

UFRRJ

INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS

**MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL –
PROFORMAT**

DISSERTAÇÃO

**DESENVOLVENDO O PENSAMENTO GEOMÉTRICO ESPACIAL COM AUXÍLIO
DO GEOGEBRA E DE UMA IMPRESSORA 3D**

Adriano de Souza Dias

2025



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO

INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS

MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL –
PROFMAT

**DESENVOLVENDO O PENSAMENTO GEOMÉTRICO ESPACIAL COM AUXÍLIO
DO GEOGEBRA E DE UMA IMPRESSORA 3D**

ADRIANO DE SOUZA DIAS

Sob a Orientação do Professor

Dr. Douglas Monsôres de Melo Santos

Dissertação submetida como requisito parcial para a obtenção do grau de **Mestre** no Curso de Pós-Graduação em Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, Área de Concentração em Matemática.

Seropédica, RJ

Fevereiro de 2025

Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro Biblioteca Central / Seção de
Processamento Técnico

Ficha catalográfica elaborada
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

Dias, Adriano de Souza, 1985-

D541d Desenvolvendo o pensamento geométrico espacial com auxílio do GeoGebra e de uma impressora 3D / Adriano de Souza Dias. - Nova Iguaçu, 2025.

145 f.

Orientador: Douglas Monsôres de Melo Santos.

Dissertação(Mestrado). -- Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, 2025.

1. Geometria Espacial. 2. Pensamento Geométrico Espacial. 3. Teoria de Van Hiele. 4. GeoGebra. 5. Impressora 3D. I. Santos, Douglas Monsôres de Melo, 1984-, orient. II Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro. Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional III. Título.

**UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE
JANEIRO INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MESTRADO PROFISSIONAL EM
MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL – PROFMAT**

ADRIANO DE SOUZA DIAS

Dissertação submetida como requisito parcial para a obtenção de grau de **Mestre**, no Programa de Pós-Graduação em Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, área de Concentração em Matemática.

DISSERTAÇÃO APROVADA EM 28/02/2025

Dr.^º Douglas Monsôres de Melo Santos - UFRRJ (Orientador, Presidente da Banca)

Dr.^a Aline Mauricio Barbosa – UFRRJ (Membro interno)

Dr.^º Rafael Filipe Novôa Vaz - IFRJ (Membro Externo à Instituição)



ATA N° ata/2025 - ICE (12.28.01.23)
(Nº do Documento: 745)

(Nº do Protocolo: NÃO PROTOCOLADO)

(Assinado digitalmente em 21/03/2025 15:57)
ALINE MAURICIO BARBOSA

PROFESSOR DO MAGISTERIO SUPERIOR
DeptM (12.28.01.00.00.00.63)
Matricula: ###938#2

(Assinado digitalmente em 24/03/2025 08:50)
DOUGLAS MONSORES DE MELO SANTOS

PROFESSOR DO MAGISTERIO SUPERIOR
DeptM (12.28.01.00.00.00.63)
Matricula: ###291#7

(Assinado digitalmente em 22/03/2025 00:16)
RAFAEL FILIPE NOVÓA VAZ

ASSINANTE EXTERNO
CPF: ###.###.627-##

Visualize o documento original em <https://sipac.ufrrj.br/documentos/> informando seu número: 745, ano: 2025, tipo: ATA, data de emissão: 21/03/2025 e o código de verificação: 6ee455a646

AGRADECIMENTOS

Agradeço ao meu Senhor e Deus Jesus Cristo, pela oportunidade de ter aberto esta grande porta, e a cada dia me mostrar que sou muito capaz do que pensei, pois quando não tinha capacidade de fazer algo Ele me encaminhou pessoas maravilhosas que me ajudaram com as minhas dificuldades. Apresento a Ele este mestrado, pois como cita o apóstolo Paulo na carta aos Colossenses, “Tudo foi criado por Ele e para Ele”. Quero continuar agradecendo às grandes pessoas que Deus encaminhou.

Quero agradecer a minha querida mãe, Giselia de Souza Dias, que mesmo com a quarta série do primário é uma fonte de força e amor incondicional. Ensinou-me que na vida tem lutas que parecem que são maiores do que você possa suportar, mas com fé, paciência e amor em Cristo conseguimos conquistar os nossos sonhos. E, também por toda disciplina, respeito e carinho que foram necessários para me tornar o homem que sou hoje.

Agradeço aos meus irmãos para os quais farei um breve relato de agradecimento por ordem de nascimento, o primeiro Dirceu de Souza Dias (in memoriam) com suas histórias e desejo de melhorar de vida através dos estudos, pelos compartilhamentos, discussões e brincadeiras que foram essenciais nestes 39 anos que vivemos juntos.

O segundo Paulo Cesar de Souza Dias (PC), que sempre com um grande sorriso no rosto traz muita alegria à família.

O terceiro Jorge Luis de Souza Dias (in memoriam) por toda força e alegria que trazia para nossa casa.

O quarto Carlos Henrique de Souza Dias, pela sua fé inabalável em nosso Senhor Jesus, que sempre está perto para ensinar, aprender e compartilhar esta fé.

A quinta Giseli de Souza Dias, irmã amada e auxiliadora na assistência de nossa mãe, e no cuidado comigo.

A sexta Catia de Souza Dias, irmã amada que sempre me auxiliou e me direcionou aos estudos.

O sétimo Alexandre de Souza Dias, pelo carinho em cuidar do seu irmão caçula durante a vida.

O oitavo Fabiano de Souza Dias, pelo carinho em cuidar do seu irmão caçula durante a vida.

Agradeço às minhas cunhadas/ irmãs queridas Cremilda, Nadilaine, Rosicleia, Joelma Nascimento e meu cunhado/irmão caçula Luís, que preenchem a casa com alegria e cuidado para com todos e aos meus sobrinhos, que evitarei colocar o nome por serem muitos, que desde me entendo por gente estão por perto mostrando como ser alguém melhor.

Agradeço ao meu sensei Eziel Otaviano dos Santos (in memoriam) e à sensei Josinete Merola, por todo aprendizado de vida, que direcionou um adolescente desobediente a ser um estudante dedicado e disciplinado dentro do karatê da vida. Os outros sensei e amigos, em especial sensei Carlos Souza, sensei Jackson Francisco e sensei Leandro Vasconcelos e que estão no aguardo do retorno aos treinamentos e todos os amigos que consegui durante os treinamentos e torneios e que venham mais.

Agradeço aos meus amigos que conheci no caminho dos estudos da matemática, em especial a Darling Domingos Arquieres e Adriano Dias Marinhos, que no meu início e até hoje me direcionam aos estudos da matemática e me ajudaram muito na chegada deste momento. Aos meus alunos, sem eles este sonho seria diferente e amigos dos Colégio Estadual Brasil que nas manhãs melhoram o meu dia.

Agradeço aos meus professores do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Iguaçu que me oportunizaram viver este momento.

Agradeço aos meus amigos de mestrado que foram e são pessoas que Deus me proporcionou neste momento de grande alegria, que mostraram força e ajuda nos momentos mais difíceis dessa jornada.

Agradeço ao meu orientador Douglas Monsôres de Melo Santos, que é uma pessoa extraordinária, sem ele nenhuma linha desta dissertação teria saído, que Deus continue te abençoando.

Agradeço aos professores do PROFMAT-RURAL, que fizeram o mestrado ser algo marcante e especial na minha vida, com muita didática e um vasto conhecimento, à professora

Andréa Luiza Gonçalves Martinho (in memoriam), pela ajuda durante as aulas e pelas palavras, mostrando que merecia estar no mestrado.

Aos meus amigos da Segunda Igreja Quadrangular de Mesquita, em especial ao Pastor Diogo de Oliveira da Silva, um amigo/ irmão, que me fez voltar a congregar em uma igreja e pelo incentivo de ver o resultado final da dissertação e sua maravilhosa família, a Pastora Vera Cassiano, Pastora Giselly de Paula Cassiano, e Roberta de Paula Cassiano, pelas orações e força neste momento grandioso e por toda sua família, que me receberam de braços abertos. E muitos outros amigos que me ajudaram.

Agradeço à equipe do projeto 3Rs da UFRRJ, em especial, ao prof. Robson Mariano, pela gentileza da oferta de apoio no manuseio de impressoras 3D.

Agradeço à CAPES pelo suporte financeiro oferecido durante a realização desta pesquisa. O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001. *This study was financed in part by the Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Finance Code 001.*

Meus sinceros agradecimentos a todos que contribuíram com este momento.

Que Deus seja louvado!

RESUMO

DIAS, Adriano de Souza. Desenvolvendo o Pensamento Geométrico Espacial através do GeoGebra e de uma Impressora 3D. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT). Instituto de Ciências Exatas, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, RJ, 2025, 147 p.

A presente dissertação buscou investigar os efeitos na aprendizagem de alunos do Ensino Médio relacionada a conteúdos de Geometria Espacial e com utilização de tecnologias digitais como o GeoGebra e impressoras 3D. Uma das motivações para esta pesquisa consistiu no fato da escola na qual o autor desta pesquisa atua como professor ter sido recentemente equipada com uma sala *Maker*, equipada com computadores e uma impressora 3D. Este é um fenômeno recente no estado do Rio de Janeiro, no qual muitas outras escolas públicas estaduais foram equipadas com estes recursos tecnológicos. A pesquisa buscou também investigar a relevância da Geometria para a formação dos estudantes de Ensino Médio, as dificuldades inerentes à sua aprendizagem e como ela se destaca em avaliações como o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM). Através dos pressupostos da Teoria de *Van Hiele*, sobre a aprendizagem da Geometria, elaborou-se uma sequência didática que integra tanto o uso de materiais concretos como também, de tecnologias digitais, como o GeoGebra e impressoras 3D, estes últimos, realizados no ambiente da sala *Maker* da escola campo da pesquisa. A proposta buscou conectar a teoria à prática, procurando permitir que os alunos visualizassem e manipulassem sólidos geométricos, contribuindo assim para a melhoria do pensamento geométrico espacial. Os resultados indicaram avanços significativos em alguns estudantes, mas também revelaram que outros apresentaram dificuldades, sugerindo a necessidade de abordagens pedagógicas mais adaptativas e personalizadas. O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

Palavras Chave: Geometria Espacial, Pensamento Geométrico Espacial, Teoria de Van Hiele, GeoGebra, Impressora 3D.

ABSTRACT

This dissertation aimed to investigate the effects on the learning of high school students related to content in Solid Geometry and the use of digital technologies such as GeoGebra and 3D printers. One of the motivations for this research was the fact that the school where the author of this research teaches was recently equipped with a Maker space, furnished with computers and a 3D printer. This is a recent phenomenon in the state of Rio de Janeiro, where many other public state schools have been equipped with these technological resources. The research also sought to investigate the relevance of Geometry for the education of high school students, the inherent difficulties in learning it, and how it stands out in assessments such as the National High School Exam (ENEM). Through the assumptions of Van Hiele's Theory on Geometry learning, a didactic sequence was developed that integrates both the use of concrete materials and digital technologies, such as GeoGebra and 3D printers, the latter carried out in the Maker space of the research school. The proposal aimed to connect theory to practice, allowing students to visualize and manipulate geometric solids, thereby contributing to the improvement of spatial geometric thinking. The results indicated significant advances in some students but also revealed that others faced difficulties, suggesting the need for more adaptive and personalized pedagogical approaches. This study was financed in part by the Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Finance Code 001.

Keywords: Solid Geometry, Spatial Geometric Thinking, Van Hiele Theory, GeoGebra, 3D Printer

Sumário

INTRODUÇÃO	7
CAPÍTULO 1 - GEOMETRIA ESPACIAL NO ENSINO MÉDIO: ASPECTOS CURRICULARES E DE APRENDIZAGEM.....	10
1.1 ASPECTOS CURRICULARES DE GEOMETRIA ESPACIAL	10
1.2 ASPECTOS SOBRE O ENSINO E A APRENDIZAGEM DA GEOMETRIA ESPACIAL	18
CAPÍTULO 2 - A TEORIA DE VAN HIELE NO CONTEXTO DA GEOMETRIA ESPACIAL .	26
2.1 MODELO DE VAN HIELE	26
2.2 ETAPAS DO PROCESSO DE ENSINO QUE DEVEM SER OBSERVADOS PELO PROFESSOR	28
2.3 TRANSPOSIÇÃO DO MODELO DE VAN HIELE PARA GEOMETRIA ESPACIAL....	30
CAPÍTULO 3: TECNOLOGIA DIGITAIS NO ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL	38
3.1 USO DAS TECNOLOGIA DIGITAIS NA EDUCAÇÃO.....	38
3.2 IMPRESSORA 3D	40
3.3 GEOGEBRA	41
CAPÍTULO 4 - METODOLOGIA DA PESQUISA	47
4.1 LOCAL E PÚBLICO ALVO DA PESQUISA.....	47
4.2 CARACTERIZAÇÃO DA PESQUISA.....	50
CAPÍTULO 5 - RECURSO EDUCACIONAL	54
5.1 TIPO DE RECURSO EDUCACIONAL	54
5.3 CONTEÚDOS ABORDADOS	55
5.3 OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM.....	56
5.4 PÚBLICO-ALVO	57
Atividade 7: Oficina de construção de sólidos geométricos com palitos e jujuba.	59
Atividade 9: Oficina No Geogebra - Planificação Pintada	60
Atividade 10: Atividade No Geogebra E Impressora 3d - Torre Da Igreja.	60
Aplicação do pós – testes.....	60
Atividade 11: Atividade No Geogebra E Impressora 3d - Modelo Do Prédio Do Colégio	60
Atividade 11: Atividade No Geogebra E Impressora 3d - Modelo Do Prédio Do Colégio	60
Impressão do Maquete do colégio.....	61
6.1 RELATO DA APLICAÇÃO DAS AULAS PLANEJADAS.....	61
6.1.1 ATIVIDADE 1: APLICAÇÃO DOS TESTES DE VAN HIELE, ROTAÇÃO MENTAL E VISUALIZAÇÃO ESPACIAL.....	61

6.1.2 ATIVIDADE 2: CONCEITOS PRIMITIVOS.....	63
6.1.3 ATIVIDADE 3: OFICINA COM GEOGEBRA	64
6.1.4 ATIVIDADE 4: OFICINA DE DESENHO	66
6.1.5 ATIVIDADE 5: OFICINA DE CONSTRUÇÃO DE SÓLIDOS GEOMÉTRICOS COM PALITOS E JUJUBA	68
6.1.6 ATIVIDADE 6: OFICINA COM O GEOGEBRA 3D - EXPLORADO CUBO	68
6.1.7 ATIVIDADE 7: OFICINA NO GEOGEBRA - PLANIFICAÇÃO PINTADA	70
6.1.8 ATIVIDADE 8 ATIVIDADE NO GEOGEBRA E IMPRESSORA 3D - TORRE DA IGREJA.....	71
6.1.9 ATIVIDADE 9: ATIVIDADE NO GEOGEBRA E IMPRESSORA 3D - MODELO DO PRÉDIO DO COLÉGIO.....	73
6.2 RESULTADO DOS PRÉ E PÓS TESTES.....	80
6.2.1 ANÁLISE PRÉ E PÓS TESTE DE VAN HIELE	81
6.2.2 ANÁLISE DO PRÉ E DO PÓS-TESTE DE VISUALIZAÇÃO MENTAL	83
6.2.3 ANÁLISE PRÉ E PÓS TESTE DE ROTAÇÃO MENTAL	85
6.2.4 ANÁLISE DO QUESTIONÁRIO DE AVALIAÇÃO NA SALA MAKER COM GEOGEBRA E A IMPRESSORA 3D	86
7 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	105
Referências	107
Apêndice A	111
Apêndice B	112
Apêndice D	118
Apêndice E	127
Apêndice F	130
Apêndice G	131
Apêndice H	132
Apêndice I.....	133
Apêndice J.....	134
Apêndice K	135
Apêndice L.....	136
Anexo A	137
Anexo B	140
Anexo C	141

INTRODUÇÃO

Durante o período de graduação do autor desta pesquisa, entre 2005 e 2008, o professor que lecionava a disciplina de Prática de Ensino debateu com a turma sobre a importância de professores inovadores, aqueles que utilizam métodos e tecnologias diferenciados para enriquecer suas aulas e a aprendizagem dos alunos. Ele enfatizou que “os alunos de licenciatura não poderiam ensinar da mesma maneira que aprenderam com seus professores”.

Após esse período, em 2013, o autor foi aprovado no concurso do Estado do Rio de Janeiro, onde começou a lecionar em setembro no colégio onde desenvolveu a presente pesquisa. Naquele ano, trabalhou com uma turma do 2º ano do Ensino Médio, ensinando Geometria Espacial. Sem muita experiência, aplicava as aulas de maneira tradicional, baseando-se no livro didático e desenvolvendo conceitos de forma expositiva no quadro, embora a frase do professor ainda ecoava na mente do autor.

Em 2014, em parceria com outra professora, desenvolveu projetos de construção de sólidos geométricos de papel e garrafas PET, trazendo uma dinâmica nova e motivacional para as aulas. Motivado a aprimorar suas práticas pedagógicas, o autor participou de um curso de formação continuada oferecido pela Secretaria de Educação do Estado do Rio de Janeiro, onde o professor/palestrante mencionou o Curso de Difusão de Conhecimento intitulado “Curso de GeoGebra”.

Após o curso, o autor desejava implementar a utilização do GeoGebra, mas enfrentou dificuldades, como a falta de acesso a computadores, projetores e internet, condições essenciais para desenvolver conceitos por meio do aplicativo. Com a melhoria da internet e a popularização dos *smartphones*, começou a utilizar vários aplicativos na sala de aula, observando que os alunos se mostravam mais participativos ao usar seus dispositivos móveis. Quando compartilhava suas experiências com outros professores, muitos demonstravam motivação para aprender através do uso de tecnologia.

Entretanto, nas aulas de MA 13 - Geometria, em 2022, o professor que lecionava Geometria Espacial direcionou algumas questões do livro didático, levando o autor e um colega a desenvolver as atividades utilizando o GeoGebra. No ano seguinte, em 2023, durante a disciplina de introdução à metodologia científica aplicada à Educação Matemática, na qual os alunos do PROFMAT - UFRRJ elaboraram seu projeto de dissertação, a professora lhe questionou sobre o tema de sua pesquisa e expressou seu interesse em estudar Geometria Espacial e a aplicação do GeoGebra. A professora Eulina até sugeriu um título para sua

dissertação e mencionou a pesquisa de Nasser (1992), que se baseou nas ideias dos holandeses Dina van Hiele-Geldof e Pierre van Hiele.

Na mesma semana, foi instalada uma Sala Maker na escola estadual na qual o autor trabalha. Muitas escolas públicas estaduais foram equipadas com estas salas, que possuem notebooks e impressoras 3D. A coordenadora pedagógica da escola pediu ao corpo de professores da escola que a Sala Maker deveria ser utilizada nas atividades didáticas. Não houve, porém, por parte da Secretaria de Educação, a oferta de um curso de formação continuada que ilustrasse como integrar os recursos didáticos da Sala Maker à prática de ensino dos professores. Embora não soubesse como operar a impressora, o autor se comprometeu a aprender a utilizá-la com seus alunos, para auxiliá-los nos estudos de Geometria Espacial, tema que eles costumam apresentar dificuldades com frequência.

Diante deste cenário, o objetivo da presente pesquisa é investigar os impactos no processo de aprendizagem da Geometria em uma turma de Ensino Médio, obtidos através da aplicação de uma sequência didática que utiliza o aplicativo GeoGebra 3D e impressoras 3D. Os objetivos específicos são:

- Desenvolver uma sequência didática sobre o ensino de Geometria Espacial utilizando aplicativos digitais e uma impressora 3D;
- Investigar as possíveis causas que contribuem para a dificuldade de visualização e o desenvolvimento do pensamento geométrico espacial;
- Explorar as potencialidades dos aplicativos digitais e das impressoras 3D na aprendizagem de Geometria no Ensino Médio;
- Avaliar a aprendizagem e o engajamento dos alunos após uma sequência de aulas que utilizaram os recursos do GeoGebra e da impressora 3D.

Acerca dos procedimentos metodológicos, inicialmente realizamos uma pesquisa bibliográfica, buscando investigar as diretrizes de aprendizagem da Geometria Espacial preconizada por vários documentos oficiais da educação brasileira, além de analisarmos também vários trabalhos acadêmicos que tratam das dificuldades de aprendizagem apresentadas pelos alunos neste tema. Investigamos também a Teoria de Van Hiele que, em linhas gerais, afirma que a aprendizagem da geometria se dá de forma sequenciada, em níveis de pensamento geométrico. Analisamos também o trabalho de Gutierrez (1992) que formula uma extensão dos níveis de pensamento geométrico de Van Hiele no campo da Geometria Espacial. Concluímos a pesquisa bibliográfica analisando artigos que abordam o uso de tecnologias digitais no ensino da Geometria Espacial, como o GeoGebra e a impressora 3D, e

o impacto desses recursos na aprendizagem. Em um segundo momento, realizamos uma pesquisa aplicada, no modelo de pesquisa-ação, em uma turma de 2º ano do Ensino Médio de uma escola pública da Baixada Fluminense do estado do Rio de Janeiro, na qual participaram 34 alunos. O autor desenvolveu uma sequência didática com recursos da sala Maker e coletou dados através da observação das aulas e de formulários, que buscavam reconhecer o nível de pensamento geométrico dos alunos e suas habilidades de rotação e visualização espacial.

Esta dissertação está organizada da seguinte forma: no capítulo 1, discorremos sobre aspectos curriculares e de aprendizagem da Geometria Espacial no Ensino Médio; no capítulo 2, abordamos a Teoria de Van Hiele e suas adaptações no contexto da Geometria Espacial; no capítulo 3, discutimos a utilização das tecnologias digitais no ensino de Geometria Espacial; no capítulo 4, detalhamos a metodologia da pesquisa; no capítulo 5, discorremos sobre o recurso educacional produzido, descrevendo de maneira sucinta a sequência didática elaborada para a pesquisa aplicada; no capítulo 6, apresentamos alguns detalhes sobre a aplicação das atividades e os resultados da pesquisa aplicada; encerramos esta dissertação trazendo considerações finais, com as conclusões e possibilidades de desdobramento da pesquisa.

CAPÍTULO 1 - GEOMETRIA ESPACIAL NO ENSINO MÉDIO: ASPECTOS CURRICULARES E DE APRENDIZAGEM

Neste capítulo, analisaremos as diretrizes curriculares existentes em documentos normativos da Educação Básica a respeito das aprendizagens relacionadas à Geometria Espacial, relacionadas à compreensão de formas tridimensionais, suas propriedades, relações e representações. Também apresentaremos alguns aspectos desafiadores sobre o ensino de Geometria Espacial, assim como algumas das dificuldades de aprendizagem que os alunos costumam apresentar com frequência quando estudam o tema.

Através do referencial teórico, buscaremos compreender as razões pelas quais estas dificuldades aparecem e como alguns pesquisadores utilizam de estratégias didáticas para tentar superá-las.

1.1 ASPECTOS CURRICULARES DE GEOMETRIA ESPACIAL

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de matemática destacam a importância do ensino da Geometria no Ensino Médio por ser uma disciplina que contribui para o desenvolvimento de habilidades essenciais, tais como visualização, desenho, argumentação lógica e resolução de problemas (Brasil 2000, p. 44).

Além disso, nestas diretrizes, menciona-se que o ensino de Geometria pode ser uma oportunidade para os alunos desenvolverem as habilidades de visualização, desenho, argumentação lógica e de aplicação na busca de resoluções de problemas. Através da Geometria, os alunos podem usar as formas e propriedades geométricas na representação e visualização de partes do mundo que os cerca (Brasil 2000, p. 44).

Dessa forma, a Geometria é apresentada nos PCN-Ensino Médio como uma ferramenta essencial para interpretação e intervenção no mundo real, proporcionando aos alunos uma compreensão mais profunda do espaço e das relações geométricas presentes em seu entorno.

[...] perceber as relações entre as representações planas nos desenhos, mapas e na tela do computador com os objetos que lhes deram origem, conceber novas formas planas ou espaciais e suas propriedades a partir dessas representações são essenciais para a leitura do mundo [...] (Brasil, 2000, p. 44).

Além dos PCN-Ensino Médio, temos os PCN+ Ensino Médio, que complementam este documento principal e que abordam questões de ensino e de aprendizagem específicas da matemática. De acordo com os PCN+ Ensino Médio, a Geometria abordada nesta etapa da Educação Básica, trata das formas planas e tridimensionais e suas representações em desenhos, planificações, modelos e objetos do mundo concreto. Para o desenvolvimento desse tema, o documento estratifica o conhecimento geométrico em quatro unidades temáticas: geometrias plana, espacial, métrica e analítica. Além disso, o PCN+ descreve:

As propriedades de que a Geometria trata são de dois tipos: associadas à posição relativa das formas e associadas às medidas. Isso dá origem a duas maneiras diferentes de pensar em Geometria, a primeira delas marcada pela identificação de propriedades relativas a paralelismo, perpendicularismo, interseção e composição de diferentes formas e a segunda, que tem como foco quantificar comprimentos, áreas e volumes. (Brasil, 2000, p. 123).

Este ponto destacado pelos PCN+ evidencia que o enfoque dado à Geometria não pode se pautar apenas pelo seu caráter métrico, como por exemplo, o cálculo de áreas e volumes. Faz-se necessário realizar um ensino que contemple o estudo de características geométricas dos objetos que não estão relacionadas diretamente ao cálculo de medidas, visto que as habilidades de cálculo e de identificação de propriedades das figuras planas e espaciais se articulam na resolução de muitos problemas de Geometria.

Parte do trabalho com Geometria está estritamente ligada às medidas que fazem a ponte entre o estudo das formas geométricas e os números que quantificam determinadas grandezas. No entanto, o ensino das propriedades métricas envolvendo cálculos de distâncias, áreas e volumes é apenas uma parte do trabalho a ser desenvolvido que não pode ignorar as relações geométricas em si (Brasil 2000, p. 123).

De acordo com os PCN+, “utilizar as formas geométricas para representar ou visualizar aspectos do mundo real é uma habilidade fundamental para a compreensão e elaboração de modelos que ajudam na resolução de problemas em matemática e em outras áreas do conhecimento” (Brasil, 2000, p. 123). Desse modo, ao abordar este objeto do conhecimento matemático, o professor não deve se ater apenas ao ensino dos seus fundamentos teóricos, das relações existentes entre as formas geométricas e suas propriedades, mas também deve ilustrar como elas se conectam à resolução de problemas do cotidiano.

Para desenvolver essas habilidades nos alunos os PCN+ descreve:

Para desenvolver esse raciocínio de forma mais completa, o ensino de Geometria na escola média deve contemplar também o estudo de propriedades de posições relativas de objetos geométricos; relações entre figuras espaciais e planas em sólidos geométricos; propriedades de congruência e semelhança de figuras planas e espaciais;

análise de diferentes representações das figuras planas e espaciais, tais como desenho, planificações e construções com instrumentos (Brasil 2000, p. 123).

Em conclusão, os PCN+ Ensino Médio ressaltam a importância de uma abordagem abrangente e integrada no ensino da Geometria, que transcendia o mero cálculo de medidas. Desta forma, os alunos serão capacitados a reconhecer e aplicar as formas geométricas em contextos diversos, desenvolvendo um raciocínio crítico e habilidades práticas que certamente contribuirão para seu desempenho em matemática e outras disciplinas. Ao combinar teoria com a prática, o educador não apenas enriquece a aprendizagem, mas também prepara os alunos para entender e interagir de maneira mais eficaz com o mundo que os rodeia. A Geometria, então, torna-se uma ferramenta poderosa, não apenas em sala de aula, mas também na formação de cidadãos mais conscientes e aptos a resolverem os desafios do cotidiano.

Além dos PCN e PCN+ Ensino Médio, também analisamos as habilidades relacionadas à Geometria Espacial na matriz de referência do Exame Nacional do Ensino Médio - ENEM.

Observa-se que todos os anos tem-se uma preocupação das comunidades escolares com a preparação dos alunos para ENEM. No início, o ENEM foi concebido como um instrumento de avaliação do Ensino Médio e a partir de 2009, além dessa característica, ele passou a ser utilizado como mecanismo de ingresso nos cursos de graduação das Instituições Federais de Educação Superior.

De acordo com Santos (2022, p. 2), desde a sua primeira implementação, o exame ganhou força no país graças ao crescimento no número de inscritos ao longo dos anos e à adesão das instituições públicas de ensino superior brasileiras ao uso do resultado das provas como forma de ingresso em seus cursos de graduação. Santos (2022, p.2) cita também,

Outro fator importante é a criação de políticas públicas atreladas a esse exame como o Programa Universidade para Todos (Prouni) e o Fundo de Financiamento Estudantil (FIES), e o uso de seus resultados para outros processos seletivos de acesso ao ensino superior, como transferências interna e externa e portador de diploma de nível superior.

Ao comparar algumas questões dos vestibulares da UFRJ e ENEM, Farias (2021, p. 76) observou que “não há muita diferença entre essas questões presentes na prova do ENEM e da UFRJ no que se refere à resolução”. Ela afirma que “algumas questões do ENEM apresentam o mesmo (ou até maior) grau de dificuldade das questões de outros vestibulares”.

Outra observação que Farias destaca é que a diferença da prova do ENEM e a dos demais vestibulares é que as questões são contextualizadas, além de conterem “textos grande em muitas questões o que, muitas vezes, é o causador da dificuldade de interpretação e do

cansaço e falta de tempo para finalizar a prova". Assim, a autora percebe que, devido à característica das questões do ENEM, pautada em problemas contextualizados e à crescente importância da prova para ingresso nas universidades, "é possível uma mudança na forma de ensinar Matemática na escola básica" (Farias, 2021, p.64)

Oliveira (2022) destaca que o ENEM constitui-se como um importante indicativo para o ensino escolar. Segundo (Brasil, 2019), o ENEM é o maior exame do Brasil e, nos últimos anos, tem registrado milhões de inscrições, sendo a maior porta de acesso para instituições de ensino superior. Oliveira (2022, p. 105), descreve através do texto de Santos (2011), segundo estes autores a importância do ENEM como indicativo para o ensino escolar (Oliveira, 2022, p.105. Apud. Santos, 2011).

Apontam que, mesmo o ENEM tendo surgido como um instrumento de avaliação diferenciado dos vestibulares da época, passou a ser entendido como outra forma de ingresso ao ensino superior, o que influenciou na organização curricular das escolas com vistas a atender as exigências desse novo modelo de exame.

A matriz de referência de matemática do ENEM constitui-se de sete competências de áreas e trinta habilidades (Brasil, 2024). Dessas competências de área esta pesquisa analisará a competência de área dois, referente ao conhecimento geométrico, e suas habilidades H6, H7, H8 e H9, destacadas abaixo.

Competência de área 2 - Utilizar o conhecimento geométrico para realizar a leitura e a representação da realidade e agir sobre ela.

H6 - Interpretar a localização e a movimentação de pessoas/objetos no espaço tridimensional e sua representação no espaço bidimensional.

H7 - Identificar características de figuras planas ou espaciais.

H8 - Resolver situação-problema que envolva conhecimentos geométricos de espaço e forma.

H9 - Utilizar conhecimentos geométricos de espaço e forma na seleção de argumentos propostos como solução de problemas do cotidiano.

Esta competência e suas habilidades, portanto, não apenas fortalecem a compreensão teórica da geometria, mas também capacitam os estudantes a aplicar esse conhecimento em situações reais, estimulando um aprendizado significativo e contextualizado. Observamos que a natureza não-métrica do estudo da Geometria, defendido nos PCN+ do Ensino Médio, é

explorada de forma explícita nas habilidades H6 e H7, que tratam de problemas envolvendo interpretação e identificação de características de figuras geométricas.

O documento normativo mais recente em âmbito nacional da Educação é a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), homologada pelo CNE em 2018. Sua implementação nas escolas começou em 2020. As recomendações da BNCC para os alunos do Ensino Médio indicam que o conteúdo de Geometria Espacial deve ser uma ampliação e aprofundamento do conhecimento de Matemática adquirido no Ensino Fundamental. A BNCC enfatiza a necessidade de integrar e expandir os conhecimentos geométricos explorados até o 9º ano, permitindo que os estudantes construam uma visão mais abrangente e aplicada da Matemática (Brasil, 2018).

Com isso em mente, desenvolver o pensamento geométrico espacial dos estudantes do Ensino Médio requer que o professor identifique o conhecimento adquirido por estes no Ensino Fundamental. Isso pode ser feito através de atividades relacionadas aos conteúdos de geometria plana e espacial, bem como pela aplicação de avaliações diagnósticas, que permitirão compreender o nível de conhecimento dos discentes.

Assim, a partir dessa análise, o professor poderá desenvolver métodos, que possibilitem a ampliação do conhecimento descrito na Base Nacional Comum Curricular (BNCC). A BNCC organiza os conteúdos do Ensino Fundamental em unidades temáticas ao longo dos anos letivos, conforme segue: (a) Números e Operações; (b) Álgebra; (c) Geometria; (d) Grandezas e Medidas; (e) Probabilidade e Estatística. No Ensino Médio também existe uma reorganização dos conteúdos em unidades temáticas, aglutinando as do Ensino Fundamental em 3 grupos: (i) Números e Álgebra; (ii) Geometria e Medidas; (iii) Probabilidade e Estatística.

No Ensino Fundamental, observamos que estão previstos os seguintes objetos do conhecimento (conteúdos) relacionados à Geometria Espacial e as respectivas habilidades associadas a eles:

- Prisma e Pirâmide - planificações e relações entre seus elementos (vértices, faces e arestas) (Brasil 2018, p. 301), conteúdo trabalhado no 6º ano, e nesta fase os alunos devem alcançar a seguinte habilidade; (EF06MA17) Quantificar e estabelecer relações entre o número de vértices, faces e arestas de prismas e pirâmides, em função do seu polígono da base, para resolver problemas e desenvolver a percepção espacial (Brasil, 2018, p. 301).

- Cálculo de volume de blocos retangulares, ensinado no 7º ano, utilizando unidades de medida convencionais mais usuais, desenvolvendo a seguinte habilidade: (EF07MA30) Resolver e elaborar problemas de cálculo de medida do volume de blocos retangulares, envolvendo as unidades usuais (metro cúbico, decímetro cúbico e centímetro cúbico) (Brasil, 2018, p. 308).
- Volume de blocos retangulares e medidas de capacidade, ensinado no 8º ano, para desenvolver as seguintes habilidades: (EF08MA20) Reconhecer a relação entre um litro e um decímetro cúbico e a relação entre litro e metro cúbico, para resolver problemas de cálculo de capacidade de recipientes; (EF08MA21) Resolver e elaborar problemas que envolvam o cálculo do volume de recipientes cujo formato é o de um bloco retangular (Brasil, 2018, p. 314).
- Vistas ortogonais de figuras espaciais e Volume de prismas e cilindros, ensinado no 9º ano, para desenvolver as seguintes habilidades; (EF09MA17) Reconhecer vistas ortogonais de figuras espaciais e aplicar esse conhecimento para desenhar objetos em perspectiva, e (EF09MA19) Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de volumes de prismas e de cilindros retos, inclusive com uso de expressões de cálculo, em situações cotidianas. (Brasil, 2018, p. 318)

Dentre as competências específicas da Matemática previstas para o Ensino Médio, destacamos a Competências 4, que prevê que os alunos dessa etapa possam

compreender e utilizar, com flexibilidade e fluidez, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas, de modo a favorecer a construção e o desenvolvimento do raciocínio matemático (Brasil, 2018, p. 531).

Assim, a BNCC preconiza a importância de utilizar diferentes maneiras de representar a matemática, como desenhos, fórmulas e modelos digitais, para resolver problemas e comunicar resultados, articulando a Geometria a outras áreas da Matemática. A mobilização de diferentes registros referentes à representação de um mesmo objeto é muito comum no estudo da Geometria Espacial. De fato, o ato de desenhar um poliedro numa folha de papel propicia a construção de diferentes registros de representação do mesmo, dependendo da perspectiva do

desenhista. Outra forma de representar tal poliedro é através de sua(s) planificação(ões), ou então, de suas diferentes projeções ortogonais em planos 2 a 2 perpendiculares.

Observando a lista de habilidades da BNCC-Ensino Médio da unidade Geometria e Medidas, verificamos que aquelas relacionadas à temática da Geometria Espacial, são as seguintes:

- (EM13MAT201) Propor ou participar de ações adequadas às demandas da região, preferencialmente para sua comunidade, envolvendo medições e cálculos de perímetro, de área, de volume, de capacidade ou de massa;
- (EM13MAT309) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de áreas totais e de volumes de prismas, pirâmides e corpos redondos em situações reais (como o cálculo do gasto de material para revestimento ou pinturas de objetos cujos formatos sejam composições dos sólidos estudados), com ou sem apoio de tecnologias digitais;
- (EM13MAT504) Investigar processos de obtenção da medida do volume de prismas, pirâmides, cilindros e cones, incluindo o princípio de Cavalieri, para a obtenção das fórmulas de cálculo da medida do volume dessas figuras;
- (EM13MAT509) Investigar a deformação de ângulos e áreas provocada pelas diferentes projeções usadas em cartografia (como a cilíndrica e a cônica), com ou sem suporte de tecnologia digital;
- (EM13MAT105) Utilizar as noções de transformações isométricas (translação, reflexão, rotação e composições destas) e transformações homotéticas para construir figuras e analisar elementos da natureza e diferentes produções humanas (fractais, construções civis, obras de arte, entre outras). (Brasil, 2018)

Desta relação de habilidades, percebe-se que as três primeiras estão vinculadas ao cálculo de medidas em Geometria enquanto que as duas últimas, se vinculam ao reconhecimento de propriedades dos objetos geométricos e de transformações no espaço, se articulando naturalmente ao estudo das noções de paralelismo, perpendicularismo e projeções.

Analisaremos agora as diretrizes curriculares para ensino da Geometria Espacial presentes no Currículo do Ensino Médio Regular e da Educação de Jovens e Adultos da Área de Matemática e suas Tecnologias do Estado do Rio de Janeiro (Rio de Janeiro, 2022). Este documento tem a perspectiva de orientar os professores da rede, no que concretamente deve ser ensinado, visando apoiá-los em suas atividades docentes. Como era se esperar:

a construção do currículo, ancorou-se na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) para o Ensino Médio, que tem como objetivo consolidar os conhecimentos adquiridos em todas as séries do Ensino Fundamental e, ainda, construir um aprendizado que condiz com a realidade e aplicado em diversos contextos que dialoguem com a Lei nº 13.415/2017 (Rio de Janeiro, 2022, p. 29).

É importante observar que o Currículo Mínimo do Estado do Rio de Janeiro (Rio de Janeiro, 2022, p. 75) enfatiza para o ensino de Matemática a Competências Específica da BNCC 3, que diz:

3 - Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente (Rio de Janeiro, 2022, p. 75).

Decorre das habilidades da BNCC que Currículo Referencial do Estado do Rio de Janeiro, reafirma:

(EM 13MAT309 - Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de áreas totais e de volumes de prismas, pirâmides e corpos redondos em situações reais (como o cálculo do gasto de material para revestimento ou pinturas de objeto cujos formatos sejam composições dos sólidos estudados), com ou sem apoio de tecnologias digitais.

(EM13MAT504) - Investigar processos de obtenção da medida do volume de prisma, pirâmides, cilindros e cones, incluindo o princípio de Cavalieri, para obtenção das fórmulas de cálculo da medida do volume dessas figuras (Rio de Janeiro, 2022, p. 75).

Observarmos que dessas habilidades temos que um dos principais objetivos é ensinar o aluno a fazer cálculos de áreas e volumes de algumas formas geométricas, porém, conforme discussão já realizada anteriormente na análise dos PCN+ do Ensino Médio, os alunos precisam reconhecer as formas geométricas e suas propriedades para que seja possível realizar tais cálculos. Com relação a identificação de propriedades e objetos da Geometria Espacial, encontramos a seguinte habilidade no Currículo do Estado do Rio de Janeiro: “(EM13MAT309.RJ01) - Identificar prismas, pirâmides, troncos, cilindros, cones e corpos redondos na natureza e em áreas urbanas (vegetação, construções e etc.), utilizando ou não jogos e recursos digitais” (Rio de Janeiro, 2022, p. 75).

Notamos pelo referencial teórico que os referenciais curriculares Federais (PCN-Ensino Médio, PCN+ Ensino Médio, matriz de referência do ENEM e BNCC) e estadual (Currículo do Estado do Rio de Janeiro) estão conectados, no sentido de requerer, do ensino da Geometria Espacial, uma abordagem que dê enfoque aos aspectos métricos e das propriedades dos objetos desta área e que se apresentem problemas do cotidiano que possam ser modelados e solucionados através destas noções. Ressaltamos que os conceitos de Geometria Espacial além de ser parte fundamental da matemática, está presente nas mais diversas áreas do conhecimento, desde engenharia à arquitetura, medicina às artes.

Apesar da possibilidade de desenvolver a capacidade de resolver problemas práticos do cotidiano e preparar para o Ensino Superior, alguns discentes que chegam ao Ensino Médio apresentam baixo conhecimento de matemática, o que dificulta a aquisição das novas competências e habilidades exigidas pelos referenciais teóricos. Muitas vezes, esses alunos saem do Ensino Médio sem o conhecimento necessário. Sendo assim, quais são as possíveis

causas que levam a esta dificuldade dos alunos desenvolverem o conhecimento adequado de Geometria Plana e Espacial? Na próxima seção buscaremos compreender os principais motivos pelos quais muitos dos discentes têm dificuldades.

1.2 ASPECTOS SOBRE O ENSINO E A APRENDIZAGEM DA GEOMETRIA ESPACIAL

Uma das principais críticas que se observa em trabalhos e conversas com pesquisadores da área de Educação Matemática, no que tange o ensino da Matemática, é que este tem sido desenvolvido há muitos anos de forma tradicional, em aulas nas quais os professores transmitem os conteúdos utilizando apenas como recursos didáticos o quadro, no modelo clássico de aula expositiva. De acordo com Settimy e Bairral (2020, p. 178), “as aulas de Matemática focadas em uma metodologia tradicional são pautadas em exercícios que estimulam a mecanização e a aplicação de fórmulas em contextos que não fazem sentido para o estudante, que aprende a fazer cálculos e não a pensar matematicamente”. Os alunos se tornam, portanto, meros espectadores do conhecimento transmitido pelos professores, reproduzindo técnicas de cálculo cujos resultados, não têm nenhum significado para eles.

Segundo Silva e Pazuch (2024, p.4), “o ensino de geometria no Brasil percorreu diversas fases, incluindo períodos de abandono, particularmente entre as camadas populares. Tal cenário se agravou ainda mais entre as décadas de 1970 e 1980, em razão da influência do Movimento da Matemática Moderna”.

De acordo com Santos e Nacarato (2021, apud Silva; Pazuch, 2024, p.4),

Nesse período, a abordagem dos conteúdos matemáticos passou a dar ênfase à linguagem de conjuntos, dificultando a compreensão dos conceitos geométricos e favorecendo seu afastamento da sala de aula. Assim, o pouco contato dos professores com a geometria contribuiu para que as práticas escolares apresentassem lacunas na abordagem de ensino, prevalecendo até os dias atuais, impactando no desenvolvimento do pensamento geométrico por parte dos estudantes

Assim, o ensino e a aprendizagem da Geometria não foi uma prioridade para muitos sistemas educacionais durante muitos anos. A geometria começou a estar mais presente em sala de aula apenas nas últimas décadas, devido à defasagem na formação de professores antes tão evidente e que ainda permanece atualmente (Caldatto; Pavanello, 2015 apud Santos; Araujo, 2022, p. 3).

Deste modo, há docentes que abordam o conhecimento apenas através do padrão de aula expositiva, ou seja, repetindo as práticas de seus professores e instruções dos livros que utilizaram quando alunos, sem a utilização de recursos didáticos diferentes da lousa, como material concreto, software e aplicativos, recursos estes que poderiam diversificar e dinamizar mais as aulas, contribuindo para a aprendizagem.

Segundo Bortolossi e Crissaff (2018), as dificuldades que os alunos enfrentam com as representações de objetos da Geometria Espacial podem ser atribuídas a dois motivos: o primeiro é que, ao representá-los em duas dimensões em um numa folha de papel, esta representação não preserva comprimentos, ângulos e áreas da figura original. O segundo problema citado pelos autores é de que não existe na escola uma cultura de se praticar a produção de desenhos que representam objetos tridimensionais. Por isso, quando o aluno é confrontado com uma situação envolvendo um sólido, na qual precisa representá-lo numa folha de papel, pela falta de prática, ele acaba realizando desenhos ingênuos e incorretos.

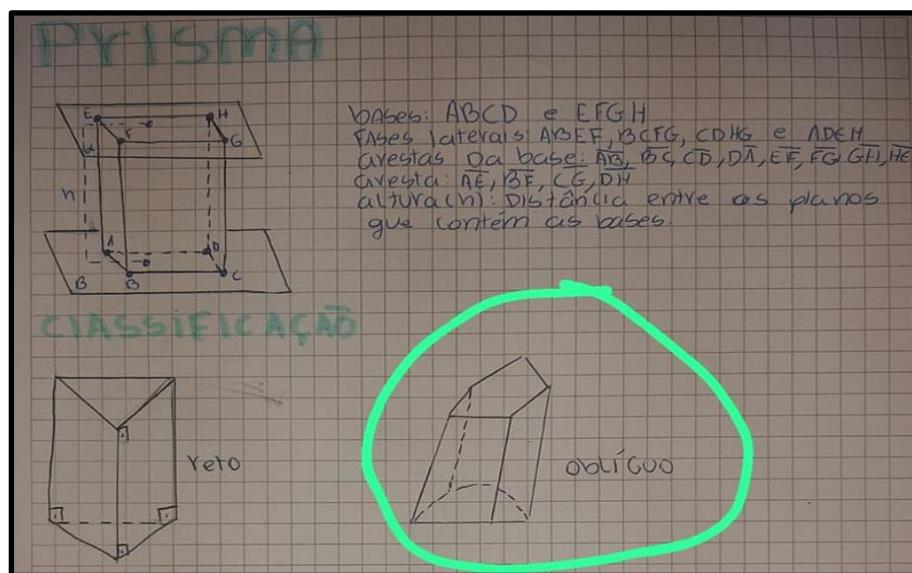
Portanto, as dificuldades apontadas pelos autores mencionados acima, evidenciam os desafios enfrentados pelos docentes na transmissão do conhecimento de Geometria. Santos e Araújo (2022) ressaltam que os professores precisam fazer um esforço contínuo para aprimorar o conhecimento adquirido durante sua formação inicial, aprimorando através de estudos dos conteúdos de Geometria Plana, Espacial e dando continuidade a uma formação continuada onde possa explorar e incorporar à sua prática novas tecnologias.

Outro ponto é a implementação dos conteúdos de desenhos geométricos nas aulas de geometria plana e espacial e aulas nas quais os alunos possam manipular objetos concretos e utilizar softwares, o que pode facilitar o entendimento dos alunos, criando novas habilidades.

Foi observado em uma das aulas teóricas sobre poliedros e ministradas pelo autor desta dissertação os desenhos elaborados por discentes, representados nas Figuras 1 e 2.

Durante a aula, um dos discentes construiu a base do prisma pentagonal oblíquo como uma curva (Figura 1); na Figura 2, observamos a mesma figura com a base quadrangular. Além do prisma, nota-se, na Figura 2, um prisma quadrangular cujo ângulo de 90° relativo ao encontro de uma aresta da face lateral mais à esquerda com uma aresta da base do prisma está desenhado “para fora do desenho”. Esses desenhos expressam as dificuldades que os alunos têm para compreender e representar bidimensionalmente objetos 3D e ilustram a ingenuidade citada por Bortolossi e Crissaff (2018).

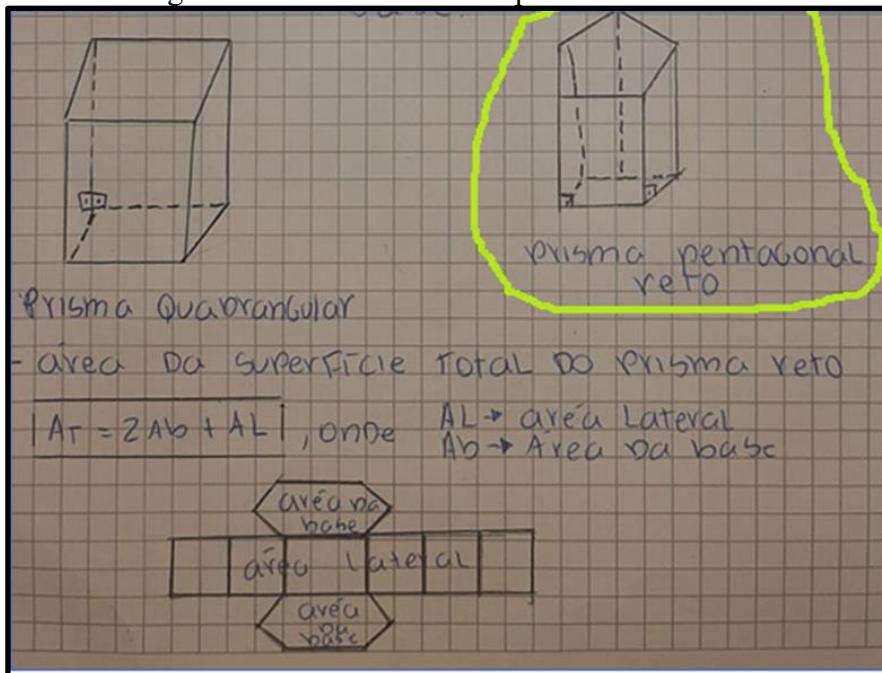
Figura 1 - Prisma construído por um discente.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Na pesquisa de Silva e Braz (2017), acompanhou-se uma turma de 2º ano do Ensino Médio durante 31 aulas de Geometria Espacial e 10 aulas de reforço sobre este tópico, nos quais se estudaram prismas, pirâmides, cones, cilindros e esferas. As pesquisadoras coletaram dados por meio de entrevistas com os alunos e a professora, além de realizar observações diretas nas aulas. Essa abordagem permitiu uma compreensão mais aprofundada das barreiras que os estudantes encontraram ao longo do processo de aprendizagem.

Figura 2 - Prisma construído por um discente.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Silva e Braz (2017, p.6) relatam que,

por meio das observações, participações em aula e aulas de reforço ministradas, foi possível identificar uma série de dificuldades no aprendizado de geometria espacial, já relatadas no tópico anterior, e que podem ser classificadas como dificuldades em: Conteúdos de Geometria Plana, Visualizar sólidos geométricos, Compreender as fórmulas para cálculo de grandezas dos sólidos geométricos, relacionar os conteúdos de Geometria Espacial com o cotidiano; interpretar enunciados de exercícios de Geometria Espacial.

A respeito das dificuldades relativas ao conhecimento da Geometria Plana, as autoras relataram que “ao estudarem os prismas, por exemplo, alguns alunos não sabiam como calcular a área de quadrados e retângulos, nem como calcular a área de triângulos nos quais não estava indicada a altura” (p. 3). Nas entrevistas, alguns alunos relataram “ter visto pouca geometria em comparação com os demais conteúdos ensinados na disciplina de Matemática” (p. 7), o que coaduna com o histórico de ensino da disciplina de geometria, que era tratada de forma insuficiente ou deixada para o final do bimestre ou ano letivo no Ensino Fundamental, prejudicando o seu aprendizado. Sobre o cálculo de áreas e volumes de sólidos, os discentes relataram que decoravam as fórmulas e não as entendiam muito bem. Os alunos também acreditavam que a Geometria era pouco útil e aplicável ao cotidiano e que ela poderia ser mais interessante apenas para aqueles que se profissionalizam em determinadas carreiras como Arquitetura e Engenharia Ademais, os alunos relataram dificuldades de interpretação de problemas contextualizados envolvendo Geometria Espacial (Silva; Braz, 2017, p.8).

Estas revelam que no aprendizado de Geometria Espacial estão intimamente ligadas a deficiências advindas do estudo da Geometria Plana e da visualização de sólidos. A falta de compreensão das fórmulas necessárias para calcular as grandezas desses sólidos agrava ainda mais o problema, dificultando o entendimento dos alunos. Além disso, a incapacidade de relacionar a Geometria com situações do dia a dia impede que os alunos reconheçam a relevância prática da disciplina. Essas questões não apenas afetam o desempenho educacional, mas também comprometem a formação social dos estudantes, já que a Geometria é fundamental para diversas áreas do conhecimento.

Silva e Braz (2017, p. 11) sugerem aos professores:

[...] buscar estratégias de minimizar as causas dessas dificuldades. A começar pelos recursos para o ensino de Geometria. A existência de um laboratório de informática onde os alunos pudessem trabalhar com softwares matemáticos, como por exemplo o GeoGebra e o Wingeom 40, que são softwares gratuitos que permitem ao usuário a construção e manipulação de figuras geométricas bidimensionais e tridimensionais, pode auxiliar os alunos a superarem suas dificuldades de visualização de sólidos geométricos, colaborando para que compreendam suas propriedades. Sólidos

geométricos de acrílico ou projetores também podem cumprir esta tarefa, além de tornar o ensino dos conteúdos de Geometria Espacial mais atraente para os alunos (p. 11).

Portanto, a pesquisa de Silva e Braz (2017) revela a necessidade de uma abordagem mais eficaz do ensino de Geometria Espacial, tanto no Ensino Fundamental como no Ensino Médio. Por meio da identificação das dificuldades enfrentadas pelos alunos, as pesquisadoras propõem estratégias que incluem recursos tecnológicos e didáticos que estimulem a construção e visualização de sólidos geométricos. A leitura e a aplicação dos conceitos em situações cotidianas também são sugeridas como formas de tornar a Geometria mais relevante e atraente para os estudantes. Ao implementar essas sugestões, espera-se não apenas melhorar a compreensão dos conteúdos, mas também fortalecer a formação acadêmica e social dos alunos, preparando-os para desafios futuros. A contextualização e a prática, portanto, são fundamentais para um aprendizado efetivo nesta área do conhecimento.

A pesquisa de Settimy e Bairral (2020) investigou as dificuldades apresentadas por alunos de uma turma de 6º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública, relacionadas à visualização de objetos da Geometria Espacial. De acordo com os autores, a visualização se caracteriza “como um processo de formação de imagens que transita entre as representações 2D e 3D, sem haver prioridade entre uma delas. A formação de imagens mentais contribui para a compreensão matemática e não requer necessariamente a presença física do objeto em questão” (p.192). Assim, há uma dimensão de abstração associada à habilidade de visualização, não sendo necessário que o objeto esteja diante dos nossos olhos para ser visualizado.

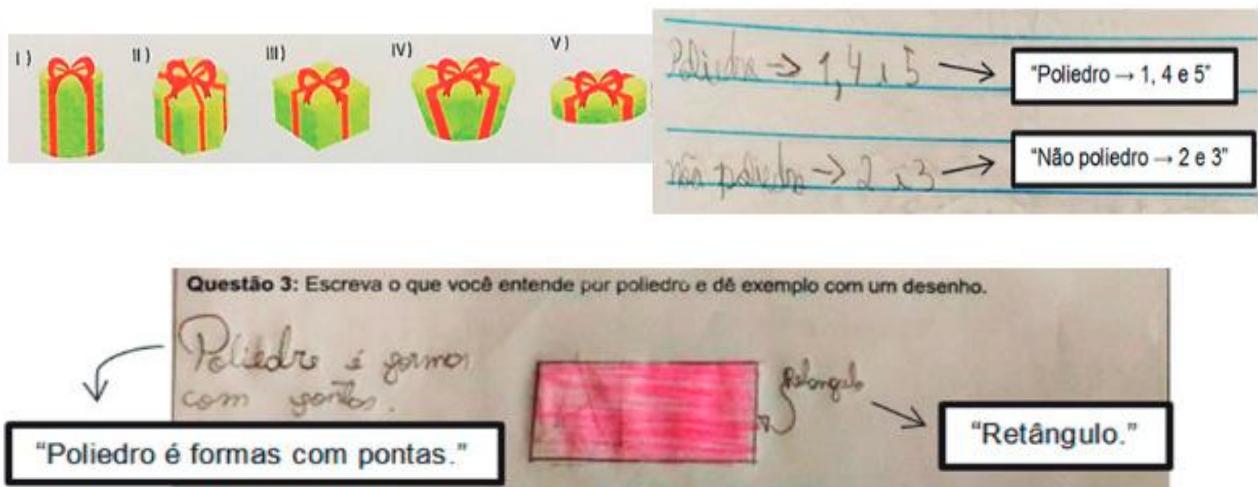
Settimy e Bairral (2020) realizaram atividades envolvendo visualização de sólidos e de suas vistas ortogonais e presentes tanto no livro didático utilizado pela escola. Também houve uma atividade na qual os autores fizeram uma exposição de sólidos clássicos da Geometria 3D (cubos, paralelepípedos, cones etc) com o aplicativo GeoGebra 3D, manipulando estes objetos de modo a apresentar as suas vistas frontal, lateral e superior. As dificuldades apresentadas pelos alunos foram organizadas pelos autores em quatro categorias: (i) Reconhecer e Representar Figuras Geométricas Planas e Espaciais; (ii) Identificar e Comparar o Tamanho das Faces; (iii) Escrever Ideias e/ou Conceitos Matemáticos e (iv) Representar Vistas. A dificuldade de:

Reconhecer e Representar Figuras Geométricas Planas e Espaciais estava relacionada às dificuldades em torno da identificação e representação de figuras geométricas planas e espaciais. Identificar e Comparar o Tamanho das Faces estava relacionada às dúvidas dos discentes para distinguir o tamanho das faces de objetos tridimensionais e compará-

las. Escrever Ideias e/ou Conceitos Matemáticos englobava a dificuldade dos discentes em expressar por meio da escrita suas ideias sobre conceitos matemáticos. Representar Vistas tratava das dificuldades na representação de vistas de figuras geométricas espaciais como consequência de os objetos não serem movimentados mentalmente e pela dificuldade em visualizar suas partes não visíveis (Settimy e Bairral, 2020, p.183).

Com relação à categoria de “Reconhecer Figuras Geométricas Planas e Espaciais”, os autores perceberam que alguns alunos sentiram dificuldade em compreender o que são poliedros e que estes não fazem parte dos objetos da geometria plana, conforme ilustrado na Figura 3. Um dos discentes que participaram da pesquisa definiu poliedro como uma “forma com pontas” e desenhou um retângulo como sendo um exemplo de poliedro.

Figura 3: Dificuldades de alunos em reconhecer poliedros.



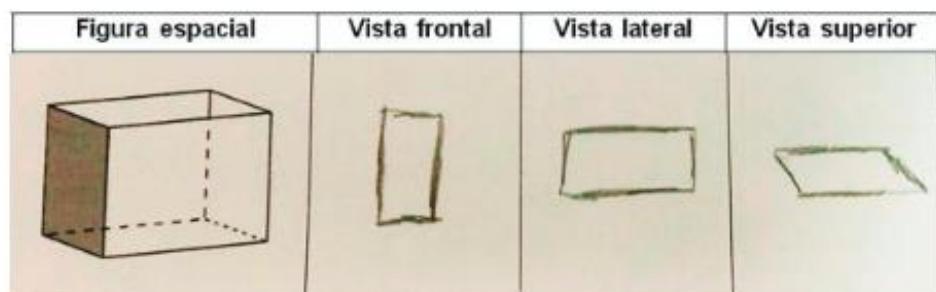
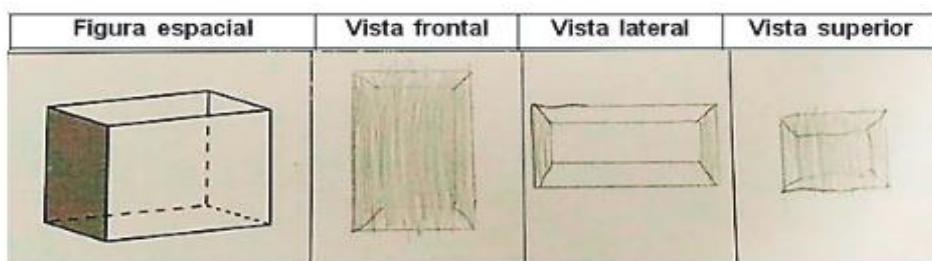
Fonte: Settimy e Bairral (2020).

Algumas das atividades realizadas por Settimy e Bairral (2020) envolviam a representação de vistas ortogonais de diversos sólidos: para cada sólido, o discente deveria fazer um desenho que representasse as vistas frontal, lateral e superior do sólido, sendo que, nas imagens utilizadas, a face hachurada representava a vista frontal.

A Figura 4 traz a resolução de 3 alunos para algumas dessas atividades. Podemos observar que, na primeira resolução, o discente desenhou, em cada vista ortogonal do paralelepípedo, segmentos associados a arestas que não são visíveis na perspectiva do observador. Já o segundo discente, representou a vista superior do paralelepípedo por um paralelogramo não retângulo. Sobre este segundo erro, os autores acreditam que “provavelmente elas foram desenhadas de acordo com a figura estática do paralelepípedo da

atividade, sem considerar que o referido sólido deveria ser movimentado mentalmente ou com o auxílio dos materiais disponíveis em sala de aula (p.186). A Figura 4 também traz também a resolução de um terceiro estudante para um problema análogo ao do paralelepípedo, só que dessa vez, o poliedro considerado era um prisma reto de base pentagonal. Observamos que o discente desenhou incorretamente a vista superior, esboçando um hexágono ao invés de um pentágono, provavelmente por não ter contado corretamente o número de lados da base do prisma.

Figura 4: Erros de estudantes na representação das vistas de um paralelepípedo.



Fonte: Settimy e Bairral (2017).

Apesar das dificuldades relatadas acima, Settimy e Bairral (2017) observaram que houve uma evolução dos alunos nos conceitos trabalhados e na visualização de figuras espaciais. Para diminuir dificuldades em representar esses objetos, os autores defendem que “é preciso criar estímulos visando aprimorar a habilidade de visualizar, tanto para distinguir

objetos bidimensionais de tridimensionais quanto para representá-los” (Settimy; Bairral, 2017 p.192).

CAPÍTULO 2 - A TEORIA DE VAN HIELE NO CONTEXTO DA GEOMETRIA ESPACIAL

Neste capítulo, abordaremos a Teoria de Van Hiele no contexto da Geometria Espacial, explorando como o conhecimento é desenvolvido através de diferentes níveis de compreensão. Discutiremos as etapas do Processo de Ensino que devem ser observadas pelo professor, destacando a importância de cada fase na formação do conhecimento geométrico. Além disso, analisaremos a transposição do modelo de Van Hiele da Geometria Plana para a Espacial, buscando, no referencial teórico, entender como os alunos adquirem esse tipo de conhecimento. Acreditamos que uma boa apropriação da Teoria de Van Hiele, pode auxiliar os professores de matemática, permitindo um planejamento e execução mais eficaz de suas práticas pedagógicas.

2.1 MODELO DE VAN HIELE

O modelo de Van Hiele é produto de pesquisas realizadas por Dina van Hiele-Geldof e Pierre van Hiele, um casal holandês de pesquisadores e professores que lecionava geometria para estudantes secundaristas na década de 1950. Segundo Souza (2014), os dois pesquisadores foram motivados a estudar sobre a construção do pensamento geométrico, em virtude das dificuldades apresentadas por seus alunos.

Segundo Gutierrez (1992), o modelo de Van Hiele pode ser dividido em duas partes: a primeira, estabelece que o conhecimento geométrico está organizado em níveis de pensamento, os quais podem ser adquiridos progressivamente pelos alunos durante o processo de aprendizagem. Os níveis são *hierárquicos*, no sentido de que um estudante não pode alcançar um certo nível n , se ele não tiver alcançado antes o nível $n - 1$. De acordo Gutierrez (1992, p. 32), o “progresso dos estudantes ao longo destes níveis do pensamento geométrico depende fortemente da abordagem de ensino” utilizada pelos professores.

A segunda parte do modelo de Van Hiele consiste em descrever fases de aprendizagem, sugerindo estratégias didáticas aos professores de como organizar o ensino da Geometria, visando auxiliar os alunos a progredirem do nível de pensamento geométrico em que estão ao nível subsequente (Gutierrez, 1992).

De acordo com Souza (2014), o modelo de Van Hiele conta com cinco fases de aprendizagem, as quais podem ser organizadas pelo professor para facilitar o avanço dos alunos

ao longo dos níveis do conhecimento geométrico, a saber: (1) *Interrogação e informação*, quando ocorre contato com um novo tema estudado, sendo que o professor deve ser cuidadoso com a linguagem utilizada para com os alunos, que deve estar de acordo com seus níveis de conhecimento geométrico; (2) *Orientação dirigida*, na qual o professor elabora atividades relacionadas ao objeto de estudo que requerem dos alunos respostas específicas e objetivas; (3) *Explicação*, na qual os alunos são estimulados a trocar visões a respeito das observações feitas na fase anterior; (4) *Orientação livre*, na qual o professor sugere atividades mais complexas, com diversos resultados, para que os alunos tenham condições de tornar explícitas as relações do objeto de estudo, trazendo-lhe aprendizado e autonomia.; (5) *Integração* na qual o professor faz uma síntese do que foi aprendido, buscando formar uma visão geral dos objetos estudados e de relações entre eles.

O modelo de Van Hiele não apenas oferece uma estrutura para entender como os alunos desenvolvem seu conhecimento geométrico, mas também propõe um plano de ação para os educadores. Além disso, a transição entre os níveis de aprendizagem é influenciada pela interação social e pelo ambiente de aprendizagem. O trabalho colaborativo entre alunos, a discussão em grupo e a troca de ideias desempenham papéis significativos no processo de construção do conhecimento geométrico. A interação social não só facilita a comunicação das ideias, mas também promove a reflexão crítica, levando os alunos a questionar e a revisar suas próprias compreensões. Portanto, um ambiente de sala de aula que fornece a colaboração, permitindo que os alunos explorem e discutam conceitos geométricos juntos, pode acelerar a progressão entre os níveis.

De acordo com Souza (2014), os cinco níveis de conhecimento geométrico do modelo de Van Hiele são:

Nível 1: Reconhecimento/Visualização: nível básico de conhecimento geométrico, baseado em identificar, comparar e nomear figuras geométricas a partir de características globais dessas figuras;

Nível 2: Análise: Os estudantes deste nível são capazes de reconhecer propriedades de figuras e utilizá-las para resolver problemas, sem compreender e demonstrar tais propriedades ou relacioná-las umas com as outras;

Nível 3: Dedução informal: Neste nível os estudantes já percebem que há uma necessidade de fornecer uma definição precisa a certos objetos geométricos. Também começam

a construir argumentos lógicos, mesmo que informais, sendo capazes de observar que uma propriedade pode ser obtida como consequência de uma outra.

Nível 4: Dedução Formal: Os estudantes já têm um traquejo do processo dedutivo e de demonstrações, relacionando propriedades e compreendendo as estruturas axiomáticas da Geometria.

Nível 5: Rigor: Nível mais alto de conhecimento geométrico, no qual os alunos já possuem maturidade para estabelecer teoremas em diversos sistemas, realizar deduções abstratas e perceber a consistência de um sistema axiomático.

É essencial que os professores reconheçam em que nível de pensamento seus alunos se encontram para direcionar as estratégias de ensino de forma eficaz. Por exemplo, um aluno no Nível 1 pode necessitar de mais atividades de reconhecimento e nomeação de figuras, enquanto um estudante no Nível 4 deve ser desafiado com problemas que exijam aplicações diagnósticas que pode ser um recurso valioso para identificar as necessidades e habilidades dos alunos.

Portanto, a compreensão das etapas do modelo de Van Hiele dá suporte ao planejamento e à execução do ensino de geometria, podendo propiciar um desenvolvimento mais eficaz das habilidades e do raciocínio geométrico dos alunos.

2.2 ETAPAS DO PROCESSO DE ENSINO QUE DEVEM SER OBSERVADOS PELO PROFESSOR

Para aumentar as chances de sucesso dos alunos na progressão pelos níveis de compreensão da geometria, conforme a Teoria de van Hiele, o professor observa e implementa etapas que facilitam a transição entre esses níveis, garantindo uma aprendizagem significativa.

Essa abordagem é crucial para que os estudantes possam desenvolver uma compreensão sólida dos conceitos geométricos. A prática docente deve, portanto, ser intencional e planejada, buscando sempre o engajamento dos alunos na construção do conhecimento, o que pode ser alcançado através de atividades práticas, uso de recursos tecnológicos e discussões em grupo.

Descreveremos aqui, com mais alguns detalhes, as fases de aprendizagem, que são cinco sequências de ensino propostas por Van Hiele. Segundo Kaleff *et al.* (1994, p. 6) “o ensino

desenvolvido de acordo com essa sequência favorece a aquisição de um nível de pensamento em um determinado tópico de geometria”.

FASE 1 - QUESTIONAMENTO ou INFORMAÇÃO: Professor e alunos estabelecem um diálogo versando sobre o material de estudo deste nível. Neste diálogo são feitas observações, questões são levantadas, e o vocabulário específico do nível é introduzido. Nesta fase o professor percebe quais os conhecimentos anteriores que os alunos têm do assunto, e estes percebem qual direção os estudos tomarão.

FASE 2 – ORIENTAÇÃO DIRETA: Os alunos devem explorar o assunto de estudo através de materiais cuidadosamente selecionados pelo professor que os levarão gradualmente a se familiarizarem com as estruturas características deste nível. As atividades, em sua maioria, são tarefas de uma só etapa, que possibilitam respostas específicas e objetivas.

FASE 3 - EXPLICITAÇÃO: Com base nas experiências anteriores, os alunos refinam o uso de seu vocabulário, expressando verbalmente suas opiniões emergentes sobre as estruturas que observam. O papel do professor, nesta fase, deve ser mínimo, deixando o aluno independente na busca da formação do sistema de relações em estudo.

FASE 4 - ORIENTAÇÃO LIVRE: Nesta fase, as tarefas apresentadas ao aluno devem ser de múltiplas etapas, tarefas que possibilitam várias maneiras de ser completadas ou tarefas em aberto. É fundamental que o aluno ganhe experiência na busca de sua forma individual de resolver as tarefas, buscando sua própria orientação no caminho da descoberta de seus objetivos; desta maneira, muitas relações entre os objetos de estudo se tornam mais claras.

FASE 5 – INTEGRAÇÃO: Esta fase é de revisão e síntese do que foi estudado, visando uma integração global entre os objetos e relações com a consequente unificação e internalização num novo domínio de pensamento. O papel do professor nesta fase é o de auxiliar no processo de síntese, fornecendo experiências e observações globais, sem, todavia introduzir ideias novas ou discordantes.

Segundo Kaleff et al. (1994), “ao finalizar esta quinta fase, os alunos devem ter alcançado um novo nível de pensamento, estando aptos a repetir as fases de aprendizagem no nível seguinte”.

Nesse contexto, é importante compreender como o professor pode avaliar a transição dos alunos entre os níveis, considerando que a progressão se dá de maneira interligada,

permitindo a passagem de um nível n para um nível $(n + 1)$ apenas após a consolidação do conhecimento inerente ao nível anterior. Para isso, o professor pode utilizar ferramentas avaliativas variadas, como provas práticas e utilização de ferramentas digitais, buscando sempre um *feedback* contínuo. Além disso, promover a reflexão sobre o próprio processo de aprendizagem é essencial para que os alunos possam perceber seu progresso e identificar áreas que necessitam de mais atenção. Dessa forma, a avaliação se torna uma parte integrante do processo de ensino-aprendizagem, contribuindo para a formação de cidadãos críticos e autônomos.

A fim de determinar o nível de conhecimento geométrico dos alunos, de acordo com Souza (2014), foi elaborado por Usiskin em 1982 o teste CDASSG (Cognitive Development and Achievement in Secondary School Geometry). Nasser e Sant'Anna (1998) fizeram uma adaptação deste teste para língua portuguesa e o mesmo é composto por quinze questões, divididas em três grupos de atividades, de acordo com os níveis 1, 2 e 3 de van Hiele (Anexo A – Teste de van Hiele). As cinco primeiras questões do teste são relativas ao conhecimento inerente ao nível 1, as cinco questões seguintes são relativas ao nível 2 e por fim, as últimas cinco questões são referentes ao nível 3 do conhecimento geométrico. De acordo com Souza (2014, p. 24), “Nasser utilizou, como método de avaliação entre níveis, um percentual de 60% de acertos nas questões relativas a cada nível. Ou seja, um aluno só seria agrupado no nível n de van Hiele se acertasse pelo menos 60% das questões de cada nível k do teste, onde $k=1..., n$ ”. Ressaltamos que todas as questões do teste mencionado acima contêm apenas tópicos de Geometria Plana.

A preferência pelas pesquisas relativas aos níveis 1, 2 e 3 do pensamento geométrico vem desde a criação do modelo. De fato, de acordo com Kaleff et al. (1994), Van Hiele escreveu uma carta a Alan Hoffer em 1985, em que manifestava interesse particular pelos três primeiros níveis do desenvolvimento, os quais estão associados à matemática vista nas séries escolares até o início do Ensino Superior.

2.3 TRANSPOSIÇÃO DO MODELO DE VAN HIELE PARA GEOMETRIA ESPACIAL

Gutierrez (1992) afirma que durante muitos anos, as pesquisas na área de Educação Matemática que fizeram uso da Teoria de Van Hiele estiveram centradas no estudo da Geometria Plana. No entanto, este autor propôs uma expansão dos níveis de Van Hiele para a

Geometria Tridimensional e realizou um experimento didático com alunos de 11 e 12 anos. Através do uso de materiais concretos, representação de sólidos em folhas de papel e um programa de computador, ele estabeleceu características do pensamento geométrico espacial buscando analogias com os quatro primeiros níveis de Van Hiele.

Gutierrez (1992) explora a relação entre a geometria tridimensional e os níveis de raciocínio do modelo de Van Hiele, mostrando como os alunos desenvolvem suas habilidades geométricas ao longo do tempo. O modelo também é dividido em cinco níveis, cada um representando um estágio de compreensão e raciocínio geométrico. Gutierrez (1992) caracteriza o primeiro nível da seguinte forma:

Nível 1 - Reconhecimento: A comparação entre figuras espaciais é baseada numa percepção global das formas dos sólidos ou de um elemento particular (face, aresta, vértice) sem atentar para propriedades como medida de ângulos, comprimento de arestas, paralelismo, etc. Quando algumas dessas características matemáticas aparecem na resposta de um aluno, isso tem um papel visual (Gutiérrez, 1992, p. 36-38).

No nível 1, Reconhecimento, os alunos reconhecem as formas e figuras geométricas, eles podem identificar e nomear sólidos geométricos tridimensionais, como cubos, esferas e pirâmides, ao observar um conjunto de modelos físicos ou imagens.

Nível 2 - Análise: A comparação entre figuras espaciais é baseada numa percepção global dos sólidos ou de seus elementos, levando à verificação de diferenças em propriedades matemáticas isoladas (como medidas de ângulos, comprimento de arestas, paralelismo, etc.), percebidas pela observação dos sólidos ou reconhecidas pelo nome do sólido. A observação é a base principal para as explicações dos alunos (Gutiérrez, 1992, p. 36-38).

No nível 2, Análise, os alunos podem por exemplo, distinguir um cubo de outro hexaedro que não seja regular (um tronco de pirâmide de base quadrangular, por exemplo), através da observação do paralelismo de arestas, presente no primeiro sólido e ausente no segundo.

Nível 3 - Dedução Informal: A fim de decidir se dois sólidos são ou não congruentes, é feita uma análise matemática dos sólidos e de seus elementos antes de qualquer movimento (físico ou mental). As respostas dos alunos incluem justificativas informais baseadas em propriedades matemáticas isoladas do sólido; essas propriedades podem ser observadas nas representações dos sólidos ou conhecidas através de sua estrutura matemática (Gutiérrez, 1992, p. 36-38).

No nível 3 de Dedução Informal, os alunos podem argumentar que dois prismas retos e retangulares são congruentes se suas dimensões (comprimentos, largura e altura) forem iguais, utilizando justificativas informais para explicar por que isso é verdade.

Nível 4 - Dedução Formal: Também nesse nível, os alunos analisam os sólidos antes de qualquer manipulação. O raciocínio dos alunos é baseado na estrutura matemática dos sólidos ou de seus elementos, incluindo propriedades não vistas, mas deduzidas formalmente de definições ou outras propriedades (Gutiérrez, 1992, p. 36-38).

No nível 4 de Dedução Formal, um aluno é capaz de utilizar teoremas e provas formais para demonstrar que o volume de um cilindro circular reto pode ser calculado pela fórmula $V = \pi r^2 h$, apresentando uma prova que envolve o Princípio de Cavalieri e a decomposição do cilindro em formas mais simples, como discos.

Gutierrez (1992) propõe que, do mesmo modo como ocorre em relação à Geometria Plana, a progressão através dos níveis de Van Hiele no campo da Geometria Espacial não é linear, mas sim um processo contínuo. Os alunos podem se mover entre os níveis de acordo com suas experiências de aprendizado e a qualidade do ensino que recebem.

McGee (1979) define competências viso-espaciais como sendo uma coleção de habilidades associadas à inteligência humana, definidas pela “capacidade de realizar ações como a manipulação mental, rotação, torção e inversão de um objeto previamente apresentado” (McGee, 1979, p. 893, tradução nossa).

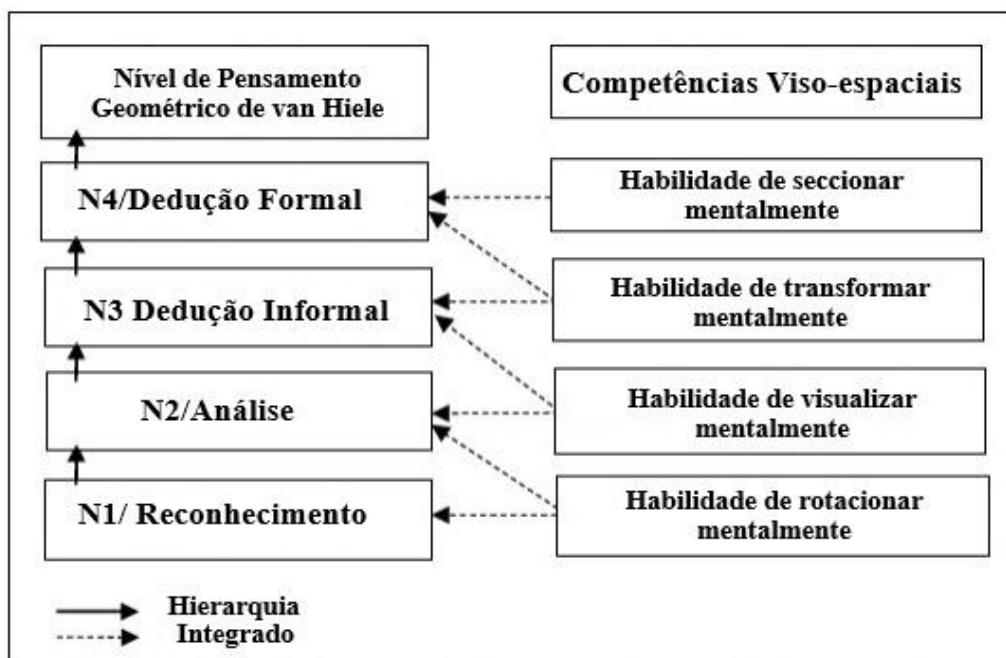
Para Allen (1999, *apud* Golledge et al., 2000), as competências viso-espaciais se estratificam em três tipos: a Visualização Mental, a Rotação Mental e a Orientação Espacial. A Visualização Mental consiste na capacidade do indivíduo de imaginar ou antecipar a aparência de um objeto após uma transformação efetuada sobre ele (por exemplo, uma dobradura de papel). A Rotação Mental envolve a capacidade de determinar, mentalmente, se duas figuras são representações de um mesmo objeto, a menos de mudança da perspectiva do indivíduo que observa este objeto. Por fim, a Orientação Espacial consiste na capacidade de um observador de antecipar a aparência de um objeto a partir de uma perspectiva proscrita. Um exemplo de situação envolvendo a competência de Orientação Espacial seria a de uma pessoa rodeada por 4 câmeras que registraram simultaneamente uma foto dela, e a partir dessas fotografias, se determinar qual câmera registrou cada uma das fotos.

Wahab et al. (2017) organizaram as competências viso-espaciais em 4 ações mentais, a saber: (i) Rotacionar; (ii) Visualizar; (iii) Transformar; (iv) Seccionar. Mais precisamente:

- (i) Rotacionar: Capacidade de visualizar objetos em diferentes perspectivas sem a necessidade de visualizá-los fisicamente.
- (ii) Visualizar: Capacidade de imaginar mentalmente a aparência de um objeto em três dimensões que sofre uma transformação que não altera comprimentos e ângulos.
- (iii) Transformar: Capacidade de manipular mentalmente um objeto, após o mesmo sofrer uma transformação que afeta suas propriedades, relacionadas a comprimentos e ângulos.
- (iv) Seccionar: Capacidade de imaginar como um objeto seria dividido ou seccionado, identificando suas partes internas e externas.

Wahab et al. (2017) também propuseram uma integração destas competências aos níveis de pensamento geométrico de Van Hiele. “Os níveis de pensamento geométrico de Van Hiele são hierárquicos, enquanto o domínio das competências viso-espaciais não estão relacionados entre si, mas têm seus próprios critérios que representam certas habilidades” (Wahab et al. 2017, p.823, tradução nossa). O diagrama a seguir estabelece como as competências viso-espaciais propostas por Wahab et al. (2017) se integram aos níveis hierárquicos do pensamento geométrico de Van Hiele:

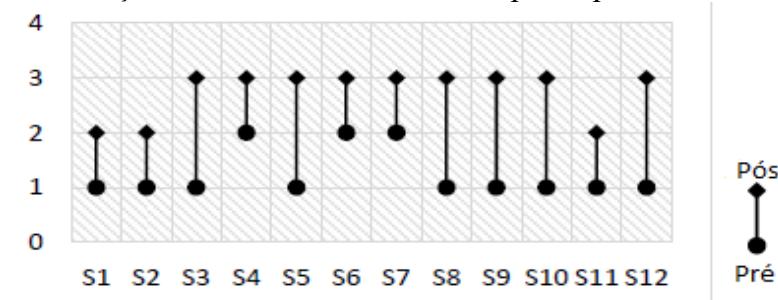
Figura 5: Relação entre os níveis de Van Hiele e as competências viso-espaciais.



Fonte: Adaptado de Wahab et al. (2017, p. 824).

Wahab et al. (2017) também elaboraram uma sequência de atividades buscando aprimorar as competências viso-espaciais e de pensamento geométrico, denominada LSPE-SUM. As atividades foram projetadas através de instruções passo a passo, utilizando o *software* dinâmico SketchUp. O experimento foi testado duas vezes num período de 3 semanas, participando dele 12 estudantes secundaristas. Os autores aplicaram, antes e depois das atividades, o Teste de Van Hiele e outros 4 testes para avaliar as competências de rotacionar, visualizar, transformar e seccionar mentalmente. Estes últimos testes foram elaborados com base em outros já existentes na literatura para avaliar estas competências. A Figura 6 a seguir ilustra os resultados obtidos relacionados à evolução do nível de pensamento geométrico do modelo de Van Hiele:

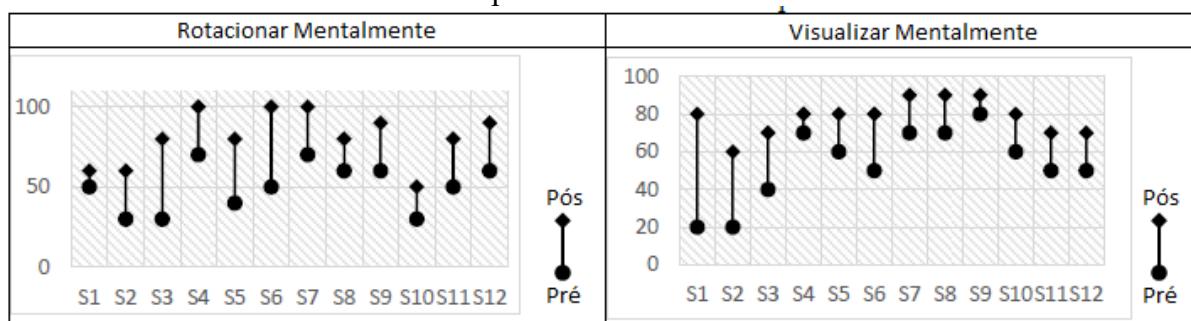
Figura 6: Evolução do nível de Van Hiele dos participantes do LSPE-SUM.



Fonte: Wahab et al. (2017, p. 837).

Observamos que os 12 participantes evoluíram seu nível de pensamento geométrico, alguns se movendo para o nível 2, outros para o nível 3. A Figura 7 traz os resultados referentes aos testes de rotação e visualização mental, competências estas que estão inteiramente interligadas aos níveis de 1 a 3 de pensamento geométrico:

Figura 7: Análise do percentual de acerto nos testes de rotação e visualização mental antes e após o LSPE-SUM.



Fonte: Wahab et al. (2017, p.837).

Repare que os 12 estudantes aprimoraram a capacidade de rotacionar e visualizar mentalmente, porém não ocorrendo de maneira uniforme. Por exemplo, o aluno S1 teve uma melhora tímida no acerto no teste de rotação mental e uma melhora expressiva no teste de visualização mental.

Com relação à aprendizagem da Geometria Espacial no Ensino Médio, o nível de desenvolvimento do pensamento geométrico esperado no modelo de Van Hiele geralmente é o Nível 3 (Dedução informal). Isto se reflete nas questões desse tema abordadas no ENEM. De fato, Oliveira e Cristóvão (2022) analisaram 22 provas do ENEM aplicadas no período de 2009 a 2019, quantificaram e classificaram as questões de Geometria Espacial de acordo com o nível de pensamento geométrico necessário para serem resolvidas. Todas as questões observadas requeriam dos alunos um nível de pensamento geométrico não superior ao Nível 3. Neste período de tempo, o ENEM contemplou um total de 106 questões de Geometria Espacial, das quais, 13 correspondiam ao Nível 1, 30 de Nível 2 e 63 de Nível 3 (Oliveira e Cristóvão, 2022).

Figura 8: Questão do ENEM relativa ao Nível 1 do Pensamento Geométrico.

QUESTÃO 147 • • • • • • • • • • • • • • • • • •

A figura seguinte mostra um modelo de sombrinha muito usado em países orientais.



Disponível em: <http://mdmat.psic.ufgs.br>. Acesso em: 1 maio 2010.

Esta figura é uma representação de uma superfície de revolução chamada de

- A pirâmide.
- B semiesfera.
- C cilindro.
- D tronco de cone.
- E cone.

Fonte: Oliveira e Cristóvão (2022, p. 6).

A Figura 8 traz um exemplo que corresponde ao Nível 1 (Reconhecimento) do pensamento geométrico de Van Hiele. Observe que para responder corretamente à referida questão, o estudante não precisa se ater apenas a características globais da figura e não de propriedades relacionadas a medidas de ângulos, comprimento de arestas, ou paralelismo. No caso, as alternativas B, C e D poderiam ser descartadas pelo fato da esfera, o cilindro e o tronco

de cone não possuírem “pontas” (vértices), enquanto o item A poderia ser descartado pelo fato da pirâmide não possuir um círculo compondo suas faces.

Na análise realizada por Oliveira e Cristóvão (2022), as 30 questões classificadas pelos autores como sendo de Nível 2 (Análise) se apresentam através de três padrões mais recorrentes: (i) a planificação de sólidos geométricos mais elaborados, com ênfase em paralelismos; (ii) uso de vistas laterais ou projeções de “caminhos” sobre a superfície de sólidos geométricos; (iii) problemas que exigem do aluno grande habilidade de visualização espacial. Na Figura 9 apresentamos um exemplo de questão associada pelos autores como sendo do Nível 2 do pensamento geométrico, pois demanda do discente “a necessidade de se atentar a propriedades como comprimento e paralelismo, características do Nível 2” (Oliveira; Cristóvão, 2022, p. 111).

Figura 9: Questão do ENEM relativa ao Nível 2 do Pensamento Geométrico.

QUESTÃO 166

Uma empresa necessita colorir parte de suas embalagens, com formato de caixas cúbicas, para que possa colocar produtos diferentes em caixas distintas pela cor, utilizando para isso um recipiente com tinta, conforme Figura 1. Nesse recipiente, mergulhou-se um cubo branco, tal como se ilustra na Figura 2. Desta forma, a parte do cubo que ficou submersa adquiriu a cor da tinta.

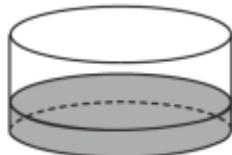


Figura 1

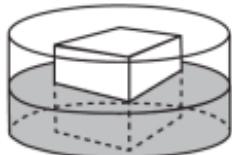
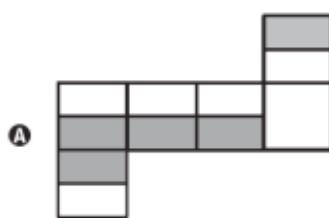


Figura 2

Qual é a planificação desse cubo após submerso?



- B**
- C**
- D**
- E**

Fonte: Oliveira e Cristóvão (2022, p. 35).

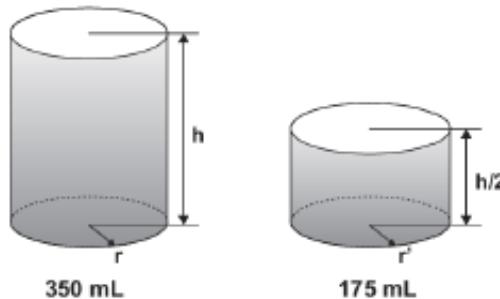
As questões do Nível 3 (Dedução Informal) se configuraram como as mais frequentes nas edições do ENEM observadas na pesquisa de Oliveira e Cristóvão (2022), totalizando 63 das 106 questões de Geometria Espacial percebidas na análise. Problemas associados ao Nível 3 em Geometria Espacial requerem dos alunos a construção de argumentos lógicos, mesmo que de um ponto de vista informal, fazendo uso de propriedades das representações dos sólidos a

fim de obter validações de natureza teórica. Oliveira e Cristóvão (2022, p. 112) ressaltam que “no ENEM, as questões desse nível estão bastante voltadas para os tópicos de medidas, dessa forma os cálculos foram considerados como validações teóricas. Nessas questões, a percepção visual não é suficiente para chegar às respostas desejadas”. A Figura 10 ilustra uma das questões do ENEM classificadas pelos autores como sendo de Nível 3.

Figura 10: Questão do ENEM relativa ao Nível 3 do Pensamento Geométrico.

QUESTÃO 141

Um fabricante de bebidas, numa jogada de *marketing*, quer lançar no mercado novas embalagens de latas de alumínio para os seus refrigerantes. As atuais latas de 350 mL devem ser substituídas por uma nova embalagem com metade desse volume, conforme mostra a figura:



De acordo com os dados anteriores, qual a relação entre o raio r' da embalagem de 175 mL e o raio r da embalagem de 350 mL?

Fonte: Oliveira e Cristóvão (2022, p. 81).

A resolução desta questão “exige a utilização de validações teóricas para a obtenção da resposta, além do conhecimento prévio de conceitos como a fórmula para o cálculo do volume de um cilindro” (Oliveira e Cristóvão, 2022, p. 113).

CAPÍTULO 3: TECNOLOGIA DIGITAIS NO ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL

3.1 USO DAS TECNOLOGIA DIGITAIS NA EDUCAÇÃO

O uso das tecnologias digitais vem provocando o que poderíamos chamar de uma revolução em vários setores da atividade humana e sua influência na vida moderna é cada vez maior. Essas tecnologias estão transformando o mundo, facilitando a comunicação por meio de redes sociais, modificando e agilizando as relações de emprego e trabalho, proporcionando entretenimento através de diversos aplicativos, dentre outras coisas.

Os novos paradigmas para a educação contemplam a inserção de novas tecnologias em ambientes que valorizam a inovação como etapas fundamentais do processo de ensino e aprendizagem. Segundo essa linha, as tecnologias digitais, dentro dos ambientes escolares, estão cada vez mais presentes, podendo influenciar a dinâmica escolar de maneira significativa.

A inclusão de ferramentas digitais, como lousas digitais, aplicativos educacionais, ambientes virtuais de aprendizagem (AVA) e recursos multimídias, podem possibilitar uma abordagem mais dinâmica e interativa das aulas. Essas novas práticas não apenas podem facilitar o acesso ao conhecimento, mas também costumam estimular a curiosidade e o engajamento dos estudantes.

Para estes autores, a diversidade de materiais que os professores disponibilizam aos estudantes os permitem alcançar níveis mais elevados de pensamento geométrico, ao envolver a manipulação, o desenho, a visualização e a construção de imagens mentais sobre os objetos estudados. Dentre estes recursos didáticos situamos as tecnologias digitais (TD) (Santos; Nacarato 2001, apud Silva; Pazuch, 2024).

A utilização de celulares dentro do ambiente escolar pode ser considerado como uma ferramenta de auxílio pedagógico forte, pois pode contribuir para o aumento da participação dos estudantes em sala de aula, porém a sua utilização tem levado grande discussão sobre a efetividade da aprendizagem dos alunos, o que se vê, muitas vezes, é a utilização em excesso em redes sociais e jogos, e não a utilização do mesmo para atividades escolares, o que acaba sendo prejudicial, pois tira a atenção das atividades educacionais e nas interações dos alunos.

A tecnologia facilita a criação de um ensino mais alinhado com a realidade dos alunos, adaptando-se às necessidades e aos contextos atuais. As ferramentas digitais permitem que o conteúdo seja passado de forma significativa e que os professores organizem suas aulas de forma mais sistemática, integrando diversos recursos e fontes de informação. Isso torna o

aprendizado mais consistente com o mundo moderno, além de apoiar uma educação mais contextualizada e relevante para os alunos.

Segundo Silva e Bairral (2019),

Com a significativa presença das tecnologias móveis em nossas vidas, os aplicativos se tornaram populares e ajudam as pessoas a organizar o seu dia a dia e a se conectar com o mundo. É evidente a importância da tecnologia em nosso cotidiano e também é relevante que façam parte dos processos de ensino e de aprendizagem (Silva e Bairral, 2019, p.30).

Segundo Costa (2018. p. 4), 36% dos professores acreditam que os seus alunos desenvolveram a criatividade, por meio de tecnologia digitais. A tecnologia auxilia de forma criativa as aulas, pois alunos e professores tem uma variedade de ferramentas que incentivam a criatividade, como aplicativos, vídeos e sites.

A tecnologia pode estimular um ambiente de integração e comunicação entre os alunos, professores e comunidade externa. Plataformas de aprendizagem colaborativa, aplicativos de mensagens e videoconferências permitem que os alunos compartilhem ideias. Segundo Costa (2018), relata que nos EUA 29% dos estudantes e professores acreditam que o uso de dispositivos móveis aplicados à educação incentivou a resolução de problemas e o pensamento crítico. Ferramentas digitais facilitam a organização e a realização de projetos que desativam pesquisa, planejamento e execução. A tecnologia também oferece acesso a uma grande variedade de informações e perspectivas, melhora o pensamento crítico e a reflexão. Ao trabalhar com projetos, os alunos são estimulados a explorar os temas.

Segundo Monzon e Basso, “resolver um problema é explorar seus conhecimentos já adquiridos e criar estratégias para resolver algo novo, assim, conjecturando novos conceitos e concluindo ideias” (2019. p. 277).

A tecnologia oferece ambientes virtuais e simuladores, que quando utilizados de maneira eficaz, estimulam os alunos a explorar conceitos complexos de maneira interativa e envolvente. Esses ambientes imersivos permitem que os estudantes vivenciem simulações de situações do mundo real.

Segundo Laborde *et al* (2006), é importante a transferência do ambiente do computador para o mundo fora do computador (Monzon, 2019, p. 278) promovendo assim, uma aprendizagem mais prática e significativa.

A utilização das tecnologias no contexto escolar representa uma transformação significativa na maneira como o ensino e a aprendizagem são vivenciados. Embora a utilização de dispositivos móveis como celulares levanta preocupações sobre a possibilidade de distrações, é inegável que, quando utilizados de maneira adequada, eles podem ser poderosos aliados na educação.

A promoção de um ensino contextualizado, bem como o estímulo ao pensamento crítico e à resolução de problemas, são aspectos essenciais que demonstram os benefícios das tecnologias digitais. Portanto, a adoção e a interação consciente dessas ferramentas não apenas potencializam o aprendizado, mas também prepara os alunos para navegar com eficiência em um mundo em constante evolução, tornando-os agentes ativos de suas próprias aprendizagens. Esse cenário, portanto, nos instiga a repensar nossas práticas pedagógicas, buscando sempre a melhoria na formação dos indivíduos para que possam se destacar e contribuir para a sociedade.

3.2 IMPRESSORA 3D

As tecnologias digitais estão cada vez mais presentes no nosso cotidiano, o que torna o ser humano mais dependente delas, seja para conversar, ouvir música, jogar, acessar contas de banco e até desenvolver objetos.

Neste desenvolvimento, a tecnologia da impressora 3D tem auxiliado em muito na evolução de diversas áreas, desde obras de arte, sendo utilizada também na medicina, na engenharia, na construção civil, entre outras aplicações.

Apesar de parecer atual, Cunico (2015, p.2) relata que o início do desenvolvimento das impressoras 3D remonta aos anos 80, e afirma que “nesta época, estas tecnologias tinham como objetivo principal, a construção de protótipos de maneira rápida, sem a necessidade de construção e utilização de moldes, ou mesmo de remoção de material, como fresas e tornos”.

Sobre a utilização da impressão 3D ou de manufatura aditiva, Cunico (2015, p.2) diz que ela tem como principal objetivo básico de funcionamento, a geração de objetos tridimensionais (3D) através de processo de adição de material camada por camada.

Essa tecnologia, ao permitir a criação de protótipos e modelos tridimensionais, abre caminho para novas metodologias de ensino que incentivam a aprendizagem ativa e a exploração criativa dos alunos.

Entre as diversas inovações, a impressora 3D se destaca como uma ferramenta poderosa na educação. Ela oferece aos alunos a oportunidade de transformar conceitos teóricos em objetos físicos, tornando o aprendizado mais concreto e acessível. Ao criar modelos tridimensionais, os alunos podem visualizar e manipular suas ideias, o que facilita a compreensão de disciplinas como ciências, matemática e design. Essa experiência prática não apenas reforça o aprendizado, mas também incentiva a criatividade e a inovação.

Por fim, a utilização da impressora 3D pode também fomentar competências colaborativas e habilidades de trabalho em equipe. Projetos que envolvem a criação conjunta de objetos incentivam os alunos a trabalharem em grupo, discutindo ideias, enfrentando desafios e desenvolvendo soluções em conjunto. Essa experiência não apenas aprimora as habilidades sociais, mas também prepara os alunos para ambientes de trabalho onde a colaboração e a inovação são cada vez mais valorizadas.

3.3 GEOGEBRA

Geogebra é um software de matemática interativa que combina geometria, álgebra, cálculo e estatística em uma única plataforma. Desenvolvido inicialmente por Markus Hohenwarter e Judith Hohenwarter em 2001, o geogebra é amplamente utilizado por educadores e alunos em todo o mundo para explorar conceitos matemáticos de forma dinâmica e visual.

A elaboração do trabalho de Markus foi parte da tese de doutorado na Universidade de Salzburgo, na Áustria. Ele o concebeu e desenvolveu com a intenção de criar um instrumento apropriado para o ensino da Matemática, integrando procedimentos geométricos e algébricos. Essa abordagem visa promover um aprendizado mais eficaz e significativo, permitindo que os alunos visualizem os conceitos matemáticos de forma dinâmica e interativa.

O Geogebra permite que os usuários criem construções geométricas e manipulem objetos matemáticos em tempo real, facilitando a compreensão de conceitos complexos, tornando uma ferramenta versátil para o ensino e aprendizado. No site, o Geogebra.org, existe a possibilidade de se mudar de calculadoras, escolhendo a melhor para desenvolver o projeto que está sendo elaborado.

O Geogebra é um software livre e disponível em várias plataformas, sendo uma ferramenta para o professor nas aulas de matemática, com sua interface intuitiva e interativa oferecendo aos alunos formas de explorar as propriedades de figuras geométricas, de criar formas, rotacionar sólidos e visualizar as figuras tanto planas quanto espacial, nas suas janelas 3D. Além disso, ele também apresenta uma janela de álgebra que mostra as ferramentas utilizadas na janela de visualização 3D.

Segundo Hohenwarter (2001. p.7)

A interface do usuário do GeoGebra consiste em uma visualização gráfica, uma visualização algébrica e uma visualização de planilha. Por um lado, você pode operar as ferramentas geométricas fornecidas com o mouse para criar construções geométricas na visualização gráfica. Por outro lado, você pode inserir diretamente entradas algébricas, comandos e funções na barra de entrada usando o teclado. Enquanto o gráfico representação de todos os objetos é exibida na visualização gráfica, seus valores algébricos a representação numérica é mostrada na visualização de álgebra (Hohenwarter, 2001. p.7, Tradução nossa)

A calculadora de geometria do Geogebra é projetada para facilitar a criação e manipulação de construções geométricas de forma interativa. Os principais componentes e características dessa interface incluem a janela gráfica e a janela de álgebra. Além, dos campos de ferramentas que disponibilizam todos os comandos de construções.

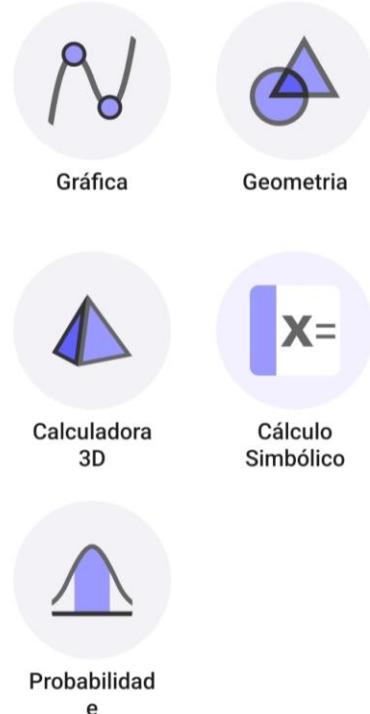
A calculadora 3D do Geogebra foi desenvolvida para a versão 5.0 do software, foi finalizada em meados de 2013, contém o plano 3D (XYZ), com retas graduadas, em sua interface sendo a base do plano XY, na lateral esquerda da janela de entrada, incluindo o botão de ferramentas. Também está disponível uma combinação de ferramentas básicas que podem ser utilizadas para criar os objetos na janela 3D. Na janela de álgebra, os objetos podem ser desenvolvidos; no entanto, o usuário deve descrever na entrada qual objeto deseja criar e seguir a sequência que o aplicativo indica para a construção.

Além disso, é possível trabalhar com o Geogebra pelo celular, que oferece duas opções: acesso à internet pelo site ou baixar o aplicativo no *play store* para celulares com sistema android ou App Store para celulares com sistema IOS. Em celulares, o aplicativo *Suite*

GeoGebra Calculadora se divide nas calculadoras gráfica, geométrica, 3D, Cálculo Simbólico e Probabilidade (vide Figura 11).

Figura 11: Tela Inicial do Suite GeoGebra Calculadora

Escolha a Calculadora

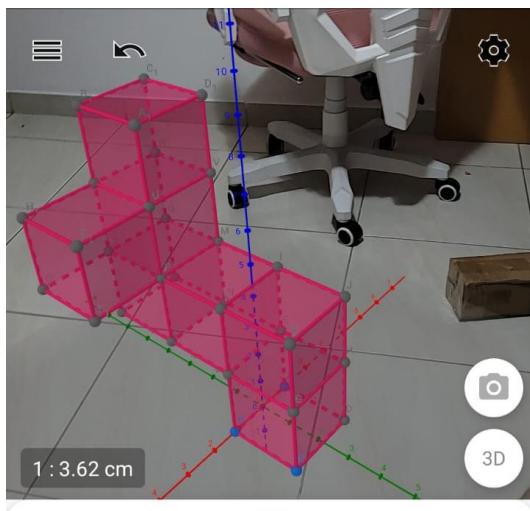


Fonte: Elaborado pelo autor.

A principal diferença entre a interface do aplicativo para a tela do computador é a localização da caixa de entrada e dos botões de álgebra e ferramenta, que estão na parte inferior da tela do aplicativo, enquanto na versão para computador localizam-se na parte esquerda da tela.

Na calculadora 3D, também é possível trabalhar com a configuração de Realidade Aumentada (AR). Com esta configuração, os objetos criados são visualizados externamente, mostrando que os objetos como se estivessem fora da tela do celular (vide Figura 12).

Figura 12: Sólido criado no GeoGebra 3D e apresentado no modo AR.



Ferramentas Básicas

[MAIS](#)

Fonte: Elaborado pelo autor.

O Geogebra se destaca como uma ferramenta importante no ensino e aprendizagem da matemática, promovendo uma interação rica e dinâmica entre os alunos e os conceitos matemáticos. Ao permitir que os usuários experimentem e manipulem objetos em 2D e 3D, essa plataforma não só facilita a compreensão de teorias complexas, mas também incita a curiosidade e a criatividade. A interface intuitiva e as operações de personalização tornam o Geogebra acessível a um amplo público, desde iniciantes até usuários mais experientes, o que o torna uma escolha preferencial para educadores e estudantes.

Além disso, a inclusão da Realidade Aumentada (AR) no Geogebra amplia ainda mais suas aplicações, permitindo que os alunos visualizem construções matemáticas em um espaço tridimensional real, interagindo de forma mais envolvente com o conteúdo. O uso das calculadoras de geometria 3D, tanto em dispositivos móveis quanto em desktops, demonstra a flexibilidade da ferramenta, adaptando-se a diferentes contextos de aprendizado e necessidades educacionais. Essa versatilidade garante que o Geogebra continue a ser uma plataforma inovadora, contribuindo para um ensino da matemática mais dinâmico e acessível a todos.

Monzon e Basso (2019) desenvolveram uma pesquisa que utilizou o GeoGebra e a Impressora 3D como recursos didáticos, junto a doze alunos de Ensino Médio que cursavam uma disciplina eletiva. Os alunos foram instigados com a seguinte situação problema, envolvendo o brinquedo ilustrado na Figura 13:

Uma peça de brinquedo de encaixe da minha filha foi perdida, cujo brinquedo encontra-se a sua disposição na sala. A respectiva entrada da peça perdida é um triângulo equilátero. Para ter o brinquedo completo, quero imprimir essa peça perdida. Faça o projeto dessa peça no Geogebra e anexe aqui o arquivo em imagem e também ggb (Monzon e Basso, 2019, p. 279).

Figura 13: Brinquedo que contextualiza o problema proposto.



Fonte: Monzon e Basso (2019)

Uma atividade como esta proposta por Monzon e Basso (2019) pode trazer uma experiência muito mais rica e interativa em comparação com uma aula convencional de geometria, que utiliza apenas a tradicional lousa. Ao trabalhar com programas como o Geogebra, os alunos têm a oportunidade de visualizar e manipular formas geométricas de maneira dinâmica, o que facilita a compreensão de conceitos abstratos.

Além disso, esta atividade contextualiza a Geometria, permitindo que os alunos apliquem seus conhecimentos para resolver problemas reais, como criar uma peça de brinquedo, tornando o aprendizado mais significativo. Essa abordagem fomenta a criatividade, a autonomia e o pensamento crítico, ao mesmo tempo que torna a aula mais envolvente e motivadora, estimulando o interesse pela matemática de forma mais efetiva.

Conforme os alunos iam construindo a peça triangular em diferentes grupos, os pesquisadores iam fazendo perguntas para compreender as estratégias usadas, como por exemplo, como o triângulo equilátero foi construído e como o software foi utilizado nesta

construção. Em uma segunda etapa, os alunos foram desafiados a produzir a peça de forma vazada, para gastar a menor quantidade possível de filamento da Impressora 3D (menor volume possível) de modo que ela ainda se encaixe no orifício do brinquedo. A Figura 14 ilustra as peças que foram impressas pelos estudantes.

Figura 14: Peças impressas na atividade aplicada por Monzon e Basso (2019).



Fonte: Monzon e Basso (2019)

De acordo com Monzon e Basso (2019), os alunos não tiveram contato com a peça original do brinquedo e nenhum deles produziu uma peça igual à original, mas “apresentaram um gama de diferentes resultados, como prismas triangulares, pirâmides, peças vazadas por uma das faces, ou com o orifício de outro prisma, ou ainda dois triângulos interligados por um cubo” (p.284). De acordo com os autores, a experiência didática demonstrou as possibilidades de uso de tecnologias digitais em sala de aula, possibilitando aos estudantes desenvolver seus pensamentos e aplicar conceitos de geometria em objetos físicos, criados através de meios digitais.

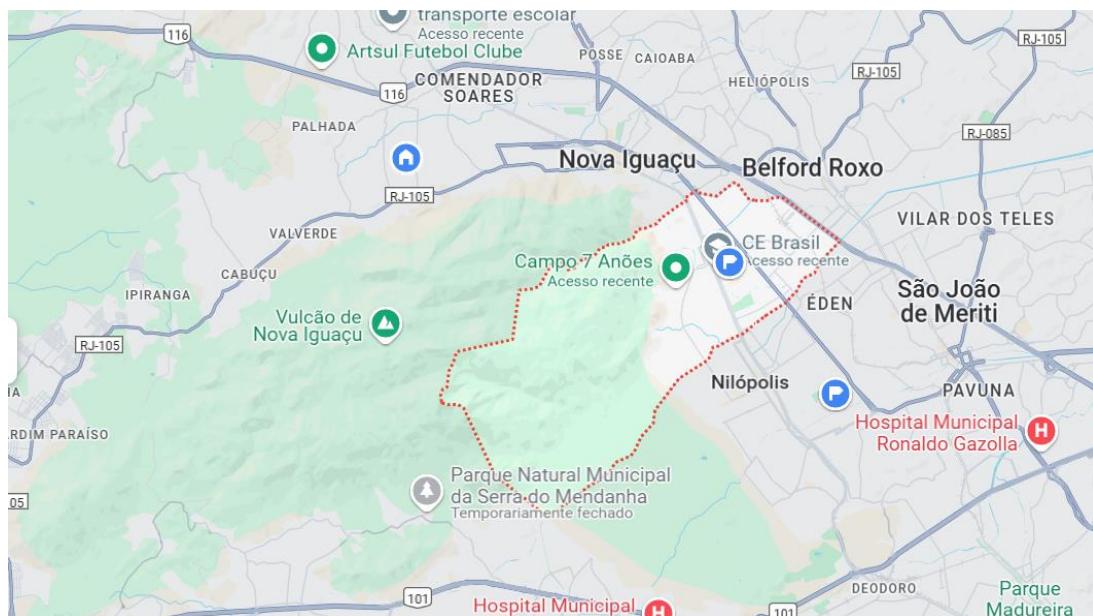
CAPÍTULO 4 - METODOLOGIA DA PESQUISA

4.1 LOCAL E PÚBLICO ALVO DA PESQUISA

A pesquisa aplicada foi desenvolvida no Colégio Estadual Brasil, localizado no bairro Centro, na cidade de Mesquita, no estado do Rio de Janeiro, situada na região conhecida como Baixada Fluminense (vide Figura 15), parte da região metropolitana do estado. Sua emancipação da cidade de Nova Iguaçu, que também se encontra na Baixada Fluminense, ocorreu em 1999. (Lima, 1999, p. 20)

Segundo Lima (1999, p.20), o nome “Mesquita” é uma homenagem a Jerônimo José de Mesquita (1826-1886), ou simplesmente Barão de Mesquita, fazendeiro do Império que possuía terras na região. Mesquita possui área de 41.169 km², uma população residente de 167.127 pessoas, densidade demográfica 4.059,54 hab/km² e IDH de 0,737, dados do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE). É considerada a cidade “caçula” da Baixada Fluminense, pois sua emancipação do Município de Nova Iguaçu ocorreu em 25 de setembro de 1999 (Lima, 1999, p. 57; apud Silva, 2011, p. 25)

Figura 15: Município de Mesquita



Fonte: Google Maps (2024)

O Colégio Estadual Brasil (Figura 16), também chamado de CE Brasil por sua comunidade escolar, funciona nos três turnos: manhã, tarde e noite. Com um quantitativo de 727 alunos matriculados no Ensino Médio, 114 alunos matriculados na Educação de Jovens e Adultos e 11 alunos matriculados na Educação Especial, o colégio contou com a participação de 115 de seus alunos no ENEM realizado em 2024. Em 2023, o Índice de Desenvolvimento da Educação Básica - IDEB registrado pela escola foi de 3,8. O colégio possui em seu quadro de servidores um total de 57 professores, uma diretora geral, duas adjuntas, quatro auxiliares de serviços, seis cozinheiras e dois porteiros, atuando de segunda a sexta-feira.

Figura 16: Frente do Colégio Estadual Brasil



Fonte: Google Maps (2024)

A escola recentemente foi contemplada com o Projeto Cultura Maker, recebendo no seu terceiro andar, uma sala tecnológica, chamada de “Sala Maker” (vide Figura 17). A Sala Maker é composta por duas estantes de ferro, contendo livros de projetos de robótica, uma Smart TV, uma impressora 3D, um PC Gamer, um armário (torre) com 21 Chromebooks e um estúdio de fotografia, além de internet própria. Esta sala, que antes da reforma era um laboratório de informática e química abandonado, atualmente tem mobília diferenciada, com mesas individuais e mesas grandes para o desenvolvimento de projetos. A sala foi criada para que os projetos desenvolvidos possam ser realizados em um ambiente distinto das salas de aula tradicionais.

Como destaca Andrade (2023),

A cultura maker ou cultura do fazer considera que todos são capazes de criar projetos com as próprias mãos, utilizando a criatividade e os recursos disponíveis (sejam eles analógicos ou tecnológicos). (...) Na educação, a cultura maker se manifesta por meio do “aprender fazendo”, ou seja, com o desenvolvimento de práticas pedagógicas com vistas ao desenvolvimento integral do aluno, a partir de seu protagonismo ao construir, consertar e/ou modificar objetos (Andrade, 2023. p.2).

A sala Maker do CE Brasil está equipada com internet, 21 computadores (Chromebook), uma Smart TV, equipamento de estúdio de foto e uma impressora 3D, as aulas são conduzidas com a utilização dos seguintes recursos, a Smart TV os computadores, impressora 3D, projetor do projetor, celulares dos alunos, folhas de papel com os conteúdos.

Figura 17: Sala Maker do CE Brasil.



Fonte: Autor, 2024.

A interação em um ambiente maker pode promover o desenvolvimento de habilidades colaborativas e criativas. Os alunos são incentivados a trabalhar em equipe, enfrentar desafios e buscar soluções, habilidades essenciais para o contexto atual e futuro.

Devido à localização do Colégio no Bairro Centro de Mesquita, próximo à estação de trem e com fácil acesso a demais transportes públicos, a escola é uma escolha popular entre pais e alunos. A instituição se destaca pela sua organização e pela comodidade de transporte. Porém, é importante ressaltar que os estudantes vêm de contextos sociais diversos: muitos residem nas imediações do colégio, que possuem uma realidade de vida mais confortável, enquanto outros vêm de bairros vizinhos considerados comunidades.

4.2 CARACTERIZAÇÃO DA PESQUISA

Nesta seção, iremos detalhar a metodologia empregada na unidade escolar, na qual o autor deste trabalho atua como regente.

Segundo Mattos (2020, p. 44), “metodologia é o estudo dos caminhos para chegar a um determinado fim”. Trata-se de uma pesquisa de natureza exploratória e de caráter qualitativo que, de acordo com Mattos (2020, p. 49), “a pesquisa exploratória tem como finalidade propiciar uma visão geral do tema. É considerada a parte inicial de uma investigação mais ampla”.

Para Minayo (2009, p. 21-22 apud Mattos 2020, p.49) a abordagem qualitativa tem preocupação em desenvolver conhecimentos particulares, ou seja, “ela trabalha com o universo de significados, motivos, aspirações, crenças, valores e atitudes”, utilizando-se das ações e relações humanas inerentes à subjetividade.

A pesquisa teve como finalidade analisar os impactos de uma sequência didática que se utilizou do Geogebra 3D e de uma impressora 3D no desenvolvimento do pensamento geométrico, a partir das experiências dos participantes.

Segundo Souza (2023, p.50 apud Fernandes, 2023, p. 33), por sequência didática, entende-se como uma “organização de uma sequência de aulas, geralmente planejadas para pesquisas relacionadas à Didática, podendo ser também uma produção para o próprio ensino”

Ao todo, 34 alunos participaram da pesquisa. Os procedimentos adotados foram os da pesquisa-ação. De acordo com Thiollent (1985, p. 15 *apud* Moreira, 2023, p. 36), a pesquisa-ação é “um tipo de pesquisa com base empírica que é concebida e realizada em estreita associação com uma ação ou com a resolução de um problema coletivo e no qual os pesquisadores e participantes representativos da situação ou do problema estão envolvidos de modo cooperativo ou participativo”

Sobre a organização do colégio no ano de 2022, com a reformulação do Ensino Médio, conforme a Lei nº 13.415/2017 trouxe mudanças para o ensino médio ao alterar a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional. Ela aumentou o tempo que os alunos precisam passar na escola, de 800 horas para 1000 horas por ano, até 2022. Além disso, a nova lei cria um

currículo mais flexível, que inclui uma Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e permite que os alunos escolham diferentes caminhos de aprendizado, chamado de itinerários formativos, focando em áreas de conhecimento e formação técnica. Segundo o Ministério da Educação, “A mudança tem como objetivos garantir a oferta de educação de qualidade a todos os jovens brasileiros e de aproximar as escolas à realidade dos estudantes de hoje, considerando as novas demandas e complexidades do mundo do trabalho e da vida em sociedade¹”. Sobre o itinerário formativo, diz:

Os itinerários formativos são o conjunto de disciplinas, projetos, oficinas, núcleos de estudo, entre outras situações de trabalho, que os estudantes poderão escolher no ensino médio. Os itinerários formativos podem se aprofundar nos conhecimentos de uma área do conhecimento (Matemáticas e suas Tecnologias, Linguagens e suas Tecnologias, Ciências da Natureza e suas Tecnologias e Ciências Humanas e Sociais Aplicadas) e da formação técnica e profissional (FTP) ou mesmo nos conhecimentos de duas ou mais áreas e da FTP. As redes de ensino terão autonomia para definir quais os itinerários formativos irão oferecer, considerando um processo que envolva a participação de toda a comunidade escolar²

Com essa mudança, o colégio começou a oferecer diversos itinerários formativos, incluindo Matemática e suas Tecnologias. A turma que participou da pesquisa optou por esse itinerário, resultando em um total ampliado de horas dedicadas ao estudo da Matemática. Sob a orientação do professor responsável, essa turma teve um total de 6 aulas semanais de 50 minutos cada, das quais 4 eram voltadas para Matemática, 1 para Orientação de Estudo e 1 para Cidadania Financeira. A idade dos estudantes variava de 16 anos até 18 anos, sendo a maioria deles alunos do colégio desde o ano anterior. Alguns deles já haviam sido alunos do professor pesquisador no ano anterior. De acordo com a organização curricular do Estado do Rio de Janeiro, é no 2º ano do Ensino Médio que são abordados os conteúdos de Geometria Espacial. Estes foram os motivos de implementar a pesquisa com esta turma.

A pesquisa foi realizada com os participantes no período de maio a novembro de 2024. Nas primeiras aulas, abordamos a questão de quem possuía celular e se a turma já tinha um grupo no WhatsApp, pois isso facilitaria a comunicação entre todos. Os alunos responderam afirmativamente, dizendo que já tinham um grupo no aplicativo. Em seguida, foram informados sobre sua participação em uma pesquisa acadêmica. Após a aprovação do Comitê de Ética em

¹ <https://www.gov.br/mec/pt-br/novo-ensino-medio-descontinuado/perguntas-e-respostas>

² <https://www.gov.br/mec/pt-br/novo-ensino-medio-descontinuado/perguntas-e-respostas>

Pesquisa da UFRRJ, registrado pela numeração CAAE: 76152523.1.0000.0311, parecer: 6.592.406 e a liberação do processo de numeração SEI-030039/004753/2023 pela Metropolitana VII da Secretaria de Educação do Estado do Rio de Janeiro (SEEDUC-RJ), eles receberam todas as informações sobre os procedimentos da pesquisa. Assim, os conteúdos bimestrais foram aplicados.

Segundo Marconi e Lakatos (2002 p. 125 *apud* Mattos, 2020, p. 212), testes “são instrumentos utilizados com a finalidade de obter dados que permitam medir o rendimento, a competência, a capacidade ou a conduta dos indivíduos, em forma quantitativa”. Mattos (2020) explica qual o objetivo de um teste, “Um teste mede a validade de algum aspecto ou compara alguma coisa” (Mattos, 2020, p. 212)

Foram criados 3 testes e 1 questionário para fazer a coleta de dados dessa pesquisa: um questionário intitulado Teste de Van Hiele, Teste de Visualização Mental, Teste de Rotação Mental e o Questionário de Avaliação das Atividades na Sala Maker com GeoGebra e a Impressora 3D. O segundo e o terceiro testes foram adaptados dos utilizados por Wahab *et al.* (2017), sendo que ao terceiro, foram inseridas algumas questões relativas à Visualização Mental cobradas no ENEM. Já o questionário buscou avaliar a percepção dos estudantes relativa às atividades desenvolvidas com o GeoGebra e a Impressora 3D.

Sendo assim, para um efeito de comparação e de efetividade da sequência didática, buscou-se aplicar os 3 testes antes e depois das atividades. O primeiro teste teve o intuito de medir qual o nível de Van Hiele em que os alunos se encontravam e diagnosticar o grau de compreensão dos conceitos geométricos, como as propriedades dos quadriláteros e a relação entre ângulos e formas. O pós-teste, por sua vez, teve o intuito de avaliar se os alunos avançaram na escala de Van Hiele. Já o teste de Visualização Mental (vide Apêndice 2), buscou medir a habilidade do indivíduo em visualizar e manipular mentalmente objetos tridimensionais a partir de representações bidimensionais, como planificação de cubos e outras figuras. As atividades do teste buscam estimular o raciocínio lógico e a resolução de problemas, desafiando os participantes a identificar as formas correspondentes e a prever resultados de manipulação espacial. Com o teste de Rotação Mental (vide Apêndice A), buscamos observar a capacidade dos alunos em reconhecer e identificar representações de diferentes perspectivas de um mesmo objeto tridimensional.

Após a aplicação dos pós-testes, foi aplicado com a turma o Questionário de Avaliação das Atividades na Sala Maker com GeoGebra e a Impressora 3D (vide Apêndice C) com questões abertas e fechadas. Este questionário, diferente dos testes, era não identificado, para que os alunos tivessem liberdade para responder às perguntas sem nenhum constrangimento. Com este questionário, buscamos entender a percepção dos alunos sobre a utilização da sala Maker e das aulas com o aplicativo GeoGebra e a impressora 3D.

CAPÍTULO 5 - RECURSO EDUCACIONAL

O desenvolvimento de recursos educacionais eficazes se torna um elemento essencial no processo de ensinar e aprender, especialmente em áreas como a Geometria. Este capítulo tem como objetivo apresentar as diretrizes para a elaboração de uma sequência didática que visa aprofundar o pensamento geométrico de alunos do 2º ano do Ensino Médio. Com a crescente demanda por metodologias que realmente envolvam os alunos, esta proposta se baseia na metodologia do modelo de Van Hiele, que fornece uma estrutura para o aprendizado em níveis progressivos. Essa abordagem busca conectar os conceitos matemáticos a situações práticas do cotidiano, tornando o processo de aprendizagem não apenas relevante, mas também mais acessível. A ideia é que os alunos consigam visualizar e aplicar os conceitos estudados em diferentes contextos, aumentando seu interesse e capacidade de compreensão.

5.1 TIPO DE RECURSO EDUCACIONAL

A elaboração do recurso educacional em questão é uma sequência didática, um conjunto organizado de atividades planejadas e interligadas, cujo propósito é desenvolver habilidades e conhecimentos em Geometria. Essa sequência foi cuidadosamente elaborada para estimular a exploração dos conceitos de Geometria Plana e Espacial, promovendo um ambiente de aprendizagem interativo e dinâmico. Os alunos foram incentivados a participar ativamente das aulas, envolvendo-se em atividades que variam desde soluções de problemas até a criação de projetos, permitindo que eles experimentem e vivenciassem os conceitos de forma prática. A estrutura da sequência didática garantirá que os alunos possam progredir em seu próprio ritmo, enquanto o professor pode facilitar a aprendizagem de maneira personalizada.

5.2 RECURSOS DIDÁTICOS UTILIZADOS

Para a implementação da sequência didática, utilizaremos uma variedade de recursos didáticos, que incluem:

- Software GeoGebra: Uma ferramenta fundamental que permite aos alunos visualizar e manipular formas geométricas em um ambiente digital. O GeoGebra facilita a compreensão de conceitos complexos, oferecendo uma plataforma interativa para a exploração matemática.
- Materiais Manipulativos: O uso de instrumentos como régua, compasso, papel, e outros materiais de arte é essencial. Esses recursos permitem que os alunos experimentem conceitos de maneira concreta, ajudando na construção do conhecimento através da prática.
- Impressora 3D: A utilização de uma impressora 3D é um aspecto inovador deste recurso educacional. Ela será empregada para a construção de modelos sólidos, proporcionando uma representação tátil e visual dos conceitos estudados, o que ajuda os alunos a assimilar melhor as dimensões espaciais.
- Apostilas e Material Audiovisual: Documentos informativos e vídeos educativos que apresentam os conceitos geométricos e suas aplicações práticas serão integrados. Esses materiais complementares servirão tanto para o estudo autônomo quanto para discussões em grupo, enriquecendo a experiência de aprendizado.

5.3 CONTEÚDOS ABORDADOS

A sequência didática abordará uma variedade de conteúdo, incluindo:

- Conceitos de Geometria Plana: Estes incluem o estudo de ângulos, triângulos, quadrados e círculos. Os alunos aprenderão a identificar, classificar e aplicar propriedades desses elementos em diversas situações.
- Introdução à Geometria Espacial: A sequência também introduzirá sólidos geométricos, como cubos, pirâmides, prismas e suas propriedades. Também será discutida a relação entre diferentes tipos de sólidos e suas representações bidimensionais.

- Visualização e Rotação Mental: Essas habilidades são fundamentais para a compreensão de como os sólidos podem ser manipulados e apresentados em diferentes perspectivas. Atividades específicas serão designadas para aprimorar a capacidade de visualização espacial dos alunos.
- Escala: Os alunos irão explorar o conceito de escala em figuras planas e em representações tridimensionais. Eles aprenderão a interpretar escalas em mapas, maquetes e desenhos, aplicando essa habilidade para resolver problemas práticos.
- Trigonometria: A introdução aos conceitos básicos de trigonometria ocorrerá dentro do contexto da Geometria. Os alunos aprenderão sobre razões trigonométricas, como seno, cosseno e tangente, e sua aplicação na resolução de problemas envolvendo triângulos e na análise de formas espaciais.

5.3 OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM

Os objetivos de aprendizagem que se buscam atingir com a execução da sequência didática incluem:

- Desenvolver a habilidade de visualizar e manipular formas geométricas em 3D: Essa competência é vital para que os alunos compreendam como um sólido é representado em um plano. Espera-se que, ao final da sequência, os alunos sejam capazes de fazer essa transição entre o tridimensional e o bidimensional com mais facilidade.
- Promover a compreensão dos conceitos de geometria espacial e suas aplicações práticas: Outro objetivo é introduzir como os conceitos de Geometria são relevantes em disciplinas como Arquitetura e Engenharia. As atividades práticas tendem a proporcionar conexões diretas entre teoria e prática, mostrando aos alunos a aplicabilidade do que estão aprendendo.
- Estimular o trabalho em equipe e a resolução colaborativa de problemas: Durante as atividades propostas, o trabalho em grupo será enfatizado. Isso tende a valorizar a troca de ideias entre alunos, mas também desenvolve habilidades sociais essenciais para a aprendizagem colaborativa.

5.4 PÚBLICO-ALVO

O recurso educacional é direcionado especificamente a alunos do 2º ano do Ensino Médio, cuja faixa etária varia entre 15 e 18 anos. Este grupo apresenta uma diversidade significativa de habilidades e experiências prévias em Geometria. A presença dessa variedade requer que o professor adapte uma abordagem pedagógica flexível e adaptativa, capaz de atender às necessidades individuais de cada aluno. A sequência didática é estruturada para permitir que todos os alunos avancem em seu entendimento geométrico, independentemente de seu nível inicial de conhecimento.

A proposta de sequência didática apresentada neste capítulo visa aprimorar a compreensão dos alunos sobre Geometria, conectando teoria e prática de maneira eficaz. Através da integração de ferramentas tecnológicas e experiências práticas, espera-se que os alunos não apenas absorvam o conteúdo, mas também desenvolvam uma consciência crítica sobre a presença da Geometria em sua vida diária. Este recurso educacional representa um passo significativo em direção a uma educação mais aplicada e significativa, com a promessa de formar cidadãos mais conscientes, críticos e capacitados para enfrentar os desafios do mundo real.

CAPÍTULO 6 - APLICAÇÕES DAS ATIVIDADES E RESULTADOS DA PESQUISA

Este capítulo destina-se a apresentar de forma detalhada as aplicações das atividades desenvolvidas durante a pesquisa, assim como os resultados obtidos a partir delas. A estrutura do capítulo será dividida em três seções, cada uma abordando aspectos diferentes e complementares da experiência didática.

Na primeira seção, faremos um relato descritivo da aplicação de cada aula planejada. Serão apresentados os detalhes das atividades, incluindo fotos que documentam os momentos chave. Além disso, serão contemplados trechos das falas dos alunos, que refletem sua interação tanto entre si como com o professor, permitindo uma compreensão mais rica das dinâmicas de aprendizagem que ocorreram.

Segue uma tabela com a sínteses da sequência didática com as etapas de cada atividade e o tempo necessário para cumprir cada uma delas, esta sequência foi desenvolvida no período de maio à novembro de 2024, sendo que a turma que foi aplicado as atividades tinha um carga horaria de 4 tempos de Matemática e 2 tempos de Orientação de Estudos.

Data	Aula	Tempo	Síntese
21/05/2024	Atividade 1: Teste de Van Hiele	2h/a	Aplicação do teste de Van Hiele. Conhecer o nível de conhecimento geométrico dos alunos
21/05/2024	Atividade 1: Teste de Rotação e Visualização Espacial	4h/a 2 tempos de Matemática e 2 de	Aplicação dos testes, Visualização e Rotação.
22/05/2024	Atividade 1: Conceitos Primitivos da Geometria	2h/a	Ponto, Retas e Plano Aula 2

28/05/2024	Atividade 1: Polígonos	4h/a	Quadriláteros, triângulo.
29/05/2024	Atividade 2: Polígonos	2h/a	Atividades sobre quadriláteros e triângulos.
10/06/2024	Atividade 3: Oficina com o Geogebra	4h/a	Atividades de conhecimento do Geogebra (aula 3)
11/06/2024	Atividade 4: Oficina com o Geogebra 3D	2h/a	Atividades de conhecimento do Geogebra (aula 4)
18/06/2024	Atividade 5: Oficina com o Geogebra 3D	4h/a	Atividades de conhecimento do Geogebra (aula 4)
19/06/2024	Atividade 6: Oficina de Desenho	2h/a	Observar as planificações e construção de sólidos (Aula 4)
19/06/2024	Atividade 7: Oficina de construção de sólidos geométricos com palitos e jujuba.	2h/a	Construir e analisar a relação de Euler
25/06/2024	Atividade 8: Oficina Com O Geogebra 3D e AR - Explorado Cubo	2h/a	Explorar o cubo e sua planificação.

06/08/2024 e 07/08/2024	Atividade 9: Oficina No Geogebra - Planificação Pintada	2h/a e 4h/a	Analizar as planificações do cubo, rotação e visualização
27/08 e 28/08/2024	Atividade 10: Atividade No Geogebra E Impressora 3d - Torre Da Igreja.	2h/a e 4h/a	Construção da Torre da Igreja
24/09/2024 e 25/09/2024	Aplicação do pós – testes	2h/a e 4h/a	
22/10/2024 e 23/10/2024	Atividade 11: Atividade No Geogebra E Impressora 3d - Modelo Do Prédio Do Colégio	2h/a e 4h/a	Atividades de observação das formas geométricas do colégio e anotações das medidas reais do colégio.
06/11/2024;	Atividade 11: Atividade No Geogebra E Impressora 3d - Modelo Do Prédio Do Colégio	4h/a	Construção do modelo do Colégio no Geogebra 3D

13/11/2024	Impressão do Maquete do colégio		2h/a	Impressão do modelo do Colégio 3D.
------------	------------------------------------	--	------	---------------------------------------

A segunda seção apresentará uma análise dos resultados obtidos a partir de questionários aplicados, tanto antes quanto depois das atividades. Estes dados serão organizados em gráficos para facilitar a visualização e a compreensão das diferenças e evoluções no desempenho dos alunos. Além disso, será realizado um balanço de questionários e impressões pessoais sobre os dados coletados, buscando estabelecer comparações e reflexões sobre o impacto das intervenções.

Por fim, na terceira seção, realizaremos uma análise crítica da experiência didática vivenciada. Serão destacados os aspectos positivos e negativos observados, relacionados os resultados qualitativos e quantitativos ao referencial teórico pertinente. Esta análise visa não apenas refletir sobre a eficácia das atividades implementadas, mas também contribuir com insights para futuras práticas pedagógicas.

6.1 RELATO DA APLICAÇÃO DAS AULAS PLANEJADAS

Segue o relato da sequência didática elaborada pelo autor desta pesquisa.

6.1.1 ATIVIDADE 1: APLICAÇÃO DOS TESTES DE VAN HIELE, ROTAÇÃO MENTAL E VISUALIZAÇÃO ESPACIAL

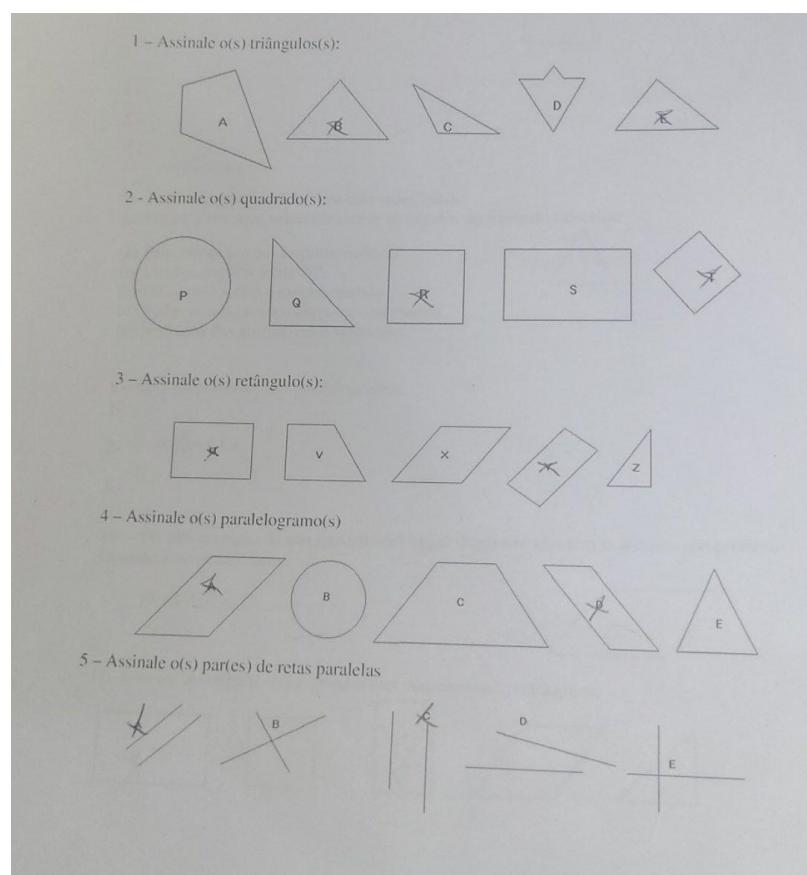
Na primeira aula, com duração de dois tempos de 50 minutos foi aplicado o primeiro teste de Van Hiele, cujo objetivo era avaliar o conhecimento prévio dos alunos em relação aos conceitos de geometria plana. O teste consiste de 15 perguntas distribuídas conforme os três primeiros níveis definidos por Van Hiele.

Durante esta aula, foi destacado com os alunos a importância de não olharem as respostas do colega, pois um dos objetivos era identificar com precisão o nível de conhecimento que eles possuíam sobre geometria. Esse entendimento era fundamental para que o pesquisador pudesse desenvolver uma sequência didática que se adequasse melhor às necessidades dos alunos, otimizando assim seu aprendizado sobre os conceitos.

Ao receber o teste, os alunos rapidamente se organizaram na sala com o intuito de resolver cada questão, mantendo a disposição habitual de um dia de avaliação. A sala permaneceu em silêncio, e todos mantiveram essa postura até o final do teste, que contou com a participação de 34 alunos.

Durante a aplicação do teste, surgiram dúvidas relacionadas às primeiras questões. O Aluno A24 chamou o pesquisador e perguntou se as cinco primeiras questões tinham mais de uma resposta. O pesquisador explicou que não poderia responder, pois isso influencia a escolha que o aluno deveria fazer. Na Figura 18 estão as cinco primeiras questões e as respostas do aluno A24.

Figura 18: Folha de respostas de um aluno ao Teste de Van Hiele.



Fonte: Elaborado pelo autor.

No mesmo dia foram aplicados os testes de Rotação Mental e Visualização Mental. O teste de Rotação Mental, consiste em 25 figuras em uma tabela, onde as figuras que estão na primeira coluna são chamadas de originais e dentre as outras 20 (A, B, C, D) estão duas figuras que são correspondentes à figura original, posicionadas na mesma linha da figura original, porém, sofreram uma rotação. Assim, os alunos tiveram que observar as características da figura original, procurar e analisar essas características nas figuras correspondentes, e assim marcar as figuras corretas.

O teste de Visualização Mental é composto por várias questões que envolvem cubos e suas planificações, além de algumas trajetórias na superfície da Terra. Nele, os alunos têm que identificar a alternativa correta a partir das figuras apresentadas, que mostram como as faces de um cubo podem se unir. Também são abordados temas como meridianos e a Linha do Equador, onde se pede que os alunos reconheçam diferentes trajetórias representadas.

As perguntas exigem que os estudantes usem a lógica e a visão espacial para conseguir identificar as respostas certas. O teste é dividido em partes, com imagens que ajudam a ilustrar as questões e as opções que precisam ser avaliadas.

6.1.2 ATIVIDADE 2: CONCEITOS PRIMITIVOS

Na segunda aula, com duração de dois tempos de 50 minutos cada, foram apresentados os conceitos primitivos da Geometria, incluindo as definições de ponto, reta e planos. Também se relembrou o conceito de ângulo. A aula foi conduzida de forma expositiva, utilizando uma apresentação de PowerPoint para ilustrar os conteúdos e vídeos do canal PICOBMEP, disponível em: <https://www.youtube.com/@PICOBMEP>.

Observamos que a maioria dos alunos estava um pouco agitada e demonstrou pouco interesse durante a exposição. Alguns deles pareciam cansados, enquanto uma pequena parte da turma mostrou um interesse significativo. Após a apresentação, foram distribuídas folhas com exercícios para que eles praticassem os conceitos abordados.

A terceira atividade teve uma duração de quatro tempos de 50 minutos, onde foram desenvolvidos os conceitos de elementos de um polígono, nomenclatura e triângulos. Esta aula teve como objetivo fortalecer os conhecimentos dos alunos, pois a Geometria Espacial também se fundamenta nos axiomas e teoremas da geometria plana, tornando necessário observar qual a carga de conhecimento que o aluno traz com ele dos anos anteriores.

Novamente, a aula foi desenvolvida por meio de uma exposição dos conceitos e exibição de vídeo do canal PICOBMEP, disponível em: <https://www.youtube.com/@PICOBMEP>, de polígonos, reconhecendo os principais elementos de um polígono e suas nomenclaturas. Além disso, tratou-se do conceito de polígonos convexos e polígonos regulares.

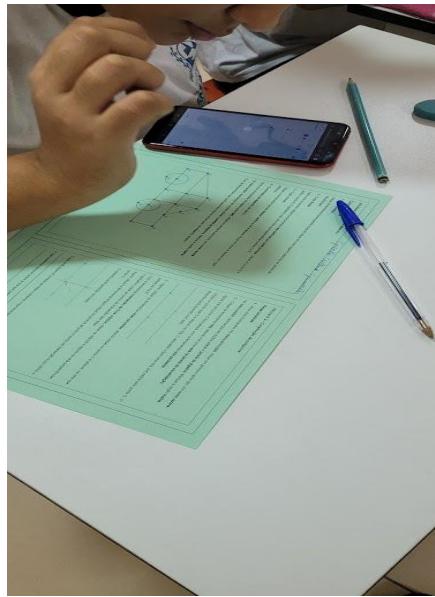
Para completar a aula, foram realizadas atividades práticas em grupo, nas quais os alunos deveriam criar seus próprios polígonos utilizando materiais como papel e régua. Essa abordagem prática permitiu que eles visualizassem os conceitos de forma mais concreta, estimulando a interação e a colaboração entre os colegas. Além disso, essa atividade facilitou a compreensão dos elementos e nomenclaturas, preparando-os melhor para aplicar o conhecimento em contextos diversos.

6.1.3 ATIVIDADE 3: OFICINA COM GEOGEBRA

Esta atividade foi elaborada com intuito de proporcionar aos alunos o primeiro contato com o aplicativo GeoGebra, além de desenvolver os conceitos primitivos da geometria. Durante a atividade, os alunos familiarizaram-se com as funcionalidades do aplicativo em dispositivos móveis. Foi entregue uma folha com as oficinas (Apêndice), na oficina um (1), chamada de “Oficina de Desenho”, contendo as atividades nas quais os alunos seguiram as orientações para a construção de pontos, retas e círculos no aplicativo Geogebra.

Após se familiarizar com essas ferramentas, na segunda atividade, os alunos foram convidados a construir um carro utilizando os recursos aprendidos no aplicativo (vide Figura 19).

Figura 19: Atividade com o GeoGebra.



Fonte: Elaborado pelo Autor.

Em seguida, realizaram as atividades da oficina 2, chamada de “Construindo Polígonos” com o objetivo de criar retas paralelas, a interseção de dois objetos e retas perpendiculares, explorando novas ferramentas disponíveis. Além das construções feitas no aplicativo, a atividade incluiu duas perguntas abertas. Após a realização da figura, os alunos deveriam observar as retas e refletir sobre o que acontecia ao arrastar uma delas.

Nas Atividades 4 e 5, os alunos aprenderam a construir pontos médios, polígonos e polígonos regulares. Na atividade 4, além de utilizar ferramentas como a mediatriz, os alunos foram levados a analisar o ângulo formado por uma reta e sua mediatriz.

Na atividade 5, após construir polígonos com a ferramenta de polígonos e, em seguida, com a ferramenta de polígonos regulares, os alunos foram indagados a argumentar sobre as diferenças entre as figuras criadas com cada ferramenta. A terceira pergunta tinha como objetivo verificar se os alunos conseguiam identificar o centro dos polígonos regulares e explicar seu raciocínio. Por último, os alunos deveriam argumentar sobre os ângulos e lados dos polígonos regulares.

6.1. 4 ATIVIDADE 4: OFICINA DE DESENHO

Nesta quarta aula fizemos 4 atividades relacionadas à Geometria Espacial, a primeira atividade chamada de “Imagine Pronto”, tem como objetivo estimular os alunos a visualizar e representar os sólidos prontos a partir da planificação, fazendo que eles adquiram uma melhor capacidade de Visualização e Transformação Mental (Wahab, 2017).

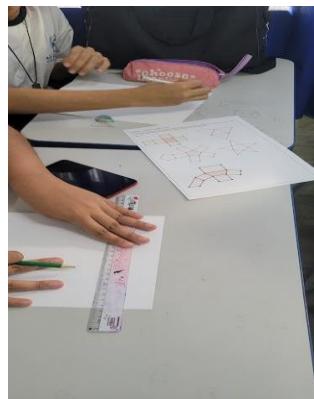
Nossa segunda atividade se propôs a introduzir alguns dos objetos da Geometria Espacial, através de uma oficina com Materiais Concretos. Apresentamos os principais sólidos que seriam foco de estudo durante o ano letivo e ilustramos que os mesmos são compostos por polígonos da geometria plana. Levamos alguns sólidos prontos e realizamos algumas construções concretas de sólidos que ilustravam essa relação do 2D com o 3D, como cubos, pirâmides e prismas triangulares. Perguntamos aos alunos se eles sabiam o nome dos sólidos construídos e quais características distinguem um dos outros.

Na terceira atividade, utilizando os sólidos que foram apresentados/construídos na atividade anterior, realizamos uma oficina de desenho, para representar esses sólidos numa folha de papel, similar à proposta do Ateliê Geométrico disponível em Bortolossi e Crissaff (2018). Dividimos a turma em grupos de modo que cada aluno ficou no entorno de um sólido e produziu um desenho do sólido de segundo a sua perspectiva de visão. Iniciamos uma discussão sobre como representar as arestas que ficam ocultas diante de uma determinada perspectiva.

Nesta aula, a duração foi de cinco tempos de 50 minutos, durante os quais foram trabalhados os conceitos de formas geométricas espaciais. O objetivo foi conceituar e reconhecer os diferentes tipos de sólidos, incluindo poliedros e suas características. Além, da aplicação da relação de Euler.

A turma foi dividida em grupos para realização de uma segunda oficina, na qual cada grupo recebeu folhas contendo planificações de sólidos, com o objetivo de conhecer e desenhar as formas tridimensionais correspondentes no papel (vide Figura 20).

Figura 20: Oficina de Construção de Sólidos.



Fonte: Elaborado pelo autor.

A dinâmica desta oficina ocorreu da seguinte maneira: foram distribuídas outras folhas com a planificação de poliedros e uma folha com uma atividade para completar com a quantidade de faces, vértices e arestas. Os alunos teriam que construir o poliedro que representava cada planificação. Esta atividade tinha como objetivo estimular o pensamento sobre as formas a partir das suas planificações (vide Figura 21).

Figura 21: Construção de Sólidos de Papel.



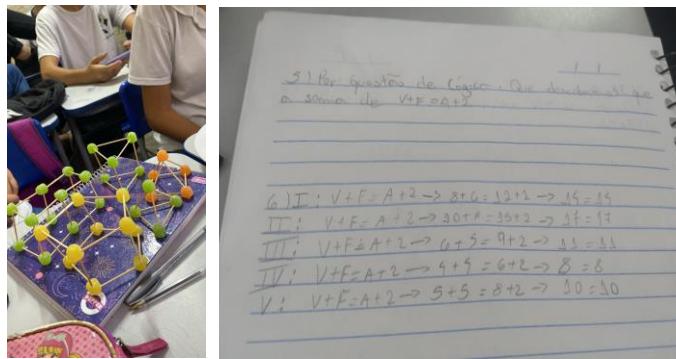
(A) (B) (C)

Fonte: Elaborado pelo Autor.

Após essa atividade, foram entregues para os grupos algumas planificações de sólidos platônicos e de outros sólidos, como prismas, pirâmides e planificação de cilindro e cone, para que eles as recortassem e colassem, com o objetivo de visualizar as faces, planificações e as formas de cada sólido.

6.1.5 ATIVIDADE 5: OFICINA DE CONSTRUÇÃO DE SÓLIDOS GEOMÉTRICOS COM PALITOS E JUJUBA.

Figura 22: Construção Sólidos de Palito e Jujuba



Fonte: Elaborado pelo autor.

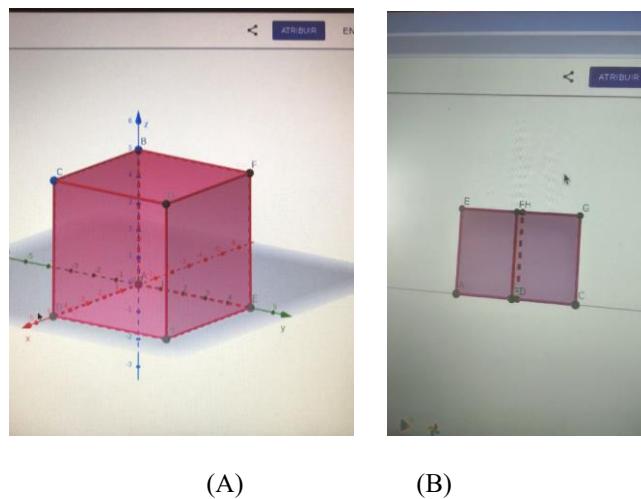
Esta atividade consistiu em construir vários poliedros com jujubas e palitos (vide Figura 22), para que pudesse calcular a quantidade de faces, vértices e arestas de cada forma geométrica, relacionando as informações em uma tabela. A turma foi dividida em grupo de 4 a 5 pessoas. Eles também registraram a quantidade de faces, arestas e vértices, utilizada para o professor pesquisador introduzir o teorema de Euler.

6.1.6 ATIVIDADE 6: OFICINA COM O GEOGEBRA 3D - EXPLORADO CUBO

Nesta atividade, iniciamos nossa aula de geometria espacial explorando a relação entre formas tridimensionais e suas representações em 2D usando o Geogebra. Para tornar o aprendizado mais dinâmico e interativo, utilizamos esta ferramenta digital que nos permite visualizar e manipular sólidos geométricos em tempo real.

A aula teve como objetivo principal proporcionar uma experiência prática na construção e exploração de um cubo utilizando o GeoGebra 3D, conforme Figura 23. Os alunos aprenderam a nomear os vértices do cubo e a identificar seus elementos, como arestas e faces. A atividade (Apêndice) incluiu a pintura de arestas e faces, o que ajuda a visualizar as relações entre os elementos do cubo.

Figura 23 - Construção Sólidos Geogebra 3D



(A)

(B)

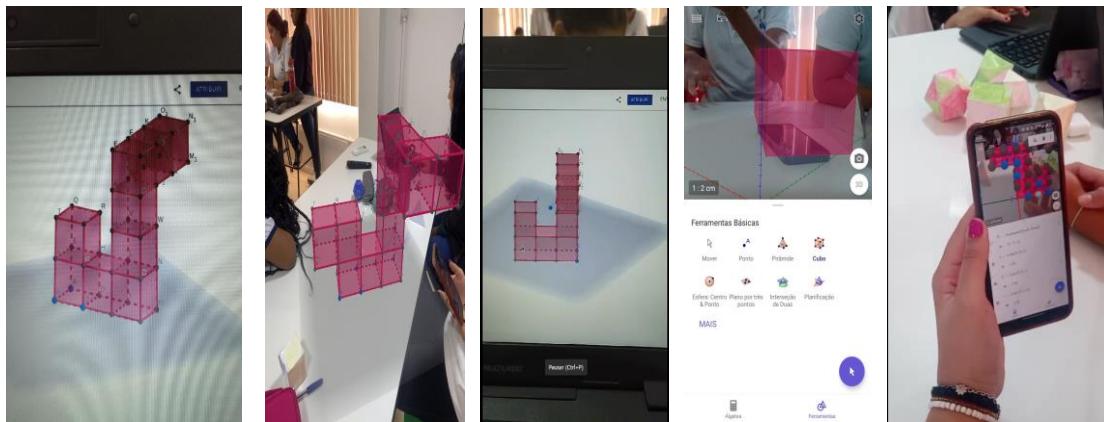
Fonte: Elaborado pelo Autor.

Além disso, os alunos foram introduzidos à construção de retas perpendiculares e paralelas, aprofundando sua compreensão sobre conceitos geométricos como retas reversas e ortogonais. A marcação de interseções entre diferentes elementos também foi abordada, promovendo habilidades de análise espacial. Por fim, a aula visou desenvolver a familiaridade dos alunos com as ferramentas do GeoGebra, capacitando-os a manipular e visualizar objetos tridimensionais de forma eficaz.

Com o desenvolvimento de algumas ferramentas e o conhecimento adquirido sobre o GeoGebra, apresentamos à turma a ferramenta de Realidade Aumentada (AR). Esta tecnologia é utilizada exclusivamente em dispositivos móveis e permite que sólidos e formas geométricas sejam visualizados como se estivessem fora da tela do celular, criando uma experiência interativa e imersiva. Durante esta atividade, utilizamos algumas figuras presentes no Teste de Rotação Mental para explorar conceitos essenciais que ajudam no aprimoramento desta competência viso-espacial (vide Figura 24).

A Realidade Aumentada (AR) enriquece o aprendizado ao oferecer uma visualização tridimensional dos objetos, facilitando a compreensão espacial e promovendo a rotação mental. Ao interagir com representações geométricas em 3D, sem o auxílio do aplicativo os alunos são desafiados a visualizar mentalmente essas formas sob diferentes ângulos e orientações. Com a Realidade Aumentada (AR), os alunos podem movimentar as figuras criadas e ajustá-las à posição desejada para a atividade. Essa prática fortalece suas habilidades de rotação mental, essenciais para manipular objetos e resolver problemas.

Figura 24: Construção Sólidos no Geogebra AR.

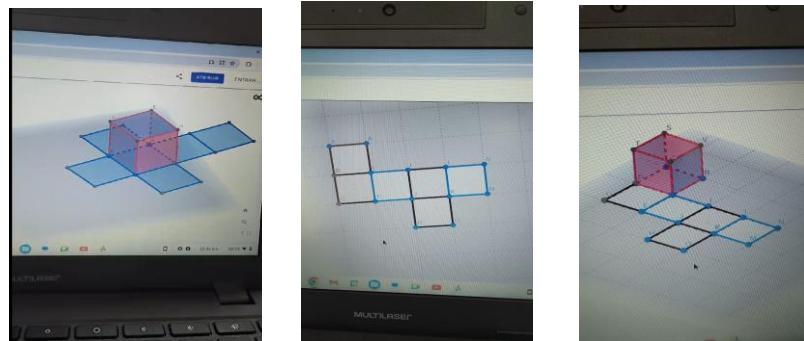


Fonte: Elaborado pelo autor.

6.1.7 ATIVIDADE 7: OFICINA NO GEOGEBRA - PLANIFICAÇÃO PINTADA

Nesta atividade, a turma foi dividida em grupos. Cada grupo recebeu uma planificação de um paralelepípedo reto-retângulo com um certo número de faces pintadas em azul (Figura 25). Com o auxílio do GeoGebra o grupo teve que construir o respectivo sólido que possuía aquela planificação.

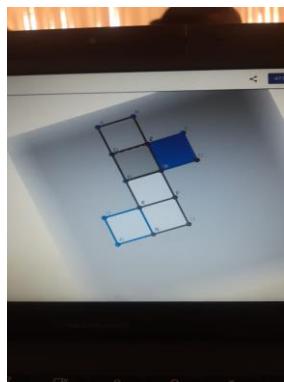
Figura 25 - Planificação do Cubo no Geogebra.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Numa segunda rodada da oficina, o professor apresentou outra planificação do cubo com faces pintadas de azul e os alunos tiveram que fazer o sólido correspondente, porém, desta vez, eles estavam proibidos de usar o botão “planificação” do GeoGebra (Figura 26).

Figura 26: Planificação do Cubo no Geogebra.



Fonte: Elaborado pelo autor.

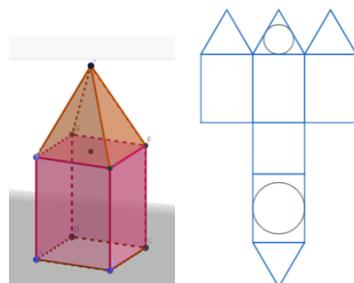
6.1.8 ATIVIDADE 8 ATIVIDADE NO GEOGEBRA E IMPRESSORA 3D - TORRE DA IGREJA

Nesta atividade propusemos um desafio aos alunos: fornecemos uma planificação de uma "torre da igreja" impressa em papel, contendo alguns detalhes, como uma face quadrangular com um círculo desenhado no seu interior e uma face triangular também com um círculo em seu interior. O sólido resultante da montagem era um cubo encimado por uma pirâmide de base quadrada, com o detalhe do círculo em algumas faces.

Os alunos utilizaram o GeoGebra para modelar essa torre de acordo com as características apresentadas, sem recortar o papel. Em seguida, imprimiram o modelo na impressora 3D. Depois de gerar o objeto impresso, os alunos construíram a torre no papel e fizeram uma comparação entre a estrutura que criaram e o objeto produzido.

Dada a natureza abstrata dessa atividade, dividimos a turma em grupos e distribuímos folhas de planificações com detalhes diferentes. Isso permitiu que os grupos tivessem autonomia e compartilhassem ideias, mesmo com as variações nas planificações.

Figura 27: Modelo Inicial da “torre da igreja”



Fonte: Elaborado pelo Autor.

Segue um trecho da conversa entre o professor e um dos grupos de alunos que participaram da oficina:

- Aluno 1: Professor! Temos que construir essa forma com as bolinhas?
- Professor: Então, vocês vão construir essa figura e as bolinhas tem que estar no lugar correto.
- Aluno 2: Pode cortar a folhinha?
- Professor: Neste momento não, primeiro é sem cortar, criar no GeoGebra, depois cortaremos e faremos uma comparação para saber o resultado.
- Aluno 3: O que temos que fazer aqui?
- Professor: Você vai imaginar ela fechada essa figura, que é uma “torre de igreja”. Você vai imaginar como é uma torre e uma igreja, então você vai imaginar essa figura ser fechada.
- Aluno 2: Já sei como fazer.
- Professor: Já sabe?
- Aluno 2: Sim, já sei.
- Professor: Que bom!
- Aluno 2: Essa parte de baixo não é para fazer com essa ferramenta aqui não?
- Professor: Porque não é?
- Aluno 2: A parte de cima fechada?
- Professor: Sim, quando fecha, qual a forma da figura? Que forma é?
- Aluno 3: Uh! Pirâmide? Sim, pirâmide.
- Professor: Sim, pirâmide, lembra as pirâmides do Egito. E a parte de baixo?
- Aluno 2: Um quadrado.
- Professor: Um quadrado, uma caixa...
- Aluno 3: Um cubo, caixa de sapato.
- Professor: Então, qual a diferença do cubo para o formato da caixa de sapato? O cubo tem todas as arestas iguais, já a forma da caixa de sapato, não, ela é mais comprida. Então, para você criar tem que utilizar a ferramenta prisma. Você vai clicar nas ferramentas, aqui procurar o ícone prisma. Aqui, prisma, pirâmide, tetraedro e é isso.
- Aluno 3: Vamos criar a figura com o prisma e a pirâmide?
- Professor: sim
- Aluno 2: Ah, sim. Então vamos criar.

Figura 28: Impressões das torres construídas pelos alunos.



Fonte: Elaborado pelo Autor.

Após a construção do modelo no GeoGebra 3D, o arquivo foi salvo no formato STL e transferido para o programa Cura, onde o objeto 3D foi fatiado. Esse processo converteu o modelo em camadas para a impressão na impressora 3D. Em seguida, o arquivo foi salvo em um cartão de memória, pronto para a impressão.

Esse trecho reflete o que ocorreu durante a aula, destacando o interesse dos alunos na utilização de recursos tecnológicos e a ansiedade em ver o resultado impresso em 3D, o qual apresentamos na Figura 28. Vale lembrar que o tempo de impressão depende do tamanho do objeto e pode levar várias horas.

6.1.9 ATIVIDADE 9: ATIVIDADE NO GEOGEBRA E IMPRESSORA 3D - MODELO DO PRÉDIO DO COLÉGIO

Nesta atividade, o objetivo era construir no Geogebra 3D o modelo geométrico de representação para os prédios do Colégio em que estudam com ou sem apoio de tecnologias digitais. Com o auxílio do professor, os alunos foram capazes de desenhar a planificação de poliedros diferentes do hexaedro e de pirâmides, identificar uma escala que seja compatível com as dimensões dos dois prédios que compõem o Colégio, construir protótipos dos prédios no GeoGebra e finalizar com a impressão 3D dos mesmos. Esta aula consistiu na culminância da sequência didática e requereu maior traquejo dos alunos com relação às competências viso-espaciais e de uso do GeoGebra.

Figura 29: Vista do Telhado do Colégio Estadual Brasil gerada no Google Earth.



Fonte: Elaborado pelo autor.

No primeiro momento começamos com a exibição do vídeo “A 1^a casa de dois andares construída por uma impressora 3D” disponível no link: <https://www.youtube.com/watch?v=Tmtv8zVP51s> sobre uma casa de dois andares construída por uma impressora 3D, evidenciando a relevância sobre o domínio da Geometria e das tecnologias digitais no mundo contemporâneo. Os alunos ficaram curiosos com a ideia da construção da casa. Após o vídeo, foi exibido a imagem dos telhados dos dois prédios do Colégio por uma imagem gerada pelo Google Earth.

A segunda parte da aula consistiu em reconhecer as construções do colégio, pois o mesmo é constituído de dois blocos (prédios) de dimensões diferentes. Os alunos foram levados para fora do colégio, na rua (Figura 30), para observarem e fazerem o reconhecimento das formas geométricas dos telhados.

Figura 30: Vista da entrada do Colégio Estadual Brasil.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Como daquela perspectiva eles só puderam ver uma das faces do telhado do colégio, foi levantado o seguinte questionamento entre eles: “se a face oposta do telhado era igual à que a turma estava olhando? ” Alguns alunos afirmaram que “sim”, outros demonstraram dúvidas. Neste momento, os alunos estavam reconhecendo as formas dos telhados, e então foi perguntado sobre o nome do polígono que formava o telhado. Segue parte do diálogo entre o professor pesquisador e alguns alunos:

- Professor: Qual o nome da forma desse polígono no telhado do Colégio?
- Aluno A: Na parte da direita é um triângulo.
- Aluno B: Esta parte da frente não lembro o nome
- Professor: Triângulo, ok. Porém, qual o tipo de triângulo?
- Aluno B: Não sei, retângulo?
- Professor: Quais os tipos de triângulos que existem?
- Alunos: retângulo, equilátero e qual é o outro?

Enquanto estes alunos respondiam sobre os diferentes tipos de triângulos, outro aluno respondeu sobre a forma da frente do telhado.

Aluno C: professor, a parte da frente do colégio é um trapézio.

Professor: Ok, muito bom! Mas qual o tipo de trapézio? Retângulo, isósceles ou escaleno?

Aluno C: Não, sei.

Professor: trapézio retângulo - ele tem um ângulo de 90º, trapézio isósceles os lados não paralelos são iguais e trapézio escaleno - todos os lados são “diferentes”, no caso, medidas diferentes.

Aluno C: Ah, sim. Então o trapézio do prédio de trás é isósceles, o da frente não sei.
Professor: Olha aquele lado que está encostado na parede, o que você pode dizer sobre o ângulo formado.

Aluno C: Não entendi.

Aluno D: Forma o ângulo reto?

Professor: Sim, então qual o nome do trapézio?

Aluno C: Acho que é... retângulo?

Aluno D: Retângulo, sim.

Professor: Ok, retângulo. Muito bem, já sabemos quais as formas do telhado da frente, falta o telhado de trás.

Aluno A: Professor tem um triângulo retângulo ali.

Professor: Sim, aquele pedaço pequeno,

Aluno A: Sim, teremos que construir no aplicativo?

Professor: Não, vamos fazer a maquete do telhado grande.

Após essa atividade de reconhecimento das formas do telhado do colégio passou-se para a nova atividade que era calcular as medidas dos prédios do colégio, e criar uma escala para fazer as suas maquetes.

A turma foi dividida em dois grupos, sendo que o grupo I mediu o prédio de um andar e o grupo II mediu o prédio de 3 andares (vide Figura 31).

Figura 31 - Alunos realizando medições das dimensões dos prédios do Colégio.



Fonte: Elaborado pelo Autor.

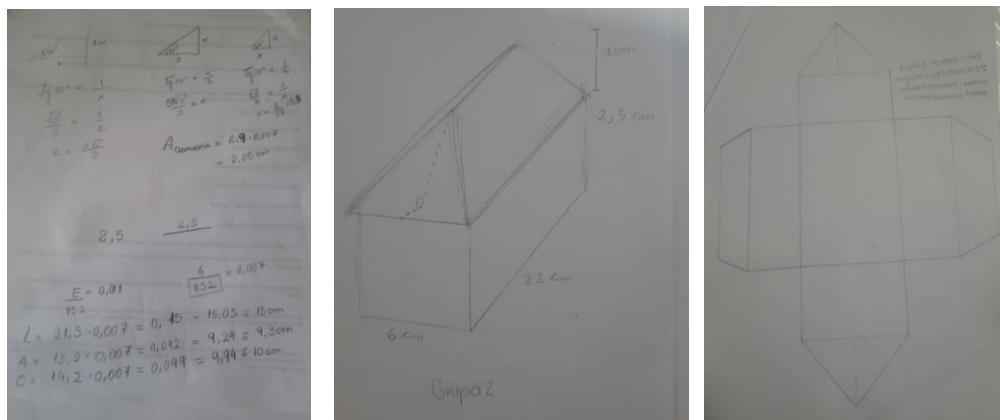
Segue um relato desse momento, com o grupo II, sobre as ideias de como medir a altura do prédio de três andares.

- Professor: Está medindo para fazer a maquete do Colégio para imprimir. Vocês mediram as laterais, comprimento e largura. Agora, como medir a altura?
- Aluno A: Se pudesse subir lá no telhado, iria descendo a trena assim (mostrando a caixa) e mediria.
- Aluno B: Tem escada?
- Aluno A: Não vai dar.
- Professor: Uma escada até o teto, mas é arriscado, né?
- Aluno B: É arriscado, um pouco.
- Professor: Você acha que a diretora da escola vai deixar?
- Aluno A: Não, a diretora não vai.
- Professor: Então, qual a ideia que a gente pode ter para poder medir esses três andares aqui?
- Aluno C: A gente pode medir um assim, e aí falta o outro.
- Professor: Show!
- Aluno A: Mas como é que vai subir?
- Aluno C: São todos iguais, dá pra ver claramente que é igual. Porque se uma lateral é igual à outra, a distância igual à outra também é igual.
- Aluno D: Será que a gente vai perder alguma medida?
- Aluno E: Não, mas assim, pro lado de fora. A medida do lado de fora é diferente da medida do lado de dentro?
- Aluno D: Acho que não, talvez seja por causa... medir do teto até o chão, depois do teto até o chão.
- Professor: Sim. Só que aí, vocês reparam que... vai perder um pedaço (sobre o chão e as lajes)
- Aluno E: Ah, perde esse comprimento aqui.
- Professor: Sim, sim, do telhado, do teto, né? Do teto aqui vai perder um pouquinho. Então, mas aí tem como a gente estimar qual é a medida do teto?
- Aluno A: Cara, eu acho que tem 20 metros. 20 metros? Talvez.
- Aluno E: Não, 20 é pouco.
- Professor: Então, as ideias são, ou vocês estimam a altura para um prédio, medem um andar, e multiplicam por 3.
- Professor: Será que esse chão aqui tem a mesma medida? Então, como é que a gente vai medir esse pedaço aí? E agora, pensar o seguinte, será que o pedaço lá de cima, o teto lá de cima, é a mesma coisa desse aqui?
- Aluno A: Vai ser mais alto, cara, mais alto.
- Aluno D: Será que não tem nenhum outro jeito? Não vai dar, cara.
- Aluno B: Tem que ficar reta, ela não vai ficar reta.
- Aluno A: E aí, alguém está vendendo a medida ali? Alguém está vendendo a medida? (Medida do beiral do teto)
- Aluno C: Não.
- Professor: E aí, será que isso para fazer a maquete vai influenciar?

- Aluno D: Sim, é uma pilastra. Então, mas não tipo... Isso não influencia nas medidas não, por isso está chegando para frente.
- Aluno D: Não dá para a gente ter noção de quanto é. Então, tem que fazer uma estimativa de altura.
- Aluno D: Um metro e vinte centímetros.
- Aluno C: Não, um e vinte, poxa, um e vinte é isso aqui. (Mostrando a medida na trena)
- Professor: Mas assim, mais ou menos, qual a altura que você mediu?
- Aluno A: Três e vinte.
- Professor: Três e vinte, então tem mais ou menos quantos metros aqui?
- Aluno A: Três e vinte, mais três e vinte e mais três e vinte. Nove metros e sessenta.
- Aluno C: Mas aí eu acho que é maior.
- Aluno A: É maior porque tem um telhado.
- Professor: O telhado, tem que ver de outra forma.

Após esta atividade, a turma foi levada para a sala para fazer o modelo no papel da maquete do colégio. Após a exibição do vídeo “Como calcular a inclinação do telhado - Método simples e correto!” disponível no link: https://www.youtube.com/watch?v=paHHB8DK_LE, os alunos calcularam a medida aproximada da altura do telhado. Depois, fizeram o desenho no papel e depois o acertaram de acordo com uma escala que seguia as proporções das dimensões dos prédios.

Figura 32: Escala e Representação de um dos prédios elaborado por um dos grupos.

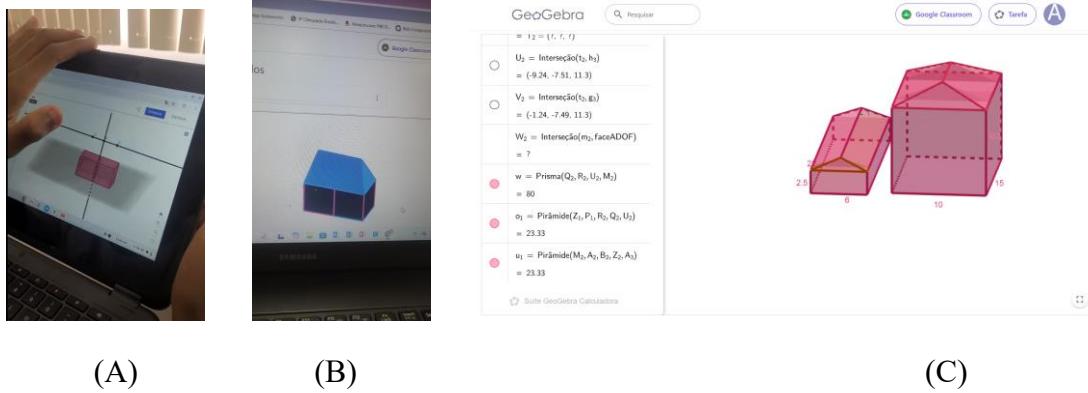


Fonte: Elaborado pelo autor.

Podemos observar com essa experiência que os alunos interpretaram razoavelmente bem o formato do poliedro que modela o prédio de fachada do colégio, e reconheceram os nomes dos polígonos das faces como triângulos e trapézios (Figura 32), mesmo com algumas imperfeições na representação feita no papel: os trapézios que compõem a planificação deveriam ser retângulos (ter um par de ângulos retos). Outro detalhe que precisava ser melhor desenhado eram as arestas ocultas no poliedro, que ou não estavam desenhadas ou estavam desenhadas incorretamente, sem ligar dois vértices da figura. Essa falta de percepção acerca da medida dos ângulos indica que esses alunos, naquele momento, deviam estar transitando entre os níveis 1 e 2 na escala de Van Hiele.

Depois de construídos os moldes no papel, os alunos iniciaram a construção no aplicativo Geogebra (Figura 33).

Figura 33: Moldes dos prédios do Colégio feitos no Geogebra.



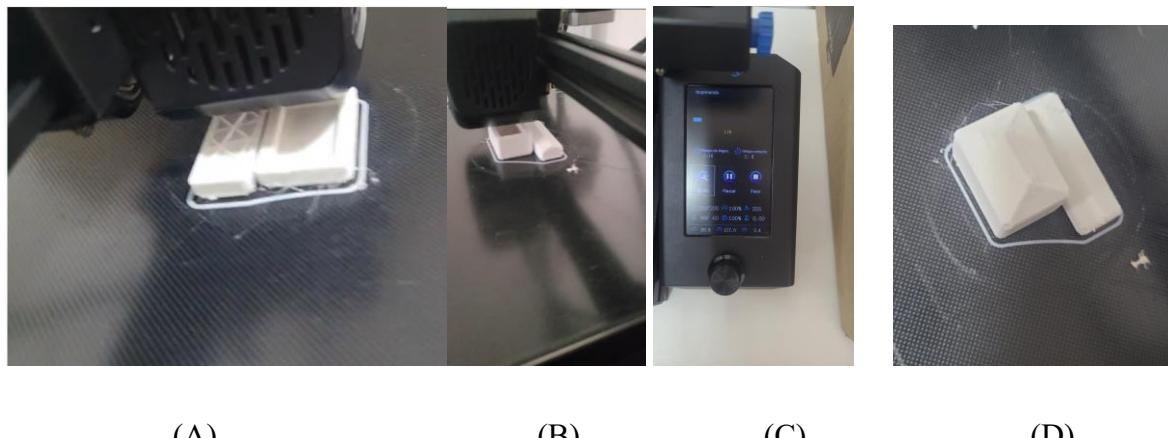
Fonte: Elaborado pelo autor.

Nas figuras temos o processo de construção dos alunos, na Figura 33.A a construção no GeoGebra do molde construída por um grupo de alunos. Na figura 33.B o molde pronto, porém com erro na construção, pois construíram a base com dois cubos adjacentes, sendo que o correto seria a construção com um prisma, seguindo dimensões de acordo com a escala obtida nas medições. Este foi mais um indicativo de que esses alunos transitavam entre os níveis 1 e 2 na escala de Van Hiele. Acreditamos que este erro possa ter sido induzido também pelo de, na aula anterior com o GeoGebra, eles fizeram várias construções com o cubo. Então, o grupo estava familiarizado com a ferramenta do aplicativo de criar cubos. E na figura 33.C tem-se o projeto final de construção no GeoGebra, após ajustes e orientação do professor pesquisador.

Deste ponto em diante, os arquivos foram salvos no formato .STL, arquivo para impressão 3D, depois levado ao programa Creality Slicer para fazer o fatiamento, processo de transformação de um modelo 3D em um código que permite à impressora 3D reconhecer o arquivo e imprimir.. Feito isso, os arquivos foram impressos (vide Figura 34).

Observe que as Figuras 34.A e 34.B ilustram o processo de impressão por camadas, a Figura 34.C mostra o painel da impressora durante o processo de impressão e a Figura 34D mostra o molde impresso dos prédios do Colégio.

Figura 34- Molde dos prédios do Colégio feitos na Impressora 3D.



Fonte: Elaborado pelo autor.

As atividades propostas geraram uma motivação significativa tanto para os alunos quanto para o professor, além de representarem um desafio considerável ao apresentar uma outra abordagem para o ensino da Geometria. Em vez de se limitar ao tradicional "calcule", cada oficina de construção permitiu que os alunos se tornassem participantes ativos no processo de ensino e aprendizagem. Esse formato interativo não apenas envolveu os estudantes, mas também os incentivou a explorar conceitos geométricos de forma prática e lúdica, promovendo uma compreensão aparentemente mais significativa.

Além disso, essas experiências coletivas fomentaram o desenvolvimento de diversas habilidades, como o trabalho em equipe, a resolução de problemas e o pensamento crítico. Cada atividade proposta foi pensada para estimular a criatividade dos alunos, permitindo-lhes aplicar a geometria em contextos reais e relevantes. A interação entre os alunos durante as oficinas criou um ambiente de aprendizado colaborativo, onde cada ideia era valorizada e debatida, tornando o processo ainda mais enriquecedor. Os alunos não apenas conquistaram um domínio maior dos conceitos geométricos, mas também descobriram uma nova forma de apreciar a matemática, reconhecendo sua presença e aplicação no cotidiano. Essa transformação no entendimento da disciplina evidencia a importância de metodologias ativas no ensino, mostrando que a educação pode e deve ser uma experiência envolvente e inspiradora.

6.2 RESULTADO DOS PRÉ E PÓS TESTES

Sobre a aplicação dos pré e pós testes, ao longo da pesquisa, cabem algumas considerações. Todos os pré-testes (Van Hiele, Rotação Mental e Visualização Mental) foram aplicados na segunda quinzena de maio de 2024. Ao longo da aplicação da sequência didática, o professor pesquisador teve algumas dificuldades, relativas ao uso da Sala Maker, o que retardou a realização das atividades, fazendo com que elas fossem inteiramente concluídas apenas na primeira quinzena de novembro daquele mesmo ano. O pesquisador não tinha conhecimento do uso da Impressora 3D e pensou em utilizar o recesso escolar de julho para se apropriar do equipamento, o que não foi possível, pois o prédio no qual se localiza a sala Maker ficou fechado para reformas. Essa aprendizagem só foi possível quando o ano letivo foi retomado, com horários mais restritos para dominar o uso da impressora.

O autor desta pesquisa descobriu que a impressora estava desconfigurada e demorou para entender como fazer a mesma imprimir o objeto no centro da sua “bandeja”. Além disso, descobriu que o equipamento não imprimia o arquivo no formato SQL gerado pelo GeoGebra, e que era necessário convertê-lo para o formato CODE. O pesquisador teve acesso a um aplicativo online que fazia esta conversão, e o mesmo foi usado na atividade da Aula 8, mas o tempo de uso gratuito do aplicativo era limitado. Só depois, para a Aula 9, de culminância, o pesquisador descobriu um aplicativo disponibilizado em um pen drive que acompanhava a impressora, que realizava a conversão e cujo resultado da impressão foi bem mais eficiente. É importante destacar que a aquisição de equipamentos tecnológicos sem a devida formação dos docentes para utilizá-los adequadamente pode resultar em desperdício de recursos públicos.

A simples presença desses recursos nas escolas não garante sua efetiva utilização pedagógica. Sem capacitação específica, muitos professores acabam não explorando todo o potencial dessas ferramentas, o que compromete a qualidade do ensino e a justificativa do investimento realizado. Além desses problemas, houve semanas em que a sala Maker estava com problemas de internet, sendo utilizada por outros professores ou então, que não houve alunos na escola por conta de reuniões de conselho de classe.

Esta demora na aplicação das atividades finais da sequência didática (Aula 8 e 9), consonante com a aproximação do final do ano letivo e a consequente diminuição na frequência dos estudantes, típica de turmas do Ensino Médio nesta época do ano, fizeram com que o

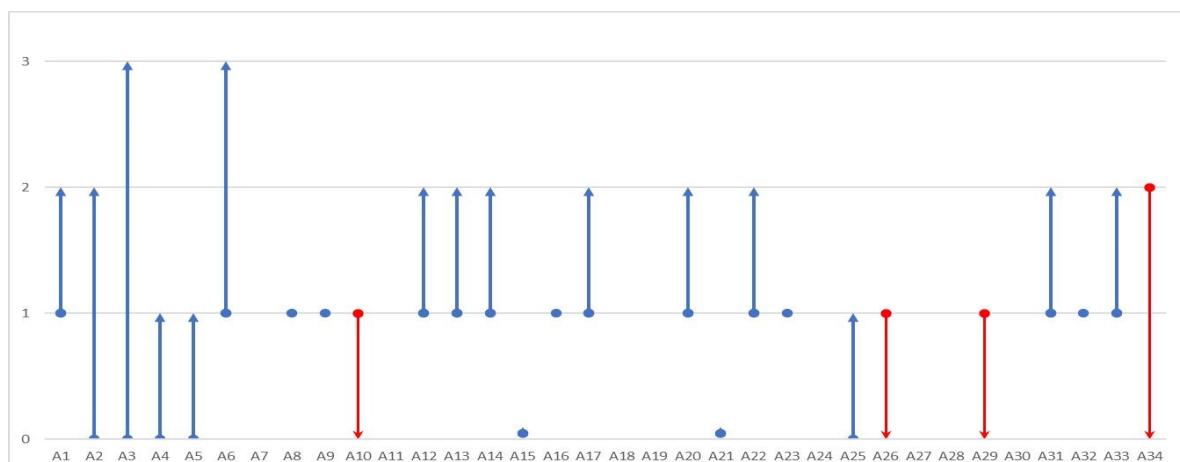
pesquisador tomasse a decisão de aplicar os 3 pós-testes imediatamente após a realização da Aula 8, sem ter ainda conseguido imprimir as torres naquele momento.

Após esta contextualização, faremos agora uma análise comparativa do desempenho dos estudantes em cada um dos testes.

6.2.1 ANÁLISE PRÉ E PÓS TESTE DE VAN HIELE

O gráfico da Figura 35, ilustra os resultados relacionados ao teste de Van Hiele. 34 alunos referente ao teste de Van Hiele. Os alunos foram codificados por A1, A2, ..., A34 e as setas indicam a variação de cada um deles na escala de Van Hiele: a extremidade arredondada da seta indica o nível no pré-teste e a extremidade com ponta, o nível no pós-teste. Quando aparece um ponto sobre o aluno indicado, significa que não houve variação de nível entre o pré e o pós teste. As setas azuis indicam os alunos que aumentaram o nível de pensamento geométrico. Houve alunos que apresentaram resultado pior no pós-teste do que no pré-teste, resultando aparentemente numa diminuição no nível da escala de Van Hiele. Para estes alunos, utilizou-se uma cor vermelha para as suas respectivas setas.

Figura 35: Evolução dos alunos na escala de Van Hiele antes e após as atividades.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Situações como essa, de um número reduzido de alunos terem rendimento menor no teste de Van Hiele podem ocorrer em pesquisas dessa natureza. Ao se deparar com este tipo de situação em sua pesquisa, Souza (2014) comenta que:

Um outro fato curioso que ocorreu em sua pesquisa foi observar que alguns alunos, em ambas as turmas, apresentaram uma aparente queda em seu nível de van Hiele. A Teoria de van Hiele não prevê involução dos níveis de pensamento geométrico, ou seja, uma vez que o aluno alcança um nível, ele não retorna a um nível anterior. Uma explicação superficial para o fato curioso observado seria que esses alunos podem ter acertado os 60% das questões relativas ao nível por acaso, “chutando” algumas respostas da parte objetiva do pré-teste, justificando o mau desempenho no pós-teste. Há ainda os fatores tempo, compromisso com as atividades propostas, falta de atenção, comuns aos alunos do Ensino Fundamental, nessa faixa etária (p. 98).

Complementando Souza (2014), outros motivos para esse comportamento pode ter sido o de “cola” no pré-teste ou até mesmo, do discente estar passando por problemas pessoais no momento do pós-teste, que atrapalham sua concentração e consequentemente, seu desempenho. O gráfico da Figura 35 também contém 8 alunos sobre os quais não há nem uma seta e nem um ponto, a saber, A7, A11, A18, A19, A24, A27, A28 e A30. Estes não puderam ser avaliados, pois fizeram o pré-teste mas não fizeram o pós teste, totalizando 8 alunos. Os motivos para não realização do pós-teste se deveu às faltas excessivas ou a mudança de turno de estudo (manhã para tarde).

Pelo gráfico da Figura 35, observa-se que 15 dos 26 alunos que fizeram o pré e o pós teste de Van Hiele aumentaram o nível de pensamento geométrico, ou seja, 57,6% dos estudantes.

Sendo assim, ao observar o gráfico repara-se que os alunos A1, A12, A13, A14, A17, A20, A22, A31 e A33, no caso, aproximadamente 34,6% dos alunos saíram do nível 1 na escala de Van Hiele para o nível 2. Enquanto que os alunos A8, A9, A16, A23, A32, no caso, 19,2% dos alunos mantiveram-se no nível 1. Podemos observar inclusive que o pré-teste identificou 6 alunos que não possuíam sequer no nível 1 de Reconhecimento na escala de Van Hiele, sendo classificados como de nível 0. Os alunos A15 e A21 mantiveram o nível zero após as atividades, enquanto os alunos A4, A5 e A25, saíram do nível 0 e atingiram o nível 1 na escala de Van Hiele.

Voltamos a nossa análise para os A2, A3 e A6, que obtiveram uma evolução de pelo menos dois níveis na escala de Van Hiele. O aluno A2 saiu do nível zero do Pré Teste para o nível 2 no Pós Teste de Van Hiele, relacionado a análise do aluno A3, que obteve uma grande evolução alcançando o nível 3 na escala. Ao longo das atividades, este aluno A3 teve muito

comprometimento e um desempenho exemplar. Ainda na análise dos alunos que obtiveram um bom desempenho, o A6 avançou do nível 1 para o 3, evoluindo dois níveis na escala.

Dentro dessa análise temos os alunos A10, A26, A29 e A34 que apresentaram rendimento menor no pós-teste. Os alunos A10, A26 e A29 apresentaram queda do nível 1 para o nível 0. Algumas possíveis justificativas para a não evolução no nível desses alunos, além das já mencionadas acima, podem estar relacionadas à falta de comprometimento nas aulas teóricas e até mesmo nas aulas que foram desenvolvidas com a utilização do aplicativo GeoGebra.

Dentre esses alunos destaca-se o A34, que causou uma estranheza devido a sua queda brusca no nível do Teste de Van Hiele, no primeiro teste mostrou um bom conhecimento atingindo o nível 2. Porém, no Pós-Teste caiu para o nível zero, ao comparar seu Pré e Pós-teste observou que em muitas questões em que se precisava selecionar 3 figuras ou descrever três propriedades de uma figura plana ele não respondeu, não conquistando aquele nível. Destacamos que o aluno A34, participou ativamente de toda a sequência didática e mostrou um bom desempenho ao longo das tarefas. Conforme comentado acima, o discente, no dia do pós-teste poderia não estar motivado ou concentrado para fazer a avaliação, por motivos externos ou internos à escola.

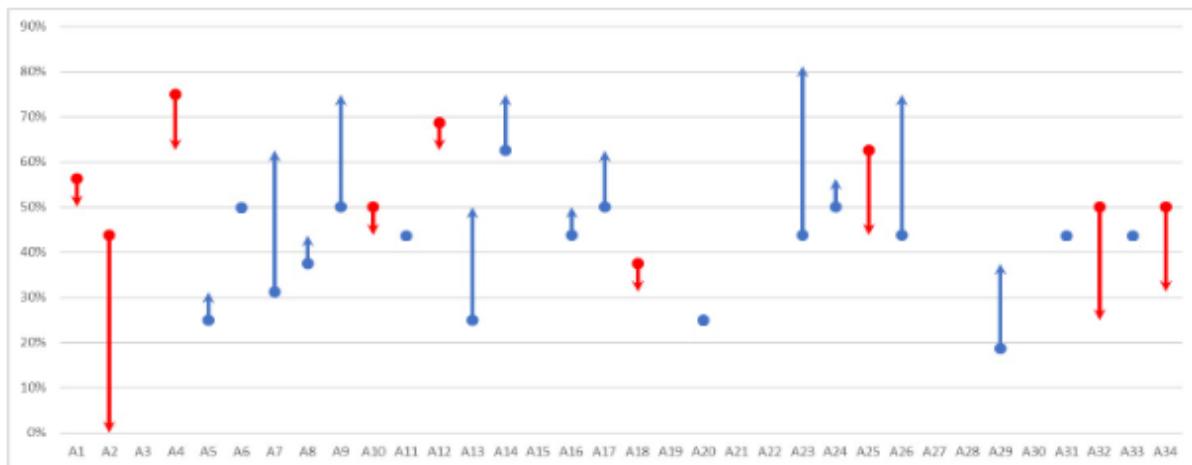
A maior parte dos alunos que evoluiu na escala de Van Hiele avançou em 1 nível (de 0 para 1, ou de 1 para 2). Quando se observam os resultados de evolução na escala de Van Hiele obtidos por Wahab et (2017) e descritos na seção 2.3, dos 12 estudantes partícipes daquela pesquisa, a metade também evoluiu apenas 1 nível na escala e mesmo assim, 3 deles já se encontravam no nível 2. Acreditamos que o cenário da pesquisa realizada nesta dissertação foi mais desafiador, no sentido de que o quantitativo de alunos na turma foi quase 3 vezes maior e alguns deles se encontravam abaixo do nível 1.

Neste contexto, através da análise dos resultados dos pré e pós testes de Van Hiele, e considerando as dificuldades descritas pelo pesquisador no início e ao longo desta seção, acreditamos que a turma obteve um desempenho bem satisfatório.

6.2.2 ANÁLISE DO PRÉ E DO PÓS-TESTE DE VISUALIZAÇÃO MENTAL

Consideramos que o Teste de Visualização Mental era mais complexo que o de Rotação Mental, devido a complexidade do aluno ter que imaginar as figuras fechando e/ou rotacionando mentalmente até chegar à posição correta e analisar as características que são habilidades que os alunos não desenvolveram muito bem durante os anos letivos, porém que foram desenvolvidas durante a sequência didática. Além disso, diferente da Rotação Mental, a Visualização Mental se integra a níveis mais elaborados na escala de Van Hiele, a saber, os níveis 2 e 3, de acordo com o estabelecido por Wahab et al (2017) (vide Figura 5). O gráfico da Figura 36 apresenta os percentuais de acerto no pré e do pós teste de Visualização Mental:

Figura 36: Comparação do percentual de acerto da turma no pré e no pós Teste de Visualização Mental.



Fonte: Elaborado pelo autor.

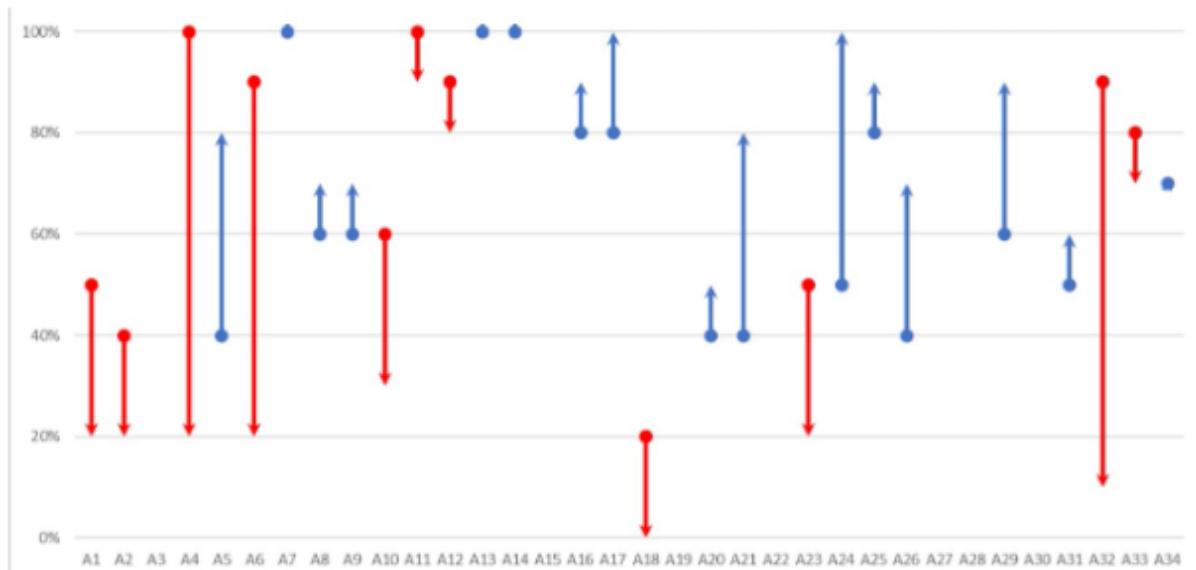
O gráfico da Figura 36 contém 8 alunos sobre os quais não há nem uma seta e nem um ponto, a saber, A3, A15, A19, A21, A22, A27, A28 e A30. Estes não puderam ser avaliados, pois fizeram o pré-teste mas não fizeram o pós teste. Assim, a comparação dos resultados se deu entre 26 dos 34 alunos. No Pré-teste, reparamos que nenhum aluno avaliado zerou todas as questões, sendo A29 o que acertou menos, cerca de 20% e A4 o que acertou mais, cerca de 75% das questões. Percebemos que 12 dos 26 alunos ampliaram o percentual de acerto do pré para o pós teste (a saber, A5, A7, A8, A9, A13, A14, A16, A17, A23, A24 e A29), 5 mantiveram o mesmo percentual (A6, A11, A20, A31 e A33) e 9 diminuíram o número de acertos (A1, A2, A4, A10, A12, A18, A25, A32 e A34). Referente ao pós teste, o aluno A2 foi o único que não acertou nenhuma questão e o aluno A23 foi o que mais acertou, pouco mais de 80% das questões. Os alunos A7, A9, A13, A23, A26 e A29 foram os que obtiveram um aumento mais

expressivo no número de acertos, tendo o aluno A23, passado de pouco mais de 40% no pré-teste para pouco mais de 80% de acerto no pós-teste.

6.2.3 ANÁLISE PRÉ E PÓS TESTE DE ROTAÇÃO MENTAL

O Teste de Rotação Mental consiste em observar uma figura espacial e depois marcar as duas opções correspondentes a ela representadas em outra perspectiva de visão.

Figura 37: Comparação do percentual de acerto da turma no pré e no pós Teste de Rotação Mental.



Fonte: Elaborado pelo autor.

O gráfico da Figura 36 contém 7 alunos sobre os quais não há nem uma seta e nem um ponto, a saber, A3, A15, A19, A22, A27, A28 e A30. Estes não puderam ser avaliados, pois fizeram o pré-teste mas não fizeram o pós teste. Assim, a comparação dos resultados se deu entre 27 dos 34 alunos. Percebemos que 12 dos 27 alunos ampliaram o percentual de acerto do pré para o pós teste (a saber, A5, A8, A9, A16, A17, A20, A21, A24, A25, A26, A29 e A31), 4 mantiveram o mesmo percentual (A7, A13, A14 e A34), sendo que A7, A13 e A14 gabaritaram o teste nos dois momentos de aplicação e 11 diminuíram o número de acertos (a saber, A1, A2, A4, A6, A10, A11, A12, A18, A23, A32 e A33).

Observamos que os alunos A5, A17, A21, A24, A25, A26 e A29, os quais se dedicaram às atividades obtiveram um aumento expressivo de acertos entre o pré e o pós teste, tendo A17 aumentado 20 pontos percentuais e A24 aproximadamente 50 pontos, este último obtendo nota máxima.

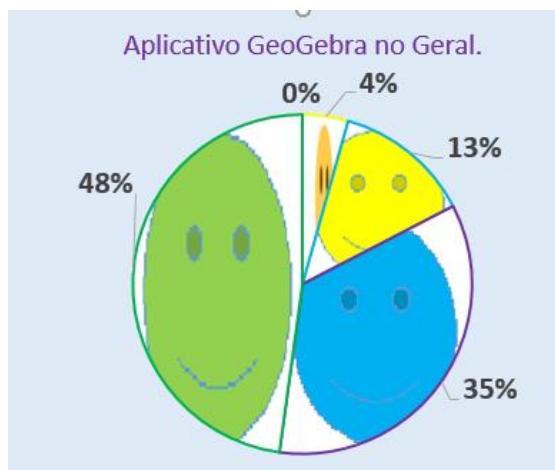
Ainda podemos observar no gráfico que os alunos A1, A2, A4, A6, A10, A11, A12, A18, A23, A32 e A33 diminuíram seu percentual de acerto entre o pré e o pós teste. O aluno A18 foi o único que zerou o pós teste e no decorrer da sequência didática, era muito faltoso e quando estava na sala de aula era pouco participativo. Os Alunos A4 e A32 também tiveram uma participação passiva ao longo das atividades. Já o aluno A6 por sua vez, teve uma queda acentuada no percentual de acerto neste teste, mas foi um aluno bastante participativo desenvolvendo todas as tarefas propostas na sequência didática, questionava sobre a construção das figuras e mantinha um diálogo com os outros alunos e professor. Lembramos que A6 obteve nível 3 no pós teste de Van Teste de Van Hiele. O dia no qual o pós teste de Van Hiele foi aplicado para a turma não foi o mesmo no qual foram aplicados os demais pós testes. Talvez esse aluno não estivesse concentrado ou estimulado a fazer estas outras duas avaliações, pois tanto no pós teste de Rotação como de Visualização Mental, a queda no percentual de acerto do discente foi muito acentuada.

6.2.4 ANÁLISE DO QUESTIONÁRIO DE AVALIAÇÃO NA SALA MAKER COM GEOGEBRA E A IMPRESSORA 3D

Este questionário, diferente dos 3 pós testes, foi aplicado para a turma após a conclusão de toda a sequência didática. Esse questionário possuía um total de oito (8) questões objetivas, nas quais os alunos expressaram sua satisfação em relação à utilização do aplicativo GeoGebra e da impressora 3D por meio de emojis (😡 péssimo, 😐 não gostei, 😊 interessante, 🤗 legal, 😍 muito legal). Além disso, incluímos duas (2) questões discursivas que têm o mesmo propósito de coletar feedback qualitativo sobre as experiências dos alunos. O questionário foi respondido por 23 dos 34 alunos da turma. Analisaremos questão por questão, começando pela avaliação das questões objetivas, seguidas das discursivas para obter uma visão abrangente das opiniões dos alunos.

- A primeira questão foi direcionada ao “qual emojis representava a opinião dos alunos o aplicativo GeoGebra no geral? ”

Figura 38: Atividade GeoGebra 1



Fonte: Elaborado pelo autor.

Do Gráfico podemos notar que 83% dos alunos avaliaram a atividade de forma positiva, o que é um bom indicativo de que a maioria gostou e se sentiu bem durante a atividade. A divisão entre aqueles que acharam “muito legal” (48%) e legal (35%) sugere que há uma ótima aceitação, mas é interessante notar que quase metade dos alunos considerou a atividade como “muito legal”, essa grande diferença pode indicar que a atividade foi particularmente envolvente para uma parte significativa da turma.

Podemos observar que com 13% dos estudantes a classificando como "interessante", pode-se inferir que, mesmo entre aqueles que não a consideraram extremamente positiva, houve um nível de interesse em pelo menos explorar a atividade. Isso pode indicar uma boa

oportunidade para reforçar ou estilizar as atividades futuras, focando mais em aspectos que poderiam tornar a experiência ainda mais agradável.

Apenas 4% dos alunos indicaram que não gostaram e nenhum avaliou a atividade como péssima. A ausência de críticas extremamente negativas (0% "péssima") é um ponto encorajador, sugerindo que houve, no mínimo, uma aceitação da atividade. No entanto, a presença de 4% que não gostaram pode ser uma área para explorar. Vale a pena investigar quais aspectos dessa atividade poderiam ser melhorados, já que existem alguns alunos que não ficaram satisfeitos.

Portanto, essa análise pode ajudar a direcionar futuras atividades, potencialmente aumentando ainda mais o engajamento e a satisfação dos alunos nas próximas experiências de aprendizado.

- A segunda questão foi sobre a “Modelagem de Objetos com Geogebra na Função Realidade Aumentada”

Figura 39: Atividade GeoGebra 2

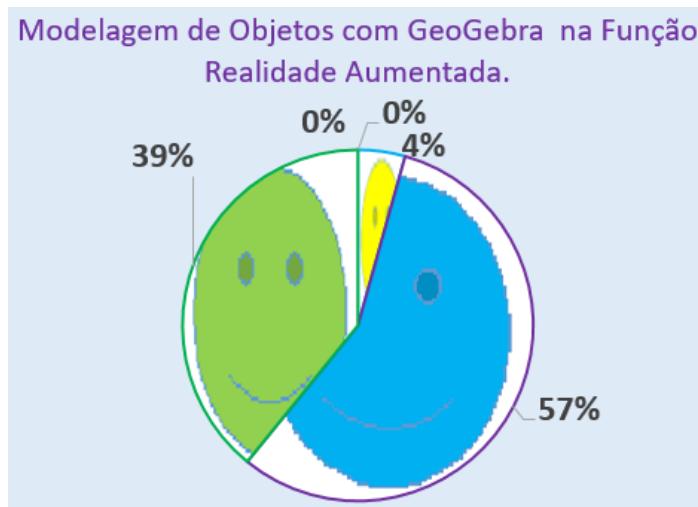


Gráfico 6.2.4.2 - Modelagem de Objetos com GeoGebra na Função Realidade Aumentada

A aceitação geral é extremamente alta, com 96% dos alunos avaliando a atividade de forma positiva. Isso indica que a maioria dos alunos gostou da atividade e se sentiu engajada. A diferença nas avaliações “Muito Legal” e “Legal” com 39% achando “muito legal” e 57% achando “legal”, percebemos que uma parte significativa da turma teve uma experiência muito entusiasmante, enquanto a maioria considerou a atividade legal.

Essa distinção sugere que, embora a atividade tenha sido amplamente aprovada, há espaço para tornar a experiência ainda mais envolvente e emocionante para um maior número de alunos.

Sobre a avaliação interessante, apenas 4% dos estudantes a classificaram como “interessante”. Esse número é relativamente baixo e pode indicar que para esses alunos, a atividade não alcançou um nível desejado de engajamento ou impacto. É importante entender as razões por trás dessa percepção, já que poderia haver elementos da atividade que não foram suficientemente estimulantes ou que não se conectaram bem ao seu aprendizado.

Já o fato de não haver alunos que relataram que não gostaram (0%) ou acharam a atividade “péssima” (0%) é um resultado muito positivo. Isso indica que não houve críticas severas e que, mesmo aqueles que não acharam suficiente estimulante, ainda reconheceram algum valor na atividade.

A atividade foi amplamente bem-recebida, com 96% de avaliação positiva, o que sugere um forte envolvimento dos alunos com a Realidade Aumentada no Geogebra.

Para futuras atividades, pode ser útil investigar como aumentar a porcentagem dos alunos que classificaram a atividade como “muito legal”, possivelmente através de elementos adicionais que tornem a experiência ainda mais interativa e envolvente. As opiniões dos 4% que acharam apenas “interessante” podem ser valiosas para compor um feedback qualitativo. Focar em suas sugestões poderá ajudar a enriquecer futuras implementações da atividade. Essa análise pode ajudar na melhoria contínua do uso de tecnologias inovadoras no ensino potencializando o engajamento e a eficácia do aprendizado dos alunos.

- A terceira questão foi sobre a “Estudar Geometria Espacial com o GeoGebra 3D foi prazeroso”.

Figura 40: Atividade GeoGebra 3

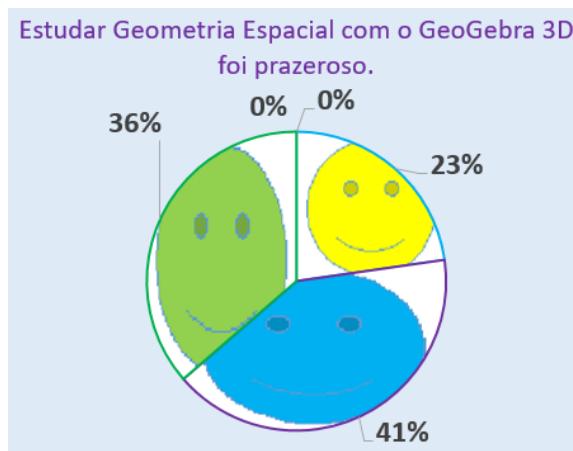


Gráfico 6.2.4.3 - Estudar Geometria Espacial com o Geogebra 3D foi praZEROso.

A soma das classificações “muito legal” (48%) e “legal” (41%) resulta em 87% de feedback positivo, indicando que a grande maioria dos alunos apreciou a atividade. Esse elevado índice sugere que a utilização do Geogebra 3D foi bem recebida e cumpriu seu objetivo de tornar o aprendizado de geometria espacial mais atrativo.

Com 46% dos alunos classificando a atividade como “muito legal”, é evidente que uma quantidade significativa se sentiu fortemente envolvida e empolgada com a proposta. A combinação com os 41% que a acharam “legal” demonstra que quase todos os estudantes encontraram algum nível de prazer na atividade. Isso é crucial, pois experiências positivas estão relacionadas a um aprendizado mais eficaz e duradouro.

Já 23% classificaram como “interessante” sugere que, embora esses alunos tenham reconhecido o valor da atividade, talvez não tenham se sentido completamente engajados. É importante investigar o que poderia ser aprimorado para converter essa resposta em uma avaliação mais positiva, com “legal” ou “muito legal”.

Pelo fato de 0% dos alunos indicaram que não gostaram ou consideraram a atividade “péssima” é um resultado bastante encorajador.

- A quarta questão foi sobre a “O GeoGebra 3D me ajudou a aprender mais a visualizar e representar os sólidos da Geometria Espacial”.

Figura 41: Atividade GeoGebra 4

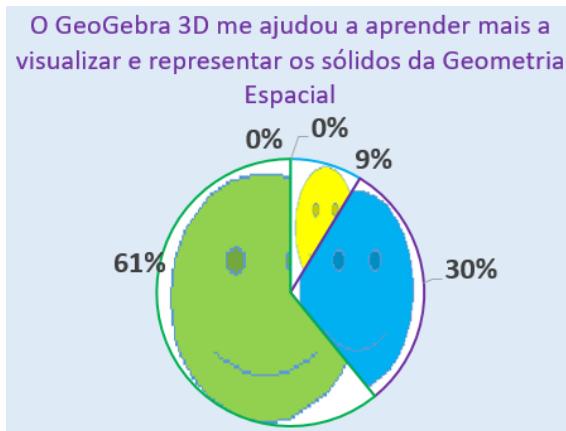


Gráfico 6.2.4.4 - O GeoGebra 3D me ajudou a aprender mais a visualizar e representar os sólidos da Geometria Espacial

Com 61% dos alunos considerando a atividade “muito legal”, fica claro que a maioria se sentiu profundamente engajada e satisfeita. Esse alto índice é um sinal positivo de que o GeoGebra 3D conseguiu captar o interesse dos estudantes, conseguindo uma interação significativa no aprendizado de geometria espacial. Isso reflete o potencial que a tecnologia tem de tornar matérias complexas mais acessíveis e divertidas.

Já os 30% que consideraram a atividade “legal” revelam que, embora sua experiência não tenha sido tão impactante quanto a dos que a acharam “muito legal”, ainda assim tiveram uma percepção positiva. É interessante notar que essa faixa significativa pode ser uma oportunidade para a reflexão e melhorias. O que poderia ser feito para transformar essa percepção de “legal” em “muito legal”?

Agora, a classificação de 9% como "interessante" sugere que, para um número menor de alunos, a atividade não teve o impacto emocional desejado. Isso levanta uma questão relevante: o que exatamente deixou esses alunos insatisfeitos? Pode ser que aspectos da metodologia, do conteúdo ou mesmo do uso do GeoGebra não tenham correspondido às expectativas de todos.

Um dado digno de nota é a ausência de críticas severas, como 0% dos alunos afirmaram que não gostaram ou consideraram a atividade "péssima". Essa unanimidade em evitar classificações negativas sugere que, mesmo entre aqueles que se sentiram menos envolvidos, a atividade cumpriu seu papel básico de ensino. De alguma forma, todos encontraram um valor na experiência oferecida.

A atividade "Estudar Geometria Espacial com o GeoGebra 3D" foi recebida com entusiasmo, refletido nos 91% de avaliações positivas. Isso indica um forte potencial para o uso de tecnologias digitais no ensino de matemática.

- A quinta questão foi sobre a “As aulas de Geometria Espacial com o GeoGebra 3D foram interessantes”.

Figura 41: Gráfico Pergunta sobre GeoGebra 4

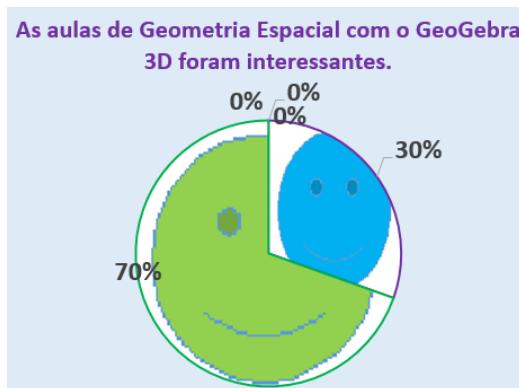


Gráfico 6.2.4.5 - As aulas de Geometria Espacial com o Geogebra 3D foram interessantes.

Os 70% dos alunos que consideraram as aulas "muito legais" demonstram um entusiasmo expressivo. Esse índice não só sinaliza que a ferramenta foi eficaz, mas também que a abordagem didática, aliada ao uso do GeoGebra 3D, conseguiu estimular o interesse e a motivação dos alunos ao lidar com geometria espacial. Essa resposta positiva sugere que muitos se sentiram compelidos e engajados, o que é crucial para um aprendizado significativo.

Os 30% que classificaram as aulas como "legais" evidenciam que, embora não tenham experimentado o mesmo nível de empolgação, ainda assim reconheceram o valor da atividade. Essa aceitação é positiva e demonstra que o GeoGebra 3D, de alguma forma, conseguiu atender às expectativas da maioria dos alunos.

As aulas de Geometria Espacial com o GeoGebra 3D claramente causaram uma impressão positiva, com 100% de feedback favorável. Entretanto, para aproveitar ao máximo essa aceitação, é importante aprofundar a análise sobre o que levou 30% dos alunos a uma classificação mais moderada.

- A sexta questão foi sobre a “A atividade envolvendo a Impressora 3D contribuiu para melhorar sua visualização dos sólidos da Geometria Espacial”.

Figura 42: Gráfico Pergunta sobre GeoGebra 5

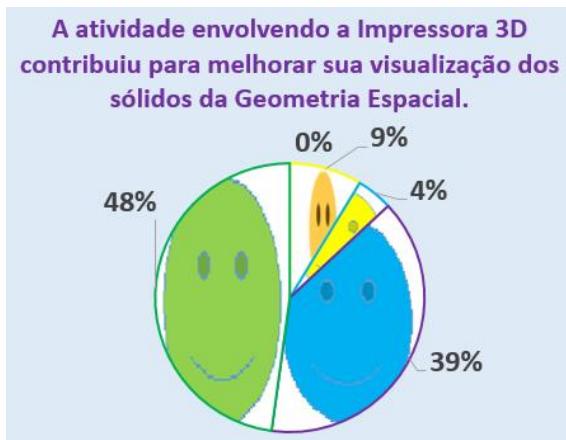


Gráfico 6.2.4.6 - A atividade envolvendo a Impressora 3D

A atividade que envolveu o uso de uma impressora 3D para melhorar a visualização dos sólidos da Geometria Espacial gerou respostas interessantes entre os alunos, refletindo uma gama de percepções sobre a eficácia dessa abordagem inovadora. Os dados obtidos mostraram que 48% dos estudantes consideraram a experiência "muito legal", enquanto 39% a classificaram como "legal". Esses índices indicam uma recepção generalizada positiva, demonstrando que a utilização prática da tecnologia teve um impacto significativo na forma como os alunos se engajaram com os conceitos geométricos.

A alta porcentagem de alunos que se sentiram entusiasmados com a atividade evidencia a capacidade da impressora 3D de transformar o aprendizado, facilitando a compreensão de formas geométricas complexas por meio da interação física. A possibilidade de visualizar e manipular os sólidos, tanto como a construção da “Torre da Igreja” como o “Maquete do Colégio” permitiu que os alunos formassem uma conexão mais concreta com os conteúdos abordados, o que é fundamental para o entendimento de conceitos abstratos.

Entretanto, mesmo com a predominância de avaliações favoráveis, é importante notar que 39%, ou quase um terço dos alunos, consideraram a atividade apenas "legal". Essa situação sugere que, embora a experiência tenha sido válida, uma parte dos alunos não sentiu um entusiasmo pleno.

Ademais, os dados revelaram que 4% dos estudantes a avaliaram como "interessante", enquanto 9% expressaram insatisfação. Embora estes números possam parecer pequenos, eles

são significativos, pois corroboram a ideia de que sempre há espaço para melhorias. A presença de descontentamento, ainda que mínima, deve ser abordada com atenção.

Em suma, a atividade com a Impressora 3D obteve uma recepção majoritariamente positiva, com 87% dos alunos classificando-a de maneira favorável. Contudo, a identificação de um feedback menos entusiástico por parte de uma minoria revela a necessidade de reflexão e aprimoramento contínuo. O uso de tecnologias inovadoras como a impressora 3D possui um enorme potencial para enriquecer o ensino de Geometria Espacial, promovendo uma aprendizagem mais eficaz e interativa.

- A sétima questão foi sobre a “Eu gostaria de ter outras aulas de Matemática utilizando o GeoGebra”.

Figura 42: Gráfico Pergunta sobre GeoGebra 5

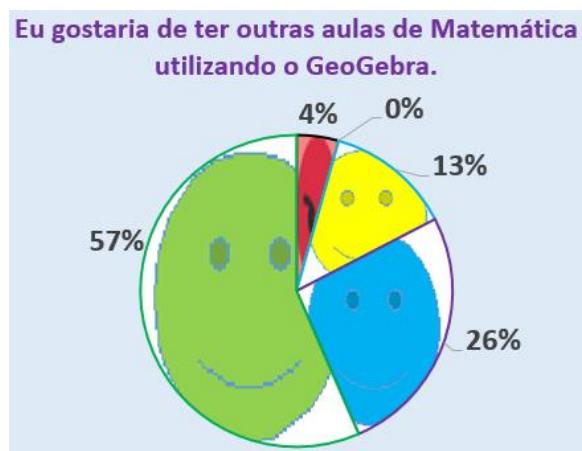


Gráfico 6.2.4.7 - Atividade envolvendo a Impressora 3D

A incorporação da impressora 3D nas atividades de ensino de Geometria Espacial despertou uma série de reações entre os alunos, refletindo o impacto desse recurso na compreensão de conceitos geométricos. Os dados coletados demonstraram que 57% dos estudantes consideraram a atividade "muito legal", enquanto 26% a avaliaram como "legal". Esses números revelam um nível de satisfação bastante substancial, sugerindo que a utilização de tecnologia de ponta, como a impressão 3D, pode efetivamente transformar a experiência educacional.

A alta taxa de alunos que se mostraram entusiasmados com a atividade indica que a possibilidade de visualizar e manipular os sólidos geométricos em três dimensões pode facilitar a assimilação de conceitos que, muitas vezes, são abstratos e difíceis de compreender. A

aprendizagem ativa, promovida através da interação com objetos físicos, tende a gerar um ambiente mais envolvente, onde os alunos se sentem motivados a explorar e aprender de maneira mais dinâmica. Assim, a impressão 3D não apenas torna o conteúdo mais acessível, mas também pode despertar um interesse renovado pela matéria.

No entanto, é relevante observar que 13% dos alunos classificaram a atividade como "interessante", o que sugere que, embora tenham reconhecido algum valor, a experiência não atingiu seu potencial máximo para esses estudantes. Essa resposta moderada pode ser um indicativo de que há aspectos da atividade que merecem ser refinados. Talvez a conexão entre a teoria e a prática não tenha sido suficientemente clara ou os objetivos da atividade não tenham sido plenamente compreendidos. Compreender as razões por trás dessa avaliação pode ser crucial para aprimorar futuras experiências de aprendizado.

Mais alarmante, 4% dos alunos consideraram a atividade "péssima". Essa porcentagem, embora pequena, representa uma crítica que não deve ser desconsiderada. É fundamental buscar compreender as razões por trás dessa insatisfação.

- A oitava questão foi sobre a “Eu gostaria de ter outras aulas de Matemática utilizando a Impressora 3D”.

Figura 43: Gráfico Pergunta sobre GeoGebra 6

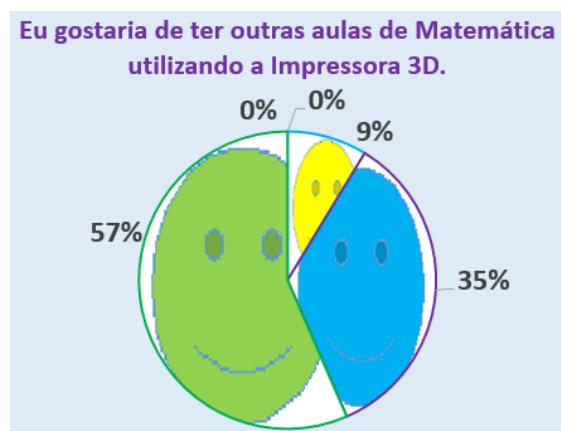


Gráfico 6.2.4.8 - Sobre outra Aula com a Impressora

A introdução da impressora 3D nas aulas de Matemática despertou um notável interesse entre os estudantes, evidenciado nas respostas à afirmação sobre o desejo de participar de mais atividades com essa tecnologia. Com 57% dos alunos considerando a proposta "muito legal" e 35% a chamando de "legal", fica evidente que a experiência proporcionou uma conexão

significativa entre os alunos e o conteúdo matemático, o que destaca o potencial transformador da tecnologia no ambiente educacional.

Esses números não apenas evidenciam a recepção positiva, mas também apontam para um engajamento ativo. A capacidade de visualizar e manipular conceitos matemáticos em três dimensões permite que os alunos transcendam a abordagem convencional da aprendizagem, que muitas vezes pode ser percebida como abstrata e desconectada da realidade. A experiência prática com a impressora 3D não só torna a matemática mais acessível, mas também promove um ambiente onde a exploração e a curiosidade são estimuladas. Essa nova abordagem pode ser especialmente valiosa em uma disciplina frequentemente encarada com aversão, mostrando que o aprendizado pode ser divertido e relevante.

É digno de nota que 9% dos alunos classificaram a atividade como "interessante", o que sugere que, embora tenham reconhecido algum valor na experiência, permaneceram em um espaço de participação moderada. Essa resposta oferece uma pista importante sobre a diversidade das experiências de aprendizagem. Para realmente maximizar o impacto das aulas futuras, será crucial explorar o que essa fração de alunos considerou menos envolvente. Seriam fatores como a clareza dos objetivos pedagógicos, a complexidade dos conceitos apresentados ou a dinâmica da atividade? Entender essas nuances pode levar a um aprimoramento contínuo da metodologia aplicada.

Os dados revelaram ainda um aspecto encorajador: nenhum aluno expressou descontentamento em relação à atividade, com 0% dos estudantes afirmando que não gostaram ou consideraram a experiência "péssima". Essa falta de feedback negativo é um indicativo positivo de que a atividade conseguiu, pelo menos em sua essência, engajar todos os alunos de alguma forma. Ao criar um ambiente onde a maioria se sentiu motivada e satisfeita, a impressora 3D se apresenta não apenas como uma ferramenta, mas como um catalisador para uma mudança positiva nas metodologias de ensino.

Em conclusão, a elevada porcentagem de alunos que expressam o desejo de ter mais aulas de Matemática utilizando a impressora 3D, somada à ausência de feedback negativo, reflete um cenário animador. Esse entusiasmo não é apenas um reflexo do divertimento envolvido, mas também uma clara indicação de que a tecnologia pode enriquecer a experiência de aprendizado.

Agora faremos uma breve análise sobre as duas questões discursivas do questionário e as respostas dos alunos para essa questão, as questões consistem em avaliar pontos positivos e negativos das atividades na Sala Maker, aplicativo GeoGebra e a Impressora 3D.

- Foi perguntado aos alunos o seguinte: Neste item, pedimos para você apontar que considera positivos sobre as atividades na sala Maker realizada com o Geogebra e a Impressora 3D.

Resposta: “Ensina bastante e faz coisas muito maneiras que nunca tinha visto antes em alguma escola”.

Figura 44: Pergunta sobre GeoGebra e Impressora 3D

- a) Neste item, pedimos para você apontar pontos que considera positivos sobre as atividades na sala Maker realizadas com o GeoGebra e a Impressora 3D.

Ensina bastante e faz coisas muito maneiras que nunca tinha visto antes em alguma escola

A resposta do aluno reflete um entusiasmo genuíno e uma apreciação clara pelas atividades realizadas na sala Maker com o GeoGebra e a impressora 3D. Ao afirmar que “ensina bastante”, o aluno reconhece a eficácia das ferramentas em contribuir para seu aprendizado. Essa afirmação sugere que as atividades não apenas transmitem conhecimento, mas também ajudam o estudante a compreender conceitos complexos de forma prática e visual.

A expressão "faz coisa muito maneiras" indica que as experiências proporcionadas pelas atividades foram significativas para ele, despertando o interesse do aluno. Isso é particularmente relevante, pois sugere que a utilização de tecnologia está quebrando a monotonia que pode estar presente em métodos tradicionais de ensino, oferecendo uma experiência educacional mais envolvente e prazerosa.

Além disso, a observação de que essas atividades são "coisas que nunca tinha visto antes em alguma escola" revela que o aluno está exposto a um ambiente de aprendizado diferente, que se destaca da experiência educacional convencional. Isso pode ter um impacto positivo

sobre a motivação e o engajamento do aluno na matéria, além de ampliar sua percepção sobre o que é possível aprender na escola.

Em resumo, a resposta do aluno não só sublinha a eficácia do ensino proporcionado pelas atividades, mas também ressalta a importância de inovar nas metodologias educacionais, especialmente ao mesclar tecnologia e criatividade. Essa análise traz à tona a necessidade de continuar explorando essas abordagens para promover um aprendizado significativo e motivador.

Analisaremos, outra resposta:

Figura 45: Pergunta sobre GeoGebra e Impressora 3D

- a) Neste item, pedimos para você apontar pontos que considera positivos sobre as atividades na sala Maker realizadas com o GeoGebra e a Impressora 3D.

Aula sobre o geogebra é boa, ajuda na visualização e representações.

A atividade envolvendo a impressão 3D contribuiu para melhorar bastante também na visualização.

A resposta do aluno destaca aspectos importantes das atividades realizadas na sala maker com o GeoGebra e a impressora 3D, evidenciando a eficácia dessas ferramentas no processo de aprendizado. Ao afirmar que "a aula sobre o GeoGebra é boa" e que "ajuda na visualização e representações", o aluno reconhece que o uso desse software proporciona uma melhoria na capacidade de entender e representar conceitos matemáticos. Isso sugere que o GeoGebra é uma ferramenta valiosa para tornar o conteúdo mais acessível, especialmente em relação a conceitos que, muitas vezes, podem ser abstratos.

Além disso, o aluno menciona que a atividade com a impressora 3D "contribui para melhorar bastante também na visualização". Essa afirmação reforça a ideia de que a experiência prática de ver e manipular objetos tridimensionais complementa o aprendizado teórico, facilitando uma compreensão mais profunda dos conceitos abordados. O uso da impressora 3D é percebido como um elemento adicional que enriquece a experiência educacional, tornando-a mais interativa e tangível.

Figura 46: Pergunta sobre GeoGebra e Impressora 3D

- a) Neste item, pedimos para você apontar pontos que considera positivos sobre as atividades na sala Maker realizadas com o GeoGebra e a Impressora 3D.

No GeoGebra foi muito boa a visualização plana dos sólidos geométricos.

Na impressora 3D foi boa para ver os sólidos mais detalhados.

A resposta do aluno destaca dois aspectos positivos distintos das atividades realizadas com o GeoGebra e a impressora 3D, focando principalmente na questão da visualização, que é essencial no aprendizado de Geometria Espacial. Ao mencionar que "no GeoGebra foi muito boa a visualização plana dos sólidos geométricos", o aluno enfatiza a eficácia desse software em representar conceitos de forma bidimensional, facilitando a compreensão de figuras e suas propriedades. Essa visualização plana pode ser particularmente útil para estudantes que estão começando a explorar formas geométricas, pois oferece uma base sólida antes de se avançar para representações mais complexas.

Na sequência, ao afirmar que "na impressora 3D foi boa para ver os sólidos mais detalhados", o aluno reconhece como a tecnologia tridimensional aprimora a experiência de aprendizado. A capacidade de observar e interagir com modelos físicos proporciona uma dimensão adicional ao entendimento dos sólidos, permitindo uma apreciação de suas características e detalhes que não seriam facilmente capturados apenas com representações planas. Essa combinação de abordagens, de visualização bidimensional e tridimensional, sugere que o uso integrado dessas ferramentas na sala maker é eficaz para desenvolver uma compreensão mais abrangente e rica dos conceitos geométricos.

Em suma, a análise da resposta do aluno evidencia a importância tanto do GeoGebra quanto da impressora 3D no processo de ensino-aprendizagem, ressaltando como cada ferramenta contribui de maneira complementar para a visualização e compreensão de sólidos geométricos. Essa perspectiva pode ser valiosa para educadores que buscam maximizar o impacto das atividades na sala maker.

Figura 47: Pergunta sobre GeoGebra e Impressora 3D

- a) Neste item, pedimos para você apontar pontos que considera positivos sobre as atividades na sala Maker realizadas com o GeoGebra e a Impressora 3D.

Consegui compreender e visualizar melhor as formas geométricas; E as aulas foram bem melhores do que as que são dentro da sala de aula.

A resposta do aluno reflete uma transformação significativa na forma como ele percebe e interage com os conceitos geométricos por meio das atividades realizadas na sala maker. Ao afirmar que "consegui compreender e visualizar melhor as formas geométricas", o aluno destaca a eficácia das ferramentas utilizadas — GeoGebra e Impressora 3D — em aprimorar a compreensão de figuras geométricas. Essa declaração sugere que a abordagem prática e visual proporcionada na sala maker facilitou uma aprendizagem mais profunda, permitindo que o aluno não apenas entenda os conceitos, mas também os perceba de maneira mais concreta.

Além disso, a comparação feita entre as aulas na sala maker e as aulas tradicionais, ao dizer que "as aulas foram bem melhores do que as que são dentro da sala de aula", indica uma insatisfação com as metodologias convencionais. Isso ressalta a importância de ambientes de aprendizagem inovadores e interativos, que podem ser mais eficazes em abordar conteúdos que muitas vezes são considerados abstratos e desafiadores. A expressão de preferência por essa nova abordagem sugere que o aluno se sente mais engajado e motivado, evidenciando a necessidade de integrar mais frequentemente práticas ativas e tecnologias no ensino, principalmente em disciplinas que envolvem conceitos visuais complexos como a Geometria.

Em resumo, a análise da resposta do aluno mostra como as atividades na sala maker contribuíram para uma compreensão mais robusta das formas geométricas e evidenciam um contraste positivo com as aulas tradicionais, sugerindo que práticas pedagógicas inovadoras podem resultar em um aprendizado mais eficaz e enriquecedor.

Figura 47: Pergunta sobre GeoGebra e Impressora 3D

- a) Neste item, pedimos para você apontar pontos que considera positivos sobre as atividades na sala Maker realizadas com o GeoGebra e a Impressora 3D.

Para mim, os pontos positivos do app geogebra foi que visualizamos mais os sólidos, de todos os lados e jeitos possíveis. E que foi mais rápido conseguir fazer retas e pontos no aplicativo.

A resposta do aluno demonstra um reconhecimento claro dos benefícios proporcionados pelo uso do GeoGebra nas atividades de sala maker. Ao afirmar que "visualizamos mais os sólidos, de todos os lados e jeitos possíveis", o aluno sublinha a capacidade do aplicativo de oferecer uma representação abrangente e multifacetada dos sólidos geométricos. Essa visualização tridimensional permite que os alunos adquiram uma compreensão mais profunda das formas e suas propriedades, promovendo um aprendizado mais dinâmico e intuitivo. A ênfase na possibilidade de observar os sólidos de diferentes ângulos sugere que o GeoGebra facilita a construção de conexões mentais mais sólidas entre conceitos geométricos.

Ademais, o aluno menciona que "foi mais rápido conseguir fazer retas e pontos no aplicativo", apontando uma vantagem significativa em termos de eficiência e agilidade na prática matemática. Essa facilidade de uso pode aumentar o nível de engajamento dos alunos, já que sentirão que podem se concentrar mais na resolução de problemas e na exploração de conceitos, sem serem travados por barreiras técnicas. A rapidez no processo de construção geométrica pode, portanto, incentivar um aprendizado mais produtivo e prazeroso, afastando frustrações que costumam acompanhar ferramentas mais complexas.

Em resumo, a análise da resposta do aluno destaca como o GeoGebra proporciona um aprendizado visual e eficiente, reforçando a importância de ferramentas tecnológicas na educação matemática, que facilitam a compreensão e a execução de atividades práticas de forma mais acessível e rápida.

- Sobre a questão: Neste item, pedimos para você apontar que considera positivos sobre as atividades na sala Maker realizada com o Geogebra e a Impressora 3D. O que, na sua visão, poderia ser aprimorado quando fôssemos utilizar esses recursos com outra turma?

Resposta: Eu não consigo mexer no app pelo celular ainda é meio difícil, demora bastante para poder imprimir.

Figura 48: Pergunta sobre GeoGebra e Impressora 3D

- b) Neste item, pedimos para você apontar pontos que considera negativos sobre as atividades na sala Maker realizadas com o GeoGebra e a Impressora 3D. O que, na sua visão, poderia ser aprimorado quando fôssemos utilizar esses recursos com outras turmas?

*Bu não consigo mexer no app pelo celular
ainda mais é meio difícil, demora bastante para
pode imprimir*

A resposta do aluno oferece insights valiosos sobre a experiência com as atividades na sala maker que utilizaram o GeoGebra e a impressora 3D. Ao mencionar que "não consigo mexer no app pelo celular", o aluno expressa uma dificuldade técnica que pode ser um obstáculo significativo para a inclusão e o engajamento com a ferramenta. Essa limitação sugere que a interface do aplicativo pode não ser amigável ou acessível o suficiente para todos, destacando a necessidade de um treinamento adicional ou adaptações nas ferramentas para facilitar o acesso dos alunos.

Além disso, a observação de que o processo de impressão "demora bastante" revela uma frustração quanto à eficiência do uso da impressora 3D. Esse ponto é crucial, pois o tempo de espera pode desestimular os alunos, especialmente em um ambiente de aprendizado dinâmico como o da sala maker. Assim, o feedback do aluno indica que a questão da rapidez no processo de impressão deve ser abordada, seja por meio da otimização do fluxo de trabalho, da escolha de modelos mais simples para impressão ou mesmo da gestão do tempo das atividades em sala.

Em elaboração, a análise da resposta do aluno destaca aspectos positivos e negativos da experiência. Embora não sejam mencionados diretamente os elementos positivos das atividades, a dificuldade que sente ao usar o aplicativo e o tempo de impressão demorado evidenciam áreas que necessitam de aprimoramento. Essa reflexão é fundamental para que futuras turmas tenham uma experiência mais fluida e produtiva ao utilizar o GeoGebra e a impressora 3D, contribuindo para um aprendizado mais eficaz e satisfatório.

Figura 49: Pergunta sobre GeoGebra e Impressora 3D

- b) Neste item, pedimos para você apontar pontos que considera negativos sobre as atividades na sala Maker realizadas com o GeoGebra e a Impressora 3D. O que, na sua visão, poderia ser aprimorado quando fôssemos utilizar esses recursos com outras turmas?

Poderia aprimorar a Impressora 3D um pouco, ela é um pouco lenta/demora a criar os carros, então poderia aprimorar a Impressora nessa função.

Resposta: Poderia aprimorar a impressora 3D um pouco, ele é um pouco lenta, demora a criar as coisas, então poderia aprimorar a impressora nessa função.

Figura 50: Pergunta sobre GeoGebra e Impressora 3D

- b) Neste item, pedimos para você apontar pontos que considera negativos sobre as atividades na sala Maker realizadas com o GeoGebra e a Impressora 3D. O que, na sua visão, poderia ser aprimorado quando fôssemos utilizar esses recursos com outras turmas?

Enfrentei dificuldades usando o aplicativo, achei um pouco complicado de usar. No celular, algumas ferramentas não funcionavam. Um tutorial de como usar o aplicativo seria bom.

A resposta do aluno evidencia uma preocupação clara com a eficiência da impressora 3D utilizada nas atividades da sala maker. Ao mencionar que "a impressora 3D é um pouco lenta" e "demora a criar as coisas", o aluno aponta uma limitação prática que pode impactar a experiência educativa. Essa percepção sobre a lentidão do equipamento não apenas sugere uma frustração com o tempo de espera, mas também pode indicar que essa demora interfere no fluxo das atividades, comprometendo o engajamento e a dinâmica do aprendizado.

Além disso, ao sugerir que "poderia aprimorar a impressora nessa função", o aluno demonstra um pensamento crítico e a capacidade de identificar áreas de melhoria. Essa atitude é positiva, pois reflete um interesse em tornar o ambiente de aprendizado mais eficiente e produtivo.

Figura 51: Pergunta sobre GeoGebra e Impressora 3D

- b) Neste item, pedimos para você apontar pontos que considera negativos sobre as atividades na sala Maker realizadas com o GeoGebra e a Impressora 3D. O que, na sua visão, poderia ser aprimorado quando fôssemos utilizar esses recursos com outras turmas?

Os pontos negativos do geogebra não tem muitos em geral, é um app seguro e prático, não tive problemas com o aplicativo e só acho que deveria ter um tutorial de como mexer e saber usar sem auxílio do professor.

Podíamos aprimorar a internet, a organização para conseguir agilizar mais rápido, e ter paciência pra ver o quanto legal é a impressora 3D.
E impressora 3D realmente o ponto negativo dela é o tempo, para imprimir um negócio de 10 centímetros levar muito tempo, mas ela foi bastante útil e foi maneiro ver a forma nas mãos e não só na mente ou no geogebra.

A resposta do aluno oferece uma análise equilibrada que reconhece tanto os pontos negativos quanto os positivos das atividades realizadas com o GeoGebra e a impressora 3D. Ao mencionar que "os negativos do GeoGebra não tem muitos em geral", ele destaca que considera o aplicativo seguro e prático, o que indica uma experiência satisfatória. No entanto, a sugestão de incluir um tutorial para o uso do aplicativo sem a necessidade de auxílio do professor é um ponto importante e pertinente; isso poderia empoderar os alunos a explorarem a ferramenta de forma mais autônoma e, assim, maximizar seu aprendizado.

Em relação à impressora 3D, o aluno aponta algumas áreas para aprimoramento, como "a internet" e "a organização", o que sugere que uma melhor infraestrutura poderia facilitar e agilizar o processo de impressão. Ele também menciona que "o tempo para imprimir um negócio de 10 centímetros leva muito tempo", identificando a lentidão da impressora como um desafio prático e um fator limitante para a apreciação das atividades. Apesar disso, o aluno reconhece o valor da impressora 3D, destacando que ela "foi bastante útil" e que foi "maneiro ver a forma nas mãos", o que indica que a experiência de tangibilizar conceitos geométricos é altamente valorizada. Essa apreciação pela capacidade da impressora 3D de proporcionar uma compreensão mais concreta dos sólidos complementa a análise, evidenciando que, apesar das limitações, as atividades têm um impacto positivo no aprendizado.

Em resumo, a análise da resposta do aluno evidencia um reconhecimento das limitações do GeoGebra e da impressora 3D, enquanto ao mesmo tempo reafirma a eficácia e a importância dessas ferramentas no processo de ensino-aprendizagem. A combinação de sugestões para melhorias, especialmente no que diz respeito à organização e ao suporte, demonstra um pensamento crítico valioso que pode contribuir para a otimização das atividades na sala Maker.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A dissertação tem como tema o ensino da Geometria Espacial no Ensino Médio, abordando sua importância no currículo escolar, as dificuldades de aprendizagem enfrentadas pelos alunos e estratégias didáticas para superá-las. O trabalho destaca a relevância da Geometria Espacial, especialmente em relação ao Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), onde cerca de 29,1% das questões estão relacionadas a este tema. Para aprimorar o entendimento geométrico dos alunos, a pesquisa propõe a utilização da Teoria de Van Hiele como modelo, conectando teoria à prática e utilizando recursos tecnológicos, como GeoGebra e impressão 3D, para facilitar a aprendizagem.

A pesquisa busca entender como uma sequência didática pode melhorar o pensamento geométrico espacial a partir das experiências dos participantes. Percebe-se que as dificuldades apresentadas pelos alunos na aprendizagem de Geometria Espacial decorrem da falta de conhecimento prévio em Geometria Plana, dificuldades na visualização de sólidos, o tempo limitado para a aplicação das tarefas em razão de ocupações com outras atividades da sala Maker, e a falta de Internet, que influenciou negativamente no aprendizado.

Embora esta pesquisa tenha contribuído significativamente para a compreensão do desenvolvimento do pensamento espacial com o auxílio do GeoGebra e da impressora 3D, algumas limitações devem ser reconhecidas. A dissertação aponta que a Geometria é frequentemente tratada de maneira insuficiente durante o Ensino Fundamental, resultando em lacunas no conhecimento que afetam o desempenho dos alunos no Ensino Médio. Isso implica que muitos alunos chegam ao Ensino Médio sem a base necessária em Geometria Plana, prejudicando sua compreensão de Geometria Espacial.

O método tradicional de ensino adotado nas aulas contribui para essa insuficiência, enfatizando a transmissão de conhecimento de maneira expositiva e a aplicação de fórmulas, sem a real compreensão dos conceitos geométricos. Essa abordagem fomenta a mecanização do aprendizado, dificultando a visualização e a aplicação prática dos conceitos.

Além disso, a dissertação destaca que existem diferenças significativas na forma como a Geometria é ensinada em escolas públicas e privadas, levando a experiências de aprendizado muito distintas e afetando as percepções dos alunos sobre a relevância da Geometria. Uma das principais limitações identificadas é a dificuldade dos alunos em visualizar sólidos geométricos,

acentuada pela falta de práticas de construção e manipulação de objetos durante a aprendizagem no Ensino Fundamental.

A pesquisa também sugere a necessidade urgente de formação continuada dos professores para que estes possam integrar novas tecnologias e métodos pedagógicos que favoreçam o ensino da Geometria Espacial de maneira mais eficaz e integrada ao cotidiano dos alunos.

Diante das limitações observadas, surgem diversas oportunidades para pesquisas futuras que podem expandir o entendimento sobre o desenvolvimento do pensamento espacial. Propõe-se realizar estudos aprofundados sobre a aplicação da Teoria de Van Hiele em diferentes contextos educacionais e faixas etárias, explorando como os níveis de compreensão dos alunos impactam o aprendizado geométrico. Além disso, investigações podem abordar como os educadores podem adaptar suas estratégias de ensino para cada nível, promovendo um aprendizado mais eficaz.

Outro caminho interessante é investigar o uso de novas tecnologias digitais, além do GeoGebra e impressão 3D, para melhorar a visualização espacial e o engajamento dos alunos. Pesquisas podem avaliar o impacto de ambientes virtuais e simuladores que permitem a manipulação de sólidos geométricos, assim como atividades de realidade aumentada. Finalmente, é fundamental conduzir estudos focados no desenvolvimento contínuo da habilidade de visualização espacial dos alunos ao longo de sua educação, desde o Ensino Fundamental até o Ensino Médio, criando intervenções que abordem especificamente as dificuldades de visualização relatadas e como essas habilidades podem ser aprimoradas ao longo do tempo.

Referências

ANDRADE, F., & Félix, L. C. (2024). “Cultura Maker para Educadores”: um Projeto de Curso Híbrido Baseado em MOOC. *EaD Em Foco*, 14(1), e2123. <https://doi.org/10.18264/eadf.v14i1.2123>

BAIRRAL, Marcelo. **Dispositivos móveis no ensino de matemática – Tablets e Smartphones**. São Paulo. ed. Livraria da Física, 2019.

BISSOLOTTI, Maria Lima; TITON, Flaviane Predebon. Diagnóstico sobre as dificuldades de aprendizagem da geometria no ensino médio e os potenciais elementos facilitadores. **Contraponto**, Blumenau, v.3, p. 5 – 22, 2022.

BORTOLOSSI, Humberto; CRISSAFF, Lhaylla. **Vistas ortogonais e representações em perspectivas**. In: Simas, F. Teixeira, A. Livro aberto de matemática. Rio de Janeiro: Editora IMPA, 2018.

BORTOLOSSI, H.J., CRISSAFF, Lhaylla. **Modelagem de uma peça artística peculiar no GeoGebra 3D/RA**. São Paulo. Revista do Instituto Geogebra de São Paulo, v. 11, n.2, p.163 - 166, 2022.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, DF: MEC, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/> . Acesso em: [06/05/2024].

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **Matriz de Referência do ENEM**. Brasília, DF: INEP, 2009. Disponível em: http://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/downloads/2010/matriz_referencia.pdf . Acesso em: [06/05/2024].

BRASIL. Ministério da Educação. **Novo Ensino Médio - perguntas e respostas**. Brasília: Ministério da Educação. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/publicacoes-para-professores/30000-uncategorised/40361-novo-ensino-medio-duvidas> Acesso em: 17 jan. 2024.

COSTA, I. K. F., Costa, I. K. F., Dantas, R. A. N., DANTAS, D. V., Nascimento, J. C. P., Costa, R. A. G. de F., & Torres, G. de V. (2018). **UTILIZAÇÃO DA TECNOLOGIA NO ENSINO A DISTÂNCIA EM SUPORTE BÁSICO DE VIDA**. *Revista Brasileira De Inovação Tecnológica Em Saúde - ISSN:2236-1103*, 8(2), 11. <https://doi.org/10.18816/rbits.v8i1.15558>

CUNICO, Marlon Wesley Machado. **Impressora 3D novo meio Produtivo**. 2015. Concep3D Pesquisa Científica LTDA. Curitiba, 2014.

FARIA, Paula Maria Moreira da Fonseca Cardoso. O ENEM e sua relação com o ensino de Matemática na Escola Básica. 2021. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT), Universidade do Estado do Rio de Janeiro, 2021.

FERNANDES, Ramon; **Euclidea: uma proposta didática de ensino da geometria com régua, compasso e tecnologia digital.** 2023. p.125. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT). Instituto de Ciências Exatas, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro. Seropédica, RJ, - Rio de Janeiro, RJ

GOLLEDGE, R. G., Jacobson, R. D., Kitchin, R., & Blades, M. (2000). **Cognitive maps, spatial abilities, and human wayfinding.** Geographical review of Japan, Series B., 73(2), 93–104.

GUTIÉRREZ, Angel. **Exploring the links between Van Hiele levels and 3-dimensional geometry.** Structural Topology, n. 18, p. 31 – 48, 1992.

HOHENWARTER, Markus; HOHENWARTER, Judith. **Introduzione a GeoGebra**, 2008.

HOHENWARTER, Markus, and Markus Hohenwarter. "GeoGebra." Available on-line at <http://www.geogebra.org/cms/en> (2002).

IBGE – INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. **Censo Brasileiro de 2023.** Rio de Janeiro: IBGE, 2025. Acesso em 02 de janeiro de 2025. Disponível em: <https://www.ibge.gov.br/cidades-e-estados/rj/mesquita.html>

LIMA, Elon Lages; CARVALHO, Paulo Cezar Pinto; WAGNER, Eduardo; MORGADO, Augusto César. **A matemática do ensino médio**, v.2, Rio de Janeiro. ed. SBM, 2006.

LIMA, F. C. M. **Mesquita - RJ em foco: a história da Baixada Fluminense e as relações identitárias na educação básica,** Dissertação (Mestrado Profissional em Rede Nacional PROFHISTÓRIA) – Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, RJ, 2019.

MATTOS, Sandra Maria Nascimento de; **Conversando sobre metodologia da pesquisa científica [recurso eletrônico]** / Sandra Maria Nascimento de Mattos - Porto Alegre, RS: Editora Fi, 2020.

MARQUES, Vanessa Dummer; CALDEIRA, Claudia Rosana da Costa. **Dificuldades e carências na aprendizagem da Matemática do Ensino Fundamental e suas implicações no conhecimento da Geometria.** Revista Thema, Pelotas, v. 15, n. 2, p. 403 – 413.

MCGEE, M.G. **Human spatial abilities: Psychometric studies and environmental, genetic, hormonal and neurological influences.** Psychol. Bull. 1979, 86, 889–918. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/22756060_Human_spatial Abilities_Psychometric_studies_and_environmental_genetic_hormonal_and_neurological_influences Acesso: 26 fev. 2025.

MOREIRA, Priscila Vicente Leal. **Estimulando o Engajamento Estudantil nas Aulas de Matemática do Ensino Fundamental: uma experiência baseada em Gamificação.** 2023. p. 36. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT). Instituto de Ciências Exatas, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro. Seropédica, RJ, 2023.

MONZON, Larissa Weyh; BASSO, Marcus Vinicius de Azevedo. **GeoGebra e Impressão 3D: desenvolvendo o Pensamento Geométrico Espacial.** Anais do XXV Workshop de Informática na Escola, Brasília, p. 279 – 285, 2019.

OLIVEIRA, Wellington Fabiano Santos de; CRISTÓVÃO, Eliane Matesco. **Geometria Espacial nas Questões do Enem: uma análise a partir dos níveis de van Hiele.** Educação Matemática em Revista, Brasília, v. 27, n. 74, p. 104-116, jan./mar. 2022.

PASSOS, Maristela, **Desafios e perspectivas para a utilização da informática na educação matemática,** Disponível em: <[chrome-extension://efaidnbmnnibpcajpcglclefindmkaj/http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/408-4.pdf](http://efaidnbmnnibpcajpcglclefindmkaj/http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/408-4.pdf)>. Acesso em: 10 de jun. de 2023.

PACHECO, Maria Buzin; ANDREIS, Greice da S. Lorenzzetti. **Causas das dificuldades de aprendizagem em Matemática: percepção de professores e estudantes do 3º ano do Ensino Médio.** Revista Principia, João Pessoa, n. 38 p. 105 – 119, 2018.

RIO DE JANEIRO (Estado). Secretaria de Estado de Educação. **Curriculum Mínimo.** Rio de Janeiro, RJ: SEEDUC, 2012. Disponível em: <https://sites.google.com/educa.rj.gov.br/ementas2024/in%C3%ADcio> . Acesso em: [06/05/2024].

SANTOS, Ana C. Almeida dos; ARAÚJO, Maria L. Haywanon Santos. **A Geometria no ENEM: reflexões sobre Avaliação Educacional e o Ensino de Matemática em uma Perspectiva Crítica.** Perspectivas da Educação Matemática, Mato Grosso do Sul, v. 15, n. 40 p. 1 – 20, dez. 2022.

SILVA, M. R. da; PAZUCH, V. Tecnologias digitais no ensino de geometria: Uma revisão sistemática da literatura. Educação Matemática Pesquisa Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, São Paulo, v. 26, n. 2, p. 031–055, 2024.

SOUZA, Carla Fernandes e. **Estudo de quadriláteros, reflexões e rotações no plano, segundo a teoria de van Hiele: uma experiência com alunos do 9º ano do ensino fundamental.** 2014. p.125. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT). Instituto de Ciências Exatas, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro. Seropédica, RJ, 2014.

SOUZA, Gabriel Moreno Ferreira de. **Uso do Geogebra 3D no Ensino de Geometria Espacial.** 2017. p. 15. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT). Instituto de Ciências Exatas, Universidade Federal de Juiz de Fora. Juiz de Fora, MG, 2017.

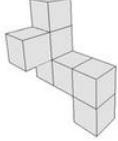
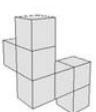
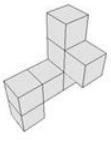
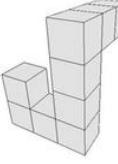
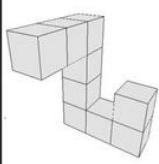
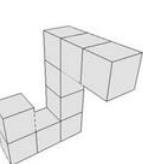
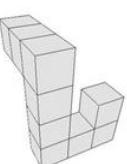
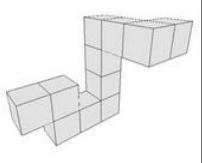
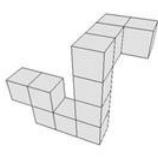
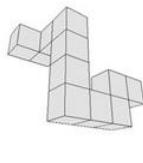
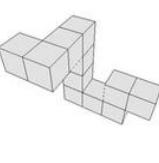
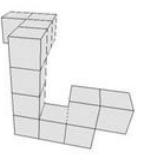
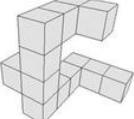
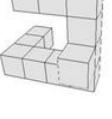
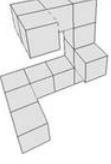
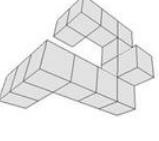
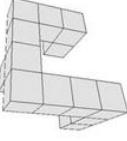
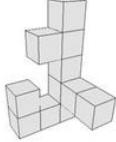
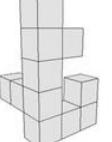
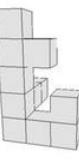
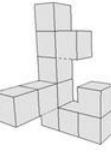
WAHAB, Rohani Abd, ABDULLAH, Halim Abdul, Evaluation by Experts and Designated Users on the Learning Strategy using SketchUp Make for Elevating Visual Spatial Skills and Geometry Thinking, **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, v. 31, n. 58, p. 819 -840, 2017.

Apêndice A

TESTE DE ROTAÇÃO MENTAL

Nome: _____

Em cada linha da tabela abaixo, observe a figura ORIGINAL, presente na primeira coluna. Em cada linha, marque DUAS figuras dentre as das colunas A, B, C e D que correspondem à figura ORIGINAL.

ORIGINAL	A	B	C	D
				
				
				
				
				

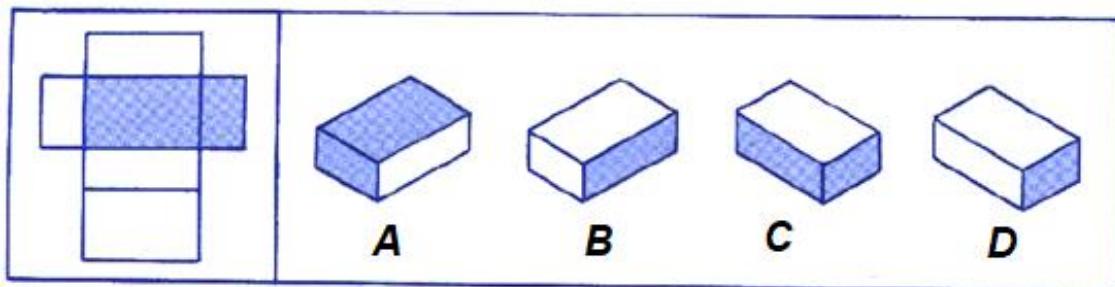
Apêndice B

TESTE DE VISUALIZAÇÃO MENTAL

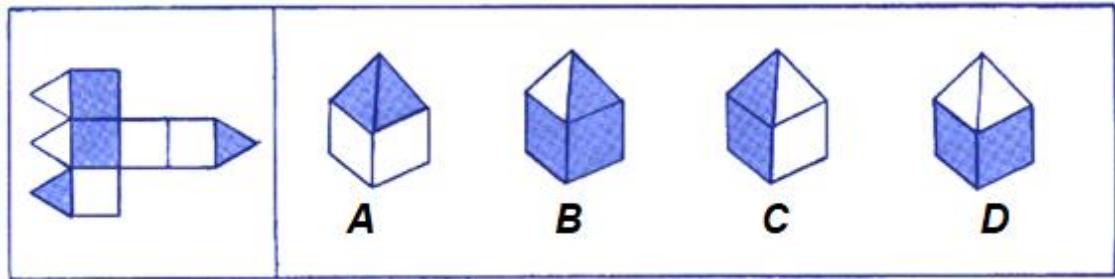
Nome: _____

- 1) Em cada item abaixo, temos um molde planificado, que ao ser dobrado, podem formar figuras espaciais. **Em cada item, você vai marcar DUAS figuras espaciais** que podem ser feitas dobrando-se o molde fornecido.

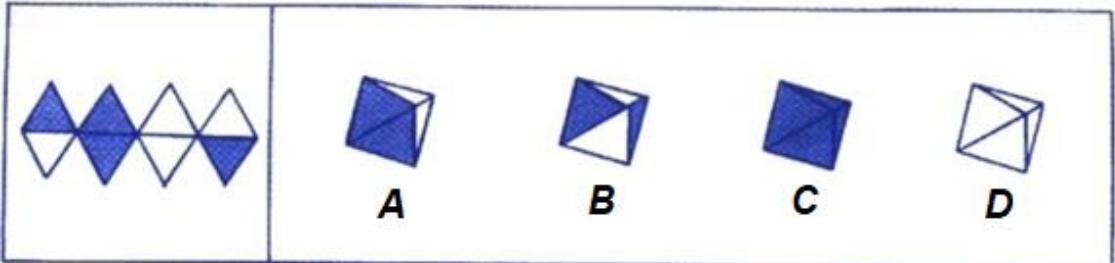
a)



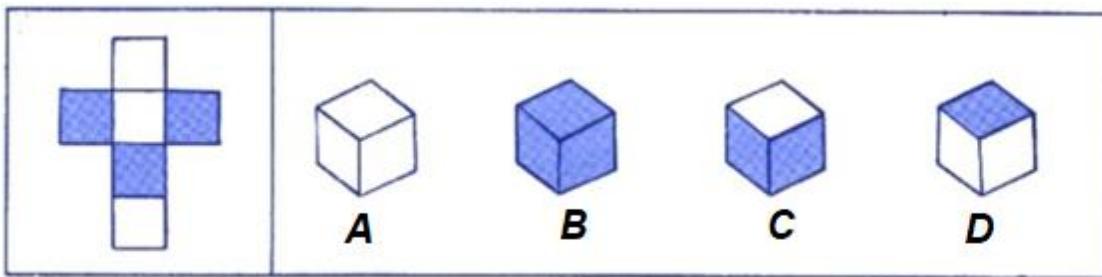
b)



c)



d)



2) Dentre as diversas planificações possíveis para o cubo, uma delas é a que se encontra apresentada na Figura 1.

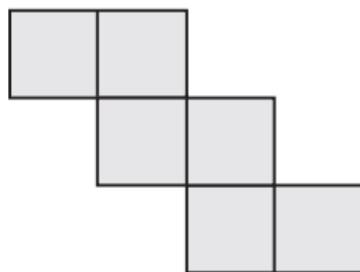


Figura 1

Em um cubo, foram pintados, em três de suas faces, quadrados de cor cinza escura, que ocupam um quarto dessas faces, tendo esses três quadrados um vértice em comum, conforme ilustrado na Figura 2.

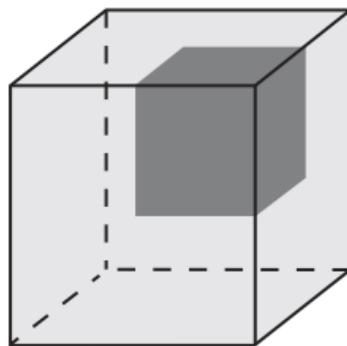
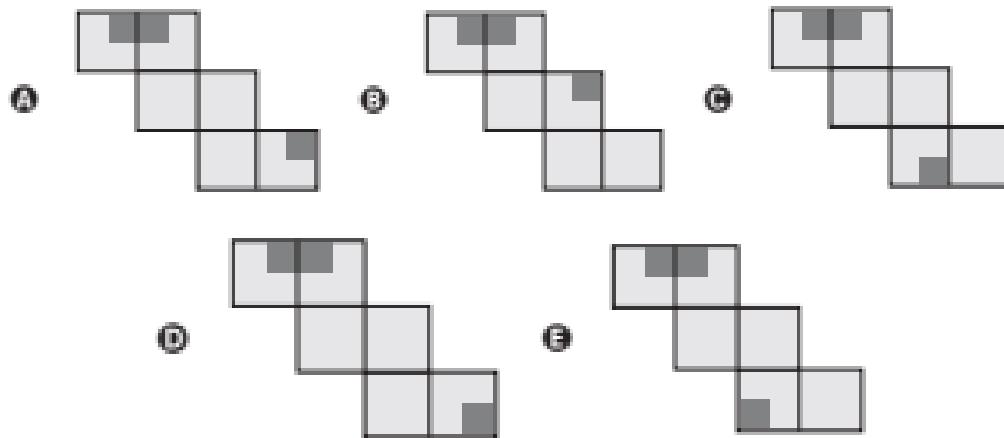


Figura 2

A planificação do cubo da Figura 2, conforme o tipo de planificação apresentada na Figura 1, é obtida APENAS na alternativa:



3) Na Figura 3 abaixo estão destacadas duas trajetórias sobre a superfície do globo terrestre, descritas ao se percorrer parte dos meridianos 1, 2 e da Linha do Equador, sendo que os meridianos 1 e 2 estão contidos em planos perpendiculares entre si. O plano α é paralelo ao que contém a Linha do Equador.

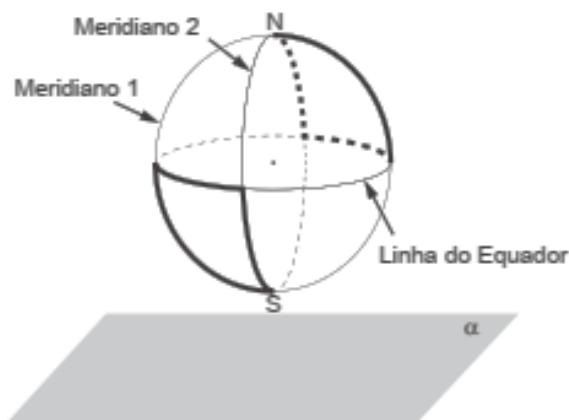
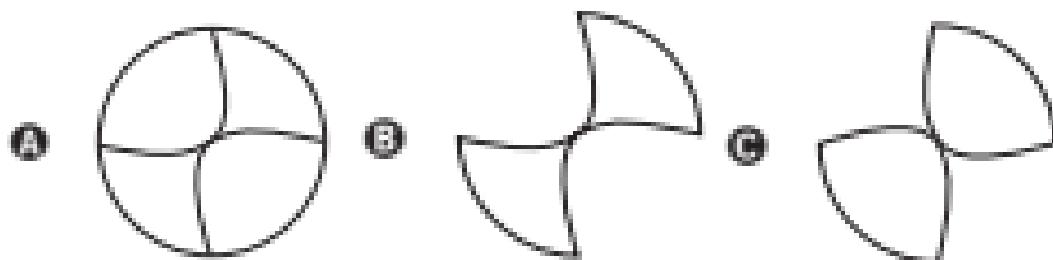
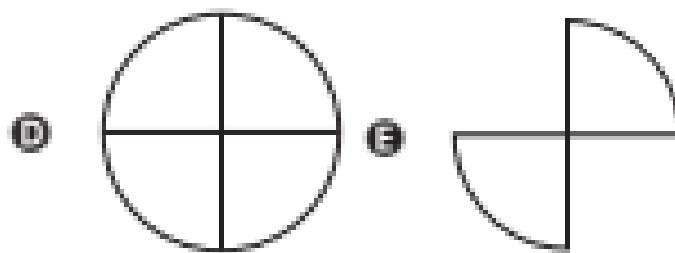


Figura 3

A vista superior da projeção ortogonal sobre o plano α dessas duas trajetórias é dada APENAS pela alternativa:





- 4) Na Figura 4 abaixo, apresentamos um cubo que possui desenhado nas suas 6 faces as letras C, E, K, L, P e T. Ao lado do cubo, temos o desenho de uma de suas planificações possíveis, com uma face marcada com a letra T e outra com um ponto de interrogação (?)

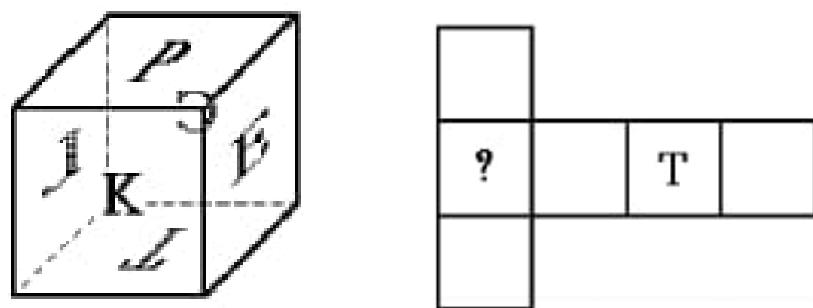


Figura 4

Dentre as 10 possibilidades existentes no quadro abaixo, identifique a **ÚNICA** opção que contém a letra e sua respectiva posição na face marcada com a interrogação no desenho da planificação do cubo.

C	E	K	L	P
?	E	K	L	d

- 5) Na Figura 5 abaixo, apresentamos um cubo que possui desenhado nas suas 6 faces as letras E, G, K, L, P e T. Ao lado do cubo, temos o desenho de uma de suas planificações possíveis, com uma face marcada com a letra T e outra com um ponto de interrogação (?)

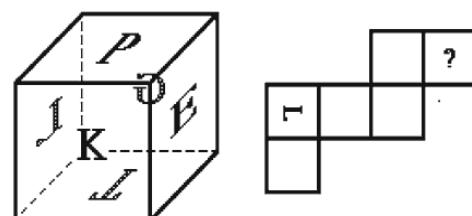
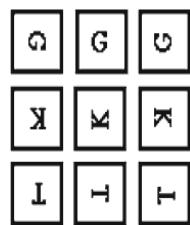


Figura 5

Dentre as 9 possibilidades existentes no quadro abaixo, identifique a **ÚNICA** opção que contém a letra e sua respectiva posição na face marcada com a interrogação no desenho da planificação do cubo.



Apêndice C

Questionário de Avaliação das Atividades na Sala Maker com GeoGebra e a Impressora 3D

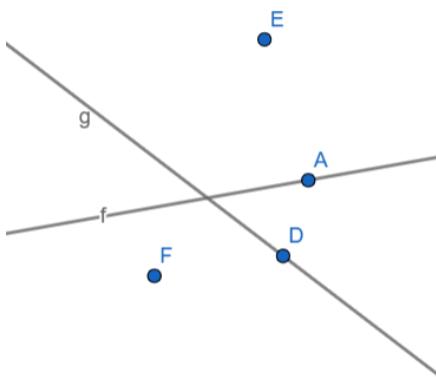
Nº	Afirmações sobre as atividades desenvolvidas na sala <u>Maker</u>				
1	Aplicativo <u>GeoGebra</u> no Geral.				
2	Modelagem de Objetos com <u>GeoGebra</u> na Função Realidade Aumentada.				
3	Estudar Geometria Espacial com o <u>GeoGebra</u> 3D foi pra zero.				
4	O <u>GeoGebra</u> 3D me ajudou a aprender mais a visualizar e representar os sólidos da Geometria Espacial				
5	As aulas de Geometria Espacial com o <u>GeoGebra</u> 3D foram interessantes.				
6	A atividade envolvendo a Impressora 3D contribuiu para melhorar sua visualização dos sólidos da Geometria Espacial.				
7	Eu gostaria de ter outras aulas de Matemática utilizando o <u>GeoGebra</u> .				
8	Eu gostaria de ter outras aulas de Matemática utilizando a Impressora 3D.				

- a) Neste item, pedimos para você apontar pontos que considera positivos sobre as atividades na sala Maker realizadas com o GeoGebra e a Impressora 3D.
- b) Neste item, pedimos para você apontar pontos que considera negativos sobre as atividades na sala Maker realizadas com o GeoGebra e a Impressora 3D. O que, na sua visão, poderia ser aprimorado quando fôssemos utilizar esses recursos com outras turmas?

Apêndice D

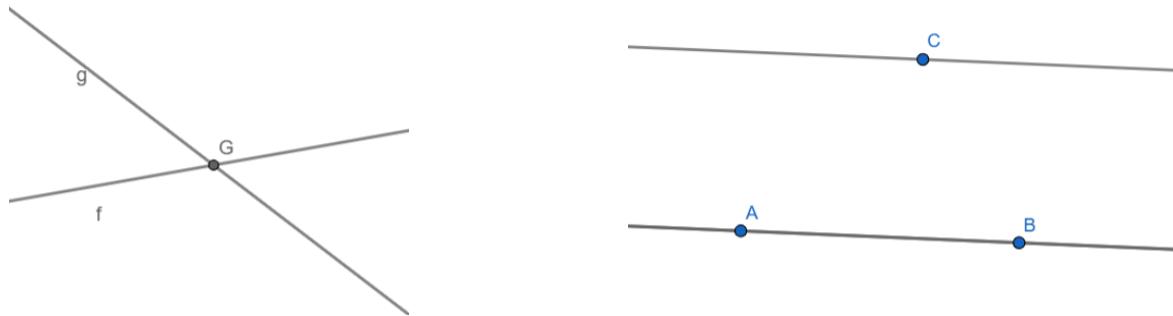
1 - Apresentação dos conceitos primitivos de Geometria.

Os conceitos de ponto, reta e plano não são definidos. Compreendemos estes conceitos a partir de um entendimento comum utilizado cotidianamente dentro e fora do ambiente escolar.

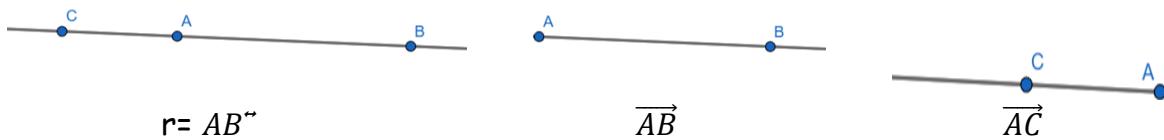


Na figura anterior vemos dois pontos A e B e duas retas r e s . Geralmente é utilizada esta notação: letras maiúscula para pontos e letras minúscula para retas.

- Uma reta é um conjunto de pontos.
- Se são dadas duas retas distintas no plano, ou elas possuem um único ponto em comum, ou elas não possuem ponto algum em comum. No primeiro caso elas são chamadas de concorrentes e no segundo caso elas são paralelas.



- Um ponto A situado sobre uma reta r divide a reta em dois pedaços chamados de semirretas de origem A .
- A semirreta de origem A e que contém o ponto B é representada por \overrightarrow{AB} e a semirreta de origem A e que contém o ponto C é representada por \overrightarrow{AC} .



- Dados dois pontos A e B sobre uma reta r , o segmento de extremidades A e B é a porção da reta formada pelos pontos compreendidos entre A e B .



- O ponto médio M do segmento AB é o ponto deste segmento que o divide em dois segmentos de mesmo comprimento, isto é, $\underline{AM} = \underline{MB}$.



Atividade 1

- 1) Sobre ponto, reta, semirreta e segmento de reta. Dê um exemplo de cada um com base na sua vida cotidiana.
- 2) Se as retas r e s não se encontram em nenhum ponto, o que você pode concluir sobre elas? Qual é o nome que se dá a esse tipo de reta?
- 3) Desenhe um segmento de reta que liga os pontos A e B . Identifique os extremos A e B e explique o que significa "segmento de reta".
- 4) O que é uma semirreta? Se um ponto A é o ponto de origem de uma semirreta, como você a representaria graficamente? Dê um exemplo simples desenhando a semirreta a partir de A .

Exibição do vídeo:

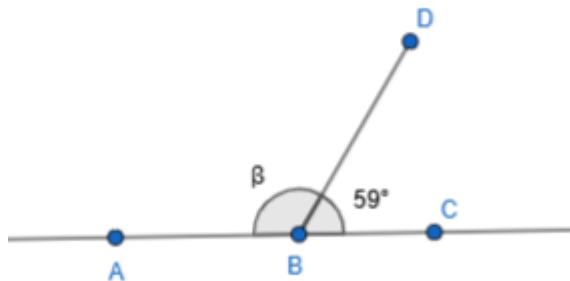
https://www.youtube.com/watch?v=Eem4zeWMnjU&list=PLrVGp617x0hD_apxAsm-SO9KI8h1zu8AM&index=5

Atividade 1

- 1) Com o auxílio de um transferidor, sobre a figura a seguir desenhe semirretas \overrightarrow{OB} , \overrightarrow{OC} , \overrightarrow{OD} e \overrightarrow{OE} tais que $A\hat{O}B = 30^\circ$, $A\hat{O}C = 60^\circ$, $A\hat{O}D = 90^\circ$ e $A\hat{O}E = 135^\circ$.



- 2) O que é um ângulo reto? O que são retas perpendiculares? O que significa dizer que dois ângulos são complementares?
- 3) O que é um ângulo raso? O que são suplementares? Na figura a seguir, os pontos A, B e C estão alinhados. Qual é a medida do ângulo β ?



Atividade 2 Triângulos³

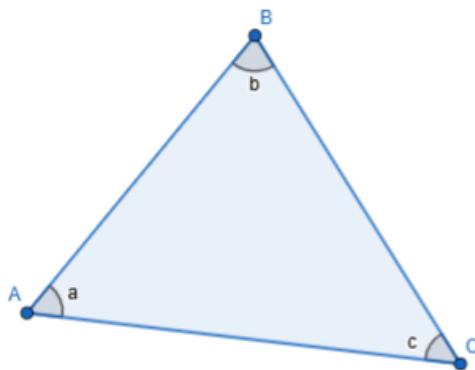
Nesta atividade foi exibido o vídeo 14 de geometria do canal PICOBMEP. Logo após a exibição foi entregue uma folha com as seguintes atividades.

- Exibição do vídeo:

<https://www.youtube.com/watch?v=Mg0DvpDQ4gQ&list=PLrVGp617x0hBHejKI2bi6dgYjUa0gWduF&index=14>

Os segmentos de reta que unem três pontos não colineares A, B e C formam um triângulo, que será indicado como o triângulo ABC.

³ Encontros de Geometria Parte 1



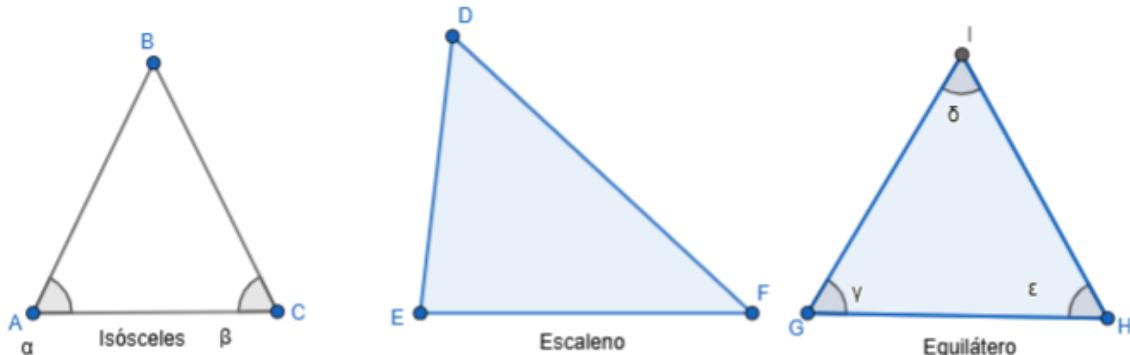
Neste caso, os pontos A , B e C são os vértices e os segmentos AB , BC e CA são os lados do triângulo. Os ângulos $a = \hat{C}A\hat{B}$, $b = \hat{A}B\hat{C}$ e $c = \hat{B}C\hat{A}$ são os ângulos internos do triângulo.

Podemos classificar os triângulos de duas maneiras básicas: em relação aos comprimentos dos seus lados ou em relação as medidas dos seus ângulos internos. No que segue vamos apresentar simultaneamente estas duas classificações:

- Um triângulo é equilátero se os seus três lados tiverem o mesmo comprimento. De modo equivalente, um triângulo é equilátero se os seus três ângulos internos tiverem a mesma medida.
- Um triângulo é isósceles se ele possuir pelo menos dois lados de mesmo comprimento. De modo equivalente, um triângulo é isósceles quando dois dos seus ângulos internos tiverem a mesma medida.
- Um triângulo é escaleno quando os seus três lados tiverem comprimentos diferentes. De modo equivalente, um triângulo é escaleno quando todos os seus ângulos internos tiverem medidas diferentes.

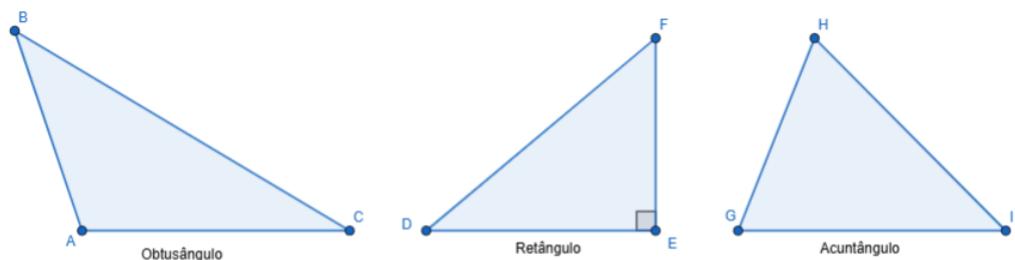
Na figura a seguir vemos, em ordem, um triângulo equilátero, um triângulo isósceles e um triângulo escaleno. Observe que no triângulo equilátero os três

ângulos internos possuem a mesma medida e que no triângulo isósceles existem dois ângulos internos com mesma medida.



- Um triângulo é acutângulo quando todos os seus ângulos internos forem agudos.
- Um triângulo é retângulo quanto possuir um ângulo interno reto, isto é, um ângulo interno de medida igual a 90° .
- Um triângulo é obtusângulo quando possuir um ângulo interno obtuso.

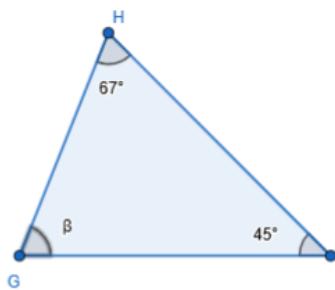
Na figura a seguir vemos, em ordem, um triângulo obtusângulo, um triângulo retângulo e um triângulo acutângulo.



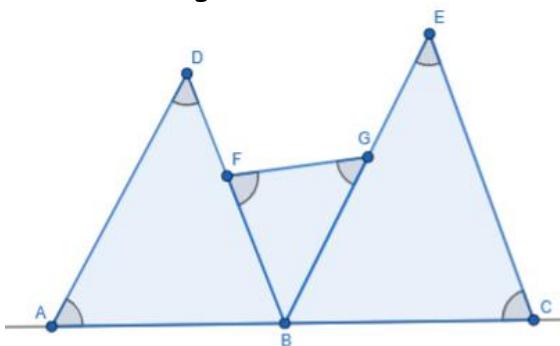
Teorema: A soma dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180° .

Atividade 2

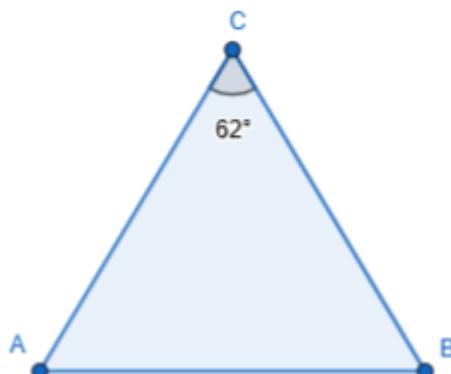
- 1) Determine a medida do ângulo β do triângulo ABC da figura a seguir.



- 2) (OBMEP 2014 - N2Q3 - 1^a fase). Na figura, os pontos A, B e C estão alinhados. Qual é a soma dos ângulos marcados em cinza?



- 3) Na figura a seguir vemos um triângulo isósceles de base BC. Se $C\hat{A}B = 80^\circ$, calcule a medida dos ângulos da base deste triângulo isósceles.



Quadriláteros⁴

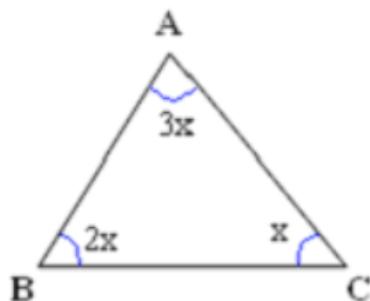
Nesta atividade, iremos explorar os quadriláteros e seus componentes, como lados, ângulos internos e externos, e diagonais. Também definiremos e examinaremos algumas propriedades fundamentais de quadriláteros específicos, incluindo

⁴ Encontros de Geometria - Parte 1

quadrados, retângulos, paralelogramos, trapézios e losangos. Notamos que o vídeo 29 da seção de Geometria do canal PICOBMEP no YouTube oferece uma explicação detalhada sobre as definições básicas dos quadriláteros em geral. O vídeo 30 foca nos paralelogramos, o vídeo 33 trata dos trapézios, e o vídeo 36 abrange retângulos, losangos e quadrados. Como estamos auxiliando os alunos a desenvolverem o conhecimento dentro do modelo de Van Hiele colocaremos esta aula no Nível 2 e Nível 3. Após a exibição dos vídeos foi entregue uma folha de atividade.

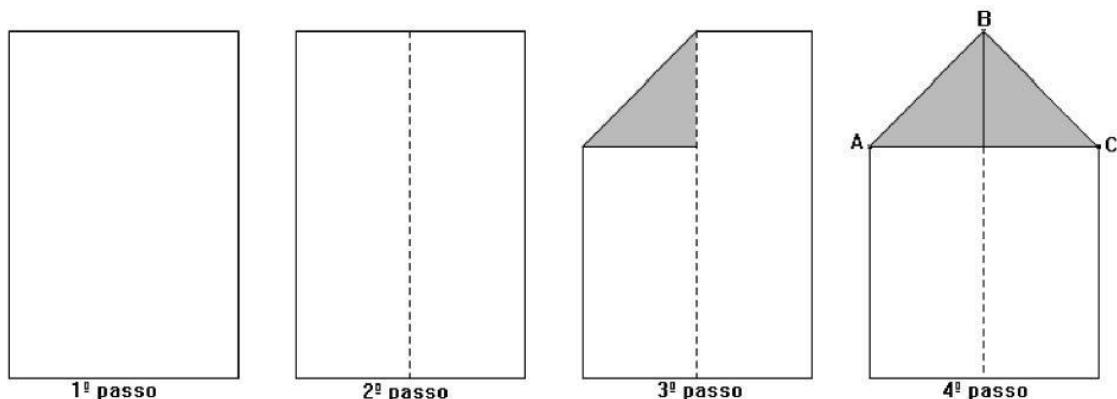
Atividade 3

1) Observe a triângulo ABC:



- A) Acutângulo e escaleno.
- B) Acutângulo e equilátero.
- C) Retângulo e escaleno.
- D) Retângulo e isósceles.

2) Para fazer um aviôzinho, Felipe tomou uma folha retangular de papel e observou os passos indicados nas figuras a seguir:

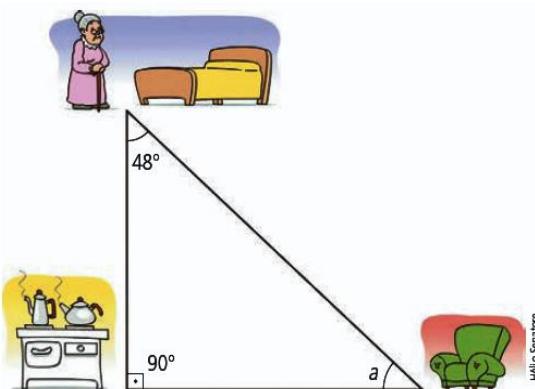


O triângulo ABC é:

A) Retângulo e escaleno. B) Retângulo e isósceles. C) Acutângulo e escaleno.

D) Acutângulo e isósceles

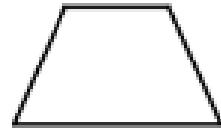
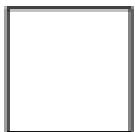
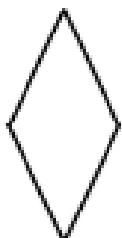
3) O trajeto da vovó pela casa tem a forma do triângulo cujos valores dos ângulos internos estão indicados na figura.



Com essas informações, determine o valor do ângulo a :

- A) 42° B) 48° C) 52° D) 90°

4) Alguns quadriláteros estão representados nas figuras abaixo:



Qual dos quadriláteros possui apenas um par de lados paralelos?

- A) Losango. B) Quadrado. C) Retângulo. D) Trapézio.

5) Na figura abaixo tem-se representado um canteiro de flores que foi construído com a forma de quadrilátero de lados iguais e dois a dois paralelos.



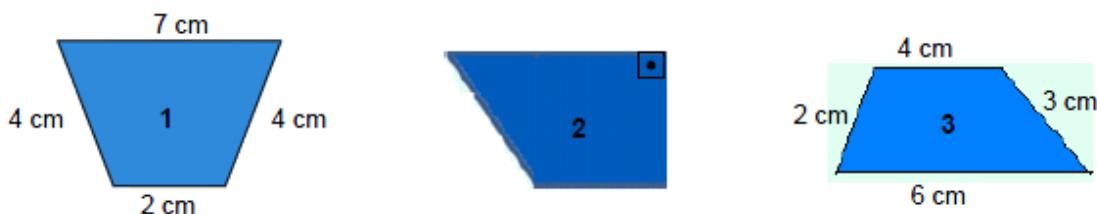
Sua forma é de um:

- A) trapézio. B) retângulo.
C) losango. D) Quadrado

6) Sou um quadrilátero com dois lados que são paralelos e com outros dois lados não paralelos que têm o mesmo comprimento. Quem sou eu? Sou um...

- A) Quadrado.
- B) trapézio isósceles.
- C) trapézio retângulo.
- D) paralelogramo.

7) Observe os trapézios abaixo:



Marque a sentença correta de acordo com a classificação de cada trapézio:

- A) (1) Trapézio escaleno - (2) Trapézio isósceles - (3) Trapézio retângulo.
- B) (2) Trapézio escaleno - (1) Trapézio isósceles - (3) Trapézio retângulo.
- C) (3) Trapézio escaleno - (2) Trapézio isósceles - (1) Trapézio retângulo.
- D) (3) Trapézio escaleno - (1) Trapézio isósceles - (2) Trapézio retângulo.

Apêndice E

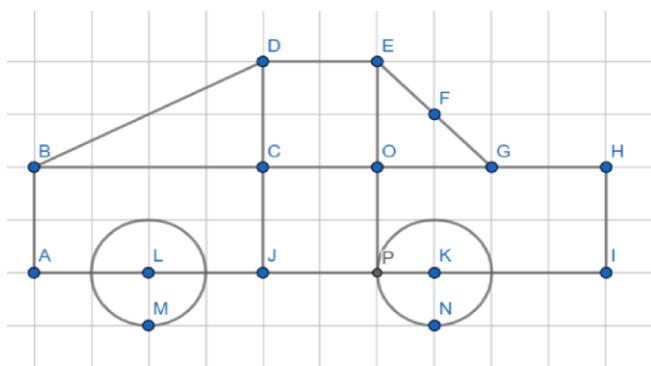
Atividade 1 - Funções Básicas

1 - Criar pontos: Clique na ferramenta **novo ponto** e depois clique em dois lugares distintos da Janela de Visualização.

2 - Criar Retas: Após criar os pontos, clique na ferramenta **reta definida por dois pontos**. Clique no ponto A e sobre o ponto B. O aplicativo cria, uma reta que passa pelos pontos A e B.

3 - Criar círculo: Clique na ferramenta **Círculo dados centro e um ponto**, logo após clique no ponto e depois em lugar distintos.

4 - Construção de desenho do carro: Abra uma nova janela. No **menu principal**, clique em **janela** e após isto, em **nova Janela**. No **menu exibir**, desmarque as opções **eixos** e **janela de álgebra**. Marque a opção **malha**. Com as ferramentas que você aprendeu faça a construção do desenho abaixo.

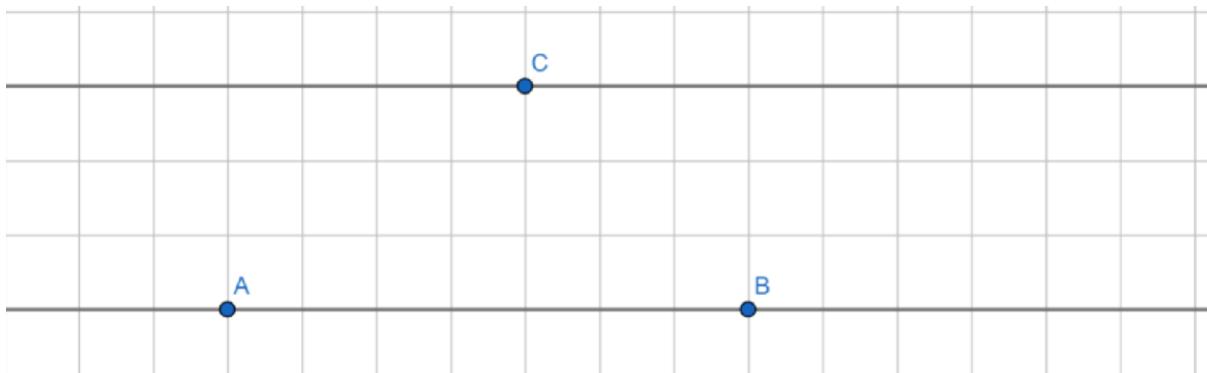


Atividade 2 - Retas paralelas

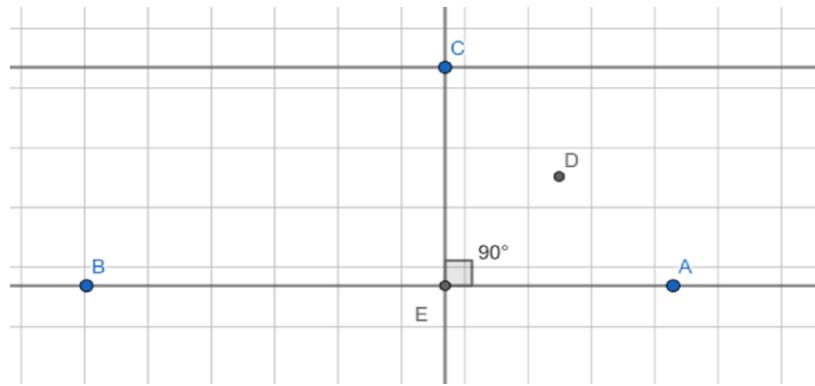
1 - Abra uma nova janela. No **menu principal**, clique em **janela** e após isto, em **nova Janela**. No **menu exibir**, desmarque as opções **eixos** e **janela de álgebra**. Marque a opção **malha**.

2 - Clique na ferramenta **reta**, depois crie uma **reta na janela de visualização**.

Agora crie um ponto **C** fora dessa, com a ferramenta **reta paralelas**, clique no ponto que **C** é e depois na reta. O aplicativo criará uma reta que passa pelo ponto **C**. O desenho será parecido com este:



3 - Agora, clique na ferramenta **retas paralelas**, depois clique no ponto **C** e depois, na reta que passa por **A** e **B**. Com a ferramenta **interseção de Dois objetos**, clique na reta **AB** e depois na reta perpendicular, o aplicativo criará um ponto de interseção das retas. Agora, clique na ferramenta **ângulo** clique no ponto **A** de pois no ponto de interseção e por último o ponto **C**. O desenho será parecido com este:



O que você observa? Arraste as retas e observe o que acontece.

O que podemos escrever sobre a reta que passa por **AB** e pela perpendicular?

Atividade 3 - Ponto Médio e Polígonos

Abra uma nova janela.

1 - Clique na ferramenta **segmento**, e depois na Janela de visualização em dois pontos, agora clique na ferramenta **Ponto Médio ou Centro**, o aplicativo criou um ponto entre os dois. O que podemos escrever sobre o ponto médio?

2 - Clique na ferramenta **Mediatriz**, clique no ponto A e depois no B, o que aconteceu?

3 - Crie um ponto nesta reta Mediatriz, depois selecione a **ferramenta ângulo**, o que podemos escrever do ângulo formado pelo segmento e a reta?

Atividade 4 - Polígonos e Polígonos Regulares

1 - Com a **ferramenta polígono** faça a construção dos polígonos; triângulo, quadrilátero, pentágono e hexágono.

2 - Agora, com **ferramenta polígonos regulares** faça a construção dos polígonos anteriores. Qual a diferença entre os polígonos do exercício 1 e 2?

3 - Você consegue encontrar o **centro dos polígonos regulares**? Explique.

4 - O que podemos escrever sobre os **ângulos dos polígonos regulares**? E os lados?

Apêndice F

Oficina - Imagine Pronto

Figura 1

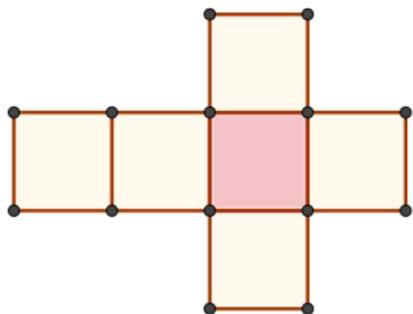


Figura 2

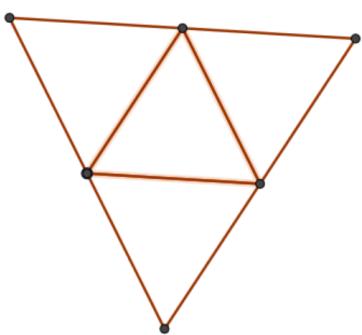


Figura 3

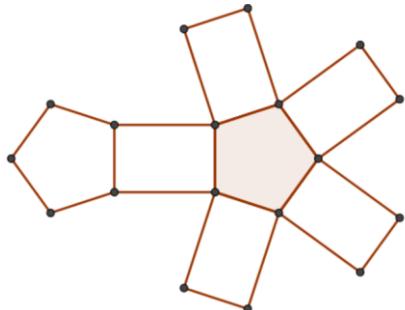
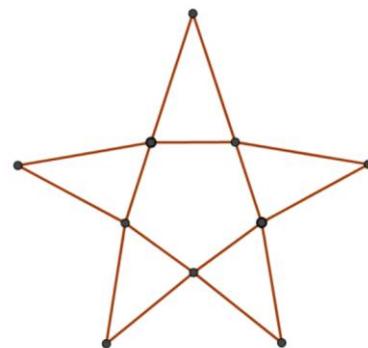
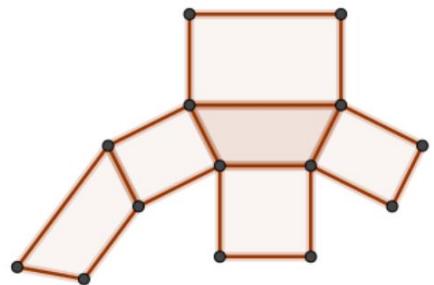


Figura 4



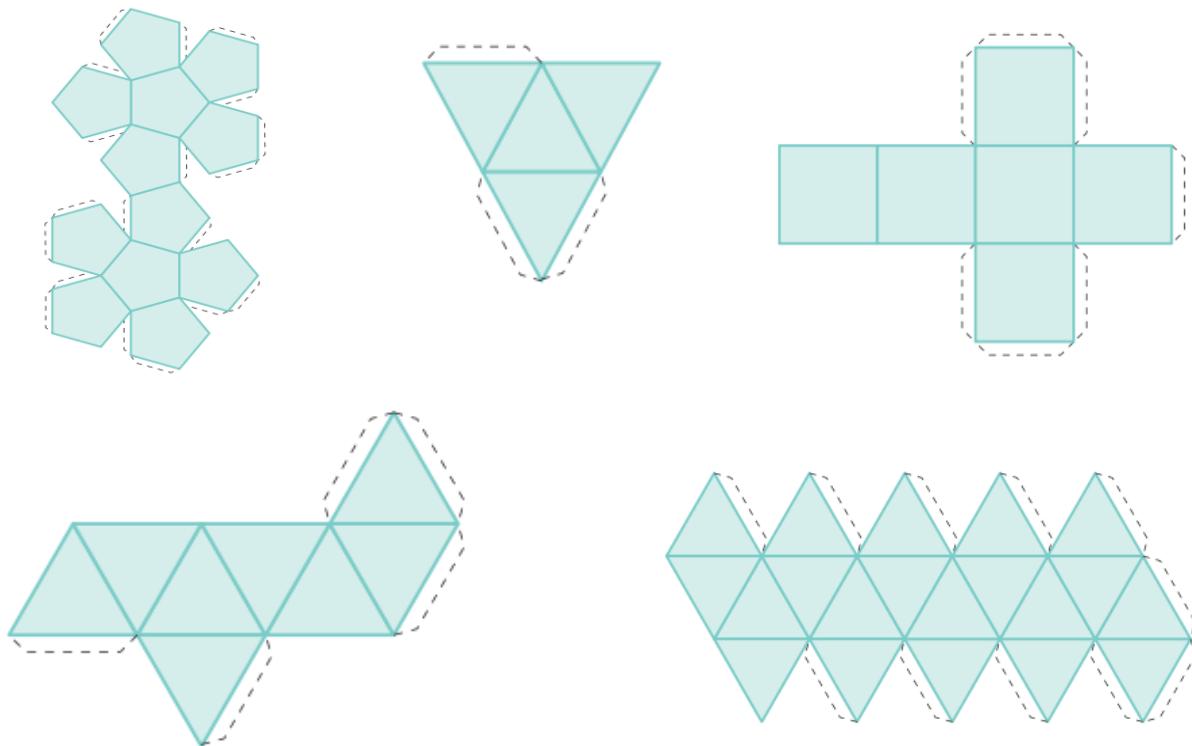
I) Figura 5



Apêndice G

Atividade 2 - Oficina com Materiais Concretos

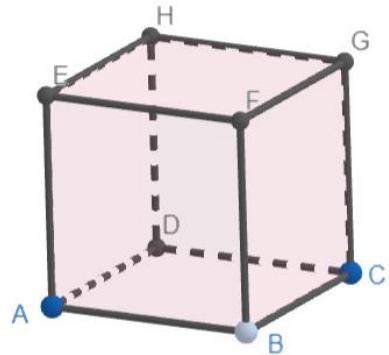
Desenhe em cartolina cada uma das figuras seguintes de modo que cada polígono tenha 8 cm de aresta. Recorte-as e construa cada um dos poliedros regulares, colando as faces adjacentes sobre a região tracejada.



Atividade 1 : Com os sólidos da atividade anterior construir com palito e jujuba.

Sólido	Nome	Vértice	Face	Aresta	Relação de Euler

Apêndice H

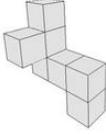
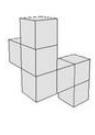
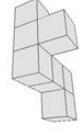
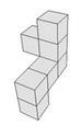
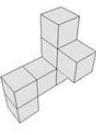
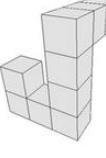
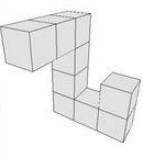
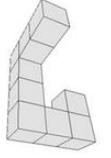
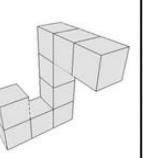
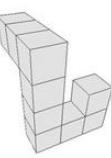
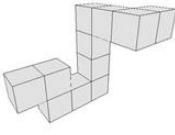
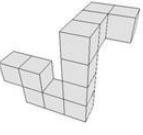
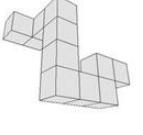
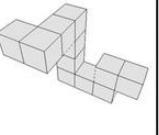
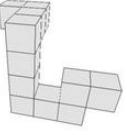
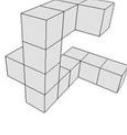
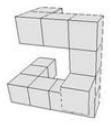
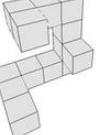
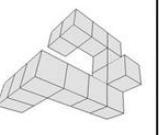
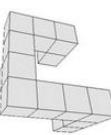
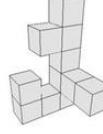
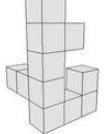
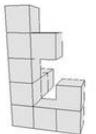
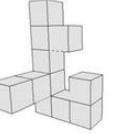
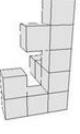
Atividade 1 - Geogebra 3D - Explorando Cubo

Construa um cubo na janela 3D do GeoGebra e nomeie os vértices do cubo de acordo com a figura acima. Rotacione o sólido e, utilizando as movimentações, siga as orientações abaixo:

- Pinte de azul as arestas paralelas a arestas CD.
- Que faces contém o vértice B? Pinte-as de verde?
- Construa em vermelho uma reta perpendicular à face ADHE passando pelo centro desta face.
- Marque em vermelho, se houver, a intersecção entre BCGF e CDHG.
- Construa em amarelo uma reta paralela ao plano EFGH e que não contém nenhuma aresta do cubo.
- Pinte de verde a aresta reversa a aresta AB.

Apêndice I

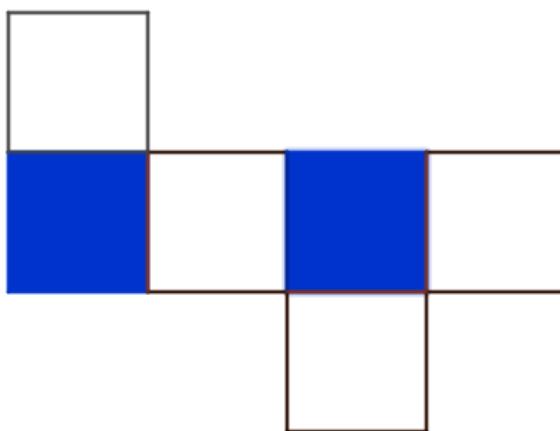
Atividade 2: Ambientação no GeoGebra RA criando alguns sólidos e observando-o em diferentes perspectivas. Fazer conexão com a 2ª Atividade. Em seguida, realizar exercícios da forma abaixo, com o auxílio do aplicativo:

ORIGINAL	A	B	C	D
				
				
				
				
				

Apêndice J

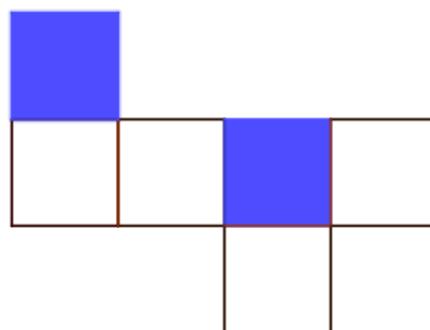
Aula 7 – Planificação Pintadas

A partir da planificação dada faça a construção do sólido com as devidas características no GeoGebra.



Descreva como vocês construíram esta atividade, o que achou?

A partir da planificação dada faça a construção do sólido com as devidas características no GeoGebra.

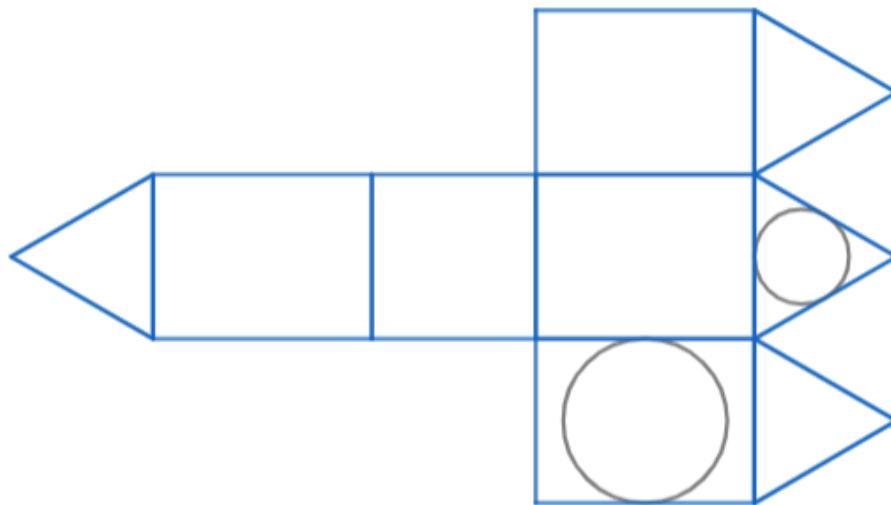


Descreva como vocês construíram esta atividade, o que acharam?

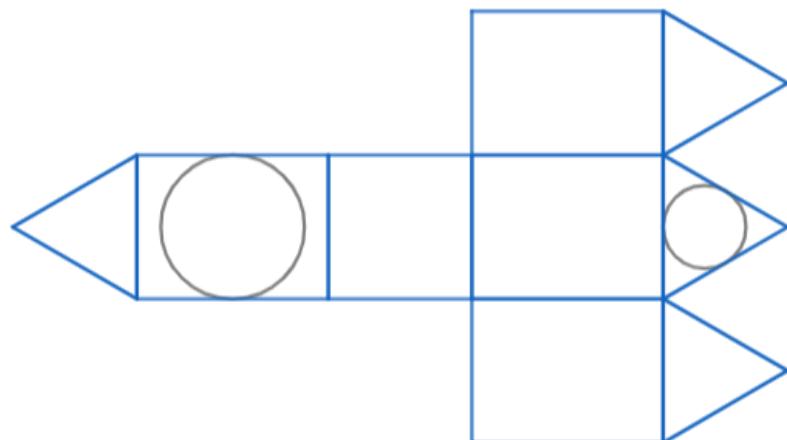
Apêndice K

Oficina 8 - Torre da igreja

Modelo 1 - Sem recortar o papel, o grupo deverá fazer no geogebra a torre com essas características e imprimi-las na impressora 3D. Após o processo, o grupo fará a construção da torre no papel e comparará com o objeto impresso.



Modelo 2 - Sem recortar o papel, o grupo deverá fazer no geogebra a torre com essas características e imprimi-las na impressora 3D. Após o processo, o grupo fará a construção da torre no papel e comparar com o objeto impresso.



Apêndice L

Imprimindo moldes dos prédios do CE Brasil com uma impressora 3D.

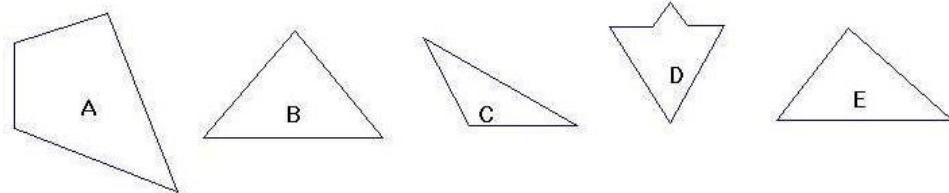
- a) Desenhar poliedros em uma folha de papel que representem os prédios da escola;
- b) Medir o comprimento e a largura dos prédios e pensar em uma forma de estimar a medida da altura dos mesmos;
- c) Desenhar uma planificação do sólido de cada prédio;
- d) Construir os modelos dos prédios no GeoGebra, em uma escala que seja compatível com as dimensões de ambos os pavilhões;
- e) Imprimir os modelos, avaliar os resultados e pintar as "maquetes".

Anexo A

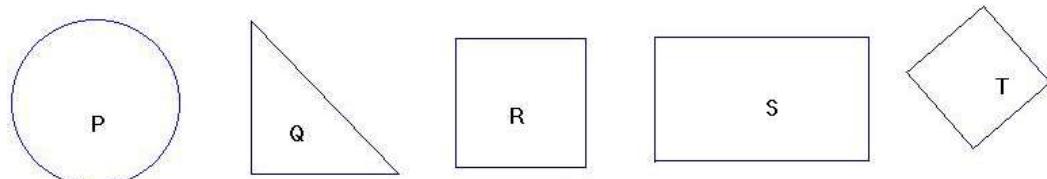
TESTE DE VAN HIELE

Nome: _____

1 – Assinale o(s) triângulos(s):

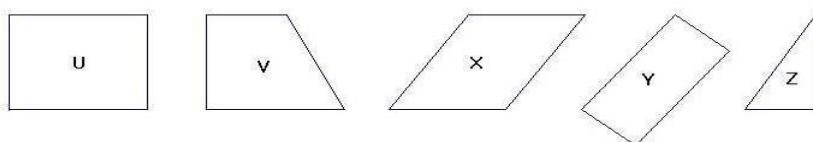


2 - Assinale o(s) quadrado(s):

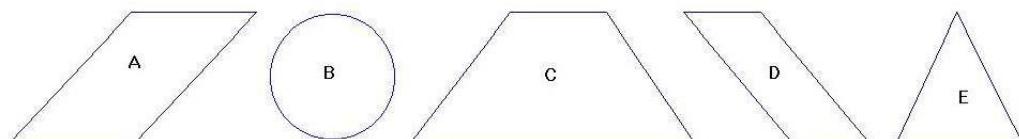


6 – Com relação à figura podemos afirmar que:

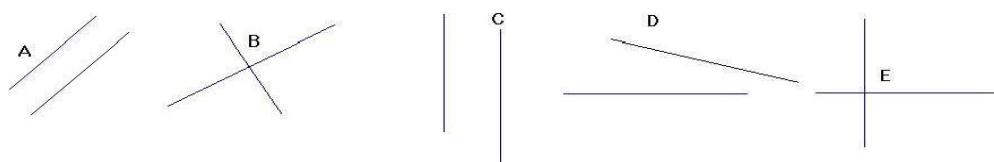
3 – Assinale o(s) retângulo(s):



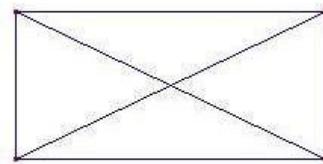
4 – Assinale o(s) paralelogramo(s)



5 – Assinale o(s) par(es) de retas paralelas



- a) Têm 4 ângulos retos.
- b) Têm lados opostos paralelos.
- c) Têm diagonais de mesmo comprimento.
- d) Têm os 4 lados iguais.
- e) Todas são verdadeiras.



7 – Dê 3 propriedades dos quadrados:



1 –

2 –

3 –

8 – Todo triângulo isósceles têm dois lados iguais.

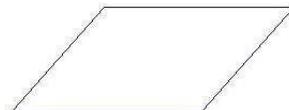
Assinale a afirmativa verdadeira sobre os ângulos do triângulo isósceles:

- (a) Pelo menos um dos ângulos mede 60° .
- (b) Um dos ângulos mede 90° .
- (c) Dois ângulos têm a mesma medida.
- (d) Todos os três ângulos têm a mesma medida.
- (e) Nenhuma das afirmativas é verdadeira.



9 – Dê 3 propriedades dos paralelogramos.

1-

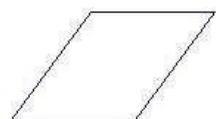


2-

3 -

10 – Dê um exemplo de um quadrilátero cujas diagonais não têm o mesmo comprimento. Desenhe esse quadrilátero.

11- Assinale a(s) figura(s) que pode(m) ser considerada(s) retângulos:



12 - Os quatro ângulos A, B, C e D de um quadrilátero $ABCD$ são todos iguais;

- (a) Pode-se afirmar que $ABCD$ é um quadrado?
- (b) Por quê?
- (c) Que tipo de quadrilátero é $ABCD$?

13 – Pode-se afirmar que todo retângulo é também um paralelogramo? Por que?

14 – Considere as afirmativas:

(I) A figura X é um retângulo (II) A figura X é um triângulo.

Assinale a afirmativa verdadeira:

- (a) Se I é verdadeira, então II é verdadeira.
- (b) Se I é falsa, então II é verdadeira.
- (c) I e II não podem ser ambas verdadeiras.
- (d) I e II não podem ser ambas falsas.
- (e) Se II é falsa, então I é verdadeira.

15 – Assinale a afirmativa que relaciona corretamente as propriedades dos retângulos e dos quadrados:

- (a) Qualquer propriedade dos quadrados é também válida para os retângulos.
- (b) Uma propriedade dos quadrados nunca é propriedade dos retângulos.
- (c) Qualquer propriedade dos retângulos é também válida para os quadrados.
- (d) Uma propriedade dos retângulos nunca é propriedade dos quadrados.
- (e) Nenhuma das afirmativas anteriores.

Anexo B

AUTORIZAÇÃO PARA PESQUISA ACADÊMICA METROPOLITANA VII

Governo do Estado do Rio de Janeiro
Secretaria de Estado de Educação
Subsecretaria de Gestão de Ensino

À Diretoria Regional Pedagógica Metropolitana VII

Trata-se de solicitação de autorização para pesquisa acadêmica, por parte de **Adriano de Souza Dias**, aluno do Curso de Mestrado Profissional em Rede Nacional, Profimat, da Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, matrícula 20221001849, intitulada "*Desenvolvendo o Pensamento Geométrico Espacial com Auxílio do Geogebra e de Impressora 3D*", a ser realizada no Colégio Estadual Brasil, localizado no município de Mesquita, sob a abrangência da Diretoria Regional Metropolitana VII.

A solicitação em pauta foi analisada e aprovada pela Coordenadoria de Ensino Médio (74024626), ratificada pela Superintendência Pedagógica (74338665) e Diretoria Regional Pedagógica Metropolitana VII (71735294), endossadas por esta Subsecretaria.

Em atenção ao exposto, autorizamos Adriano de Souza Dias, estudante do Curso de Mestrado Profissional em Rede Nacional da Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, desenvolva a sua pesquisa no Colégio Estadual Brasil no âmbito da Diretoria Regional Metropolitana VII.

Acrescentamos que a pesquisa será realizada em horários e condições estabelecidas pela direção da unidade escolar, sem prejuízo das atividades de rotina de alunos e professores.

Rio de Janeiro, 13 de maio de 2024

Joilza Rangel Abreu

Subsecretária de Gestão de Ensino
ID n.º 3778250-9



Documento assinado eletronicamente por **Joilza Rangel Abreu, Subsecretária de Estado**, em 13/05/2024, às 17:59, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento nos art. 28º e 29º do [Decreto nº 48.209, de 19 de setembro de 2022](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site http://sei.rj.gov.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_verificar&id_orgao_acesso_externo=6, informando o código verificador **74427420** e o código CRC **BE5E0548**.

Anexo C

UNIVERSIDADE FEDERAL
RURAL DO RIO DE JANEIRO
(UFRRJ)



PARECER CONSUBSTANCIADO DO CEP

DADOS DO PROJETO DE PESQUISA

Título da Pesquisa: Desenvolvendo o Pensamento Geométrico com Auxílio do GeoGebra e de Impressora 3D

Pesquisador: DOUGLAS MONSORES DE MELO SANTOS

Área Temática:

Versão: 1

CAAE: 76152523.1.0000.0311

Instituição Proponente: UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO

Patrocinador Principal: Financiamento Próprio

DADOS DO PARECER

Número do Parecer: 6.592.406

Apresentação do Projeto:

Apresentação do projeto:

O pesquisador relata:

Um dos campos da matemática que gera mais dificuldade entre os alunos é o conhecimento da geometria espacial. Bissolotti (2022 p.6) acredita que essas vulnerabilidades de aprendizagem decorram da "falta de conhecimento e o pouco ou nenhum uso de materiais concretos e das tecnologias pelos professores de Matemática, o que implica negativamente nos processos de aprendizagem da Geometria entre os alunos". No decorrer dos anos lecionando, o pesquisador observou que muitos alunos no 2º ano do Ensino Médio não conseguiam entender as figuras, as representações e as características de figuras espaciais nas aulas que eram ministradas de forma tradicional e as representações nos livros.

Assim, esta pesquisa visa entender o motivo dos alunos não conseguirem desenvolver o pensamento geométrico espacial e buscar ferramentas tecnológicas, como o Software GeoGebra que consiga contribuir para transformar essa realidade. A escola na qual o pesquisador atua recebeu da Secretaria de Educação uma Impressora 3D, a qual, sendo usada para fins pedagógicos, pode favorecer uma abordagem de ensino que concilie o estudo da Geometria Espacial combinando recursos digitais com material concreto.

Dessa forma, a pergunta norteadora desta pesquisa é: uma sequência didática que utilize o GeoGebra e uma Impressora 3D pode propiciar uma melhor visualização e aprendizagem dos

Endereço: BR 465, KM 7, Zona Rural, Biblioteca Central, 2º andar
Bairro: ZONA RURAL CEP: 23.897-000

UF: RJ Município: SEROPEDICA

Telefone: (21)2681-4749

E-mail: eticacep@ufrj.br