

UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO  
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS  
DEPARTAMENTO DE FÍSICA  
LICENCIATURA EM FÍSICA

ASPECTOS CONCEITUAIS DA EXPANSÃO DO UNIVERSO

Raquel de Oliveira Sant'Ana

Orientador: Prof. Rodrigo de Sousa Gonçalves

Seropédica - 2024

RAQUEL DE OLIVEIRA SANT'ANA

ASPECTOS CONCEITUAIS DA EXPANSÃO DO UNIVERSO

Monografia apresentada ao Curso de Graduação em Física da UFRRJ, como requisito parcial para a obtenção do título de Licenciada em Física.

Seropédica - 2024

RAQUEL DE OLIVEIRA SANT'ANA

## ASPECTOS CONCEITUAIS DA EXPANSÃO DO UNIVERSO

Monografia apresentada ao Curso de Graduação em Física da UFRRJ, como requisito parcial para a obtenção do título de Licenciada em Física.

Orientador: Prof. Dr. RODRIGO DE SOUSA GONÇALVES

Aprovada em: 12 de junho de 2024

### BANCA EXAMINADORA

Documento assinado digitalmente  
**gov.br** RODRIGO DE SOUSA GONCALVES  
Data: 13/06/2024 11:25:48-0300  
Verifique em <https://validar.itd.gov.br>

---

Prof. Dr. Rodrigo de Sousa Gonçalves

Documento assinado digitalmente  
**gov.br** CLAUDIO MAIA PORTO  
Data: 13/06/2024 17:54:40-0300  
Verifique em <https://validar.itd.gov.br>

---

Prof. Dr. Claudio Maia Porto

Documento assinado digitalmente  
**gov.br** JAVIER ERNESTO GONZALEZ SANCHEZ  
Data: 13/06/2024 14:26:18-0300  
Verifique em <https://validar.itd.gov.br>

---

Prof. Dr. Javier Ernesto Gonzalez Sanchez

## AGRADECIMENTOS

Por volta dos meus seis anos comecei a frequentar o Clube de Desbravadores. Desde então meu amor e cuidado pela natureza aumentou e a curiosidade se tornou minha melhor amiga. Foi por volta dessa idade que tive minha primeira instrução de Astronomia no clube, e tudo nela me encantou. Costumo dizer que desde aquele momento comecei minha jornada científica. Portanto, meu primeiro agradecimento vai para este Ministério, do qual faço parte até hoje, a Deus e a todas as pessoas que estiveram envolvidas no meu crescimento dentro do Clube de Desbravadores.

Qualquer palavra será insuficiente para expressar meu agradecimento à minha mãe Rosane, meu pai Jorge, minha avó Zilda, meu cunhado André e aos meus irmãos Kelly, Jefferson, Yuri e Carla. Dedico, também, este trabalho aos meus sobrinhos Márcio, Nicolas, Davi e Gabriel. Que todo o meu incentivo seja motivo para um olhar aflorado e cuidadoso para o campo de estudo da Física: a natureza.

A minha mais sincera gratidão a esta Universidade, que foi minha segunda casa por seis longos anos, minha querida Rural. Não posso deixar de lembrar que só pude terminar este curso devido às políticas de assistência estudantil concedidas por ela. Agradeço aos professores e amigos que colaboraram essencialmente com a minha formação. Em especial o professor Claudio, que me acompanhou no meu primeiro dia de aula, em diversas disciplinas, na Residência Pedagógica, e fazendo parte da avaliação final da minha graduação. Ao professor Rodrigo, meus mais sinceros agradecimentos por todo incentivo, pelos ensinamentos, conselhos e ajuda em absolutamente qualquer coisa que precisei. Através dessa orientação pude compreender meu amor pela Cosmologia e desejo de aprender. Nada que eu faça ou diga pode demonstrar minha gratidão. Sua chegada foi um presente que eu estava esperando.

Não menos importante, gostaria de agradecer aos meus sogros Marcia e Paulo. E, principalmente, ao meu marido Welerson, que conheci através deste curso. Com ele toda a carga pesada foi aliviada. Obrigada por todas as horas de estudo juntos, por dividir todo esse processo comigo. Dividimos cinco anos de graduação, enfrentando todas as dificuldades, alegrias e tristezas juntos. Não chegaria tão longe sem o seu companheirismo, seu encorajamento, seus ensinamentos e sua incansável ajuda em todos os momentos. Minha dupla na Física e na vida.

*Não há maior que o nosso Deus,  
Ninguém mais forte que o nosso Deus.*

Vocal Livre - Jericó

## RESUMO

A presente monografia aborda os principais aspectos da expansão do Universo, característica central do Modelo Cosmológico Padrão. Para além da expansão em si, outros aspectos foram descritos de maneira qualitativa, desde o nascimento da Cosmologia Moderna até descobertas realizadas por observações recentes. Já do ponto de vista da gravitação, as equações que descrevem a dinâmica e evolução do Universo, como as equações de Fridmann e aceleração, foram deduzidas a partir de um ponto de vista newtoniano, como abordagem alternativa das equações de campo de Einstein.

**Palavras-chave:** Cosmologia; Expansão do Universo; Modelo Cosmológico Padrão.



# Sumário

<b>Introdução</b>	<b>10</b>
<b>1 Aspectos gerais de Cosmologia</b>	<b>13</b>
1.1 O desenvolvimento do pensamento científico . . . . .	13
1.2 Mecânica e Cosmologia Newtoniana . . . . .	14
1.2.1 Massas na mecânica newtoniana . . . . .	15
1.2.2 Espaço e tempo na visão newtoniana . . . . .	16
1.3 Dedução heurística das equações de Friedmann . . . . .	17
1.3.1 Equação de Friedmann . . . . .	17
1.3.2 A equação do fluido . . . . .	21
1.3.3 A equação da aceleração . . . . .	22
1.4 Cosmologia Relativística . . . . .	23
1.4.1 Massas e Espaço-Tempo na Relatividade Geral . . . . .	23
1.4.2 Equações de Einstein . . . . .	24
1.4.3 Modelos Cosmológicos . . . . .	25
<b>2 A expansão do Universo</b>	<b>27</b>
2.1 Efeito Doppler e redshift . . . . .	27
2.2 Observações e teoria sobre a expansão cosmológica . . . . .	29
2.3 Parametrização da expansão do Universo . . . . .	31
2.4 Observações da expansão . . . . .	34
<b>3 Características complementares do Modelo Cosmológico Padrão</b>	<b>37</b>
3.1 Nucleossíntese Primordial . . . . .	38
3.2 Radiação Cósmica de Fundo . . . . .	41

3.3 Aceleração do Universo . . . . .	43
<b>Conclusões</b>	<b>47</b>

# Listas de Figuras

1.1	Partícula de massa $m$ a uma distância $r$ do centro de distribuição de massa (LIDDLE, 2015) . . . . .	18
2.1	Gráfico de velocidade x distância estimada para um conjunto de 1355 galáxias. Este relação implica a lei de Hubble-Lemaître. (LIDDLE, 2015) . . . . .	31
3.1	Abundâncias primordiais dos elementos leves (STEIGMAN, 2004). . . . .	40
3.2	Mapa que mostra as flutuações de temperatura correspondentes às regiões com densidades ligeiramente diferentes. Ele mostra um retrato do Universo aos seus quase 400000 anos, ou seja, a estrutura representando as sementes das galáxias e estrelas de hoje. Imagem baseada em (Planck Collaboration et al., 2020). . . . .	42
3.3	Diagrama de Hubble do SNIa medido pelo Projeto de Cosmologia de Supernova e pela Equipe de Supernova High-z. De (FRIEMAN; TURNER; HUTERER, 2008) baseado em (RIESS et al., 1998) e (PERLMUTTER et al., 1999) . . . . .	44
3.4	A figura mostra regiões de confiança de Supernovas Ia incluindo erros estatísticos da relação luminosidade-redshift. Combinadas com restrições de uma técnica chamada Oscilações Acústicas de Bárions (BAO - <i>Baryon Acoustic Oscillations</i> ) e da Radiação Cósmica de Fundo em Microondas (CMB - <i>Cosmic Microwave Background</i> ) (SUZUKI et al., 2011). . . . .	46



# Introdução

É verdade que o ser humano busca respostas no céu desde o início da humanidade. Também é verdade que a beleza de um céu estrelado transcende fronteiras geográficas, econômicas, políticas e sociais. Por isso, ao longo do tempo os seres humanos avançaram cada vez mais no estudo do que há fora da Terra. Muitas respostas foram encontradas até que chegou-se às épocas atuais, onde há muito conhecimento e tecnologia, mas também há muito mais a aprender. Sendo assim, a Cosmologia é a ciência que está em busca dos segredos do Universo.

Nesta monografia serão abordados os principais tópicos da Cosmologia moderna e muito do que envolve uma das mais importantes descobertas: a expansão do Universo. O texto irá se desenvolver desde o pensamento científico moderno até as mais recentes observações cosmológicas. Para tal, no capítulo a seguir, será descrita a evolução do pensamento científico, alcançando como primeiro marco histórico a gravitação newtoniana. Nela, massa, tempo e espaço foram conceitos fundamentais, e que levam a ideias utilizadas até os tempos atuais. Em seguida, serão apresentadas definições e aspectos matemáticos e geométricos, em especial os descritos pelas principais equações utilizadas na Cosmologia atual, como as equações de Friedmann e aceleração. Tais equações são consequências das teoria da Relatividade Geral, que é a teoria gravitacional que, do ponto de vista astronômico, mais obtém sucesso em unir previsões e observações. Nela tempo, massa e espaço ganharam novas definições, para além da concepção newtoniana.

Nos capítulos 2 e 3 serão descritos os tópicos mais pertinentes no que se refere à expansão do Universo e outras características do Modelo Cosmológico Padrão (MCP). Tal modelo também é conhecido como modelo  $\Lambda$ CDM, de acordo com sua composição. Especificamente, a letra grega  $\Lambda$  faz referência à constante cosmológica.

gica, que é o melhor candidato atual para a energia escura, enquanto a sigla CDM significa, em inglês, *Cold Dark Matter*, fazendo referência à matéria escura fria, que é não interagente com a luz e, descreve a atual estrutura do Universo de uma maneira melhor do que a hipótese da matéria escura quente. Entre as observações que sustentam o MCP, para além da expansão do Universo, também serão descritas a Nucleossíntese Primordial, a Radiação Cósmica de Fundo e a aceleração do Universo. Por fim será apresentada uma pequena conclusão.

# Capítulo 1

## Aspectos gerais de Cosmologia

### 1.1 O desenvolvimento do pensamento científico

Por todo o período do século IV a.C. até o século XVI d.C., a física e a cosmologia de Aristóteles (384 a.c. - 322 a.c.) se mantiveram como a base do conhecimento da maior parte das pessoas envolvidas na ciência. A ciência de Aristóteles tinha uma forte base filosófica. Para ele a existência do vácuo era contraditória porque o Universo era completamente preenchido por matéria e era finito. Como seu universo era finito, era possível identificar um centro, onde ficava a Terra (REALE; ANTISERI, 1991). No século II d.C. Cláudio Ptolomeu (100 - 170) construiu um modelo astronômico geocêntrico baseado nos dados experimentais disponíveis. Seu modelo adotou, para cada planeta, a composição de dois movimentos: um movimento de revolução, o epiciclo, em torno de um certo ponto; esse ponto descrevia uma trajetória circular em torno de um outro ponto, o deferente, que, por sua vez gira em torno de um ponto central, o equante. Tal modelo obteve uma grande aceitação devido à flexibilização do conceito de que a Terra estava no centro das esferas dos planetas. O modelo cosmológico de Aristóteles e Ptolomeu durou quase 14 séculos e seu abalo final foi veio com a ideia heliocêntrica de Nicolau Copérnico (1473 - 1543) (PORTO; PORTO, 2008).

Segundo Copérnico, o Sol estava no centro do Universo e a Terra e os demais planetas giravam ao seu redor e descreviam, ainda, uma composição de epiciclos e deferentes. O Universo era finito e fechado por esferas. Copérnico construiu

um modelo capaz de explicar resultados astronômicos de forma mais simples. Por exemplo as irregularidades das órbitas dos planetas que foram observadas, neste momento foram explicadas pelo fato de estarem sendo observadas da Terra, que está em movimento também. Este modelo de combinação de movimentos foi a virada de chave para entender e desenvolver o conceito de sistemas de referência e mais adiante, de relatividade (LEITE; ANDRADE-NETO, 2023).

Uns dos adeptos da cosmologia de Copérnico foi Johannes Kepler (1571 - 1630) e, além dele, Galileu Galilei (1564 - 1642), que desenvolveu a ideia final de inércia ao dizer que um corpo em repouso tende a ficar em repouso e um corpo em movimento tende a manter seu movimento a menos que um agente externo o faça desviar (REALE; ANTISERI, 1991). Eles acreditavam que o Universo estava organizado matematicamente, de forma que as coisas mensuráveis também deveriam ser consideradas. A cosmologia de Kepler foi reforçada pelo pensamento mecanicista de René Descartes (1596 - 1650), que acreditava que a Natureza era composta de inúmeras partículas que colidiram e se agregaram, organizada de forma matemática (PORTO; PORTO, 2008).

Ao final do século XVII Robert Hooke (1635 - 1703) observou a trajetória descrita por uma pequena esfera em um pêndulo cônico e constatou que deveria haver uma força central que forçava a esfera a descrever aquela trajetória (HOOKE, 1674). Ele conduziu uma série de experimentos, mostrando que uma massa presa a um pêndulo cônico descrevia trajetórias circulares ou elípticas, a depender do impulso inicial dado. Hooke buscava similaridade deste fato com os movimentos planetários. No final dos anos de 1670, ele formulou pela primeira vez uma lei de atração entre os corpos, com intensidade proporcional ao inverso do quadrado da distância entre eles. O desenvolvimento matemático e conceitual pleno desta lei foi feito por Isaac Newton (1643 - 1727) (REIS et al., 2022).

## 1.2 Mecânica e Cosmologia Newtoniana

Newton respondeu diferentes questões da física, inclusive questões que surgiram com a cosmologia de Copérnico, através de equações matemáticas. Por exemplo, ele

explicou o problema fundamental da mecânica: a trajetória descrita por qualquer corpo é determinada a partir do conhecimento das forças que sobre ele agem e de certas condições iniciais, representadas por sua posição e sua velocidade em qualquer instante (KOYRÉ, 2006). Para os problemas de movimento planetário e de queda dos corpos próximos a superfície terreste, Newton construiu uma ideia de força gravitacional.

Na gravidade de Newton toda matéria se atrai, de modo que o módulo da força  $\vec{F}$  de atração entre um objeto de massa  $M$  e outro de massa  $m$  é dada por

$$F = G \frac{Mm}{r^2}, \quad (1.1)$$

onde  $r$  é a distância entre os corpos, e  $G$  a constante gravitacional de Newton, que vale, no S.I.,  $6,67430 \times 10^{-11} m^3 kg^{-1} s^{-2}$  (NIST, 2018). É importante observar que o vetor  $\vec{F}$  representa o vetor força e a equação acima representa apenas o módulo desta força. Ainda, essa força pode ser relacionada com uma energia potencial gravitacional  $V$ . Para mais informações sobre a relação entre força e energia potencial, pode-se consultar a seguinte referência (SYMON, 1996). Matematicamente a energia potencial gravitacional é dada por

$$V = -G \frac{Mm}{r}. \quad (1.2)$$

### 1.2.1 Massas na mecânica newtoniana

Dado que uma certa força, sobre um objeto, induz uma aceleração de acordo com sua quantidade de matéria, então podemos definir esta última como a massa associada à inércia do corpo. Desta maneira, pode-se definir massa inercial como uma medida da resistência de um corpo a mudanças em sua velocidade quando uma força é aplicada sobre ele (NUSSENZVEIG, 2002). No entanto, no que se refere à força gravitacional, os corpos são atraídos de acordo com uma propriedade que se verifica comumente em todos os corpos. Então, define-se massa gravitacional como aquela relacionada à atração dos corpos, como consequência da força gravitacional (CASTELLANI, 2001).

Com isto, uma força inercial imprime uma aceleração com uma dificuldade dada pela sua massa inercial, ao mesmo tempo que a força gravitacional imprime uma atração com uma quantidade que é proporcional à sua massa gravitacional. Na mecânica newtoniana, é verificado que estes dois conceitos de massa são numericamente equivalentes, como, por exemplo, devido ao fato de que corpos com quantidades de matéria diferentes chegam ao solo (e, portanto, estão sujeitos à força gravitacional da Terra, ou força peso) ao mesmo tempo (WILL, 1996).

### **1.2.2 Espaço e tempo na visão newtoniana**

Assim como massa e inércia, os conceitos de espaço e tempo representam uma ideia fundamental para a definição de movimento. A existência do espaço está correlacionada com a existência dos corpos, de modo que um não existe sem o outro. Se por um lado o espaço é concebido como algo imóvel, por outro o tempo é correlacionado com a ideia de movimento. O tempo, para Newton, é entendido como uma maneira de medir a ordem dos acontecimentos e as mudanças, mas continuaria fluindo independente de as mudanças acontecerem (LEITE; ANDRADE-NETO, 2023). Com a introdução da noção de "sistemas de referência" no século XIX e sua contribuição no estabelecimento do Princípio da Inércia, os referenciais aplicados no estudo do movimento, sob o ponto de vista de corpos em repouso ou em movimento retilíneo uniforme, foram chamados de referenciais inerciais (SANTOS; ORLANDO, 2012). Este princípio é descrito pela Primeira Lei de Newton: Todo corpo permanece em estado de repouso ou de movimento retilíneo e uniforme, a menos que seja迫使ido a mudar o seu estado devido a aplicação de forças sobre ele. Ou seja, quando há uma mudança no movimento natural de um corpo, conclui-se que existem forças atuando sobre ele (NUSSENZVEIG, 2002).

A partir destes conceitos, a visão de Newton era a de que tempo e espaço eram absolutos. Para Newton, lugar é a parte do espaço que o corpo ocupa e o movimento absoluto é a translação de um corpo de um lugar para o outro. Logo, o movimento absoluto é o movimento que acontece em relação ao espaço absoluto, que permanece igual e imóvel. Na mecânica newtoniana, conceito de espaço relativo também existe e é uma medida móvel dos espaços absolutos (NEWTON, 2016).

Assim como para o espaço, nesta narrativa é possível aplicar os mesmos dois conceitos para o tempo. Na visão newtoniana, o tempo é absoluto e flui de forma uniforme sem relação a qualquer coisa externa. Porém, também existe o tempo relativo, que é percebido por meio do movimento dos corpos (NEWTON, 2016).

## 1.3 Dedução heurística das equações de Friedmann

Com o intuito de manter o caráter qualitativo desta monografia, a presente seção trará uma dedução das equações de Friedmann baseada na própria mecânica newtoniana. O procedimento é amplamente baseado na referência (LIDDLE, 2015).

### 1.3.1 Equação de Friedmann

Suponha um sistema no qual existe uma região com uma distribuição de massa esfericamente simétrica, com massa total  $M$ . E uma partícula com massa  $m$  a uma distância  $r$  do centro da região sombreada, pois, de acordo com a lei do inverso do quadrado, tal partícula não sofre atração gravitacional da região externa. Esta lei afirma que a intensidade de um efeito (para luz, força gravitacional, som ou em aplicações no eletromagnetismo) é inversamente proporcional ao quadrado da distância da fonte (YOUNG; FREEDMAN, 2016a).

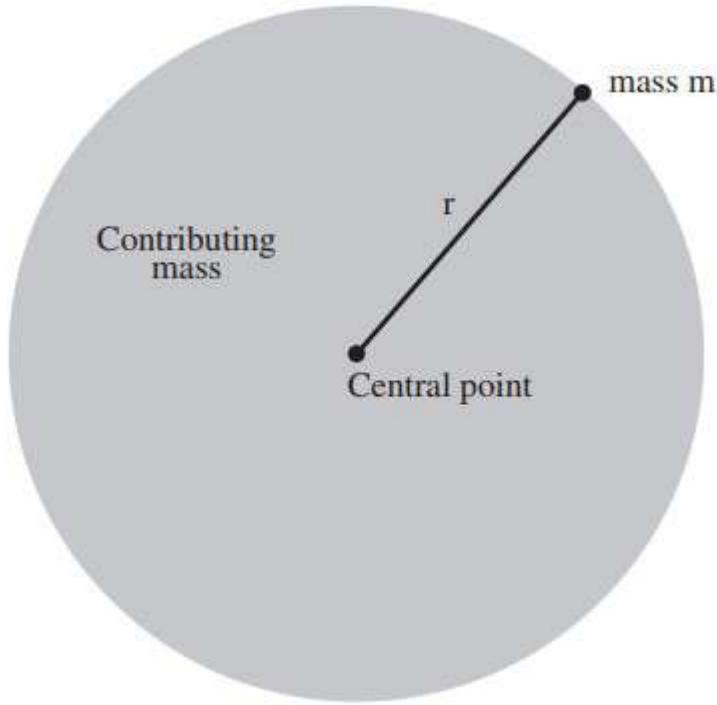


Figura 1.1: Partícula de massa  $m$  a uma distância  $r$  do centro de distribuição de massa (LIDDLE, 2015)

O material da região sombreada tem massa total dada por  $M = \frac{4\pi\rho r^3}{3}$ . Então a força sofrida pela partícula é:

$$F = G \frac{Mm}{r^2} = G \frac{4\pi\rho rm}{3} . \quad (1.3)$$

Logo a partícula tem uma energia potencial gravitacional

$$V = -G \frac{Mm}{r} = -G \frac{4\pi\rho r^2 m}{3} , \quad (1.4)$$

bem como a energia cinética  $T$  é dada por

$$T = \frac{1}{2} m \dot{r}^2 , \quad (1.5)$$

onde  $\dot{r}$  é a velocidade da partícula, dada em termos da derivada da distância  $r$ .

Portanto, a conservação da energia é dada por  $U = T + V$ , sendo  $U = cte$ .

Substituindo as equações anteriores, obtém-se

$$U = \frac{1}{2}m\dot{r}^2 - \frac{4\pi}{3}G\rho r^2 m, \quad (1.6)$$

equação que dá a evolução da separação  $r$  entre a partícula e a distribuição de massa.

É importante introduzir, aqui, dois conceitos que não são propriamente advindos da mecânica newtoniana, mas que são necessários para a dedução heurística que está sendo tratada. O primeiro deles é o conceito definido como Princípio Cosmológico, a ser matematicamente explorado na próxima seção, o qual afirma que: as leis da Física são válidas para qualquer região do espaço-tempo, ou ainda, que o Universo é homogêneo e isotrópico, espacialmente, em grandes escalas (REIS et al., 2022). Isto porque, ao considerarmos que o Universo é homogêneo em certas condições, é possível afirmar que os mesmos argumentos de força e energia podem ser aplicados para duas partículas quaisquer.

Além disso, também é importante introduzir um segundo conceito (que também será incluído posteriormente), que é o de coordenadas espaciais que se alteram com o tempo. Com isto, agora, pode-se considerar que a partícula de massa  $m$  está na borda de uma esfera em expansão, a uma distância  $r$  do centro. Pode-se imaginar que, com o passar de um tempo  $t$ , a esfera se expande e a distância da partícula ao centro passa a ser de  $x$ . Para alterar o sistema de coordenadas é utilizado o sistema de coordenadas comóveis, que acompanham a expansão do Universo (uniforme) (REIS et al., 2022). A relação entre a distância física  $r$  e a distância comóvel  $x$  pode ser escrita como

$$x = \frac{r}{a(t)}, \quad (1.7)$$

onde  $a$  é uma quantidade conhecida como fator de escala do Universo, que mede a sua taxa de expansão ao longo do tempo.

E, por simplicidade, podemos converter em

$$r = a(t)x. \quad (1.8)$$

Tendo em vista estes conceitos, o passo seguinte é aplicá-los na construção de

pensamento que foi iniciado a partir da gravitação newtoniana. Pode-se reescrever a equação (1.6) a partir da equação (1.8). Com isto chega-se em

$$\begin{aligned} U &= \frac{1}{2}m(\dot{ax})^2 - \frac{4\pi}{3}G\rho(ax)^2m \\ \Rightarrow U &= \frac{1}{2}m\dot{a}^2x^2 - \frac{4\pi}{3}G\rho a^2x^2m, \end{aligned} \quad (1.9)$$

onde adotamos que os pontos materiais estão fixos no sistema de coordenadas  $x$  ( $\dot{x} = 0$ ). Um exemplo disto é o pressuposto de que as galáxias estão fixas e somente o espaço entre elas que aumenta com a expansão do Universo.

Continuando na equação anterior, ao multiplicá-la por  $(\frac{2}{ma^2x^2})$  a mesma é reescrita como

$$\begin{aligned} \Rightarrow \frac{2}{ma^2x^2}U &= \frac{2}{ma^2x^2}\frac{1}{2}m\dot{a}^2x^2 - \frac{2}{ma^2x^2}\frac{4\pi}{3}G\rho a^2x^2m \\ \Rightarrow \frac{2U}{ma^2x^2} &= \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 - \frac{8\pi}{3}G\rho \\ \Rightarrow \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 &= \frac{8\pi}{3}G\rho + \frac{2U}{ma^2x^2} \end{aligned} \quad (1.10)$$

Seguindo a dedução heurística, tomaremos o último termo como dado por uma constante proporcional à velocidade da luz  $c$  e definida como  $kc^2 = -\frac{2U}{mx^2}$ . Com isto, a última equação se torna

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi}{3}G\rho - \frac{kc^2}{a^2}, \quad (1.11)$$

A expressão acima é a chamada **Primeira Equação de Friedmann**. A constante  $k$  possui um significado específico que advém de uma análise relativística. Com o intuito de obter uma descrição qualitativa deste termo, é possível analisar algumas de suas características, como segue. Nesta expressão,  $k$  deve ser independente de  $x$  já que todos os outros termos da equação o são, caso contrário a homogeneidade não será mantida. A homogeneidade requer que a quantidade  $U$  mude para diferentes distâncias  $x$  com  $U \propto x^2$ , mesmo sendo constante para uma partícula. Como  $k = -\frac{2U}{mc^2x^2}$  é independente do tempo então  $k$  é uma constante imutável com o espaço ou com o tempo, tem unidade de  $(comprimento)^{-2}$ . Isto é,  $k$  não pode depender do tempo ou da posição, caso contrário, se alteraria. Um Universo em expansão tem um valor único de  $k$ , que se mantém ao longo de sua evolução.

### 1.3.2 A equação do fluido

A equação de Friedmann necessita de uma equação que descreva a densidade  $\rho$  do material no Universo que evolui com o tempo. Esta equação pode ser derivada da primeira lei da termodinâmica

$$dE + pdV_{ol} = TdS. \quad (1.12)$$

Assumindo uma expansão adiabática, ou seja, quando não há troca de calor, reversível, pode-se aplicar a equação a um volume em expansão de raio unitário comóvel, algo como uma esfera preenchida por gás. A partir da equação de Einstein, para densidades de energia e matéria, temos que  $\varepsilon = \rho c^2$ . E, considerando um volume com raio  $a$ ,  $V_{ol} = \frac{4\pi}{3}a^3$ , temos então

$$E = \frac{4\pi}{3}a^3\rho c^2 \quad (1.13)$$

Aplicando a regra do produto, na derivada temporal, a variação da energia no tempo é

$$\frac{dE}{dt} = 4\pi a^2 \rho c^2 \frac{da}{dt} + \frac{4\pi}{3}a^3 \frac{d\rho}{dt} c^2 \quad (1.14)$$

equanto a variação de volume é

$$\frac{dV_{ol}}{dt} = 4\pi a^2 \frac{da}{dt} \quad (1.15)$$

Assumindo que a variação de entropia  $dS = 0$ , a equação (1.12) com os termos reorganizados fornece

$$\dot{\rho} + 3\frac{\dot{a}}{a} \left( \rho + \frac{p}{c^2} \right) = 0, \quad (1.16)$$

que é a chamada **equação do fluido**, onde  $\rho$  representa a diluição na densidade porque o volume aumenta, e  $\frac{p}{c^2}$  representa a perda de energia porque a pressão do material realizou trabalho à medida que o volume do Universo aumentou. A energia perdida foi transformada em energia potencial gravitacional.

### 1.3.3 A equação da aceleração

A equação da aceleração do fator de escala é derivada das equações do fluido e a de Friedmann. Derivando a equação de Friedmann em relação ao tempo é possível obter

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left( \left( \frac{\dot{a}}{a} \right)^2 = \frac{8\pi}{3} G\rho - \frac{kc^2}{a^2} \right) \\ \Rightarrow 2\frac{\dot{a}}{a} \cdot \frac{\ddot{a}a - \dot{a}^2}{a^2} = \frac{8\pi G\dot{\rho}}{3} + \frac{2kc^2\dot{a}}{a^3} \end{aligned} \quad (1.17)$$

Substituindo  $\dot{\rho}$  da equação do fluido e cancelando o termo  $\frac{2\dot{a}}{a}$  de ambos os lados obtém-se

$$\begin{aligned} \frac{2\dot{a}}{a} \left[ \ddot{a} - \left( \frac{\dot{a}}{a} \right)^2 \right] = \frac{8\pi G}{3} \left[ \frac{-3\dot{a}}{a} \left( \rho + \frac{p}{c^2} \right) \right] + \frac{2\dot{a}}{a} \cdot \frac{kc^2}{a^2} \\ \Rightarrow \frac{\ddot{a}}{a} - \left( \frac{\dot{a}}{a} \right)^2 = -4\pi G \left( \rho + \frac{p}{c^2} \right) + \frac{kc^2}{a^2} \\ \Rightarrow \frac{\ddot{a}}{a} - \left( \frac{\dot{a}}{a} \right)^2 = -4\pi G \left( \rho + \frac{p}{c^2} \right) + \frac{kc^2}{a^2} \end{aligned} \quad (1.18)$$

Substituindo a equação de Friedmann na última equação acima:

$$\begin{aligned} \frac{\ddot{a}}{a} - \left[ \frac{8\pi G\rho}{3} - \frac{kc^2}{a^2} \right] = -4\pi G \left( \rho + \frac{p}{c^2} \right) + \frac{kc^2}{a^2} \\ \Rightarrow \frac{\ddot{a}}{a} - \frac{8\pi G\rho}{3} + \frac{kc^2}{a^2} = -4\pi G \left( \rho + \frac{p}{c^2} \right) + \frac{kc^2}{a^2} \\ \Rightarrow \frac{\ddot{a}}{a} = \frac{8\pi G\rho}{3} - 4\pi G\rho - \frac{4\pi Gp}{c^2} = \frac{8\pi G\rho - 12\pi G\rho}{3} - \frac{4\pi Gp}{c^2} \end{aligned} \quad (1.19)$$

Isso implica em

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3} \left( \rho + \frac{3p}{c^2} \right) \quad (1.20)$$

A equação acima é chamada **equação da aceleração**. Nela, é possível perceber que se o material tiver alguma pressão, isso aumenta a força gravitacional e, portanto, desacelera a expansão. Também é possível ver que a constante  $k$  foi cancelada pelo processo de derivada.

## 1.4 Cosmologia Relativística

Após o grande êxito da teoria eletromagnética de James Clerk Maxwell (1831 - 1879) e do grupo de equações conhecido como equações de Maxwell, Albert Einstein (18798 - 1955) questionou-se acerca das consequências que a teoria trouxe no estudo do movimento de partículas (EINSTEIN, 1905, 1999). Einstein chegou à conclusão que a teoria de Maxwell era incompatível com o modelo newtoniano. A sua grande reviravolta foi pensar em como o tempo avança em velocidades diferentes dependendo da velocidade em que o observador se movimenta. Apesar do sucesso da Teoria da Relatividade Restrita, em 1905, Einstein ainda almejava incluir a gravidade, algo que aconteceu somente em 1915 (EINSTEIN, 1915; KAKU, 2005). A Teoria da Relatividade Geral, como foi chamada, foi capaz de descrever a gravidade a partir de um novo paradigma na Física. Com ela é possível descrever e discutir modelos cosmológicos, devido à sua excelente descrição da gravidade.

### 1.4.1 Massas e Espaço-Tempo na Relatividade Geral

Na Relatividade Geral os conceitos de massa, tempo e espaço também foram muito bem estruturados. Como visto anteriormente, Newton considerou a equivalência entre massa inercial e massa gravitacional uma mera coincidência (WILL, 1996). Einstein, porém, utilizou esta igualdade como base para sua teoria. Ele imaginou que o comportamento de um corpo longe da atuação de uma força gravitacional é o mesmo quando está em queda livre, sofrendo aceleração de um campo gravitacional, assim como um referencial acelerado para cima possui as mesmas características de um referencial parado e imerso em um campo gravitacional. Isto é, um referencial acelerado para cima é igual a um referencial em repouso em um campo gravitacional (CASTELLANI, 2001).

Já o espaço e o tempo são considerados um conjunto. A realidade é configurada como um padrão de eventos e não mais constituída de objetos que existem no espaço tridimensional. Os eventos são organizados e estruturados de modo a descrever as propriedades do sistema que está sendo analisado. Sendo assim, o tempo é espacializado e, portanto, é necessário que haja a introdução de um espaço

quadrídimensional. Este espaço é chamado espaço-tempo de Minkowski (LEITE; ANDRADE-NETO, 2023).

A partir da Relatividade Geral, Einstein estabeleceu uma igualdade entre os sistemas de referência inerciais e acelerados para a formulação das leis, além da propriedade de os corpos de diferentes composições e massas possuírem a mesma aceleração quando colocados em queda livre. Esta propriedade constitui o princípio da equivalência. A principal consequência do princípio da equivalência é que o espaço-tempo é curvo (KAKU, 2005).

### 1.4.2 Equações de Einstein

A grandeza fundamental da Relatividade Geral é a métrica que descreve a geometria do espaço-tempo. A métrica mais geral que corresponde às considerações do Princípio Cosmológico é a métrica de Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker ou, simplesmente, FLRW,

$$ds^2 = -c^2 dt^2 + a^2(t) \left[ \frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2) \right], \quad (1.21)$$

onde  $a(t)$  é o fator de escala do Universo, como apontado anteriormente.

A métrica evolui de acordo com a equação de Einstein

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu}, \quad (1.22)$$

onde  $T_{\mu\nu}$  é o tensor energia-momento para a matéria presente,  $R_{\mu\nu}$  é o tensor de Ricci e  $R$  é o escalar, que fornecem a curvatura do espaço-tempo. Esta equação mostra como a presença de matéria curva o espaço-tempo. As considerações feitas aqui são para um fluido perfeito, onde não há viscosidade ou fluxo de calor. Fluidos perfeitos possuem tensor energia-momento

$$T_{\mu\nu} = diag(-\rho c^2, p, p, p), \quad (1.23)$$

onde  $\rho$  é a densidade de massa e  $p$  é a pressão. Para essa métrica existem duas equações de Einstein independentes, uma equação obtida com as componentes tempo-

tempo e outra obtida com as componentes espaço-espaço. Sabendo que as componentes dos tensores variam entre quatro coordenadas, a derivação da primeira equação, que é a obtida pela componente tempo-tempo, fornece exatamente a equação de Friedmann (equação 1.11). Subtraindo a segunda equação, ou seja, aquela obtida pela componente espaço-espaço, pela equação de Friedmann, obtém-se a equação da aceleração (equação 1.20). E, a partir delas, obtém-se a equação do fluido (equação 1.16). Uma análise mais detalhada no assunto pode ser vista em (LIDDLE, 2015).

### 1.4.3 Modelos Cosmológicos

Com as descobertas importantes, que a Teoria da Relatividade Geral trouxe, vários modelos foram desenvolvidos pelos físicos para descreverem o Universo.

O primeiro modelo foi criado por Einstein, o qual, além de espacialmente homogêneo, era isotrópico, finito e estático (EINSTEIN, 1917; MOSTEPANENKO, 2022). No entanto havia uma questão central neste modelo, que advinha do fato de que, subjacente à teoria de gravitação, soluções somente com matéria não permitem um universo estático. Em outras palavras, ao haver apenas matéria, o Universo se contrai. Porém, como Einstein acreditava na caracterização de um universo estático, incluiu uma constante em suas equações, representada pela letra grega Lambda ( $\Lambda$ ), denominada constante cosmológica. Este era um termo repulsivo para compensar o movimento de atração dos corpos segundo uma análise gravitacional, e que equivale a acrescentar uma densidade de energia com pressão negativa. (WAGA, 2022). É importante notar que o que Einstein e muitos outros cientistas criticavam era o conceito de universo em expansão.

Porém foram astrônomos que adaptaram a Relatividade Geral para a astronomia. Uns dos primeiros modelos cosmológicos foi o chamado modelo de Sitter, feito pelo holandês Willem de Sitter (1872 - 1934) (VIDEIRA; VIEIRA, 2022). O mesmo apresentou um conjunto de três soluções para as equações de Einstein, nos quais em um desses modelos ele descreveu um universo sem matéria, mas que se expandia e também possuía uma constante cosmológica. Ele percebeu que quando corpos de prova estivessem presentes, eles se espalhariam com velocidade proporcional à distância, mas não interpretou esse efeito como se os corpos estivessem se afastando

devido à uma expansão do próprio Universo. Tal efeito ficou conhecido na época como "efeito de Sitter" e foi amplamente investigado como uma possível descrição da realidade (MSTEPANENKO, 2022).

Porém, de Sitter apenas mostrou um efeito em que o afastamento entre os corpos aumentava com a distância. Neste momento não havia consenso entre a comunidade científica de que o Universo poderia se expandir (MSTEPANENKO, 2022).

Além destas vale destacar, também, as soluções de Alexander Friedmann (1888 - 1925). Friedmann utilizou uma métrica desenvolvida por ele para desenvolver modelos em que o Universo se expande ou se contrai. A diferença desses modelos para os de de Sitter é a ausência de uma constante cosmológica (WAGA, 2022). Além de ser um modelo expansionista, os resultados de Friedmann mostravam um universo isotrópico em relação a qualquer ponto e espacialmente homogêneo. Friedmann apresentou cálculos referentes às equações do próprio Einstein e foi pioneiro no estudo de um universo em expansão, cujo modelo é base para o Modelo Cosmológico Padrão (MCP). (MSTEPANENKO, 2022). A partir dos modelos de Friedmann e de Sitter, outros estudos sobre a expansão foram feitos e serão explorados no capítulo seguinte. Com isto, o pensamento comentado anteriormente, sobre a negação de cenários expansionistas, foi revisto.

A partir do que foi apresentado, após o advento da Relatividade Geral, foi possível a criação de uma descrição para o cosmos do ponto de vista científico moderno. Nesse contexto, somado às observações a serem exploradas no próximo capítulo, podemos caracterizar o surgimento da Cosmologia Moderna, nascida da evolução científica do pensamento humano, no começo do século XX.

# Capítulo 2

## A expansão do Universo

### 2.1 Efeito Doppler e redshift

Uma das maiores conquistas astronômicas do séc. XX foi a capacidade de observar e medir as emissões os corpos celestes em todo o espectro eletromagnético. Desde então, os instrumentos foram capazes de observar ondas de rádio, microondas, ultravioleta, raio x, e outras frequências de luz, além da luz visível, provinda dos lugares mais remotos do Universo. Por sua natureza ondulatória, as ondas eletromagnéticas apresentam o chamado efeito Doppler, descoberto por Christian Doppler (1803 - 1853), e amplamente relevante no estudo do espectro dos astros, principalmente no estudo das nebulosas espirais. (LIDDLE, 2015).

Pode-se compreender melhor o efeito Doppler utilizando ondas sonoras como referência. Quando nos encontramos dentro de um ônibus no Rio de Janeiro, em algum momento é possível identificar o som de uma moto se aproximando e se afastando rapidamente do ônibus. Analisando essa condição, o som que a moto emite ao se aproximar é um som mais agudo e, ao se afastar, emite um som mais grave. Isto se deve à diferença de frequência da onda sonora percebida pelo observador que está dentro do ônibus (YOUNG; FREEDMAN, 2016a).

Quando se trata de ondas eletromagnéticas, por exemplo a luz de uma galáxia distante, o conceito é o mesmo, porém as frequências observadas se estendem pelo vasto espectro eletromagnético e sua variação é medida a partir de uma interpretação

relativística do efeito Doppler, dada pela seguinte equação:

$$f = \sqrt{\frac{c+v}{c-v}} f_0, \quad (2.1)$$

onde  $f$  é a frequência medida pelo observador com a fonte se afastando,  $f_0$  é a frequência medida no sistema de repouso da fonte (frequência própria),  $c$  é a velocidade da luz no vácuo e  $v$  a velocidade da fonte em relação ao observador (YOUNG; FREEDMAN, 2016b). A diferença  $f - f_0$  é chamada deslocamento de frequência e, quando  $v/c$  é muito menor do que 1, o deslocamento relativo  $\Delta f/f$  é aproximadamente  $v/c$ :

$$\frac{\Delta f}{f} = \frac{v}{c}. \quad (2.2)$$

Sabendo que  $v = \lambda f$ , é fácil perceber que quando a fonte se afasta do observador o comprimento de onda aumenta e, quando a fonte se aproxima, o comprimento de onda diminui. Com isso, tomando como referência o espectro da luz visível, quando a fonte se afasta há um deslocamento da franja observada no sentido do extremo vermelho, ao passo que, quando se aproxima, há um deslocamento para o azul/violeta.

Ao aplicar esses conceitos no efeito onde ocorre alteração da frequência de ondas eletromagnéticas decorrentes da velocidade relativa entre a fonte emissora e o observador receptor, temos que: o deslocamento para o aumento do comprimento de onda é denominado "deslocamento para o vermelho", em inglês, *redshift*, representado pela letra  $z$ . Com relação ao comprimento de onda, o *redshift* é definido como

$$z = \frac{\lambda_{obs} - \lambda_{em}}{\lambda_{em}} = \frac{v}{c}, \quad (2.3)$$

onde  $\lambda_{em}$  é o comprimento de onda da luz nos pontos de emissão (galáxia) e  $\lambda_{obs}$ , o comprimento de onda da luz observado (Terra) (WAGA, 2022).

## 2.2 Observações e teoria sobre a expansão cosmológica

Um dos grandes mistérios do Universo no começo do século XX era a natureza de nebulosas espirais. Uma nebulosa é uma imensa nuvem de gás e poeira que pode ter diferentes formas e tamanhos. Alguns astrônomos defendiam que tratavam-se de sistemas de estrelas, outros afirmavam que nebulosas espirais eram sistemas parecidos com a nossa galáxia, e de fato, hoje sabe-se que tais nebulosas são galáxias.

Vesto M. Slipher (1875 - 1969) foi um astrônomo estadunidense que já estudava o espectro da luz que vinha desses objetos. Em 1913, Slipher observou que as linhas do espectro da luz da galáxia de Andrômeda estavam deslocadas para uma região de menores comprimentos de onda, ou seja, ele observou um deslocamento para o azul. Medindo o deslocamento espectral, e analisando o redshift através do efeito Doppler para a onda eletromagnética, Slipher sugeriu que Andrômeda estivesse se aproximando do nosso sistema solar com uma velocidade de  $300 \text{ km/s}$  (WAGA, 2000). Esta era uma grande velocidade comparada a outras que já haviam sido observadas para diferentes objetos. Por exemplo, o astrônomo William Huggins (1824 - 1910), havia observado o desvio espectral da estrela Sirius e inferiu que ela estava se afastando da Terra com uma velocidade de aproximadamente  $50 \text{ km/s}$ . Até 1917, Slipher aumentou o número de desvios espetrais medidos, percebendo que poucos corpos tinham o desvio da luz para o azul e a maioria apresentava um desvio para o vermelho (BAGDONAS; ZANETIC; GURGEL, 2017). Neste mesmo ano os primeiros modelos cosmológicos relativísticos já haviam sido propostos por Albert Einstein e Willem de Sitter (VIDEIRA; VIEIRA, 2022).

Já em 1925, Georges Lemaître (1894 - 1966), um astrônomo belga, assistiu a uma apresentação de Edwin Hubble (1889 - 1953), em que ele mostrou sua descoberta de uma estrela de brilho variável na galáxia de Andrômeda, conhecida na época como cefeida (BAGDONAS; ZANETIC; GURGEL, 2017). Com efeito, uma cefeida é uma estrela instável e pulsante que pode ser do tipo I ou do tipo II, cujo brilho varia ao longo do tempo. A cefeida do tipo I segue um padrão específico de variação de luminosidade, e essa característica a tornou um objeto fundamental para a determi-

nação de distâncias no Universo desde que a astrônoma Henrietta Leavitt (1968 - 1921) descobriu, em 1912, uma relação entre o período de variação e a luminosidade absoluta desse tipo de estrela. Já as cefeidas do tipo II possuem variados padrões de oscilação de luminosidade e não seguem a relação descoberta por Leavitt, apesar de ainda serem muito importantes para medir distâncias (BATALHA; CAMPOS, 2015).

A partir de tais cefeidas, e observando o período de variação delas, é possível inferir a sua luminosidade absoluta, pois quanto maior o período de oscilação entre o máximo e o mínimo de luz, maior é a luminosidade absoluta. A calibração desenvolvida por Leavitt consiste em medir a luminosidade aparente de uma cefeida, estimar a luminosidade absoluta e determinar a distância sabendo que a intensidade da luz diminui com o inverso do quadrado dessa distância (WAGA, 2000).

Retornando às análises de Lemaître, o mesmo ficou motivado a estudar mais sobre a relação redshift-distância para nebulosas espirais. Ele publicou um novo modelo que correspondia a um universo estático, mas que depois de um certo tempo começou a se expandir (BAGDONAS; ZANETIC; GURGEL, 2017). Este continha semelhanças com o trabalho feito por Alexander Friedmann, que foi pioneiro nas soluções expansionistas das equações de Einstein (WAGA, 2022). Lemaître deduziu uma expressão para a relação entre os desvios espectrais para o vermelho e a expansão do Universo. Tal expressão conduziu a uma aproximação linear entre a velocidade de recessão e a distância do corpo. Esta relação foi observada por Hubble. Além disso, Lemaître estimou o valor da constante de proporcionalidade em 1927 através de medidas dos desvios para o vermelho. Esta constante de proporcionalidade ficou conhecida como 'constante de Hubble' e a relação velocidade-distância, como 'Lei de Hubble', sendo a constante de Hubble ( $H$ ) o coeficiente angular da reta traçada nos diagramas de velocidade-distância. Porém, desde o final de 2018, na XXX Assembleia Geral da União Astronômica Internacional, esta lei é chamada de Lei de Hubble-Lemaître (BENVENUTI; SMITH-SPANIER; CHRISTENSEN, 2018).

Um último comentário é interessante nesta parte, que é a de que o Princípio Cosmológico, como descrito no capítulo 1, não se aplica a galáxias próximas. Portanto,

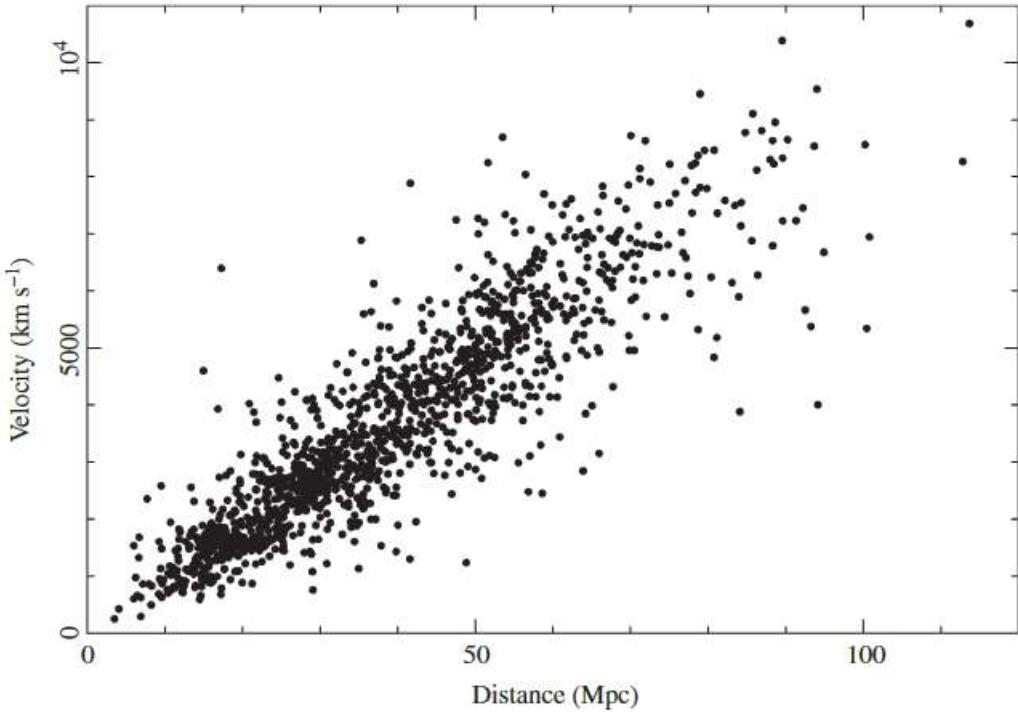


Figura 2.1: Gráfico de velocidade x distância estimada para um conjunto de 1355 galáxias. Este relação implica a lei de Hubble-Lemaître. (LIDDLE, 2015)

a Lei de Hubble-Lemaître não é exata, mas descreve extremamente bem o comportamento médio das galáxias e, observationalmente, as galáxias estão se afastando da Terra, em média. Ao observar que tudo se afasta da Terra pode-se dar a impressão de que ela está no centro e que o Princípio Cosmológico foi violado, porém, justamente por assumirmos o Princípio Cosmológico, então a conclusão é a de que todo observador vê todos os objetos se afastando de si com velocidade proporcional à distância. Deste modo, embora em expansão, o Universo parece o mesmo em qualquer posição e direção. Uma consequência básica deste dado observational é que, como tudo está se afastando, é simples imaginar que, um dia no passado, tudo já esteve mais próximo, possivelmente até um tempo inicial matematicamente igual a zero.

## 2.3 Parametrização da expansão do Universo

Como visto anteriormente, Lemaître, Hubble e outros perceberam, em suas observações e cálculos, que a velocidade de recessão era proporcional à distância de

um objeto a nós, o que pode ser descrito matematicamente pela expressão:

$$\vec{v} = H\vec{r}, \quad (2.4)$$

onde  $\vec{v}$  é a velocidade de recessão,  $\vec{r}$ , a posição, e  $H$  é o parâmetro de Hubble, que, particularmente para os dias atuais, se converte na constante de Hubble, ou seja,  $H(t = \text{hoje}) = H_0$ . Em cosmologia, as unidades comumente utilizadas são o Megaparsec (Mpc) para distância e km/s para velocidade, levando a constante de Hubble a ser dada pela unidade km/s/Mpc.

Como descrito no capítulo anterior, Friedmann demonstrou que um universo em expansão poderia ser obtido caso uma função do tempo alterasse a respectiva coordenada espacial da métrica. Isto implica na posição real ( $\vec{r}$ ) ser obtida pelo produto da coordenada comóvel ( $\vec{x}$ ) por um fator de escala ( $a(t)$ ), ou matematicamente

$$\vec{r} = a(t)\vec{x} \Rightarrow \vec{x} = \frac{\vec{r}}{a(t)}. \quad (2.5)$$

Tomando a derivada primeira, no tempo, da posição ( $\vec{r}$ ), é possível obter

$$\vec{v} = \dot{\vec{r}} = \dot{a}(t)\vec{x} + a(t)\dot{\vec{x}} = \dot{a}(t)\vec{x} \Rightarrow \vec{x} = \frac{\dot{\vec{r}}}{\dot{a}(t)}, \quad (2.6)$$

onde foi utilizado o fato de derivada primeira da distância comóvel ser nula, pois, por definição, a coordenada comóvel não se altera com o tempo. Comparando as equações (2.5) e (2.6) obtemos

$$\frac{\vec{r}}{a(t)} = \frac{\dot{\vec{r}}}{\dot{a}(t)} \Rightarrow \dot{\vec{r}} = \frac{\dot{a}(t)}{a(t)}\vec{r}. \quad (2.7)$$

Finalmente, comparando a última equação com a equação (2.4) pode-se perceber que

$$H = \frac{\dot{a}}{a}, \quad (2.8)$$

Seguindo, nesta seção, com o intuito de descrever os parâmetros associados à expansão do Universo, podemos tomar a diferencial da equação (2.3), que define o

*redshift*, tal que

$$\frac{d\lambda}{\lambda_e} = \frac{dv}{c}. \quad (2.9)$$

E, utilizando este resultado com a combinação das equações (2.4) e (2.8) obtém-se

$$\frac{d\lambda}{\lambda_e} = \frac{\dot{a}}{a} \frac{d\vec{r}}{c} = \frac{\dot{a}}{a} dt, \quad (2.10)$$

onde foi utilizado que o tempo entre a emissão e a recepção de um sinal luminoso é dado pelo tempo de viagem da luz ( $dt = d\vec{r}/c$ ). Em seguida, tornando explícito o termo associado à derivada no tempo do fator de escala ( $\dot{a} = \frac{da}{dt}$ ), pode-se obter

$$\frac{d\lambda}{\lambda_e} = \frac{da}{dt} \frac{dt}{a} = \frac{da}{a}. \quad (2.11)$$

Ao se integrar, obtém-se que  $\ln\lambda = \ln a + cte$ , ou seja,  $\lambda \propto a$ . Logo, o comprimento de onda instantâneo medido a qualquer momento ( $\lambda$ ) é diretamente proporcional ao fator de escala ( $a$ ).

Este é um resultado geral, embora tenha surgido através de uma lei que foi observada para objetos muito próximos, e diz que à medida que o espaço se expande, os comprimentos de onda se tornam mais longos em proporção direta. Então, se o comprimento de onda é esticado pela expansão do Universo, pode-se descobrir o quanto o Universo se expandiu desde que a luz começou a viajar.

O redshift, definido a partir da equação 2.3, pode ser escrito como

$$1 + z = \frac{\lambda_r}{\lambda_e}, \quad (2.12)$$

logo, comparando esta última equação com a anterior, é possível demonstrar que a relação entre o redshift e o fator de escala é dada por

$$1 + z = \frac{a(t_r)}{a(t_e)}, \quad (2.13)$$

e, definindo o fator de escala hoje como igual à unidade, resulta em

$$a(t) = \frac{1}{1 + z}. \quad (2.14)$$

Com isto, o tempo presente é definido pela parametrização  $z(\text{hoje}) = 0$ , e seu valor é maior quanto mais no passado, tendendo a infinito, o que implica no fator de escala ser definido como  $a(\text{hoje}) = 1$  e chegando a zero para um tempo zero.

## 2.4 Observações da expansão

Vimos, portanto, que a constante de Hubble  $H_0$  é um parâmetro observacional que fornece a atual taxa de expansão do Universo. Como a determinação do parâmetro consiste em medir distâncias e velocidades, é possível encontrar alguns desafios como a velocidade peculiar e aleatória, independente do movimento de expansão, de cada galáxia em relação a outra, além do movimento dado pela expansão. Entretanto, se a medida for feita para uma galáxia suficientemente distante (da ordem de muitos megaparsecs), a velocidade peculiar pode ser desprezada. Para uma galáxia muito distante, a nova dificuldade é localizá-la. O método comumente chamado de "vela-padrão", onde as características principais do objeto não se modificam e possuem um certo padrão de luminosidade e propriedades conhecidas. Isso permite a distância até esses objetos seja obtida através da comparação entre o brilho aparente e o brilho absoluto (LIDDLE, 2015). Um exemplo é a relação período-luminosidade das variáveis cefeidas, descrito na seção anterior.

Como  $H_0$  pode ser estimado de diversas maneiras, é fácil ocorrerem discrepâncias e, por isso, deve haver um processo de calibração utilizando abordagens cada vez mais atualizadas. Uma ferramenta de grande impacto é o telescópio Hubble, lançado em 1990 pela Administração Nacional da Aeronáutica e Espaço (em inglês: National Aeronautics and Space Administration - *NASA*), com o objetivo de determinar  $H_0$  utilizando, principalmente, dados de cefeidas localizadas em galáxias onde se hospedam supernovas do tipo Ia (RIESS et al., 2022).

Uma supernova é uma explosão extremamente brilhante que ocorre no final da vida de algumas estrelas. As supernovas do tipo I não apresentam linhas de hidrogênio em seus espectros. Dentro desta classificação existe o tipo Ia, que são as supernovas que também apresentam linhas de silício II ionizado. Além disso, as supernovas Ia possuem propriedades similares entre si fazendo com que possam ser

consideradas velas-padronizáveis (REIS; SIFFERT, 2022). Este método será explicitado mais detalhadamente no capítulo posterior.

O valor para  $H_0$  com a calibração para cefeidas de 42 supernovas Ia é de (RIESS et al., 2022):

$$H_0 = 73,04 \pm 1,04 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1} \quad (2.15)$$

É importante observar que a calibração pode ser feita de diversas maneiras, então, no sentido de utilizar uma calibração bem desenvolvida, as medidas são obtidas pelo programa SH0ES - Supernovae and H0 for the Equation of State of dark energy.

Para além desta medida recente, outra observação também descreve uma medida atual. Obtida pela sonda Planck, que ficou em operação de 2009 a 2013 pela Agência Espacial Europeia, resultados de 2018 apresentam o seguinte valor para  $H_0$  (Planck Collaboration et al., 2020):

$$H_0 = 67,4 \pm 0,5 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1} \quad (2.16)$$

Sendo assim, os valores não concordam quando aferidos por metodologias diferentes, causando a chamada "Tensão de Hubble". Apesar de os estudiosos procurarem um possível motivo para isso ocorrer, a combinação de diferentes observações, que ajuda a averiguar o modelo cosmológico padrão, cria um modelo de concordância que pode ser aprovado de forma satisfatória (RIESS et al., 2022).



## Capítulo 3

# Características complementares do Modelo Cosmológico Padrão

Com o intuito de complementar a descrição do Modelo Cosmológico Padrão serão descritas, no presente capítulo, algumas de suas características que não foram comentadas anteriormente. Como haverá um levantamento de conceitos muito bem estabelecidos na literatura, e para que a referência a estes elementos não se torne repetitiva, fica aqui mencionado que as conceituações gerais foram baseados em (WEINBERG, 1972; LIDDLE, 2015; RYDEN, 2017; PEEBLES, 2022; ELLIS, 2014), e referência ali encontradas. As exceções serão as referências acerca de medições observacionais recentes, garantido a atualidade destas medidas.

Com relação à complementariedade do MCP, vale notar que para além da expansão do Universo, outros dois pilares observacionais sustentam a sua descrição, nomeadamente: a Nucleosíntese Primordial e a Radiação Cósmica de Fundo em Microondas. Além disso, também será abordada a descoberta da expansão acelerada do Universo. Durante as análises é importante lembrar que:

A energia do Universo basicamente depende apenas da temperatura, de tal maneira que a temperatura cósmica pode ser usada como uma espécie de relógio, com sua diminuição no lugar do tic-tac, à medida que o Universo se expande. [p.80] (WEINBERG, 1976)

### 3.1 Nucleossíntese Primordial

A Nucleossíntese Primordial (NP), ou Nucleosíntese do Big Bang (NBB), é a melhor maneira de explicar como ocorreram as formações dos elementos básicos do Universo até chegarem no estágio atual. É um fóssil "vivo" de um universo de início quente e denso, onde os fótons não podiam escapar do seu plasma primordial. É possível imaginar a importância deste estudo para a Cosmologia, visto que se trata da condição inicial que possibilitou a formação de tudo o que conhecemos como matéria no dia-a-dia.

Com efeito, poucos segundos após uma fase inicial denominada Big Bang, o Universo se encontrava no processo de expansão e era dominado por radiação, ou seja, havia mais radiação do que as outras componentes (matéria comum e constante cosmológica, que será explicada na seção 3.3). Os fótons de alta energia e curtíssimo comprimento de onda estavam sempre em colisão com as partículas livres. Isso quer dizer que, sendo a energia típica de ligação nuclear é 1 MeV, com a energia típica dos fótons sendo maior do que esse valor, então os núcleos não poderiam ser formados.

Nesta fase havia um equilíbrio térmico entre prótons e nêutrons com densidade numérica ( $n_{np}$ ), que satisfaz a distribuição de Maxwell-Boltzmann, dada por

$$n_{np} = \frac{N_n}{N_p} = \left( \frac{m_n}{m_p} \right)^{\frac{3}{2}} \exp \left[ -\frac{(m_n - m_p)c^2}{k_B T} \right], \quad (3.1)$$

onde  $k_B$  é a constante de Boltzmann, dada no S.I. por  $k_B = 1,35 \times 10^{-23} J \cdot K^{-1}$  (NEWELL; TIESINGA, 2019). Durante esta fase, enquanto fosse válida a condição  $k_B T \gg (m_n - m_p)c^2$  então o número de prótons e de nêutrons no Universo era quase idêntico.

Um nêutron possui uma meia-vida de cerca de 610 segundos e decai em prótons, elétrons e antineutrinos de acordo com a reação (3.4):



onde  $\nu_e$  é o neutrino do elétron e  $\bar{\nu}_e$ , sua antipartícula (DODELSON; SCHMIDT, 2021).

À medida que o tempo passou, fazendo com que o Universo se expandisse e esfriasse, os fótons perderam energia até o ponto onde nêutrons e prótons puderam se unir e formar os núcleos atômicos, daí o nome Nuclosíntese Primordial. Com isso, os nêutrons se tornaram estáveis e os elementos leves se formaram, como o deutério, o hélio-4, o hélio-3 e o lítio-7.

As abundâncias relativas desses elementos dependem da densidade de matéria bariônica, da taxa de expansão do Universo e da proporção de nêutrons e prótons, no momento da nucleossíntese. Podemos introduzir um parâmetro adimensional  $\eta$ , que quantifica a razão entre as densidades numéricas de bárions ( $n_B$ ) e de fótons ( $n_\gamma$ ), ou seja

$$\eta = \frac{n_B}{n_\gamma}, \quad (3.5)$$

bem como definir

$$\eta_{10} = 10^{10}\eta. \quad (3.6)$$

A variação das abundâncias relativas dos elementos leves mencionados anteriormente, com relação a este parâmetro, pode ser vista na figura 3.1 (STEIGMAN, 2004), bem como o valor observacional pode ser estimado em  $\eta_{10} = 5,80 \pm 0,27$  (STEIGMAN, 2010).

A partir da conceituação anterior obtemos, por exemplo, a densidade de matéria bariônica no Universo. Assim, ao tomarmos que

$$n_B = \frac{\rho_c \Omega_B}{m_B}, \quad (3.7)$$

e, reescrevendo a equação (3.5) a partir da densidade de fótons, podemos obter estimativas de  $\Omega_B$ , que é o parâmetro de densidade de matéria bariônica. Nas observações realizadas pelo satélite Planck este procedimento levou à estimativa de  $\Omega_B h^2 = 0,02236 \pm 0,00029$  (Planck Collaboration et al., 2020).

Para além do mencionado anteriormente, o que também pode afetar as abundâncias dos elementos leves é o número de neutrinos, que afeta a forma como as reações

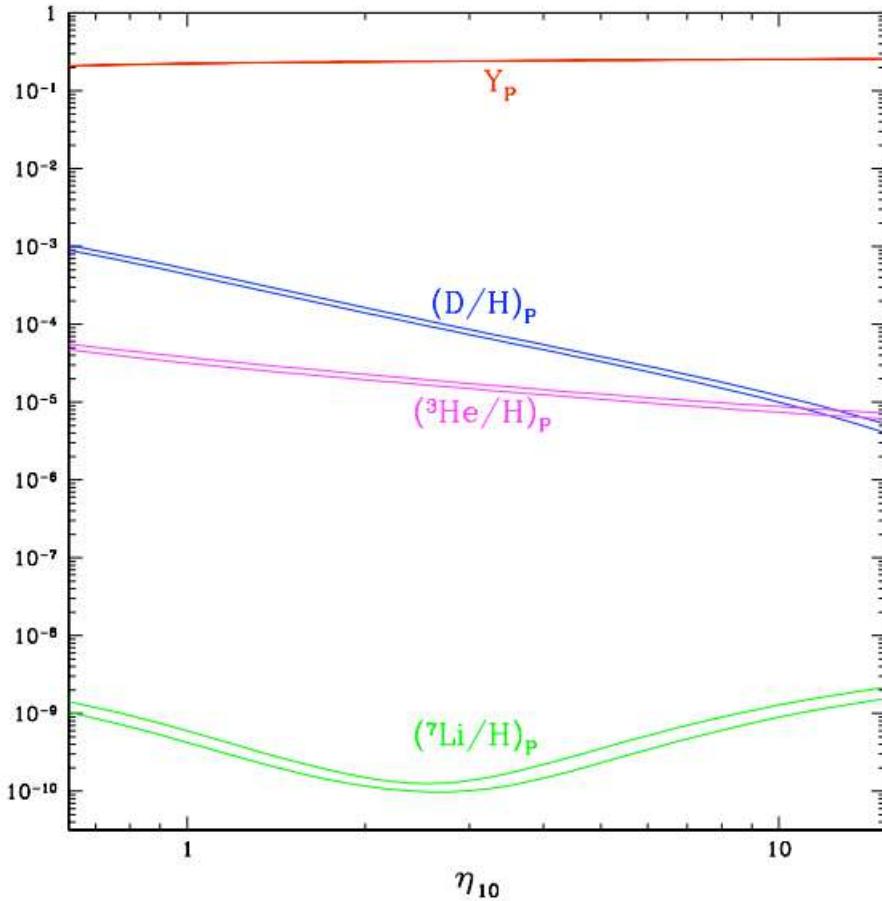


Figura 3.1: Abundâncias primordiais dos elementos leves (STEIGMAN, 2004).

nucleares saem do equilíbrio térmico. Isso porque, resumidamente, o número de neutrinos afeta a evolução temporal da temperatura do Universo. Os principais tipos de reações são:



As medidas mais atuais do telescópio *Planck*, de acordo com (COOKE; PETTINE; STEIDEL, 2018), indicam que o número efetivo de famílias de neutrinos são

$$N_{eff} = 3,41 \pm 0,45. \quad (3.11)$$

Assim como a estimativa para a densidade bariônica é

$$100\Omega_{B,0}h^2 = 2,237 \pm 0,070. \quad (3.12)$$

Os elementos produzidos em abundância significativa no Universo primordial são o hidrogênio e o hélio-4. A abundância de hidrogênio se deve ao fato de não haver nêutrons suficientes para se ligarem aos prótons, e a de hélio-4 é por ser o núcleo leve mais estável. Os dados previstos para as abundâncias coincidem com as medições feitas em objetos muito antigos no Universo. Foi descoberto que a concordância só poderia ser obtida se existissem 3 espécies de neutrinos sem massa, o que corresponde ao que se conhece, atribuindo validade à teoria do Big Bang.

## 3.2 Radiação Cósmica de Fundo

Após a formação dos núcleos, a temperatura ainda era alta o suficiente para que os fótons continuassem colidindo com os elétrons livres, impedindo a formação estável dos átomos neutros. Isso continuou dessa maneira por até 400000 anos, aproximadamente, quando o Universo esfriou o necessário para que os átomos finalmente fossem formados.

A temperatura estava cerca de 3000 K quando houve o desacoplamento entre a radiação e a matéria, garantindo que os fótons pudessem seguir um caminho livre e que os elétrons seguissem para o seu estado fundamental. O desacoplamento ocorreu no momento em que a radiação deixou de interagir tão fortemente com a matéria como antes. A partir disso o Universo se tornou transparente e a radiação viajou até hoje. Sua detecção atual é feita na faixa de microondas e a uma temperatura média de  $2,72548 \pm 0,00057K$  (Fixsen, 2009).

Sabendo que os fótons a altíssimas temperaturas possuem uma distribuição característica que pode ser analisada através do espectro do corpo negro, utilizando a equação da densidade de energia de radiação para este caso temos

$$\epsilon_{rad} = \sigma T^4, \quad (3.13)$$

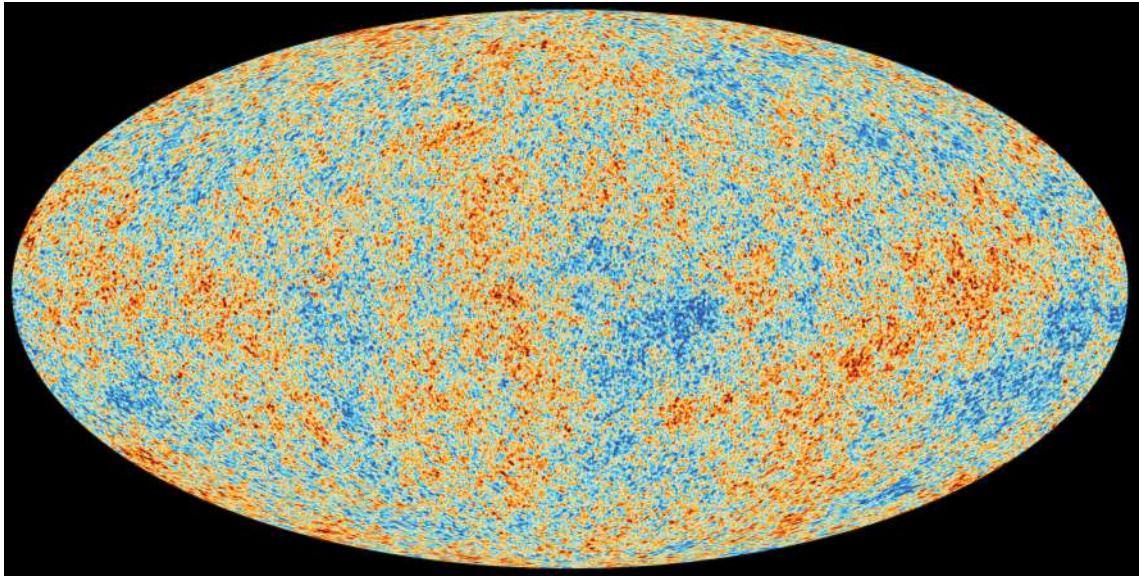


Figura 3.2: Mapa que mostra as flutuações de temperatura correspondentes às regiões com densidades ligeiramente diferentes. Ele mostra um retrato do Universo aos seus quase 400000 anos, ou seja, a estrutura representando as sementes das galáxias e estrelas de hoje. Imagem baseada em (Planck Collaboration et al., 2020).

onde  $\sigma$  é a constante de Stefan-Boltzmann, dada no S.I. por  $\sigma = 5.67 \times 10^{-8} W \cdot m^{-2} \cdot K^{-4}$ . Por outro lado, a distribuição de densidade de energia para o corpo negro é dada por

$$\epsilon(f)df = \frac{8\pi h}{c^3} \frac{f^3 df}{\exp(hf/k_B T) - 1}. \quad (3.14)$$

Com isto, vemos que a forma da distribuição de energia de corpo negro é preservada a uma temperatura mais baixa, mesmo que a frequência diminua. A expansão do Universo reduz a densidade numérica dos fótons enquanto o redshift reduz a sua frequência, porém, os dois efeitos se combinam, correspondendo a um espectro de um novo corpo negro a uma temperatura mais baixa.

Com relação ao desenvolvimento histórico da detecção da Radiação Cósmica de Fundo, a mesma foi observada pela primeira vez em 1964 por Arno Penzias e Robert Wilson através de uma antena de comunicação. A dupla de radioastrônomos trabalhava no Bell Telephone Laboratory e buscava medir a intensidade das ondas de rádio emitidas pela Galáxia. Penzias e Wilson foram surpreendidos pela quantidade de ruído de microondas vindo de todas as direções, cujas interpretações futuras indicaram que tal ruído provinha de uma época distante do Universo.

### 3.3 Aceleração do Universo

Como terceira e última característica a ser somada à descrição do MCP, temos a aceleração do Universo, descoberta há pouco mais de duas décadas. Seu entendimento remete aos primeiros modelos cosmológicos. Como apresentado na seção 1.4.3, alguns modelos foram apresentados no começo do Séc. XX e, ao longo da Cosmologia Moderna, toda descrição cosmológica do Universo com matéria implicava em um Universo desacelerado. Note que isto era assim justamente porque as observações assim indicavam (FAGUNDES, 2002).

Porém, na década de 1990 dois grupos independentes liderados por Adam G. Riess e Saul Perlmutter chegaram à conclusão de que a expansão do Universo está acelerando, após observarem supernovas muito distantes e considerando-as como velas-padronizáveis (RIESS et al., 1998; PERLMUTTER et al., 1999). Tais resultados podem ser vistos na figura 3.3, onde, ao longo do redshift, vemos uma variação do módulo de distância ( $\mu$ ), grandeza descrita a seguir. Tal descoberta resultou no laureamento do Prêmio Nobel de Física em 2011, "pela descoberta da expansão acelerada do Universo através da observação de supernovas distantes".

Como mencionado no capítulo anterior, as supernovas do tipo Ia possuem um espectro calibrável, e que pode ser utilizado para calcular a distância através de medidas do *redshift* e luminosidade de cada supernova. Este é um método muito importante para calcular distâncias na cosmologia. Para tal, é preciso estabelecer que a luminosidade  $L$  é a energia emitida por unidade de tempo e a luminosidade aparente  $f$  é a energia recebida por unidade de área por unidade de tempo. A partir do conhecimento da luminosidade de uma supernova Ia e a medida da sua luminosidade aparente, é possível calcular a distância de luminosidade  $d_L$  (RAYMUNDO et al., 2022) através de

$$d_L = \left( \frac{L}{4\pi f} \right)^{1/2}. \quad (3.15)$$

A partir desta é possível obter o módulo de distância, que é dado por

$$\mu = m - M = 5\log_{10}d_L - 5, \quad (3.16)$$

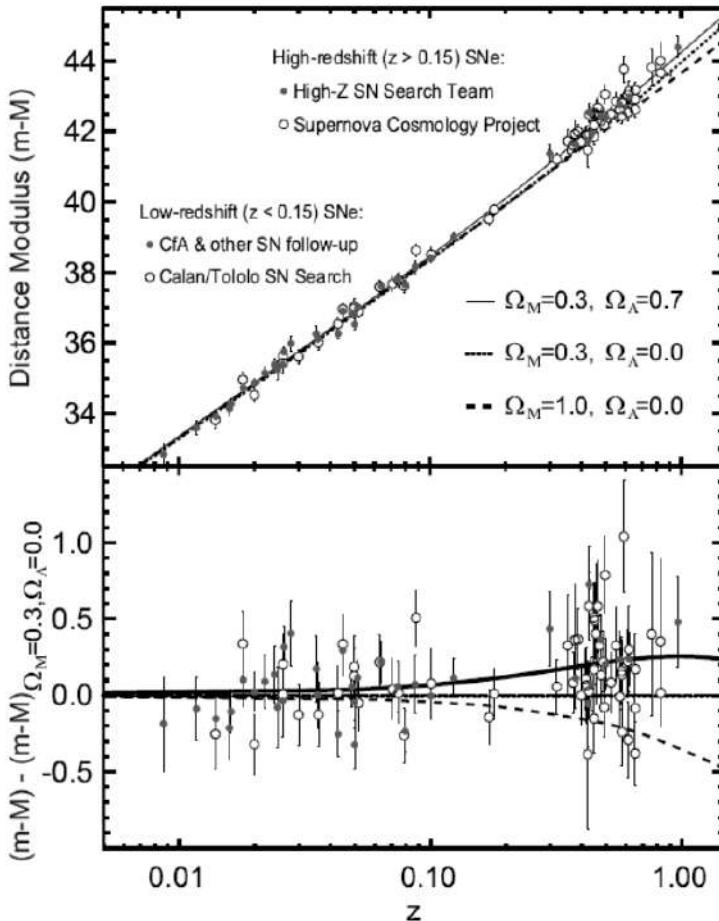


Figura 3.3: Diagrama de Hubble do SNIa medido pelo Projeto de Cosmologia de Supernova e pela Equipe de Supernova High-z. De (FRIEMAN; TURNER; HUTERER, 2008) baseado em (RIESS et al., 1998) e (PERLMUTTER et al., 1999)

onde  $m$  é a magnitude aparente,  $M$  a magnitude absoluta e  $d_L$  é a distância de luminosidade escrita em megaparsecs.

Do ponto de vista da análise teórica, a distância de luminosidade é afetada pela composição do universo estudado como, por exemplo, a quantidade de matéria ou radiação. Isto porque o fluxo de energia observado do objeto depende da distância cosmológica até o objeto, que depende do parâmetro de Hubble e, este, depende das componentes cosmológicas. Deste modo, objetos aparecem ser mais ou menos brilhantes de acordo com estas componentes, que por sua vez também determinam a dinâmica do Universo. Deste modo, a partir das observações de SNIa o Universo está em uma fase acelerada de expansão. Para dar conta desta aceleração diversos mecanismos foram propostos na literatura, sendo o mais simples deles a Constante Cosmológica  $\Lambda$  ((WEINBERG, 1989, 2000), e referências ali encontradas)

Para terminar a breve exposição sobre MCP, note-se que a combinação de observações fornece uma estimativa para os parâmetros cosmológicos como  $\Omega_B$  e  $\Omega_\Lambda$  (Fig. 3.4). Portanto, os resultados dependem da combinação dos parâmetros e dados escolhidos para a descrição do Universo (FRIEMAN; TURNER; HUTERER, 2008).

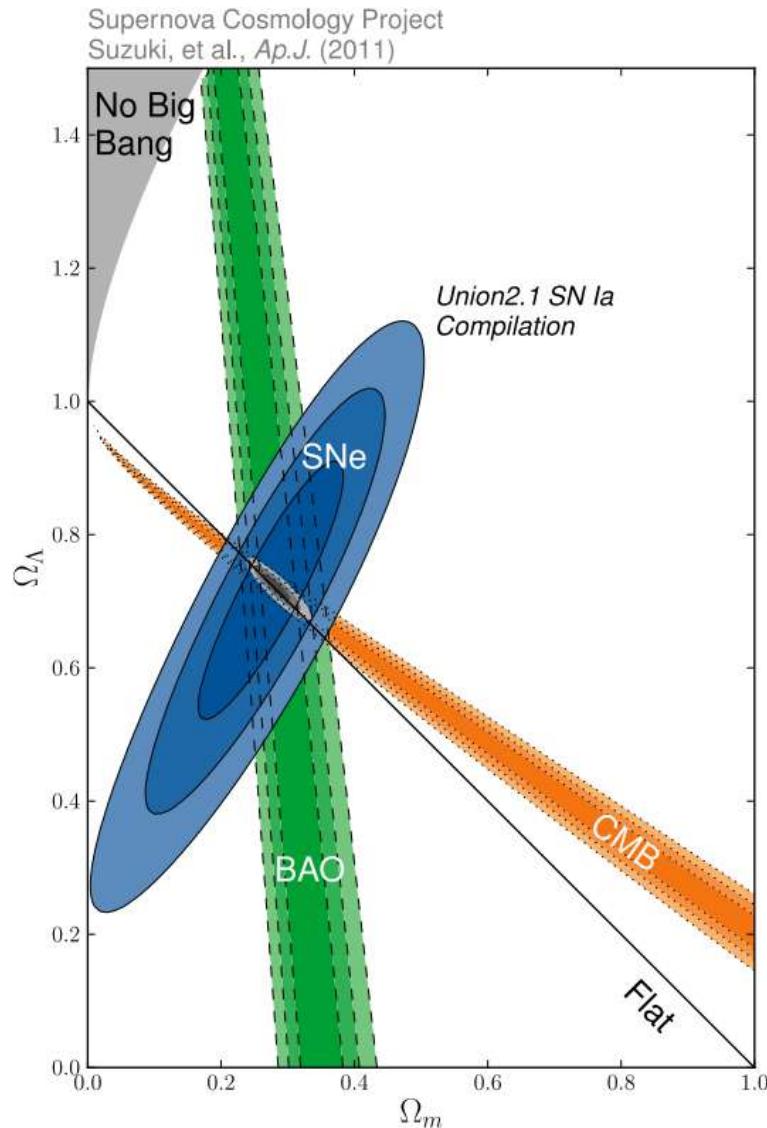


Figura 3.4: A figura mostra regiões de confiança de Supernovas Ia incluindo erros estatísticos da relação luminosidade-redshift. Combinadas com restrições de uma técnica chamada Oscilações Acústicas de Bárions (BAO - *Baryon Acoustic Oscillations*) e da Radiação Cósmica de Fundo em Microondas (CMB - *Cosmic Microwave Background*) (SUZUKI et al., 2011).

# Conclusões

A presente monografia versou sobre o Modelo Cosmológico Padrão, enfatizando um dos seus aspectos principais, a saber, a expansão do Universo. Para isto foi apresentada, na introdução, a Cosmologia Moderna, indicando suas motivações bem como a distribuição dos tópicos na monografia. Em seguida, no Capítulo 1, foram apresentados os aspectos gerais da Cosmologia, desde seu início, passando pelas visões newtonianas e einstenianas sobre conceitos como espaço, tempo e massa. Nesta mesma parte foram apresentadas e deduzidas, de maneira heurística, as equações principais da dinâmica do Universo, as chamadas equações de Friedmann. Por fim, o capítulo terminou apresentando uma revisão geral sobre os primeiros modelos cosmológicos.

Os dois capítulos seguintes formaram o núcleo conceitual da presente monografia. No capítulo 2 foi abordado a expansão do Universo. Esta característica permite que se entenda o Universo através de uma mudança de seu tamanho, e, para que isto seja configurado, tomou-se o efeito Doppler eletromagnético, no qual o aumento da distância entre dois pontos afeta o comprimento da respectiva onda analisada. Esta expansão do Universo foi uma revolução conceitual que, por um lado, estabeleceu a Cosmologia Moderna como uma ciência que utiliza dados observacionais e, por outro lado, aprimorou nosso entendimento sobre o Cosmos através do desenvolvimento de modelos teóricos. No capítulo 3 foram apresentados três outros pilares do MCP, a saber, a Nucleosíntese Primordial, a Radiação Cósmica de Fundo e a aceleração do Universo. Cada um deles versa sobre uma fase da evolução térmica do Universo e trazem, respectivamente, o modo como os blocos fundamentais da matéria foram formados, a relíquia proveniente de uma fase inicial do Universo, e a fonte observational para a existência de uma das peças mais intrigantes da ciência, a energia

escura.

É importante mencionar que outras características do MCP não foram exploradas. Por exemplo, a inflação, que é uma fase inicial do Universo onde o mesmo se expandiu mais rapidamente do que o esperado pelo modelo tradicional. Tal cenário é útil para solucionar problemas como o da planeza. Este problema se refere à necessidade de haver um mecanismo especial que faça a curvatura espacial do Universo ter sido nula desde o passado, para que hoje também o fosse. Isto porque a evolução da curvatura está relacionada com o valor do parâmetro de densidade, e, este, está relacionado com a formação das estruturas do Universo. Ou mesmo, do ponto de vista observacional, discussões acerca de ondas gravitacionais, que são uma nova janela de observações e que podem trazer entendimento sobre buracos negros, estrelas de nêutrons e do Universo como um todo.

Por fim, vale ressaltar que a Cosmologia é um campo em aberto, permitindo tanto o desenvolvimento de seus próprios fundamentos, como caminhos para observações reveladoras e, quem sabe, para novas descobertas na Ciência. Possuir um modelo que melhor descreve o início e a evolução do Universo é, sem dúvida, o começo de todas as descobertas fantásticas que a Cosmologia tem a oferecer. Com isso, é possível entender que a Ciência é um estudo contínuo de muitos cientistas, cujos modelos e teorias juntos transformam paradigmas e tornam realidade a idealização de tudo o que nos cerca.

## Referências Bibliográficas

BAGDONAS, A.; ZANETIC, J.; GURGEL, I. Quem descobriu a expansão do universo? disputas de prioridade como forma de ensinar cosmologia com uso da história e filosofia da ciência. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, 2017.

BATALHA, A.; CAMPOS, L. Estrelas cefeidas e rr lyrae. **Moodle USP**, 2015.

BENVENUTI, P.; SMITH-SPANIER, M.; CHRISTENSEN, L. L. **IAU members vote to recommended renaming Hubble law as the Hubble-Lemaître law**. 2018. Disponível em: <<https://www.iau.org/news/pressreleases/detail/iau1812/>>. Acesso em: 19 de Fevereiro de 2024.

CASTELLANI, O. C. Discussão dos conceitos de massa inercial e massa gravitacional. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, 2001.

COOKE, R. J.; PETTINE, M.; STEIDEL, C. C. One percent determination of the primordial deuterium abundance. **Astrophysical Journal**, 2018.

DODELSON, S.; SCHMIDT, F. **Modern Cosmology**. 2. ed. Califórnia: Academic Press, 2021.

EINSTEIN, A. Zur elektrodynamik bewegter körper. **Annalen der physik**, v. 4, 1905.

\_\_\_\_\_. Zur allgemeinen Relativitätstheorie. (German) [Toward a General Theory of Relativity]. p. 778–786, 799–801, 1915.

\_\_\_\_\_. Cosmological considerations on the general theory of relativity. **Cosmological Constants**, p. 16, 1917.

\_\_\_\_\_. **A Teoria da Relatividade Restrita e Geral**. Rio de Janeiro: Contraponto, 1999.

ELLIS, G. F. R. **On the Philosophy of Cosmology**. [S.l.]: Elsevier, 2014. v. 46. 5–23 p.

FAGUNDES, H. V. Modelos cosmológicos e a aceleração do universo. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, 2002.

Fixsen, D. J. The Temperature of the Cosmic Microwave Background. , v. 707, n. 2, p. 916–920, dez. 2009.

- FRIEMAN, J. A.; TURNER, M. S.; HUTERER, D. Dark energy and the accelerating universe. **Annual Review of Astronomy and Astrophysics**, 2008.
- HOOKE, R. An attempt to prove the motion of the earth by observation. **Early Science in Oxford**, 1674.
- KAKU, M. **O Cosmo de Einstein: como a visão de Albert Einstein transformou nossa compreensão de espaço e tempo**. São Paulo: Companhia das Letras, 2005.
- KOYRÉ, A. **Do Mundo Fechado ao Universo Infinito**. 4. ed. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 2006.
- LEITE, V. B.; ANDRADE-NETO, A. V. Conceitos de espaço, tempo e movimento na mecânica clássica e na teoria da relatividade. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, 2023.
- LIDDLE, A. **An Introduction to Modern Cosmology**. 3. ed. Edinburgh: Jhon Wiley Sons, Ldt, 2015.
- MOSTEPANENKO, V. M. Alexander friedmann e o universo em expansão. **Cadernos de Astronomia**, 2022.
- NEWELL, D. B.; TIESINGA, E. **The International System of Units (SI)**. Nist special publication 330. Gaithersburg, Maryland: National Institute of Standards and Technology, 2019.
- NEWTON, I. **Principia: Princípios Matemáticos de Filosofia Natural - Livro I**. São Paulo: Edusp, 2016.
- NIST. **Newtonian constant of gravitation G**. 2018. Disponível em: <<https://www.physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?bg>>. Acesso em: 19 de Fevereiro de 2024.
- NUSSENZVEIG, H. M. **Curso de Física Básica: Mecânica**. 4. ed. São Paulo: Edgard Blucher, 2002.
- PEEBLES, P. J. E. **Cosmology's Century: An Inside History of Our Modern Understanding of the Universe**. [S.l.]: Princeton University Press, 2022. ISBN 978-0-691-23447-2, 978-0-691-19602-2.
- PERLMUTTER, S. et al. Measurements of  $\Omega$  and  $\lambda$  from 42 high-redshift supernovae. **Astrophysical Journal**, 1999.
- Planck Collaboration et al. Planck 2018 results. VI. Cosmological parameters. , v. 641, p. A6, set. 2020.
- PORTO, C.; PORTO, M. A evolução do pensamento cosmológico e o nascimento da ciência moderna. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, 2008.
- RAYMUNDO, I. B. P. et al. Estimando a aceleração da expansão do universo com o simecosmo. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, 2022.

- REALE, G.; ANTISERI, D. **História da Filosofia Antiga**. São Paulo: Paulus, 1991.
- REIS, P. D. dos et al. Estudo do universo de friedmann partindo de conceitos newtonianos. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, 2022.
- REIS, R. R. R.; SIFFERT, B. B. Supernovas do tipo ia e a expansão do universo. **Cadernos de Astronomia**, 2022.
- RIESS, A. G. et al. Observational evidence from supernovae for an accelerating universe and a cosmological constant. **Astronomical Journal**, 1998.
- \_\_\_\_\_. A comprehensive measurement of the local value of the hubble constant with 1 km s1 mpc1 uncertainty from the hubble space telescope and the sh0es team. **astro-ph.CO**, 2022.
- RYDEN, B. **Introduction to cosmology**. [S.l.]: Cambridge University Press, 2017.
- SANTOS, M. A. dos; ORLANDO, M. T. D. **Mecânica Clássica**. Vitória: UFES, Núcleo de Educação Aberta e a Distância, 2012.
- STEIGMAN, G. Big bang nucleosynthesis: Probing the first 20 minutes. **Carnegie Observatories Astrophysics Series**, 2004.
- \_\_\_\_\_. Primordial Nucleosynthesis: The Predicted and Observed Abundances and Their Consequences. **PoS**, NICXI, p. 001, 2010.
- SUZUKI, N. et al. The hubble space telescope cluster supernova survey: V. improving the dark energy constraints above  $z > 1$  and building an early-type-hosted supernova sample. **Astro-ph.CO**, 2011.
- SYMON, K. R. **Mecânica**. Rio de Janeiro: Editora Campus, 1996.
- VIDEIRA, A. A. P.; VIEIRA, C. L. Notas para uma história da cosmologia entre as décadas de 1910 e 1930. **Cadernos de Astronomia**, 2022.
- WAGA, I. A expansão do universo. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, 2000.
- \_\_\_\_\_. Friedmann e a descoberta da expansão do universo. **Cadernos de Astronomia**, 2022.
- WEINBERG, S. **Gravitation and cosmology: principles and applications of the general theory of relativity**. [S.l.: s.n.], 1972.
- \_\_\_\_\_. **The First Three Minutes: modern view of the origin of the universe**. [S.l.]: Fontana Paperbacks, 1976.
- \_\_\_\_\_. The cosmological constant problem. **Rev. Mod. Phys.**, American Physical Society, v. 61, p. 1–23, Jan 1989. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.61.1>>.

\_\_\_\_\_. **The Cosmological Constant Problems (Talk given at Dark Matter 2000, February, 2000)**. 2000.

WILL, C. M. **Einstein estava certo?: colocando a relatividade geral à prova**. Brasília DF: Editora Universidade de Brasília, 1996.

YOUNG, H.; FREEDMAN, R. **Física II: termodinâmica e ondas**. 14. ed. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2016.

\_\_\_\_\_. **Física IV: ótica e física moderna**. 14. ed. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2016.