



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO

DEPARTAMENTO DE FÍSICA

LICENCIATURA EM FÍSICA

**O EMPREGO DO ARDUINO NA CONSTRUÇÃO DE UM
PROTÓTIPO PARA A DETERMINAÇÃO EXPERIMENTAL DA
CONSTANTE DE PLANCK**

WELERSON DOS SANTOS PEREIRA

SEROPÉDICA - RJ

2024

WELERSON DOS SANTOS PEREIRA

**O EMPREGO DO ARDUINO NA CONSTRUÇÃO DE UM
PROTOTIPO PARA A DETERMINAÇÃO EXPERIMENTAL DA
CONSTANTE DE PLANCK**

SOB A ORIENTAÇÃO DO PROFESSOR

DR. MAURICIO COUGO DOS SANTOS

Monografia apresentada ao curso de
Graduação em Física da UFRRJ, como
requisito parcial para a obtenção do tí-
tulo de Graduado em Licenciatura Plena
em Física.

SEROPÉDICA - RJ

2024

WELERSON DOS SANTOS PEREIRA

**O EMPREGO DO ARDUINO NA CONSTRUÇÃO DE UM
PROTÓTIPO PARA A DETERMINAÇÃO EXPERIMENTAL DA
CONSTANTE DE PLANCK**

Monografia defendida e aprovada em 18 de junho de 2024.

BANCA EXAMINADORA

Documento assinado digitalmente

 MAURICIO COUGO DOS SANTOS
Data: 25/06/2024 09:48:18-0300
Verifique em <https://validar.itd.gov.br>

Prof. Dr. Mauricio Cougo dos Santos

Documento assinado digitalmente

 CLAUDIO MAIA PORTO
Data: 25/06/2024 13:55:51-0300
Verifique em <https://validar.itd.gov.br>

Prof. Dr. Claudio Maia Porto

Documento assinado digitalmente

 GREICE KELLY BEZERRA DA COSTA FONTES
Data: 25/06/2024 12:22:22-0300
Verifique em <https://validar.itd.gov.br>

Prof^a. Dra. Greice Kelly Bezerra da Costa Fontes

SEROPÉDICA - RJ

2024

AGRADECIMENTOS

Desde criança fui incentivado pelos meus pais a estudar, eles sempre viram grande valor na educação. Mesmo que nunca tivessem tido a oportunidade de cursar o ensino superior, fizeram tudo o que podiam para que eu estudasse e pudesse concluir a minha graduação. Eu não conseguia chegar a lugar algum sem o apoio incondicional dos meus amados pais: Marcia Bela e Paulo Roberto. Qualquer palavra de agradecimento é insuficiente para expressar o meu amor e gratidão. Agradeço a minha esposa Raquel pelo enorme companheirismo. Na Rural nos conhecemos e compartilhamos juntos grande parte de nossa graduação, sem a sua companhia seria muito mais difícil suportar o processo. Ao meu irmão Weverson, ter a sua parceria durante todos esses anos foi de enorme valor para mim. Aos meus primos, que cresceram comigo como irmãos e meus tios que ajudaram na minha criação.

Não poderia deixar de agradecer aos meus amigos de graduação que tanto me ajudaram com os estudos, e também aos professores Mauricio Cougo e Claudio Maia, que estiveram presente do início ao final da minha graduação.

Resumo

Esta monografia abordou a constante de Planck simbolizada pela letra h , levando em consideração o problema histórico da radiação emitida por um corpo negro. Atualmente a constante de Planck é uma das constantes fundamentais da natureza, e tem enorme importância para as teorias modernas da física. Neste trabalho, o objetivo foi explorar a possibilidade de determinar o seu valor experimentalmente, utilizando LEDs e Arduino, bem como outros materiais de baixo custo. Através do experimento desenvolvido e Utilizando o LED da cor azul, o resultado da medida experimental teve um erro de apenas 2,77% em relação ao valor que é atualmente aceito para a constante de Planck.

Palavras Chave: Constante de Planck. Arduino. Experimento.

Sumário

INTRODUÇÃO	10
1 O PROBLEMA DA RADIAÇÃO DE CORPO NEGRO	13
2 Referencial teórico	23
2.1 Definição de corpo negro	23
2.2 A Lei de Planck da radiação	25
2.3 Teoria de bandas de energia e semicondutores	33
2.4 Semicondutores tipo-n e tipo-p	37
2.5 Diodos	39
2.6 O LED	42
2.7 Relação do LED com a constante de Planck	44
3 Materiais e métodos	48
3.1 Materiais	48
3.2 O Arduino	48
3.3 O protótipo e o seu funcionamento	51
4 Resultados e Análises	57
5 Conclusão	63
Referências	64

Lista de Figuras

1	Metal em alta temperatura numa siderúrgica.	16
2	Radiância espectral de um corpo negro em função do comprimento de onda	19
3	Comparação do resultado experimental com o teórico	20
4	Modelo de corpo negro	23
5	Bandas de energia	35
6	Esquema das bandas para isolantes, semiconduto- res e condutores em 0 K.	37
7	Representação bidimensional de um cristal de silício dopado com arsênio.	38
8	Representação bidimensional de um cristal de silício dopado com gálio.	39
9	A barreira de potencial na junção PN.	40
10	Curva característica de um diodo.	41
11	A estrutura de um LED	42
12	Espectro de emissão de alguns LEDs	43
13	Curvas $I \times V$ de diversos LEDs	45

14	A placa Arduino UNO	49
15	IDE do Arduino	50
16	Esquema de um potênciometro	51
17	Esquema do protótipo	52
18	Montagem experimental do protótipo	53
19	Códigos 1	54
20	Códigos 2	55
21	Porta serial do Arduino	56
22	Gráfico (I x V) - LED Vermelho	58
23	Regressão linear - LED Vermelho	58
24	Gráfico (I x V) - LED Azul	59
25	Regressão linear - LED Azul	60
26	Gráfico (I x V) - LED Amarelo	60
27	Regressão linear - LED Amarelo	61

Lista de Tabelas

1	Constate de Planck para cada LED	61
---	--	----

Listas de Símbolos e Abreviações

R_1	Potência emissiva do corpo A
R_2	Potência emissiva do corpo B
a_1	Absortividade do corpo A
a_2	Absortividade do corpo B
TDIC	Tecnologia digital da informação e comunicação
λ_m	Comprimento de onda no qual a emissão tem intensidade máxima
V_c	Tensão de corte do LED
LED	Light Emitting Diode (Diodo emissor de luz)
I/O	Input and Output
PWM	Pulse Width Modulation

INTRODUÇÃO

Em um mundo de rápidas mudanças, onde cada vez mais observa-se de maneira progressiva a incorporação de Tecnologias digitais da informação e comunicação (TDIC) em nosso cotidiano, é essencial que o futuro professor busque implementar esses recursos tecnológicos em sua prática docente para facilitar o processo de ensino e aprendizagem. Sendo este, por si só, um fator decisivo para que o professor de física esteja sempre aprimorando-se e desenvolvendo habilidades inovadoras.

Segundo (MARTINAZZO et al., 2014), computadores são componentes essenciais de um sistema de aquisição de dados e, apesar de serem utilizados amplamente há décadas nos laboratórios de física avançada, ainda são pouco ou quase nada utilizados em laboratórios de ensino de física. Existem diversos motivos para a dificuldade na implementação do uso de ferramentas digitais como o computador. Os principais motivos são: os professores não terem a formação adequada para dominar as TDIC's e, não haver recursos suficientes à disposição nas escolas para utilizar essas ferramentas no ambiente de ensino, isso principalmente em aulas experimentais.

Neste trabalho monográfico foi considerada a importância de o professor conhecer e saber utilizar as ferramentas digitais. Levando isso em consideração, o trabalho desenvolvido buscou empregar ferramentas digitais como o computador, o Arduino, e um software capaz de realizar a análise de dados. O tema central do trabalho é o problema da radiação de corpo negro. A escolha se deve ao fato de o assunto ter uma importância ímpar para a Física e, pela possibilidade de

ser explorado em aulas do ensino médio como um tópico introdutório da física moderna.

Sendo assim, por meio de todo o trabalho de pesquisa e de implementação das técnicas necessárias, o presente trabalho consiste na aplicação de conceitos físicos, juntamente com a utilização de ferramentas digitais, com o objetivo geral de construção de um protótipo experimental, através do qual seja possível determinar a constante de Planck. A montagem experimental será realizada com materiais eletrônicos de baixo custo, o que possibilita uma rápida construção e a facilidade de implementação no contexto de aulas de física.

Nesse sentido, os objetivos específicos são:

1. Construir um circuito elétrico contendo um LED, em que seja possível substituí-lo facilmente por outro LED de características diferentes, e controlar de forma manual a corrente elétrica e a tensão nesse circuito;
2. Acoplar o Arduino UNO ao circuito para que ele realize a leitura da tensão e da corrente elétrica, salvando esses dados experimentais para serem analisados posteriormente.
3. Utilizar um software de planilha eletrônica para confecção de gráficos e análise dos dados coletados.

Com o intuito de alcançar os objetivos citados anteriormente, o leitor encontrará no primeiro capítulo deste trabalho uma introdução ao problema da radiação do corpo negro, cujo o intuito é situa-lo a respeito do contexto histórico e também do surgimento da física moderna. No capítulo 2, será apresentado o referencial

teórico. Já nos capítulos 3 e 4 o leitor irá encontrar uma discussão sobre os métodos utilizados, sobre a estrutura de construção e o funcionamento do protótipo bem como os resultados obtidos, respectivamente. Por fim, será apresentada a conclusão sobre o trabalho.

1 O PROBLEMA DA RADIAÇÃO DE CORPO NEGRO

A física é uma das ciências que tem a natureza como objeto de estudo e dedica-se à investigação e compreensão das leis que regem e governam o universo. A sua origem remonta aos primórdios da civilização, quando a curiosidade dos seres humanos em explorar e compreender as coisas os levaram a questionar o funcionamento do mundo ao seu redor. Nos tempos remotos os fenômenos naturais só podiam ser observados e investigados exclusivamente pelos sentidos sensoriais do corpo humano, mas mesmo com essas limitações, tiveram origem as primeiras formas de explicações para tais fenômenos. Porém, durante muito tempo as explicações tiveram uma fundamentação de caráter qualitativo e metafísico (PIRES, 2011).

A transição de explicações qualitativas para abordagens mais empíricas e matematizadas marcou o início da jornada científica moderna, tendo como culminância os trabalhos de Isaac Newton (1643-1727) ao final do século XVII (PORTO; PORTO, 2008). Com o decorrer do tempo e a contribuição de muitas pessoas, a física desenvolveu-se e consolidou-se como uma área de estudos da ciência da forma como a conhecemos atualmente. Nos dias atuais, a física possui diversas áreas de estudo, mas de maneira geral, ela foi separada em dois grupos: física clássica e física moderna.

A existência dessa divisão em física clássica e física moderna ocorre entre o final do século XIX e a primeira metade do século XX, com a solução de problemas em aberto como por exemplo, o efeito fotoelétrico, o problema do movimento browniano e o da distribuição da energia na radiação de um corpo negro, a solu-

ção destes problemas conduziriam a comunidade científica a uma ruptura com o paradigma vigente dentro dessa ciência. Com tal ruptura, surgiria o que hoje chamamos de física moderna, que trouxe consigo um novo paradigma. Atualmente tanto na física moderna quanto na física clássica encontram-se grandes áreas de estudos e que fazem fronteira com o desconhecido. Na física clássica temos a dinâmica de fluidos e os sistemas caóticos, na física moderna temos a mecânica quântica, a física de partículas e a cosmologia, essa última fundamentada sobre a famosa teoria da relatividade geral de Albert Einstein (1879-1955). No entanto, apesar da divisão mencionada, as teorias modernas da física não des- cartam as teorias da física clássica, pois as teorias modernas são, na verdade, generalizações que incluem as leis da física clássica como casos particulares.

O conceito de paradigma científico foi introduzido primeiramente por Thomas Kuhn. Segundo Kuhn, um paradigma representa um conjunto de crenças, conceitos, práticas e padrões que são aceitos por uma comunidade científica em um determinado momento. Esses paradigmas orientam a pesquisa e a compreensão dentro de uma disciplina específica. Em seu livro "A Estrutura das Revoluções Científicas" Kuhn argumentou que, periodicamente, a ciência pode passar por períodos de crises, o que por consequência leva às "revoluções científicas" quando os paradigmas estabelecidos na fase da ciência normal encon- tram anomalias e então acabam por serem substituídos por novos paradigmas. A substituição de um paradigma por um novo leva a uma transformação fundamen- tal na visão de mundo e nas práticas científicas (KUHN, 2013). Como veremos no próximo capítulo, Max Karl Ernst Ludwig Planck (1858-1957) visando solu-

cionar o problema da radiação de corpo negro, introduziu uma hipótese ad hoc (PIRES, 2011), que trazia consigo o cerne de um novo conceito: a quantização da energia. Foi a exploração desse conceito que levou a uma transformação na visão de mundo dentro da física, assim como dizia Kuhn, resultando em um novo paradigma para essa ciência.

Como já mencionado, um dos problemas ao qual a física da época, hoje denominada física clássica, não foi capaz de dar uma solução foi o da distribuição de energia na radiação emitida por um corpo negro. Foi Planck quem solucionou o problema em 1900, sendo essa data para alguns, o marco de início da física moderna. Entretanto, vale fazer a observação de que muitos historiadores da ciência estão de acordo que é difícil situar exatamente uma data para o surgimento da física moderna e também que, os paradigmas da física clássica eram incapazes de responder satisfatoriamente ao problema mencionado, sendo então essa incapacidade o pontapé inicial para o surgimento de um novo paradigma vigente, e não um trabalho em individual de Planck como é por algumas vezes apontado em trabalhos que falam do início da física moderna (ZANETIC; MOZENA, 2019). Todavia, pode-se dizer que, a contribuição do trabalho de Planck facilitou ainda mais o percurso na direção que conduzia a um novo paradigma vigente para a física.

Naquela época (século XIX), sabia-se que todo material sólido dotado de temperatura elevada em relação ao meio, é capaz de emitir radiação eletromagnética numa grande gama de comprimentos de ondas. A essa gama de comprimentos de onda denomina-se de espectro. O espectro de radiação emitida por um corpo

sólido aquecido varia de acordo com a temperatura do corpo, sendo que a maior parte do espectro encontra-se no infravermelho, ou seja, a grande maioria dos comprimentos de onda da radiação que é emitida fica concentrada em uma faixa de comprimentos muito maiores do que aqueles em que são visíveis aos olhos humanos. Porém, quando o material é submetido a altas temperaturas, conforme ilustrado pela figura 1, observa-se que o mesmo começará a apresentar uma parte do seu espectro de emissão concentrado em comprimentos de ondas que são visíveis para nós humanos. Foi a partir da observação desse fenômeno, que se inferiu que a cor apresentada por corpos aquecidos tem uma relação direta com a temperatura.

Figura 1: Metal em alta temperatura numa siderúrgica.



Fonte: Siderurgia. Disponível em:
["https://casadasvalvulasmg.com.br/areas-de-atuacao/siderurgia/ "](https://casadasvalvulasmg.com.br/areas-de-atuacao/siderurgia/). Acesso em 06 de fevereiro de 2024.

Mas o que motivou o interesse no estudo da luz emitida por objetos aquecidos? A atenção e a importância dada ao estudo da radiação emitida pelos corpos quando aquecidos pode ser entendida se nos atentarmos ao seguinte fato: na segunda metade do século XIX, na Alemanha, a indústria siderúrgica

estava desenvolvendo-se muito rapidamente. Esforços consideráveis estavam sendo realizados para assegurar a produção de aço de alta qualidade, o controle preciso da temperatura nos fornos revelou-se crucial nesse processo. Dada a inviabilidade de utilizarem-se termômetros convencionais para medir temperaturas tão elevadas, foram conduzidas pesquisas com o intuito de determinar essas temperaturas por meio das cores das radiações térmicas emitidas (OSADA, 1972). Portanto, podemos dizer que, um dos principais motivos para os trabalhos em torno desse assunto ao final da segunda metade do século XIX foi uma necessidade tecnológica do desenvolvimento de um novo método para se medir a temperatura.

Efetivamente, foram realizados trabalhos experimentais. As emissões luminosas provenientes de materiais que se comportavam aproximadamente como corpos negros aquecidos, foram coletadas em diferentes temperaturas, com instrumentos adequados capazes de mensurar a intensidade luminosa, nos laboratórios de física. Dessa maneira, foi possível obter curvas do espectro da radiação térmica emitida em diversas temperaturas, semelhantes as que aparecem na figura 2. No ano de 1893, os trabalhos desenvolvidos por Wilhelm Wien (1864-1928), mostravam que conforme aumenta-se a temperatura de um corpo, é verificado um deslocamento do pico de máxima emissão de energia emitida por radiação para comprimentos de ondas menores. Esse comportamento foi explicado através de uma equação que fornece a relação entre o comprimento de onda de máxima emissão (λ_m) e a temperatura do corpo (T), e é conhecida como lei de Wien:

$$\lambda_m \cdot \alpha \cdot \frac{1}{T} \Rightarrow \lambda_m \cdot T = \text{constante}$$

$$\lambda_m \cdot T = 2,898 \times 10^{-3} \text{ m.K} \quad (1)$$

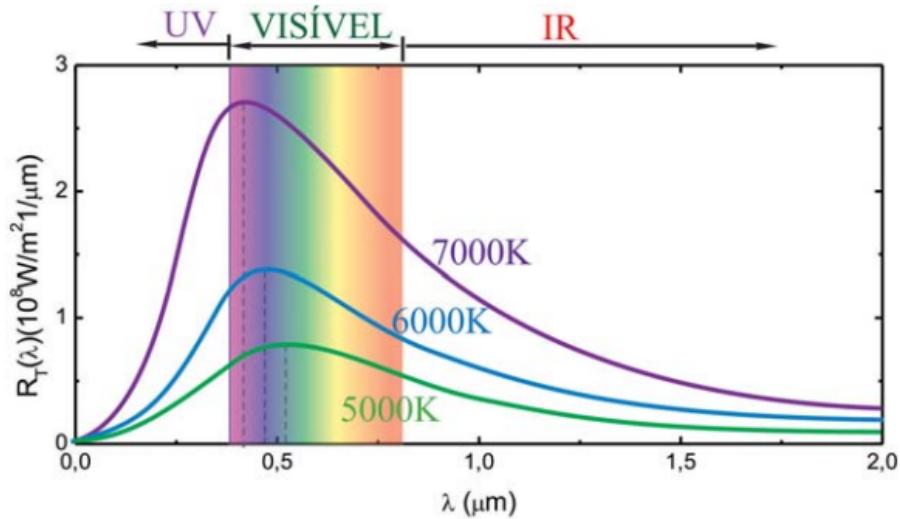
Os resultados experimentais tornaram-se bem conhecidos e confiáveis ao final do século XIX, no ano de 1899, com os trabalhos de físicos experimentais como Ernst Pringsheim (1859-1917), Otto Richard Lummer (1860-1925) e Heinrich Rubens (1865-1922) (GONTIJO; RODRIGUES, 2022).

Até esse ponto não tinha nenhum aparente problema com as teorias vigentes da física clássica. O problema apareceu no desenvolvimento da parte teórica que explicava o fenômeno. Essa parte não tinha sido desenvolvida por completo e, ainda assim, era sabido que o comportamento esperado para a potência emissiva de radiação de um corpo negro, também denominada de radiância R , que é a energia total irradiada por unidade de área e tempo, deveria obedecer a seguinte equação:

$$R = \int_0^{\infty} I(\lambda, T) d\lambda \quad (2)$$

Contudo, a dificuldade encontrada foi: a função matemática de distribuição espectral $I(\lambda, T)$, que representa a intensidade da radiação emitida para cada comprimento de onda em uma temperatura absoluta T , num intervalo de comprimento de ondas λ e $\lambda + d\lambda$, ainda não era conhecida, e, portanto, não se tinha como calcular a integral para obter R . (GONTIJO; RODRIGUES, 2022). Foi Ludwig Eduard Boltzmann (1844- 1906) quem deduziu uma equação capaz de

Figura 2: Radiância espectral de um corpo negro em função do comprimento de onda



Fonte: (LIMA, 2013)

fornecer a radiância total R emitida por um corpo negro. Atualmente a equação é conhecida como Lei de Stefan-Boltzman. Ela mostra que a radiância emitida por um corpo negro é proporcional à quarta potência da temperatura.

$$R \propto T^4$$

$$R = \sigma \cdot T^4 \quad (3)$$

$$\text{Sendo: } \sigma = 5,6697 \times 10^{-8} \left[\frac{W^2}{m^2 \cdot K^4} \right]$$

Para essa dedução matemática, Boltzman utilizou argumentos da termodinâmica e do eletromagnetismo. É importante dizer que em sua demonstração não era necessário o conhecimento da função matemática $I(\lambda, T)$, portanto, tal função continuava desconhecida (GONTIJO; RODRIGUES, 2022). Nesse cenário, Lord Rayleigh (1842-1919) e James Jeans (1877-1946), com seus trabalhos,

conseguiram derivar uma equação que, teoricamente, possibilitava calcular a radiância R em função do comprimento de onda para uma determinada temperatura T . A equação encontrada foi:

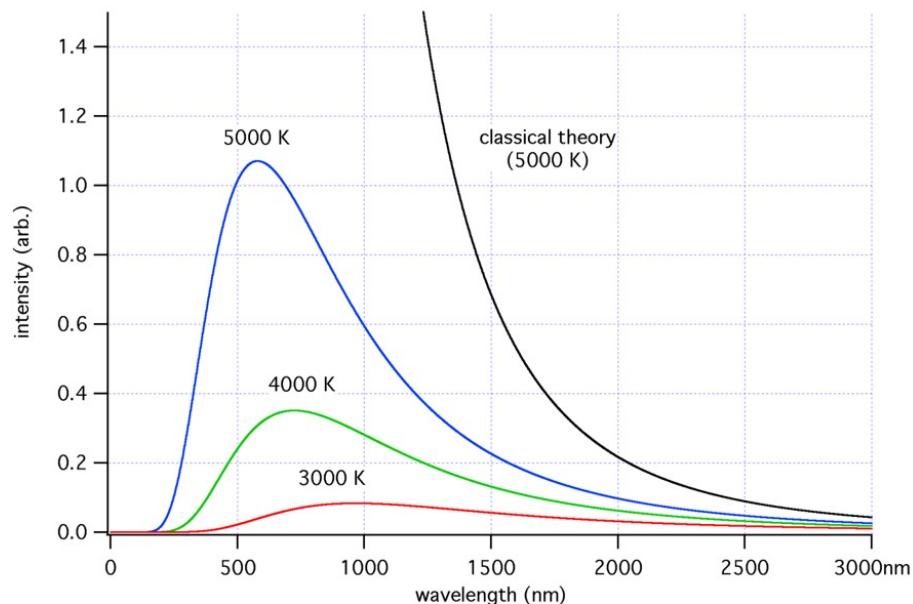
$$I(\lambda, T) = \frac{2\pi c K T}{\lambda^4} \quad (4)$$

Entretanto, apesar de partirem de pressupostos corretos, essa equação conduz a uma incoerência: O comportamento da função mostrava que, à medida que o comprimento de onda diminuía, a intensidade da radiação deveria crescer de maneira descontrolada tendendo ao infinito, isto é:

$$\lambda \rightarrow 0 \quad \Rightarrow \quad I(\lambda, T) \rightarrow \infty$$

$$R \rightarrow \infty$$

Figura 3: Comparação do resultado experimental com o teórico



Fonte: (CÉSAR; OLIVEIRA; PAIVA, 2016)

Esse comportamento não estava de acordo com os dados experimentais, conforme mostra a figura 3. Além disso violava o princípio físico da conservação da energia. Essa dificuldade para conseguir encontrar a função $I(\lambda, T)$ através da física clássica é o que denominou-se de problema da radiação do corpo negro. Como sabemos atualmente, os fundamentos clássicos da termodinâmica e do eletromagnetismo, isoladamente, não possibilitam a determinação da forma funcional da função de distribuição espectral $I(\lambda, T)$ da radiação emitida por um corpo negro (STUDART, 2000). Por isso, foi necessário dar um passo além, um passo em direção a construção de uma ideia que romperia com os paradigmas da física clássica. Foi o que Planck fez para conseguir obter a solução para o problema em seu dito "ato de desespero".

Depois de muito trabalhar em cima desse assunto, em 14 de dezembro de 1900, Max Karl Ernst Ludwig Planck (1858-1957) apresentou, em uma reunião da Sociedade Alemã de Física, o seu artigo *Zur Theorie des Gesetzes der Energieverteilung im Normalspectrum*, traduzido para o português "Sobre a teoria da lei de distribuição de energia do espectro normal" (PIATTELA, 2023), onde ele obteve uma função matemática para a intensidade da radiação em função do comprimento de onda $I(\lambda, T)$ cujo comportamento se adequava aos resultados experimentais:

$$I(\lambda, T) = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5 \left(e^{(hc/\lambda KT)} - 1 \right)} \quad (5)$$

Neste trabalho Planck assumiu a hipótese da quantização da energia, considerando que a energia da radiação emitida era discretizada e não mais contínua, isso é, só poderia ser considerada como um múltiplo inteiro de um determinado

valor h :

$$E_n = nhf \quad \text{com} \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

O valor calculado por ele para a constante h , conhecida hoje como constante de Planck, estava perto do valor aceito atualmente. De acordo com o National Institute of Standards and Technology (NIST, 2018), o valor aceito atualmente é:

$$h = 6,62607015 \times 10^{-34} \text{ J.s}$$

Embora a função de distribuição obtida por Planck tenha se mostrado em harmonia com os resultados experimentais, a concepção formulada por ele (sobre a quantização da energia em vez de sua continuidade) não foi prontamente aceita pela comunidade científica da época. Mesmo o próprio Max Planck nutria incertezas em relação à realidade física da suposição que ele havia adotado. Essa concepção só viria a ser aceita anos adiante, após o trabalho de Einstein que explicava o efeito fotoelétrico. Portanto, a mudança do paradigma clássico onde a energia era assumida como contínua para um novo paradigma vigente em que a energia é discretizada não aconteceu do dia para noite, foi uma mudança gradual. Os praticantes dessa ciência foram aderindo o novo paradigma conforme o mesmo se mostrava capaz de solucionar e dar respostas aos problemas em questão.

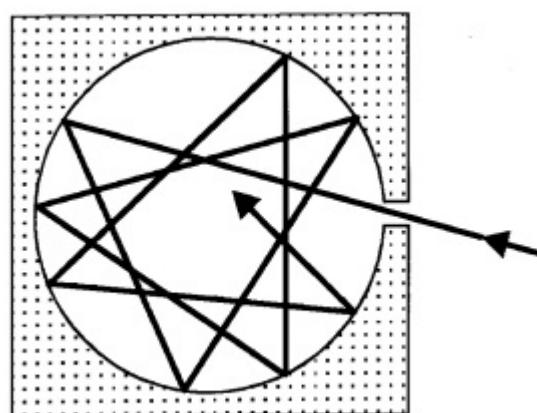
2 Referencial teórico

2.1 Definição de corpo negro

Um corpo negro é um objeto ideal que consegue absorver toda a radiação eletromagnética incidente sobre a sua superfície sem que nenhuma parte dela seja refletida. O conceito de corpo negro foi introduzido primeiramente por Gustav Robert Kirchhoff (1824-1887) entorno do ano de 1860 (STUDART, 2000).

Para entender melhor o comportamento de um corpo negro, vamos conceber o seguinte modelo: uma caixa oca, com paredes internas metálicas, tendo um pequeno orifício o qual permite a passagem da radiação eletromagnética para o seu interior, sendo todo o seu exterior coberto de um excelente isolante térmico sobre o qual existe um revestimento com uma fina camada espelhada capaz de refletir a radiação incidente, exceto no orifício. Esse modelo é ilustrado pela figura 4.

Figura 4: Modelo de corpo negro



Fonte: (STUDART, 2000)

Portanto, quando a radiação penetra o interior dessa caixa através do orifício,

a probabilidade de que consiga escapar antes que seja toda absorvida pelas paredes metálicas é praticamente nula. E dessa maneira, a temperatura do corpo negro terá influência apenas da radiação que é absorvida pelos átomos que o constituem.

Kirchhoff demonstrou que, uma das propriedades dos corpos negros é que quando se encontram numa mesma temperatura, todo corpo negro emite radiação eletromagnética com o mesmo espectro. Isto significa que o espectro de emissão de qualquer corpo negro tem um caráter universal, não depende da composição do objeto aquecido (STUDART, 2000).

Vamos considerar dois corpos, A e B. Definamos R_1 como a radiância do corpo A, que representa a quantidade de energia emitida por unidade de área e por unidade de tempo, e a_1 a sua absorvividade, a qual representa a fração da energia de radiação incidente cuja a superfície de A é capaz de absorver. Respectivamente, vale o mesmo para o corpo B, R_2 é a radiância e a_2 é a sua absorvividade. Supondo que os corpos só podem trocar energia através de radiação, e que os dois estão em equilíbrio térmico. Então a taxa de energia emitida R tem que ser igual a taxa de energia absorvida a , para ambos os corpos. Logo, vale o seguinte: (EISBERG; RESNICK, 1979)

$$R_1 = a_1 \quad e \quad R_2 = a_2$$

$$\frac{R_1}{a_1} = 1 \quad \frac{R_2}{a_2} = 1$$

$$\frac{R_1}{a_1} = \frac{R_2}{a_2} \quad (6)$$

Sabendo que a absorvidade deve ser um número tal que: $0 < a_n \leq 1$. Se $a_n = 1$ o corpo será negro. Suponhamos, por exemplo, que o corpo A possui uma absorvidade $a_1 = 1$ e o B $a_2 \neq 1$, isso implica que A absorve toda a radiação incidente sobre a sua superfície, ou seja, trata-se de um corpo negro. E nesse caso, temos que a equação 6 resulta em:

$$R_1 = \frac{R_2}{a_2} \rightarrow R_1 > R_2 \quad (7)$$

Sendo assim, a partir da equação 7 vemos que a radiância de um corpo com absorvidade igual a 1 sempre será maior do que a de um outro corpo com uma absorvidade menor do que 1, podemos concluir com isso que, o corpo negro é aquele cuja a potência emissiva (radiância) juntamente com a sua absorvidade são maiores do que a de qualquer outro corpo. Por esse motivo, o corpo negro além de um absorvedor ideal de radiação também é considerado um emissor ideal.

2.2 A Lei de Planck da radiação

Uma das maneiras de se determinar a função de distribuição espectral $I(\lambda, T)$, e obter-se a expressão matemática encontrada por Planck é através do cálculo da densidade de energia da radiação eletromagnética contida no interior de uma caixa oca, isso é, usando o modelo de corpo negro adotado anteriormente. Essa abordagem é sugerida por alguns autores de livros didáticos como (TIPLER; LLEWELLYN, 2017).

Sendo assim, vamos começar considerando $\rho(\lambda)$ como sendo a energia por unidade de volume no interior da caixa oca, isso é, a densidade de energia. Situada em uma faixa de comprimentos de onda entre λ a $\lambda + d\lambda$. Após um dado período de tempo ao fim do qual os átomos dessa cavidade atingem o equilíbrio térmico a uma temperatura T , tem-se que a taxa de emissão e absorção de radiação se tornam iguais. Existe uma relação entre a função $I(\lambda, T)$ e a densidade de energia $\rho(\lambda)$ contida na cavidade de um corpo negro, dada pela equação abaixo: (TIPLER; LLEWELLYN, 2017)

$$I(\lambda, T) = \frac{c}{4} \rho(\lambda) \quad (8)$$

Sendo C a velocidade da luz no vácuo.

Desta maneira, a radiância emitida por um corpo negro também pode ser calculada por:

$$R = \frac{c}{4} \int_0^{\infty} \rho(\lambda) d\lambda \quad (9)$$

Na cavidade do corpo negro haverá ondas estacionárias e, por isso, para se obter a densidade de energia é necessário calcular a energia média dos modos normais de vibração (E_{med}) emitidos pelos osciladores moleculares que constituem as paredes do corpo negro, e também o número de ondas estacionárias por unidade de volume $n(\lambda)$ contidas na cavidade. Assim, a densidade de energia é dada por: (TIPLER; LLEWELLYN, 2017)

$$\rho(\lambda) = n(\lambda) \cdot E_{med} \quad (10)$$

Ao efetuarem-se os cálculos para o número de ondas estacionárias por unidade de volume, chega-se ao seguinte resultado: (TIPLER; LLEWELLYN, 2017)

$$n(\lambda) = \frac{8\pi}{\lambda^4} \quad (11)$$

Na mecânica estatística para calcular a energia média de um componente físico seja partícula ou onda, num sistema em equilíbrio térmico à temperatura T é utilizado a distribuição de Boltzmann: (GONTIJO; RODRIGUES, 2022)

$$P(E) = Ae^{-E/KT} \quad (12)$$

A condição de normalização da equação (13) nos permite determinar a constante A.

$$\int_0^\infty P(E)dE = 1 \quad (13)$$

$$A \int_0^\infty e^{(-E/KT)}dE = 1$$

$$A = \frac{1}{KT}$$

A equação (13) nos fornece a probabilidade de encontrar um dado ente de um sistema com alguma energia. Assim, a energia média do sistema é calculada por:

$$E_{med} = \int_0^\infty EP(E)dE \quad (14)$$

$$E_{med} = A \int_0^\infty Ee^{(-E/KT)}dE$$

$$E_{med} = \frac{1}{KT} \int_0^\infty Ee^{(-E/KT)}dE$$

Ao calcular a integral acima o resultado obtido é:

$$\int_0^{\infty} E e^{(-E/KT)} dE = (KT)^2 \quad (15)$$

Logo, o cálculo da energia média a partir da distribuição de probabilidade leva ao resultado clássico, conhecido como lei de equipartição da energia, dado pela equação (16):

$$E_{med} = \frac{1}{KT} \cdot (KT)^2$$

$$E_{med} = K.T \quad (16)$$

Ao combinarmos as equações (10), (11) e (16) chega-se ao resultado clássico para a densidade de energia obtido por Rayleigh e Jeans: (TIPLER; LLEWELLYN, 2017)

$$\rho(\lambda) = \frac{8\pi KT}{\lambda^4} \quad (17)$$

Como já dito anteriormente, a equação acima resultou em um impasse para a física da época. A contribuição dada por Planck para solucionar o problema foi descobrir uma outra maneira para se obter a energia média (E_{med}) por meio de oscilação. Ele propôs que essa energia deveria depender da frequência de oscilação, com isso ele estava considerando uma violação na lei da equipartição da energia, que não prevê uma dependência da energia média com a frequência. Para baixas frequências (grandes comprimento de onda) Planck observou que os resultados experimentais mostravam que a energia média deveria tender a KT , e para altas frequências (pequenos comprimento de onda) a energia média deveria

tender a zero: (GONTIJO; RODRIGUES, 2022)

$$\lim_{f \rightarrow 0} E_{med} = K.T$$

$$\lim_{f \rightarrow \infty} E_{med} = 0$$

Para atender a esses dois limites, a energia média das ondas estacionárias deve ter uma dependência com a frequência, isso é $E_{med} = E(f)$. E além disso, a energia deve ser tratada como uma variável discreta e não mais contínua, ou seja, $(E_n = 0, \Delta E, 2\Delta E, \dots, n\Delta E)$, sendo ΔE um valor que é proporcional a frequência dos osciladores e portanto a frequência da radiação emitida.

$$\Delta E = hf = \frac{hc}{\lambda} \quad (18)$$

$$E_n = n\Delta E \quad \text{com } n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

A constante de proporcionalidade h da equação (18) é hoje conhecida como constante de Planck. O fato da energia agora ser tratada como uma variável discreta, implica que a distribuição de Boltzmann tem que ser calculada através de um somatório, cuja constante A pode ser obtida pela condição de normalização da equação (19):

$$\sum_{n=0}^{\infty} A e^{(-n\Delta E / KT)} = 1 \quad (19)$$

$$A = (1 - e^{\Delta E / KT})$$

Pelo mesmo motivo o cálculo da energia média por modo normal passa a ser

dado também por um somatório, e não mais pela integral da equação (14).

$$E_{med} = \sum_{n=0}^{\infty} E_n P_n(E) \quad (20)$$

$$E_{med} = A \sum_{n=0}^{\infty} E_n e^{(-n\Delta E/KT)}$$

$$E_{med} = (1 - e^{\Delta E/KT}) \sum_{n=0}^{\infty} E_n e^{(-n\Delta E/KT)}$$

Cujo os cálculos conduz ao resultado abaixo: (GONTIJO; RODRIGUES, 2022).

$$E_{med} = \frac{\Delta E}{\left(e^{(\Delta E/KT)} - 1\right)} \quad (21)$$

A energia média pode ser expressa em função da frequência ou do comprimento de onda:

$$E_{med} = \frac{hf}{\left(e^{(hf/KT)} - 1\right)} = \frac{hc}{\lambda \left(e^{(hc/\lambda KT)} - 1\right)} \quad (22)$$

Com o resultados da equação (22) os limites propostos anteriormente são verificados (GONTIJO; RODRIGUES, 2022). Ao combinar as equações (10), (11) e (22) conclui-se que a densidade de energia dos osciladores, com a nova hipótese de que a energia é quantizada é:

$$\rho(\lambda) = \frac{8\pi hc}{\lambda^5 \left(e^{(hc/\lambda KT)} - 1\right)} \quad (23)$$

Finalmente, ao substituir a equação (23) na equação (8) tem-se a lei da radiação

térmica de Planck, expressa em função do comprimento de onda:

$$I(\lambda, T) = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5 (e^{(hc/\lambda KT)} - 1)} \quad (24)$$

A equação (24) correspondia muito bem aos dados experimentais. Através dela e com os dados disponíveis, Planck calculou o valor para a constante h . A validade do resultado obtido ficou ainda mais evidente pois ele permitia recobrar resultados já conhecidos, como por exemplo a Lei de Stefan-Boltzman. Pode-se demonstrar isso substituindo a equação (23) na (9), fazendo isso temos:

$$\begin{aligned} R &= \int_0^\infty \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5 (e^{(hc/\lambda KT)} - 1)} d\lambda \\ R &= 2\pi hc^2 \int_0^\infty \frac{d\lambda}{\lambda^5 (e^{(hc/\lambda KT)} - 1)} \end{aligned}$$

Para resolver a integral acima, realiza-se a seguinte substituição de variáveis:

$$x = \frac{hc}{\lambda KT}$$

$$\lambda = \frac{hc}{xKT}$$

Efetivando a substituição e algumas manipulações algébricas, chega-se em:

$$R = -\frac{2\pi k^4 T^4}{h^3 c^2} \int_{\infty}^0 \frac{x^3 dx}{(e^x - 1)} \quad (25)$$

Observando que os limites de integração mudam devido a mudança de variáveis: quando ($\lambda \rightarrow 0 \Rightarrow x \rightarrow \infty$) e quando ($\lambda \rightarrow \infty \Rightarrow x \rightarrow 0$). O resultado da integral

na equação (25) é:

$$\int_{\infty}^0 \frac{x^3 dx}{(e^x - 1)} = -\frac{\pi^4}{15} \quad (26)$$

Portanto, substituindo o resultado da equação (26) na equação (25) obtemos a lei de Stefan-Boltzman:

$$\begin{aligned} R &= -\frac{2\pi k^4 T^4}{h^3 c^2} \left(-\frac{\pi^4}{15} \right) \\ R &= \left(\frac{2\pi^5 k^4}{15 c^2 h^3} \right) T^4 \\ \sigma &= \frac{2\pi^5 k^4}{15 c^2 h^3} = 5,6697 \times 10^{-8} \left[\frac{W^2}{m^2 \cdot K^4} \right] \\ R &= \sigma T^4 \end{aligned}$$

2.3 Teoria de bandas de energia e semicondutores

Como a montagem experimental que será apresentada no próximo capítulo irá ter o emprego de LEDs e estará fundamentada sobre o seu princípio de funcionamento, será necessário entender um pouco sobre os materiais semicondutores. Isso porque LEDs são feitos a partir desse tipo de material.

Semicondutores são materiais sólidos com estrutura cristalina e que possuem uma resistividade elétrica intermediária entre a de um material condutor e a de um isolante (YOUNG; FREEDMAN, 2016). Nos sólidos, a condutividade elétrica só pode ser satisfatoriamente entendida à luz da mecânica quântica. A teoria de bandas que será apresentada aqui de uma forma um pouco mais qualitativa, focalizando-se a parte conceitual, é fundamentada sobre a mecânica quântica, e é com essa teoria que podemos explicar o que são os materiais semicondutores.

Sólidos com estrutura cristalina são materiais cujos átomos, íons ou moléculas estão dispostos de forma ordenada e regular, seguindo um arranjo tridimensional definido. Nesse tipo de material, os constituintes se organizam em uma rede cristalina que é repetitiva de forma indefinida, na qual cada átomo ou grupo de átomos ocupa uma posição específica e previsível em relação aos demais (TIPLER; LLEWELLYN, 2017). Essa organização proporciona propriedades físicas distintas, como transparência, condutividade elétrica e dureza, dependendo da estrutura cristalina particular do material. Exemplos comuns de sólidos com estrutura cristalina incluem metais, muitos minerais e alguns polímeros.

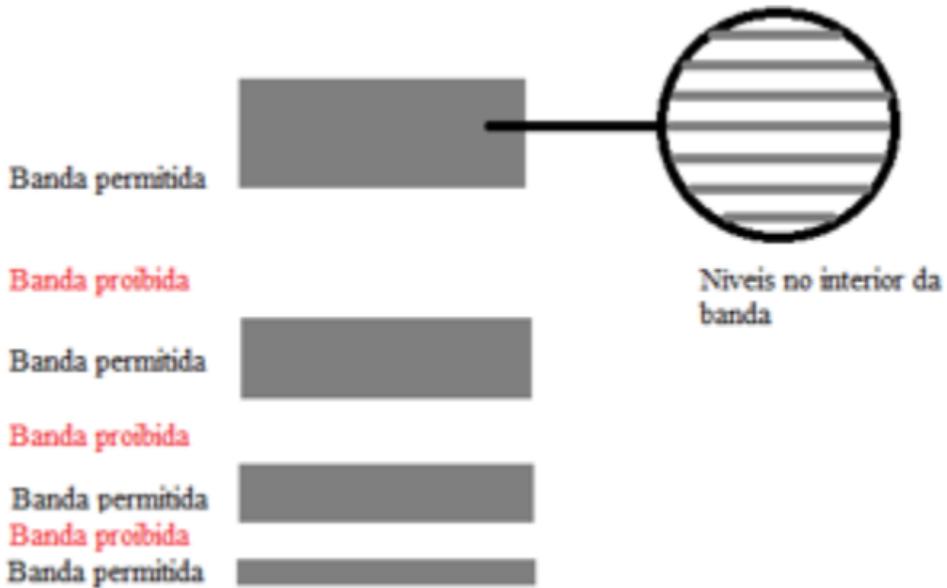
Em um sólido cristalino a distância entre os átomos que o constituem são muito pequenas, aproximadamente igual ao diâmetro do átomo. Devido a isso,

os elétrons presentes em cada átomo dentro de um sólido são influenciados pela interação com os átomos adjacentes. Sabe-se que, quando um átomo isolado é aproximado dos demais, ocorre uma leve alteração nos níveis de energia devido à presença dos átomos vizinhos. Sabe-se também que, devido ao chamado Princípio de exclusão de Wolfgang Pauli (1900-1958), os elétrons não podem ocupar níveis idênticos de energia. De fato, o princípio de exclusão de Pauli é um dos postulados da mecânica quântica, segundo o qual os férmons, que são as partículas com spin semi inteiro, não podem ocupar o mesmo estado quântico de forma simultânea. Isso significa que elétrons de um átomo não podem existir com os mesmos quatro números quânticos (n , l , m e m_s), ao menos um deles tem que ser diferente (EISBERG; RESNICK, 1979).

Portanto, uma vez que os átomos estão próximos, tem-se um grande número de diferentes estados de energia próximos uns dos outros, e observa-se a formação de uma "banda de energia" que pode ser considerada contínua, em comparação com os discretos níveis de energia que os átomos possuem individualmente. Entre duas bandas de energia permitidas existirão as bandas proibidas, também denominadas de "gap", que é uma diferença de energia entre dois estados de energia permitidos consecutivos. Nas bandas proibidas não existe nenhum nível de energia permitido, ou seja, nenhum elétron pode permanecer nessa banda. A figura 5 traz essa representação.

São as bandas de energia de um material que irão determinar suas propriedades elétricas, isso é, se ele é um condutor, um semicondutor ou então um isolante (YOUNG; FREEDMAN, 2016). A banda em que os níveis de energia

Figura 5: Bandas de energia



Fonte:(LEITE, 2018)

são os mais elevados possuem os elétrons de valência, e ela só será chamada de banda de valência se todos os seus níveis de energia estiverem preenchidos por elétrons. Nesse caso, a banda permitida seguinte é denominada de banda de condução (LEITE, 2018).

Nos materiais isolantes a banda de valência encontra-se totalmente preenchida por elétrons na temperatura de 0 K , não existem níveis energéticos disponíveis, e a banda de condução encontra-se vazia. Além disso, a banda proibida que separa a banda de valência da banda de condução tem um "gap"energético considerado elevado, normalmente maior do que 4 eV . Sendo assim, para que um elétron ocupe o próximo nível energético permitido, ele tem que possuir energia suficiente para saltar sobre a banda proibida, pois uma vez que todos os estados quânticos estão preenchidos na banda de valência o próximo nível permitido encontra-se apenas na banda de condução. Entretanto, como o gap da banda

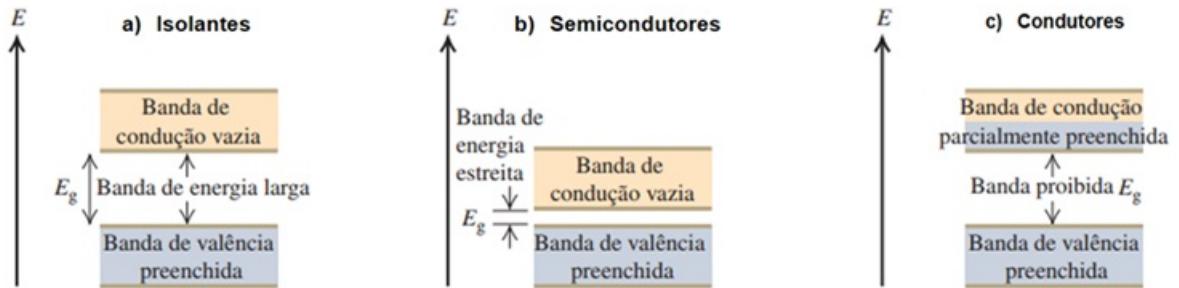
proibida que separa a banda de valência da banda de condução é considerado elevado, isso faz com que a banda proibida se comporte como uma barreira de energia que dificulta o movimento do elétron. Dessa maneira, os elétrons precisam receber uma energia maior do que o gap imposto por essa barreira para ocupar o próximo nível. Tal dificuldade é o que faz a condutividade elétrica ser baixa nesse tipo de material, pois somente a aplicação de um campo elétrico muito intenso será capaz de fazer com que os elétrons sejam excitados para a banda de condução.

Nos materiais semicondutores, a banda de valência encontra-se totalmente preenchida de elétrons na temperatura de 0 K , e a banda de condução encontra-se vazia, igual ao caso dos materiais isolantes. Porém, a diferença existente entre os isolantes e os semicondutores está no fato de que a banda proibida dos semicondutores é estreita quando comparada à dos isolantes. Sendo assim, não é necessário fornecer aos elétrons uma grande quantidade de energia para fazer com que eles passem para o próximo nível energético permitido, que encontra-se na banda de condução. Essa característica de ter um gap pequeno é o que torna o material um semicondutor.

Já no caso dos materiais condutores a banda de condução encontra-se parcialmente preenchida pelos elétrons, na temperatura de 0 K . Como consequência, existem muitos estados disponíveis próximos ao último estado ocupado, assim, mesmo uma pequena quantidade de energia, fornecida por exemplo por um campo elétrico pouco intenso, é capaz de fazer com que os elétrons adquiram energia suficiente para ocupar um estado quântico com um maior nível de ener-

gia. Portanto, o movimento de elétrons é realizado com facilidade entre os níveis permitidos, e isso faz com que a condutividade elétrica seja alta nesse tipo de material.

Figura 6: Esquema das bandas para isolantes, semicondutores e condutores em 0 K.



Fonte: Adaptado de (YOUNG; FREEDMAN, 2016)

2.4 Semicondutores tipo-n e tipo-p

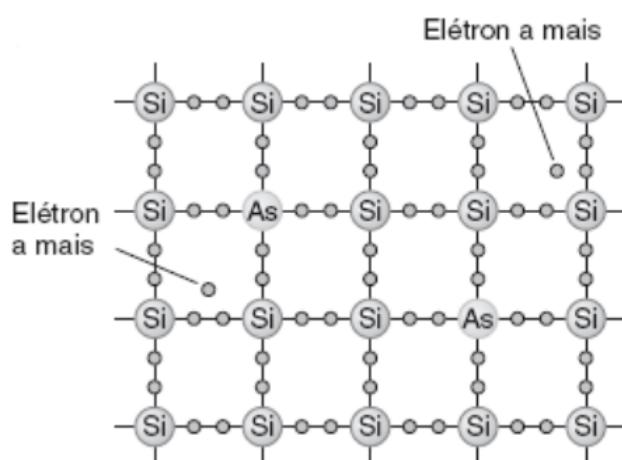
Os materiais semicondutores podem ser classificados em semicondutores intrínsecos e extrínsecos. Semicondutores intrínsecos são considerados puros, como é o caso, por exemplo do silício (Si) e do germânio (Ge). Neles a presença de átomos de outros elementos na sua rede cristalina, chamados de impurezas, é muito baixa, da ordem de uma parte em 10^9 do material. Nesse caso, os efeitos das impurezas podem ser praticamente ignorados.

Os semicondutores denominados de extrínsecos, por outro lado, possuem impurezas em suas redes cristalinas que não podem ser ignoradas, e tais impurezas produzem mudanças nas propriedades do semicondutor. Uma vez que as impurezas podem modificar as propriedades do material, é possível através de um processo chamado de dopagem, aumentar a condutividade elétrica de um

semicondutor ao introduzir impurezas de maneira controlada em sua rede cristalina, ou seja, adicionando-se átomos de outros elementos. Com a dopagem podem ser feitos semicondutores do tipo-n e do tipo-p.

O silício é um material com 4 elétrons na camada de valência, e os átomos em sua rede cristalina estão ligados através de ligações covalentes. São compartilhados nessa ligações 4 elétrons com os átomos vizinhos. Isso forma uma ligação com 8 elétrons para cada átomo. Por isso, se esse material for dopado com um átomo pentavalente, como é o caso do Arsênio (As) do Antimônio (Sb) e do fósforo (P), restará um elétron a mais na ligação covalente, que irá ficar livre, resultando na produção de um semicondutor tipo-n. Semicondutores do tipo-n possuem os elétrons como portadores majoritários da corrente elétrica.

Figura 7: Representação bidimensional de um cristal de silício dopado com arsênio.

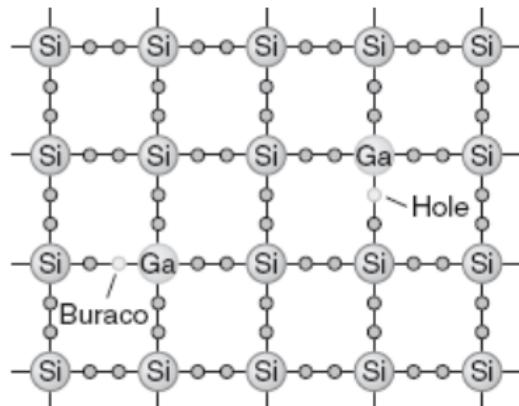


Fonte: Adaptado de (TIPLER; LLEWELLYN, 2017)

Por outro lado, se doparmos o silício com um material trivalente, como é o caso do Alumínio (Al) do Boro (B) e do Gálio (Ga), ficará um "buraco" ou lacuna na ligação covalente entre os átomos, ou seja, faltando um elétron. Essa lacuna no nível de energia da banda de valência poderá então ser ocupada por outro

elétron, e dessa forma é produzido um semicondutor tipo-p. Semicondutores do tipo-p possuem lacunas como portadores majoritários da corrente elétrica.

Figura 8: Representação bidimensional de um cristal de silício dopado com gálio.



Fonte: Adaptado de (TIPLER; LLEWELLYN, 2017)

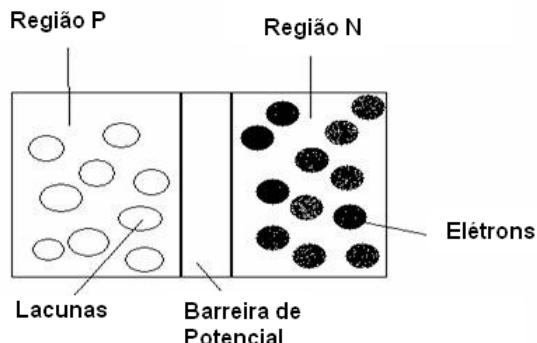
2.5 Diodos

Quando se realiza a união dos dois tipos de cristais dopados (n e p) tem-se o que é chamado de junção PN. Nessa junção pode-se denominar o lado do cristal tipo-p como sendo o anodo, e o lado do cristal tipo-n como sendo o cátodo. Como exemplo de dispositivos produzidos a partir de uma junção PN, temos os diodos.

Os diodos tem um comportamento tal que, quando o lado tipo-p da junção é ligado ao polo positivo de uma bateria e o outro lado tipo-n ao polo negativo, a barreira de potencial ou o gap entre os dois lados da junção diminui significativamente, o que facilita o transporte de elétrons e lacunas pela junção PN. Esse tipo de ligação é denominada de polarização direta. Quando a ligação é feita de maneira contrária, isto é, com o polo positivo da bateria ligado no lado tipo-n da junção, o gap entre os dois lados cresce o que dificulta o estabelecimento de

uma corrente elétrica . Essa ligação é denominada de polarização inversa.

Figura 9: A barreira de potencial na junção PN.



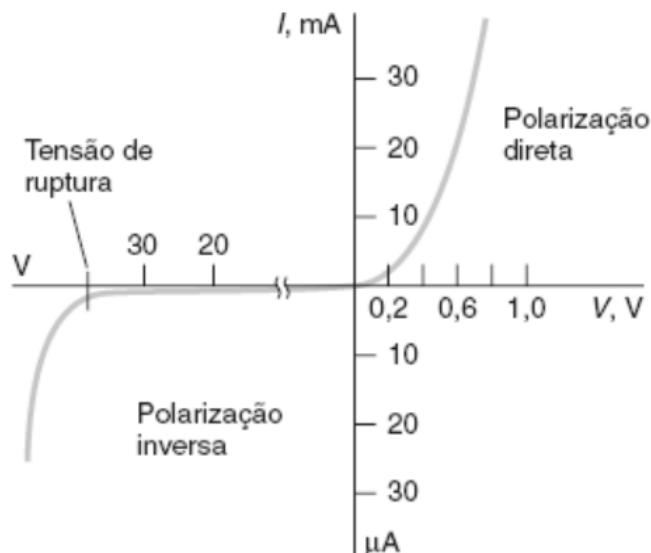
Fonte:(BRAGA, 2018)

Assim sendo, quando um diodo encontra-se polarizado diretamente com uma tensão U sendo aplicada a ele, o que ocorre é que a tensão U ao se aproximar do valor da barreira de potencial do diodo U_g faz o gap diminuir tendendo a zero. Com isso, o transporte de elétrons e lacunas ocorrerá muito mais facilmente, e a corrente elétrica irá crescer de forma abrupta com o aumento da tensão U (OLIVEIRA et al., 2020). De maneira equivalente: Se a tensão aplicada diretamente for maior do que a energia de gap entre as bandas de valência e condução, tem-se que, o elétron na banda de valência passa para a banda de condução, e deixa nessa última uma lacuna.

Neste trabalho, o principal interesse nos diodos está na compreensão da sua curva característica ($I \times V$). Isso porque esse entendimento será empregado para realizar a análise de dados do experimento. Como se pode observar no gráfico da figura 10, a condução de corrente elétrica na polarização direta (lado direito do gráfico) ocorre quando o diodo atinge uma tensão de aproximadamente 0,2 V. Essa tensão em que o diodo começa conduzir a corrente de forma significativa

na polarização direta é denominada de tensão de joelho ou então tensão de corte V_c . Porém, quando ligado em polarização reversa (lado esquerdo do gráfico) é necessário que o diodo atinja um valor de tensão elevado para conduzir corrente, quando comparado a ligação em polarização direta. Essa tensão que ele precisa atingir na polarização reversa para conduzir corrente é chamada de tensão de ruptura. Observe que a tensão de ruptura pode ser centenas de vezes maior que a tensão de corte.

Figura 10: Curva característica de um diodo.



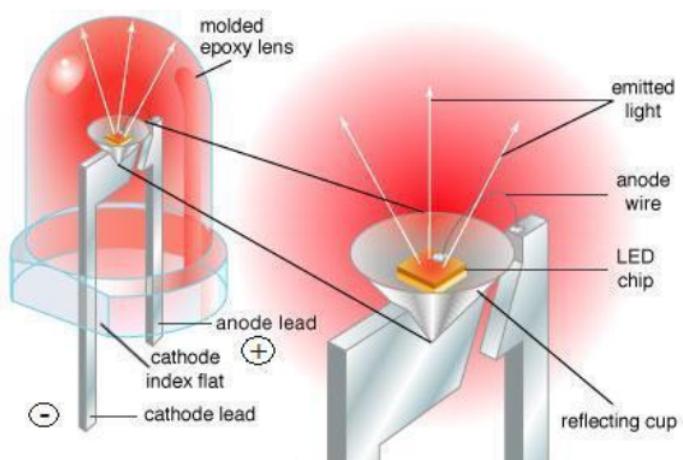
Fonte:(TIPPLER; LLEWELLYN, 2017)

Por ter essas características, na prática podemos considerar que o diodo comum é um dispositivo cuja a sua função é conduzir corrente elétrica apenas quando ligado da maneira correta, isto é, na polarização direta. E quando se encontra ligado com polarização inversa ele irá bloquear a passagem da corrente.

2.6 O LED

O LED é, na verdade, um diodo emissor de luz, o que implica que ele também é um dispositivo feito a partir de materiais semicondutores. Assim como os diodos comuns os LEDs são dispositivos constituídos a partir da união de semicondutores do tipo-n e do tipo-p; a diferença entre eles está no fato de que os LEDs possuem a propriedade de emitir radiação eletromagnética visível quando os seus terminais (ânodo e cátodo) são submetidos a uma diferença de potencial (BRAGA, 2014). A figura 11 mostra a estrutura interna de um LED. Observe que a luz emitida provém do pequeno chip semicondutor em seu interior.

Figura 11: A estrutura de um LED



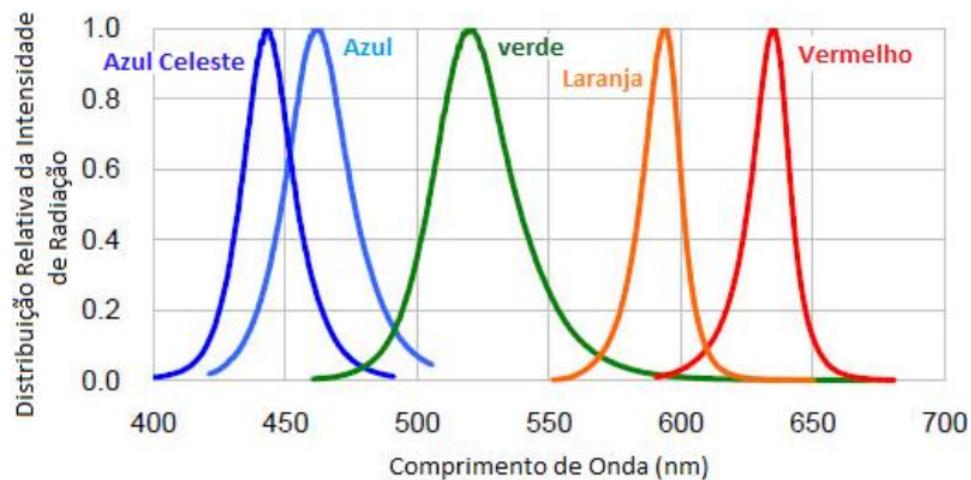
Fonte:(LEITE, 2018)

Devido aos métodos de produção e à organização cristalina dos materiais que compõem esses chips, tem-se que o comprimento de onda da radiação eletromagnética emitida depende de como o cristal foi dopado. Se por exemplo, o silício for dopado com o átomo de fósforo, a emissão de luz pode ser na cor vermelha ou amarela, sendo a cor determinada pela concentração dessa impureza no cristal. No caso dos LEDs de cor azul, para produzi-los, normalmente são

utilizados nitreto de gálio (GaN) dopado com pequenas quantidades de índio (In) ou alumínio (Al). Para cada cor de emissão, é necessário que a estrutura do cristal semicondutor do LED seja produzido de um jeito em específico, portanto os chips semicondutores dos LEDs não são todos iguais; a sua composição muda de acordo com a cor que emitem.

A radiação eletromagnética emitida por um LED se encontra em uma faixa específica do espectro. O pico dessa faixa de emissão determina o comprimento de onda predominante da luz que é observada, conhecido como comprimento de onda de máxima emissão. Sendo assim, devido ao espectro de emissão dos LEDs serem bem estreitos em relação ao comprimento de onda, como ilustra o gráfico da figura 12, pode-se utilizar para algumas aplicações que o comprimento de onda do LED é o de máxima emissão. (OLIVEIRA, 2023). Por esse motivo, neste trabalho foi utilizado o comprimento de onda de máxima emissão do LED.

Figura 12: Espectro de emissão de alguns LEDs



Fonte:(OLIVEIRA, 2023)

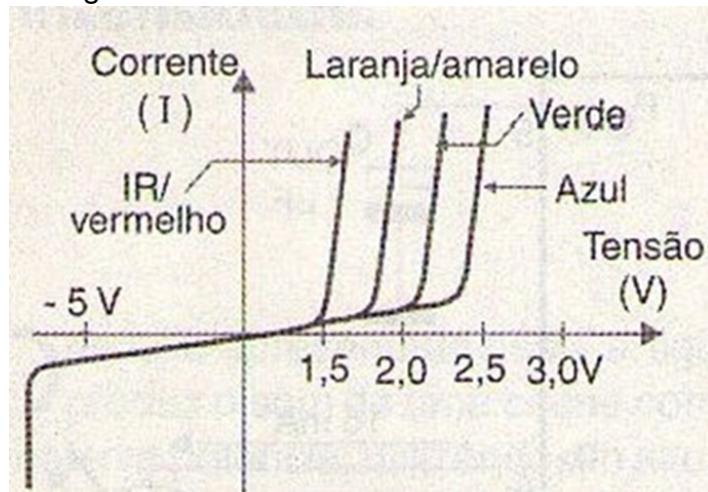
De maneira bem sucinta, pode-se dizer que a finalidade de um LED é a emissão de radiação eletromagnética visível, a partir da transformação de energia

elétrica em luz. Essa transformação irá ocorrer quando o LED for ligado com a polarização direta numa fonte de tensão V . Ao ser ligado na fonte, o campo elétrico que surge no interior do material faz com que comece a ocorrer o processo de recombinação dos elétrons e das lacunas através da junção PN. Durante esse processo, no momento em que a tensão de corte V_c é atingida no LED, observa-se a aparição de uma corrente elétrica considerável e como consequência também ocorre a emissão de luz por esse LED.

2.7 Relação do LED com a constante de Planck

Dependendo da composição dos semicondutores que o LED possuir existirá um comprimento de onda na qual a emissão é máxima, e é esse o comprimento de onda que irá caracterizar a cor da luz que é emitida por ele. Além disso, para cada cor de emissão haverá um valor bem definido da tensão de corte V_c do LED. Podemos ver esse comportamento no gráfico da figura 13, para o LED que emite na cor vermelha por exemplo, a tensão de corte é de aproximadamente $1,6\text{ V}$ enquanto que para o azul é um pouco maior do que $2,0\text{ V}$. A existência dessa tensão de corte, que é na verdade, o valor mínimo necessário para que o LED comece a emitir luz, ocorre porque o comprimento de onda da radiação emitida está relacionado com a energia de gap U do semicondutor. De acordo com a teoria de bandas, sabe-se que a energia de gap tem um valor diferente para cada um dos materiais semicondutores que compõem os LEDs, e é isso que ocasiona a emissão de radiação eletromagnética com um comprimento de onda específico, que depende da composição do cristal semicondutor.

Figura 13: Curvas $I \times V$ de diversos LEDs



Fonte: (BRAGA, 2014)

O fenômeno da emissão de luz pelo LED ocorre quando um elétron da banda de condução se recombina com uma lacuna da banda de valência. Nesse processo, a energia perdida é emitida na forma de um fóton. Os fótons são partículas sem massa mas dotadas de energia, sendo a luz composta pelos fótons. A existência dessas partículas foi introduzida por Einstein no seu trabalho que explicava satisfatoriamente o efeito fotelétrico, segundo Einstein os fótons possuem uma energia específica expressa pela equação:

$$E = h \cdot f \quad (27)$$

onde **h** é a constante de Planck, e **f** é a frequência da radiação emitida.

De acordo com o princípio da dualidade onda-partícula, a luz (radiação eletromagnética) pode ser entendida como uma onda e também como uma partícula. Por isso, podemos escrever:

$$c = \lambda \cdot f$$

$$f = \frac{c}{\lambda}$$

$$E = \frac{h \cdot c}{\lambda} \quad (28)$$

Portanto, durante o processo de recombinação de uma lacuna com um elétron na junção PN o fóton que é emitido possuirá uma energia determinada e específica. A equação 27 nos fornece a energia do fóton em função da frequência, e a equação 28 em função do seu comprimento de onda. Sabemos também que, um LED começa a emitir luz quando atinge a sua tensão de corte V_c . Podemos inferir, a partir disso, que nesse momento a energia do fóton será exatamente igual ao valor da energia de gap U imposta pelo material semicondutor. Logo, temos o seguinte:

$$U = E$$

$$U = e \cdot V_c$$

Onde : $e = 1,6 \times 10^{-19} C$

$$eV_c = \frac{h \cdot c}{\lambda} \quad (29)$$

É fácil ver que, uma vez conhecido o comprimento de onda da luz emitida e a tensão de corte do LED, podemos obter um valor para a constante de Planck \hbar , através da equação 30:

$$\hbar = \frac{\lambda \cdot e \cdot V_c}{c} \quad (30)$$

Por isso, para determinar de forma experimental essa constante, precisamos

de:

1. conhecer o comprimento de onda λ do LED.
2. Uma forma de estimar o valor da tensão de corte V_c do LED.

O comprimento de onda do LED pode ser determinado através de experimentos de espectroscopia, ou então a partir de um valor previamente fornecido pelo fabricante. Como neste trabalho a finalidade não é medir o comprimento de onda de um LED, será utilizado o valor de comprimento de onda de máxima emissão fornecido pelo fabricante. Quanto ao valor da tensão de corte V_c , segundo (OLIVEIRA et al., 2020), é possível estima-lo construindo a curva característica ($I \times V$). A partir da análise visual dessa curva são selecionados os pontos experimentais que melhor se alinham segundo uma reta, para que dessa maneira, através da técnica de regressão linear obtenha-se a equação da reta e, por consequência, o valor de V_c . Para utilizar a técnica descrita, os dados experimentais da tensão no circuito serão coletados pelo Arduino Uno, e por fim, eles serão tratados através do Excel.

3 Materiais e métodos

3.1 Materiais

Para ser possível a construção do protótipo que será apresentado neste capítulo, foi necessário a utilização dos seguintes materiais:

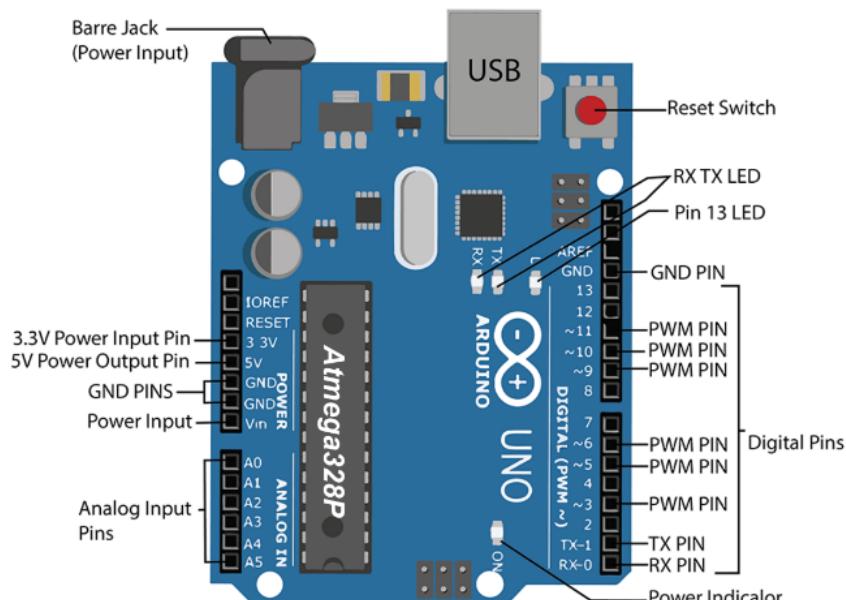
- LEDs: vermelho, amarelo e azul.
- 1 resistor de $330\ \Omega$.
- 1 Potenciômetro de $10\ K\Omega$.
- 1 protoboard de 400 pontos.
- 6 fios jumpers.
- Arduíno Uno.

3.2 O Arduino

O Arduino é uma plataforma de prototipagem de código aberto cuja linguagem de programação utilizada é baseada em C/C++. A sua proposta é ser fácil de utilizar até mesmo para usuários com pouco conhecimento de eletrônica e programação. Devido a sua filosofia de código aberto, atualmente existem diversos modelos de placas Arduino no mercado, desenvolvidas pela comunidade, tendo essas placas características diversas. No entanto, para este trabalho utilizou-se a placa mais comum, que é o Arduino UNO.

O Arduino UNO é construído com um microcontrolador ATmega328P que possui um clock de operação de 16 Mhz. Ele possui 14 portas, numeradas de 0 a 13, que podem funcionar como entrada e saída digital (I/O), das quais 6 podem ser usadas na função modulação da largura de pulso (PWM), ou seja, é possível criar um sinal variável entre 0 V a 5 V nessas portas. Ele também possui 6 pinos de entrada analógica que são capazes de ler tensões entre 0 V e 5 V, e portas de alimentação com saídas de tensões de 3.3 V e 5 V. Devido a essas funcionalidades, a plataforma permite que o usuário realize a aquisição de dados através da leitura simultânea de sensores de entrada e saída, sendo esses sensores analógicos ou digitais.

Figura 14: A placa Arduino UNO

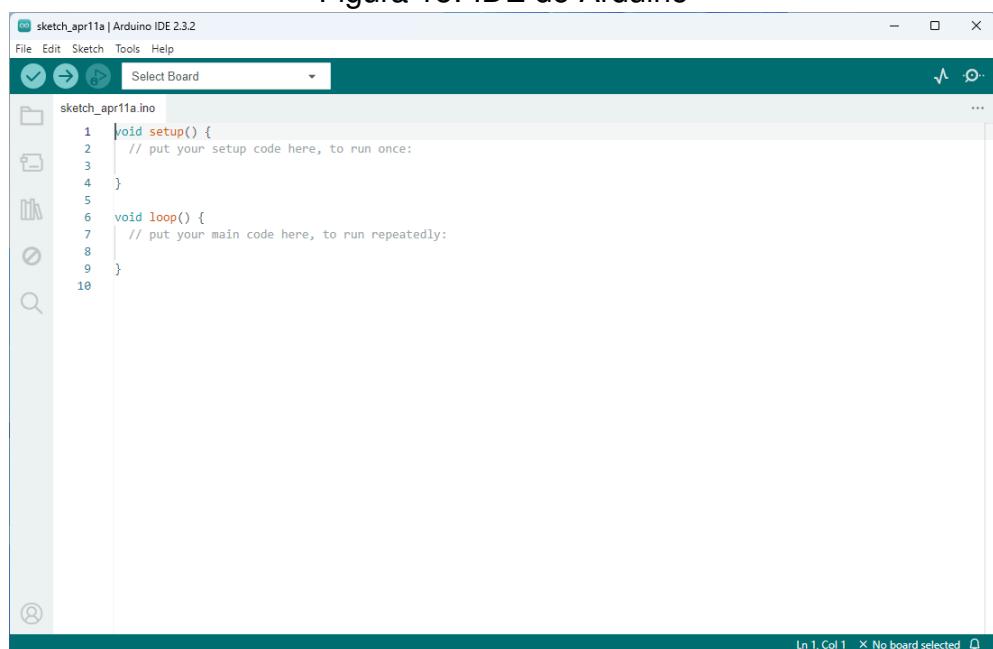


Fonte:(NUNES, 2017)

O Arduino precisa ser previamente programado para desempenhar a função desejada. Para realizar a programação é necessário conectar a placa ao computador através de sua porta de comunicação USB. Uma vez conectado, é possível

realizar a programação utilizando o software de ambiente de desenvolvimento integrado conhecido como IDE. Esse software é disponibilizado de forma gratuita no site do Arduino (ARDUINO.CC, 2023). Quando devidamente instalado no computador, no momento em que for executado, o usuário irá se deparar com a tela inicial que está representada pela imagem da figura 15.

Figura 15: IDE do Arduino



Fonte: Acervo do autor

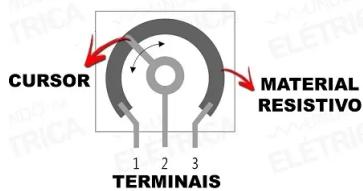
Dentro do software em questão, existe no centro o campo para edição do texto onde deve ser escrito o código do programa. Ao finalizarmos a escrita do código, o programa é então salvo na memória da placa e, por fim, executado. Por padrão, existem sempre duas funções incorporadas ao código do programa que são: `setup()` e `loop()`. Quando o programa entra em operação todo código que se encontra escrito dentro da função `setup()` é executado apenas uma vez. Por isso, essa função é usada para definir quais são e o que são as variáveis utilizadas no programa, bem como declarar funções para os pinos digitais e analógicos. Já

os códigos que se encontram escritos dentro da função `loop()` são executados repetidamente, em ordem da primeira à última linha. Ao chegar na última linha, o programa imediatamente retorna para a primeira linha e começa a executar tudo novamente.

3.3 O protótipo e o seu funcionamento

O protótipo constitui-se do circuito elétrico montado sobre a protoboard, o qual contém um LED, um resistor, e um potenciômetro. A esse circuito é acoplado o Arduino, para que ele realize a leitura de tensão elétrica entre os terminais do LED e armazene em sua memória os valores obtidos em cada medida. Utiliza-se o potênciometro porque ele é um dispositivo eletrônico com três terminais, que possuí uma resistência elétrica variável a qual pode ser controlada manualmente. Dois dos terminais do potenciômetro são para a alimentação de tensão, e o terminal central é o que tem um contato deslizante que ao ser movido pelo cursor de ajuste, ao longo de um material de resistividade elétrica, faz variar o valor da resistência entre o terminal de entrada e o terminal de saída (MATTEDE, 2024).

Figura 16: Esquema de um potênciometro



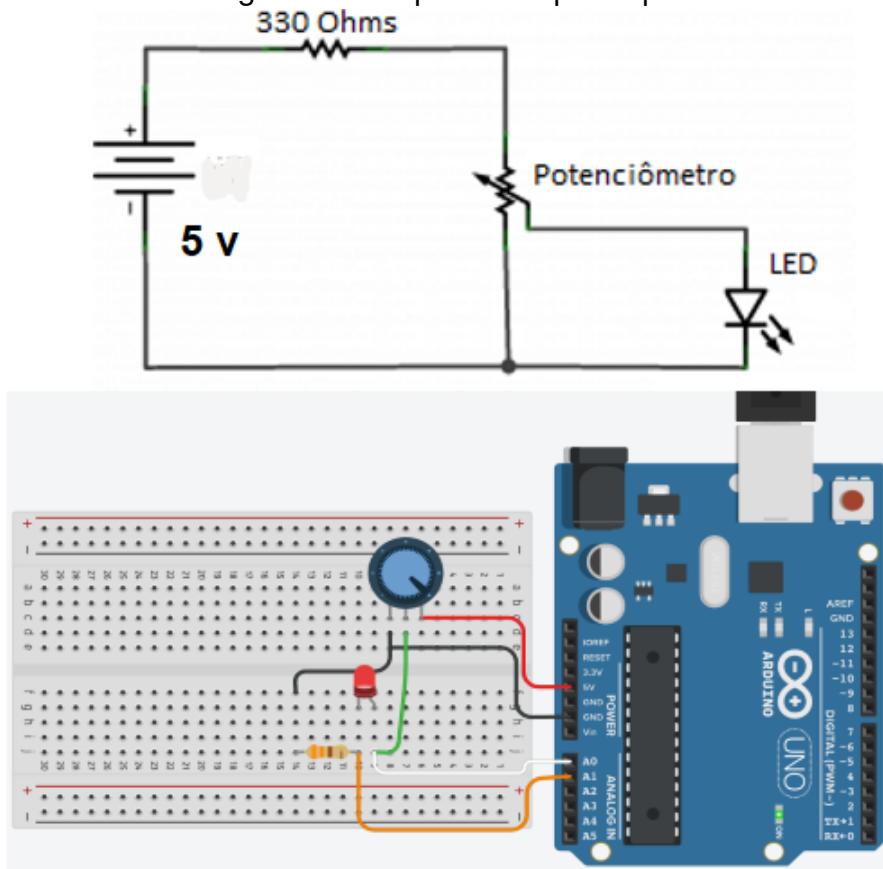
Fonte: (MATTEDE, 2024)

Como a montagem experimental deve permitir ao usuário controlar a corrente elétrica sobre o LED de maneira manual, empregou-se um potenciômetro de

10 K Ω . Ele encontra-se em série com um resistor de 330 Ω , e é em paralelo com o LED, pois assim, ao aumentar ou diminuir o valor da resistência no circuito, de acordo com a primeira lei de Georg Simon Ohm (1789 - 1854), podemos aumentar ou diminuir a corrente elétrica, uma vez que as duas grandezas são inversamente proporcionais:

$$I = \frac{V}{R}$$

Figura 17: Esquema do protótipo

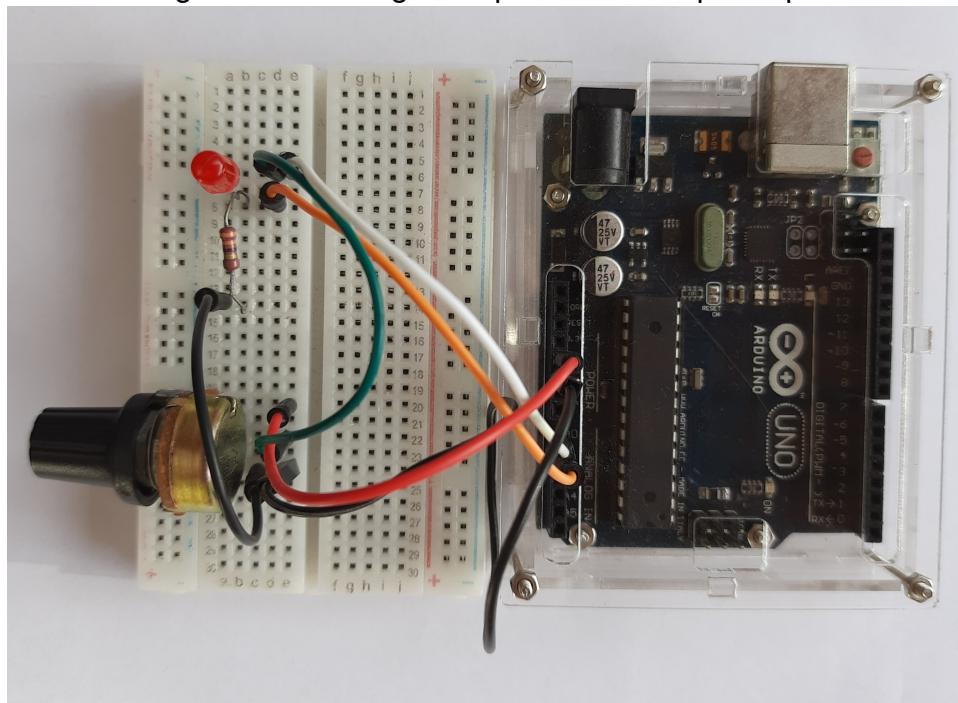


Fonte: Acervo do autor

A figura 17 mostra um esquema do protótipo. A alimentação em tensão contínua com valor teórico de 5 V do circuito é fornecida pelo próprio Arduino, e encontra-se conectada em paralelo com o potenciômetro através dos fios preto e vermelho. O fio verde, que sai do pino central do potenciômetro, é ligado ao

ânodo do LED. Para conseguir medir o valor da tensão sobre o LED são empregadas as portas de sinal analógico A0 e A1 do Arduino. Elas são conectadas ao circuito através dos fios branco e laranja. Nas portas analógicas do Arduino, existe um conversor analógico-digital (ADC) que faz com que o sinal lido por elas se torne um valor digital, que é armazenado em bytes. Por causa disso, antes de se trabalhar com esse valor é necessário realizar uma conversão. Para se obter corretamente a tensão medida, a conversão é realizada na escrita dos códigos do programa.

Figura 18: Montagem experimental do protótipo



Fonte: Acervo do autor

Após montar-se o protótipo, a etapa seguinte é a escrita do código do programa na IDE do Arduino. O código é o responsável por executar corretamente as funções previstas. No início do programa, definiram-se as variáveis: sendo **entrada0** a variável que recebe o valor em bytes da leitura da tensão do fio

verde que saí do terminal central do potenciômetro. E **entrada1** a variável que recebe o valor em bytes da leitura da queda de tensão em cima do resistor. Nas variáveis **V0** e **V1** são armazenados os valores de tensão em volts, após a conversão do sinal. As variáveis **Vled** e **Iled** recebem e armazenam os valores de tensão em Volts no LED, e da corrente em miliampere, respectivamente. Dentro da função **setup()** foram feitas as definições apropriadas, como, por exemplo, estabelecer a conexão entre o Arduino e o computador através do comando "Serial.begin(9600)" e também definir as portas A0 e A1 para funcionar como entradas de sinal.

Figura 19: Códigos 1

```
// ****VARIÁVEIS*****
float V0;
float V1;
float Vled;
float Iled;
float entrada0;
float entrada1;
int Linha=0;

void setup() {

    Serial.begin(9600);
    Serial.println("LABEL, Linha, V(v), i(mA)");
    pinMode(INPUT,A1);
    pinMode(INPUT,A0);

}
```

Fonte: Acervo do autor

Dentro da função **loop()** encontram-se os códigos responsáveis por fazer com que o arduino execute as funções repetidamente. Nessa parte é necessário tratar o sinal que é lido nas portas analógicas A0 e A1, pois, como dito anteriormente, esse precisa ser convertido para se obter corretamente um valor de tensão elétrica. Para realizar a conversão do sinal lido por essas portas, utiliza-se a

equação:

$$V = \frac{S \cdot 5}{1024}$$

Onde V é o valor da tensão elétrica após a conversão, S é o valor do sinal lido pela porta analógica, 1024 são os valores em bytes que o sinal pode assumir, e 5 é o sinal de tensão teórico fornecido pelo Arduino. Com o intuito de se obter o valor da tensão que estava sendo fornecida pelo Arduino ao circuito, foi utilizado o multímetro. O valor medido foi de 4,82 V, sendo assim, a equação utilizada no programa foi:

$$V = \frac{S \cdot 4,82}{1024}$$

Figura 20: Códigos 2

```
void loop() {
    entrada0 = analogRead(A0);
    V0 = (entrada0*4.82/1024);
    entrada1 = analogRead(A1);
    V1 = (entrada1*4.82/1024);
    Vled = (V0-V1);
    Iled = (V1*1000/330);
    Linha++;
    Serial.print("DATA, ");
    Serial.print(Linha);
    Serial.print(", ");
    Serial.print(Vled,3);
    Serial.print(", ");
    Serial.println(Iled,5);
    delay(3000);

}
```

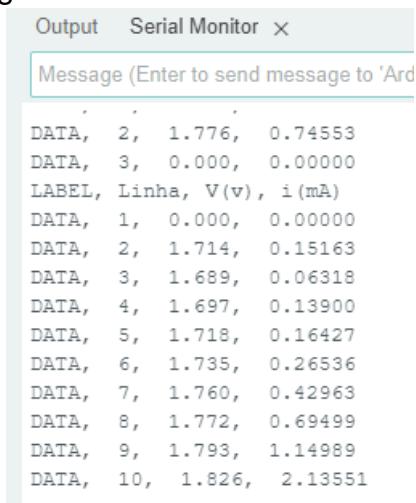
Fonte: Acervo do autor

Conforme consta na figura 20, dentro da função `loop()`, a primeira coisa que o programa irá fazer é ler o sinal na porta A0 através do comando "analogRead(A0)", e então o valor é armazenado na variável `entrada0`. Na linha

seguinte, o valor do sinal é convertido para tensão elétrica em volts e é atribuído na variável **V0**. O mesmo procedimento será feito para a variável **V1**. A tensão que é aplicada nos terminais do LED é calculada e armazenada na variável **Vled**. Para isso, toma-se a diferença entre a tensão de saída do pino central do potenciômetro e a queda de tensão sobre o resistor de $330\ \Omega$, fazendo ($V0 - V1$). Já a corrente no circuito é calculada através da primeira lei de Ohm, conhecendo a queda de tensão no resistor de $330\ \Omega$, cujo valor encontra-se armazenado na variável **V1**. Assim, após o programa executar os cálculos, o valor da corrente em miliampere é salvo na variável **Iled**.

Por fim, os comandos do tipo "Serial.print()" tem a função de exibir os valores das variáveis através da porta serial, enquanto que o comando "delay(3000)" faz com que o programa aguarde um intervalo de tempo de 3 segundos, antes de executar todo o código novamente. Quando em funcionamento o protótipo exibe os valores experimentais através da porta serial, na IDE do arduino, conforme ilustra a imagem 21.

Figura 21: Porta serial do Arduino



The screenshot shows the Arduino Serial Monitor window. The title bar says "Output" and "Serial Monitor". The main area is titled "Message (Enter to send message to 'Ard...')". Below this, there is a list of data entries, each starting with "DATA," followed by three comma-separated values. The data is as follows:

```

DATA, 2, 1.776, 0.74553
DATA, 3, 0.000, 0.00000
LABEL, Linha, V(v), i(mA)
DATA, 1, 0.000, 0.00000
DATA, 2, 1.714, 0.15163
DATA, 3, 1.689, 0.06318
DATA, 4, 1.697, 0.13900
DATA, 5, 1.718, 0.16427
DATA, 6, 1.735, 0.26536
DATA, 7, 1.760, 0.42963
DATA, 8, 1.772, 0.69499
DATA, 9, 1.793, 1.14989
DATA, 10, 1.826, 2.13551

```

Fonte: Acervo do autor

4 Resultados e Análises

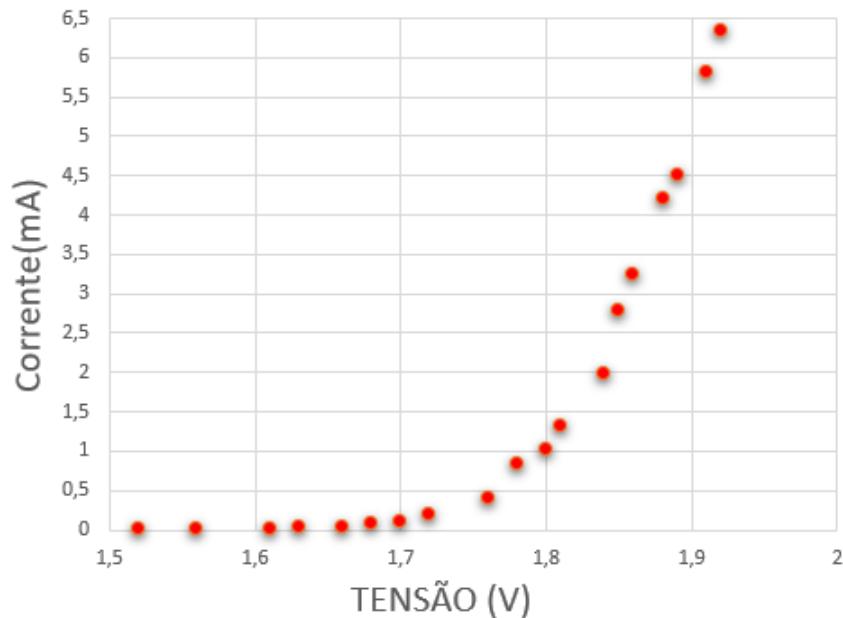
Com o protótipo montado e funcionando adequadamente, foram realizadas as medidas experimentais procedendo-se da seguinte maneira:

1. Inicialmente colocou-se o reostato na posição onde a sua resistência elétrica possui o maior valor possível.
2. Na sequência, a chave de controle do reostato vai sendo girada com cuidado, no sentido de diminuir aos poucos o valor da resistência no circuito.
3. Espera-se a leitura do sinal ser realizada e aparecer na porta Serial Monitor do Arduino, para então proceder-se novamente com o passo anterior, até que o ajuste do reostato chegue ao final.

O procedimento descrito foi realizado para os LEDs vermelho, azul e amarelo. Dessa forma, ao final tem-se um conjunto de pares ordenados (V, I) que são levados para a planilha de dados e realizada a análise desses dados. Os gráficos abaixo apresentam as curvas característica ($I \times V$) que foram obtidas para cada um dos LEDs, sendo a tensão medida em volts e a corrente em miliamper. Após montarem-se os gráficos, foram escolhidos conjuntos de pontos experimentais que melhor se ajustavam a uma tendência linear. Assim, com auxílio do programa Excell, aplicou-se a técnica da regressão linear para obter a reta com o melhor ajuste a esses pontos escolhidos, pois através deste método determina-se um valor para a tensão de corte V_c de cada LED (OLIVEIRA et al., 2020).

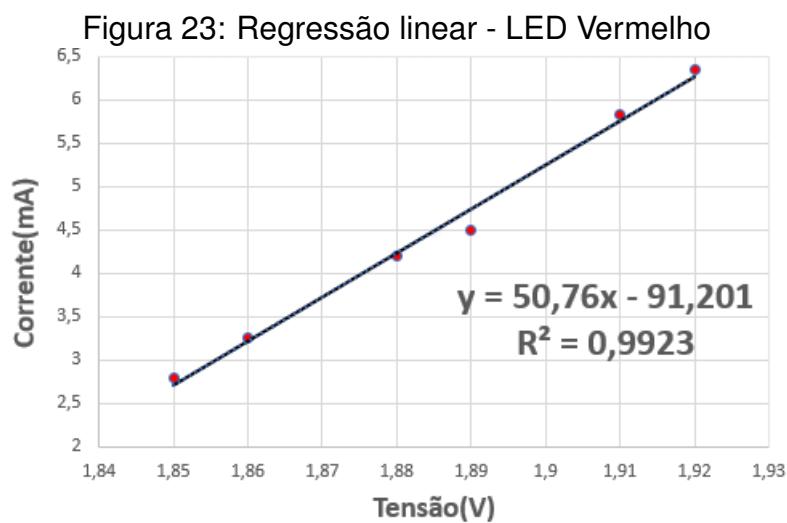
A figura 22 apresenta o gráfico ($I \times V$) para o LED vermelho.

Figura 22: Gráfico ($I \times V$) - LED Vermelho
LED VERMELHO



Fonte: Acervo do autor

O gráfico 23 apresenta a regressão linear, com a equação da reta e o valor de R^2 para o LED vermelho. A partir da equação da reta $y = 50,76x - 91,201$



Fonte: Acervo do autor

podemos calcular o valor da tensão de corte desse LED, obtendo o ponto de

interseção com o eixo V. Na equação x representa o valor da tensão e y o valor da corrente.

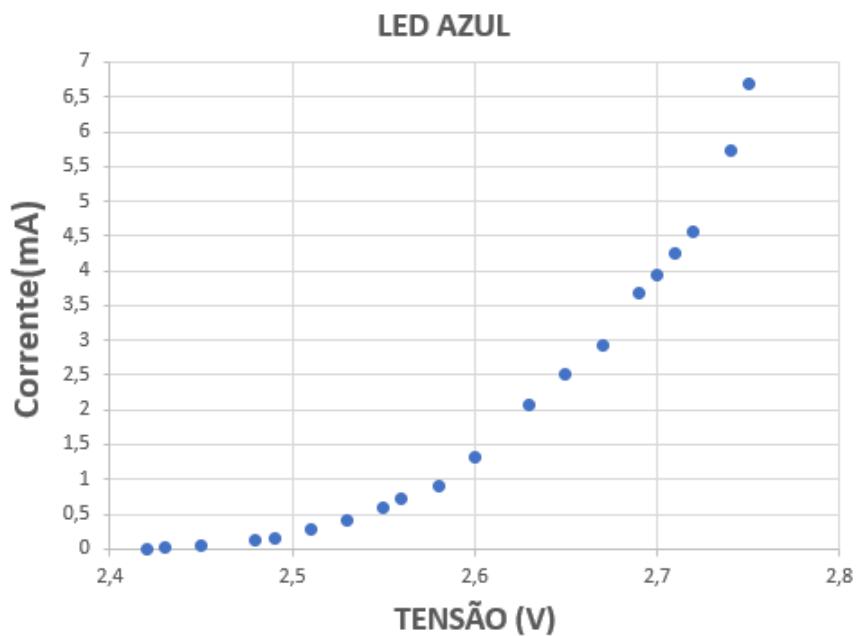
$$0 = 50,76x - 91,201$$

$$x = \frac{91,201}{50,76} = 1,7967$$

$$V_c = 1,80\text{ V}$$

A figura 24 apresenta o gráfico ($I \times V$) para o LED azul.

Figura 24: Gráfico ($I \times V$) - LED Azul



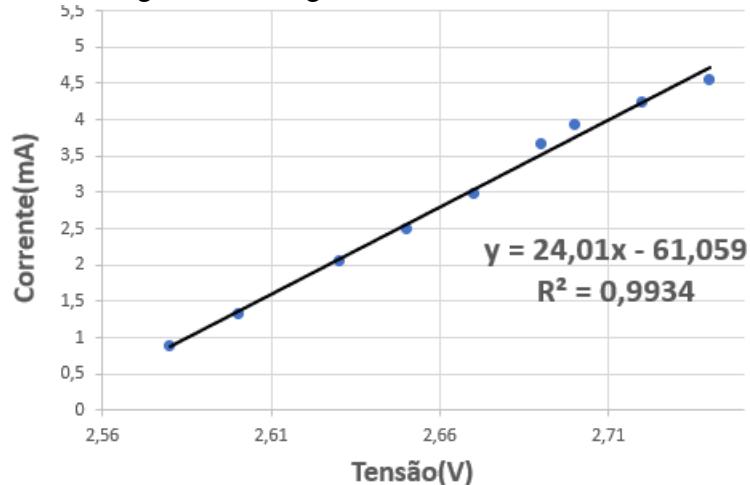
Fonte: Acervo do autor

O gráfico 25 apresenta a regressão linear, com a equação da reta e o valor de R^2 para o LED azul. Da mesma maneira que foi feito com para o LED vermelho, podemos obter o valor da tensão de corte deste LED.

$$x = \frac{61,059}{24,01} = 2,543$$

$$V_c = 2,54 V$$

Figura 25: Regressão linear - LED Azul

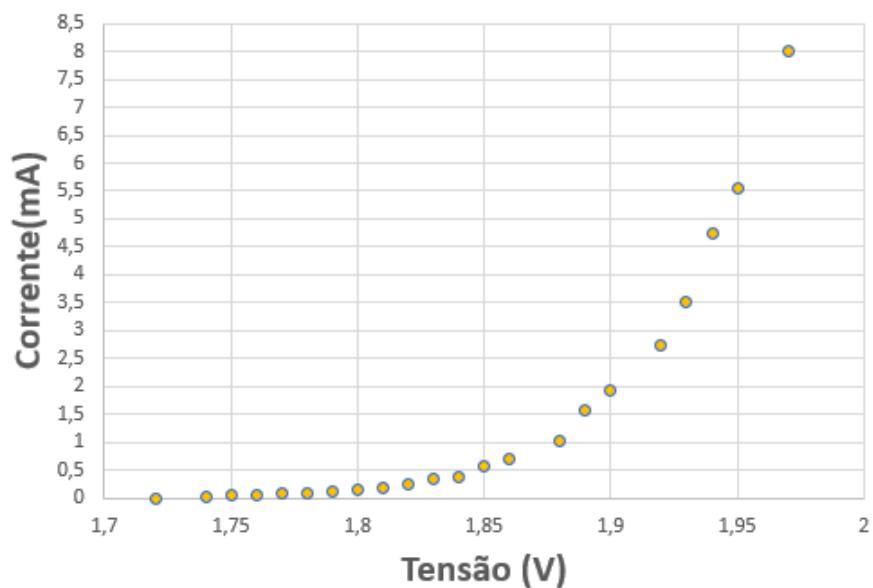


Fonte: Acervo do autor

A figura 26 apresenta o gráfico ($I \times V$) para o LED amarelo.

Figura 26: Gráfico ($I \times V$) - LED Amarelo

LED AMARELO



Fonte: Acervo do autor

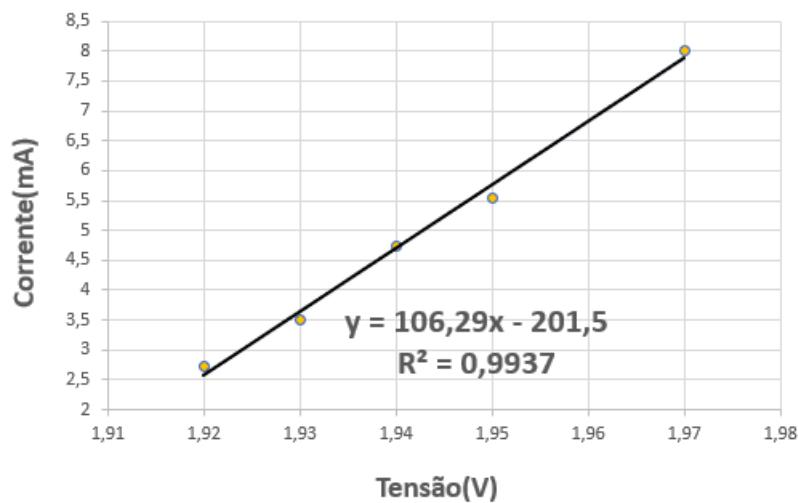
O gráfico 27 apresenta a regressão linear, com a equação da reta e o valor

de R^2 para o LED amarelo. A tensão de corte para esse LED é:

$$x = \frac{201,6}{106,29} = 1,896$$

$$V_c = 1,90 V$$

Figura 27: Regressão linear - LED Amarelo



Fonte: Acervo do autor

Através das equações da reta obteve-se as tensões de corte V_c de cada LED.

Com isso, aplica-se a equação 30 para calcular o valor da constante de Planck, considerando $e = 1,602 \times 10^{-19} C$ para a carga do elétron e $c = 3 \times 10^8 m/s$ para a velocidade da luz no vácuo. Os resultados são exibidos na tabela abaixo.

LED	$V_c(V)$	$\lambda(\times 10^{-9}m)$	$h(\times 10^{-34} J.s)$	Erro (%)
Vermelho	1,80	660	6,34	4,26
Azul	2,54	475	6,44	2,77
Amarelo	1,90	590	5,99	9,7

Tabela 1: Constate de Planck para cada LED

Para os comprimentos de onda λ foram usados os valores de pico que se encontram disponíveis no datasheet presente no site da empresa Roithner Laser-Technik, (LASERTECHNIK, 2024). Para o LED vermelho os valores disponíveis variam de modelos com 630nm a 710 nm, portanto a incerteza no comprimento de onda utilizado é de ± 80 nm, para o LED azul a variação é de 450 nm a 475 nm e a incerteza é de ± 25 nm, para o LED amarelo o comprimento de onda varia entre 565nm a 590 nm e por isso a incerteza do comprimento de onda utilizado é de ± 25 nm.

Podemos observar que o melhor resultado foi obtido para o LED azul, com um erro de 2,77% em relação ao valor atualmente aceito para a constante de Planck. Isso ocorre porque a sua tensão de corte tem um valor superior a dos demais LEDs, e assim exige uma menor resolução do Arduino ao realizar a leitura do sinal. Consequentemente é menor a quantidade de ruídos captados no sinal. Acredita-se que a precisão do experimento pode ser melhorada ao utilizar-se um reostato de alta precisão, porque haverá como realizar um menor incremento na tensão elétrica e será possível o Arduino coletar muito mais pontos experimentais, o que por consequência irá levar a uma melhor estimativa. Outro fator que pode melhorar a precisão do experimento é obter os valores do comprimento de onda de máxima emissão, através de um experimento de espectroscopia com os LEDs, que fornecerá o espetro de emissão do LED com a incerteza proveniente do espetrômetro.

5 Conclusão

Neste trabalho, apresentou-se uma discussão sobre o contexto histórico do problema da radiação emitida por um corpo negro, e como o problema foi solucionado por Max Planck. Foi realizada uma discussão sobre os materiais e dispositivos semicondutores e suas propriedades, para ser possível entender a constituição de um LED e as suas principais características de funcionamento. Nesse caminho, mostrou-se a relação entre esse simples dispositivo eletrônico e uma sofisticada teoria física, que é a teoria de bandas.

Foi construído um protótipo com materiais de baixo custo, todos os dispositivos utilizados podem ser facilmente encontrados em lojas de materiais eletrônicos. Além disso, com o seu emprego foi possível substituir instrumentos de medidas como o multímetro, e o processo de levantamento da curva característica dos LEDs pode ser feito exclusivamente pelo computador, com o auxílio do Arduino. Sendo assim, pode-se considerar que o objetivo de utilizar tecnologias digitais para realizar um experimento de física e construir um protótipo capaz de medir a constante de Planck foi bem sucedido. Sendo o seu desempenho considerado satisfatório dentro de suas limitações, uma vez que para o LED azul o desvio percentual foi de apenas 2,77%, em relação ao valor esperado para a constante de Planck.

Por fim, podemos observar que o protótipo pode ser facilmente implementado em sala de aula no ensino médio. Podendo ter como objetivo de estimular os alunos não só com a aprendizagem de física, mas também com a eletrônica e programação.

Referências

- ARDUINO.CC. **Plataforma Arduino**. 2023. Disponível em: <<https://www.arduino.cc>>. Acesso em: 22 de setembro de 2023.
- BRAGA, N. C. **Como funcionam os LEDs (ART096)**. 2014. Disponível em: <<https://www.newtoncbraga.com.br/index.php/como-funciona/733-como-funcionam-os-leds-art096>>. Acesso em: 22 de setembro de 2023.
- _____. **Como funciona o diodo semicondutor (ART3971)**. 2018. Disponível em: <<https://www.newtoncbraga.com.br/como-funciona/15159-como-funciona-o-diodo-semicondutor-art3971.html>>. Acesso em: 20 de setembro de 2023.
- CÉSAR, R. S.; OLIVEIRA, L. T. d.; PAIVA, F. M. d. **A constante de Planck: uma forma de ensino de física a partir da experimentação**. 2016. Disponível em: <<https://editorarealize.com.br/artigo/visualizar/19700>>. Acesso em 06 de fevereiro de 2024.
- EISBERG, R.; RESNICK, R. **Física Quântica - Átomos, Moléculas, Sólidos, Núcleos e Partículas**. [S.I.]: Campus, 1979.
- GONTIJO, L. M. A.; RODRIGUES, C. G. Radiação térmica e a fórmula de planck. **Quim. nova**, v. 45, n. 10, p. 1303–1314, 2022.
- KUHN, T. **A Estrutura das Revoluções Científicas, 12^a ed.** São Paulo: Perspectiva, 2013.
- LASERTECHNIK, R. **Datasheet: Roithner LaserTechnik**. 2024. Disponível em: <https://www.roithner-laser.com/led_standard.html>. Acesso em 22 de fevereiro de 2024.
- LEITE, I. J. M. **Experimentos de física moderna para a determinação da constante de Planck utilizando Arduino e Visual Basic: uma alternativa na formação e na prática docente**. Dissertação de mestrado em ensino de física: Universidade Federal de Alagoas, Maceió-AL, 2018. Disponível em: <<http://www.repositorio.ufal.br/jspui/handle/riufal/5510>>. Acesso em 16 de janeiro de 2024.
- LIMA, C. R. **Tópicos de Laboratório de Física Moderna**. 2013. Disponível em: <<https://www2.ufjf.br/fisica//files/2010/03/Labfismodroteiro.pdf>>. Acesso em 07 de fevereiro de 2024.
- MARTINAZZO, C. A.; TRENTIN, D. S.; FERRARI, D.; PIAIA, M. M. Arduino: Uma tecnologia no ensino de física. **Perspectiva, Erechim**, v. 38, n. 143, p. 21–30, 2014.
- MATTEDE, H. **Potenciômetro - O que é e como funciona!** 2024. Disponível em: <<https://www.mundodaeletrica.com.br/potenciometro-o-que-e-como-funciona/>>. Acesso em: 25 de Abril de 2024.

- NIST. **National Institute of Standards and Technology: Planck Constant**. 2018. Disponível em: <https://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?h|search_for=planck+constant>. Acesso em: 06 de fevereiro de 2024.
- NUNES, L. A. O. **Plataforma Arduino, Oficiencia, USP**. 2017. Disponível em: <<https://drive.google.com/file/d/1KrYsOE6NAS2BDENFZ0phR-zbtiiXYPu2/view>>. Acesso em 07 de março de 2024.
- OLIVEIRA, I. N.; RAMOS, J. A.; SILVA, W. I.; CHAVES., V. D.; MELO, C. A. Estudo das propriedades do diodo emissor de luz (led) para a determinação da constante de planck numa maquete automatizada com o auxílio da plataforma arduino. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 42, 2020.
- OLIVEIRA, J. C. G. **Introdução à mecânica quântica no ensino médio através de uma discussão sobre a constante de Planck**. Dissertação de mestrado em ensino de física: Universidade Federal de São Carlos, Sorocaba-SP, 2023. Disponível em: <<https://repositorio.ufscar.br/handle/ufscar/17639>>. Acesso em 18 de janeiro de 2024.
- OSADA, J. **Evolução das Idéias da Física**. São Paulo: E. Blücher e EDUSP, 1972.
- PIATTELA, O. F. Max planck e a quantização da energia. **Cadernos de Astronomia**, v. 4, n. 1, p. 175–181, 2023.
- PIRES, A. S. T. **Evolução das ideias da Física 2^a ed.** São Paulo: Editora livraria da física, 2011.
- PORTO, C.; PORTO, M. A evolução do pensamento cosmológico e o nascimento da ciência moderna. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 30, n. 4, p. 4601, 2008.
- STUDART, N. A invenção do conceito de quantum de energia segundo planck. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 22, n. 4, p. 523–535, 2000.
- TIPLER, P. A.; LLEWELLYN, R. A. **Física Moderna, 6^a ed.** Rio de Janeiro: LTC, 2017.
- YOUNG, H. D.; FREEDMAN, R. A. **Física IV: ótica e física moderna, 14^o ed.** São Paulo: Pearson, 2016.
- ZANETIC, J.; MOZENA, E. R. **Textos de Evolução (Segunda Parte)**. 2019. Disponível em: <https://fep.if.usp.br/~profis/arquivo/prod_docente/materiais/Zanetic_Evolucao_dos_conceitos_da_Fisica_2a_parte_Historia_2019-2020.pdf>. Acesso em 15 de janeiro de 2024.