

UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO  
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS  
DEPARTAMENTO DE FÍSICA  
LICENCIATURA EM FÍSICA

Comportamentos magnéticos na matéria: uma proposta de abordagem e ensino baseada em  
ferramentas computacionais

Michel Xisto Silva Silveira

Sob a orientação dos professores  
Dr. Christopher Thomas e Dr. Frederico Alan de Oliveira Cruz

SEROPÉDICA

2022

Michel Xisto Silva Silveira

**Comportamentos magnéticos na matéria: uma  
proposta de abordagem e ensino baseada em  
ferramentas computacionais.**

Monografia apresentada ao Curso de  
Graduação em Física da UFRRJ, como  
requisito parcial para obtenção do título de  
Licenciado em Física

Seropédica, Rio de Janeiro

2022

MICHEL XISTO SILVA SILVEIRA

**Comportamentos magnéticos na matéria: uma proposta de abordagem e ensino baseada em ferramentas computacionais.**

Monografia apresentada ao Curso de Graduação em Física da UFRRJ, como requisito parcial para obtenção do título de Licenciado em Física

Trabalho aprovado. Seropédica, Rio de Janeiro, 2022

Christopher Thomas

Dr. Christopher Thomas  
Orientador

Igor Diniz

Dr. Igor Tucé de Almeida Diniz  
Convidado 1

Marcelo Dumas Hahn

Msc. Marcelo Dumas Hahn  
Convidado 2

Seropédica, Rio de Janeiro  
2022

Em memória a Djanira e Lourenço.

# Agradecimentos

Agradeço primeiramente a Deus por me dar força e coragem. Aos meus familiares, principalmente meus pais, por me apoiarem em todas decisões que tomei, pela paciência e compreensão.

À Thalyta, minha namorada e companheira de jornada, por sempre me apoiar e dar forças para continuar lutando. Sem você seria muito mais difícil.

Aos meus avós que infelizmente não estão mais entre nós para ver a conclusão deste trabalho.

Não há um dia que não sinto falta de vocês.

Ao meu orientador Christopher, por sempre acreditar em mim. Agradeço por ter me dado a oportunidade de trabalharmos juntos por tantos anos. Seu apoio me deu motivação para estudar e encarar novos desafios. Foram muitos anos de estudos e o esforço foi gratificante. À você e Fred, toda a minha admiração. Ao meu coorientador Frederico, por acreditar no meu potencial. Agradeço por todas as conversas e conselhos, por me apresentar outras áreas da Física e dar ferramentas para conseguir estudá-las. Sou eternamente grato por seu esforço e dedicação. Levarei para a vida, o exemplo de profissionais que você e o Chris são. Obrigado por estarem sempre presentes e serem solícitos.

Ao irmão que a vida me deu, Lauro. Obrigado por sempre ouvir quando eu falava animado sobre Física e mesmo distantes fisicamente, nunca perder o contato.

Aos meus colegas de curso, principalmente do DEMES, agradeço por todos os papos descontraídos e jogos nos intervalos.

Por último e não menos importante, ao Matheus, por me acompanhar desde o início da graduação e me auxiliar nas dúvidas. À você, gratidão.

# Resumo

As propriedades magnéticas dos materiais são conhecidas há séculos por povos antigos de diversas localidades ao redor do mundo e ao longo dos séculos tem sido motivo de interesse de muitos pesquisadores. Com o passar dos anos, muitos modelos e métodos foram usados para explicar essas propriedades e um deles é conhecido como Modelo de Ising. Apesar de ser utilizado em diversas áreas da Física, com auxílio de métodos computacionais poderosos, ele não se faz presente na grade curricular do curso de Licenciatura em Física da UFRRJ. Visando introduzir os conceitos associados ao modelo, neste trabalho será apresentada uma proposta didática de abordagem, a partir da revisão histórica da descoberta dos fenômenos magnéticos, com a utilização de ferramentas e recursos baseados nas TDICs que permitem contemplar a formação do Físico-educador e do Físico-pesquisador. Ao final é apresentada uma reflexão sobre a proposta, a partir dos resultados das avaliações realizadas pelos estudantes durante a abordagem do tema.

**Palavras chave:** Propriedades magnéticas, Modelo de Ising, Ensino de Física.

# ABSTRACT

The magnetic properties of materials have been known for centuries by ancient peoples from different locations around the world and over the centuries have been of interest to many researchers. Over the years many models and methods have been used to explain these properties and one of them is known as the Ising Model. Despite being used in several areas of Physics, with the help of powerful computational methods, it is not present in the curriculum of the Degree in Physics at UFRRJ. Aiming to introduce the concepts associated with the model, in this work a didactic proposal will be presented, from the historical review of the magnetic phenomena discovery, with the use of tools and resources based on TDIC that allow contemplating the formation of the Physicist-educator and the Physicist-researcher. At the end, a reflection on the proposal is presented, based on the results of the evaluations carried out by the students during the approach of the theme.

**Keywords:** Magnetic properties, Ising Model, Physics Teaching.

# Lista de ilustrações

Figura 1 – a) rede cúbica de face centrada; b) rede tetragonal centrada. . . . .	21
Figura 2 – Modelo representativo de domínios de um material ferromagnético a) sem magnetização espontânea a) na presença de campo magnético aplicado. . . . .	22
Figura 3 – Diagrama de fases da água. . . . .	24
Figura 4 – Representação de uma rede de spins na fase ferromagnética com os spins apontados para cima. . . . .	27
Figura 5 – Diagrama de fases esquemático de um material ferromagnético conforme proposto pelo modelo de Ising. . . . .	28
Figura 6 – Representação de uma rede antiferromagnética com: a) subredes interpenetrantes. b) subredes em colunas. c) subredes em linhas . . . . .	30
Figura 7 – Representação de uma rede ferrimagnética dividida em subredes com módulo das magnetizações diferentes . . . . .	31
Figura 8 – Cadeia linear de spin: a)sem condições de contorno; b)utilização das condições de contorno periódicas . . . . .	33
Figura 9 – Representação esquemática de uma rede em 2D com: a) primeiros vizinhos destacados em azul em relação ao sítio central; b) segundos vizinhos destacados em azul em relação ao sítio central. . . . .	34
Figura 10 – Fluxograma do algoritmo de Metropolis com o método de Monte Carlo . . . . .	40

Figura 11 – Magnetização em função da temperatura para redes 4x4, 8x8 e 16x16 com 10000 passos Monte Carlo. Para baixas temperaturas, a magnetização satura no valor normalizado 1, indicando que todos os spins apontam na mesma direção. Para altas temperaturas, o sistema tende ao estado paramagnético. A flecha indicando $T_C$ exato corresponde ao valor da temperatura crítica obtida analiticamente por Onsager (vide texto). O valor da temperatura está normalizado por $k_B = 1.0$ e $J = 1.0$ . . . . .	42
Figura 12 – Magnetização em função da temperatura para uma rede 4x4 e 100000 passos Monte Carlo. O aumento de PMC suavisa a curva obtida numericamente quando comparado com o resultado apresentado na figura 11 . . . . .	43
Figura 13 – Energia média por spin em função da temperatura para redes 4x4, 8x8 e 16x16 com 10000 passos de Monte Carlo. . . . .	44
Figura 14 – Energia média por spin em função da temperatura em uma rede 4x4 com 100000 passos de Monte Carlo. O aumento de PMC suavisa a curva obtida numericamente quando comparado com o resultado apresentado na figura 13 . . . . .	44
Figura 15 – Calor específico por spin em função da temperatura para redes 4x4, 8x8 e 16x16 com 10000 passos de Monte Carlo. Conforme o tamanho da rede é maior, o pico da curva aproxima-se do valor de $T_c$ de Onsager. . . . .	45
Figura 16 – Calor específico por spin em função da temperatura para uma rede 4x4 com 100000 passos de Monte Carlo. A curva é suavisada em relação a figura 15 . . . . .	46
Figura 17 – Grade curricular do ciclo básico. . . . .	50
Figura 18 – Grade curricular do ciclo profissionalizante. . . . .	51
Figura 19 – Resultado da avaliação dos temas presentes nas referências da disciplina de Física Estatística 1 do curso de Licenciatura em Física da UFRRJ. . . . .	55
Figura 20 – Esquema simplificado de aprendizagem de Bruner. . . . .	60
Figura 21 – Imagem apresentada na questão do segundo Kahoot para organizar em ordem crescente de energia o spin no sítio central em destaque. . . . .	65

Figura 22 – Imagem apresentada no questionário. . . . .	67
Figura 23 – redes de spins utilizada em cada item da questão 1. . . . .	68
Figura 24 – Redes com configurações distintas para selecionar qual tem a menor energia, considerando o $J=-1$ . . . . .	68
Figura 25 – Apresentação das disciplinas concluídas pelos alunos presentes em aula que abordam propriedades magnéticas. . . . .	70
Figura 26 – Desempenho dos estudantes no primeiro Kahoot sobre a equação de energia. . . . .	71
Figura 27 – Desempenho dos alunos no Kahoot que estuda sobre configurações de menor energia na rede. . . . .	73
Figura 28 – Desempenho dos alunos no kahoot sobre algoritmo de Metropolis. . . . .	74

# Sumário

<b>Introdução</b>	12
<b>1 CARACTERÍSTICAS FÍSICAS DO PROBLEMA</b>	20
<b>1.1 Fases ordenadas e desordenadas</b>	23
1.1.1 Paramagnetismo	25
1.1.2 Diamagnetismo	26
1.1.3 Ferromagnetismo	26
1.1.4 Antiferromagnetismo	29
1.1.5 Ferrimagnetismo	31
<b>2 MODELO DE ISING</b>	32
<b>2.1 Método de Monte Carlo</b>	35
<b>2.2 Algoritmo de Metropolis</b>	38
<b>2.3 Aplicação do modelo na Física e em outras áreas de conhecimento</b>	46
<b>3 MAGNETISMO NO CURSO DE FÍSICA E NAS REFERÊNCIAS RECOMENDADAS</b>	48
<b>3.1 Avaliando o Curso de Licenciatura em Física da UFRRJ</b>	48
3.1.1 A estrutura	48
3.1.2 As disciplinas em que são abordados os fenômenos magnéticos	52
<b>3.2 Onde está o Modelo de Ising nos Curso de Licenciatura da UFRRJ?</b>	53
<b>3.3 O Modelo de Ising nas referências das disciplinas</b>	54

3.3.1	As referências indicadas . . . . .	54
<b>4</b>	<b>PROPOSTA</b> . . . . .	<b>57</b>
4.1	<b>A justificativa de abordagem</b> . . . . .	57
4.2	<b>No Curso de Licenciatura em Física da UFRRJ, em quais disciplinas podem ser abordados o tema?</b> . . . . .	58
4.3	<b>A proposta didática</b> . . . . .	61
4.3.1	A gamificação como possibilidade . . . . .	61
4.3.2	Proposta de sequência didática e avaliação . . . . .	62
4.4	<b>Proposta de ensino utilizada</b> . . . . .	62
<b>5</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÃO</b> . . . . .	<b>69</b>
5.1	<b>Perfil dos discentes participantes</b> . . . . .	69
5.2	<b>Desempenho geral</b> . . . . .	70
<b>6</b>	<b>CONCLUSÃO</b> . . . . .	<b>79</b>
	<b>REFERÊNCIAS</b> . . . . .	<b>80</b>
<b>A</b>	<b>ROTINA COMPUTACIONAL</b> . . . . .	<b>84</b>
<b>B</b>	<b>PLANO DE AULA</b> . . . . .	<b>93</b>

# Introdução

Antes de abordar as propriedades dos materiais magnéticos e como é possível realizar a análise deles a partir de um método computacional, é necessário viajar alguns séculos atrás e compreender, a partir de uma visão mais global, como eles foram descobertos. Esse caminho será fundamental para demonstrar que a humanidade, mesmo após séculos de conhecimento, ainda não foi capaz de compreender e explicar os fenômenos magnéticos em sua plenitude. Os primeiros sinais de que os materiais magnéticos eram conhecidos desde períodos remotos ocorrem a partir da descoberta objetos adornais, como braceletes e pulseiras, com características magnéticas foram descobertos em tumbas de habitantes da antiga Mesopotâmia, região que atualmente é dividida entre Iraque e Kuwait, datados de 4000 a.C (SCHLENKER; GIGNOUX, 2005). Na China, segundo registros históricos, durante a regência do Imperador Huang Di <sup>1</sup> (2711 - 2597 a.C.) foi construída uma estátua de uma mulher com braços abertos, posicionada sobre uma carruagem. A base da figura poderia girar livremente sobre o eixo e sempre apontava para o sul, possivelmente devido a um material magnetizado. Esta construção foi realizada para guiar os soldados em adversidades climáticas, como neblina ou até para norteá-los em territórios desconhecidos.

Além dos locais citados, materiais com as mesmas características foram encontrados por egiptólogos nas tumbas de faraós como Tutancâmon <sup>2</sup> ( 1332 – 1323 a.C) e no Templo de Edfu, dedicado ao deus Hórus <sup>3</sup>, construído no Egito no século III a.C., em que há menção sobre a pedra “viva” com clara referência ao que hoje é denominado ímã (SCHLENKER; GIGNOUX, 2005).

Na China, no século IV a.C., existem fortes evidências sobre o conhecimento de “pedras

<sup>1</sup> Também conhecido de Imperador Amarelo, considerado um dos nomes mais importantes da história chinesa e escritor de obras fundamentais da medicina tradicional chinesa (BELTRÃO et al., 2017).

<sup>2</sup> Tutankhamen (REEVES; REEVES, 1990).

<sup>3</sup> Na mitologia egípcia é o deus dos céus e da terra (COELHO; SANTOS, 2014).

magnéticas” com a capacidade de atraírem agulhas de metal (SCHLENKER *et al*, 2005; PESSOA JÚNIOR, 2010). Para corroborar com esta informação, há escrituras do início do século III a.C, de Hang Fei <sup>4</sup>(280-233 a.C), filósofo influente e herdeiro do estado da Han, que indicam sobre a utilização de uma bússola rudimentar pelos chineses, que usavam as propriedades diretivas da pedra ímã em relação ao polo magnético da Terra (SCHLENKER *et al*, 2005; PESSOA JÚNIOR, 2010). Em 120 a.C. Liu An (179-122 a.C), príncipe da dinastia Han, fez relatos em sua obra Huainanzi <sup>5</sup> sobre a propriedade de atração que a pedra-ímã tem quando interage com ferro.

O “uso do magnetismo” pelos chineses não estava restrito à orientação espacial, mas também associado ao interesse que eles tinham em adivinhar o futuro. Para isso foram criados alguns aparelhos com esse objetivo, como, por exemplo, a colher e o peixe de adivinhação, sendo que o primeiro deles era feito de pedra-ímã e era utilizada em conjunto com um tabuleiro “mágico” como detalha Pessoa Júnior (2010):

[...] um tabuleiro quadrado simbolizava a Terra, sendo dividido radialmente em diferentes regiões, com marcações que incluíam os oito kua do I Ching. Em cima, um prato redondo representando o Céu estava livre para girar, contendo os 24 pontos cardinais e uma figura da constelação do Grande Urso. Uma variante dessa técnica envolvia pequenos modelos (como peças de xadrez) que eram atirados no tabuleiro. Uma dessas peças, feita de pedra-ímã e tendo a forma do Grande Urso (parecendo uma colher de sopa), tendia sempre a apontar (com seu cabo) para o sul, quando girada. (ibidem, p.198)

O peixe de adivinhação era feito como uma fina folha de ferro magnetizada, no formato do animal, que era colocada para boiar em um prato com água e que em função do seu formato alongado mantinha essa propriedade por muitos anos. O interesse em artefatos que apontavam uma direção aumentou conforme a popularização da geomancia chinesa <sup>6</sup>, pseudociência que tem como prática harmonizar energias de ambientes ou objetos com pessoas (BRUUN, 2003) . No entanto, com o passar dos anos, os mesmos objetos passaram a ser

<sup>4</sup> Escreveu a obra Han Feizi e foi difundiu o pensamento do legalismo (ou Legismo)

<sup>5</sup> Livro composto por doutrinas sobre taoísmo, filosofia e legalismo.

<sup>6</sup> Conhecida também como Feng Shui.

utilizados para orientação das tropas durante dos deslocamentos em uma batalha e no auxílio das navegações (SCHLENKER; GIGNOUX, 2005).

Na Grécia, em meados do século VI a.C., Aristóteles (384-322 a.C) cita que Tales de Mileto (624-546 a.C) era conhecedor da magnetita, nome que faz referência a região de Magnésia que é conhecida por ser uma fonte natural deste mineral e onde foi encontrada por ele. Tales associava as propriedades magnéticas da pedra à alma (PESSOA JÚNIOR, 2010) e esta seria a responsável por mover o ferro (TONIDANDEL; ARAÚJO; BOAVENTURA, 2018). Ainda na Grécia, mas no século I a.C, o filósofo Tito Lucrécio Caro (94 - 50 a.C) propõe uma abordagem atomista do magnetismo na sua obra “*De rerum natura*”<sup>7</sup>, indicando certa compreensão sobre os fenômenos de repulsão e atração entre os materiais (PESSOA JÚNIOR, 2010; TONIDANDEL *et al*, 2018).

Os povos da América Central também conheciam bem pedras dessa natureza, como destaca (MALMSTRÖM, 1997):

O efeito da pedra-imã também era conhecido na América Central, como é demonstrado por esculturas em pedra magnetizada encontradas na região de Soconusco, na costa do Pacífico no sul do México e oeste da Guatemala. Dentre tais esculturas, destacam-se a cabeça de uma tartaruga em Izapa, com volume em torno de 1 m<sup>3</sup>, cujo focinho localiza-se exatamente no pólo norte do magneto. Outra série de esculturas, conhecida como “Fat boys”, também indica o conhecimento dos polos magnéticos da pedra-imã esculpida. Tais esculturas têm sido datadas de 1200 a 500 a.C., e atribuídas a povos do período formativo da cultura maia. É possível que a orientação magnética das pedras ficasse evidente a partir da atração exercida sobre a limalha da pedra-imã esculpida. (p. 197)

Há indícios que na América Central já era utilizada a bússola no século II a.C, um século antes dos chineses, no povo olmeca, originários da Mesoamérica. Os seus templos ceremoniais orientavam-se com uma inclinação de cerca de 8° a noroeste, sugerindo o conhecimento desse povo sobre as propriedades diretivas. Um artefato datado entre 1400 a 1000 a.C. foi achado no México, que consistia em uma barra retangular feita de hematita (Fe<sub>2</sub>O<sub>3</sub>), também chamado de óxido de ferro (III), com uma leve depressão de uma extremidade a outra. Este

---

<sup>7</sup> Sobre a Natureza das Coisas.

objeto deveria ser utilizado para flutuar no mercúrio, extraído com frequência pelos povos mesoamericanos (CARLSON, 1975). Esta pode ser uma evidência da primeira bússola.

No século IV d.C. Aurélio Agostinho de Hipona<sup>8</sup> (354-430) relatou sobre fenômenos magnéticos em sua coletânea *De civitate Dei*<sup>9</sup>, na qual descreve com espanto sua reação ao presenciar experimentos com as propriedades de atração de uma pedra-ímã ao aproximar-se de um anel de ferro e também a capacidade deste anel ficar magnetizado e atrair outros anéis, formando uma corrente sem elo físico. Ele também menciona a história em que um bispo de sua igreja testemunhou a pedra-ímã interagindo com um objeto de ferro mesmo havendo um prato de prata entre eles (TONIDANDEL; ARAÚJO; BOAVENTURA, 2018).

O francês Pierre Pelerin de Maricourt<sup>10</sup> (1240-1299) foi o primeiro ocidental a publicar algo relevante sobre polos magnéticos em 1269 com o título “*De Magnete*”, detalhando também o funcionamento da bússola, artefato que teve grande aplicação na navegação no final do mesmo século (PESSOA JÚNIOR, 2010) e que tem origem na bússola é chinesa:

A bússola, primeiro artefato tecnológico que a ciência do magnetismo produziu, foi introduzida no Ocidente provavelmente pelas Cruzadas. Os cruzados, em sua volta à Europa, trouxeram o artefato que tomaram ou compraram dos inimigos árabes. Estes tiveram contato com a bússola por meio dos chineses. (TONIDANDEL et al., p. e4602-5)

Em 1600 o inglês William Gilbert (1544-1603), notório físico e médico da realeza e entusiasta sobre o magnetismo, publicou sua maior obra *De Magnete, Magneticisque Corporibus, et de Magno Magnete Tellure*<sup>11</sup>. Seus estudos foram além do Maricourt, abordando ideias sobre imantação, indução magnética, perda de magnetização espontânea de um material de ferro quando aquecido e até mesmo reorganização dos pólos de um ímã ao parti-lo em dois (STERN, 2002).

Após um grande passo evolutivo é possível observar importantes contribuições na área do magnetismo no século XIX, entre elas os estudos do engenheiro francês Charles Cou-

<sup>8</sup> Teólogo e filósofo conhecido como Santo Agostinho.

<sup>9</sup> A Cidade de Deus.

<sup>10</sup> Conhecido também como Petrus Peregrinus.

<sup>11</sup> Sobre os ímãs, os corpos magnéticos e o grande ímã terrestre.

lomb (1736-1806) ao utilizar a balança de torção<sup>12</sup>. Neste mesmo período o francês Siméon Denis Poisson (1781-1840) introduziu o conceito de campo magnético e verificou que não era possível formar monopolos magnéticos e, por isso, identificou a presença de cargas magnéticas apenas em pares.

Neste mesmo século o dinamarquês Hans Oersted (1777-1851) apresenta resultados dos efeitos magnéticos produzidos em torno de um fio percorrido por uma corrente, mostrando uma relação entre a eletricidade com o magnetismo. Anos mais tarde, o físico francês André-Marie Ampère (1775-1836) reproduziu a experiência de Oersted e aprimorou a definição da relação entre as duas grandezas físicas (SCHLENKER; GIGNOUX, 2005).

Os físicos franceses Jean Baptiste Biot (1774-1862) e Félix Savart (1791-1841) formularam em 1820 a lei que posteriormente ficou conhecida como lei de Biot-Savart, experimentando uma formulação matemática que permite calcular campo magnético gerado por uma corrente elétrica, feito a partir de experimentos.

Em 1821 o inglês Michael Faraday (1791-1867) construiu o primeiro dínamo da história, um aparelho que gera corrente contínua, pela transformação da energia mecânica em elétrica, por um processo denominado de indução eletromagnética. Ele também construiu uma balança capaz de mensurar a indução magnética causada em materiais por campo magnético, além de ser o responsável por apresentar as linhas de campo magnético. Anos mais tarde, o físico francês Pierre-Simon de Laplace (1749-1827) formulou a relação da força que atua na corrente elétrica de um condutor num campo magnético. Em 1824 William Sturgeon (1783-1850), um físico experimental inglês, conseguiu criar o primeiro eletroímã, revolucionando a área da engenharia, sendo capaz de produzir campo magnético muito intenso através da indução magnética (SCHLENKER; GIGNOUX, 2005).

Uma maior compreensão da relação do magnetismo com a eletricidade permitiu físicos

<sup>12</sup> Instrumento aperfeiçoado por Henry Cavendish (1731-1810) para determinar o valor da constante gravitacional. Possibilitou prever a relação inversamente proporcional entre cargas magnéticas (STERN, 2002). Apresentado também nos livros didáticos ao abordar carga elétrica (NUSSENZVEIG, 2015; HALLIDAY *et al.*, 2012)

como o alemão Goerg Simon Ohm (1789-1854) de separar o entendimento de força eletromotriz e intensidade de corrente elétrica, estipulando a lei de proporcionalidade entre a diferença de potencial em um condutor e a corrente elétrica produzida. Além de provar que a resistência de um fio é diretamente proporcional ao seu comprimento e inversamente proporcional a sua seção reta.

No início dos anos 1860, o físico escocês James Clerk Maxwell (1831-1879) publicou uma série de trabalhos em que propôs um conjunto de relações matemáticas que, a partir dos dados obtidos nos resultados experimentais de pesquisadores como Ampère, Gauss e Faraday, foram capazes descrever as relações entre campo elétrico e magnético. Essas equações foram reescritas posteriormente pelo engenheiro inglês Oliver Heaviside (1850-1925) numa forma mais elegante como quatro equações diferenciais parciais (SCHLENKER; GIGNOUX, 2005).

Alguns anos depois, o francês Pierre Curie <sup>13</sup> (1865-1906) introduziu os conceitos "diamagnético", "paramagnético" e "ferromagnético" para classificar os materiais. Estes estudos possibilitaram outros cientistas a aprofundarem o conhecimento na área, como Paul Langevin (1872-1946) que estabeleceu a teoria clássica sobre o paramagnetismo (SCHLENKER; GIGNOUX, 2005) e Pierre Weiss (1865-1940), físico experimental francês, que fez grandes contribuições na descrição clássica do magnetismo ao elaborar a teoria do campo molecular, que é um campo proporcional à magnetização do material. Ele sugeriu que a interação dos momentos magnéticos de spin é deduzida a um campo médio molecular, substituindo o campo externo por esse.

O século XX começa com os físicos Ernst Ising (1900-1990) e Wilhelm Lenz (1888-1957) desenvolvendo um modelo para estudar o ferromagnetismo, que atualmente é conhecido como modelo de Ising <sup>14</sup> (HANMO, 1925), que estuda cadeias de spin a fim de compreender variáveis de origem magnéticas. O modelo em questão será abordado com mais

<sup>13</sup> Ganhador do prêmio Nobel de Física de 1903 por suas contribuições sobre radiação.

<sup>14</sup> Um fato interessante é que Ising desenvolveu o modelo durante seu doutoramento, sob orientação de Lenz.

detalhes nos capítulos seguintes. Em 1926, Werner Heisenberg propôs o modelo de Heisenberg, capaz de descrever os fenômenos de origem ferromagnética do ponto de vista da Mecânica Quântica. Outro físico que fez diversas contribuições no estudo dos materiais magnéticos foi o francês Louis Eugène Félix Néel <sup>15</sup> que em 1930 propôs que alguns materiais possuíam um comportamento de alinhamento antiparalelo dos spins, denominado por ele de antiferromagnéticos (NÉEL, 1930), e em 1955 em seu trabalho “*Some, Theoretical Aspects of Rock-Magnetism*” descreve as propriedades magnéticas das rochas presentes na Terra.

Em 1940, o norueguês Lars Onsager (1903-1976) resolveu de forma analítica o modelo de Ising para redes bidimensionais, provando que havia transições de fases a partir de duas dimensões (ONSAGER, 1944).

Essa revisão histórica serve até agora para localizar o leitor sobre a evolução do entendimento do magnetismo até os dias atuais, permitindo compreender a importância dos capítulos que serão apresentados a seguir:

- Capítulo 1 - Será realizada uma apresentação de alguns dos comportamentos magnéticos conhecidos e como eles podem ser estudados;
- Capítulo 2 - Consistirá na apresentação do modelo de Ising e sua solução utilizando o método de Monte Carlo;
- Capítulo 3 - Mostrará uma análise realizada sobre os programas curriculares das disciplinas do Curso de Licenciatura em Física da Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, buscando ressaltar a falta de alguns dos temas mencionados anteriormente ao longo da formação dos futuros profissionais da educação;

---

<sup>15</sup> Ganhador do prêmio Nobel de Física de 1970 por suas colaborações sobre ferromagnetismo e antiferromagnetismo, permitindo a aplicação na área de Estado Sólido.

- Capítulo 4 - Apresentará a possibilidade de abordagem do tema ferromagnetismo, com o uso do Modelo de Ising e também com um método computacional baseado no Algoritmo de Metropolis;
- Capítulo 5 - Serão demonstrados os resultados da aplicação da proposta, apresentada no capítulo anterior, em alunos do curso de graduação em Licenciatura em Física da UFRRJ;
- Considerações Finais - Neste item serão indicadas observações sobre a proposta e sua aplicação, buscando indicar a necessidade de inserção de alguns temas importantes na formação dos futuros profissionais da educação;
- Referências - Espaço no qual são apresentadas as fontes utilizadas para a construção desta monografia;
- Anexos - Documentos de apoio aos professores que desejam abordar o tema em turmas dos Cursos de Física (Licenciatura e Bacharelado).

# 1 Características físicas do problema

Existem certos corpos, denominados ímãs, que são capazes de produzir, no seu entorno, uma influência (campo magnético) que pode atrair ou repelir certos materiais. Eles apresentam duas regiões distintas, denominadas polos: um norte e outro sul (PELEGRINI, 1999). Realizando-se experiências com ímãs, de qualquer formato, é fácil verificar que polos de mesmo nome se repelem e polos contrários se atraem (DELL'ARCIPRETE; GRANADO, 1983).

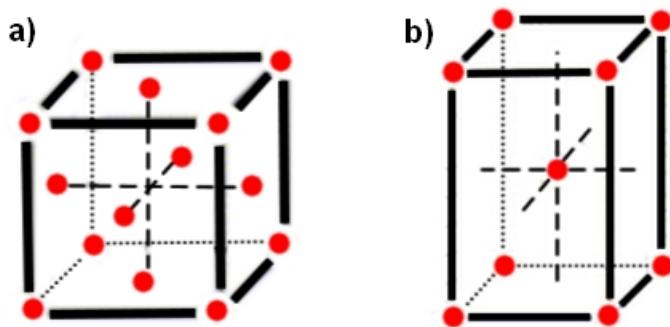
Quando um ímã é partido, independente da posição, surgem, em cada um dos pedaços, polos contrários ao das extremidades restantes (DELL'ARCIPRETE; GRANADO, 1983). Isto ocorre uma vez que o comportamento magnético está associado aos momenta angulares orbital e de spin das partículas e assim cada pedaço mantém as mesmas características magnéticas do corpo original.

Uma característica importante é que nem todo material responde da mesma forma a influência de um campo magnético, permitindo classificá-los da seguinte forma: paramagnéticos, ferromagnéticos, diamagnéticos, antiferromagnéticos e ferrimagnéticos, entre outros. Para compreender cada um deles e os conhecimentos citados são necessárias algumas análises em nível estrutural. A questão é que, como mostrado pelo Teorema de Bohr-Van Leeuwen (LEEUWEN, 1921), magnetismo está associado a estrutura básica da matéria. Porém, se utilizar algumas hipóteses, é possível analisar a resposta magnética, a partir de modelos como é o caso do modelo de Ising. Ele possui descrição clássica e assumimos a existência de momento magnético que pode ser polarizado em duas projeções, ainda respeitando as equações de Maxwell.

A partir de conceitos da Mecânica Quântica, percebe-se que muitos dos materiais analisados são cristais, representados por redes cristalinas, com características de simetria, sendo

que cada material possui uma configuração geométrica. Estas são denominadas de redes de Bravais, em homenagem ao físico francês Auguste Bravais (1811-1863) que propôs as configurações geométricas possíveis dos cristais (BRAVAIS, 1866). Existem 5 tipos de redes bidimensionais e 14 tipos de tridimensionais e apesar dos cristais possuírem estruturas em três dimensões, é possível estudá-los em duas dimensões com o objetivo introdutório nos conceitos fundamentais da geometria cristalina.

Figura 1 – a) rede cúbica de face centrada; b) rede tetragonal centrada.



Fonte: Adaptado de Ashcroft (2011).

Esse caráter geométrico que Pureur (2012) trata como:

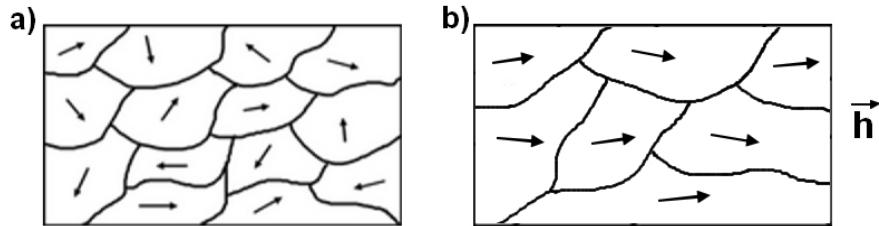
[...] um conjunto infinito de pontos que ocupam posições no espaço tais que se nós nos colocarmos sobre qualquer um deles, observaremos exatamente o mesmo arranjo e orientação dos demais pontos. Isso significa que qualquer um dos infinitos pontos pode ser equivalente tomando como origem de um sistema de referência ligado ao cristal. (ibidem, p.18)

Também devem ser introduzidos os conceitos de momentum angular total e domínios magnéticos para a melhor compreensão do comportamento magnético dos materiais. O momentum angular total  $J$  é a soma de dois outros momenta, o de spin  $S$  e o orbital angular  $L$ . O momentum angular mensura a quantidade de movimento da partícula em rotação. O spin  $\sigma$  é o momentum angular intrínseco <sup>1</sup> da matéria e, diferente do momentum angular es-

<sup>1</sup> Faz parte da essência.

tudado na mecânica newtoniana, ele é quantizado assim como outras grandezas quânticas, ou seja, possui valores definidos, embora ainda possa ter orientações diferentes (HALLIDAY; RESNICK; KRANE, 2012). Domínios magnéticos são regiões microscópicas que existem em materiais magnéticos. Estes domínios podem ser encontrados em ferromagnéticos e cada domínio possui momento magnético total e estes são divididos por paredes do domínio (Figura 2). Conforme um campo é aplicado no material, os domínios em que os momentos de dipolo magnético estão alinhados com o campo começam a expandir, forçando as paredes a reduzir o tamanho dos domínios que não estão alinhados com o campo, conforme a figura 2b. Isso explica o motivo de alguns materiais desmagnetizados ainda possuírem magnetização espontânea local (CARARA, 2001).

Figura 2 – Modelo representativo de domínios de um material ferromagnético a) sem magnetização espontânea a) na presença de campo magnético aplicado.



Outro ponto importante é a sua classificação entre fases ordenadas e desordenadas. Alguns compostos ferrosos, dependendo do valor de temperatura a qual é submetido, podem apresentar propriedades diferentes. É o caso do óxido de ferro III ( $Fe_2O_3$ ) que é ordenado à baixas temperaturas e desordenado à altas temperaturas. Essa característica de mudança de fase ou estado pode ser percebida de forma distinta em alguns materiais feitos a partir do manganês (Mn) que podem passar de uma fase ordenada diferente da correspondente ao ferro (Fe) para uma desordenada quando a temperatura ultrapassa determinado valor (OLIVEIRA, 2012). Vale ressaltar que cada material possui um valor de temperatura distinto para mudar

de fase, alguns a temperatura ambiente ( $293 \sim 298\text{K}$ ) como o gadolíneo (Gd), enquanto outros precisam ser resfriados a baixíssimas temperaturas ( $100\text{K}$ ), como é o exemplo do Mn e outros possuem temperaturas de transição altas ( $1395\text{K}$ ) como o cobalto (Co).

## 1.1 Fases ordenadas e desordenadas

As interações entre os dipolos magnéticos geram reações diferentes nos materiais, e são a partir dessas diferenças que se torna possível a classificação deles. Onde temos os ferromagnéticos, que a interação provoca o alinhamento paralelo dos dipolos e nos antiferromagnéticos, em sua configuração mais simples, a organização antiparalela.

Se essas interações forem desprezíveis ou se elevar a temperatura acima de um determinado valor, a energia térmica das moléculas compete com qualquer outra interação que haja, causando desordem e, por consequência, os dipolos perdem uma direção preferencial. Essa fase desordenada é denominada paramagnética. Abaixo dessa temperatura, chamada de temperatura crítica, o material sofre transição da fase desordenada para uma ordenada, como as citadas anteriormente <sup>2</sup>

A transição de fase é caracterizada pela mudança abrupta de estado de um certo material, ou seja, a forma que as moléculas, átomos, etc. estão arranjados. Este fenômeno não é exclusivo de substâncias magnéticas, como por exemplo a água, que pode ser apresentada em diferentes estados (fases), dependendo da temperatura e pressão a qual é submetida.

A figura 3 apresenta transições de fases da água, onde estão divididas por regiões, as linhas representam a coexistência entre duas fases e o ponto triplo é a coexistência entre as três fases. O ponto crítico é aquele que não é mais abrupta a mudança, sendo contínua. Oliveira (2012) diz que:

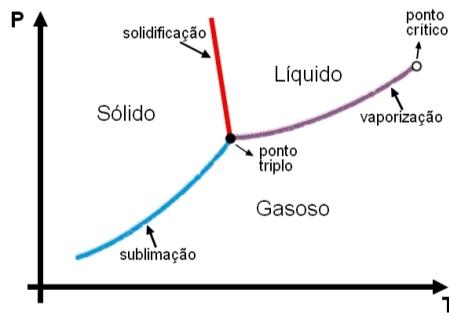
Percorrendo a linha de coexistência líquido-vapor de uma substância pura em direção a altas pressões e altas temperaturas, a densidade do vapor cresce

---

<sup>2</sup> Existem outras fases com comportamento mais complexos, porém, serão discutidos apenas as mais comuns vistas nos livros didáticos (HALLIDAY *et al*, 2012; OLIVEIRA, 2005; PUREUR, 2001).

e a densidade do líquido decresce até o ponto em que as duas densidades se tornam iguais. Esse ponto, que determinamos o término da linha de coexistência e corresponde ao estado em que as duas fases se tornam idênticas, recebe o nome de ponto crítico. (ibidem, p.137)

Figura 3 – Diagrama de fases da água.



Fonte: Adaptado de Oliveira (2012).

Quando há coexistência entre duas fases, é denominada transição de primeira ordem ou descontínua no parâmetro de ordem. Onde há o ponto crítico, tem-se a transição de segunda ordem ou contínua (SELINGER, 2016).

### 1.1.1 Paramagnetismo

Materiais dessa natureza possuem a magnetização proporcional a intensidade do campo magnético externo ( $h$ ) (HALLIDAY; RESNICK; KRANE, 2012). O momento magnético do paramagneto alinha-se na mesma direção e sentido do campo. Cada momento magnético interage apenas com o campo aplicado, tornando a interação mais fraca.

Os PM(paramagnéticos) não possuem momento magnético permanente, ou seja, na ausência de um campo magnético, sua magnetização é nula. A resposta ao campo é linear, conforme descrito por:

$$M = \chi h, \quad (1.1)$$

onde a magnetização, em alguns como PM é a resposta do material a um campo magnético aplicado e a susceptibilidade magnética  $\chi$  é responsável por mensurar a capacidade do material em se magnetizar (PUREUR, 2001). Ela se limita a um escalar em sistemas isotrópicos, que são objeto de estudo deste trabalho. A susceptibilidade dos paramagnéticos é positiva e para campos muito intensos a magnetização satura, ou seja, chega a um valor máximo. A susceptibilidade é dependente da temperatura ( $T$ ) e paramagnéticos respeitam a lei de Curie (OLIVEIRA, 2012) que mostra a resposta à magnetização de um material é inversamente proporcional a temperatura no limite de altas temperaturas

$$\chi = \frac{C}{T}, \quad (1.2)$$

em que  $C$  é uma constante positiva chamada de constante de Curie.

Os paramagnéticos podem ser vistos pela teoria clássica ou quântica. Os momentos magnéticos de spin não interagem entre si, causando orientação aleatória entre eles. Quando um campo magnético é aplicado, eles tendem a orientar-se em sua direção e, quando ausente, perder a resposta magnética.

Para algumas grandezas, o limite da teoria clássica pode fornecer resultados corretos, para

outros é necessário a abordagem quântica, como o paramagnetismo de Pauli que apresenta um termo  $\chi$  constante.

Cada átomo magnético possui momento magnético associado a ele e na ausência de campo magnético externo, não é possível ver propriedades magnéticas no sistema. Na teoria clássica, o spin é considerado um vetor que pode ser orientado pelo campo magnético aplicado e esse tratamento pode ser utilizado em sistemas interagentes. A energia potencial de um sistema de spins não interagentes na presença de indução magnética é dada por

$$E = \vec{\mu} \cdot \vec{B}. \quad (1.3)$$

Onde  $\mu$  é o vetor de momento magnético atômico associado ao spin com sua projeção. Na ausência de campo, os momentos magnéticos orientam-se de forma desordenada no espaço, pois não há direção privilegiada. A magnetização é a soma vetorial dos momentos magnéticos individuais por unidade de volume

$$M = \frac{1}{V} \sum_i \mu_i. \quad (1.4)$$

### 1.1.2 Diamagnetismo

Estes materiais têm uma interação mais fraca que os demais. Assim como os materiais paramagnéticos, a magnetização é proporcional a intensidade do campo  $H$ , porém agem em oposição a ele. Os materiais diamagnéticos possuem natureza mais fraca que as demais. De acordo com Pureur (2010):

Toda matéria possui a tendência de excluir um campo magnético sobre ela aplicado. No entanto, em geral esta resposta se caracteriza por uma magnetização extremamente fraca, que aponta no sentido contrário ao campo externo e predomina apenas em sistemas que não apresentam momentos magnéticos permanentes. (ibidem p.218)

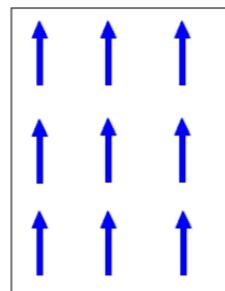
### 1.1.3 Ferromagnetismo

Alguns materiais podem ter magnetizações permanentes, que perduram mesmo quando não há mais campo aplicado, ou transitórias, na qual a magnetização cessa após a retirada do

campo (MACEDO, 1988). Neste trabalho, será considerado por simplicidade que os spin têm posição fixa na rede, possuindo apenas dois estados possíveis em relação a orientação, para cima ou para baixo. Isto implica que estão em paralelo ou antiparalelo aos demais elementos da rede.

A figura 4 apresenta a representação de uma rede quadrada 3x3, em que os spins estão todos apontados no mesmo sentido, representando a fase ordenada ferromagnética.

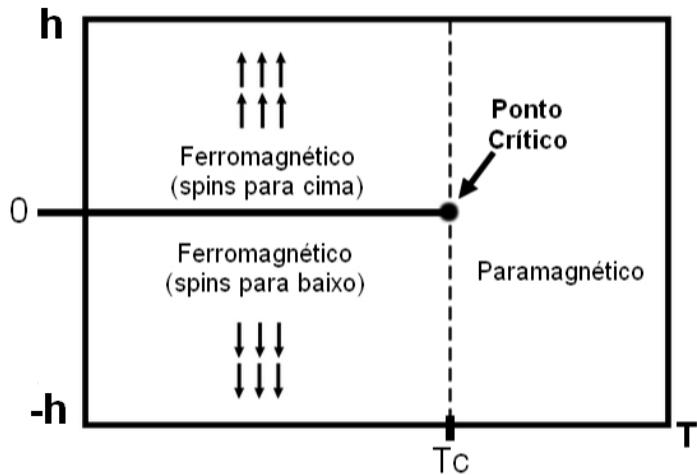
Figura 4 – Representação de uma rede de spins na fase ferromagnética com os spins apontados para cima.



Materiais desta natureza manifestam este comportamento abaixo da temperatura crítica, também denominada Temperatura de Curie ( $T_c$ ). Acima de  $T_c$ , a amostra apresenta o regime desordenado paramagnético. Isto acontece pois a energia térmica supera a interação entre os dipolos magnéticos de spin (HALLIDAY; RESNICK; KRANE, 2012) e após a transição não há mais magnetização espontânea no material.

A figura 5 apresenta de forma esquemática o diagrama de fases de FM. Dada um temperatura fixa abaixo da temperatura crítica, o sistema é ferromagnético. Partindo de um valor positivo de  $h$ , o sistema passa por uma transição de primeira ordem quando  $h = 0$ , havendo inversão na configuração entre “spins para cima” para “spins para baixo”. Quando está exatamente em  $T_c$  e  $h = 0$ , temos o ponto crítico com a transição de segunda ordem, sem descontinuidade na magnetização, também chamada de parâmetro de ordem magnética. Acima de  $T_c$ , o sistema está no regime desordenado paramagnético.

Figura 5 – Diagrama de fases esquemático de um material ferromagnético conforme proposto pelo modelo de Ising.



Fonte: Adaptado de Selinger (2016).

Na presença de campo magnético e para uma temperatura abaixo de  $T_c$  a magnetização de um ferromagneto pode ser estimada a partir da relação (OLIVEIRA, 2012):

$$M = M' + \chi h, \quad (1.5)$$

sendo  $M'$  é a magnetização espontânea,  $\chi$  a susceptibilidade magnética e  $h$  o campo magnético aplicado. Essa expressão nos diz que mesmo sem a presença do campo e abaixo da temperatura crítica, ainda há magnetização residual. Acima de  $T_c$  o comportamento é paramagnético, representado pela equação 1.1.

Para temperaturas muito elevadas, os materiais respeitam a lei de Curie-Weiss

$$\chi = \frac{C}{T - \Theta}, \quad (1.6)$$

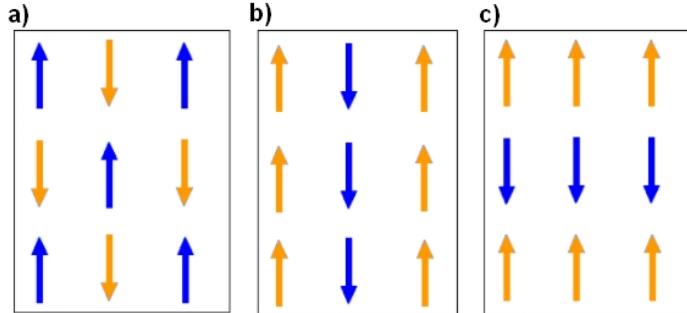
onde  $C$  é constante de Curie, específica para um determinado material ferromagnético,  $T$  é a temperatura e a constante de Curie e  $\Theta$  é positiva para materiais que possuem fase ferromagnética e negativa para antiferromagnética.

#### 1.1.4 Antiferromagnetismo

Um material AFM (antiferromagnético) é caracterizado pela divisão da rede em subredes, na fase ordenada, onde cada uma delas possui sua própria magnetização. Esta classificação é feita pois o material, diferente do ferromagnético, não possui ordenamento magnético total ou macroscópico, ou seja, a soma dos  $\mu$  individuais é zero. Para realizar uma análise correta do seu comportamento é necessário dividir em subredes equivalentes, em que cada uma possuirá sentido distinto, mas com valor igual em módulo (OLIVEIRA, 2012).

Nem todo material dessa natureza é estruturado da mesma forma. Em uma rede quadrada bidimensional, as configurações mais simples considerando apenas os dois sentidos dos spins, são divididas em subredes intercaladas, como um tabuleiro de xadrez (figura 6a). Há outros que ficam em colunas (figura 6b) ou linhas (figura 6c).

Figura 6 – Representação de uma rede antiferromagnética com: a) subredes interpenetrantes. b) subredes em colunas. c) subredes em linhas



Este comportamento ocorre abaixo da temperatura crítica, denominada Temperatura de Néel ( $T_N$ ), em homenagem a Louis Néel (1904-2000), por ter estudado e descoberto a temperatura que as substâncias antiferromagnéticas perdem suas propriedades, tal como a Temperatura de Curie, delimita o ponto em que ocorre a transição da fase para ordenada a fase paramagnética.

As estruturas que se organizam como na figura 6a denominam-se fase Néel. Em 6b e 6c fases colineares, que assumem um tipo de organização em função da geometria da rede cristalina e devido a interação dos spins com sua vizinhança.

No caso analisado, a magnetização dita efetiva pode ser obtida, na ausência de campo magnético, pela soma das subredes:

$$M = \frac{1}{2} (| M_1 | + | M_2 |), \quad (1.7)$$

sendo  $M_1$  é a magnetização da subrede 1 e  $M_2$  magnetização da subrede 2, com

$$M_1 = -M_2. \quad (1.8)$$

A susceptibilidade do AFM pode calculada de forma semelhante à magnetização (OLI-

VEIRA, 2012)

$$\chi = \frac{(|\chi_1| + |\chi_2|)}{2}, \quad (1.9)$$

onde  $\chi_1$  e  $\chi_2$  são, respectivamente, a susceptibilidade das redes 1 e 2.

Acima de  $T_N$  fica

$$\chi = \frac{C}{T - \Theta_N}, \quad (1.10)$$

que é a lei de Curie-Wiess para AFM.

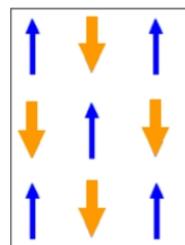
### 1.1.5 Ferrimagnetismo

Estes materiais, como os antiferromagnéticos, também são divididos por subredes com sentidos opostos (figura 7, porém como elas não são equivalentes ocorre uma magnetização espontânea (OLIVEIRA, 2012) que pode ser estimada com o uso da relação:

$$M = M_1p + M_2q, \quad (1.11)$$

sendo  $M_1$  a magnetização da subrede 1 e  $M_2$  da subrede 2,  $p$  e  $q$  frações molares e  $q = 1 - p$ .

Figura 7 – Representação de uma rede ferrimagnética dividida em subredes com módulo das magnetizações diferentes



## 2 Modelo de Ising

Neste capítulo veremos como pode ser abordado o modelo de Ising, muito utilizado na área da Física da matéria condensada e em outras aplicações. É um modelo proposto para explicar fenômenos de natureza magnética e um dos fatores de sua popularidade é a possibilidade de ser abordado sem elementos mais complexos da Mecânica Quântica, como é o caso do modelo de Heisenberg.

Na tentativa de explicar fenômenos magnéticos microscópicos de materiais ferromagnéticos, o físico alemão Wilhem Lenz (1888-1957), professor da Universidade de Munique, propôs, em 1920, a seu orientando Ernst Ising (1900-1998) que criasse um modelo para tal (GOULD; TOBOCHNIK, 2010). Após cinco anos ele foi solucionado para uma cadeia unidimensional, porém não era possível descrever transições de fase, para a frustração de Ising (LIBERO, 2000).

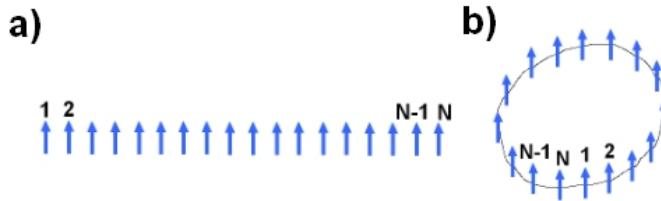
O modelo em uma dimensão apresenta uma cadeia de spins, representando o momento de dipolo magnético de  $N$  sítios com posições bem definidas onde cada spin ocupa um sítio (SELINGER, 2016). O hamiltoniano é um operador de energia que descreve a energia total de um sistema para analisar sua dinâmica. Este operador, no modelo de Ising, considera apenas interação de curto alcance. O hamiltoniano pode ser descrito como (LIBERO, 2000):

$$H = -J \sum_i^N \sigma_i \sigma_{i+1}, \quad (2.1)$$

onde  $J$  representa o termo de interação de troca entre os spins e  $\sigma_i$  um spin na  $i$ -ésima posição que pode estar no estado  $+1$  (para cima) ou  $-1$  (para baixo). Ou seja, a energia por sítio é dada pela soma do produto do spin no sítio  $i$  com seus vizinhos  $i \pm 1$  mais próximos. Nesta abordagem, o primeiro e o último spin teriam apenas um vizinho, à esquerda e à direita, respectivamente. Há a possibilidade de utilizar condições de contorno periódicas, unindo o

primeiro sítio ao último, como um anel (figura 8). Assim, o último é vizinho do primeiro.

Figura 8 – Cadeia linear de spin: a)sem condições de contorno; b)utilização das condições de contorno periódicas

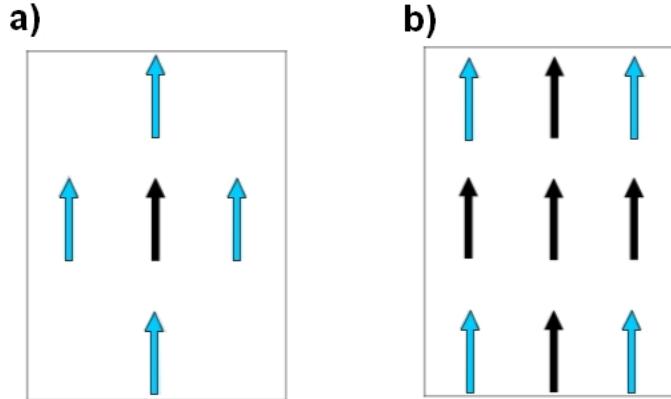


O objetivo deste modelo é encontrar a configuração de menor energia para assim estabilizar o sistema em qualquer temperatura no limite termodinâmico. Apesar de não haver transições de fase no modelo unidimensional, ele ainda pode ser estudado como forma introdutória dos conceitos envolvidos.

Em 1944, o físico norueguês Lars Onsager (1903-1976) solucionou analiticamente o modelo em duas dimensões sem a presença de campo magnético aplicado e provou que havia transição de fases (GOULD; TOBOCHNIK, 2010). A ausência de transição de fase em uma dimensão no contexto da magnetização espontânea depende da dimensionalidade da rede e na cadeia unidimensional há menos vizinhos correlacionados, então um único defeito é suficiente para interferir nesta relação (CIPRA, 1987). Isso significa que em uma dimensão há instabilidades na rede à temperatura não nula, já que apenas com um vizinho, é mais fácil de quebrar esta relação (LIBERO, 2000). Apesar disso, é possível ver transição em casos específicos em uma dimensão para sistemas de curto alcance em determinadas condições (WANG, 2012).

Devido a grande importância e aplicação, o foco será dado para o modelo bidimensional. Neste modelo, os vizinhos mais próximos, também chamados de primeiros vizinhos, são os sítios que estão acima, abaixo, à direita e à esquerda, como pode ser visto na figura 9a.

Figura 9 – Representação esquemática de uma rede em 2D com: a) primeiros vizinhos destacados em azul em relação ao sítio central; b) segundos vizinhos destacados em azul em relação ao sítio central.



Em duas dimensões, o modelo pode ser descrito por uma rede quadrada com características semelhantes a unidimensional. O hamiltoniano do sistema, na presença de campo magnético aplicado  $h^1$  é (SELINGER, 2016)

$$H = -J \sum_{\langle i,j \rangle} \sigma_i \sigma_j - h \sum_i \sigma_i, \quad (2.2)$$

sendo  $J$  o parâmetro de interação entre os spins e o somatório do produto entre um spin  $\sigma$  em um sítio de posição  $i$  com seu vizinho mais próximo no sítio  $j$ , é realizado sobre todos os sítios da rede. Os subíndices estão entre *brackets* para referenciar a primeiros vizinhos. Como neste modelo os spins têm apenas a possibilidade de estar para cima ou para baixo, isto implica que, enquanto  $J$  for positivo, a interação irá favorecer o emparelhamento dos spins na mesma direção e sentido e quando negativo, desencadeará na formação antiparalela dos mesmos, quando  $h = 0$ . O primeiro caso dá-se o nome de fase ferromagnética e o outro é antiferromagnético. Estas fases ordenadas ocorrem quando o material está abaixo da temperatura crítica, chamada de Temperatura de Curie ( $T_c$ ) para ferromagnéticos e Tempera-

<sup>1</sup> Campo magnético aplicado foi adotado como  $h$  para não ser confundido com hamiltoniano.

tura de Néel ( $T_N$ ) para o antiferromagnético. Acima deste ponto, temos a fase desordenada paramagnética. A segunda interação é o efeito do campo aplicado  $h$  sob cada spin.

Há diversas possibilidades de resolver este problema, analitica ou numericamente. Neste capítulo será tratada a solução utilizando o método de Monte Carlo.

## 2.1 Método de Monte Carlo

Uma das ferramentas utilizadas para resolver o modelo numericamente é o método de Monte Carlo. É uma técnica estocástica <sup>2</sup> baseada em números aleatórios. São coletadas amostras a partir de uma distribuição de probabilidade, que neste caso é a distribuição de Boltzmann, para obter potenciais termodinâmicos e encontrar a solução de menor energia.

O momento magnético atômico de alguns materiais possui orientação aleatória. Há algumas exceções, como no caso do metal que chega a um alinhamento preferencial quando submetido a determinadas condições. O foco deste trabalho é explorar quais condições podem influenciar no alinhamento do momento magnético. A abordagem utilizada para isto é a de minimização de energia, descrita por uma probabilidade

$$P(\alpha) = e^{-\frac{E(\alpha)}{k_B T}}, \quad (2.3)$$

onde  $\alpha$  é um dado estado,  $P(\alpha)$  é a probabilidade do sistema estar no determinado estado,  $E(\alpha)$  é a energia associada ao estado  $\alpha$  e  $k_B T$  a energia térmica. Esta função é conhecida como distribuição de Boltzmann.

Os sistemas que são objeto de estudos deste trabalho, podem ser descritos pelo ensemble <sup>3</sup> canônico, que são sistemas com volume, número de partículas e temperatura fixadas. São caracterizados por trocar energia com um sistema muito maior que é o caso de um copo

<sup>2</sup> É uma sequência de eventos aleatórios em que o resultado em qualquer etapa depende de uma distribuição de probabilidade, que é uma função que determina a probabilidade de um resultado ocorrer. Por exemplo, ao lançar um dado de seis faces, todos os lados têm chances iguais de acontecer.

<sup>3</sup> Muito utilizado na Física Estatística, é um conjunto de partículas que descrevem um sistema.

de água em uma sala. Haverá flutuações na energia devido a interação da água com o ar no ambiente e o volume de líquido no copo é apenas um pequena fração da quantidade de volume de ar, então seria inviável a água resfriá-lo. Isso é conhecido como banho térmico (TONG, 2012).

A probabilidade, no ensemble canônico é dada por

$$P(\alpha) = \frac{1}{Z} e^{-\beta E(\alpha)}, \quad (2.4)$$

em que  $\beta = \frac{1}{k_B T}$ ,  $\alpha$  é um dado estado e  $E(\alpha)$  a energia associada àquele estado. A função de partição  $Z$  vem da condição de normalização  $\sum P(\alpha) = 1$  e é descrita por

$$Z = \sum_{\alpha} e^{-\beta E(\alpha)}. \quad (2.5)$$

Um estado  $\alpha$  em uma rede com sítios fixos e estados possíveis do spin para cima ou para baixo, tem a magnetização proporcional a diferença entre esta quantidade de spins.

$$M(\alpha) = N_s \uparrow(\alpha) - N_s \downarrow(\alpha), \quad (2.6)$$

onde  $N_s \uparrow(\alpha)$  é a quantidade de spins apontados para cima e  $N_s \downarrow(\alpha)$  para baixo. Seu valor esperado pode ser dado por

$$\langle M \rangle = \sum_{\alpha} M(\alpha) P(\alpha). \quad (2.7)$$

De forma análoga, a energia esperada é

$$\langle E \rangle = \sum_{\alpha} E(\alpha) P(\alpha). \quad (2.8)$$

Como temos dois estados para cada spin, em um rede com  $N_s$  spins serão  $2^{N_s}$  estados. Conforme  $N_s$  se torna muito grande, inviabiliza o cálculo analítico. Computacionalmente, também ficará dispendioso.

Para tornar possível a análise, é utilizada uma simulação computacional que gere dados a partir de estados mais prováveis. O sistema deve satisfazer algumas condições, como será visto a seguir.

A média térmica de um observável em sistemas discretos é dada por

$$\langle Q \rangle = \frac{\sum_i^N Q(x_i) e^{-\beta E(x_i)}}{\sum_i^N e^{-\beta E(x_i)}}, \quad (2.9)$$

onde  $x_i$  são as  $N$  configurações possíveis. Este processo não garante que a distribuição de probabilidades esteja centrada na região de interesse (não é representativa). Todas as configurações devem ser somadas. Se  $N$  é muito grande, como ocorre na rede, há muitas configurações possíveis, o que torna muito custoso o cálculo. Por isso, a ideia principal é tomar apenas as  $N$  configurações mais importantes para uma dada temperatura.

Seja  $P(x_i)$  uma certa probabilidade, o valor médio de interesse pode ser escrito como

$$\langle Q \rangle = \frac{\sum_i^N \frac{Q(x_i) e^{-\beta E(x_i)}}{P(x_i)}}{\sum_i^N \frac{e^{-\beta E(x_i)}}{P(x_i)}}, \quad (2.10)$$

onde  $P(x_i)$  pode ser escolhido convenientemente como

$$P(x_i) = \frac{e^{\beta E(x_i)}}{Z}, \quad (2.11)$$

assim possibilita eliminar alguns termos e podendo ser reduzido a uma média aritmética

$$\bar{Q} = \frac{1}{N} \sum_i^N Q(x_i). \quad (2.12)$$

Então, os observáveis de interesse são o valor médio da magnetização e da energia

$$\langle M \rangle = \frac{1}{N} \sum_{\alpha}^N M(\alpha) \quad (2.13)$$

e

$$\langle E \rangle = \frac{1}{2} \langle \sum_i^N H_i \rangle = \frac{1}{2} \langle -J \sum_i^N \sum_j \sigma_i \sigma_j \rangle \quad (2.14)$$

A equação de energia veio do hamiltoniano de Ising eq (2.2), o fator  $\frac{1}{2}$  é para evitar a dupla contagem da interação do par  $i, j$  e  $j, i$ . Devido às flutuações, na temperatura de Curie, a variação por ser dada por

$$(\Delta Q)^2 = \langle Q^2 \rangle - \langle Q \rangle^2 \quad (2.15)$$

Então a capacidade térmica e susceptibilidade magnética ficam, respectivamente

$$C = \frac{\partial E}{\partial T} = \frac{(\Delta E)^2}{k_B T} = \frac{\langle E^2 \rangle - \langle E \rangle^2}{k_B T^2} \quad (2.16)$$

$$\chi = \frac{\partial M}{\partial T} = \frac{(\Delta M)^2}{k_B T} = \frac{\langle M^2 \rangle - \langle M \rangle^2}{k_B T} \quad (2.17)$$

A questão é como fazer para escolher as configurações mais importantes. Para isto, podem ser utilizadas algumas ferramentas.

## 2.2 Algoritmo de Metropolis

É preciso construir uma sequência de configurações  $x_1, x_2, \dots, x_N$  onde  $x_k + 1$  fosse construída a partir de  $x_k$  através de uma probabilidade de transição  $W$  ( $x_k \rightarrow x_k + 1$ ) previamente definida.

Assim, com  $N$  suficientemente grande, é possível escolher  $W$  (probabilidade de transição) tal que uma configuração  $x_i$  gerada no processo markoviano<sup>4</sup> tenha probabilidade

$$P(x_i) = \frac{e^{-\beta E(x_i)}}{Z} \quad (2.18)$$

como desejado.

O processo então, é feito da seguinte forma:

- Sorteia uma posição da rede  $(i, j)$

---

<sup>4</sup> É um processo estocástico que descreve uma sequência de eventos onde a probabilidade deles ocorrerem depende de um estado tal como alcançado por sequências feitas antes desse.

- troca o spin ( se  $+1 \rightarrow -1$ )
- se  $\Delta E = E(-\sigma_i) - E(\sigma_i) < 0 \rightarrow$  aceita (mudança favorável energeticamente)
- se  $\Delta E > 0$  sorteia  $0 \leq r \leq 1$
- se  $e^{-\beta\Delta E} > r \rightarrow$  aceita
- se  $e^{-\beta\Delta E} < r \rightarrow$  rejeita

onde

$$e^{-\beta\Delta E} \quad (2.19)$$

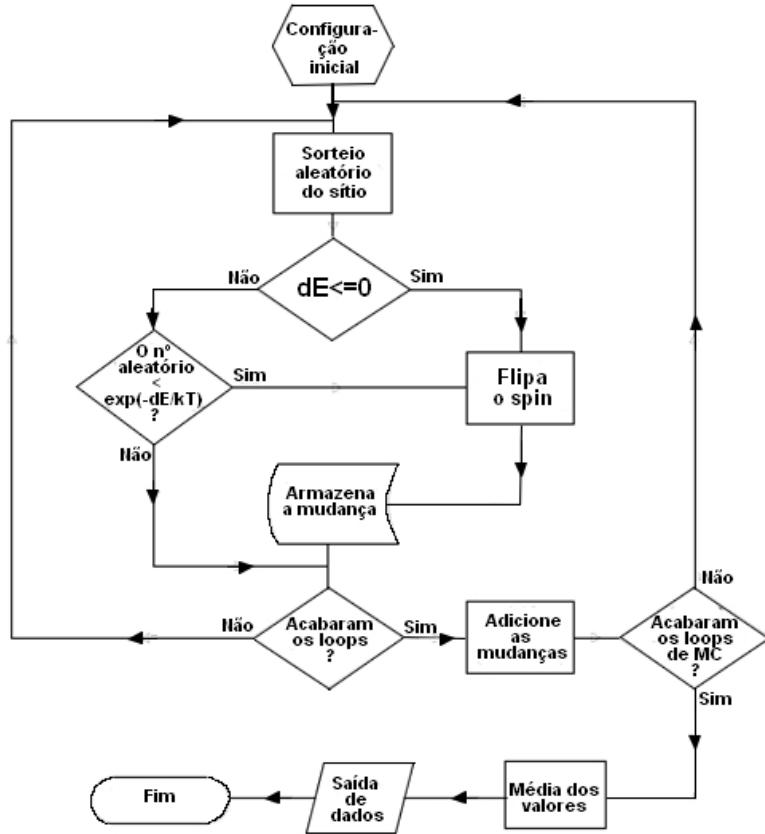
é chamado de fator de Boltzmann. Em média, toda a rede é percorrida com  $n^2$  sorteios, sendo  $n$  a dimensão da rede.

O algoritmo pode ser apresentado pelo fluxograma <sup>5</sup> da figura 10.

---

<sup>5</sup> É um diagrama que apresenta processos dentro de um fluxo. Aborda o passo a passo de algoritmos.

Figura 10 – Fluxograma do algoritmo de Metropolis com o método de Monte Carlo



Fonte: Adaptado de Kotze (2008).

O fluxograma apresenta o primeiro passo, onde é dado início com uma configuração inicial aleatória para todas as posições da rede de  $nxn$  sítios. Isto significa que cada spin na rede poderá estar em um dos dois estados possíveis. No passo seguinte, há o sorteio de números aleatórios para escolher um sítio. Então, o spin é alterado de sentido (*flip*) e é feito um cálculo da variação de energia para saber se é energeticamente favorável<sup>6</sup> ( $\Delta E < 0$ ). Isso dirá se deve ser alterado o sentido do spin naquela posição. Caso não seja de menor energia (favorável), a alteração não é descartada imediatamente. Isto, pois há a possibilidade do spin girar para o outro sentido caso absorva energia do banho térmico. Por isso, será

<sup>6</sup> Neste modelo, procuramos achar a configuração de menor energia e entende-se por “energeticamente favorável” tal configuração.

calculada uma probabilidade normalizada pelo fator de Boltzmann (2.19). Para fazer esta etapa, um número é sorteado entre 0 a 1 e se for menor que essa probabilidade, o spin gira. Caso contrário, ele é mantido na mesma configuração.

O processo como um todo, ocorre  $n^2$  vezes para que, em média, todos os sítios sejam visitados. Isso representa um passo de Monte de Carlo (PMC) e podem ser feitos inúmeras vezes.

Após isso, o programa soma e armazena os valores para calcular as médias dos observáveis acumulados no processo, e então são salvos em arquivo de dados. Os resultados deste processo permitem ter valores referentes a cada passo de temperatura, considerando que o objetivo seja analisar transições de fase.

Inicialmente, o sistema não está em equilíbrio termodinâmico com o banho térmico e necessita que haja alguns PMC para estabilizar. Os dados desta parte transitória não são interessantes para a amostragem e são mais expressivos na configuração inicial. Então para garantir que não vão interferir no resultado final, é necessário realizar alguns PMC para chegar no estado de equilíbrio. Foram utilizados 100 mil PMC e os dados transitórios representaram 10% deste valor.

Variar a quantidade de PMC e o tamanho da rede permitem que os resultados fiquem mais próximos da literatura como os apresentados por Kotze (2008) e Líbero (2000). Estes dados possibilitam apresentar curvas mais íngremes para magnetização média por spin em função da temperatura ao aumentar o tamanho da rede como pode ser visto na figura 11 onde foram utilizados 10 mil PMC aumentando a rede para 4x4, 8x8 e 16x16, assim como nas figuras 13 e 15 que apresentam a energia média por spins e o calor específico em função da temperatura, respectivamente. Nas figuras 12, 14 e 16 foram utilizados 100 mil PMC em uma rede 4x4 e é possível analisar que este valor apresenta curvas mais acentuadas em relação aos demais. para todas as figuras apresentadas nesta seção, a temperatura está normalizada por  $k_B = 1$  e  $j = 1$ .

A energia (figuras 14 e 13) possui valores maiores a altas temperaturas, indicando configurações desordenadas e estabiliza abaixo da  $T_c$  induzindo os spins a emparelhar paralelamente quando a energia chega a seu valor mínimo. O calor específico (figuras 16 e 15) apresenta uma divergência em  $T_c$  e conforme a rede possui mais elementos, o pico se torna maior.

Figura 11 – Magnetização em função da temperatura para redes 4x4, 8x8 e 16x16 com 10000 passos Monte Carlo. Para baixas temperaturas, a magnetização satura no valor normalizado 1, indicando que todos os spins apontam na mesma direção. Para altas temperaturas, o sistema tende ao estado paramagnético. A flecha indicando  $T_c$  exato corresponde ao valor da temperatura crítica obtida analiticamente por Onsager (vide texto). O valor da temperatura está normalizado por  $k_B = 1.0$  e  $J = 1.0$

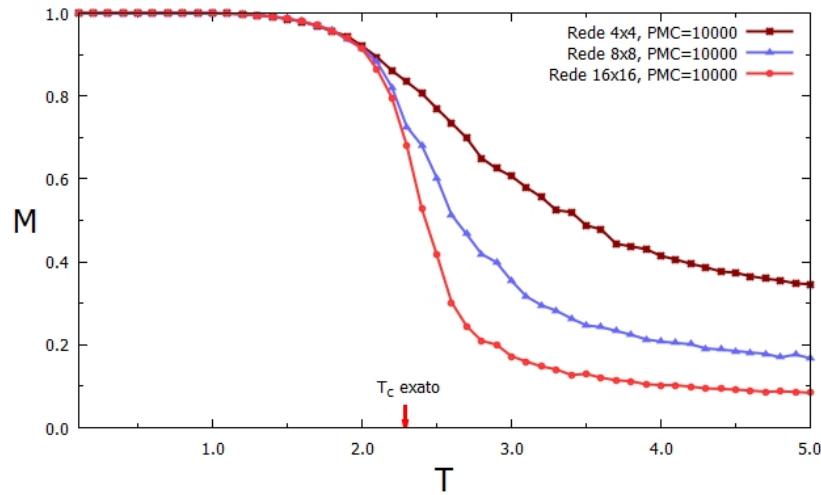
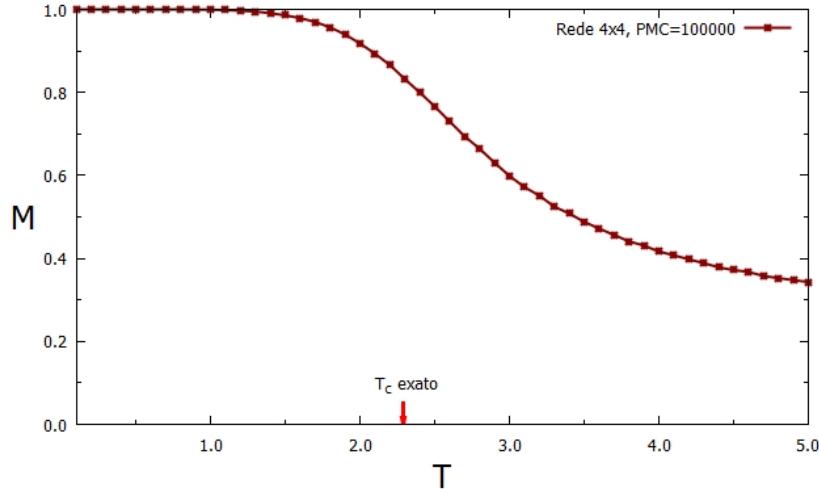


Figura 12 – Magnetização em função da temperatura para uma rede 4x4 e 100000 passos Monte Carlo. O aumento de PMC suaviza a curva obtida numericamente quando comparado com o resultado apresentado na figura 11



A título de curiosidade, o resultado exato para o modelo de Ising 2D foi obtido por Onsager (1944) e em que possui o valor 2, 269, aproximadamente. A unidade desta medida é adimensional, conforme pode ser analisado na equação (2.20). Utilizando a teoria de Campo Médio <sup>7</sup> também é possível de ser calculada, como é discutido por Selinger (2016) em que tem-se

$$T_c = \frac{Jq}{k_B} \quad (2.20)$$

onde  $q$  é uma constante relacionada à dimensionalidade da rede. Uma rede quadrada bidimensional possui  $q = 4$ , representando os 4 vizinhos mais próximos. Conforme pode ser visto na figura 11, os resultados se aproximam do valor de  $T_c$  obtido por Onsager, conforme o número de sítios na rede aumenta.

<sup>7</sup> Um sistema com muitas partículas, como os macroscópicos, é quase impossível calculá-lo exatamente. A teoria de Campo Médio utiliza aproximações e considera que os spins possuem o mesmo peso estatístico.

Figura 13 – Energia média por spin em função da temperatura para redes 4x4, 8x8 e 16x16 com 10000 passos de Monte Carlo.

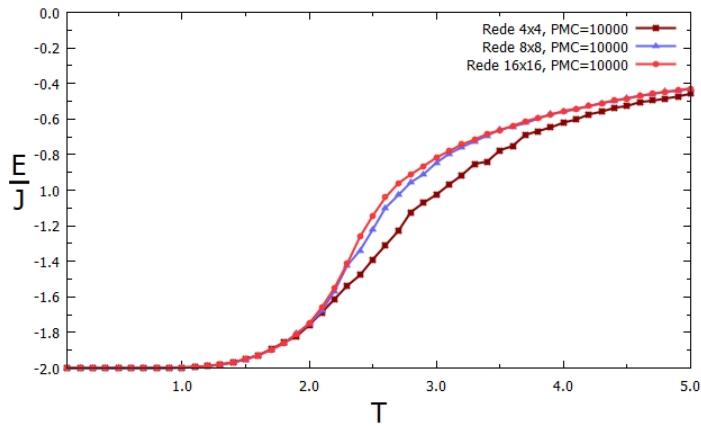
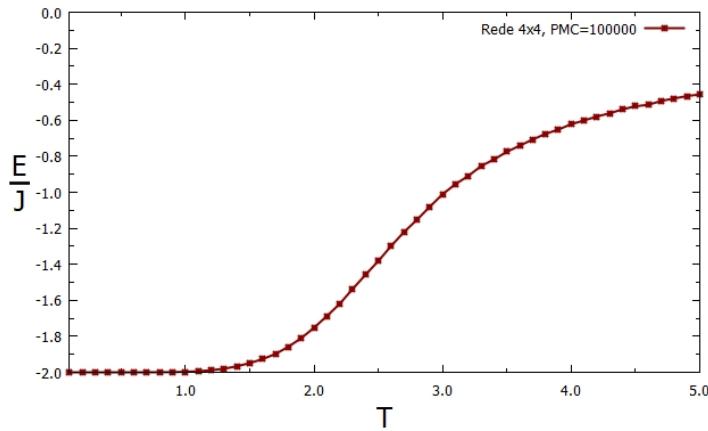


Figura 14 – Energia média por spin em função da temperatura em uma rede 4x4 com 100000 passos de Monte Carlo. O aumento de PMC suaviza a curva obtida numericamente quando comparado com o resultado apresentado na figura 13



O algoritmo <sup>8</sup> foi feito na linguagem de programação Python e os gráficos feitos através do GNUPLOT.

<sup>8</sup> O programa completo está disponível no apêndice.

Figura 15 – Calor específico por spin em função da temperatura para redes 4x4, 8x8 e 16x16 com 10000 passos de Monte Carlo. Conforme o tamanho da rede é maior, o pico da curva aproxima-se do valor de  $T_c$  de Onsager.

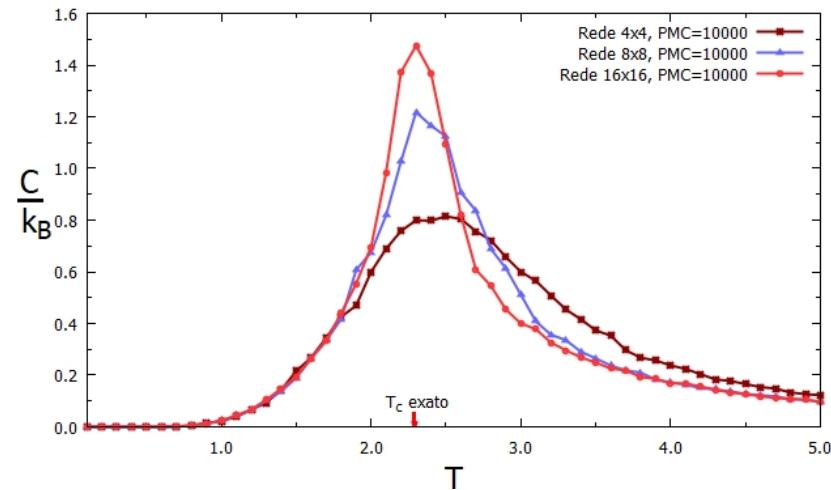
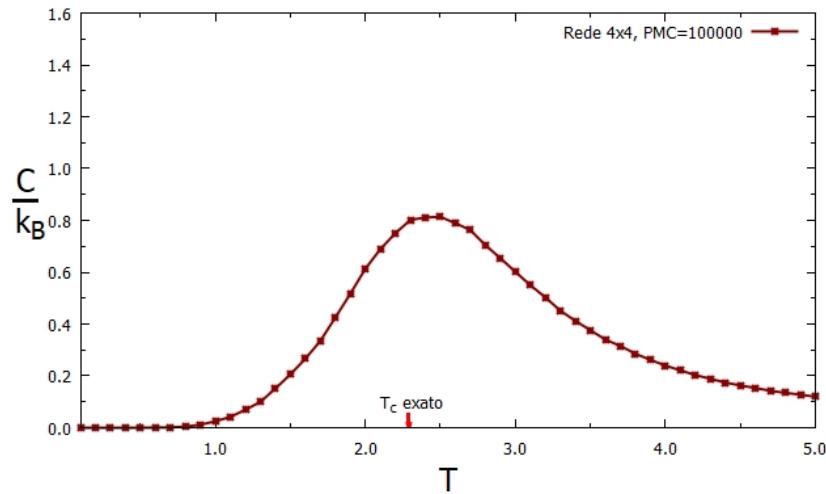


Figura 16 – Calor específico por spin em função da temperatura para uma rede 4x4 com 100000 passos de Monte Carlo. A curva é suavisada em relação a figura 15



## 2.3 Aplicação do modelo na Física e em outras áreas de conhecimento

Atualmente, o modelo de Ising é um modelo muito estudado em Física Estatística (GRANAN, 2016) e embora seja simples, possibilita a análise de transições de fase e o cálculo de observáveis, permitindo um estudo analítico e numérico. Pode ser utilizado como aplicação do método de Monte Carlo na solução de sistemas magnéticos (BEICHL; SULLIVAN, 2000).

A versatilidade do modelo permite que seja aplicado em áreas distintas. A matemática é parte da solução do problema, porém a essência do modelo está em sua descrição e partindo deste pressuposto, alguns autores conseguiram utilizar algumas analogias para adaptar à diversas áreas, como na medicina para tratamento de dores crônicas (GRANAN, 2016), análise de rede criminal (LUCENA JÚNIOR, 2014), comportamento social (SCHELLING, 1971; STAUFFER, 2011; YEGOROV, 2006).

Granan (2016) aborda sobre dores crônicas e utiliza de analogias do cotidiano para trazer

uma leitura mais contextualizada para o leitor quando introduz elementos que podem não ser tão familiarizados na área de medicina quando fala sobre transição de fases utilizando o exemplo das fases da água. O modelo é tratado como um guia para os fatores de dores, resistência e a transição de fase é vista como a duração da dor crônica, como no caso da dor lombar.

Lucena Júnior (2014) traz o modelo adaptado à criminalidade, onde um indivíduo é como o spin, possuindo dois estados, de agir licitamente ou ilicitamente, e entre os possíveis fatores que influenciam a entrar na vida de crime pode ser na interação com outros indivíduos ou outros fatores externos.

Schelling (1971) trata em seu trabalho sobre comunidades que ocorriam segregação racial, onde os elementos do sistema são pessoas brancas ou negras, e a segregação é um dos fatores que influencia quem será o vizinho. A temperatura, no caso a segregação, quando ocorre transição de fase, faz um bairro ser menos segregado.

# 3 Magnetismo no curso de Física e nas referências recomendadas

Atualmente, o modelo é uma referência nos estudos em Física Estatística, e embora seja simples, possibilita a análise de transições de fase e o cálculo de observáveis. É utilizado como aplicação do método de Monte Carlo na solução de sistemas magnéticos (BEICHL; SULLIVAN, 2000). A versatilidade do modelo permite que seja aplicado em áreas distintas, como, por exemplo, em análise criminal (LUCENA JÚNIOR, 2014), comportamento social (STAUFFER, 2011). Apesar da sua importância parece que o tema é negligenciado ao longo da formação dos futuros professores no Curso de Física da Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, mesmo considerando que este tema seja fundamental na construção profissional.

## 3.1 Avaliando o Curso de Licenciatura em Física da UFRRJ

### 3.1.1 A estrutura

A atual estrutura curricular do Curso de Licenciatura em Física da Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro é composta por 52 disciplinas obrigatórias e 12 atividades curriculares<sup>1</sup> (SIGAA, 2014), classificadas como:

- A. Física Geral - Consiste no conteúdo de Física do ensino médio, revisto em maior profundidade, com conceitos e instrumental matemáticos adequados. Além de uma apresentação teórica dos tópicos fundamentais (Mecânica, Termodinâmica, Eletromagnetismo, Física Ondulatória), devem ser contempladas práticas de laboratório, ressaltando o caráter da Física como ciência experimental.

---

<sup>1</sup> São atividades de formação cultural, científica e de extensão, que devem ser cumpridas de acordo com critérios pré estabelecidos para cada uma delas.

B. Matemática - É o conjunto mínimo de conceitos e ferramentas matemáticas necessárias ao tratamento adequado dos fenômenos em Física, composto por Cálculo diferencial e integral, Geometria Analítica, Álgebra Linear e equações diferenciais, conceitos de probabilidade, estatística e computação.

C. Física Clássica - São os cursos com conceitos estabelecidos (em sua maior parte) anteriormente ao Séc. XX, envolvendo Mecânica Clássica, Eletromagnetismo e Termodinâmica.

D. Física Moderna e Contemporânea - É a Física desde o início do Século XX, compreendendo conceitos de Mecânica Quântica, Física Estatística, Relatividade e aplicações. Sugere-se a utilização de laboratório.

E. Disciplinas Complementares - O núcleo comum precisa ainda de um grupo de disciplinas complementares que amplie a educação do formando. Estas disciplinas abrangem outras ciências naturais, tais como Química ou Biologia e também as ciências humanas, contemplando questões como Ética, Filosofia e História da Ciência, Gerenciamento e Política Científica, etc.

A duração mínima do curso é de quatro anos, sendo dividido em duas etapas:

- Ciclo Básico ( quadro 17 ): Compõem, com previsão mínima de dois anos para sua conclusão, é composto pelo seguinte conjunto de disciplinas:

A. Física Geral (12 disciplinas): Física I-A (90h), Física II-A (90h), Física III-A (90h), Física IV-A (90h), Física Experimental I (45h), Física Experimental II (45h), Física Experimental III (45h), Física Experimental IV (45h), História da Física I (30h), História da Física II (30h), História da Física III (30h), História da Física IV (30h).

B. Matemática (10 disciplinas): Cálculo I (90h), Cálculo II (90h), Cálculo III (60h), Cálculo IV (60h), Geometria Analítica (60h), Álgebra Linear A (60h), Álgebra Li-

near B (60h), Estatística Básica (60h), Computação I (60h), Métodos Matemáticos da Física (60h).

C. Física Clássica: Nenhuma.

D. Física Moderna e Contemporânea: Nenhuma.

E. Disciplinas complementares (8 disciplinas): Sociologia da Educação (60h), Filosofia da Educação (60h), Química Geral (60h), Política e Organização da Educação (60h), Educação e Relações Etnicorraciais na Escola (30h), Seminários em Física (30h), Psicologia e Educação: Conexões e Diálogos (60h), Didática I (60h).

Figura 17 – Grade curricular do ciclo básico.

1º Período	2º Período	3º Período	4º Período
Física I-A	Física II-A	Física III-A	Física IV-A
Física Experimental I	Física Experimental II	Física Experimental III	Física Experimental IV
História da Física I	História da Física II	História da Física III	História da Física IV
Cálculo I	Cálculo II	Cálculo III	Cálculo IV
Estatística Básica	Álgebra Linear A	Álgebra Linear B	Seminário em Física
Geometria Analítica	Filosofia da Educação	Química Geral	Psicologia e Educação: Conexões e Diálogos
Computação I	Sociologia da Educação	Política e Organização da Educação e Sociedade	Didática I
		Educação e Relações Etnicorraciais na Escola	

Fonte: SIGAA, 2014.

• Ciclo Profissionalizante ( quadro 18 ): A segunda etapa também tem duração mínima de dois anos com disciplinas de Física Clássica, Física Moderna e componentes direcionadas para o ambiente docente conforme a lista a seguir:

A. Física Geral: Nenhuma.

- B. Matemática (1 disciplina): Elementos de Física Computacional (60h).
- C. Física Clássica (5 disciplinas): Eletromagnetismo I (60h), Eletromagnetismo II (60h), Termodinâmica (60h), Mecânica Clássica I (60h), Mecânica Clássica II (60h).
- D. Física Moderna e Contemporânea (5 disciplinas): Estrutura da Matéria I (90h), Estrutura da Matéria II (60h), Mecânica Quântica I (60h), Física Estatística I (60h), Eletrônica Básica I (60h).
- E. Disciplinas complementares (11 disciplinas): Instrumentação para o Ensino de Física B (60h), Instrumentação para o Ensino de Física B (60h), Instrumentação para o Ensino de Física C (60h), Instrumentação para o Ensino de Física D (60h), Ensino de Física I (60h), Ensino de Física II (60h), Iniciação à Docência em Física I (60h), Iniciação à Docência em Física II (60h), Introdução à Filosofia da Ciência (30h), Tópicos de Física Contemporânea (30h), Língua Brasileira de Sinais (30h).

Figura 18 – Grade curricular do ciclo profissionalizante.

5º Período	6º Período	7º Período	8º Período
Eletromagnetismo I	Eletromagnetismo II	Mecânica Quântica I	Física Estatística
Termodinâmica	Mecânica Clássica II	Elementos de Física Computacional	Instrumentação para o Ensino de Física D
Mecânica Clássica I	Eletrônica Básica I	Instrumentação para o Ensino de Física C	Iniciação a Docência em Física II
Instrumentação para o Ensino de Física A	Instrumentação para o Ensino de Física B	Iniciação a Docência em Física I	Tópicos de Física Contemporânea
Estrutura da Matéria I	Estrutura da Matéria II	Introdução a Filosofia da Ciência	Língua Brasileira de Sinais
Ensino de Física I	Ensino de Física II		

Fonte: SIGAA, 2014.

### 3.1.2 As disciplinas em que são abordados os fenômenos magnéticos

Entre as disciplinas eletivas do Curso de Licenciatura em Física <sup>2</sup> da UFRRJ, as que abordam o magnetismo são:

- IC 167: Física III-A - disciplina do terceiro período composta por 6 créditos (90h) que apresenta os seguintes tópicos: “Eletrostática. Correntes elétricas. Magnetostática. Leis da Indução. Equações de Maxwell e eletromagnetismo em meios materiais”, com a possibilidade de discussão dos fenômenos magnéticos nos materiais restrita ao último tópico.
- IC 101: Eletromagnetismo I - disciplina do quinto período, possuindo 4 créditos (60h). A sua ementa cita apenas três tópicos: “Eletrostática. Magnetismo. Leis da Indução”. Embora não fique claro se ocorre a abordagem das propriedades magnéticas dos materiais, no conteúdo programático contém o item “Indução Eletromagnética” que pode permitir avaliar: diamagnetismo, paramagnetismo e ferromagnetismo.
- IC 102: Eletromagnetismo II - uma disciplina do sexto período, de 4 créditos (60h) em que não há qualquer menção às propriedades magnéticas, seja na ementa ou no conteúdo programático. O programa é centralizado nas equações de Maxwell e sua invariância.
- IC 198: Estrutura da Matéria I - disciplina do quinto período de 6 créditos, sendo 45h de atividades teóricas e 45h práticas. Sua ementa apresenta alguns dos experimentos mais famosos da Física Moderna - como o efeito fotoelétrico e o experimento de Franck-Hertz, por exemplo, no entanto, não existe, pelo menos explicitamente, qualquer menção ao estudo dos modelos magnéticos.

---

<sup>2</sup> <http://www.ufrrj.br/graduacao/disciplinas/pages/departamentos/IC100.html>

- IC 199: Estrutura da matéria II - disciplina do sexto período com 4 créditos, sendo 30h de atividades práticas e 30h teóricas. A ementa engloba Física Atômica, Física Molecular, Física dos Sólidos e Física Nuclear. Não há conteúdo programático cadastrado, porém na parte de Física do estado sólido é possível discutir sobre diamagnetismo, paramagnetismo, ferromagnetismo e também outras como ferrimagnetismo e antiferromagnetismo (PUREUR, 2001) (OLIVEIRA, 2012).
- IC 112: Física Estatística I - disciplina teórica do oitavo período de 4 créditos (60h) e na ementa está incluso sistemas clássicos de muitas partículas e sistemas quânticos de muitas partículas. No conteúdo programático os últimos tópicos abordam sistemas de partículas interagentes, sistemas magnéticos e sistemas a baixas temperaturas. Isto possibilita abordar o modelo de Ising como um dos modelos capaz de estudar tais propriedades.

### 3.2 Onde está o Modelo de Ising nos Curso de Licenciatura da UFRRJ?

Na avaliação individual das disciplinas percebeu-se que em nenhuma delas o Modelo de Ising aparece, diretamente, citado na ementa ou no conteúdo programático, ou seja, apesar da sua vasta aplicação em diversas áreas do conhecimento (PENNA, 2009; STAUFFER, 2011; LUCENA JÚNIOR, 2014; GRANAN, 2016; SCHELLING, 1971; YEGOROV, 2006) o tema não se faz presente ao longo da formação dos estudantes.

A possibilidade de abordagem do modelo fica restrita a disciplina de Física Estatística 1 que apresenta na sua ementa os seguintes temas: “Introdução aos Métodos Estatísticos, Descrição estatística de Sistemas Clássicos de muitas partículas, Descrição estatística de Sistemas Quânticos de muitas partículas, Aplicações”. Enquanto no seu conteúdo programático são apresentados os tópicos:

1. Teoria de Probabilidade;
2. Descrição Estatística de um Sistema de Partículas;
3. Termodinâmica Estatística;
4. Parâmetros Macroscópicos e suas medidas;
5. Métodos e Resultados Básicos da Mecânica Estatística;
6. Aplicações Simples da Mecânica Estatística;
7. Estatística Quântica de Gases Ideais;
8. Sistemas de Partículas Interagentes;
9. Sistemas Magnéticos e Física de Baixas Temperaturas.

Os dois últimos tópicos possibilitam a introdução do Modelo de Ising, contudo, como não está explícito, ficará à critério do docente responsável. Como existem outros modelos que estudam sistemas magnéticos e transição de fases, como é o caso do Modelo de Heisenberg (ALMEIDA, 2015), ele poderá optar por outras formas de abordagem do fenômeno.

A disciplina “IC 180 - Elementos de Física Computacional” está incluída na grade curricular no sétimo período e em sua ementa está escrito: “conceitos de MATLAB, COM-SOL, métodos de elementos finitos, equações diferenciais e algumas aplicações”. Apesar de não abordar conteúdos específicos de origem magnética, existe a possibilidade de estudar o método de Monte Carlo que é um dos utilizados para resolver o modelo de Ising.

### 3.3 O Modelo de Ising nas referências das disciplinas

Uma vez que o Modelo de Ising não é um tema abordado no Curso de Licenciatura em Física da UFRRJ, o passo seguinte foi avaliar se o tema se faz presente, ao menos, nas referências indicadas para as disciplinas do curso.

#### 3.3.1 As referências indicadas

É importante mencionar que essa análise foi limitada às disciplinas que abordam as propriedades magnéticas dos materiais e que foram apresentadas no item 3.1.2. A maioria dos livros indicados nas disciplinas que abordam magnetismo não apresentam o modelo. Excepto alguns livros indicados na bibliografia básica da componente IC112 - Física Estatística 1 (quadro 19).

Figura 19 – Resultado da avaliação dos temas presentes nas referências da disciplina de Física Estatística 1 do curso de Licenciatura em Física da UFRRJ.

Autor	Título	Propriedades Magnéticas	Modelo de Ising	Método Monte Carlo
REIF	Statistical Physics	Sim	Não	Não
REIF	Fundamentals of Thermal and Statistical Physics	Sim	Não	Não
LANDAU	Física Estatística	Sim	Não	Não
CASQUILHO, TEIXEIRA	Introdução à Física Estatística	Sim	Sim	Não
LEONEL	Fundamentos da Física Estatística	Sim	Sim	Sim
HUANG	Statistical Mechanics	Sim	Sim	Não
SALINAS	Introdução à Física Estatística	Sim	Sim	Não
LANDAU, LIFSHITZ	Statistical Physics	Sim	Não	Não

Fonte: SIGAA, 2014.

Os únicos autores das referências recomendadas que abordam o Modelo de Ising são (CASQUILHO; TEIXEIRA, 2012), (LEONEL, 2015), (HUANG, 1966) e (SALINAS, 2005), sendo que no (LEONEL, 2015) ocorre a introdução do tema numa única seção, enquanto (SALINAS, 2005) existe um capítulo inteiro sobre o assunto. A referência (HUANG, 1966), embora seja uma das mais antigas, apresenta o tema de maneira mais completa que nas outras duas, sendo o modelo abordado em dois capítulos. Em um deles há a introdução dos conceitos fundamentais e a uma abordagem da cadeia linear, como feito originalmente por Ising e Lenz, enquanto no outro é realizada a discussão do modelo bidimensional como resolvido por Onsager.

Alguns livros indicados são materiais datados, em média, cinquenta anos atrás, apesar de serem fontes importantes, é necessário perceber que existe uma severa desatualização em relação às novas informações existentes a partir das pesquisas realizadas nos últimos anos. É possível que seja adicionado novos livros didáticos à bibliografia atual. Como exemplo de materiais mais atualizados que poderiam ser utilizados como bibliografia complementar,

cita-se:

- O livro Statistical and Thermal Physics (GOULD; TOBOCHNIK, 2010) está disponível gratuitamente na internet em formato pdf na plataforma Compadre. Possui um material interativo, com diversas simulações, possibilitando aos alunos visualizarem as interações vistas nas equações. Apesar do acesso irrestrito ao material, este está disponível apenas em Inglês.
- Lectures on Statistical Physics (TONG, 2012) é outro livro distribuído gratuitamente no formato pdf pela universidade de Cambridge. Apesar de ser um livro introdutório, possui bastante conteúdo e conta com indicações de materiais complementares para leitores mais curiosos.

É importante salientar que essa análise se baseia na necessidade de formação adequada para os futuros profissionais, mas também serve de alerta nos processos de construção das grades curriculares com base em experiências próprias e que não consideram os novos materiais de apoio aos estudantes em processo de formação.

# 4 Proposta

Neste capítulo serão apresentadas as justificativas e todas as etapas de construção da proposta didática para abordagem do Modelo Ising ao nível de graduação em Física, especialmente no caso da habilitação em Licenciatura.

## 4.1 A justificativa de abordagem

Como visto nos capítulos anteriores, o modelo de Ising foi elaborado para estudar sistemas magnéticos, e evoluiu para tratar sobre transições de fase também. Ao passo que a ciência evolui, faz-se necessário novos modelos capazes de responder os fenômenos observados no cotidiano, como é o caso do magnetismo.

A tecnologia que está presente no cotidiano é construída a partir de modelos físicos que representam fenômenos existentes e, assim, estudá-los permitirá que o indivíduo esteja integrado às novas tecnologias. É possível verificar que a Base Nacional Comum Curricular<sup>1</sup> (BRASIL, 2018) apresenta as habilidades e competências que devem ser desenvolvidas nos estudantes, como, por exemplo, descrito na Competência Específica 1 das Ciências da Natureza e suas Tecnologias no Ensino Médio:

Analisar fenômenos naturais e processos tecnológicos, com base nas interações e relações entre matéria e energia, para propor ações individuais e coletivas que aperfeiçoem processos produtivos, minimizem impactos socioambientais e melhorem as condições de vida em âmbito local, regional e global (BRASIL, 2018, p. 553)

Percebe-se que os estudantes precisam compreender o mundo que os cerca, sabendo interpretar modelos e fenômenos, para tomar melhores decisões em relação a meio ambiente e bem-estar. Estudar temas atuais, relacionados a tecnologia, possibilitando-lhes compreender e interpretar o seu funcionamento. A abordagem do assunto, permite, por exemplo, entender

---

<sup>1</sup> BNCC

a premissa do modelo em outras áreas, utilizando analogias em sistemas de outras naturezas (STAUFFER, 2011; LUCENA JÚNIOR, 2014; GRANAN, 2016; SCHELLING, 1971; YEGOROV, 2006).

O professor deve estar atento às novas tecnologias e funcionamento de dispositivos disponíveis para o ensino - que pode ser um telefone móvel com um aplicativo (*app*) até um osciloscópio - e estar apto a explicar aos alunos ou até utilizá-los na apresentação de certos conteúdos presentes no currículo. Além disso, consoante a competência geral 2 da Base Nacional Comum para a formação continuada de professores da educação básica <sup>2</sup> (BRASIL, 2020), o docente deve:

Pesquisar, investigar, refletir, realizar análise crítica, usar a criatividade e buscar soluções tecnológicas para selecionar, organizar e planejar práticas pedagógicas desafiadoras, coerentes e significativas. (BRASIL, 2020, p. 8) [...] ou seja, o licenciando deve estar preparado para ser inserido no ambiente escolar dominando conteúdos que estejam dentro do âmbito da BNCC (BRASIL, 2018).

A introdução desses tópicos permite discussões sobre sistemas magnéticos, transições de fase, minimização de perda de energia, aplicações tecnológicas, etc. Utilizando de caráter qualitativo e/ou quantitativo.

## 4.2 No Curso de Licenciatura em Física da UFRRJ, em quais disciplinas podem ser abordados o tema?

Este é um tema que deve estar compreendido nos cursos de formação de professores, pois segundo a competência geral 5 da Base Nacional Comum para a formação continuada de professores da educação básica, o papel do docente é descrito da seguinte maneira:

Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas docentes, como recurso pedagógico e como ferramenta de formação, para comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e potencializar as aprendizagens (BRASIL, 2020).

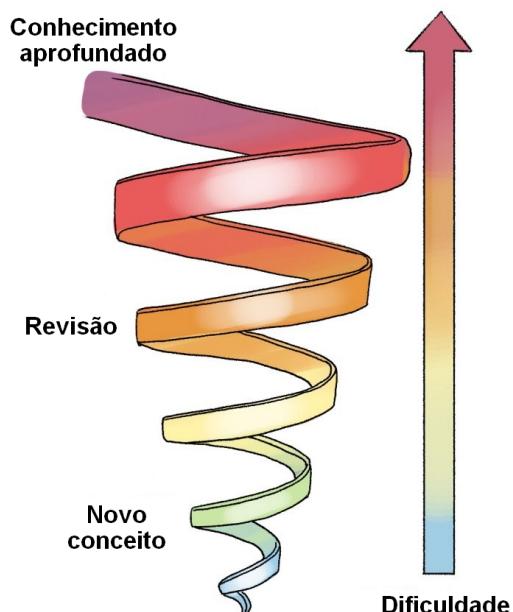
---

<sup>2</sup> BNC-formação continuada

O Modelo de Ising pode ser abordado na disciplina de “IC-199 Estrutura da Matéria II”, sendo introduzido, mesmo que de forma qualitativa, permitindo que os estudantes, futuros professores, tenham contato inicial com o tema. Além dela, outra disciplina que apresenta o conteúdo é Elementos de Física Computacional - IC 180 em que há um tópico direcionado para aplicações, então poderia ser revisto o modelo com abordagem computacional, aplicando o método de Monte Carlo para solucionar o problema numericamente. Por último, pode ser revisitado na disciplina de IC-112 Física Estatística realizando uma abordagem quantitativa e com alguns modelos matemáticos não triviais.

Esta metodologia progressiva de conteúdo segue o modelo de exposição de conteúdos baseado na teoria de aprendizagem desenvolvida pelo psicólogo estadunidense Jerome Bruner (1915-2016) denominada “aprendizagem em espiral”. Ela consiste na premissa que a Ciência pode ser abordada de forma gradual com estudos sucessivos, ou seja, um tópico pode ser ensinado e, posteriormente, retomado de maneira mais aprofundada (MARQUES, 2002).

Figura 20 – Esquema simplificado de aprendizagem de Bruner.



Fonte: Adaptado de Practical Psychology, 2022.

Essa ideia está baseado num processo de aprendizagem e não em ações para obter uma nota, ou conceito, como mostrado por Bruner (2001):

[...] os encontros educacionais, em princípio, deveriam resultar em entendimento, não em simples desempenho. O entendimento consiste na compreensão de uma ideia ou de um fato em uma estrutura mais geral de conhecimento. Quando entendemos algo, o entendemos como um exemplar de um princípio conceitual ou teoria mais ampla. O conhecimento em si, além disso, é organizado de tal maneira que a apreensão de sua estrutura conceitual torna seus pormenores mais evidentes, até mesmo redundantes. Além disso, o conhecimento adquirido é mais útil para alguém que está aprendendo quando ele é “descoberto” por meio dos esforços cognitivos do próprio indivíduo que está aprendendo, pois, dessa forma, ele é relacionado ao que se conhecia antes e utilizado em referência a isto. Tais atos de descoberta são enormemente facilitados pela estrutura do próprio conhecimento, pois não importa quão complicada seja uma área de conhecimento, a mesma pode ser representada por formas que a tornam acessível por meio de processos menos complexos e elaborados. Foi essa a conclusão que me levou a propor que qualquer matéria poderia ser ensinada a qualquer criança em qualquer idade de uma forma honesta – embora honesta tenha ficado sem uma definição e tenha me perseguido desde então! (ibidem, p. 9)

## 4.3 A proposta didática

### 4.3.1 A gamificação como possibilidade

Há muitos desafios no ensino de Física e abordar temas científicos pode ser uma tarefa difícil, pois necessita que o professor torne o assunto palpável para a realidade do aluno (SILVA; SALES; CASTRO, 2019). As metodologias ativas têm o papel de tornar o processo de ensino-aprendizagem mais adequado aos anos novos tempos, em que o aluno é o personagem principal desse processo.

Entre as várias metodologias existentes, uma que vem ganhando atenção nos últimos anos é a gamificação, que está baseada na introdução de elementos (ou mecânica) de jogos para abordar um determinado tema durante a sua apresentação em aula, ou seja, num contexto distinto do propósito de entretenimento (SCHLEMMER et al., 2016). A sua utilização visa engajar e estimular o aluno a ser mais autônomo no processo de aprendizagem, tornando as atividades mais dinâmicas e interessantes.

Para compreender melhor o que é essa proposta de ensino, Murr e Ferrari (2020) explicam:

A gamificação usa a estética, a estrutura, a forma de raciocinar presente nos games, tendo como resultado tanto motivar ações como promover aprendizagens ou resolver problemas, utilizando as estratégias que tornam o game interessante. Estas são as mesmas usadas para resolver problemas internos ao jogo, mas em situações reais.

Pode-se dizer que a gamificação cria uma simulação dentro de uma situação real, e o que se “pensa” estar fazendo é diferente do que está ocorrendo de fato. Você tem a impressão de que está jogando, mas, na verdade, está estudando um conceito, fazendo um trabalho, comprando produtos, lembrando-se de uma marca etc. Não se trata de ser ludibriado, mas de deixar-se levar pela motivação do jogo para, de forma lúdica, resolver questões da vida real. (ibidem, p. 8)

#### 4.3.2 Proposta de sequência didática e avaliação

Dado que o tema não aparece de forma explícita nas disciplinas, uma forma de realizar a abordagem será pela associação ou proximidade com conteúdos presentes nos documentos analisados. Algumas possibilidades, consideradas pertinentes:

- Introdução - Os temas iniciais são conteúdos observados nos primeiros períodos do curso de Física, permitindo revisá-los para melhor compreensão do modelo. É possível discutir os princípios de resposta magnética dos materiais, além de ser realizada uma abordagem histórica da evolução científica até a atualidade.
- Temas - Após a introdução e revisão de alguns conceitos básicos, é possível apresentar o Modelo de Ising, com a sua construção matematizada, elementos da Física Estatística como função de partição e microestado, além da parte de simulação a partir do método de Monte Carlo.
- Avaliação - Baseando nisso, o processo de avaliação dos conteúdos apresentados aos estudantes ao longo da proposta foi realizado com auxílio da plataforma Kahoot!. Segundo os seus desenvolvedores, ela é assim definida:

Kahoot! é uma empresa global de plataforma de aprendizado que deseja capacitar todos, incluindo crianças, alunos e funcionários, para liberar todo o seu potencial de aprendizado. Nossa plataforma de aprendizado facilita para qualquer indivíduo ou corporação criar, compartilhar e jogar jogos de aprendizado que geram um envolvimento atraente. Kahoot! os jogos podem ser jogados em qualquer lugar, pessoalmente ou virtualmente, usando qualquer dispositivo com conexão à internet. (KAHOOOT, 2022)

### 4.4 Proposta de ensino utilizada

Os conteúdos presentes nesta proposta, sobre propriedades magnéticas dos materiais, foram elaborados para dois encontros de 120 minutos com estudantes da disciplina de “IC180 - Elementos de Física Computacional”. Os recursos didáticos necessários foram: arquivos

eletrônicos, preparados previamente, com os conteúdos que devem ser discutidos, um dia-positivo para a projeção dos arquivos eletrônicos, e um questionário, em formato de *quiz*, utilizado como ferramenta avaliativa.

A aula teve como um dos objetivos discutir as diferentes fases magnéticas, transições de fase, como ocorrem e identificar temperaturas críticas, que são conceitos importantes para compreensão do fenômeno. Outros pontos também discutidos foram os processos de magnetização em função dos spins e a identificação dos vizinhos mais próximos na rede, permitindo que os estudantes pudessem compreender o “Modelo de Ising Ferromagnético”.

Apesar de serem muitos conceitos, eles são fundamentais para que seja possível a construção da equação de energia que descreve o fenômeno estudado e/ou permitir identificar cada parâmetro/grandeza presente nela. O passo final neste processo foi apresentar o algoritmo de Metropolis, com o método de Monte Carlo, permitindo demonstrar as possibilidades do uso de uma solução de um problema físico com auxílio de uma ferramenta computacional.

A primeira aula foi iniciada com uma exposição dos diferentes ímãs existentes, contribuindo para um ambiente de discussão sobre a imantação de vários materiais e onde são empregados no cotidiano. Em seguida, foi definido o comportamento magnético em materiais, evidenciando que existem diversos comportamentos e como eles podem ser classificados entre fases, com base na análise do seu ordenamento. É importante que sejam classificados, preferencialmente, começando pelos ordenados e enfatizando as características de cada um. Esta abordagem possibilita a discussão de domínios magnéticos, temperatura crítica e campo magnético aplicado.

Após esta discussão, pode ser discutido sobre magnetização em função do campo magnético aplicado sobre os diversos comportamentos abordados. Depois, foi apresentado o diagrama de fases, começando pela água visto que as suas transições de fases estão mais acessíveis no cotidiano, como é o caso de ferver água num bule ou congelar em formas no refrigerador. Por último, foi apresentado o diagrama de fases magnéticas de um material ferromagnético

comparando este com o da água.

A etapa seguinte foi apresentar o Modelo de Ising, abordando todo contexto histórico para o seu desenvolvimento e a sua importância científica. Após isto, foi descrita a equação de energia que obtém a configuração mais favorável. Em seguida, os estudantes foram submetidos a uma avaliação formativa <sup>3</sup>, na forma de quiz, apresentada através da plataforma “Kahoot”. Objetivo das questões propostas aos participantes era de avaliar a aprendizagem ou retenção de algumas das informações apresentadas ao longo da atividade. A equação (2.2) é exposta nas questões, sendo:

- Questão 1 - O que  $\sigma$  representa na equação de energia?
- Questão 2 - O que o  $J$  representa na equação de energia?
- Questão 3 - O que é o  $h$ ?
- Questão 4 - O que representa a soma com os índices  $\langle i, j \rangle$ ?

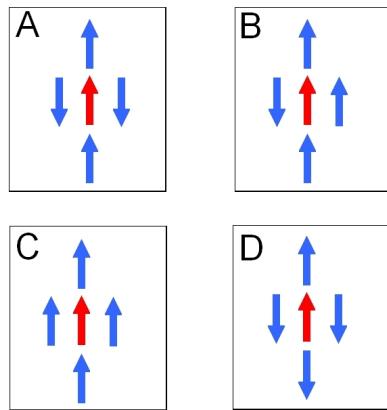
Ainda na primeira aula foi realizado um segundo “Kahoot”, seguindo um nível de progressão de desafio conforme a teoria de fluxo de Csikszentmihalyi (SILVA; SALES; CASTRO, 2019). Sendo apresentada apenas uma questão ilustrada pela figura 21 e pela equação (2.2)

- Questão 1 - Organize em ordem crescente de energia, considerando o spin central.  
Considere  $J = +1$

---

<sup>3</sup> As avaliações foram realizadas ao término de cada encontro, pois utiliza uma plataforma com atividade síncrona

Figura 21 – Imagem apresentada na questão do segundo Kahoot para organizar em ordem crescente de energia o spin no sítio central em destaque.



Fonte: Acervo do autor, 2022.

O objetivo da questão foi que os alunos fossem capazes de predizer qual configuração resulta na configuração de menor energia de um spin apenas com a visualização dele com seus vizinhos.

A segunda aula foi iniciada trazendo uma visão geral sobre o modelo ferromagnético, para em seguida introduzir conceitos de probabilidade de estado, distribuição de Boltzmann, função de partição e média de observáveis. Nesse processo também foram discutidos os princípios associados à cadeia de Markov e do que é um processo estocástico, para posteriormente o algoritmo de Metropolis com esses elementos. Este último foi introduzido com auxílio de um fluxograma, explicando como é realizado cada passo e sua importância no processo.

Outro passo importante foi apresentar o algoritmo computacional, explicando a função de cada rotina. Em seguida, apresentados os gráficos que podem ser gerados a partir dos dados coletados do programa. Foram utilizados da magnetização média, energia média por spin e calor específico, todos em função da temperatura. Discutiu-se também como variar o tamanho da rede ou aumentar o número de passos de Monte Carlo, além de discutir sobre transição de fase a partir do gráfico. Outros resultados foram apresentados também para me-

lhor visualização da rede, que foram os spins na rede para diferentes valores de temperatura. A linguagem de programação utilizada foi “Python” pois é uma linguagem de programação mais moderna e também amplamente utilizadas como ferramenta para análise de fenômenos em diversas áreas. As potencialidades dessa linguagem são descritas a seguir:

Python é uma linguagem de programação interpretada, interativa e orientada a objetos. Ele incorpora módulos, exceções, digitação dinâmica, tipos de dados dinâmicos de alto nível e classes. Suporta múltiplos paradigmas de programação além da programação orientada a objetos, como programação processual e funcional. Python combina poder notável com sintaxe muito clara. Possui interfaces para muitas chamadas de sistema e bibliotecas, bem como para vários sistemas de janelas, e é extensível em C ou C++. Também é utilizável como uma linguagem de extensão para aplicativos que precisam de uma interface programável. Finalmente, o Python é portátil: ele roda em muitas variantes Unix, incluindo Linux e macOS, e no Windows. (PSF, 2022)

Um terceiro Kahoot foi aplicado após toda explanação do conteúdo contendo três questões sobre o algoritmo de Metropolis. As três questões apresentadas foram:

- Questão 1 - O que devemos fazer se a variação de energia ao alterar o spin for maior que zero?
- Questão 2 - O que é definido como um passo de Monte Carlo?
- Questão 3 - O que ocorre ao aumentar os passos de Monte Carlo?

Em seguida, foi discutido como o modelo é utilizado em outras áreas com as devidas adaptações para que os alunos percebam que é um estudo abrangente e multidisciplinar. Para finalizar, os alunos realizaram outra avaliação sobre energia da rede de spins 2x2, com o objetivo de avaliar quantitativamente o conteúdo.

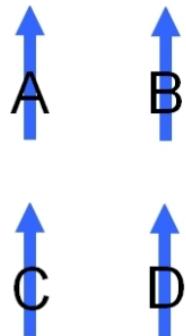
No início do questionário possuía as seguintes informações:

## **OBSERVAÇÕES**

- Considere a equação (2.2) com  $J = +1$  e campo magnético aplicado  $h = 0$
- Coloque seus cálculos nas respostas, com o passo a passo.

- Indique o valor da energia de cada sítio e a energia total da rede.
- Utilize a figura 22 como exemplo para identificar a posição de cada sítio nos seus cálculos.

Figura 22 – Imagem apresentada no questionário.

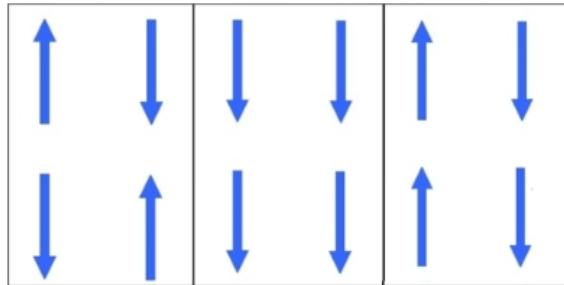


Fonte: Acervo do autor, 2022.

- Não esqueça de utilizar as condições de contorno periódicas como visto em aula.
- Lembre-se que a interação é apenas entre os vizinhos mais próximos (ou primeiros vizinhos).

A questão 1 foi pensada para os alunos trabalharem com o modelo mais simples, ferromagneto na ausência de campo magnético aplicado. Para isto, foi dividido em três configurações distintas de rede 2x2 (figura 23) e para cada uma seria necessário calcular sua energia total. Esta etapa foi feita para avaliar se os alunos compreenderam como calcular a energia a partir do hamiltoniano e como aplicar as condições de contorno.

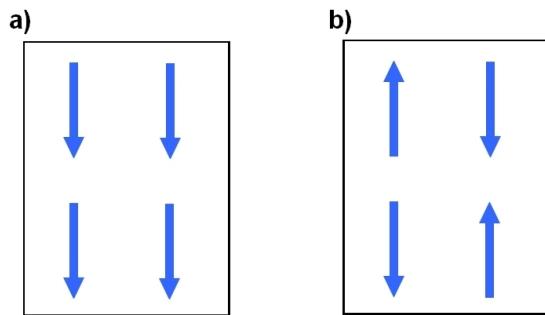
Figura 23 – redes de spins utilizada em cada item da questão 1.



Fonte: Acervo do autor, 2022.

Na questão 2, o sinal do coeficiente  $J$  foi trocado para  $-1$ . Assim seria possível saber se conseguem prever ou criar hipóteses baseadas nessa mudança, conforme prevê a BNCC. Deveriam assinalar qual configuração entre as duas opções resultaria na menor energia (figura 24).

Figura 24 – Redes com configurações distintas para selecionar qual tem a menor energia, considerando o  $J=-1$ .



Fonte: Acervo do autor, 2022.

A última questão, foi sobre qual é a energia da configuração que foi selecionada por eles na questão anterior. Nestas duas últimas questões, o objetivo foi que eles pudessem analisar como alterar o sinal do coeficiente  $J$  poderia interferir na organização da rede.

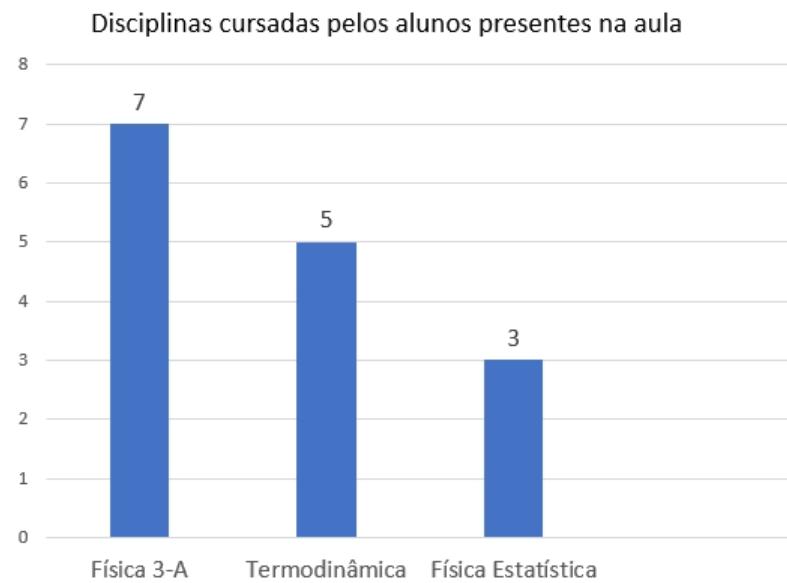
# 5 Resultados e Discussão

A atividade proposta foi realizada nos meses de outubro e novembro de 2021, com discentes do curso de Licenciatura em Física da Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, inscritos na disciplina “IC-180 Elementos de Física Computacional”. Devido à pandemia provocada pelo coronavírus identificado como SarCov, a disciplina foi oferecida de maneira remota, em caráter emergencial (COSTA; NASCIMENTO, 2020), através da plataforma eletrônica de comunicação da Rede Nacional de Ensino e Pesquisa (RNP).

## 5.1 Perfil dos discentes participantes

A turma na qual foi aplicada a proposta mencionada no capítulo anterior era composta por quatro alunos efetivamente matriculados e cinco alunos do curso de Licenciatura em Física da UFRRJ que participaram como ouvintes por terem interesse no conteúdo que seria apresentado. O primeiro ponto que chamou a atenção foi a diferença das disciplinas cursadas entre eles, pois apenas 3 deles haviam tido contato com temas que serviriam de base para a aprendizagem considerando que o currículo proposto leva em conta a aprendizagem em espiral (figura 25).

Figura 25 – Apresentação das disciplinas concluídas pelos alunos presentes em aula que abordam propriedades magnéticas.



Fonte: Acervo do autor, 2022.

Os dados sobre o perfil dos estudantes permitem salientar que a disposição das disciplinas na grade curricular, com o estabelecimento de pré-requisitos, parece não ser respeitado ou não levar em consideração as informações prévias necessárias para a aprendizagem de temas complexos. A impressão é que o currículo foi construído como um conjunto de disciplinas que não se comunicam e nem respeitam uma lógica metodológica de aprendizagem, independente da lógica de pensamento com a qual ele foi concebido. Isto ocorre por haver flexibilização desses pré-requisitos e também algumas disciplinas não interagem, como é o caso de Elementos de Física Computacional e Física Estatística I.

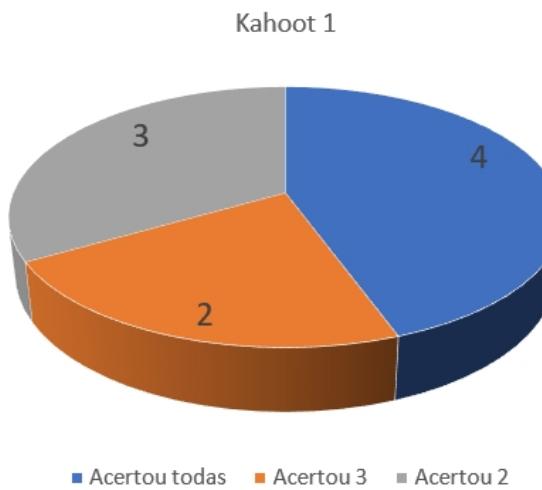
## 5.2 Desempenho geral

No primeiro kahoot, nove alunos participaram da atividade, sendo que três ( $\sim 33\%$ ) acertaram todas as quatro questões, dois ( $\sim 22\%$ ) acertaram três perguntas e quatro ( $\sim 44\%$ )

acertaram duas (figura 26). É possível que o desempenho observado dos estudantes se justifique pela falta de contato anterior com muitos dos temas e também pela necessidade de responder às questões com um tempo estipulado.

Outro fator importante é que alguns discentes afirmaram que nunca haviam “jogado” nesta plataforma e isso pode ter refletido negativamente em seu desempenho, visto que o hábito dentro de uma mecânica de jogo é um elemento importante. Apesar disso, todos os alunos obtiveram ao menos 50% de rendimento, o que pode ser considerado satisfatório, dado que este é o desempenho mínimo esperado numa avaliação para que os estudantes possam ser aprovados em uma determinada disciplina na UFRRJ.

Figura 26 – Desempenho dos estudantes no primeiro Kahoot sobre a equação de energia.



Fonte: Acervo do autor, 2022.

É possível que esse desempenho, caso a proposta seja utilizada, contribua com a nota final do estudante na disciplina, podendo ocorrer em uma aula subsequente para que os estudantes tenham tempo para assimilar o conteúdo. É fato que os professores considerem que este tipo de avaliação não é ”formal”, mas é necessário que os métodos de avaliação sejam diversificados, como é o caso do *Kahoot* que além de ter objetivos bem claros e regras definidas, permite aos estudantes um *feedback* imediato. Como já predito dito por Augusto (2001) a mais de duas décadas:

Parece que para a maioria dos professores a prova é insubstituível e até mesmo infalível. É importante considerar que a prova sozinha não dá conta de explicar o desenvolvimento do aluno. A utilização de outros tipos de avaliação significa também dar aos alunos a possibilidade de lidarem com diferentes situações [...] (ibidem, p. 114)

Analizando individualmente as questões, foi possível perceber que alguns alunos não foram capazes de associar conceitos básicos presentes em disciplinas já cursadas por eles e que foram previamente discutidos nesta proposta de aula. Parece haver, de alguma maneira, a ideia de que os conteúdos de uma disciplina não podem ser usados em outra. Essa situação já foi abordada por Yamazaki (2015):

A Física não é um conjunto desestruturado de leis e noções independentes entre si, mas elas formam um todo articulado cuja transposição (para os manuais) não permite sua visualização de forma clara, fato talvez concebido pelos estudantes como algo natural tendo em vista a vivência no próprio processo de instrução, dividido em disciplinas e em livros próprios, e feito de forma estanque [...] (ibidem, 201)

Um dos erros mais comum foram: confundir o campo magnético,  $h$ , com a magnetização e supor que  $\sigma$  é densidade de carga elétrica, mesmo que este último conceito não tenha sido abordado em qualquer momento do encontro. Estes equívocos podem, num primeiro momento, indicar falta de atenção na leitura das perguntas ou até mesmo erros associados a compreensão correta das equações em determinado contexto. No entanto, isso pode trazer à tona problemas formativos mais graves e que podem comprometer o desempenho acadêmico desses estudantes numa etapa posterior à conclusão do seu curso de graduação. Apesar de ser preocupante isso não é uma novidade e não afeta apenas as universidades brasileiras, Neto (2005) ao avaliar o conhecimento de professores de Físico-Química, em Portugal, percebeu:

[...] insuficiências profundas na base conceptual dos formandos, raros sendo os que não evidenciam abundantes concepções de senso comum [...] e lacunas ainda mais acentuadas no que toca à articulação das argumentações didácticas, lacunas essas relacionadas não só com a linguagem científica mas também com a língua materna. Expressiva e reiterada é a tendência dos formandos para o recurso a processos de raciocínio simplistas [...]

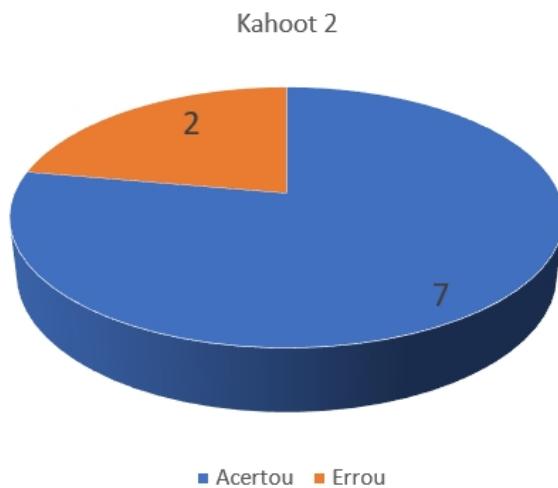
Usando a percepção de Neto (2005), no início do século com as observações realizadas durante a apresentação dos conteúdos proposto, é possível conjecturar que os estudantes, futuros professores, parece “decorar” um conjunto de fórmulas e maneiras de resolver um

problema sem efetivamente compreender o que está ocorrendo. Essa situação já foi percebida por Quibao *et al* (2019):

[...] os estudantes essencialmente não mudam a maneira como entendem os fenômenos físicos, mesmo quando isso é inconsistente com as ideias Newtonianas e o formalismo matemático que eles mesmo aplicam na resolução dos problemas. Em outras palavras, os alunos aprendem algoritmos e fórmulas, mas não aprendem os princípios e ideias fundamentais por trás daqueles fenômenos, nem mudam a sua forma de pensar [...] (ibidem, p. 2)

O segundo *Kahoot*, composto por apenas uma questão, teve como objetivo avaliar qual a configuração de menor energia apenas pela observação da configuração do sistema, sem se preocupar em realizar a análise a partir de procedimentos algébricos. Nesta questão, sete ( $\sim 77\%$ ) alunos acertaram, que pode ser considerado como excelente visto que os discentes tiveram um primeiro contato com o tema na aula.

Figura 27 – Desempenho dos alunos no Kahoot que estuda sobre configurações de menor energia na rede.

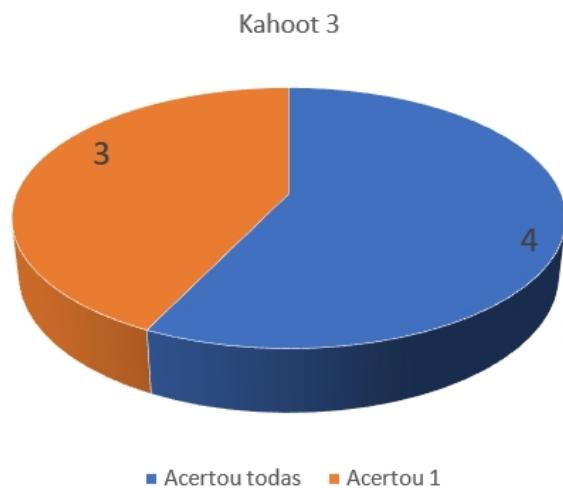


Fonte: Acervo do autor, 2022.

Na aula seguinte, foi realizada outra atividade com um terceiro *Kahoot* sobre o algoritmo de Metropolis e estavam presentes sete alunos. Esta avaliação continha três perguntas, onde quatro ( $\sim 57\%$ ) estudantes acertaram todas as questões e três ( $\sim 43\%$ ) acertaram duas

questões. Neste teste, o desempenho pode ser considerado bom, visto que as perguntas envolvem temas inéditos para todos. Numa avaliação global é possível considerar que o desempenho foi bom, visto que todos discentes obtiveram ao menos 50% de aproveitamento e mais da metade acertou todas as questões apresentadas (figura 28).

Figura 28 – Desempenho dos alunos no kahoot sobre algoritmo de Metropolis.



Fonte: Acervo do autor, 2022.

A última avaliação foi realizada em forma de questionário (apresentado anteriormente na seção 4.4), buscando perceber quais os conceitos sobre o Modelo de Ising que os discentes haviam, de alguma maneira, compreendido ou retido informações. Nesse processo, foram analisadas todas as etapas realizadas nos cálculos, para uma análise quantitativa.

Nesse processo foram percebidos erros distintos entre as respostas apresentadas pelos estudantes, como mostram as análises a seguir:

- **O aluno 1** não colocou as etapas do cálculo, apenas o resultado. Na rede 1, o seu resultado foi -16. Devido a não ter preenchido com o passo a passo dos cálculos, não é possível saber se houve falta de atenção em relação ao sinal negativo e ocorreu um equívoco. Na rede 2, o seu resultado foi 16, novamente ocorreu um erro de sinal e pela falta de cálculos não é possível concluir onde errou. Na rede 3 foi respondido corretamente como 0.
- **O aluno 2** inseriu as etapas nos cálculos e possibilitou uma reflexão melhor do resultado. Ele não utilizou as condições de contorno, ou seja, cada sítio possuía apenas dois vizinhos mais próximos. Esse erro resultou em acerto na resposta final para a dimensão dessa rede em particular, devido à dupla contagem dos vizinhos, é necessário multiplicar por um fator  $\frac{1}{2}$ . Conforme mostrado a seguir para a rede 1 como foi realizado por ele:

$$A \rightarrow -1[(1.-1)+(1.-1)] = 2$$

$$B \rightarrow -1[(-1.1)+(-1.1)] = 2$$

$$C \rightarrow -1[(-1.1)+(-1.1)] = 2$$

$$D \rightarrow -1[(1.-1)+(1.-1)] = 2$$

$$\text{Energia Total} = 8$$

- **O aluno 3** também não utilizou as condições de contorno nos cálculos e parece não ter entendido como calcular a energia total. Considerou que cada sítio, na verdade, é uma

rede. Conforme a seguir:

$$A = -(1)[(1.(-1)) + (1.(-1))] = -(1).[-2] = 2$$

$$B = -(1)[((-1).1) + ((-1).1)] = -(1).[-2] = 2$$

$$C = -(1)[((-1).1) + ((-1).1)] = -(1).[-2] = 2$$

$$D = -(1)[(1.(-1)) + (1.(-1))] = -(1).[-2] = 2$$

E da rede  $A = B + C = 4$

E da rede  $B = A + D = 4$

E da rede  $C = A + D = 4$

E da rede  $D = C + B = 4$

E apenas considerou que a energia das “redes” são os vizinhos mais próximos. O erro foi perpetuado por toda a questão. Apesar de o resultado realmente ser 4, a forma que fez foi equivocada, demonstrando que não compreendeu o conceito de rede e a diferença entre rede e sítio.

- **O aluno 4** não soube associar os elementos da equação e simplesmente somou os spins e multiplicou por  $-J$ . Possivelmente por falta de atenção não realizou o produto corretamente, visto que na etapa 2 ele apresentou o seguinte procedimento:

$$-1 * (-1 -1 -1 -1) = -1$$

- **O aluno 5** foi o único que calculou corretamente a energia de cada sítio, sinalizando os passos, porém na energia total não considerou o fator  $\frac{1}{2}$ . Durante a aula foi falado sobre isso para evitar a contagem dupla do mesmo sítio, e como não estava nas observações, pode ter esquecido.

- **O aluno 6** apresentou o mesmo modelo de resposta do aluno 4.

- **O aluno 7** apenas utilizou 1 dos vizinhos nas contas e também não considerou o sinal negativo da equação, como, por exemplo, na rede 2:

$$+J[(-1 . -1) + (-1 . -1) + (-1 . -1) + (-1 . -1)] = +4J$$

Na questão seguinte, os erros que cometem na anterior induziram a ocorrer novamente. Apenas o aluno 3 assinalou a opção 2 como correta, contudo os cálculos não eram coerentes com o pedido, repetindo o mesmo erro da parte 2. O Aluno 6, embora tenha escolhido a opção 1, fez os cálculos corretamente e mesmo respondendo que a energia era positiva, selecionou como a menor.

Essa parte foi escolhida para averiguar se os alunos conseguem interpretar como o sinal de  $J$  poderia interferir na organização da rede e nenhum deles obteve êxito nesse quesito. Esse fato pode indicar um déficit na formação, embora o tema possua certa complexidade, os artifícios matemáticos e conceituais necessários para realizar as tarefas não foram além do estudado nas disciplinas iniciais do curso. Outro fato importante, é utilizar mais aulas para introduzir esse tema aos alunos, incluindo mais detalhes técnicos, que não foi possível aplicar em apenas duas.

Enquanto o *Kahoot* apresentou um *feedback* positivo nas questões qualitativas com um bom rendimento dos estudantes, a última etapa que contou com o questionário foi totalmente oposto ao que se esperava. Os cálculos de alguns estudantes não condizem com o que foi apresentado, errando no que diz respeito às condições de contorno ou até o somatório. Alguns chegaram a se contradizer na questão seguinte, quando o valor do  $J$  foi alterado e a configuração não respeitava o que é descrito pela equação. Esta análise aponta que os estudantes possuem lacunas em sua formação, mesmo que a maioria presente esteja em etapas diferentes do curso, não foram capazes de relacionar corretamente o fenômeno estudado com as equações, o que era esperado para as atividades.

Um aspecto que é possível perceber após a discussão do tema é que a disciplina de Física Computacional deveria estar no mesmo período que a disciplina Física Estatística, como seu corréquisito. Isso permitiria que os discentes fossem apresentados previamente a diversos métodos analíticos durante o curso e ao final poderiam de aplicar esses conhecimentos na solução de problemas.

É importante salientar que neste trabalho não teve o objetivo de avaliar o ganho de aprendizagem, apesar das avaliações apresentadas. Deixo claro que a proposta foi mostrar como apresentar e avaliar os conceitos associados ao Modelo de Ising dentro de um curso de Licenciatura em Física, de maneira primária, da Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, com auxílio de tecnologias digitais de comunicação e informação (TDIC).

Para finalizar recorro a Moreira (2018) para explicar a necessidade de mudança:

É óbvio que, no contexto atual, as Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) deveriam permear o ensino de Física. Mas isso não acontece. Como já foi destacado, esse ensino é o mesmo de sempre: aulas expositivas e listas de problemas, quadro-de-giz (slides em PowerPoint é a mesma coisa), livro de texto único (ou apostila única), conteúdos desatualizados, aprendizagem mecânica (“decobreba”) de fórmulas e respostas corretas. Simulações computacionais, modelagem computacional, laboratórios virtuais deveriam estar naturalmente integrados ao ensino de Física no século XXI. Celulares também poderiam fazer parte dessa tecnologia que deveria permear o ensino de Física nos dias de hoje. Mas não é assim. É claro que a escola pode não ter a instrumentação necessária, mas a principal razão da não incorporação das TIC no ensino de Física na atualidade é o foco no treinamento para as provas, a ênfase nas “respostas corretas”, no emprego de fórmulas para resolver problemas conhecidos. Isso é ensino de Física? Certamente não! (ibidem, 2018)

## 6 Conclusão

Este trabalho aponta para a necessidade de atualização na metodologia adotada pelos professores. A análise feito neste trabalho, indica que a partir das percepções do uso dos recursos tecnológicos utilizados, possibilitou que os estudantes visualizassem através das simulações os fenômenos microscópicos e a sua relação com as grandezas macroscópicas. Uma observação que se faz necessária é que apesar de a proposta ter sido realizada em duas aulas de 100 minutos, ela precisa ser estendida em mais encontros. Este acréscimo permitiria que os estudantes tivessem mais tempo de contato com os programas e pudessem realizar uma exploração orientada pelo professor sobre como a mudança de alguns parâmetros influí no comportamento magnéticos dos materiais.

Outro ponto importante é que apesar de o Modelo de Ising ser um tópico muito explorado na literatura, inclusive, em outras áreas, ele não é abordado de forma explícita na proposta curricular do curso de Licenciatura em Física da UFRRJ, bem como em alguns dos livros indicados nas disciplinas que exploram fenômenos magnéticos. Nesse cenário é importante que os professores proponham, inicialmente, uma atualização na bibliografia utilizada e também busquem recursos educacionais baseados nas TDICs, contribuindo com uma melhor formação dos estudantes.

Por fim, mas não menos importante, outro ponto que pode ser repensado está associado aos instrumentos avaliativos utilizados. O discentes objetiveram bons resultados em atividades gamificadas, indicando que foram sensibilizados pelo conteúdo. Esta é uma consideração a ser mais explorada na replicação da proposta presente nesta monografia.

## Referências

- ALMEIDA, S. R. de. Transições de fases quânticas em sistemas de spins em redes de baixa dimensionalidade. Universidade Federal de Minas Gerais, 2015.
- ASHCROFT, N.; MERMIN, N. *Solid State Physics. 11th Reprint.* [S.l.: s.n.], 2011.
- AUGUSTO, C. E. Avaliação da aprendizagem no curso de física da unicamp. *ETD-Educação Temática Digital*, v. 2, n. 2, p. 104–126, 2001.
- BEICHL, I.; SULLIVAN, F. The metropolis algorithm. *Computing in Science & Engineering*, IEEE, v. 2, n. 1, p. 65–69, 2000.
- BELTRÃO, I. C. et al. *Noções de saúde e espiritualidade presente no clássico chinês HUÁNG DÌ NÈI JING (Livro do Imperador Amarelo).* [S.l.]: Universidade Federal da Paraíba, 2017.
- BRASIL, M. Base nacional comum curricular. Brasília-DF: MEC, Secretaria de Educação Básica, 2018.
- BRASIL, M. Base nacional comum para a formação continuada. Brasília-DF: MEC, Secretaria de Educação Básica, 2020.
- BRAVAIS, A. *Estudes cristallographiques.* [S.l.]: Gauthier-Villars, 1866.
- BRUNER, J. *Cultura da educação.* [S.l.: s.n.], 2001.
- BRUUN, O. *Fengshui in China: Geomantic divination between state orthodoxy and popular religion.* [S.l.]: University of Hawaii Press, 2003.
- CARARA, M. A. *Dinâmica de paredes de domínios magnéticos: um estudo através da impedânciometria.* Tese (Doutorado) — UFRGS, 2001.
- CARLSON, J. B. Lodestone compass: Chinese or olmec primacy? multidisciplinary analysis of an olmec hematite artifact from san lorenzo, veracruz, mexico. *Science*, American Association for the Advancement of Science, v. 189, n. 4205, p. 753–760, 1975.
- CASQUILHO, J. P.; TEIXEIRA, P. I. C. *Introdução a Física Estatística.* [S.l.]: São Paulo: Editora Livrara da física, 2012.
- CIPRA, B. A. An introduction to the ising model. *The American Mathematical Monthly*, Taylor & Francis, v. 94, n. 10, p. 937–959, 1987.
- COELHO, L. C.; SANTOS, M. E. A escrita da história do egito antigo. *NEARCO, a.* VII, n. 1, p. 260–284, 2014.

- COSTA, A. E. R.; NASCIMENTO, A. W. R. Os desafios do ensino remoto em tempos de pandemia no brasil. In: *VII Congresso Nacional de Educação–Conedu*. [S.l.: s.n.], 2020.
- DELL'ARCIPRETE, N.; GRANADO, N. *Física 3: eletricidade*. [S.l.]: São Paulo: Ática, 1983.
- GOULD, H.; TOBOCHNIK, J. *Statistical and Thermal Physics*. [S.l.]: Princeton University Press. Disponível em <https://www.compadre.org/stp/> Acesso em 7 de abril de 2022, 2010.
- GRANAN, L.-P. The ising model applied on chronification of pain. *Pain Medicine*, Oxford University Press, v. 17, n. 1, p. 5–9, 2016.
- HALLIDAY, D.; RESNICK, R.; KRANE, K. S. *Fundamentos da Física*. [S.l.]: LTC, 2012. v. 3.
- HANMO, Z. Beitrag zur theorie des ferromagnetismus. *Zeitschrift fur Physik*, v. 31, n. 1, p. 253–258, 1925.
- HUANG, K. *Statistical mechanics*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 1966.
- KAHOOT, C. What is kahoot? Disponível em: <https://kahoot.com/company/>, Acesso em: 02 abr. 2022., 2022.
- LEEUWEN, H.-J. V. Problemes de la théorie électronique du magnétisme. *J. phys. radium*, v. 2, n. 12, p. 361–377, 1921.
- LEONEL, E. D. *Fundamentos da física estatística*. [S.l.]: Editora Blucher, 2015.
- LIBERO, V. L. De ising a metropolis. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, v. 22, n. 03, 2000.
- LUCENA JÚNIOR, J. E. d. *Modelo de Ising aplicado ao estudo da criminalidade*. Tese (Doutorado) — Universidade de São Paulo, 2014.
- MALMSTRÖM, V. H. *Cycles of the sun, mysteries of the moon: The calendar in Mesoamerican civilization*. [S.l.: s.n.], 1997.
- MARQUES, R. *A pedagogia de Jerome Bruner*. [S.l.: s.n.], 2002. v. 20.
- MOREIRA, M. A. Uma análise crítica do ensino de física. *Estudos avançados*, SciELO Brasil, v. 32, n. 94, p. 73–80, 2018.
- MURR C; FERRARI, G. *Entendendo e aplicando a gamificação: o que é, para que serve, potencialidades e desafios*. [S.l.]: UFSC - UAB, 2020.
- NÉEL, L. Le champ moléculaire dans les alliages. *Communications de la Société Française de Physique*, v. 300, p. 159S, 1930.

- NETO, A. J. Do conhecimento tácito ao conhecimento explícito: um estudo com futuros professores de física e química. *Enseñanza de las ciencias*, n. Extra, p. 1–5, 2005.
- NUSSENZVEIG, H. M. *Curso de física básica: Eletromagnetismo (vol. 3)*. [S.l.]: Editora Blucher, 2015. v. 3.
- OLIVEIRA, M. J. de. *Termodinâmica*. [S.l.]: Editora Livraria da Física, 2012.
- ONSAGER, L. Crystal statistics. i. a two-dimensional model with an order-disorder transition. *Physical Review*, APS, v. 65, n. 3-4, p. 117, 1944.
- PELEGRINI, M. *Minimanual compacto de física: teoria e prática*. [S.l.]: Rideel, 1999.
- PENNA, T. P. *Aplicações Multidisciplinares de Física Estatística*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal Fluminense, 2009.
- PESSOA JÚNIOR, O. Modelo causal dos primórdios da ciência do magnetismo. *Scientiae Studia*, SciELO Brasil, v. 8, n. 2, p. 195–212, 2010.
- PSF. *What is Python*. [S.l.]: Python Software Foundation, 2022.
- PUREUR, P. *Estado sólido*. [S.l.: s.n.], 2001.
- QUIBAO, M. P. et al. Investigando a compreensão conceitual em física de alunos de graduação em cursos de ciências, engenharias e matemática. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, SciELO Brasil, v. 41, 2018.
- REEVES, N.; REEVES, C. *The complete Tutankhamun: the king, the tomb, the royal treasure*. [S.l.]: Thames and Hudson London, 1990.
- SALINAS, S. R. *Introdução a física estatística*. [S.l.]: Edusp, 2005.
- SCHELLING, T. C. Dynamic models of segregation. *Journal of mathematical sociology*, Taylor & Francis, v. 1, n. 2, p. 143–186, 1971.
- SCHLEMMER, E. et al. Games e gamificação: uma alternativa aos modelos de ead. *RIED. Revista iberoamericana de educación a distancia*, 2016.
- SCHLENKER, M.; GIGNOUX, D. *Magnetism: Materials and applications*. [S.l.]: Springer Verlag, 2005.
- SELINGER, J. V. Ising model for ferromagnetism. In: *Introduction to the Theory of Soft Matter*. [S.l.]: Springer, 2016. p. 7–24.
- SILVA, J. B. d.; SALES, G. L.; CASTRO, J. B. d. Gamificação como estratégia de aprendizagem ativa no ensino de física. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, SciELO Brasil, v. 41, 2019.
- STAUFFER, D. *Statistical physics for humanities: A tutorial*. [S.l.: s.n.], 2011.

STERN, D. P. A millennium of geomagnetism. *Reviews of geophysics*, Wiley Online Library, v. 40, n. 3, 2002.

TONG, D. *Lectures on statistical physics*. [S.l.]: Disponível em <https://www.damtp.cam.ac.uk/user/tong/statphys.html> Acesso em 18 de fevereiro de 2022, 2012.

TONIDANDEL, D. A. V.; ARAÚJO, A. E. A. d.; BOAVENTURA, W. d. C. História da eletricidade e do magnetismo: da antiguidade à idade média. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, SciELO Brasil, v. 40, 2018.

WANG, X. *Physical examples of phase transition in one-dimensional systems with short range interaction*. [S.l.]: arXiv, 2012.

YAMAZAKI, S. C. *Tradução do Ensino de Física em Manuais de Ensino Superior*. Tese (Doutorado) — UFSC, 2015.

YEGOROV, Y. Ising model of society. 2006.

# A Rotina computacional

```

import random
import math

#####matrix que cria a rede de spins#####
def matriz_spin(n,rede):
    for i in range(0, n):
        linha = []
        for j in range(0, n):
            spin = [-1,+1]
            a = random.choice(spin)
            x = int(a)
            linha.append(x)
        rede.append(linha)
#######

#####energia do sitio#####
def sitio_energ(n,rede,i,j):
    ###up##
    if i == 0:
        up = n-1
    else:
        up = i-1

```

```

#####down#####
if i == (n-1):
    down = 0
else:
    down= i+1

#####
if j == 0:
    left = n-1
else:
    left = j-1

#####
if j == (n-1):
    right = 0
else:
    right = j+1
e = -(j1)*(rede[i][j])*(rede[up][j] + rede[down][j] + rede[i][left] + rede[i][right])
return e
#####
#####variacao de energia#####
def delt_energ(i, j):
    #normalmente se calcularia delta(E)=Ef-Ei, mas para essa abordagem po
    #calculando a variacao de energia dessa forma, nao sera necessario ca
    global de, rr

```

```

de = (-2)*sitio_energ(n,rede,i,j)
rr = random.random()

if (de<0):
    return True
elif (rr) < math.exp(-de/temp):
    return True
else:
    return False

#####
#####teste de flip do spin#####
def flip(i,j):
    rede[i][j] = - (rede[i][j])

#####
#####magnetização#####
def mag():
    m = 0
    for i in range(0,n):
        for j in range(0,n):
            m+=rede[i][j]
    return m

#####
#####energia total#####

```

```

def energ():
    en = 0
    for i in range(0,n):
        for j in range(0,n):
            en+= sitio_energ(n,rede,i,j)
    return en

#####
#####transient#####
#####para evitar flutuações#####
def transi():
    for itr in range(ntr):
        for inn in range(nn):
            i = random.choice(lista)
            j = random.choice(lista)
            if delt_energ(i,j):
                flip(i,j)
#####

#####matriz de energia#####
def matriz_energ(n,rede):
    ma_en = []
    for i in range(n):
        energ_matriz = []
        for j in range(n):
            energ_mat = sitio_energ(n,rede,i,j)
            energ_matriz.append(energ_mat)
        ma_en.append(energ_matriz)

```

```

        energ_matriz.append(energ_mat)
        ma_en.append(energ_matriz)

    return ma_en

#####
rede = []
en = []
n = 4
n2 = n*n
j1= 1
nmc = 100000
ntr = int(nmc/10)
nn = n*n
temp = 0
temp0 = 5.0
ntemp = 50
ptemp = 5
dtemp = ptemp/ntemp
ttemp = -1
norma = 1/ (nmc*n2)
w = 0
lista = list(range(n))

#####
nome1 = 'rede_n',str(n),'_j1_',str(j1),'_nmc_',str(nmc),'.dat'
nome2 = 'ener_n',str(n),'_j1_',str(j1),'_nmc_',str(nmc),'.dat'

```

```

arquivol = open(''.join(nome1),'w')
arquivo2 = open(''.join(nome2),'w')

#####
E = 0
E_sq = 0
E_sq_avg = 0
E_avg = 0
etot = 0
etot_sq = 0

M = 0
M_sq = 0
M_sq_avg = 0
M_avg = 0
mtot = 0
mtot_sq = 0

Mabs = 0
Mabs_avg = 0
Mq_avg = 0
mabs_tot = 0
mq_tot = 0

de=0

```

```

matriz_spin(n, rede)

#####
#####principal#####
#####

for itemp in range(ntemp):
    temp = temp0 + ttemp*itemp*dttemp
    transi()

    M = mag()
    Mabs = abs(mag())
    E = energ()

    etot = 0
    etot_sq = 0
    mtot = 0
    mtot_sq = 0
    mabs_tot = 0
    mq_tot = 0
    mabs_sq = 0

    for imc in range(nmc):
        for inn in range(nn):
            i = random.choice(lista)
            j = random.choice(lista)

```

```

if delt_energ(i,j):
    flip(i,j)
    E+= 2*de
    M+= 2*rede[i][j]
    Mabs+= abs(rede[i][j])

etot+= E/2
etot_sq+= (E/2)*(E/2)
mtot+= M
mtot_sq+= M*M
mq_tot+= M*M*M*M
mabs_tot+= math.sqrt(M*M)
mabs_sq+= math.sqrt(M*M*M*M)

E_avg = etot*norma
E_sq_avg = etot_sq*norma
M_avg = mtot*norma
M_sq_avg = mtot_sq*norma
Mabs_avg = mabs_tot*norma
Mq_avg = mq_tot*norma
Mabs_sq_avg = mabs_sq*norma

chi = (M_sq_avg - (M_avg*M_avg*n2)) / (temp)
chi_l = (M_sq_avg - (Mabs_avg*Mabs_avg*n2)) / (temp)

```

```

C = (E_sq_avg - (E_avg*E_avg*n2)) / (temp*temp)
erro = math.sqrt(M_sq_avg/n2 - (M_avg)**2)
erro2 = math.sqrt(Mabs_sq_avg/n2 - (Mabs_avg)**2)
dados2 = (temp, M_avg, Mabs_avg, M_sq_avg/n2, E_avg, E_sq_avg/n2, chi,
arquivo2.write(" ".join('%10.4f' % l for l in dados2)+"\n")

for i in range(0,n):
    for j in range(n):
        dados1 = (i,j, rede[i][j])
        arquivo1.write(" ".join('%10.1f' % l for l in dados1)+"\n")
    arquivo1.write('\n')
arquivo1.close()
arquivo2.close()

```

## B Plano de aula

**Identificação do Professor:** Michel Xisto Silva Silveira

**Instituição:** Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro

**Modalidade:** Ensino Superior      **Série/Ano:** 7º Período

**Tema:** Propriedades magnéticas dos materiais

### **Objetivos:**

Revisar o comportamento magnético dos materiais;  
diferenciar as fases ordenadas das desordenadas;  
identificar temperatura crítica e a transição de fases;  
construir equação de magnetização em função dos spins;  
demonstrar as quantidades físicas em função da magnetização e/ou da energia livre;  
conhecer o modelo de Ising e sua importância;  
saber identificar cada parâmetro da hamiltoniana de Ising e suas implicações;  
reconhecer o que é um vizinho em uma rede;  
mostrar o algoritmo de Metropolis e sua função na solução do problema;  
apresentar a simulação computacional que descreve o modelo de Ising ferromagnético.

### **Conteúdos e duração:**

Primeira aula – 120 minutos

Classificação das propriedades magnéticas (paramagnetismo, diamagnetismo, ferromagnetismo, antiferromagnetismo e ferrimagnetismo) – 40 minutos

Diagrama de fases - 20 minutos

Magnetização – 20 minutos

Introdução ao Modelo de Ising – 10 minutos

Hamiltoniana do modelo – 15 minutos

Condições de contorno periódicas – 15 minutos

Segunda aula – 120 minutos

Revisão do Modelo de Ising – 10 minutos

Introdução à Física Estatística – 30 minutos

Algoritmo de Metropolis – 20 minutos

Modelagem computacional (rotinas) – 30 minutos

Resultados (gráficos) – 15 minutos

Outras aplicações – 15 minutos

### **Recursos didáticos:**

Kahoot!, diapositivo (slide)

### **Metodologia:**

Primeira aula:

Apresentação expositiva dos diferentes tipos de ímã para evidenciar o uso de imantação no cotidiano;

Definir o comportamento magnético em meios materiais;

Dividir as propriedades em fases ordenadas e desordenadas;

Classificar cada uma delas, iniciando pelas desordenadas, elucidando as características de cada uma;

Explicar os domínios magnéticos e demonstrar com figuras e animações como os domínios se organizam na presença ou ausência de campo magnético aplicado;

Discutir a magnetização em função do campo nos diferentes tipos de comportamento;

Apresentar o diagrama de fases da água para melhor assimilação e, em seguida, o diagrama de fases magnéticas;

Introduzir o modelo de Ising, com uma breve abordagem da origem do modelo;

Descrever a energia do modelo, definir o que é sítio, o que são vizinhos e fixar com cálculos de energia;

Aplicar uma avaliação por meio do Kahoot sobre a equação de energia;

Conceitualizar as condições de contorno periódicas;

Avaliar a compreensão dos alunos com questionário sobre as condições de contorno e energia.

Segunda aula:

Revisar os elementos do modelo como vistos na aula anterior;

Introduzir os conceitos de Física Estatística como probabilidade de estado, distribuição de Boltzmann, função de partição e média de observáveis;

Definir o que é um processo estocástico e apresentar o algoritmo de Metropolis;

Apresentar os passos do Metropolis a partir de um fluxograma;

Mostrar as rotinas computacionais da simulação do modelo ferromagnético, detalhando o papel de cada função;

Demonstrar os resultados por meio de gráficos de magnetização, energia por spin e calor específico Indicar a organização da rede para determinadas temperaturas;

Expor aplicação do modelo em outras área.

### **Metodo de avaliação:**

Atividade gamificada com o aplicativo Kahoot em forma de *quiz*, avaliação formativa.

### **Referências:**

LÍBERO,V.L. De Ising a Metropolis, Revista Brasileira de Ensino de Física, vol. 22, nº 03, 2000.

KOTZE, J. Introduction to Monte Carlo methods for an Ising model of a ferromagnet, 2008.

OLIVEIRA, M. J. Termodinâmica. 2. ed. São Paulo: Livraria da Física, 2012.

GOULD, H.; TOBOCHNIK, J. Statistical and Thermal Physics. Princeton University Press, 2010. p. 229-291.

LUCENA, J. E. Modelo de Ising aplicado ao estudo da criminalidade. Dissertação (Mestrado em Ciências) – Escola de Artes, Ciências e Humanidades, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2014.

BEICHL, I; SULLIVAN, F. Computing in Science and Engineering. Volume 2.Issue 1,January 2000. p. 65–69