas fracionária e decimal; (c) Problemas de aplicação com porcentagens; e (d) Situações problemas usando tabelas.

Resumidamente, nesta unidade foram desenvolvidas as seguintes abordagens:

- Representação de número decimal a partir da escrita por extenso.
- Representação decimal a partir de barras pintadas.
- Comparação entre decimais com três casas após a vírgula.
- Alteração ou não do valor de um decimal caso retire o zero a direita.
- Soma de decimais. Situações problema envolvendo financeiro.
- Sequência de decimais. Uso de tabela.
- Multiplicação direta por 10, 100 e 1000.
- Divisão de decimais com vírgula. Correlação dessas divisões com a reta numérica.

Para finalizar a análise deste volume, identificamos que a última unidade (10), páginas 231-251, apresenta poucos registros de Números Decimais.

Uma síntese do volume.

Após análise do volume, evidencia-se que o autor optou por organizar o livro obedecendo a organização escolar por bimestres. Assim, os conteúdos foram organizados em quatro partes, uma para cada bimestre subdivididas em dez unidades. Observamos

que os números decimais ocorrem de forma gradativa ao longo das unidades e são aprofundadas a partir da oitava.

De um modo geral, os exercícios apresentam algum tipo de relação com o cotidiano dos estudantes.

Os números decimais são abordados usando a calculadora e representando-os na reta numérica. O foco do estudo está na comparação entre os números decimais e na identificação de sua característica principal, qual seja, identificar a parte inteira e a parte decimal e para tanto faz uso do quadro de ordens – abordagem esta que é comumente usada para explicar a ordem e as classes dos números naturais.

As quatro operações elementares são trabalhadas com os decimais, e as atividades apresentadas são variadas abordando temas como esporte, educação financeira, medições de alturas, pesos e temperaturas, e até mesmo por meio de brincadeiras infantis representadas por situações em que os números decimais são possíveis.

3.2 – Livro B

Ligamundo: matemática 5° ano.

Livro - Ligamundo: matemática 5° ano.

Autor: Eliane Reame

São Paulo

Editora: Saraiva

Ano: 2017

1ª Etapa - Análise Geral

Estrutura de capítulos e unidades

O livro está dividido em 9 unidades e 39 temas. Semelhante ao manual do 5° ano analisado anteriormente, este exemplar não usa o termo "capítulo", portanto seguiremos com o termo "Tema" para nomear os conteúdos das unidades. A distribuição do número de Temas por Unidade não é uniforme, à saber, a menor unidade possui 2 temas, enquanto a maior possui 6 temas.

No Sumário, as cinco áreas da matemática são abordadas e identificadas por legenda colorida e as respectivas cores, são: Números, Geometria, Grandezas e medidas, Probabilidade e estatística e Álgebra. Esse tipo de legenda simplifica o reconhecimento das áreas da matemática que são exibidas no sumário.

Na introdução às unidades

Todas as unidades se iniciam com uma imagem, de duas páginas, do tema a ser abordado. Neste sentido, os personagens, o cenário fazem parte de questões discutidas na atualidade.

Nas atividades do livro

De um modo geral, o livro apresenta atividades convencionais e orientações para a realização de atividades complementares. (a) Resolvendo mais problemas; (b) Mais atividades; (c) Vamos retomar e Material complementar e que podem ser recortados, cujos moldes podem ser encontrados no final do livro.

Quanto às atividades complementares, são exibidas em diferentes seções com as seguintes temáticas: (a) Como você calcula; (b) É hora de jogar; (c) Problemateca; (d) Faça sua estimativa; e (e) Conectando saberes.

2ª Etapa – Análise do conteúdo específico.

Neste livro, os números decimais aparecem esporadicamente nas unidades 1 e 3 e depois são efetivamente abordados nas unidades de 5 a 9.

A primeira aparição de um número decimal ocorreu na página 24 - Unidade 1: Números e operações - no tema "O dinheiro brasileiro", destinado a conhecimentos monetários. A exibição se dá por meio de 4 atividades que trabalham valores usando notas e moedas que buscam identificar qual é o menor número de cédulas e moedas são necessárias para representar os valores dados.

A segunda abordagem ocorreu na página 65 – Unidade 3: Prismas, pirâmide, volume e operações – na seção "conectando saberes". A moeda Iene, usada no Japão, é apresentada com seu valor convertido em reais: $1\ iene = R\$0{,}02$. Outras moedas também foram citadas com suas respectivas conversões para a moeda brasileira, como por exemplo o euro e o dólar americano.

As frações e os números decimais ao longo das cinco unidades.

1. **Unidade 5: Dinheiro, frações e os números decimais (p. 104 -133).**

Esta unidade está subdividida em temas que relacionam os números decimais a troco e arredondamento. Também há um tema envolvendo frações e figuras geométricas planas.

A abertura do capítulo apresenta uma ilustração envolvendo um passageiro e um cobrador de ônibus em uma situação envolvendo troco. O passageiro paga a passagem com uma cédula de R$20,00 e indaga ao cobrador se "tem troco para 20". Atrás do cobrador, existe uma placa com a seguinte mensagem: preço da passagem R$3,80; troco máximo: R$20,00. Ou seja, pela informação dada na placa o trocador deve ter dinheiro

suficiente para dar o troco, que no caso é de R$16,20 ao efetuar a subtração R$20,00 – R$ 3,80.

Nas situações acerca de números decimais envolvendo arredondamento, comparam preços de produtos unitários com promoções e propõe diferentes questões sobre as possibilidades de arredondamento.

Para iniciar a abordagem das frações, é utilizado um mosaico com quadrados obtidos através de dobraduras e recortes de uma folha de papel de tal forma que se obtenha quatro quadrados idênticos. Nesse item, o autor aborda: (a) relação parte/todo; (b) leitura de frações; (c) o inteiro e as partes e partes das partes; (d) comparação de frações homogêneas e heterogêneas. Os exercícios são fartos e reforçam os exemplos e a teoria apresentada. Finalizando a unidade, um jogo de tabuleiro, de trilha, é utilizado para introduzir o tema probabilidade por meio de frações.

Resumidamente, esta unidade aborda a apresentação de frações em diferentes contextos.

2. Unidade 6: Frações equivalentes, gráficos e polígonos (p.134- 159).

Esta unidade está subdividida em dois temas: (a) Situação envolvendo pizza e (b) Frações equivalentes.

Duas pizzas são ilustradas na imagem de abertura, uma delas está dividida em 4 pedaços e a outra em 8 pedaços, ambas são utilizadas no questionário de abertura, que aparece junto à representação das pizzas. Esse fato mostra, novamente, que este exemplar faz conexão entre as ilustrações apresentadas e o conteúdo que está sendo apresentado, não havendo assim informações ociosas no livro didático.

Para introduzir a equivalência de frações é apresentada uma situação em que uma boleira faz quatro bolos em fôrmas iguais e os vende inteiros ou cortados de diferentes maneiras. Os bolos estão divididos em 2, 4, 6 e 8 pedaços, dando destaque à metade.

Mais adiante, frações de coleção de objetos exploram a noção de equivalência.

Na seção envolvendo gráficos e tabelas, não há referência a números decimais ou racionais enquanto naquela em que envolve giros, as frações estão presentes. O giro do ponteiro de um relógio ou brincadeiras de giros no pátio ilustram a situação.

3. Unidade 7 – Números Decimais e Medidas. (P. 160 – 189).

Na ilustração de abertura da unidade é exibida uma prova de atletismo dos jogos olímpicos de verão no televisor, onde são informados os tempos, em segundos, dos três primeiros colocados, são eles: 9,81; 9,89; e 9,91. Os questionamentos envolvem a interpretação e leitura dos tempos dado em números decimais.

Para explicar os décimos, a ilustração de um tabuleiro de bolo dividido em dez partes iguais onde uma das partes corresponde à décima parte pela fração $\frac{1}{10}$ tendo ao lado a sua notação decimal.

Para explicar a ordem dos algarismos de um número decimal o autor recorre a um quando de ordens. Nele, aparecem colunas que correspondem aos algarismos da parte inteira e uma coluna correspondente à parte decimal. Veja a figura 3 a seguir.

Figura 3 - Quadro de ordens com uma casa decimal

Parte inteira			Parte decimal
Centenas	Dezenas	Unidades	Décimos
		1	
		0,	1

Fonte: (REAME, 2017, p. 163).

A figura anterior é seguida de outra em que aparecem esclarecimentos sobre cada algarismo do número decimal, (0,1), ali representado, descrevendo que o algarismo "zero" indica que não é unidade inteira e que o algarismo "um" indica uma parte da unidade que foi dividida em 10 partes.

Diante do exposto, é possível identificar que o autor usa as ilustrações de uma situação cotidiana tanto para introduzir o conceito como para fazer questionamentos de forma a que o estudante perceba as conexões entre ilustração, representação fracionária, número decimal, texto explicativo sobre o número decimal descrevendo e associando com conhecimento anterior comumente trabalhado na escola, o quadro de ordens. Os exercícios apresentados neste subitem seguem esta lógica, trabalhar as correlações entre as diferentes formas de se representar números e frações decimais.

No subitem sobre números decimais, o autor explora exercícios com os seguintes aspectos: (a) Escrever um número em sua forma decimal e fracionária a partir de sua escrita por extenso; (b) Comparar frações com denominador 10 que são representadas por duas figuras, no modelo parte/todo; (c) completar o que falta para encontrar o inteiro a partir de uma expressão numérica. Exemplo: 0,8 + ____ = 1.

E no subitem seguinte sobre números decimais maiores do que a unidade, o autor recorre ao mesmo exemplo da divisão de um bolo de tabuleiro, mas agora tendo confeccionado mais de um. Trabalha-se a associação do número misto com a fração

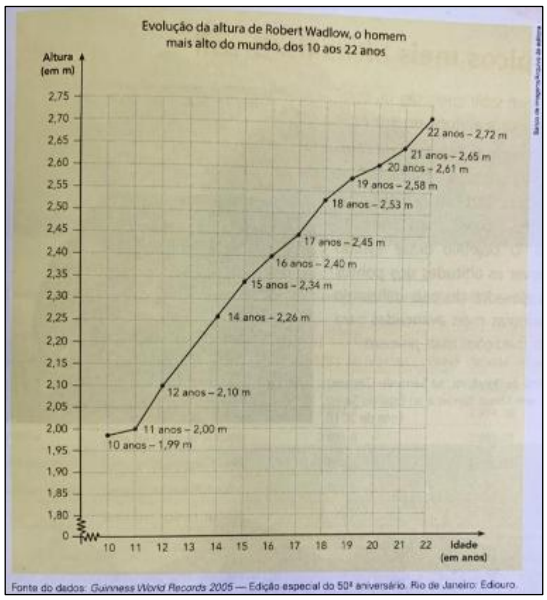
correspondente via ilustração. Os exercícios reforçam esta ideia e retoma o quadro de ordens.

Ao longo do texto a associação entre diferentes representações é trabalhada até a ordem dos centésimos. E complementarmente foi introduzido a representação na reta numérica, e no intervalo entre zero e um, foram feitas dez divisões em partes iguais e cada ponto foi representado por um número decimal.

Para comparar e estabelecer a Relação entre décimos e centésimos, o autor se utiliza de dois quadrados de papel em que um foi dividido em 100 quadradinhos e o outro em 10 tiras. A partir daí, várias questões foram colocadas, como: (a) Comparar dois números decimais com até duas casas decimais; (b) Ordenar uma sequência de números decimais; (c) Escrita por extenso de números decimais dados e vice-versa; (d) Estímulo ao cálculo mental usando números decimais para encontrar o inteiro; (e) Identificar decimais da reta numérica.

O próximo subitem passou a trabalhar com medidas lineares apresentando e comparando alturas de pessoas, de montanhas dadas em situações problema e em um gráfico (veja figura 4) associando idade e altura.

Figura 4 - Números Decimais em gráficos



Além da tabela, um gráfico com eixos vertical e horizontal, respectivamente, representando altura (em metros) e idade (em anos), mostra a evolução da altura do homem mais alto do mundo. Note que o gráfico exibido detalha a evolução da altura em função da idade.

Fonte: (REAME, 2017, p. 179).

Resumidamente, nesta unidade foram abordados os seguintes assuntos: (a) Escrita decimal por extenso e representação decimal a partir de representação de fração imprópria pelo modelo parte todo; (b) A partir da escrita por extenso, representar decimais no quadro

de ordens; (c) Escrita por extenso de fração com denominador 10 e 100; (d) Correlacionar número decimal com representação parte todo; (e) Soma de decimais com décimos e centésimos; (f) Escrever sequências com decimais.

4. **Unidade 8 – Números decimais e medidas. (P. 190 – 216)**

Nesta unidade o autor dá continuidade ao tema da unidade anterior, mas aborda os números decimais com três casas decimais, os milésimos. Para tanto, apresenta e usa situações envolvendo a medida de massa de diferentes corpos e o estudo de volume.

5. **Unidade 9 – Porcentagem, frações e números decimais. (P. 218 – 249).**

Nesta unidade, o autor elabora um "fechamento" do que foi visto a partir da unidade cinco e apresenta exercícios envolvendo números decimais e diversas temáticas aprofundam aspectos do que foi visto sobre a relação entre as diferentes representações de um número racional – notação decimal, percentual e da fração propriamente dita.

As temáticas abordadas consideram as medidas lidas em aparelhos de ginástica, divisões entre naturais que resultam em decimais, problema envolvendo as unidades horas e minutos, unidades de diferentes tipos de medidas (litro, grama, toneladas, metro) e seus múltiplos e submúltiplos mais comumente usados no cotidiano.

Como tem ocorrido durante todo o livro didático, mais uma observamos links das atividades com o problema inicial que introduz o tema a ser trabalhado.

Uma síntese do volume

Neste volume, o autor optou em organizá-lo em nove unidades de tal forma que os números decimais ocorrem eventualmente nas unidades 1 e 3 e que são aprofundados a partir da quinta unidade.

Os números decimais são abordados de diferentes formas, por exemplo através do uso cédulas e moedas (educação financeira), jogos, relógio digital, reta numérica, instrumentos de medida (esquadro e régua graduada), e calculadora. O eixo central do estudo está na comparação entre números decimais e na resolução de problemas práticos e na aprendizagem das operações com decimais.

As quatro operações elementares são abordadas a partir de problemas cotidianos, principalmente envolvendo educação financeira e medidas de tempo, de quantidade de alimentos, resultados em campeonatos de diferentes modalidades esportivas. E para facilitar as operações de adição e subtração e para identificar/ separar a parte inteira e decimal faz-se o uso contínuo do quadro de ordens. A multiplicação e divisão é realizada entre um número decimal exato e um número natural.

3.3 – LIVRO C

A conquista da Matemática 6° ano

Livro - A conquista da Matemática: 6° ano.

Autor: José Ruy Giovanni Júnior e Benedicto Castrucci

São Paulo

Editora: FTD

Ano: 2018

1ª Etapa - Análise Geral

Estrutura de capítulos e unidades

O livro didático está dividido em 9 unidades e 42 capítulos. A quantidade de capítulos por unidade é diferente em cada uma. A menor unidade - Unidade 1: Sistemas de Numeração - possui 2 capítulos, enquanto a maior - Unidade 5: A forma Fracionária dos Números Racionais – é composta por 8 capítulos.

No Sumário

Objetivo e simplificado, com poucas cores predominantes, sendo elas azul, preto e verde. Prático e claro quanto ao que se pretende informar. A configuração das cores e títulos se dá da seguinte forma: preto, para o título dos capítulos; verde para as atividades, respostas e referências bibliográficas; azul para as unidades, temas e seções.

Na introdução às unidades

Todas as unidades são iniciadas por uma imagem que ilustra o tema abordado. A arte contida nas páginas iniciais, possuem elementos como tabelas, gráficos variados, linha do tempo e figuras geométricas reais e confeccionadas. Em toda abertura de unidade encontram-se quadros explicativos com textos auxiliares contextualizados com fundo branco e letras pretas, expressando neutralidade.

Nas atividades do livro

No início de todas as unidades há ao menos 2 e no máximo 4 questões contextualizadas que convergem para os textos auxiliares e imagens contidos nas páginas de abertura.

A seguir, uma sequência das variadas formas em que o livro didático apresenta suas atividades: (a) Atividades; (b) Retomando o que aprendeu; (c) Um novo olhar; (d) Pense e responda; e (e) Temas específicos (Educação financeira, tecnologia e etc). Em resumo, trata-se de atividades tradicionais, subjetivas (onde o cotidiano é abordado) e de recapitulação, sendo elas discursivas ou objetivas.

2ª Etapa – Análise do conteúdo específico.

Nas quatro primeiras unidades o número decimal foi ocasionalmente exibido, ou no início, ou no final delas. Essas aparições se deram através de dados informativos que compunham exercícios, gráficos, representações monetárias e uso da calculadora. É possível perceber que as aparições mencionadas se limitam ao contexto informativo e mecânico, sendo este último dado pelo uso da calculadora, quando é abordado o resto por meio do algoritmo da divisão. Já no contexto das frações, geralmente aparecem representando parte do inteiro (pizza, chocolate, relógio etc.) na abordagem do conteúdo e em exercícios, que apesar de serem contextualizados, em sua maioria não contam com as ilustrações sobre os contextos abordados.

A primeira exibição de um número decimal neste manual ocorreu no final da primeira unidade, na página 33 – Unidade 1: Sistema de numeração – no bloco de atividades "Retomando o que aprendeu", que se trata de um grupo de exercícios que recapitula os assuntos abordados na unidade. O número 1,5 milhão aparece em um texto sobre curiosidades. Na atividade é perguntado qual é a função de cada número no texto, onde, por sua vez, 1,5 milhão significa valor monetário em dólar, ou seja, US$1,5 milhão. A atividade não exige conhecimentos prévios sobre números decimais, basta que o estudante perceba que o número decimal que aparece se trata de um número que possui um valor monetário, que também pode ser classificado como medida.

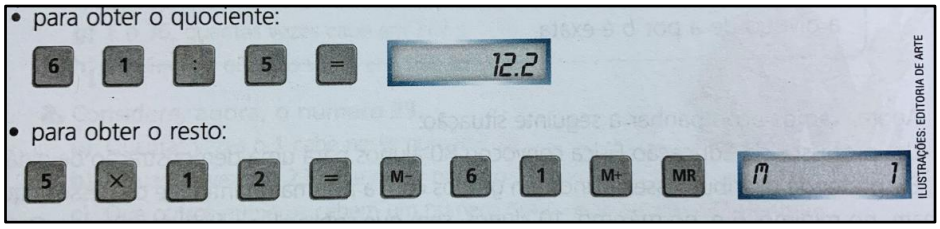
A segunda aparição de um número decimal ocorreu na abertura da segunda unidade, na página 35 - Unidade 2: Cálculos com números naturais – com os decimais 7,5 e 3,8 que representam dados informativos. Se levarmos em conta o aspecto de escrita, trata-se de dois números decimais – 7,5 e 3,8 – porém, no contexto ambos os números pertencem à classe dos milhões e, portanto, significam respectivamente os naturais 7.500.000 e 3.800.000 (sete milhões e quinhentos mil; e três milhões e oitocentos mil). Ou seja, representações decimais podem significar números Naturais. Nesta unidade tem várias situações deste tipo, tanto em texto quanto em gráficos e tabelas.

No final da Unidade 3: Figuras geométricas – página 97 - no tópico "tratamento da informação", há um gráfico de linhas contendo números decimais que devem ser usados para responder os itens propostos, não é necessário operá-los apenas identificar e localizar no gráfico.

No capítulo 1, denominado "noção de divisibilidade" – Unidade 4: Múltiplos e divisores, página 104, o autor mostra como encontrar o resto da divisão entre dois números naturais usando a calculadora. Primeiro ele efetua a divisão e em seguida pega

a parte inteira do resultado e multiplica pelo divisor, e usa diferentes teclas de memória da calculadora para encontrar a diferença entre o dividendo e o produto obtido pela multiplicação do divisor pelo quociente. Esta diferença é o resto da divisão entre os dois números caso ela não seja exata. Veja o exemplo extraído do livro na figura 5.

Figura 5 - Resto da divisão entre dois naturais na calculadora



Fonte: (JÚNIOR E CASTRUCCI, 2018, P. 104).

Esta é uma proposta interessante para ser trabalhada em outras divisões e usando o algoritmo da divisão para comparar as duas formas de se obter o resultado e o resto. Vale considerar que feito isso, também se pode expressar o dividendo usando estas informações, ou seja, para o caso acima temos que 61 = 5 x 12 + 1 e trabalhar diferentes formas para obter um mesmo número.

Unidades que abordam diretamente as frações e os números decimais.

As unidades de estudo sobre frações e números decimais são as unidades 5 e 6, denominadas respectivamente, como a forma fracionária dos racionais e a forma decimal dos racionais. Lembrando que neste livro, as unidades são divididas em capítulos.

1. **Unidade 5 – A Forma Fracionária Dos Racionais** *(P. 130 – 169).*

A introdução é feita apresentando uma ilustração que mostra a montagem de um mosaico por etapas, onde uma personagem, em uma tela, representa quatro folhas de cores diferentes e estas são subdivididas em outras quatro partes com áreas iguais, no entanto com formatos diferentes.

E para explorar a ideia de fração, capítulo 1, o autor apresenta o contexto histórico das frações egípcias (frações unitárias- numerador igual a um) e uma situação envolvendo cortes de uma pizza serve de apoio para a realização de exercícios.

Em seguida trabalha a ideia da fração como parte/todo e explorando razões entre duas medidas. Ou seja, escrever frações relacionando dias da semana; meses de um ano; dias de um mês; comparando quantidades quaisquer com a dúzia de ovos.

Os capítulos seguintes abordam, respectivamente: (a) Situações-problema envolvendo a relação parte/todo, ora pedindo a parte do todo, ora o inverso; (b) Comparação e ordenamento de frações, uso dos sinais de menor, maior; (c) Frações

equivalentes; (d) Adição e subtração; (e) A forma mista; (f) Frações e percentagem; (g) Estudo de probabilidade e (h) Tratamento da informação.

No último capítulo desta unidade, no tratamento da informação, o autor apresenta uma tabela de dupla entrada e um gráfico de barras duplas cujas informações numéricas são dadas contendo também números decimais e para responder as questões basta procurá-los no gráfico ou na tabela.

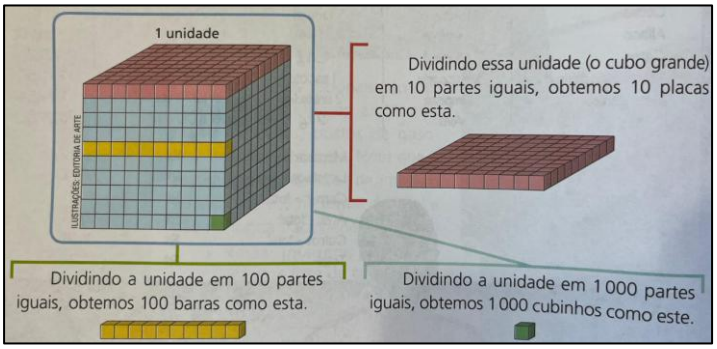
2. **Unidade 6 – Forma Decimal Dos Racionais** *(P. 170 – 233).*

Para introduzir o tema, o autor apresenta uma lista de compras em que aparecem a quantidade e o preço de cada item. Como exercício, pede-se o valor total da compra e o troco a ser dado. Interessante esta abordagem, pois já introduz a aplicabilidade de aprender a calcular números decimais.

Esta unidade está dividida em cinco capítulos: (1) Representação decimal; (2) adição e subtração de números decimais; (3) multiplicação; (4) Divisão; (5) Porcentagem e números decimais.

Para introduzir os números decimais, capítulo 1, o autor apresenta a ilustração de um cubo subdividido em placas, barras e cubinhos, este último representa a unidade. A figura lembra o cubo de madeira do Material Dourado, em que agora o cubo maior é tomado como unidade e cada uma das peças fazendo corresponder à uma das partes dele. e sobre o qual pergunta que fração do cubo, representa cada uma das partes. A saber, as frações $\frac{1}{10}, \frac{1}{100}$ e $\frac{1}{1000}$, associadas respectivamente à placa, à barra e ao cubinho.

Figura 6 - Uso do cubo para introduzir a unidade decimal



Fonte: (JÚNIOR E CASTRUCCI, 2018, P. 172).

Partindo desta imagem e das frações, o autor apresenta a sua unidade decimal de 1ª ordem, ou seja, $\frac{1}{10} = 0{,}1$. E na sequência os números decimais de 2ª, 3ª e 4ª ordens decimais, respectivamente:

$$\frac{1}{100} = 0{,}01; \quad \frac{1}{1000} = 0{,}001; \quad e\,\frac{1}{10000} = 0{,}0001.$$

Um quadro de ordens é dado comparando lado a lado as ordens inteiras e as ordens decimais.

Figura 7 - Exibição de ordens decimais por meio do quadro de ordens

Ordens inteiras						Ordens decimais				
	unidades de milhar	centenas	dezenas	unidades		décimos	centésimos	milésimos	décimos de milésimos	
...	UM	C	D	U		d	c	m	dm	...
				1						
				0	,	1				
				0	,	0	1			
				0	,	0	0	1		
				0	,	0	0	0	1	

Fonte: (JÚNIOR E CASTRUCCI, 2018, P. 173).

Partindo da ideia de decomposição da fração considerando as ordens inteiras ou a fração transformada em número misto o autor apresenta alguns exemplos:

Forma 1 - Decomposição

$\rightarrow \frac{17}{10} = \frac{10+7}{10} = \frac{10}{10} + \frac{7}{10} = 1 + \frac{7}{10} = 1\frac{7}{10} = 1{,}7.$

Outros exemplos análogos a estes são feitos com denominadores 100 e 1000. Um deles foi o racional $\frac{84}{1000}$. Ao final da decomposição, o manual expôs o resultado "0,084" para a fração $\frac{84}{1000}$ e a representa no quadro de ordens.

A volta, da forma decimal para a fracionária, é apresentada de duas formas:

A primeira, do número Decimal → Número misto → Fração própria ou imprópria.

Segue a reprodução da linha de raciocínio representada no livro didático.

$$3{,}9 = 3\frac{9}{10} = 3 + \frac{9}{10} = \frac{30}{10} + \frac{9}{10} = \frac{39}{10}$$

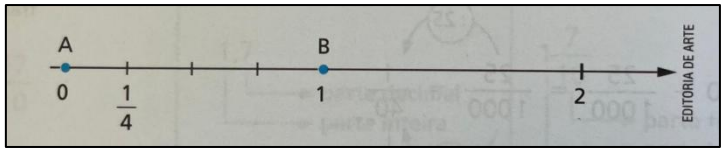
A segunda, escrevendo o número decimal como numerador sem a vírgula e o denominador 10, 100 e 1000, conforme o número apresente uma, duas ou três casas decimais. Veja os exemplos.

$$3{,}9 = \frac{39}{10}; \qquad 2{,}16 = \frac{216}{100} \qquad e \qquad 0{,}025 = \frac{25}{1000}$$

Dando continuidade na representação decimal de uma fração, a reta numérica é usada para comparar a ordem de grandeza entre eles.

Considerando a reta numérica ilustrada que vai de 0 a 2 unidades, contendo os pontos A e B, onde de A até B vale uma unidade e ainda, de A até B está dividido em 4 espaços iguais (o $\frac{1}{4}$ está demarcado).

Figura 8 - Reta numérica de duas unidades



Fonte: (JÚNIOR E CASTRUCCI, 2018, P. 176).

É pedido para que o estudante represente o valor de 0,25 na reta.

Para comparar e ordenar números racionais na forma decimal, o autor apresenta duas formas:

(a) Decompondo o número em duas partes, parte inteira e decimal. Neste caso, observa-se as partes inteiras, caso estas sejam iguais, olha-se para a parte decimal dos números comparados, a parte que tiver o maior valor decimal será o maior número.

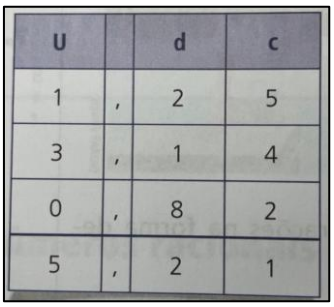
(b) Marcando os números decimais na reta numérica. E neste caso, observa-se sua localização a partir do zero. Quanto mais à direita, maior será.

Os exercícios deste capítulo consideram todas as abordagens feitas, a saber: (a) Transformar fração com denominador 10, 100 e 1000, dados com simplificação ou sem, para número decimal e vice-versa; (b) Escrever os números decimais por extenso e vice-versa; (c) Encontrar valor desconhecido em uma igualdade, tendo o valor desconhecido como sendo 100; (d) Transformar dinheiro (centavos) em fração tendo o R$1,00 como unidade.

Uma vez que os números decimais também podem ser representados no quadro de ordens, no próximo capítulo, as operações de adição e subtração, o autor usa deste recurso para introduzi-las a partir de uma situação problema.

O quadro abaixo exemplifica o modelo usado pelo autor.

Figura 9 - Quadro de ordens com duas casas decimais



U		d	c
1	,	2	5
3	,	1	4
0	,	8	2
5	,	2	1

Fonte: (JÚNIOR E CASTRUCCI, 2018, P. 178).

Com base nos quadros, são explicitadas as regras dos algoritmos da adição e subtração dos números decimais. Os exercícios reforçam os algoritmos associados às tabelas e que também podem estar associados a situações problemas.

No capítulo 3 desta unidade, envolvendo a multiplicação com números na forma decimal, o autor apresenta as operações considerando: (a) Multiplicando um número natural qualquer por um número na forma decimal; (b) Multiplicando um número decimal por 10, 100 e 1000; (c) Multiplicando com números na forma decimal.

Os exercícios reforçam as operações e pequenas expressões numéricas também são apresentadas como parte da multiplicação de decimal por decimal. O autor trabalha potenciação com expoentes de zero a três. E os exercícios envolvem: (a) Cálculo da potenciação; (b) Cálculo do cubo de um número decimal menor que 1 e quanto falta para chegar a 1; (c) Expressões numéricas utilizando esses números; (d) Comparação entre dois números obtidos por cálculos de divisão e multiplicação entre números naturais e decimais; (e) Escrever 5% na forma percentual e determinar o seu quadrado.

Este último exercício serve de ligação para o desenvolvimento de um breve estudo envolvendo a Educação Financeira. Neste caso, um texto sobre a importância das moedas "*Moeda também é dinheiro"* é trabalhado no final do capítulo. Alguns números decimais aparecem no texto.

As atividades envolvem situação problema usando moedas, cédulas e troco em operações de adição e multiplicação de números decimais.

O capítulo 4, apresenta a divisão com números na forma decimal, da seguinte forma: (a) Dividindo por um número natural, diferente de zero; (b) Dividindo um número decimal por um número qualquer; (c) Dividindo um número decimal por 10, 100, 1000. Estes três itens fazem parte de um mesmo bloco.

No bloco, dividindo por um número na forma decimal, verificamos o seguinte passo a passo: (i) divisão de um número natural por um número decimal; (ii) divisão entre dois números decimais.

Em seguida, apresenta um estudo sobre a divisão não exata em que discute um quociente aproximado. (i) dois números naturais primos entre si; (ii) divisão entre dois números decimais cujo resultado é um número decimal.

As atividades abordam também: (a) Divisões por 10, 100 e 1000; (b) Problemas e divisões envolvendo: inteiros por decimais; decimais por inteiros; decimais por decimais; inteiros por inteiros que resultam em decimais; (c) Cálculo de quociente aproximado; (d)

Cálculo onde é exigida a aproximação por décimos, centésimos e milésimos nos quocientes.

O capítulo 5, trabalha os números na forma decimal e o cálculo de porcentagens. Neste caso, são trabalhadas especificamente as frações com denominador 100, e feito uma relação entre elas, a representação na forma de percentagem e a sua conversão em número decimal. Exemplo: $42\% = \frac{42}{100} = 0{,}42$. Em seguida, são propostos exercícios.

Com relação ao tratamento da informação, situação envolvendo jogo de dados para identificar a probabilidade de sair determinado número.

A título de informação, o autor afirma que existem quatro tipos de calculadoras: calculadora básica ou simples, calculadora científica normal, calculadora científica gráfica e calculadora financeira.

Quanto aos exercícios identificamos: (a) Atividade de pesquisa sobre o separador decimal contido na calculadora (ponto ou vírgula); (b) Usando as quatro operações com o auxílio da calculadora; (c) Exercícios variados sobre decimais, vistos durante a unidade; e (d) Texto sobre hábitos alimentares contenho dados estatísticos e um mapa informativo, onde se trabalha frações, usando a representação na forma de porcentagem e por um número decimal.

A unidade 7 em diante, o foco é geometria e medidas.

Na unidade 7, cujo tema é ângulos e polígonos o foco inicial consiste em apresentar a unidade de medida e seus submúltiplos. Interessante notar a relação feita entre o número racional $\frac{1}{360}$ e a volta do sol em um dia. E em seguida, parte para o estudo de polígonos e medidas de diferentes tipos e seus respetivos múltiplos e submúltiplos por sua vez estão associados aos números decimais. No final de cada um dos capítulos sobre medidas, o autor apresenta uma lista de exercícios envolvendo cálculos com decimais e frações que envolvem as transformações das unidades de medidas.

Uma síntese do volume

Neste volume, a divisão de conteúdos se deu em nove unidades, de modo que os números decimais ocorrem eventualmente nas quatro primeiras unidades e são aprofundados na unidade 6.

A abordagem dos números decimais, na maioria dos casos, ocorre por meio do quadro de ordens, desde a introdução com as unidades decimais – décimos, centésimos e milésimos – até as operações envolvendo estes números. Para o desenvolvimento dos tópicos de números decimais, ora o manual os apresenta de forma direta, se utilizando de

poucas ilustrações e indo direto ao ponto de definição, ora se utiliza de problemas do cotidiano de pessoas adultas, sempre exibidos por meio de textos, puramente. Na unidade específica de números racionais, o único recurso didático utilizado são os exercícios mais tradicionais, com poucas ilustrações e sem uso de materiais didáticos. Nessa parte, o uso da calculadora ocorre somente ao final da unidade do tópico "Tecnologias", onde são apresentados aos estudantes alguns tipos de calculadora.

As quatro operações elementares são abordadas através do uso do quadro de ordens, de algoritmos tradicionais, onde o contexto apresentado sempre envolve o problema da vida cotidiana de uma pessoa adulta.

3.4 – LIVRO D

Araribá mais Matemática 6° ano

Livro - Araribá mais Matemática 6° ano.

Autor: Maria Regina Garcia Gay e Willian Raphael Silva.

São Paulo

Editora: Moderna

Ano: 2018

1ª Etapa - Análise Geral

Estrutura de capítulos e unidades

Este exemplar está dividido em 4 unidades e 12 capítulos, possuindo distribuição uniforme de 3 capítulos por unidade. As unidades deste livro não possuem intitulação, sendo utilizadas apenas como um separador de capítulos, sendo assim, nem sempre os temas dos capítulos da mesma unidade convergem entre si. Como exemplo podemos citar a Unidade 1, onde os dois primeiros capítulos abordam números naturais, enquanto o terceiro, noções iniciais de geometria, ou seja, Álgebra e Geometria ocuparam a mesma unidade. O mesmo ocorre na unidade 3.

No Sumário

Objetivo e simplificado, onde as cores predominantes são o azul e o preto, respectivamente, nos títulos e nos temas dos conteúdos abordados em cada capítulo. Para o destacar visualmente determinadas temáticas, são utilizados marcadores coloridos em forma de círculo. A seguir, a configuração de marcadores com seus respectivos tópicos e cores:

Verde: estatística e probabilidade. Rosa: atividades complementares; informática e matemática. Vermelho: compreender um texto. Violeta: educação financeira. Azul claro: problemas para resolver. Azul escuro: para finalizar. Preto: trabalho em equipe.

Nas introdução às unidades

Apesar de as unidades não possuírem temas, todas elas possuem página dupla em sua iniciação com ilustração. Nessas páginas, há um texto de apoio que está em sintonia com o tema exibido pela imagem apresentada em todas as unidades, bem como, um questionário contendo de 3 a 8 questões que aborda noções iniciais sobre os três capítulos contidos na unidade. Mapas, Infográficos e tabelas também compõem essa etapa introdutória do manual didático.

Nas atividades do livro

Além das atividades contidas nas páginas de abertura das unidades, a seguir, veremos resumidamente uma sequência das variadas formas em que o livro didático apresenta suas atividades. (a) Vamos aplicar; (b) Estatística e Probabilidade; e (c) Atividades complementares. Em síntese, são atividades tradicionais, subjetivas (onde o contexto do dia a dia do estudante é abordado) e de recapitulação, sendo elas discursivas ou objetivas.

Algumas outras atividades, com temática fixa (Educação financeira, problemas, Trabalho em equipe etc.) aparecem ao final de todas as unidades, sempre nos capítulos com numeração de múltiplos de 3, ou seja, nos capítulos 3, 6, 9 e 12.

2ª Etapa – Análise do conteúdo específico.

Nas duas primeiras unidades o número decimal foi implicitamente exibido. Uma única aparição se deu por meio de uma atividade que buscava a identificação de um número não natural. As demais aparições ocorreram a partir da Unidade 3 – capítulo 8 – ou seja, a partir do capítulo específico de números decimais. Já no caso das frações, não houve ocorrência de nenhuma na primeira unidade, sendo exibida a partir da Unidade 2, onde é trabalhada de forma específica.

A primeira exibição de um número decimal neste manual ocorreu nas páginas de abertura da primeira unidade – páginas 10 e 11 – Unidade 1: Números Naturais e Sistemas de Numeração. A unidade é iniciada com uma fotografia real da Biblioteca Nacional de Brasília, datada de 2011. O número decimal aparece no espaço reservado aos dados da figura, em particular, no item *"Área: 5.779,997".* Abaixo desses dados informados, na fotografia, está o quadro de atividades introdutórias onde a terceira pergunta – *"Algum dos números apresentados não é um número natural? Se sim, qual? "* – refere-se

implicitamente ao número decimal exibido. Ou seja, para essa questão, espera-se que o estudante responda que “sim”, e que ele expresse o número decimal “5.779,997”. Depois dessa situação, o número decimal volta a aparecer na unidade em que é trabalhado de forma específica – Unidade 3.

A primeira fração do manual didático é exibida em uma atividade na abertura da Unidade 3 – página 101. O número racional refere-se à uma parte da capacidade máxima do bondinho, cartão postal do Rio de Janeiro, que é ilustrado por uma fotografia real na abertura da unidade.

Unidades que abordam diretamente as frações e os números decimais.

Os capítulos de estudo sobre frações e números decimais ocorreram na Unidade 2 – capítulos 5 e 6 *(frações e operações com frações)* – e Unidade 3 – capítulos 8 e 9 (*números decimais e operações com números decimais)*.

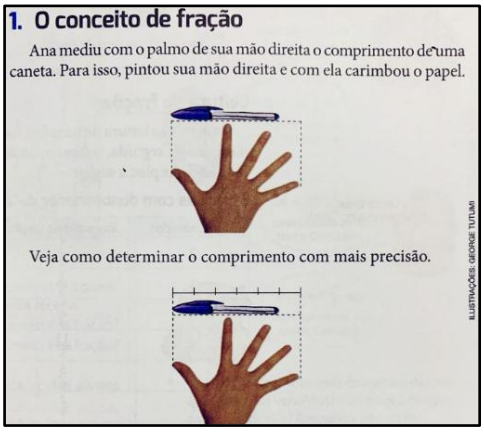
1. **Unidade 2** *(P. 100 – 159).*

Para introduzir a unidade, o autor apresenta uma fotografia do Bondinho do Pão de açúcar, onde não ocorre explicitamente a presença de frações. No entanto, em uma das perguntas de introdução à unidade, a fração $\frac{1}{5}$ é relacionada à capacidade máxima do Bondinho.

Esta unidade está dividida em três capítulos 4, 5 e 6: (4) Divisibilidade: múltiplos e divisores; (5) Frações; e (6) Operações com frações. Note que o capítulo 4, não aborda a temática de fração, logo não será analisado a seguir.

O **Capítulo 5** é iniciado com o subtítulo “conceito de fração”, no entanto a abordagem utilizada pode ser entendida mais para o lado de uma “ideia de fração”, já que o exemplo inicial se refere a uma personagem que utiliza o palmo da mão direita para medir o comprimento de uma caneta. Veja a seguir o procedimento utilizado.

Figura 10 - Conceito de fração por meio da unidade de medida "palmo"


1. O conceito de fração

Ana mediu com o palmo de sua mão direita o comprimento de uma caneta. Para isso, pintou sua mão direita e com ela carimbou o papel.

Veja como determinar o comprimento com mais precisão.

ILUSTRAÇÕES: GEORGE TUTUMI

Fonte: (GAY E SILVA, 2018. P. 119)

O palmo é dividido em 6 partes e a caneta, como podemos observar na figura 10, mede 5 dos 6, gerando assim o tamanho $\frac{5}{6}$ do palmo. Os elementos “todo”, “inteiro”, “numerador” e “denominador” são apresentados por meio dessa situação. Outros dois exemplos em outros contextos são dados, e as frações trabalhadas nestes são $\frac{3}{6}$ e $\frac{6}{18}$.

Para explorar a ideia de fração, capítulo 5, o autor se utiliza de sete situações-problema, contendo ilustrações, que envolvem as ideias de quociente, parte todo, razão e fração de uma quantidade. Os demais assuntos abordados no capítulo 5, foram: (a) Situações que envolvem frações; (b) Números mistos; e (c) Frações equivalentes;

No **Capítulo 6,** o foco são as operações com frações. Sendo assim, são abordados os tópicos (d) Soma e subtração de frações; (e) Multiplicação de frações; e (f) Divisão com frações. As quatro operações são abordadas por meio de situações-problemas, que são ilustrados por retângulos na maioria dos casos. A (g) porcentagem também é trabalhada como um tópico nesse capítulo e, de forma discreta, o uso da calculadora aparece no desenvolvimento do assunto.

Ao final da unidade 2, tópicos de atividades complementares com temática fixa (Estatística e Probabilidade, Educação financeira, Atividades Complementares etc.) ocorreram. No entanto, observamos que as frações não foram trabalhadas nos tópicos de Estatística e Probabilidade, Educação Financeira e Trabalho em Equipe.

2. **Unidade 3** *(P. 160 – 225)*

Na introdução da unidade, um infográfico é utilizado abordando a culinária como tema. Os números decimais aparecem com a função de exibir a média de preços de um tipo de sanduíche em alguns países.

Esta unidade está dividida em três capítulos, 7, 8 e 9: (7) Retas e ângulos; (8) Números decimais; e (9) Operações com números decimais. Note que o capítulo 7, não aborda a temática de números decimais, logo não será analisado a seguir.

Os Números Decimais são introduzidos no **Capítulo 8** por meio de ilustrações envolvendo situação monetária, quadro de ordens e material dourado.

Na situação monetária supracitada, produtos são expostos em uma máquina onde o comprador escolhe o produto, coloca o dinheiro, retira o produto e aperta o botão para retirar o troco, se houver. Em seguida, o quadro de ordens é utilizado para a representação dos números decimais, explicitando suas ordens. Por fim, o material dourado é utilizado para concretizar a ideia da unidade decimal, exibindo $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{100}$ e $\frac{1}{1000}$. Veja a figura 11.

Figura 11 - Representação das unidades decimais por meio do quadro de ordens

Centena C	Dezena D	Unidade U		Décimo d	Centésimo c	Milésimo m
		1				
		0	,	1		
		0	,	0	1	
		0	,	0	0	1

Fonte: (GAY E SILVA, 2018. P. 183)

Os demais tópicos trabalhados neste capítulo são: (b) Transformações, que aborda a transformação de um número da forma decimal para a forma de fração e vice-versa; (c) Comparação de números decimais; e (d) Números decimais e fracionários na reta numérica.

No **Capítulo 9**, o foco ocorre nas operações com números decimais, e elas são estruturadas da seguinte maneira:

(a) Adição e subtração:

- Operações com calculadora (cálculo mental e arredondamento);

(b) Multiplicação com números decimais:

- Multiplicação de um número natural por um número decimal;
- Multiplicação de um número decimal por um número decimal;
- Produto aproximado com o uso da calculadora.

(c) Divisão com números decimais:

- Divisão de um número natural diferente de zero;
- Divisão por um número decimal;
- Quociente aproximado (com e sem o uso da calculadora).

(d) Potenciação com números decimais.

(e) Cálculo de porcentagens.

Ao analisar o desenvolvimento das operações, nota-se o uso frequente do quadro de ordens, calculadora e situações monetárias envolvendo o dinheiro como recursos didáticos. Quanto as atividades, no geral, aparecem de forma direta ou contextualizadas. As primeiras, referem-se a cálculo direto de expressões com decimais e com calculadora, já as segundas, abordam temáticas de problemas cotidianos. Considerando os capítulos 8 e 9 sobre números decimais, foi possível identificar atividades referentes a (a) Escrita por extenso de um número decimal; (b) Representação decimal a partir de retângulos (parte-todo); (c) Escrita de números decimais para forma de fração e vice-versa; (d) Representação percentual (fracionária e decimal); (e) Comparação entre decimais por meio da reta numérica; (f) Cálculo mental; (g) Cálculo direto por meio de algoritmos tradicionais envolvendo as quatro operações; (h) Cálculo de valor aproximado e arredondamento com o uso da calculadora; (i) Estima de produtos e conferência de resultados com uso de calculadora; (j) Separador decimal contido na calculadora (ponto ou vírgula); (k) Potências e porcentagens; (l) Decimais em tabelas e gráficos; e (m) Problemas contextualizados. Por fim, há presença de números decimais em todos os tópicos de encerramento da unidade 3.

3. **Unidade 4 – Foco em geometria** *(P. 226 – 303)*

A unidade 4, composta pelos capítulos 10, 11 e 12, é formada por temas como localização no plano cartesiano, polígonos e medidas (comprimento, superfície, tempo, massa, temperatura, espaço e capacidade) que são voltados para a Geometria.

A presença de decimais ocorre de forma discreta no final **Capítulo 10**, em exercícios que abordam o tema probabilidade.

Nos **Capítulos 11 e 12**, observa-se a presença de números decimais para expressar: (a) Múltiplos e submúltiplos diversos; (b) Medidas de área e perímetro de polígonos; (c) medidas em planta de imóveis; (d) Dados informativos em placas, cartazes, jornais etc.; (e) Unidades 0,1; 0,01; e 0,001; e (f) Pesos, temperaturas e volumes.

Uma síntese do volume

A divisão de conteúdo nesse volume se deu em quatro unidades, cada uma possuindo três capítulos, de modo que houve apenas uma ocorrência de número decimal nas duas primeiras unidades e são aprofundados na unidade 3.

Os números decimais, na maioria dos casos, são abordados por meio de situações monetárias envolvendo dinheiro. O quadro de ordens também é recorrente como recurso, desde a representação das unidades decimais (0,1; 0,01; e 0,001) até ao desenvolvimento das quatro operações. Para os demais desdobramentos na Unidade específica do tema, o

manual faz uso da reta numérica, calculadora, tabelas e gráficos e diversas ilustrações envolvendo situações com números decimais.

As quatro operações elementares são abordadas por contextos monetários, que são ilustrados frequentemente por situações envolvendo o cotidiano de crianças, onde são utilizadas representações de notas e moedas. Todas as operações são realizadas por algoritmos usuais, com o auxílio do quadro de ordens. Também é notório o uso da calculadora nos temas produto aproximado, quociente aproximado e nas atividades.

Uma exploração no livro didático do 4° ano

Levando em consideração a organização curricular proposta pela Base Comum Curricular (BNCC), que prevê a abordagem propriamente dita de números decimais já no 4° ano por meio da habilidade (EF04MA10) – *Reconhecer que as regras do sistema de numeração decimal podem ser estendidas para a representação decimal de um número racional e relacionar décimos e centésimos com a representação do sistema monetário brasileiro* – entendemos que se torna necessário realizar uma breve análise em alguma coleção correspondente ao 4° ano do Ensino Fundamental Anos Iniciais, a fim de obter possíveis conexões com os manuais de 5° ano até aqui analisados. Para essa averiguação, escolhemos o livro didático "Ligamundo: matemática 4° ano", que faz parte de uma das coleções já analisadas nessa pesquisa, que enunciamos como "Livro B" – Ligamundo: matemática 5° ano.

3.5 – Livro E

Ligamundo: matemática 4° ano

Livro - Ligamundo: matemática 4° ano.

Autor: Eliane Reame

São Paulo

Editora: Saraiva

Ano: 2017

Análise geral

Em sumo, os aspectos gerais analisados na coleção do 4° ano – **Estrutura de capítulos e unidades,** o **Sumário**, a **Introdução às unidades** e as **Atividades do livro** são os mesmos que foram percebidos na 1ª etapa da análise do manual do 5º ano, já analisado no início desse capítulo. Portanto, iremos nos ater às características específicas dos números decimais encontradas no livro didático do 4° ano.

Análise de conteúdo específico

Nas sete primeiras unidades o número decimal foi exibido em uma única situação (monetária) e depois são abordados efetivamente nas Unidades 8 e 9, cujos temas são, respectivamente “Números decimais, temperatura e simetria”. (P. 190 – 217). e “Números decimais, divisão e probabilidade”. (P. 218 – 244).

Nesse livro, a primeira aparição de um número decimal ocorreu na Unidade 4 – Medidas, dinheiro e divisão – na página 83, em uma situação monetária, cujo tema é “Como facilitar o troco?”. Uma pessoa vai ao caixa pagar sua compra, cujo valor, mostrado no visor do caixa, foi de R$9,50. O valor decimal exibido está diretamente ligado ao enunciado da questão, portanto percebemos um certo protagonismo no número decimal exibido, ainda que ele esteja ocorrendo pela primeira vez no livro didático.

Figura 12 - Situação monetária com Número Decimal

Fonte: (REAME, 2017, p. 83)

Ao final da Unidade 4, em um jogo denominado “Jogo do resto”, o livro dá indícios de que para se obter um número decimal, é necessário obter uma divisão não exata, ou seja, com resto diferente de zero.

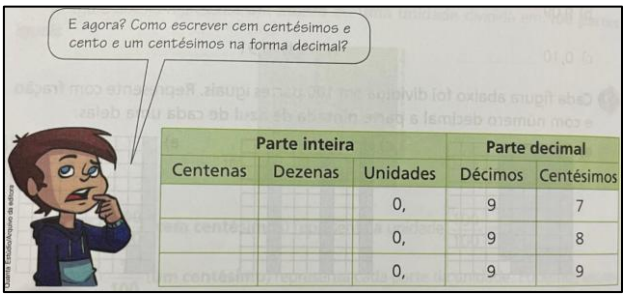
A primeira fração é exibida na unidade específica de frações – Unidade 6: Frações, giros e cálculos. O significado parte-todo é predominantemente abordado através de atividades de dobraduras, recortes, e com polígonos e círculos subdivididos em partes iguais. Nesse sentido, também são abordados os significados de metade, terça e quarta parte, esta última sendo explorada por meio de giros.

Por fim, os números decimais aparecem novamente em sua unidade específica – Unidade 8: Números decimais, temperatura e simetria – onde são exibidos logo nas páginas de abertura, novamente em uma situação monetária de venda, onde representam preços de bebidas. Eles são introduzidos como “Números com vírgula” e algumas situações do cotidiano são trabalhadas, em seguida, a unidade decimal $\frac{1}{10}$ é apresentada e esquematizada no quadro de ordens, que por sua vez foi um recurso bastante utilizado em todos os exemplares até aqui analisados.

A reta numérica também é utilizada como recurso no tópico “Números decimais maiores que 1”.

Na última unidade do livro – Unidade 9: Números decimais, divisão e probabilidade – a ordem dos centésimos é abordada como aproximação centesimal por meio do quadro de ordens. Veja a seguir.

Figura 13 - Aproximação centesimal por meio do quadro de ordens



Parte inteira			Parte decimal	
Centenas	Dezenas	Unidades	Décimos	Centésimos
		0,	9	7
		0,	9	8
		0,	9	9

Fonte: (REAME, 2017, p. 226).

Quanto as atividades relacionadas às unidades específicas de números decimais – Unidades 8 e 9 – são apresentadas por meio de (a) Situações monetárias; (b) Figuras representando parte-todo; (c) Reta numérica; e (d) tabelas; e (e) uso de calculadora.

Uma síntese do volume

Neste volume, o autor optou em organizá-lo em nove unidades de tal forma que os números decimais ocorrem uma única na Unidade 4 e depois são aprofundados nas Unidades 8 e 9.

Os números decimais são abordados principalmente através do uso de cédulas e moedas (educação financeira), quadro de ordens, retângulos expressando parte-todo e reta numérica. O eixo central do estudo se dá por situações monetárias, através da manipulação do dinheiro por cédulas e moedas, perpassando por temas cotidianos como troco, “quanto falta”, trocas de cédulas e moedas e uso da calculadora.

As operações abordadas são soma, por meio de problemas monetários e, implicitamente, subtração, em situações como “quanto falta” e sequências crescentes e decrescentes de decimais.

3.5 – Síntese da Análise de livros

Com o intuito de comparar os dados descritos referentes aos livros didáticos do 5º e 6º anos, duas tabelas foram organizadas com os tópicos analisados. A primeira Tabela se trata da *Síntese da descrição dos livros*, já a segunda aborda a *Síntese da análise de livros.*

Note que optamos por não incluir na tabela o Livro E, do 4º ano, visto que o analisamos brevemente com intuito de buscar possíveis conexões com os livros do 5º ano por conta da organização curricular proposta pela Base Comum Curricular (BNCC), que já prevê abordagens de números decimais nessa série.

Utilizaremos algumas legendas para otimizar a organização da tabela. Segue a legenda para os respectivos livros:

L1: 5° ano – AR: Aprender e Relacionar. Matemática 5° ano.

L2: 5° ano – Ligamundo: matemática 5° ano.

L3: 6° ano – A conquista da Matemática: 6° ano.

L4: 6° ano – Araribá mais Matemática 6° ano.

Tabela 9 - Síntese da descrição dos livros didáticos

Síntese da Descrição dos Livros				
	L1	**L2**	**L3**	**L4**
1ª Etapa - Análise Geral				
Estrutura de Capítulos e Unidades	- 10 Unidades divididas em 4 partes denominadas, parte 1, parte 2, ..., parte 4, cada uma equivalendo a 1 bimestre. do próprio livro.	- 9 Unidades. - 39 temas.	- 9 Unidades. - 42 capítulos. - A menor Unidade possui 2 capítulos, enquanto a maior possui 8 capítulos.	- 4 Unidades. - 12 capítulos (3 por unidade).
Sumário	- Apresenta os tópicos por marcadores coloridos em formato de "quadradinhos" discretos onde algumas cores possuem tons próximos.	- Apresenta os tópicos por marcadores coloridos em formato de "círculo". - As áreas da Matemática Números, Geometria, Grandezas e medidas, Probabilidade e Estatística; e Álgebra são exibidas por cores específicas.	- Apresenta a escrita das Unidades na cor azul, possuindo um pequeno marcador azul em forma de círculo. - Os capítulos são renumerados de acordo com a mudança de Unidade.	- Apresenta a escrita dos capítulos na cor azul e o s temas, enumerados, na cor preta. Possui marcadores coloridos em forma de círculo para temáticas específicas.
Introdução às Unidades	- Imagem ilustrativa distribuída em duas ou em uma página. - Texto auxiliar, tabelas e/ou formas.	- Imagem ilustrativa distribuída sempre em duas páginas.	- Imagem ilustrativa distribuída sempre em duas páginas. - Questionário contendo de 2 a 4 questões.	- Unidades não possuem tema. - Imagem ilustrativa distribuída sempre em duas páginas. - Questionário contendo de 3 a 8 questões.

Atividades	- Exercícios tradicionais divididos em duas categorias. - Possui, em média, 4 seções extras de exercícios por unidade.	- Exercícios tradicionais e complementares. - Presença de material para recorte ao final do livro. - Atividades que são jogos.	- Exercícios tradicionais e revisionais, sendo esses últimos subdivididos em duas partes. Também há exercícios complementares.	- Exercícios tradicionais e atividades isoladas. - Ao final de alguns capítulos, algumas temáticas específicas são trabalhadas. Estatística e Probabilidade, por exemplo, aparecem em todas as unidades.
2ª Etapa – Análise do conteúdo específico.				
1ª Exibição de N° Decimal	- Ocorreu na p. 31. - Tema: Estatística. - Por meio de texto. - Atividade com tabela.	- Ocorreu na p. 24. - Tema: O dinheiro brasileiro. - Por meio de texto e ilustrações do próprio dinheiro (notas e moedas). - Abordagem de decomposição por meio de um valor monetário.	- Ocorreu na página 33. - Tema: curiosidades (tema revisional). - Por meio de um texto (curiosidades da arara-azul) onde aparecem alguns números naturais e um único número decimal.	- Ocorreu nas páginas 10 e 11 (abertura da Unidade 1). - Tema: números naturais e sistemas de numeração.
2ª Exibição de N° Decimal	- Ocorreu na p. 62. - Tema: Estatística. - Por meio de gráfico de linhas, parte de uma atividade.	- Ocorreu na p. 65. - Tema: conversão de moedas. - Por meio de tabela.	- Ocorre na p. 35. - Tema: cálculo com números naturais por meio de representações decimais de números naturais pertencentes à classe dos milhões. - Uso das Barras de Cuisenaire para determinar quantas vezes uma barrinha cabe dentro de outra.	Ocorre na p. 161. - Tema: conversão de moedas. - Se dá na unidade em que os decimais são introduzidos.

1ª Exibição de Fração	- Ocorreu na p. 83.	- Ocorreu na p. 130.	- Ocorreu na p. 132.	- Ocorreu na p. 101.
2ª Exibição de Fração	- Ocorreu na p. 129 no contexto de "giro angular".	- Ocorreu no mesmo contexto da primeira exibição.	- Ocorre no capítulo específico de fração.	- Ocorre no capítulo específico de fração.
1° Cálculo Decimal	- Ocorreu na p. 101 - Situação: cálculo com temperaturas. - Operação: subtração.	- Ocorreu na p. 24, junto à primeira exibição de número decimal. - Situação: foi realizada a decomposição de um número decimal que representava um valor monetário. - Operação matemática: soma.	- Ocorreu na p. 104 em um tópico sobre o uso de calculadora. - Situação: encontrar resto com a calculadora. - Operação matemática: divisão "61 : 5".	- Ocorreu na p. 161, na abertura da Unidade em que se trabalha Números Decimais. - Situação: conversão de valores monetários através da calculadora. - Operação matemática: multiplicação.
Decimais Figurantes	- Ocorreu na p. 103, por meio de tabela.	- Não houve ocorrências significativas.	- Ocorre na p. 33, por meio de texto.	- Não houve ocorrência.
Análise de Unidades que abordam diretamente as frações e os números decimais				
Introdução à Fração	- Estratégia: por meio de objetos ilustrados como roletas coloridas, barra de chocolate e potes com bolinhas coloridas. - Significados abordados: parte-todo e probabilidade.	- Estratégia: construção de mosaico através de recortes em folha de papel com objetivo de construir a quarta parte, ou seja, a fração ¼. (Ocorreu na 1ª exibição, presente nesta tabela). - Significado abordado: parte-todo.	- Estratégias: construção de mosaico geométrico ilustrativo, construído em 3 etapas; uso do contexto histórico; uso da fração egípcia (de numerador 1); e uso da pizza para exemplificar. - Significados abordados: parte-todo, divisão e frações unitárias.	- Estratégia: uso do palmo da mão direita para medir uma caneta; uso de uma caixa hexagonal possuindo tampa em 2 cores e, ao retirar a tampa, em seu interior há bombons de chocolate preto e branco. - Significado abordado: parte-todo.

Introdução à Decimais	- Estratégia: foram utilizadas ilustrações de planta baixa de um imóvel, quadro de ordens, quadrado 10x10 e cubo; folha de cartolina dividida em 10 partes (décimos).	- Estratégia: situações monetárias envolvendo os temas "troco", "arredondamento" e "promoção".	- Estratégia: situação monetária envolvendo soma de números decimais e troco. - Abordagem das unidades decimais, por meio das frações 1/10, 1/100 e 1/1000 e suas representações decimais. - Uso do quadro de ordens.	- Estratégia: situação monetária envolvendo o valor de um sanduíche; conversão de valores de outras moedas para o Real (R$) através do uso da calculadora.
Quadro de ordens	- Utilizado para representar um número decimal. A estrutura do quadro é dividida em Parte inteira e Parte decimal e suas ordens.	- Utilizado para: representar alguns decimais em situações contextualizadas ou não, para introduzir as 4 operações elementares.	- Utilizado para: comparar as ordens decimais na introdução dos mesmos, para representar decimais com denominador 1000 e para introduzir a soma entre decimais.	- Utilizado para: comparar as ordens decimais; para ratificar que ao acrescentar zeros à direita da vírgula, o valor do número decimal não muda.
Adição de Decimais	- Estratégia 1: soma por saltos na reta numérica. - Estratégia 2: método tradicional "arme e efetue".	Estratégia: situação-problema onde a soma de 5 notas escolares representadas por números decimais deve ser efetuada. - Ferramenta: quadro de ordens para realizar a soma.	- Estratégia: situação-problema onde a soma de 3 pedaços de barbante deve ser realizada. - Ferramenta: quadro de ordens para efetuar a soma.	- Estratégia: situação-problema por meio de um cupom fiscal. - Ferramentas: quadro de ordens (sintetizado) para efetuar a soma e subtração e calculadora para efetuar cálculo mental e arredondamento.
Uso da Calculadora com Números Decimais	- Objetivo: introduzir multiplicações e divisões entre inteiros e decimais, bem como por 10, 100 e 1000.	- Objetivo: efetuar multiplicações e divisões de decimais por 10, 100 e 1000.	- Objetivo: encontrar o resto da divisão entre dois números naturais.	- Objetivo: calcular multiplicações simples, conferir resultado de produto aproximado e obter quociente

				aproximado entre dois naturais.

Fonte: Elaborada pelo autor.

Tabela 10 - Síntese da análise de livros didáticos

Síntese da Análise de Livros				
	Livros do 5° ano		**Livros do 6° ano**	
	L1	**L2**	**L3**	**L4**
1ª Etapa - Análise Geral				
Estrutura de Capítulos e Unidades	- Não apresentam subdivisões por capítulo, mas apenas Unidades contendo temas.		- Número de Unidades por capítulo pode variar ou ser fixo. - Em 50%, as Unidades não possuem intitulação, são apenas separadoras de capítulos. - Em 50%, as temáticas dos 3 capítulos por unidade não estão harmonizadas entre si. Por exemplo, na Unidade 1, os capítulos 1 e 2 abordam "números naturais", enquanto o terceiro, "noções iniciais de geometria".	
Sumário	- Em 50%, a proximidade entre os tons/cores dificulta a diferenciação entre os temas. Não possui classificação de tema por área da matemática. - Em 50%, o tipo de legenda simplifica a visualização do sumário para o leitor.		- Em 100%, objetivo e simplificado, com poucas cores predominantes. Prático e claro quanto ao que se pretende informar.	
Introdução às Unidades	- Em 100%, apresentam imagem ilustrativa distribuída em duas ou em uma página, texto auxiliar, tabelas e/ou formas. - Em 100%, os temas das unidades estão em harmonia com os cenários da página dupla. Desenhos ilustrativos com temas contemporâneos à		- Em 50%, as Unidades não possuem tema. - Em 50%, os temas das unidades estão em harmonia com os cenários da página dupla. - Em 100%, as páginas de abertura possuem quadros explicativos, textos auxiliares, tabelas, gráficos variados,	

	sociedade estão sempre ocorrendo. Em todas as ilustrações iniciais há pessoas e temas interdisciplinares relacionados à sociedade e cidadania.	linha do tempo e fotografias de figuras geométricas reais, figuras geométricas.
Atividades	- Em 100%, exercícios tradicionais, complementares e seções extras. - Em 50%, presença de material para recorte ao final do livro.	- Em 100%, exercícios tradicionais, complementares, revisionais, temáticas específicas como Estatística e Probabilidade.
2ª Etapa – Análise do conteúdo específico.		
1ª Exibição de N° Decimal	- Em 50%, não necessita de conhecimento prévio sobre decimais para preencher a tabela dada na atividade, portanto, não há protagonismo do número decimal nesse caso. - Em 50%, as atividades são, coerentes às ilustrações. Nas decomposições, o conceito de número natural é recapitulado, já que os valores são representados por naturais contidos em notas e moedas.	- Em 100%, não há necessidade de conhecimentos prévios sobre os números decimais, bem como não há a necessidade de identificar a qual campo numérico pertence o Número Racional.
2ª Exibição de N° Decimal	- Em 100%, não necessita de conhecimento prévio para realizar a maior parte dos itens das atividades em questão. - Em 50%, faz-se necessário que o estudante saiba somar decimais já na segunda aparição.	- Em 50%, ocorre 2 páginas após a primeira exibição. - Em 50%, ocorre 150 páginas após a primeira exibição. - Em 50%, foram utilizadas atividade das barras de Cuisenaire como uma provocação ao surgimento de um número decimal.
1ª Exibição de Fração	- Em 50%, aparece sem fundamentação prévia; como resposta a uma atividade. - Em 50%, aparece fundamentada na construção de um mosaico com quadrados, desenvolvido em uma folha de papel retangular através de dobraduras e recortes, objetivando construir a quarta parte (1/4) de um quadrado.	- Em 100%, ocorreu no capítulo correspondente ao conteúdo de frações.

2ª Exibição de Fração	- Em 50%, ocorreu 46 páginas depois da primeira exibição. - Em 50%, ocorreu logo após a primeira exibição.	- Em 100%, ocorreu no capítulo específico de fração.
1° Cálculo Decimal	- Em 50%, até o momento do primeiro cálculo, o número decimal apareceu pouquíssimas vezes no livro didático. Apesar de aparecerem cálculos básicos com decimais na p. 101, eles serão introduzidos na p.196. - Em 50%, ocorreu junto à primeira exibição de número decimal numa situação de decomposição de um número decimal que representava um valor monetário.	- Em 100%, a calculadora foi utilizada. - Em 100%, o objetivo foi calcular quocientes simples e restos de uma divisão entre naturais através da calculadora. - Em 50%, o estudante deve interpretar que precisa fazer multiplicações entre números decimais com a calculadora afim de converter alguns valores de outras moedas para Real (R$).
Decimais Figurantes	- Em 50%, antes de serem introduzidos propriamente, os muitos decimais que aparecem em tabelas, praticamente não são aproveitados para os exercícios. - Em 50%, não houve ocorrências significativas dos "Decimais Figurantes"	- Em 50%, não houve necessidade de conhecimentos prévios de números decimais para compreender o significado do valor monetário dado. - Em 50%, nenhuma atividade é pedida em torno dos decimais exibidos. - Em 50%, não houve ocorrência dos "Decimais Figurantes".
Análise de Unidades que abordam diretamente as frações e os números decimais		
Introdução à Fração	- Em 100%, por meio de objetos ilustrados como roletas coloridas, barra de chocolate e potes com bolinhas coloridas e construção de mosaico, o manual didático se restringiu a ideia parte-todo para introduzir a maioria das situações.	- Em 100%, foram utilizadas ideias como: resultado da divisão de dois números naturais, contexto histórico e fração unitária, o palmo como unidade de medida. Os objetos utilizados foram pizzas e mosaicos geométricos. - Nota: na ideia do palmo como unidade de medida, este foi utilizado para medir uma caneta, porém esse processo precisou do auxílio de uma reta a qual "media" o palmo através de 5 subdivisões, sendo o uso do palmo por si, não suficiente para medir a caneta, ou seja, desprezível.

Introdução à Decimais	- Introduzidos por meio dos elementos: planta baixa de um imóvel, quadro de ordens, quadrado 10x10 e cubo; folha de cartolina dividida em 10 partes (décimos); e situações monetárias envolvendo troco, arredondamento e promoção.	- Introduzidos por meio de situação monetária envolvendo soma, troco, conversão de valores de outras moedas para o Real (R$) através do uso da calculadora. Passagem da representação fracionária para decimal. Uso do quadro de ordens. - Em 50%, é notória a desconexão entre o tema apresentado na abertura da unidade e o capítulo que seguinte.
Quadro de ordens	- Em 100%, utilizado para introduzir diversos números decimais em vários contextos através de suas subdivisões (Parte inteira e Parte decimal). - Em 100%, utilizado para introduzir as 4 operações básicas.	- Em 100%, utilizado para introduzir e comparar as ordens dos decimais; introduzir as 4 operações básicas. - Em 50%, utilizado para ratificar que ao acrescentar zeros à direita da vírgula, o valor do número decimal não muda.
Adição de Decimais	- Abordada: por saltos na reta numérica, método tradicional "arme e efetue" e somatório em situação-problema. - O quadro de ordens é utilizado para somar os decimais.	- Abordada por situações-problema em situação monetária e somatório de pedaços de barbante. - Em 100%, o quadro de ordens é utilizado indicando onde cada algarismo deve estar posicionado em relação. - Uso da calculadora para efetuar cálculo mental e arredondamento.
Uso da Calculadora com Números Decimais	- Em 100%, usada para introduzir multiplicações e divisões entre inteiros e decimais, bem como por 10, 100 e 1000.	- Em 100%, usada para obter quocientes, efetuar multiplicações simples, produto aproximado, quociente aproximado entre naturais.

Fonte: Elaborada pelo autor.

A partir da análise das tabelas 9 e 10, no que tange a problemática dessa pesquisa – *existência ou não de aspectos que diferenciam as abordagens de Números Decimais nos livros didáticos de 5° e 6° anos* – nota-se inicialmente, em ambas as séries, que não há necessidade de conhecimento prévio por parte do estudante sobre Números Decimais para resolver situações em que esses números aparecem pela primeira vez nos livros didáticos. Além disso, antes de serem introduzidos de fato nos manuais explorados, os Decimais que aparecem não possuem protagonismo em seus contextos, aparecendo em tabelas e em gráficos como meros coadjuvantes, ou como chamamos nessa pesquisa, de "decimais figurantes".

Sobre o primeiro cálculo com decimais que aparece nos livros, é notório o uso da calculadora nos exemplares do 6° ano para resolver operações de multiplicação e divisão que resultam em decimais, o que não ocorre com os livros do 5° ano, onde as operações são de soma e subtração e ocorrem por métodos tradicionais. As situações monetárias são utilizadas em todas as situações do primeiro cálculo.

Em ambas as séries, em seus tópicos específicos, os Números Decimais são introduzidos por meio de contextos monetários, envolvendo situações como troco, arredondamento e conversão de moedas, tendo como ferramenta didática o quadro de ordens em todos os exemplares. Além de estar presente na introdução de Números Decimais, o quadro de ordens também é utilizado para compará-los a partir do posicionamento da vírgula, bem como para introduzir as quatro operações básicas nessas séries.

Quanto ao uso da calculadora, percebe-se em ambas as séries a sua utilização para as operações de multiplicação e divisão entre números naturais e decimais ou entre números decimais. Essa percepção motivou o uso da máquina de calcular como ferramenta para um dos objetivos específicos dessa pesquisa – *como os estudantes de posicionam sobre as representações decimais com frações de denominador 6 por calculadora.*

O outro objetivo específico – *com o produto, relatar se haverá obstáculos pelos estudantes em relação à soma de Números Decimais sobre o posicionamento da vírgula* – foi motivado pelo frequente uso do quadro de ordens como recurso para a compreensão das quatro operações básicas entre decimais observado na análise de livros. Além disso, o produto desta pesquisa também utilizará como ferramenta principal o quadro de ordens.

Por fim, mediante a sondagem realizada, afirmamos que existem significativamente mais semelhanças do que diferenças entre os livros didáticos explorados referentes ao 5° e 6° anos, em

relação a abordagem de Números Decimais, no que diz respeito a como esses números aparecem pela primeira vez, como o seu primeiro cálculo é apresentado, como são introduzidos em seus capítulos ou temas propriamente ditos, como as quatro operações básicas são desenvolvidas e quais ferramentas são utilizadas em sua abordagem.

A título de completude, podemos citar também a análise sucinta que ocorreu sobre o livro do 4º ano. Notamos que os aspectos gerais desse livro *(Estrutura de capítulos e unidades, o Sumário, a Introdução às unidades e as Atividades do livro)* e a análise de conteúdo específico *(números decimais)* são semelhantes aos observados nos livros do 5º ano. Em síntese, a abordagem central dos números decimais é feita por meio de situações monetárias, quadro de ordens, retângulos representando o contexto parte-todo e reta numérica. As operações trabalhadas são a soma e, implicitamente, a subtração, em situações como "quanto falta" e sequências crescentes e decrescentes de decimais.

CAPÍTULO 4 - METODOLOGIA

Neste capítulo serão abordados aspectos metodológicos deste trabalho. Será descrito o tipo da pesquisa, a identificação de onde e com quem será desenvolvida, a coleta de dados, e por fim, os procedimentos usados para analisar os dados da pesquisa.

4.1 – Tipo da pesquisa

Esta pesquisa possui caráter qualitativo. Segundo Godoy (1995), os estudos qualitativos possuem como alvo a análise do mundo observável em seu ambiente natural. Nesse contexto, é valorizado o diálogo direto do pesquisado em relação ao ambiente e o contexto explorado.

Sobre os elementos utilizados para a coleta de dados, apoiados em Godoy (1995), concordamos que "no trabalho intensivo de campo, os dados são coletados utilizando-se equipamentos como videoteipes e gravadores ou, simplesmente, fazendo-se anotações num bloco de papel" (GODOY, 1995, p. 62), portanto usaremos recursos como estes nessa pesquisa.

O objetivo deste trabalho está centrado em investigar o "como" e o "porque" e não no "quantos", por isso a razão de sua natureza qualitativa.

4.2 – Local

A escolha da instituição de ensino se deu pelo fato de ser o local onde o pesquisador leciona a disciplina de Matemática desde que foi empossado para o cargo de docente, em 2022. A escola pertencente a rede pública de ensino e fica localizada no município de Volta Redonda, interior do Estado do Rio de Janeiro e funciona nos turnos da manhã e tarde e atende estudantes do Ensino Fundamental anos iniciais e anos finais.

4.3 – Sujeitos da pesquisa[11]

A pesquisa foi realizada em uma turma do 6° ano do Ensino Fundamental da escola em questão. Nesta turma estão matriculados 28 estudantes e, os estudantes possuem idade entre 11 e 12 anos.

Nesta pesquisa, a identidade dos estudantes será preservada, para tanto eles serão identificados por apelidos que podem ser escolhidos por eles ou pelo professor pesquisador. Os

[11] Parecer do comitê de ética – Número do Parecer: 6.984.452

alunos foram identificados pelo nome sugeridos por eles. Para controle interno criamos uma tabela formada pelos números da lista de chamada e ao lado inserimos os nomes por eles escolhidos.

4.4 – Coleta de dados

Os instrumentos utilizados para coletar os dados desta pesquisa foram: diário de campo do pesquisador, registro escrito das respostas dadas individualmente ou pelo grupo. As tarefas foram em modelo escrito e ocorreram em trios ou duplas.

4.4.1 – Diário de Campo

Neste instrumento foram feitas anotações como comentários dos estudantes, forma de organização dos grupos, perguntas feitas pelos estudantes entre si ou para o professor pesquisador dentre outros aspectos sobre o desenrolar das atividades feitas pelos alunos. As anotações no diário foram feitas tanto durante a aula quanto após cada encontro.

4.4.2 –Tarefas propostas

Elaboração das tarefas

Para elaboração das tarefas, levamos em consideração alguns aspectos percebidos durante a análise dos livros didáticos, os resultados do levantamento em pesquisas, orientações curriculares e os objetivos da pesquisa.

Outro aspecto a ser considerado foi o uso da calculadora durante as atividades de campo, visto que essa ferramenta didática é utilizada no processo de divisão envolvendo decimais em todos os livros didáticos avaliados nesta pesquisa. E por fim, a escolha de um grupo de frações que tivessem o mesmo denominador, no caso, os sextos, ou seja, o exame de um conjunto de frações com denominadores iguais a seis. Objetiva-se refletir sobre as representações decimais das frações com denominar seis e o estímulo ao uso do cálculo mental por meio da observação de regularidades e da comparação da representação decimal com os denominadores ou com os numeradores das frações em questão.

O uso da Calculadora

Outro aspecto a ser considerado foi o uso da calculadora durante as atividades de campo, visto que essa ferramenta didática é utilizada no processo de divisão envolvendo decimais em todos os livros didáticos avaliados nesta pesquisa. E por fim, a escolha de um grupo de frações que tivessem o mesmo denominador, no caso, os sextos, ou seja, o exame de um conjunto de frações com denominadores iguais a seis. Objetiva-se refletir sobre as representações decimais das frações

com denominar seis e o estímulo ao uso do cálculo mental por meio da observação de regularidades e da comparação da representação decimal com os denominadores ou com os numeradores das frações em questão.

A escolha se deu em função da existência de todos os tipos de representações decimais ao transformarmos as frações ordinárias em números decimais, ou seja, números inteiros, decimal exato, dízima periódica simples e composta.

Interferência pedagógica

Inicialmente foi delineado um encontro para a interferência pedagógica nesta pesquisa, no entanto também foi previsto que mais encontros poderiam ocorrer dependendo das percepções obtidas no primeiro encontro por meio dos registros dos alunos. Em vista disso, no decorrer da pesquisa a proposta se deu num total de quatro encontros de aulas duplas, cada uma com duração de 50 minutos. Veja a seguir uma síntese dos principais objetivos de cada encontro.

Encontro 1 – Inserção na pesquisa: Preparo e convite para o campo

(a) Informações gerais sobre a pesquisa. (50 min).

(b) Escolha dos nomes e formação dos grupos. (50 min).

Os sextos no sexto ano: Uma imersão no mundo das frações, números decimais e calculadora

Encontro 2 – Tarefa 1A e 1B

(c) Realização da tarefa 1A: escolha dos sextos. (50 min).

(d) Realização da tarefa 1B: transformação das frações em números decimais com uso da calculadora e 1° registro das percepções dos estudantes (percepções iniciais). (50 min).

Encontro 3 – Tarefa 2A e 2B

(e) Realização da tarefa 2A: escolha de novos sextos e divisão com calculadora. (50 min).

(f) Realização da tarefa 2B: 2° registro das percepções dos estudantes (percepções subsequentes). (50 min).

Encontro 4 – Tarefa 3A e 3B

(g) Realização da tarefa 3A: escolha dos novos grupos e realização da divisão com algoritmo usual. (50 min).

(h) Realização da tarefa 3B: 3° registro das percepções dos estudantes (percepções finais). (50 min).

4.5 – Análise de Dados

As propostas de análise de dados desta pesquisa não consideraram apenas as tarefas aplicadas, mas também o posicionamento dos estudantes ao desenvolver o conteúdo abordado nas mesmas. Portanto, a análise teve caráter indutivo, buscando identificar as regularidades, os processos, e os padrões usados pelos alunos a partir dos registros escritos nas folhas resposta das tarefas propostas.

CAPÍTULO 5 – PESQUISA DE CAMPO

Neste capítulo apresentamos os procedimentos ocorridos durante a pesquisa de campo, incluindo a descrição dos processos desenvolvidos em cada tarefa bem como suas análises.

A pesquisa foi feita com uma turma do 6º ano, regularmente inscrita no turno vespertino, de uma escola pública no município de Volta Redonda-RJ.

O trabalho de coleta foi desenvolvido em 4 encontros de aulas duplas, onde cada aula possui duração de 50 minutos, totalizando 8 tempos ao final. Todos os encontros foram realizados em dias diferentes e não consecutivos. Para o desenvolvimento da proposta, os alunos foram organizados em trios e duplas e foi entregue um aparelho Chromebook, trazido da sala de informática para a sala de aula, para cada grupo. Todos os alunos deveriam anotar as frações e seus respectivos resultados obtidos ao dividir o numerador pelo denominador.

Como estratégia de preservação de identidade, os estudantes foram convidados a escolherem como gostariam de ser identificados. Entretanto, deveriam escolher nomes com no máximo duas sílabas, pois costumam escolher nomes de personagens ou de super-heróis com nomes longos.

Na coleta de dados, inicialmente todas as frases foram copiadas e agrupadas com as respectivas frações em anexo.

Em seguida, as respostas foram classificadas levando em conta as ideias envolvidas pela explicitação de conceitos: recurso usado, dados da tarefa, dados obtidos, tipo de resultados obtidos, características de representação dos resultados e por fim elas foram agrupadas seguindo esta classificação.

Os encontros foram organizados da seguinte forma:

Inserção na pesquisa: Preparo e convite para o campo

Encontro 1

(a) Informações gerais sobre a pesquisa. (50 min).

(b) Escolha dos nomes e formação dos grupos. (50 min).

Os sextos no sexto ano: Uma imersão no mundo das frações, números decimais e calculadora

Encontro 2

(c) Realização da tarefa 1A: escolha dos sextos. (50 min).

(d) Realização da tarefa 1B: transformação das frações em números decimais com uso da calculadora e 1° registro das percepções dos estudantes (percepções iniciais). (50 min).

Encontro 3

(e) Realização da tarefa 2A: escolha de novos sextos e divisão com calculadora. (50 min).

(f) Realização da tarefa 2B: 2° registro das percepções dos estudantes (percepções subsequentes). (50 min).

Encontro 4

(g) Realização da tarefa 3A: escolha dos novos grupos e realização da divisão com algoritmo usual. (50 min).

(h) Realização da tarefa 3B: 3° registro das percepções dos estudantes (percepções finais). (50 min).

Apresentamos a seguir cada um dos Encontros

5.1 – Inserção na pesquisa: Preparo e convite para o campo

A inserção na pesquisa se deu através de um convite feito pelo professor regente/ pesquisador após ter seguido os trâmites formais para a sua realização, ou seja, autorização dos pais e direção da escola para a realização do trabalho.

Em seguida o convite foi feito aos estudantes de uma das turmas do sexto ano da escola em que atuo. Eles prontamente aceitaram a participar da pesquisa. Nos intervalos entre os encontros, nas aulas letivas seguintes, os alunos ficavam sempre perguntando quando seria o próximo encontro e sobre como ocorreriam as próximas atividades, mostrando-se entusiasmados com a pesquisa.

Informações gerais sobre a pesquisa

No *Encontro 1*, os alunos foram convidados a participar da pesquisa e foi explicado como ocorreriam os possíveis próximos encontros. O tempo de duração dos encontros iria depender das respostas obtidas por eles. Em princípio seria uma única tarefa podendo ter desdobramentos. Outro ponto a ser esclarecido é que os pais deveriam assinar o termo de consentimento para que eles pudessem participar, mas que eles também estavam livres para participarem ou não e que além disso, poderiam deixar de participar a qualquer momento que assim o desejassem. Entretanto, todos quiseram participar e se sentiram lisonjeados pelo convite, fato este perceptível na participação e na dedicação para cumprir as tarefas.

Outro ponto a ser discutido foi a necessidade que eles escolhessem um apelido com o qual seriam identificados e com isso preservar a sua identidade. Adoraram a ideia.

Escolha dos nomes e formação dos grupos para a tarefa 1

No quadro abaixo serão apresentadas a organização dos grupos e seus integrantes com os nomes fictícios, a fim de preservar a real identidade dos estudantes.

Tabela 11 - Organização dos primeiros grupos e seus integrantes

Grupos	**Nomes fictícios**		
G1	Gabi*	Maya	Mati
G2	Gata	Manu	Lola
G3	Lelê	Juju	Yaya
G4	Mick	Nani*	Téo
G5	Gica	Nico	Anya
G6	Naju	Luna	Lola
G7	Dora	Kati	Mimi
G8	Vivi	Alim	

Fonte: Elaborada pelo autor.

Embora tenham se organizado desta forma para a primeira tarefa, nas demais houve nova configuração que serão descritas ao longo das análises das tarefas. Os nomes com o símbolo (*) não estavam presentes em todas as etapas da pesquisa.

Todo o processo, escolha dos nomes e esclarecimentos sobre os procedimentos da pesquisa durou cerca de 100 min e com isso findou-se o *Encontro 1*.

5.2. – Os sextos no sexto ano: Uma imersão no mundo das frações, números decimais e calculadora

Esta etapa consiste na pesquisa propriamente dita, ou seja, fase em que os alunos da turma entram em atividade para realizar as tarefas propostas, o que consiste em pesquisar o que ocorre quando transformamos as frações com denominadores iguais a seis, dividindo o numerador por seis e obtendo um resultado que pode ser um valor inteiro, um número decimal exato, uma dízima periódica simples ou composta.

Tarefa 1A – Escolha dos sextos

Depois dos grupos formados, cada participante recebeu uma folha no formato A4, em branco cedida pela própria escola em questão. O professor escreveu a primeira tarefa no quadro, intitulando-a como “tarefa 1”, e escreveu ao lado: “cada um vai escolher *um número* de frações com denominador 6 e escrever na folha”.

Como critério de quantidade de frações a serem escolhidas foi estabelecido em função de sua idade. Isto é, se o aluno tivesse 11 anos, ele deveria escolher 11 frações além disso, as frações deveriam ser diferentes dos demais integrantes do grupo para que no final tivessem uma variedade significativa de frações para identificar semelhanças e diferenças entre os números decimais, pois verificar regularidades em um espaço amostral maior pode ser mais “fácil” percebê-la.

Outro aspecto a ser considerado está relacionado à dinâmica do trabalho cujo objetivo é fazer com que os estudantes conversem entre si sobre critérios de escolha ou que a cada momento verificassem a não repetição. A ideia era tanto promover consenso entre eles como estimulá-los a fazer a tarefa conjuntamente.

Inicialmente, quando perguntados se sabiam operar com calculadora os estudantes, em sua maioria, disseram que sim. Eles afirmaram que é possível acessá-la facilmente pelo celular, não dando destaque à calculadora tradicional.

Por fim, vale destacar a fala da maioria dos estudantes dizendo que o uso da calculadora facilitou o trabalho proposto.

Tarefa 1B – Transformação das frações em números decimais com uso da calculadora e 1º registro das percepções dos estudantes

Transformação das frações em números decimais com uso da calculadora

Para iniciar o trabalho cada grupo deveria possuir, ao menos, uma calculadora física ou no celular para efetuar as divisões por 6, no entanto, o pesquisador investigou previamente que não haveria calculadoras ou/e celulares suficientes, visto que na escola não há calculadoras destinadas a tarefas de matemática e ainda, nem todos os alunos possuem ou levam o celular para a escola.

Para solucionar essa questão, o professor pesquisador lembrou que, embora não haja calculadoras físicas suficientes, no ano de 2023 a escola recebeu um lote de Chromebooks da prefeitura local e que ficam armazenados na sala de informática, mas que são destinados aos alunos

para atividades, podendo ser utilizados por todos os professores de todas as disciplinas. Com a ajuda dos alunos, trouxemos os chromebooks da sala de informática para a sala de aula.

Segundo o suporte da google[12],

> "os Chromebooks são um novo tipo de computador projetado para ajudar você a realizar tarefas de modo mais rápido e fácil. Eles executam o ChromeOS, um sistema operacional que tem armazenamento em nuvem, traz integrado o melhor do Google e tem diversos níveis de segurança".

Embora os Chromebooks não possuam a ferramenta calculadora em sua lista de aplicativos, foi possível utilizá-los conectados à internet e, assim, acessarmos a calculadora online. Toda essa questão foi resolvida e delineada previamente pelo professor pesquisador.

Cada grupo recebeu um aparelho Chromebook para que pudessem realizar a *Tarefa 1B*, que consiste em transformar frações em números decimais dividindo o numerador pelo denominador e anotando o resultado na própria folha A4, ao lado da respectiva fração. Alguns alunos portavam celular e preferiram utilizá-lo para efetuar as divisões.

Seguem algumas fotos dos estudantes trabalhando em grupo.

Figura 14 - Estudantes trabalhando em grupos

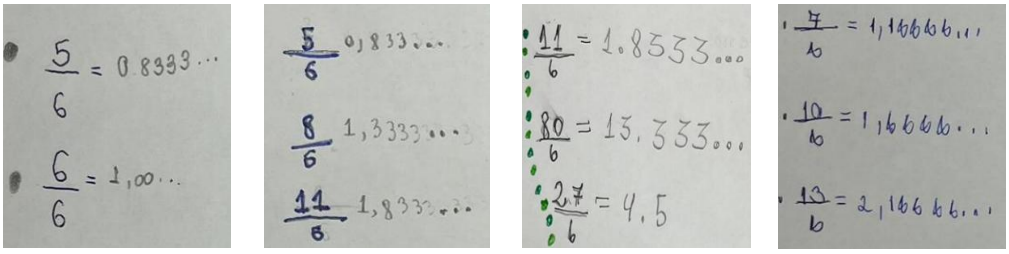
Fonte: Acervo do professor pesquisador

A seguir, alguns recortes das frações escolhidas pelos estudantes referentes à *Tarefa 1A*, seguidas dos números decimais que as representam, que por sua vez foram obtidos na *Tarefa 1B*. Abaixo de cada recorte constará o nome fictício do estudante que elaborou a respectiva fração. Não utilizamos nenhum critério para a escolha desses recortes, sendo assim de forma aleatória.

[12] Disponível em <https://support.google.com/chromebook/answer/3265094?hl=pt-BR#zippy=%2Cqual-%C3%A9-a-diferen%C3%A7a-entre-chromebooks-e-outros-computadores-como-windows-ou-mac-os>. Acesso em 22/10/2024.

Os alunos anotaram ao lado das respectivas frações os resultados obtidos e lidos no visor do aparelho.

Figura 15 - Recortes de frações utilizadas pelos estudantes nas Tarefas 1A e 1B



Gica Mick Juju Nani

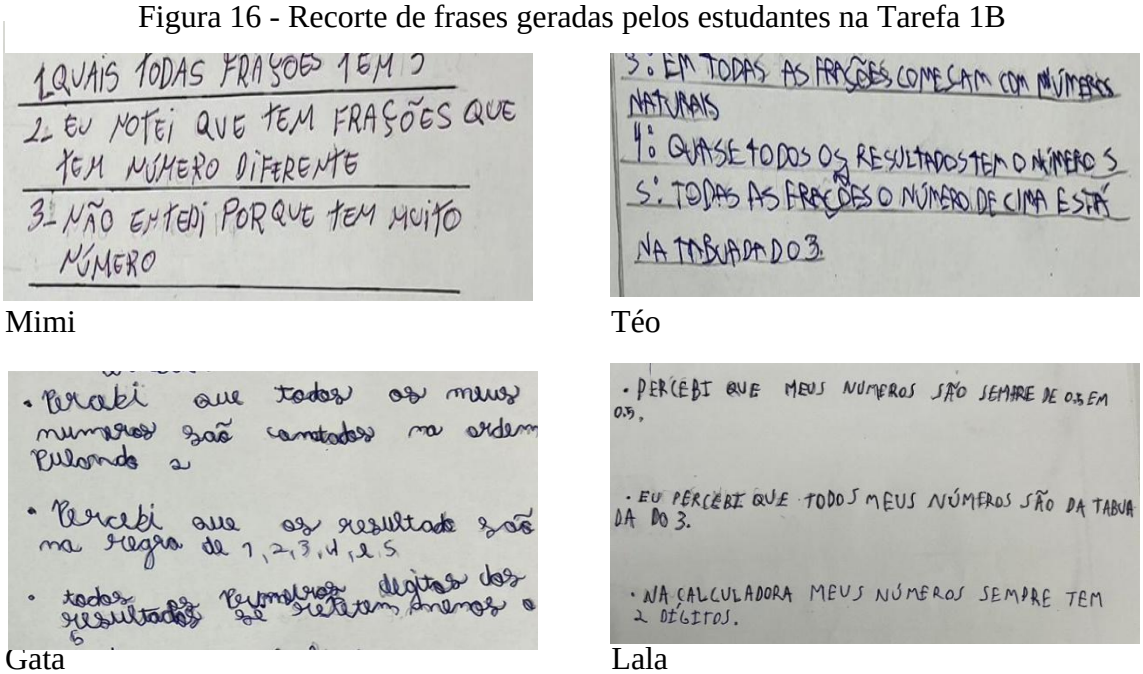
Fonte: Acervo do professor pesquisador

Através das observações das respostas descritas e pergunta oral, detectamos que os estudantes escolheram as frações por meio de sequências numéricas e de forma aleatória.

1º registro das percepções dos estudantes

Ainda no segundo dia de aplicação, no *Encontro 2*, foi pedido para que os participantes analisassem as frações escritas na *Tarefa 1A* anterior por si próprios e as comparasse com as frações escritas pelos integrantes do grupo, e a partir daí, cada estudante deveria escrever até 5 frases sobre suas percepções observadas. A seguir, o registro aleatório de algumas das frases observadas.

Figura 16 - Recorte de frases geradas pelos estudantes na Tarefa 1B



Mimi Téo

Gata Lala

Fonte: Acervo do professor pesquisador

5.3 – Análise dos dados coletados

Análise das percepções iniciais dos estudantes – Tarefa 1B

Nas atividades propostas na *Tarefa 1B* todas as frases foram compiladas na íntegra. Note que ao lado de algumas delas, entre parênteses, há uma explicação ou correção dos termos usados pelos estudantes para facilitar a compreensão do leitor.

Optamos por transcrever as respostas dos alunos na forma original, pois o intuito não é avaliá-los gramaticalmente, mas sim extrair deles, de forma genuína, a percepção sobre o conteúdo apresentado.

Nas observações feitas pelos e pelas estudantes há sempre uma referência sobre a importância do uso da calculadora como recurso para a realização da tarefa, pois esta facilitou a realização das divisões do numerador pelo denominador para obter o resultado.

As considerações feitas pelos estudantes à cerca do uso da calculadora nesta pesquisa corroboram com os resultados da pesquisa feita por Silva (2021), onde em sua pesquisa, convidaram os alunos a externarem suas opiniões sobre o uso da calculadora nas atividades realizadas. A partir da análise das respostas dos alunos, as autoras classificaram o uso da calculadora em cinco categorias, uma delas foi a categoria ***Facilidade***, que surgiu através de frases como *"É fácil para fazer a tarefa", "ajuda a pessoa", "dá a resposta", "é mais rápido"*, ou seja, percepções similares as obtidas pelos estudantes da pesquisa vigente.

> *Kati: "E muito vasso porque tá usando calculadora".* (vasso = fácil).
> *Yaya: "Todos ficaram fasil (sic) porque os grupos usou (sic) calculadora".*
> *Lola: "A gente usou calculadora e ficou mais fácil".*
> *Luna: Eu percebi que na calculadora é mais fácil".*
> *Mimi: "Na calculadora é mais fácil".*

Alguns estudantes fizeram suas observações considerando os dados da proposta como afirma Goku: *"Todas as frações tem o número 6 no denominador".* Mais estudantes se referiram ao denominador sugerido.

> *Gata: "Todos os números tem denominador 6".*
> *Yaya: "Todos são feitos com 6 embaixo".*
> *Lala e Maya: "Percebi que todos os denominador é 6"*
> *Mati: "Quais todas frações tem 6".*

Naju: "Eu percebi que a maioria tem 6".

Ainda considerando os dados da proposta, existem respostas considerando o numerador da fração.

Lala: "Eu percebi que todos os meus números são da tabuada do 3".

Nani: "As frações vão de 3 em 3".

Para elas a fração é um par de números separados por um traço como afirma Silveira et. al. (2024, p. 9) apud Namkung e Fuchs (2019), que dizem em sua pesquisa que ao olharem para o numerador e o denominador de uma fração, os veem como dois números inteiros isolados.

Gata escolheu a sequência 1, 4, 7, 10, ... e notou uma regularidade na parte inteira dos quocientes; e Teo escolheu a sequência 3, 6, 9, 12, ... e percebeu regularidade em seus quocientes. Ao compararmos identificamos que ele possui resultados alternados entre um número inteiro e um decimal exato.

Gata: *"percebi que todos os meus números são começados na ordem pulando 2".*

Teo: "Todos os resultados estão indo de 0,5 em 0,5".

Observações que consideram características globais do resultado como nas respostas de:

Goku_ "Todos os resultados tem um número grande no final do resultado".

Naju: "Eu percebi que a maioria tem 6".

Mick: "Todos os resultados tem pontos".

Anya: "Eu percebi que quase todos termina no 3".

Juju: "Quase todos tem 3".

Algumas observações globais ocorrem devido às características gerais das atividades propostas, como a ocorrência de dízimas periódicas e dos períodos 3 e 6. Por exemplo, *Goku* refere-se às dízimas como *"números grandes no final"*; *Anya* e *Juju* notaram o período *"3"* em seus resultados; já *Naju* observou o período *"6"* em seus resultados.

Observações que consideram a comparação entre os resultados.

Anya: "Eu percebi que nem todos os números tem vírgula".

Lelê: "Nesses 11 o mais difício é $\frac{70}{6}$ *na minha opinião".*

Mati: "Não entendi por que tem vários números e por que todos os números são parecidos".

Luna: "3 resultados foram poucos números".

Ao comparar os resultados das divisões os estudantes perceberam diferentes características. *Anya* nota a ausência da vírgula, ou seja, percebe ao observar os resultados dos colegas do grupo que há resultados que são números inteiros. Provavelmente *Lelê* refere-se à fração $\frac{70}{6}$ como a mais difícil pelo fato de o "70" ter sido o seu maior numerador. *Mati* confunde-se ao detectar a constância dos períodos "3" e "6" e, por fim, *Luna* nota, implicitamente, os decimais exatos expressos pelos resultados das frações 12/6, 9/6 e 3/6 e usa a expressão *"poucos números"*.

Mati se referindo ao resultado em que observa a parte decimal comparada com a parte inteira diz que *"Não entendi por que os números são grandes e iguais".* A sua surpresa revela esta ideia do número decimal como um par de números e fica muito evidente porque ele possui um conjunto com pelo menos 10 frações distintas e alguns dos resultados possuem parte decimal igual. Como assim que isso ocorre?

Notamos também conflitos de interpretação sobre a vírgula, ponto e reticências. Em consequência disso, houve incidência dos termos "números grandes" e "números pequenos" por parte dos estudantes, denotando assim equívocos sobre a magnitude de um número. Por exemplo, Naju escolheu a fração $\frac{27}{6}$ e referiu-se ao quociente 4,5 como "número pequeno" em vista dos outros quocientes obtidos – dízimas periódicas com muitos algarismos – ou seja, o que determina se um número é grande ou pequeno para ela é a quantidade de algarismo, ignorando o significado da vírgula ou ponto. A mesma estudante, em seguida, afirma que o número 6 obtido do quociente $\frac{36}{6}$ é um "número pequeno". Analogamente, Nico ignorou o significado da vírgula ao interpretar o resultado das dízimas periódicas, como por exemplo 0,333... como sendo números maiores que 10.

Naju: "Eu percebi que esse número é pequeno e diferente dos outros".

Naju: "Eu percebi que o 6 é pequeno".

Nico: "Eu percebi que tem números maiores que 10".

Kati: "A maioria tem ponto".

Goku: "Todos os resultados tem um número grande no final do resultado".

Mick: "Todos os resultados tem números pequenos é grades".

Juju: "Tem pouco número pequeno".

Lola: "Fiz frações pequenas e deu números grandes".

Dora: "Os números são bem grandes".

Lelê: "Quase todos os números são enormes".

Provavelmente essas divergências estejam relacionadas com a aprendizagem em sala de aula de que números que possuem mais de 3 dígitos são separados em classes com três ordens e que são separadas por ponto, mas ao usarem calculadora, algumas delas podem apresentar estes valores com a classe do milhar separado por vírgula. De qualquer forma é interessante perceber que os estudantes aplicam conhecimento adquirido em um novo contexto, cabendo ao professor promover uma reflexão sobre tal situação comparando a fração com um número natural e este com o número na sua forma decimal quer seja ela periódica ou não.

Também é possível identificar "um certo desconforto" em relação aos resultados obtidos, pois ora as frações geram resultados inteiros, ora decimal. Identificamos obstáculos em relação aos significados de decimal exato e divisão exata. Gica, por exemplo, se refere ao decimal 2,5, quociente de $\frac{15}{6}$, como sendo um número "quase exato". Entretanto em outro momento ela escolheu a fração $\frac{6}{6} = 1$ e ao ser indagada sobre uma possível contradição ela sustenta que o número mais próximo do exato é 2,5. Acompanhe o diálogo sobre os quocientes $\frac{15}{6} = 2{,}5$ e $\frac{6}{6} = 1$ entre o pesquisador e Gica.

Gica: "Eu percebi que o único número que deu quase o número exato foi $\frac{15}{6}$".

Parece que ela estava se referindo ao 2 ou ao 3. Mas quando questionada pelo

Pesquisador: esse resultado (2,5) foi o mais próximo do exato que você achou?

Gica: sim!

Pesquisador: mas e a fração $\frac{6}{6}$?

Gica: mas essa tem um monte de zero.

Gica referiu-se aos zeros de 1,00..., entendendo que a presença da vírgula, ou o fato de haver números à direita dela, torna o número inexato. Acompanhe outros relatos.

Maya: "Não foi todos os números que terminaram com 3 pontos, ou seja, alguns não foi resultado exato". E também "Percebi que todos os denominadores é 6".

Maya havia escolhido as seguintes frações e suas respectivas representações decimais {19/6 = 3,1666...; 88/6 = 14,666...; 95/6= 15,8333...; 72/6= 12; 32/6= 5,333...; 318/6 = 53; 24/6=4; 21/6=3,5; 77/6 = 12,8333...; 11/6 = 1,8333...} é interessante observar o que lhe chamou a atenção foram aquelas que tinham o algarismo 3 e que ela tomou como referência.

Anya: "Eu percebi que nem todos os números tem vírgula".

Vivi: "Termina com só 1 número".

Os estudantes também observaram que os resultados dependiam das frações escolhidas não só entre aquelas do seu conjunto de escolhas, mas também porque observaram as frações dos seus colegas de grupo e que, portanto, dependendo da fração a parte decimal e periódica eram distintas. Assim como era diferente de algumas frações que estavam associadas ao resultado inteiro, referido por eles como sendo resultado exato, como podemos identificar nas frações escolhidas pelo grupo G1.

Lista de frases e frações

Tabela 12 - Lista de frases e frações escolhidas no 1° registro

FRASES	FRAÇÕES
Maya 1. *"Não foi todos os números que terminaram com 3 pontos, ou seja, alguns não foi resultado exato".*	**Maya** 19/6, 88/6, 95/6, 72/6, 32/6, 318/6, 24/6, 88/6, 21/6, 77/6 e 11/6.
Gabi 1. *"A maioria dos números tem 3".*	**Gabi** 20/6, 320/6, 18/6, 82/6, 39/6, 29/6, 22/6, 19/6, 11/6, 14/6 e 12/6.
Goku 1. *"Todos os resultados tem o número 3".* 2. *"Todos os resultados tem vírgula".* 3. *"Todos os resultados tem um número grande no final do resultado".*	**Goku** 2/6, 5/6, 8/6, 11/6, 14/6, 17/6, 20/6, 23/6, 26/6, 29/6, 32/6 e 35/6.

Outros, fizeram observações considerando os numeradores escolhidos. Ora comparando com a tabuada.

Lala: "Eu percebi que todos os meus números são da tabuada do 3".

Bem como identificamos claramente a ideia da fração como um par de números, Nani diz: *"As frações vão de 3 em 3".* Se referindo ao numerador das frações.

Mesmo quando vemos em seus registros a fração, mas o que nos parece ficar forte é a ideia dos números naturais e a divisão entre eles, conteúdos aprendidos anteriormente.

Ou por características entre os resultados e que obedeciam a sequência das frações escolhidas nos seus dados, como disse Gata: *"percebi que todos os meus números são começados na ordem pulando 3".* As frações escolhidas por ela foram: $\frac{1}{6}, \frac{4}{6}, \frac{7}{6}, \frac{10}{6}, \dots, \frac{31}{6}$.

Enquanto Teo, olha para os seus resultados. *"Todos os resultados estão indo de 0,5 em 0,5"* se referindo à sua escolha que estava relacionada com as frações: $\frac{3}{6}, \frac{9}{6}, \frac{12}{6}, \frac{15}{6}, \dots, \frac{33}{6}$.

Notamos alguns conflitos entre decimal exato e divisão exata, conforme evidenciado no extrato seguinte.

> *Gica_ "Eu percebi que o único número que deu quase o número".*
>
> *Maya_ "Não foi todos os números que terminaram com 3 pontos, ou seja, alguns não foi resultado exato".*
>
> *Anya_ "Eu percebi que nem todos os números tem vírgula".*
>
> *Vivi_ "Termina com só 1 número".*

Diálogo sobre os quocientes $\frac{15}{6} = 2{,}5$ e $\frac{6}{6} = 1$ entre o pesquisador e Gica.

> *Gica_ "Eu percebi que o único número que deu quase o número exato foi* $\frac{15}{6}$".
>
> *Pesquisador: esse resultado (2,5) foi o mais próximo do exato que você achou?*
>
> *Gica: sim!*
>
> *Pesquisador: mas e a fração* $\frac{6}{6}$?
>
> *Gica: mas essa tem um monte de zero.*

Gica se referia aos zeros de 1,00..., entendendo que a presença da vírgula, ou o fato de haver números à direita dela, torna o número inexato.

Findado o tempo de aula, após análise das respostas optamos por agrupar as respostas de outra forma numa tentativa de verificar quais aspectos de suas observações se manteriam e quais novas observações seriam evidenciadas. Assim, nove fichas foram confeccionadas pelo pesquisador cujas frações deveriam ter numeradores agrupados, e assim cada uma delas continha as seguintes informações: "1 a 6; 7 a 12; 13 a 18; 19 a 24; 25 a 30; 31 a 36; 37 a 42; 43 a 48; e 49 a 54".

Tarefa 2A – Escolha de novos sextos e divisão com calculadora

No terceiro dia de aplicação, para introduzir a *Tarefa 2A*, o pesquisador exibiu na lousa da sala de aula algumas sequências de frações que foram escolhidas por determinados grupos nas atividades aplicadas anteriormente. Veja a seguir algumas dessas frações e o respectivo grupo onde ocorreram.

a) Grupo 1 – G1: $\frac{2}{6}, \frac{5}{6}, \frac{8}{6}, \frac{11}{6}, \ldots$

b) Grupo 2 – G2: $\frac{3}{6}, \frac{6}{6}, \frac{9}{6}, \frac{12}{6}, \ldots$

c) Grupo 7 – G7: $\frac{1}{6}, \frac{4}{6}, \frac{7}{6}, \frac{10}{6}, \ldots$

Os estudantes se organizaram em grupos, os mesmos formados para as *Tarefas 1A e 1B*, em seguida o pesquisador enumerou de um a três cada um dos estudantes de cada trio e como "1 e 2" para as duplas.

Foi pedido para que um integrante de cada grupo sorteasse uma das fichas para dar continuidade a atividade. As fichas representam os novos numeradores que os estudantes utilizariam para compor as novas frações na *Tarefa 2A*. Por exemplo, para o trio que tirasse aleatoriamente a ficha *(1 a 6)*, iria explorar o grupo de frações cujo numerador seria os números deste conjunto, ou seja, de {1, 2, 3, 4, 5, 6}. Cada integrante escolheu dois dos números da sequência para ser o numerador e escreveu a fração correspondente com o denominador igual a seis. Cada integrante escolheria dois dos números para escrever a sua fração. E nas duplas cada integrante escolheria três números do seu conjunto para formar as suas frações.

Tarefa 2B – 2° registro das percepções dos estudantes

Após a escolha do numerador, os estudantes vão efetuar a divisão com o uso da calculadora no Chromebook e escrever os resultados na sua forma decimal em suas folhas. Em seguida, ainda

no mesmo grupo, os estudantes compararam suas frações entre si e escreveram 5 frases sobre suas percepções com uma cor de caneta (cor A), configurando assim a *Tarefa 2B*.

Na tabela 15 apresentamos os grupos e a ficha sorteada pelo respectivo representante.

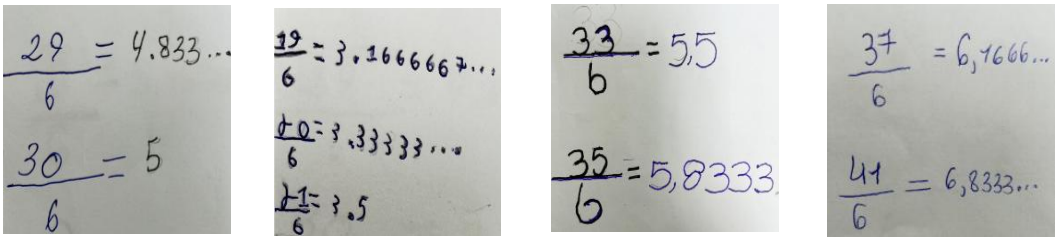
Tabela 13 - Intervalo de numeradores sorteados por grupos

Grupos/Intervalo de numeradores	**Nomes fictícios – Cor (A)**		
G3 – (1 a 6)	Lelê	Juju	Yaya
G2 – (7 a 12)	Gata	Manu	Lala
G6 – (13 a 18)	Naju	Luna	Lola
G8 – (19 a 24)	Vivi	Alim	
G7 – (25 a 30)	Dora	Kati	Mimi
G5 – (31 a 36)	Gica	Nico	Anya
G4 – (37 a 42)	Mick	Goku* | ~~Nani~~	Téo
G1 – (43 a 48)	~~Gabi~~	Mati	Maya

Fonte: Elaborada pelo autor.

[13]A seguir, uma pequena amostra das frações e das frases produzidas pelos estudantes nas *Tarefas 2A e 2B*. Este foi o momento em que eles utilizaram a cor (A) de caneta para realizarem suas anotações.

Figura 17 - Recortes de frações utilizadas pelos estudantes na Tarefa 2A

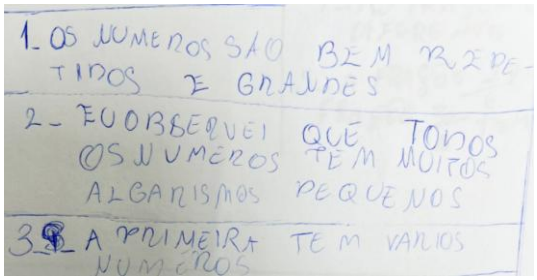


Mimi Vivi Anya Goku

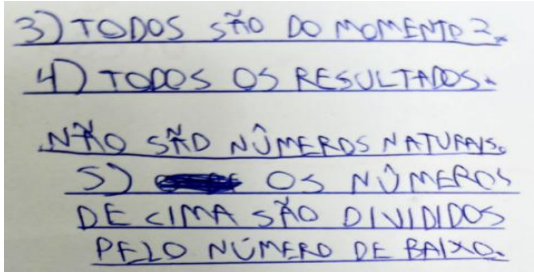
Fonte: Acervo do professor pesquisador

[13] O estudante (Goku*) faltou na primeira formação de grupos, mas foi inserido no lugar de *Nani*, que por sua vez, faltou no dia da segunda formação de grupos. A aluna *Gabi* mudou de escola.

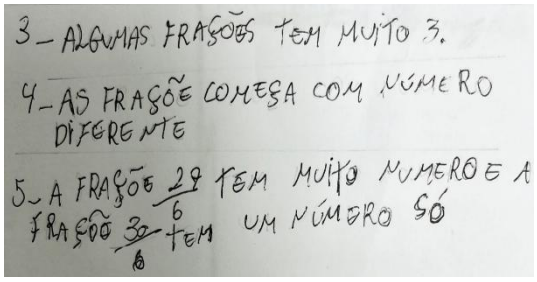
Figura 18 - Recortes de frases geradas pelos estudantes na Tarefa 2B



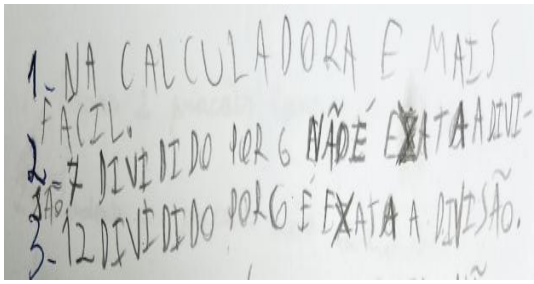
Dora



Téo



Mimi



Lala

Fonte: Acervo do professor pesquisador

Tarefa 3A – Composição dos novos grupos e realização da divisão com algoritmo usual.

No *Encontro 4*, quarto e último dia de aplicação das tarefas, cada estudante (previamente enumerados de 1 a 3), deverá procurar o colega que possui o mesmo número que o seu para formar novos grupos. Por exemplo, os alunos que tiraram o número 1, procurarão alunos de outros grupos que também possuem o número 1, da mesma forma com os números 2 e 3, e assim formar novos trios e duplas de acordo com suas escolhas. Veja a seguir os novos grupos formados pelo critério estabelecido (Tabela 16) e algumas amostras das divisões efetuadas pelo algoritmo usual da divisão (Figura 19).

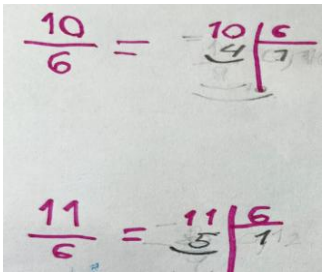
Tabela 14 - Composição de novos grupos

Grupos	**Nomes fictícios – Cor (B)**		
H1	Gica	Yaya	Lala
H2	Vivi	Maya	

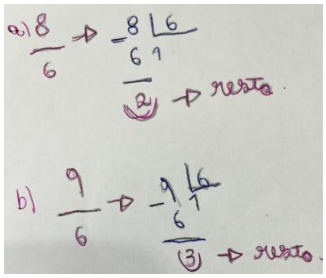
H3	Dora	Lelê	Manu
H4	Goku	Lola	Anya
H5	Téo	Nico	Luna
H6	Juju	Mimi	Gata
H7	Mati	Alim	
H8	Naju	Kati	Mick

Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 19 - Recortes das divisões efetuadas por algoritmo na Tarefa 3A



Manu



Gata

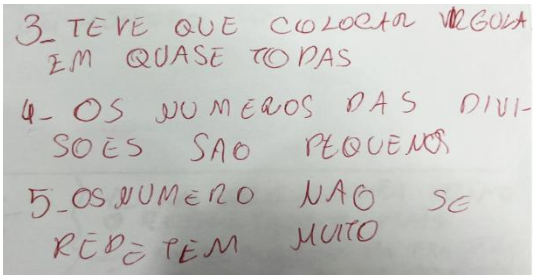
Fonte: Acervo do professor pesquisador

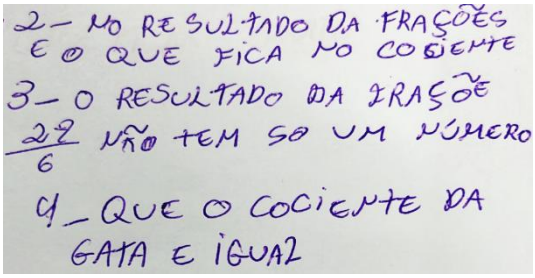
Nota: utilizamos a letra “H” para identificar os novos grupos, pois anteriormente a letra “G” foi utilizada.

Tarefa 3B – 3° registro das percepções dos estudantes

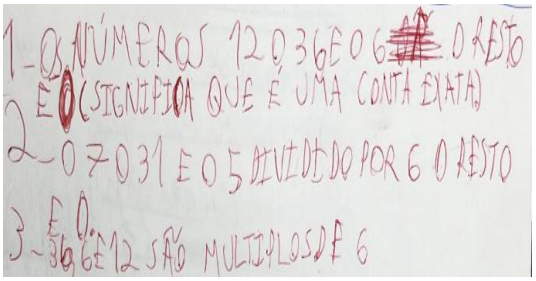
Agora levando em consideração a nova organização apresentada pelo professor pesquisador, os integrantes dos novos grupos devem comparar as respostas entre si e escrever 5 frases sobre suas percepções, mas dessa vez com uma cor de caneta diferente (cor B). A seguir, uma pequena amostra das novas frases produzidas pelos alunos, dessa vez eles utilizaram uma cor de caneta diferente da primeira, ou seja, a cor (B).

Figura 20 - Recortes de frases geradas pelos estudantes na Tarefa 3B

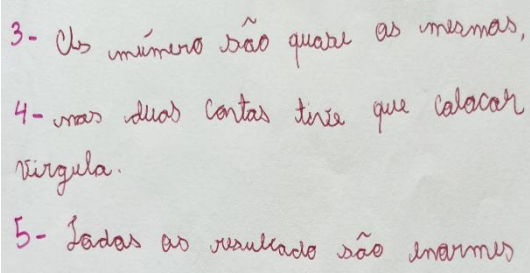




Dora



Mimi



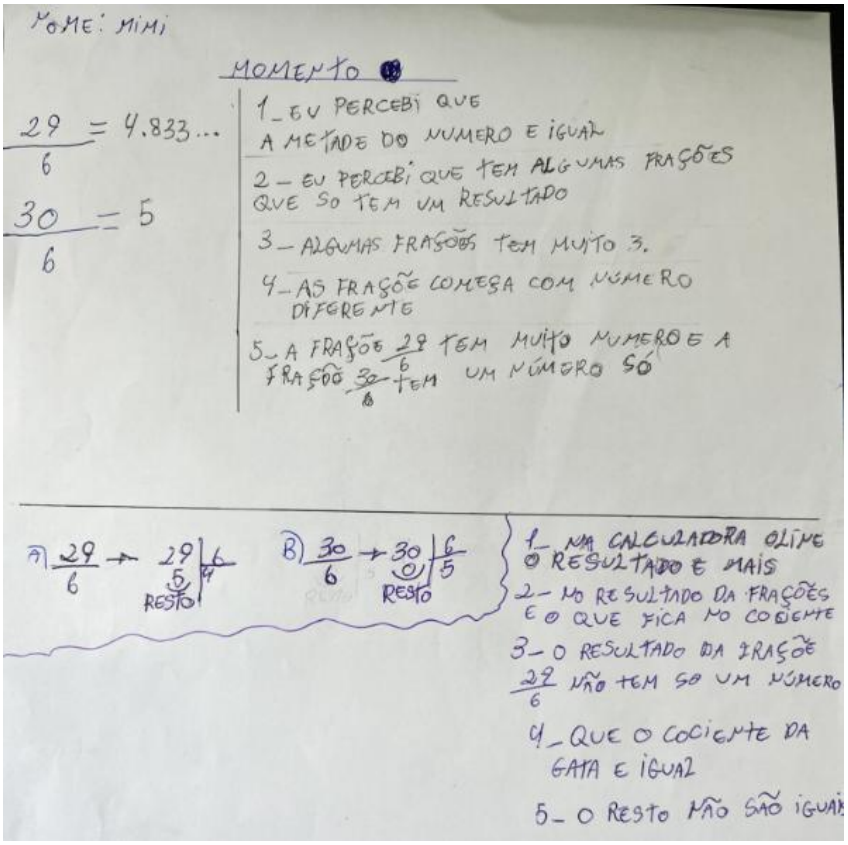
Lala

Lelê

Fonte: Acervo do professor pesquisador

A seguir, na figura 21, um exemplo na íntegra de como as frases (II) e (III), escritas com cores diferentes (cor A) e (cor B), foram coletadas.

Figura 21 - Exemplo de coleta de um estudante das Tarefas 3A e 3B



Fonte: Acervo do professor pesquisador

Por fim, segue a tabela 17 de dados brutos explicitando a organização do autor para analisar as frases escritas nas *Tarefas 2B e 3B*. Foi criada uma tabela para cada grupo. Note que as frases

dos estudantes estão em duas cores: preto, representando a (cor A) na *Tarefa 2B* e azul, representando a (cor B) referente à *Tarefa 3B.*

Tabela 15 - Amostra de dados brutos

Grupo H1: Gica, Yaya e Lala	
H1 – Gica $\left(\frac{31}{6} = 5{,}166666667; \frac{36}{6} = 6\right)$	
1- "Eu percebi que o número 36/6 teve o resultado exato". *2- "Eu percebi que os números (33, 35, 32, 34, 31) não tem resultado exato".* *3- "Eu percebi que os resultados são aleatórios".*	*1- "Percebi que o número 5:6* (algoritmo da divisão) *não da exato e tem que a crescentar o 0.* (fez o algoritmo da divisão novamente acrescentando o "0" no dividendo, formando 50, e acrescentou outro "0" no quociente). *2- "Percebi que o resultado* 5:6 (algoritmo da divisão) *é igual a* $\frac{5}{6}$. (A estudante teve o mesmo raciocínio para as divisões de 31:6 e 7:6). *3- "Achei muito legal".*
H1 – Yaya $\left(\frac{5}{6} = 0{,}8333\ldots; \frac{6}{6} = 1\right)$	
1- "Foi muito fasil porque usamos as calculadora do computados". *2- "Todas as frações e com 6 embaixo".* *3- "Uma das minhas frações foi so com um de resposta".* (Referiu-se ao 6/6). *4- "A última fração foi com muitos números".* (Referiu-se a dízima 0,8333...). *5- "Para fasilita agente coloca tipo 0,33333. Agente coloca assim ó: 0,33... fasilita muito".*	*1 – "O da Gica deu o mesmo resto que o meu foi 0".* (A estudante Gica efetuou a divisão 36:6). *2 "O resto delas são igual e 1, 1, 2 so eu que deu 2".* *3 "Eu achei interessante o da Lala porque o 6 por 7 da 1 eu achei interessante porque achei que ia da 0 ou 2 mas deu 1".* *4 "O da Gica tinha ficado esquisito* (a estudante desenhou o algoritmo usual dividindo 36:6) *eu só achei isso interessante porque ficou igual".*
H1 – Lala $\left(\frac{7}{6} = 1{,}1666\ldots; \frac{12}{6} = 2\right)$	
1- "Na calculadora e mais fácil". *2- "7 dividido por 6 não é exata a divisão".* *3- "12 dividido por 6 é exata a divisão".* *4- "O 12 é múltiplo de 6".*	*1- "Os números 12 o 36 e o 6 o resto é 0 (significa que é uma conta exata)".* *2- "36, 6 e 12 são múltiplos de 6".* *3- "7:6 e igual a 1".* *4- "5:6 é igual a 0,8".* A estudante utilizou o algoritmo usual da divisão para escrever 7:6 e 5:6.

Fonte: Elaborada pelo autor.

Análise das percepções subsequentes dos estudantes – Tarefa 2B

As percepções dos estudantes na *Tarefa 2B*, onde eles determinaram as primeiras frações por meio das fichas, foram semelhantes às analisadas na *Tarefa 1B*. Transcritas na primeira coluna pela cor preta (cor A), os olhares dos estudantes novamente se voltaram para tópicos como (a) A importância do uso da calculadora como recurso; (b) Consideração sobre os dados da proposta; (c) Regularidade nos quocientes obtidos; (d) Observações sobre características globais; (e) Características gerais como ocorrência de dízimas e identificação de períodos; (f) Conflitos de interpretação sobre a vírgula, ponto e reticências; e (g) Extensão do número decimal. A seguir, algumas frases que evidenciam esta percepção.

(a) A importância da calculadora como recurso

H1 – Yaya: "Foi muito fasil porque usamos as calculadora do computados".

H1 – Lala: "Na calculadora e mais fácil".

(b) Consideração sobre os dados da proposta

H8 – Naju: "Eu percebi que os denominadores são todos iguais...".

H5 – Téo: "Os números de cima são divididos pelo número de baixo".

H1 – Yaya: "Todas as frações e com 6 embaixo".

(c) Regularidade nos quocientes obtidos

H2 – Maya: "Todas as minhas frações começou com 7".

H3 – Lelê: "Essas duas frações começam com 0".

H4 – Goku: "Todos começa por 6".

H8 – Kati: "Começa com 4 mesmo numero".

Os quatro estudantes acima referiram-se a parte inteira de seus quocientes obtidos. Para melhor visualização, consulte a tabela X contendo as divisões dos alunos.

(d) Observações sobre características globais

H4 – Goku: "Todos tem o mesmos três ultimos numero".

H5 – Téo: "Todos os resultados não são números naturais".

Ao observar seus números decimais, Goku equivocadamente generalizou sua percepção sobre o período das dízimas ao citar que os últimos três números se repetem. Se ele tivesse se atentado às divisões de $H4 - Anya$, perceberia que ela obteve um decimal exato por meio da fração $\frac{33}{6} = 3{,}5$. Por outro lado, Téo, ao observar as resoluções de seu grupo, concluiu corretamente que não havia número Natural nos resultados obtidos.

(e) Características como ocorrência de dízimas e identificação de períodos.

> *H8 – Kati: "Eu vir que tem numero repetido".*
>
> *H3 – Manu: "Um resultado tem o número 3 e o outro tem o número 6".*

Kati referiu-se a presença dos períodos obtidos ao dizer que há muitos números repetidos. Já Manu, diante de alguns números ocorridos, citou justamente os períodos 3 e 6 obtidos nas divisões em seu grupo.

(f) conflitos de interpretação sobre a vírgula, ponto e reticências.

> *H3 – Lelê: "Em uma dessas frações teve que colocar '...' ".*
>
> *H1 – Yaya: "Para fasilita agente coloca tipo 0,33333. Agente coloca assim ó: 0,33... fasilita muito".*

(g) Extensão do número decimal

> *H3 – Dora: "A primeira tem muitos números e a outra tem poucos números".* $\left(\frac{28}{6} = 4{,}6666666667; \frac{27}{6} = 4{,}5\right)$.
>
> *H6 – Mimi: "A fração 29/6 tem muito numero e a fração 30/6 tem um número só".*
>
> *H7 – Mati: "As frações são pequenas algumas são grande".* $\left(\frac{43}{6} = 7{,}16; \frac{47}{6} = 7{,}83; e\, \frac{48}{6} = 8{,}000\right)$.

Análise das percepções finais dos estudantes – Tarefa 3B

Dando prosseguimento ao *Encontro 4*, as frases na *Tarefa 3B* foram transcritas na segunda coluna pela cor azul (cor B). Os estudantes tiveram novas percepções a partir da nova tarefa. Dessa vez, os olhares dos estudantes voltaram-se para (a) Padrões no resto; (b) Considerações sobre quociente ou resultado; (c) Conflitos entre resto, quociente e parte periódica; e (d) Limitações da calculadora. A seguir alguns relatos que evidenciam essas percepções.

(a) Padrões no resto

> *H1 – Lala: "Os números 12 o 36 e o 6 o resto é 0 (significa que é uma conta exata)".*
>
> *H3 – Manu: "O resto das divisões são 4 e 5".*
>
> *H5 – Téo: "Alguns restos são iguais".*
>
> *H6 – Mimi: "O resto não são iguais".*
>
> *H8 – Kati: "Resto diferente".*

Apesar de esses estudantes terem notado alguns padrões nos restos, apenas a estudante Lala fez alguma correlação sobre ele: a divisão exata. Fica nítido que essa estudante compreende bem que quando o resto é zero, a divisão é exata, não gerando assim um número decimal. Já os outros estudantes tiveram percepções pontuais que se resume aos restos serem iguais ou diferentes um dos outros.

(b) Considerações sobre o quociente ou resultado

> *H6 – Mimi: "No resultado das frações e o que fica no cociente".*
>
> *H6 – Mimi:* "Que o cociente da Gata e igual 2".
>
> *H4 – Goku: "Os resultado de um do meu grupo termina com 3 e 5".*
>
> *H4 – Anya: "Os resultados das contas estão dando 5 e na calculadora também".*
>
> *H2 – Maya:* "Todos foram com 7 a resposta".
>
> *H1 – Gica: "Percebi que o resultado* 5:6 (algoritmo da divisão) *é igual a* $\frac{5}{6}$.

As observações sobre quociente (ou resultados) agregam contradições. Por exemplo, em um primeiro momento Mimi diz que *"O resultado das frações fica no quociente",* a estudante fez a conexão entre o resultado obtido na calculadora e o obtido na divisão usual, o que inicialmente estaria correto. No entanto, em seguida Mimi afirma que "o quociente de *H6 – Gata* é igual a 2", sendo que os números obtidos por Gata foram $\left(\frac{8}{6} = 1{,}33333; \frac{9}{6} = 1{,}5\right)$, o que é contraditório. Uma possibilidade é que Mimi tenha se confundido com um dos restos da divisão feita por Gata (8:6) que deixa resto 2.

Goku e Anya, ambos do grupo *H4*, referiram-se corretamente ao quociente como resultado, porém Goku inclui a dízima ao se referir ao resultado: *"Os resultados do meu grupo terminam com 3 e 5".* Ele faz menção aos resultados obtidos por Anya por meio das frações $\left(\frac{33}{6} = 5{,}5; \frac{35}{5} = 5{,}8333\right)$. Já *H4 – Anya* e *H2 – Maya*, consideram apenas a parte inteira do número decimal como resultado em seus cálculos sendo que ambos, tanto da divisão na calculadora quanto pelo algoritmo usual, estavam representados na mesma folha: Anya: *"Os resultados das contas estão dando 5 e na calculadora também".* Maya: "*Todos foram com 7 a resposta"*. Divisões de Maya*:* $\left(\frac{44}{6} = 7{,}33333 \ldots; \frac{45}{6} = 7{,}5; \frac{46}{6} = 7{,}666 \ldots\right)$. Ou seja, alguns estudantes dão mais ênfase à parte inteira dos resultados ou quocientes. Por um lado, a tarefa pedia para que a divisão usual terminasse no resto, ou seja, não houve a continuidade do algoritmo para determinar a parte decimal, por outro lado, essa mesma divisão já havia sido feita na calculadora e estava na mesma folha contendo a parte decimal, logo entendemos que os alunos não se atentaram que o quociente obtido na divisão usual era deveria ser o mesmo do realizado anteriormente com a calculadora.

Para finalizar este tópico, Gica fez a conexão entre significado de quociente da fração e a divisão usual ao afirmar que *"Percebi que o resultado* 5:6 (algoritmo da divisão) *é igual a* $\frac{5}{6}$*".*

(c) Conflitos entre resto, quociente e parte periódica

> *H2 – Maya: "Todos os restos são 3 (Vivi)".*
>
> *H4 – Anya: "O resto é igual o da calculadora".*
>
> *H6 – Mimi: "No resultado das frações e o que fica no cociente".*
>
> *H6 – Mimi: "Que o cociente da Gata e igual 2".*

Maya afirma que *"Todos os restos de Vivi são 3",* no entanto ao observar os números escolhidos por Vivi $\left(\frac{19}{6} = 3{,}1666667 \ldots; \frac{20}{6} = 3{,}33333 \ldots; \frac{21}{6} = 3{,}5\right)$, percebemos o algarismo 3 na parte inteira do quociente, ou seja, suspeitamos que Maya trocou o resto pela parte inteira do quociente. Anya cometeu um erro análogo ao dizer que *"O resto de suas divisões são iguais aos da calculadora"*, pois seus números foram $\left(\frac{33}{6} = 5{,}5; \frac{35}{6} = 5{,}8333\right)$, portanto os seus restos foram 3 (de 33 : 6) e 5 (de 35 : 6). Daí, concluímos que a estudante entende como "resto" a parte decimal exata "5" e a parte periódica "3".

Mimi, inicialmente mostra compreender bem o significado de quociente ao dizer que *"O resultado das frações é o que fica no quociente"*, no entanto averiguando sua frase seguinte, *"Que o quociente da Gata é igual a 2",* percebemos equívocos, pois as divisões de *H6 – Gata* foram $\left(\frac{8}{6} = 1{,}33333; \frac{9}{6} = 1{,}5\right)$, o que mostra que seus quocientes não são iguais a 2. Desconfiamos que Mimi confundiu-se ao observar o resto da divisão (8 : 6) de Gata, que é exatamente 2 e, com isso, houve a troca de "resto" por "quociente".

(d) Limitações da calculadora

H6 – Juju: "Na calculadora o resto é diferente".

H6 – Gata: "A calculadora não mostra o resto".

A estudante Juju representou suas divisões na calculadora da seguinte forma: $\left(\frac{1}{6} = 16 \ldots; \frac{2}{6} = 33 \ldots\right)$, ou seja, com erro nos resultados. O correto seria, 1/6 = 0,1666... e 2/6 = 0,333.... Acreditamos que o erro de cálculo dessa estudante se deu por interpretar os dois primeiros números da parte decimal como quociente.

Além disso, presumimos que Juju também interpretou o resto como sendo a parte final do número decimal, ou seja, como "o que sobra", pois ao dizer que *"Na calculadora o resto é diferente"* ela compara pelo menos duas situações, sendo que na atividade não houve exibição de resto na calculadora. De acordo com Soppelsa (2016), em se tratando de multiplicação e divisão, a aprendizagem escolar prioriza o ensino de algoritmos em vista da abordagem da conceitual. Segundo Sobrinho (2021), a ideia de um número que representa a sobra ser chamado de resto contribui para que o estudante internalize em sua estrutura cognitiva algo sem relevância.

Sustentados por essa ideia, justificamos o raciocínio de Juju ao interpretar o resto como simplesmente a parte final da dízima.

Algumas considerações sobre as percepções dos estudantes

Ao findar a *Tarefa 3B* presumimos que os estudantes fariam associações dos restos encontrados nas divisões com a parte decimal de cada número. O intuito das tarefas foi criar meios que os oportunizasse a visualizar esses padrões, no entanto isso não ocorreu.

Os padrões detectados pelos alunos entre si em relação ao resto ficaram restritos a se os restos eram iguais, diferentes ou a algum resto pontual, por exemplo o apontamento de um número ou outro sendo o resto. Outro assunto recorrente na análise foi quanto aos resultados obtidos nas divisões, verificamos que os estudantes deram mais importância a parte inteira do resultado do número decimal encontrado do que a dízima. Alguns não compreenderam que o quociente realizado na *Tarefa 2B* era o mesmo da *Tarefa 3B* e, portanto, consideraram apenas a parte inteira na segunda divisão como quociente. Outros apontaram o resto como quociente. Um estudante notou que uma fração a/b possui o mesmo significado que a divisão usual de (a : b). Por fim, alguns alunos interpretaram a parte periódica da dízima como o resto da divisão. Suspeitamos que essa percepção equivocada seja devido a associação do termo resto com o que “o que sobra” ou “o que está no final”, sem nenhuma conexão com o resto contido no algoritmo da divisão.

Portanto, não chegamos à conclusão que esperávamos sobre a assimilação dos estudantes dos padrões à cerca dos números decimais gerados pelas frações com denominador 6, apesar de oportunizarmos por meio da *Tarefa 3B,* no *Encontro 4.* Entretanto, foi possível identificar aspectos que evidenciaram a necessidade de novos estudos a saber: (a) Conflitos entre resto e quociente; (b) A relevância da parte inteira de sobre a estrutura de um número decimal; (c) O resto compreendido como a parte periódica da dízima; (d) O resto como sendo irrelevante; e (e) Obstáculos no algoritmo de Euclides da divisão.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Baseando-se nos livros explorados nessa pesquisa e nas análises aqui consideradas, observamos que há mais semelhanças do que diferenças entre os exemplares didáticos do 5° e do 6° ano, sendo as diferenças percebidas em alguns aspectos gerais como a divisão do número de capítulos por unidade, organização de unidades por bimestre e fluidez dos sumários, constatados na *análise geral* – capítulo 3.

Quanto às semelhanças, nos aspectos gerais destacamos as aberturas de unidades, que quase sempre são iniciadas com uma página dupla contendo imagens, textos, tabelas e gráficos informativos, e a variabilidade de atividades, que por sua vez são distribuídas por meio de temáticas diferentes, indo desde as mais tradicionais até àquelas que utilizam material manipulável e calculadora. Na *análise de conteúdo específico,* destacamos o uso frequente do quadro de ordens para efetuar as operações, a aparição esporádica e sem contextualização de Números Decimais antes das unidades que lhe dizem respeito, o uso da calculadora e o contexto monetário como temática central de abordagem dos Números Decimais.

Para avaliar de que forma os estudantes classificam e identificam os Números Decimais, recorremos à pesquisa de campo onde por meio das tarefas dos *sextos* (divisão de um numerador por um denominador 6 com calculadora), a partir do Número Decimal obtido pelo resultado da divisão, oportunizamos aos participantes da pesquisa a estabelecer padrões sobre a estrutura geral desse número, isto é, parte inteira e parte decimal periódica ou exata. Por intermédio das tarefas também detectamos que os estudantes tiveram dificuldades em compreender e identificar o resto e o quociente, ou seja, elementos do algoritmo da divisão. Apesar de não satisfazerem as hipóteses consideradas, detectamos outros aspectos relevantes percebidos pelos estudantes, foram eles: (a) Conflitos entre resto e quociente; (b) A relevância da parte inteira de sobre a estrutura de um número decimal; (c) O resto compreendido como a parte periódica da dízima; (d) O resto como sendo irrelevante; e (e) Obstáculos no algoritmo de Euclides da divisão.

Mediante a intervenção dos estudantes, encontramos em suas percepções lacunas sobre os Números Decimais que sequer foram previstas na hipótese dessa pesquisa. Por meio do produto desta dissertação, oportunizamos aos estudantes a desenvolver de forma lúdica tais assuntos concernentes a tais obstáculos. Por fim, diante do exposto, saio modificado desse trabalho de pesquisa, compreendendo que a qualidade da abordagem de um conteúdo matemático está associada a estrutura que o compõe, no caso dessa pesquisa o currículo, o livro didático e a

calculadora. Sugerimos que novas pesquisas sejam realizadas envolvendo tanto a transformação das frações em números decimais quanto em aspectos envolvendo a relação entre o quociente, o resto e os números decimais.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BATISTA V., Cleiton; BELFORT, Elizabeth: *"Diferentes significados de um mesmo conceito: o caso das frações" que faz parte da programação do Salto para o Futuro, da TV Escola, na série "Discutindo Práticas em Matemática"*, exibido pela primeira vez pela TV Escola na semana que se iniciou em 28 de agosto de 2006). Disponível em <https://docplayer.com.br/44291462-Pgm-1-conceito-ou-procedimento-alguns-caminhos-elizabeth-belfort-ana-teresa-de-carvalho-correa-de-oliveira-e-monica-mandarino.html>. Acesso em 18/09/2023.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Fundamental, 1997. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>. Acesso em 22/04/2023.

Brunner. S. J. O processo da educação. 8. Ed. São Paulo: Companhia Editorial Nacional, 1987.

CARAÇA, Bento. Conceitos Fundamentais da Matemática. 1 ed. Lisboa, Gráfica Brás Monteiro Ltda, 1951. Disponível em <http://im.ufrj.br/~nedir/disciplinas-Pagina/Caraca_ConceitosFundamentais.pdf>. Acesso em 02/04/2023.

CONCEIÇÃO, D.; AZEVEDO, R. N.; SILVA, S. A F. Dificuldades observadas em operações com números decimais. III Jornada de Iniciação à Docência, Espírito Santo, v. 1, n. 1, p. 1 – 6, set. 2012. Disponível em <https://pibidmatematica.wordpress.com/page/4/>. Acesso em 01/04/2023.

CUNHA, M. B. Para saber mais: fontes de informação em ciência e tecnologia. Brasília: Briquet de Lemos/Livros, 2001. 168p.
Dicionário Etimológico. Disponível em <https://www.dicionarioetimologico.com.br/busca/?q=matem%C3%A1tica>. Acesso em 31/03/2023.

ENEM, 12, 2016, São Paulo. *Anais...* Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2016. Disponível em <http://www.sbembrasil.org.br/enem2016/anais/>. Acesso em 13/04/2023.

GAY, M. R. G.; SILVA, W. R.; **Araribá mais Matemática 6° ano.** 1 ed. São Paulo: Moderna, 2018. 312p.

GODOY, Arilda Schmidt (1995). Introdução à pesquisa qualitativa e suas possibilidades: Uma revisão histórica dos principais autores e obras que refletem esta metodologia de pesquisa em Ciências Sociais. v. 35, n. 2, p. 57 – 63, 1995. Disponível em <https://www.scielo.br/j/rae/a/wf9CgwXVjpLFVgpwNkCgnnC/?format=pdf&lang=pt>. Acesso em 02/04/2023.

IFRAH, Georges. Os Números: a história de uma grande invenção. 11 ed. São Paulo, Editora Globo S. A., 2013. 368p.

JAHN, A. P.; SILVA, M. J. F.; SILVA, M. C. L.; CAMPOS, T. M. M. Lógica das equivalências. In: 22ª. Reunião anual da Anped – Associação Nacional de Pós-graduação e Pesquisa em Educação, 1999, Caxambu/MG. 22ª. Reunião Anual da Anped. Diversidade e Desigualdade –

Desafios para a Educação na fronteira do século. São Paulo: SDF informática, 1999. V. único. P. 1-21. Disponível em <http://www.ufrrj.br/emanped/paginas/conteudo_producoes/docs_22/logica_equivalencias.pdf>. Acesso em 02/04/2023.

JÚNIOR, J. R. G.; CASTRUCCI, B. **A conquista da Matemática: 6° ano.** 4. ed. São Paulo: FTD. 2018. 288p.

KIEREN, E. T. On the mathematical, cognitive, and instructional foundations of rational
MEC, 2023. Disponível em <http://portal.mec.gov.br/pibid>. Acesso em 07/01/2023.
MEC, 2023. Disponível em <https://acessounico.mec.gov.br/sisu>. Acesso em 06/01/2023.

KINDEL, Dora Soraia. Discutindo os Racionais na 7ª série visando a noção de Densidade. Mestrado em Educação Matemática da Universidade Santa Úrsula do Rio de Janeiro. Dissertação de Mestrado, Rio de Janeiro, 1998.

KINDEL, Dora Soraia. Um Ambiente Colaborativo a Distância: Licenciandos Dialogando sobre os Infinitos. Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Bandeirante de São Paulo Tese de Doutorado, São Paulo, 2012.

MOREIRA, P. C.; FERREIRA, M. C. C.; A Teoria dos Subconstrutos e o Número Racional como Operador: das estruturas algébricas às cognitivas. *Boletim de Educação Matemática, vol. 21, núm. 31, pp. 103-127, 2008.* Disponível em <https://www.redalyc.org/pdf/2912/291221883007.pdf>. Acesso em 22/06/2023.

MOREIRA, P. O Conhecimento Matemático do Professor: Formação na Licenciatura e Prática Docente na Escola Básica. Virtual Books. 2004. Disponível em <https://repositorio.ufmg.br/bitstream/1843/EABA-6ABMUH/1/2000000078.pdf>. Acesso em 02/04/2023.
Numbers. Number and measurement: papers from a research workshop, Columbus, 1976. 101 a 144. Disponível em <https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED120027.pdf>. Acesso em 22/06/2023.

PIBID Matemática IFES: III Jornada de Iniciação à Docência realizado no Campus Vitória. *Dificuldades observadas em operações com números decimais* – Denis Conceição Raimundo Nonato de Azevedo; Sandra Aparecida Fraga da Silva. Disponível em https://pibidmatematica.wordpress.com/page/4/. Acesso em 18/09/2023.

Randolph, Justus (2009). A Guide to Writing the Dissertation Literature Review. *Practical Assessment, Research & Evaluation*, 14(13). Available online: <http://pareonline.net/getvn.asp?v=14&n=13>. Acesso em 10/12/2022.

REAME, Eliane. **Ligamundo: matemática 5° ano.** 1 ed. São Paulo: Editora Saraiva. 2017. 272p.

RIPOLL, C. Mal ditas Frases Encontradas em Livros Didáticos de Matemática para a Escola Básica. 2013. Disponível em <https://www.yumpu.com/pt/document/read/12746975/mal-ditas-frases-encontradas-em-livros-didaticos-de-matematica-para->. Acesso em 02/04/2023.

SALGADO, Erik Beliene. O uso da calculadora como instrumento de investigação acerca dos números decimais. o Programa de Pós-Graduação em Matemática do Departamento de Matemática da PUC-Rio. Dissertação de Mestrado, Rio de Janeiro, 2020. Disponível em < https://sucupira-legado.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=9626149>. Acesso em 14/10/2022.

SILVA, Alice et al. Calculadora, Padrão Matemático e o Sistema de Numeração Decimal: atividade para anos iniciais. **Educação Matemática em Revista**, Brasília, v. 26, n. 72, p.76 - 88, jul./set. 2021. Disponível em <https://www.sbembrasil.org.br/periodicos/index.php/emr/article/view/2498/2037>. Acesso em 09/10/2024.

SILVEIRA, Ênio. **AR: Aprender e Relacionar. Matemática 5° ano.** 1. ed. São Paulo: Moderna. 2017. 264p.

SILVEIRA, Everaldo et al. Estudo de Frações: superficialidades, parcialidades ou equívocos. **Bolema,** Rio Claro (SP), v. 38, e230100, p. 1 – 23, 2024. Disponível em < https://www.scielo.br/j/bolema/a/PppNxcM4KPMxZ36qVKtQjLq/?format=pdf&lang=pt>. Acesso em 18/09/2024.

SOBRINHO, Jairomar. Divisão de números naturais: Um olhar para o resto. **The Journal of Engineering and Exact Sciences – jCEC,** Viçosa-MG, v. 07, n. 01, p. 1 – 9, 2021. Disponível em < https://periodicos.ufv.br/jcec/article/view/11970>. Acesso em 10/10/2024.

SOPPELSA, Janete. Divisão Euclidiana: um olhar para o resto. **Ebrapem,** Curitiba-PR, p. 1 – 12, 2016. Disponível em < http://www.ebrapem2016.ufpr.br/wp-content/uploads/2016/04/gd2_Janete_Soppelsa.pdf>. Acesso em 10/10/2024.

TRINDADE, Sthehanie. Análise das propriedades dos conjuntos numéricos e operações identificadas em livros didáticos do ensino fundamental. 2017. Disponível em <https://cursos.unipampa.edu.br/cursos/cienciasexatas/files/2018/01/tcc_stephaniesilvatrindade.pdf>. Acesso em 02/04/2023.

YIN, Robert K. Tradução: Daniel Bueno; revisão técnica: Dirceu da Silva. Pesquisa qualitativa do início ao fim. 1 ed. Porto Alegre, Penso, 2016. 336p.

PRODUTO EDUCACIONAL

Os Sextos no Sexto ano:

em busca de regularidades com o uso da calculadora

Tiago Campos de Aguiar
Dora Soraia Kindel

Sumário

01. Introdução 6
02. Referencial Teórico 8
03. Público e objetivos 9
04. Tarefas usando calculadora 10
05. Orientações e aspectos gerais do Decimaze 12
Referências 20
Anexo 1 21

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 1 - Ficha para o jogo Decimaze.....13
Tabela 2 - Exemplo de ficha preenchida para o jogo Decimaze no Nível - Dupla1 15
Tabela 3 - Exemplo de ficha preenchida para o jogo Decimaze no Nível 1 - Dupla 2 ...15
Tabela 4 - Exemplo de ficha preenchida para o jogo Decimaze no Nível 2 - Dupla 1 ...18
Tabela 5 - Exemplo de ficha preenchida para o jogo Decimaze no Nível 2 - Dupla 2 ...18

APRESENTAÇÃO

O presente guia didático se constitui no produto resultante de uma dissertação de Mestrado Profissional e tem como objetivo compartilhar com professores da Educação Básica um conjunto de tarefas para a introdução e desenvolvimento da soma de números decimais. O objetivo é contribuir com práticas e abordagens diferenciadas no Ensino dos Números Racionais em sua Representação Decimal na sala de aula, colaborando assim para a formação continuada do Professor e as novas perspectivas para o Ensino de Matemática. Este material é constituído por um guia didático que traz orientações a respeito do Jogo Decimaze. Criado pelo autor dessa pesquisa, o jogo possui como eixo central o tema Números Racionais em sua Representação Decimal, em particular está voltado para a adição e subtração de números decimais exatos.

01. Introdução

Encontrar estratégias de aprendizagem que diminuam a distância entre o estudante e contextos matemáticos abordados na sala de aula é certamente um grande desafio para educadores dessa ciência.

Em nove anos de docência, lecionando matemática para todas as séries dos Ensinos Fundamental II e Médio, deparei-me com os diversos obstáculos enfrentados pelos alunos em relação aos números racionais, tanto em sua representação fracionária quanto na sua forma decimal.

Levando em consideração o 4° e 5° anos do Ensino Fundamental anos iniciais, anos em que os números decimais são introduzidos de acordo com os PCN, percebi que os estudantes chegavam ao 6° ano compreendendo pouco os significados que as frações podem assumir, em particular a sua representação decimal.

Diante do exposto, nossa pesquisa partiu da ideia de compreendermos melhor de que forma os estudantes transitavam entre

as duas formas de representação. Ou seja, transformação de fração ordinária em número decimal e buscamos identificar também que critérios usariam para classificar as diferentes representações decimais, a saber: números inteiros, decimal exato, dízima periódica simples e composta ao analisar as transformações dos sextos em números decimais.

A partir daí, buscamos elaborar um roteiro de tarefas usando calculadora e um jogo didático envolvendo operações com números decimais.

Origem do jogo

A ideia do jogo surgiu a partir das análises de livros do 4º ao 6º ano e termos identificado ilustrações dos quadros de ordens para números decimais no desenvolvimento de suas operações.

Diante disso, pensamos nas possibilidades que viabilizavam utilizá-lo de forma a favorecer a aprendizagem do discente quanto as operações com números decimais, sobretudo a adição. A ideia inicial foi criada através de rascunhos e muita imaginação.

Após alguns esboços, notamos que o jogo, ainda em desenvolvimento, necessitava de ajustes e, por isso, baseado no argumento de Yin (2016, p. 120) sobre trabalho de campo, onde o autor afirma que "o trabalho de campo exige estabelecer e manter relações genuínas com outras pessoas e ser capaz de dialogar confortavelmente com elas", procuramos dialogar sobre aspectos do jogo pretendido com estudantes do Ensino Médio pertencentes a 1ª e 2ª séries e com uma graduanda em Matemática que à época estagiava em uma das unidades de ensino em que leciono.

Mesmo não pretendendo aplicar o jogo para discentes do Ensino Médio, decidi consultá-los, pois além de possuírem mais idade em relação a estudantes de 5° e 6° anos (onde pretendemos aplicar o jogo), eles possuem mais experiências em se tratando de "jogo", além disso,

acreditamos estar permeando em um ambiente pertencente à rotina desses estudantes. Apoiados em Yin (2016), uma vez que o campo se trata de um ambiente da vida real dos sujeitos, significa que estamos entrando no espaço, no tempo e nas relações sociais deles.

O nome "DECIMAZE" surgiu em uma das conversas com alunos da 1ª série do Ensino Médio em que foram indagados a respeito de um possível nome para o jogo e, imediatamente, eles pegaram o celular e começaram a pesquisar no aplicativo e ferramenta de inteligência artificial (IA) Generative Pre-Trained Transformer (ChatGPT). Foi digitado por um aluno o comando "nomes para jogos matemáticos envolvendo números decimais", e assim o aplicativo forneceu alguns possíveis nomes, dentre eles escolhemos o "Decimaze", que de acordo com sua tradução, dá a ideia de dizimar ou decimais em labirintos, julgamos ser o nome mais apropriado para a proposta do jogo.

02. Referencial Teórico

Segundo Kindel (1998), mesmo existindo há milhares de anos, a matemática se molda às demandas dos tempos vigentes, sendo regularmente aplicada a diferentes campos da ciência. No entanto, Kindel (1998) também afirma que a matemática da sala de aula parece não se desenvolver nesse sentido. Sustentado por essa justificativa, ao final de minha graduação, no trabalho de monografia, optei por abordar a respeito dos Números Racionais em forma de fração e alguns significados que eles podem assumir quando são trabalhados no 6° ano. Esse assunto me deixou intrigado de tal forma, que decidi continuar investigando este campo numérico e, para isso, ingressei no mestrado profissional.

Algumas pesquisas afirmam que os estudantes, de forma equivocada, interpretam as frações como um par de números sem correlação. Um outro equívoco comum, também confirmado em pesquisas, ocorre quando o discente interpreta o numerador como a parte

inteira de sua representação decimal, por exemplo, a fração $\frac{1}{2}$ sendo igual a 1,2. Essa dificuldade é estendida quando trabalhamos números decimais oriundos da representação fracionária. Conceição, D.; Azevedo, R. N. e Silva, S. A. F., (2012) afirmam que muitos equívocos dos estudantes envolvendo operações com números decimais provêm da não compreensão do sistema posicional de base dez.

Com base nesses e outros estudos, na análise dos livros didáticos e na nossa experiência e na pesquisa de campo realizada por nós envolvendo o uso de calculadora para o estudo de transformação de frações ordinárias em números decimais elaboramos esta proposta e que esperamos que contribua também no seu fazer pedagógico.

03. Público e objetivos

Idealizado para estudantes do 5˚ e 6 ˚ anos do Ensino Fundamental e para a formação de professores.

OBJETIVOS

Oportunizar momentos de reflexão sobre aspectos dos Números Racionais e sua representação decimal, visando inicialmente: (a) Identificar elementos estruturais de uma fração como numerador e denominador; (b) Transformar frações ordinárias em número decimal através da realização da divisão entre o seu numerador e denominador cujo quociente é o número decimal; (c) Compreensão da Representação Decimal de uma fração; (d) Uso da calculadora para a divisão; e (e) Refletir sobre os números decimais obtidos pelas divisões. Em seguida, enfatizar a adição de números decimais exatos por meio do Jogo *Decimaze*, que foi criado nessa pesquisa inspirado na frequente utilização do quadro de ordens pelos livros didáticos do 5º e 6º anos analisados em nossa pesquisa.

Apresentamos a seguir as tarefas envolvendo uso de calculadora para a transformação dos sextos em números decimais e posterior

classificação dos resultados e tarefas e orientações gerais sobre o Decimaze.

04. Tarefas usando calculadora

As tarefas apresentadas a seguir são propostas aos alunos da turma para verifiquem o que ocorre quando transformamos as frações com denominadores iguais a seis, dividindo o numerador por seis e obtendo um resultado que pode ser um valor inteiro, um número decimal exato, uma dízima periódica simples ou uma dízima periódica composta.

Material:

Calculadora; caderno ou folha A4; lápis e borracha.

Dinâmica da aula:

Sugere-se que a turma seja organizada em grupos de tres ou quatro integrantes e distribuir pelo menos uma calculadora por dupla.

Em seguida, cada um deve escolher uma quantidade de frações com denominador 6 e anotá-los no caderno ou folha escrever na folha.

Para realizar a tarefa, os alunos devem dividir o numerador pelo denominador seis e anotar o resultado ao lado de cada fração na forma decimal e, por fim, devem comparar seus resultados e cada estudante deve escrever 5 frases a respeito de suas observações.

A seguir apresentamos as tarefas.

Tarefa 1 – Estudando os sextos e sua representação decimal

Vocês receberam calculadoras para realizar a tarefa de hoje.

1) Cada um de vocês deve escolher pelo menos 10 frações com denominador seis e anotar no seu caderno ou na folha.

Mas atenção!

As frações de cada um devem ser diferentes de todos os colegas do grupo.

Conferiram? Agora vamos para a próxima etapa.

2) Para transformar as frações em números decimais é necessário dividir o numerador pelo denominador (pode usar a calculadora) e anote o resultado lido no visor ao lado da fração correspondente.
3) Agora compare todas as suas frações entre si e com as frações dos seus colegas de grupo e anote pelo menos cinco frases sobre o que observou ao compará-las.

Tarefa 2: Compartilhando as anotações

No grupão, solicite que cada aluno dite ou escreva no quadro uma de suas frases. E em seguida discuta com eles as descobertas e sistematize-as da forma que achar melhor.

Tarefa 3: Comparando os resultados das frações

Responda:

a) Você obteve resultado inteiro?
Dê pelo menos duas frações e seu respectivo resultado. Se comparar o numerador com o denominador, o que pode afirmar sobre eles para que ao realizar a divisão o resultado é um número inteiro?

b) Você obteve números decimais exato?

c) Comparando as partes decimais quantos e quais tipos diferentes você obteve?

05. Orientações e aspectos gerais do Decimaze

ORIENTAÇÕES AO PROFESSOR

É importante ressaltar que esse tipo de atividade não é comum durante as aulas e, portanto, nessa perspectiva é importante que o professor utilize um momento prévio para planejamento das ações e prepare os estudantes para a realização do jogo esclarecendo as regras e organizando a sala em grupos com quatro integrantes de forma que cada dupla jogue entre si em disputa com a outra.

Os participantes devem formar as duplas antes de iniciar o jogo. Orientamos que a *Tarefa 1* seja realizada individualmente com o intuito de haver mais números decimais para serem analisados e comparados pelos integrantes da dupla entre si.

Material

(a) Folhas impressas para da Tarefa 1; (b) Fichas do jogo Decimaze (duas fichas para cada nível/rodada uma para cada dupla; (c) Urnas, dois para cada dupla, com números para serem sorteados (podem ser potes); e (d) Acesso a Calculadoras.

Além desses materiais os alunos deverão usar lápis e borracha para anotar

Estrutura e dinâmica do jogo

(a) Cada dupla prepara dez cartõezinhos e numera-os de 0 a 9 e os coloca no seu pote, totalizando assim 10 algarismos em cada pote.

(b) Cada dupla recebe uma ficha do jogo, ver modelo abaixo.

Tabela 16 - Ficha para o jogo Decimaze

Algarismos Sorteados Por nível	**C**	**D**	**U**	**,**	**d**	**c**	**m**	**Somatório**
N1 __ __ __ __								S1 _____
N2 __ __ __ __								S2 _____
Resultado →								**← Resultado**

Fonte: Elaborada pelo autor

REGRAS GERAIS

Jogo no nível 1

Regras e dinâmica do jogo

- As duplas, simultaneamente, sorteiam 4 algarismos cada em seus respectivos potes e os registram aleatoriamente no espaço (traços) pré-determinado na primeira coluna, denominada "Algarismos sorteados por nível", em N1.

- Nesse nível, as duplas, de maneira escondida e livre, irão dispor os quatro algarismos sorteados no quadro de ordens, de modo a ocuparem apenas as casas "U" e "c", ou seja, respectivamente a classe das unidades simples e classe das centenas dos decimais.

- O preenchimento de cada algarismo em cada casa, ou seja, a ordem em que serão colocados os 4 algarismos nas casas "U ou c", fica a critério de cada dupla.

- A soma dos números gerados deve ser calculada pelos estudantes e preenchida na linha do "Resultado" e, em seguida, anotada ao lado de "S1" na coluna do "Somatório".

Quem vence cada nível?

- Critério 1: Vence, a dupla em que a soma dos decimais em módulo chegar mais perto de um Número Natural qualquer.
- Critério 2: Caso haja empate, vence a dupla que obtiver a maior soma no campo do Resultado.

- Critério 3: Caso o empate ainda permaneça, vence a dupla que obtiver o menor dentre todos os números decimais formados pelas casas “U” e “c”, um ao lado do outro.

Jogo no nível 2

Regras e dinâmica do jogo

- Inicialmente, para este nível, os números decimais preenchidos no nível 1 devem ser apagados ou retirados das classes “U” e “c” nas fichas, mas mantidos na primeira coluna – “algarismos sorteados por nível” – a fim de serem lembrados pelos estudantes ao iniciarem o nível 2.
- As duplas, simultaneamente, sorteiam novamente 4 novos algarismos cada, em seus respectivos potes a fim de juntá-los aos 4 algarismos já sorteados e registrados no nível 1, totalizando assim 8 algarismos para cada dupla desenvolver o nível 2 do jogo.
- Os algarismos sorteados devem ser novamente registrados, mas dessa vez em N2, na coluna “Algarismos sorteados por nível”.
- Os algarismos obtidos no nível 1 que não foram repostos ao pote, devem ser reorganizados na ficha para formarem os números decimais no decorrer do nível 2.
- Após o sorteio, a reorganização dos 8 algarismos na ficha deve ser feita de acordo à escolha de cada dupla, de modo a preencher as casas “D” e “U” (da classe das dezenas simples) e “c” e “d” (classe das dezenas dos decimais).
- Uma nova soma deve ser calculada pelos estudantes.

Observe que, em se tratando de operações, além de trabalhar a soma com números decimais o jogo também exige que o estudante calcule “quanto falta” ou “quanto passou” em relação ao Natural mais próximo, ou seja, implicitamente o estudante está fazendo a diferença ou subtraindo Números Decimais.

Veja a seguir as orientações para a aplicação do jogo.

EXEMPLO DE RODADA NO NÍVEL 1

Exemplo de uma rodada no nível 1

Dupla 1 – Números sorteados (1, 3, 7, 0)

Possível disposição dos números na ficha no nível 1.

Tabela 17 - Exemplo de ficha preenchida para o jogo Decimaze no Nível - Dupla1

Algarismos Sorteados Por nível	**C**	**D**	**U**	**,**	**d**	**c**	**m**	**Somatório**
N1 - (1, 3, 7, 0)			0	,	1			S1 = 3,8
N2 __ __ __ __			3	,	7			S2 _____
Resultado →			**3**	**,**	**8**			**← Resultado**

Fonte: Elaborada pelo autor

Dupla 2 – Números sorteados (6, 2, 3, 5)

Possível disposição no nível 1

Tabela 18 - Exemplo de ficha preenchida para o jogo Decimaze no Nível 1 - Dupla 2

Algarismos Sorteados Por nível	**C**	**D**	**U**	**,**	**d**	**c**	**m**	**Somatório**
N1 (6, 2, 3, 5)			5	,	6			S1 = 7,9
N2 __ __ __ __			2	,	3			S2 _____
Resultado →			**7**	**,**	**9**			**← Resultado**

Fonte: Elaborada pelo autor

Quem venceu?

No exemplo dado a “Dupla 2” sairia como vencedora, pois o decimal “7,9” está há 0,1 de um número natural, ou seja 7,9 está perto do 8, enquanto o decimal “3,8” está mais longe, em outras palavras, 3,8 está há 0,2 do 4.

FICHA DE ORIENTAÇÃO AO PROFESSOR – Nível 2

DECIMAZE – NÍVEL 2

Orientação 1

Os números decimais preenchidos no nível 1 devem ser apagados ou retirados das classes "U" e "c" nas fichas, mas mantidos na coluna primeira coluna – "algarismos sorteados por nível" – a fim de serem lembrados pelos estudantes ao iniciarem o nível 2.

Orientação 2

As duplas, simultaneamente, sorteiam novamente 4 novos algarismos cada, em seus respectivos potes a fim de juntá-los aos 4 algarismos já sorteados e registrados no nível 1, totalizando assim 8 algarismos para cada dupla desenvolver o nível 2 do jogo.

Orientação 3

Os algarismos sorteados devem ser novamente registrados, mas dessa vez em N2, na coluna "Algarismos sorteados por nível".

Orientação 4

Os algarismos obtidos no nível 1 que não foram repostos ao pote devem ser reorganizados na ficha para formarem os números decimais no decorrer do nível 2.

Orientação 5

Após o sorteio, a reorganização dos 8 algarismos na ficha deve ser feita à escolha de cada dupla, de modo a preencher as casas "D" e "U" (da classe das dezenas simples) e "c" e "d" (classe das dezenas dos decimais).

Orientação 6

Uma nova soma deve ser calculada pelos estudantes.

EXEMPLO DE RODADA NO NÍVEL 2

Exemplo de uma rodada no nível 2

Dupla 1 – Algarismos sorteados nos níveis 1 e 2, respectivamente [(1, 3, 7, 0); (9, 5, 4, 2)]. A segunda sequência "(9, 5, 4, 2)" foi sorteada no Nível 2.

Possível disposição e reorganização.

Tabela 19 - Exemplo de ficha preenchida para o jogo Decimaze no Nível 2 - Dupla 1

Algarismos Sorteados Por nível	**C**	**D**	**U**	**,**	**d**	**c**	**m**	**Somatório**
N1 (1, 3, 7, 0)		1	2	,	0	7		S1 = 3,8
N2 (9, 5, 4, 2)		3	5	,	9	4		S2 = 48,01
Resultado →		**4**	**8**	**,**	**0**	**1**		**← Resultado**

Fonte: Elaborada pelo autor

Dupla 2 – Algarismos sorteados nos níveis 1 e 2, respectivamente [(6, 2, 3, 5); (8, 4, 1, 7)].

Possível disposição e reorganização.

Tabela 20 - Exemplo de ficha preenchida para o jogo Decimaze no Nível 2 - Dupla 2

Algarismos Sorteados Por nível	**C**	**D**	**U**	**,**	**d**	**c**	**m**	**Somatório**
N1 (6, 2, 3, 5)		2	4	,	6	7		S1 = 7,9
N2 (8, 4, 1, 7)		8	5	,	1	3		S2 = 109,80
Resultado →	**1**	**0**	**9**	**,**	**8**	**0**		**← Resultado**

Fonte: Elaborada pelo autor

Quem venceu?

A Dupla 1 foi a vencedora neste exemplo, pois obteve o somatório de 48,01 contra 109,80 da Dupla 2. Note que o somatório da Dupla 1 (48,01) está a "0,01", ou seja, um centésimo distante do Natural mais próximo que seria o "48", enquanto o somatório da Dupla 2 está a "0,2", ou seja, dois décimos distante do Natural mais próximo que seria o "110". Portanto, como $0{,}01 < 0{,}2$, a Dupla 1 ficou mais próxima do objetivo.

Considerações finais

Assim sendo, acreditamos que esse guia didático proporciona aos estudantes momentos de reflexão sobre aspectos dos Números Racionais em sua representação decimal, enfatizando elementos estruturais de uma fração, transformando frações em números decimais com uso da calculadora e observando regularidades sobre o processo de transformação da forma fracionária para a decimal por meio do algoritmo de divisão de Euclides, levando em consideração o resto. Por fim, há ênfase na adição de números decimais exatos por meio do jogo Decimaze, inspirado e criado nessa pesquisa.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Fundamental, 1997. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>. Acesso em 22/04/2023.

CONCEIÇÃO, D.; AZEVEDO, R. N.; SILVA, S. A F. Dificuldades observadas em operações com números decimais. III Jornada de Iniciação à Docência, Espírito Santo, v. 1, n. 1, p. 1 – 6, set. 2012. Disponível em <https://pibidmatematica.wordpress.com/page/4/>. Acesso em 01/04/2023.

KINDEL, Dora Soraia. Discutindo os Racionais na 7ª série visando a noção de Densidade. Mestrado em Educação Matemática da Universidade Santa Úrsula do Rio de Janeiro. Dissertação de Mestrado, Rio de Janeiro, 1998.

YIN, Robert K. Tradução: Daniel Bueno; revisão técnica: Dirceu da Silva. Pesquisa qualitativa do início ao fim. 1 ed. Porto Alegre, Penso, 2016. 336p.

Anexo 1 – Ficha para o jogo Decimaze

Algarismos Sorteados Por nível	**C**	**D**	**U**	**,**	**d**	**c**	**m**	**Somatório**
N1 __ __ __ __								S1 _____
N2 __ __ __ __								S2 _____
Resultado →								**← Resultado**