UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO
INSTITUTO DE FLORESTAS
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA FLORESTAL

CONSIDERAÇÕES SOBRE A DETERMINAÇÃO E UTILIZAÇÃO DE EQUAÇÕES VOLUMÉTRICAS

JULIANNE DE CASTRO OLIVEIRA

ORIENTADOR: HUGO BARBOSA AMORIM

SEROPÉDICA, RJ
JANEIRO, 2010

UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO
INSTITUTO DE FLORESTAS
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA FLORESTAL

CONSIDERAÇÕES SOBRE A DETERMINAÇÃO E UTILIZAÇÃO DE EQUAÇÕES VOLUMÉTRICAS

JULIANNE DE CASTRO OLIVEIRA

Monografia apresentada ao Curso de Engenharia Florestal, como requisito parcial para a obtenção do título de Engenheiro Florestal, Instituto de Florestas da Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro.

ORIENTADOR: HUGO BARBOSA AMORIM

SEROPÉDICA, RJ
JANEIRO, 2010

UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO
INSTITUTO DE FLORESTAS
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA FLORESTAL

CONSIDERAÇÕES SOBRE A DETERMINAÇÃO E UTILIZAÇÃO DE EQUAÇÕES VOLUMÉTRICAS

JULIANNE DE CASTRO OLIVEIRA

MONOGRAFIA APROVADA EM: 13 de janeiro de 2010

BANCA EXAMINADORA:

Prof. Hugo Barbosa Amorim
DS / IF - UFRRJ
(Orientador)

Prof. Tokitika Morokawa
DS / IF - UFRRJ
(Membro Titular)

Juliana Torres de Sousa
Engenheira Florestal
(Membro Titular)

Aos meus pais, Emilson e Eliete, pelo apoio, confiança, recursos, companheirismo, conselhos e amor incondicional que me dedicaram durante toda a jornada de graduação e de vida. Ao meu irmão Vinícius, que apesar de toda a agitada convivência fraternal, será sempre o meu melhor irmão. Ao meu avô Dilson, que mesmos nos mais belos jardins da eternidade, me incentivará a ser o melhor que eu puder.

DEDICO

AGRADECIMENTOS

À Deus, sendo a representação energética de tudo que nos une, completa, fortifica e relaciona pela positividade, saúde e amor para com a graduação e vida.

À minha família por ser a coisa mais preciosa que tenho.

À Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro pela oportunidade de me graduar na profissão que escolhi.

A todos os professores e funcionários pelos ensinamentos profissionais, sociais e críticos que me proporcionaram adquirir.

Ao professor Tokitika Morokawa que, com suas particularidades, plantou a semente do conhecimento, despertou a busca interminável por aprendizado e pode me agraciar em ter em minha banca de Monografia um dos profissionais que mais admiro como Engenheiro Florestal.

Ao professor Hugo Barbosa Amorim pelos cafezinhos, conversas e abacaxis compartilhados, pela confiança depositada e pela maturidade que pude adquirir ao encarar essa jornada.

Aos parceiros de turma por compartilharem momentos únicos.

Ao Engenheiro Florestal e companheiro Ranieri Ribeiro Paula pelos conselhos profissionais e pessoais que tanto me enriquecem.

Às amigas Amita, Renata e Roberta, pelo carinho e cumplicidade nos trabalhos, aventuras, conversas e risadas.

À amiga e quase irmã Duane pela demonstração incondicional de companheirismo.

RESUMO

A estimativa do volume da árvore individual em pé interessa ao engenheiro florestal como ponto de partida para a avaliação do volume sólido dos povoamentos florestais. O procedimento mais comum utilizado para estimativa de volume por árvore é o emprego de equações em que o volume constitui a variável dependente, estando as variáveis independentes comumente representadas pelo diâmetro à altura do peito e à altura total ou altura comercial. O objetivo deste trabalho foi descrever os procedimentos necessários à geração de equações volumétricas e os modelos mais utilizados, apresentando o atual estado da arte nesse importante setor da mensuração florestal. Os procedimentos considerados necessários à obtenção das estimativas volumétricas são: a seleção de árvores-amostras que representem o mais fielmente as características do povoamento, abrangendo todas as variações de idade, espaçamento e sítio; a cubagem e a medição das variáveis independentes; a seleção das equações a serem testadas e o ajuste estatístico das diferentes equações, a fim de buscar a que melhor representa os dados. Dentre os modelos analisados, o modelo de Schumacher e Hall é o mais utilizado. Contudo, destaca-se a importância de testar outros modelos, visto que para cada caso as características associadas entre espécie e o local de estudo podem demonstrar outros modelos com melhores ajustes.

Palavras chave: Regressão, dendrometria, modelos volumétricos.

ABSTRACT

The primary interest of the forest engineer is estimating the volume of a single tree to evaluate the total volume of trees in a forest. The most common procedure used to estimate volume per tree is the use of equations in which the volume is the dependent variable, while independent variables are commonly represented by the diameter at breast height, total height and commercial height. The objective of this study was to describe the procedures needed to generate volumetric equations and models used, presenting the current methods in this important area of forest measurement. The procedures considered necessary to obtain the volumetric estimates are: The selection of trees that would more accurately represent the characteristics of the population covering all age ranges, space and place, volume rigorous and the measurement of independent variables, the selection of the equations to be tested and the statistical adjustment of the various equations in order to seek the best representation of the data. Among the models tested, the model of Schumacher & Hall is the most used. However, we highlight the importance of testing other models, since in each case the associated characteristics among species and study site shows that different models produce more accurate results.
Keywords: Regression, Dendrometric, Volumetric models.

SUMÁRIO

LISTA DE TABELAS

1. INTRODUÇÃO

A estimativa do volume da árvore isolada em pé interessa ao engenheiro florestal como ponto de partida para a avaliação do volume sólido dos povoamentos florestais. A quantificação deste volume é imprescindível para execução de planos de manejo sustentável das florestas.

Para a obtenção de volumes de um povoamento é necessária a realização de um inventário florestal que consiste na medição de parte da população, isto é, de unidades amostrais ou parcelas, para depois extrapolar os resultados para a área total. Assim, visando planejar as operações florestais, têm-se estimativas da quantidade e da distribuição da madeira disponível (LEITE e ANDRADE, 2002).

Ainda segundo este mesmo autor, a modelagem do volume individual de árvores em função dessas variáveis independentes começou a ser desenvolvida na primeira metade do século XX, após o desenvolvimento de técnicas de análise de regressão. No entanto, o uso dessas técnicas realmente tomou maior impulso após o surgimento dos computadores, notadamente a partir da década de 50 (GIRARD, 2005).

Anterior ao desenvolvimento dessas técnicas em computadores, a obtenção das equações se dava por meio de construções manuais de tabelas contendo os volumes estimados de cada árvore de acordo com as variáveis usadas. Por isso, a literatura abordava o tema como “Tabelas de volumes” e muitos trabalhos atuais ainda se utilizam desta determinação.

Uma conseqüência natural do grande vulto de investimentos feito no setor florestal e nas plantações de eucalipto tem sido o aprimoramento de técnicas de inventário e manejo florestal, tornando-se comum a apuração de volume de um povoamento através do uso de equações de volume cujos parâmetros foram determinados por regressão.

Em muitas situações, estas equações são específicas para determinada espécie, idade, ciclo região, e em alguns casos até o nível de fazenda. Obviamente, os custos envolvidos na obtenção de dados de cubagem rigorosa para construir equações que são específicas são altos. Outra característica comum entre as equações de volume é que podem ser usadas somente para estimar o volume até um diâmetro mínimo fixo no topo. Em certos casos, porém, uma empresa pode mudar os limites de diâmetro superior de volume comercial, e isto obriga a elaboração de novas equações de volume comercial até o novo diâmetro mínimo (McTAGUE *et al*., 1989).

Segundo Gomes e Garcia (1993), as equações para a determinação de volume sólido de essências florestais são de uso geral e indispensável na Silvicultura. Como todas elas são empíricas faz-se necessário ajustá-las com freqüência para adaptá-las a diferentes espécies, idades, distribuição e regiões.

A geração dessas equações utiliza-se de dados de cubagem de árvores abatidas ou de árvores cubadas ainda em pé, empregando-se instrumentos específicos como o telerelascópio, pentaprisma, ou um criterion (OLIVEIRA *et al*., 2009). Esta cubagem, conforme FAO (1973), citada por Belchior (1996), é o método direto de estimação do volume de árvores mais utilizado na rotina de inventários florestais e consiste na medição sucessiva de diâmetros ao longo do tronco, dividindo-o em seções.

Diante disto, uma relevante vantagem das equações de volume é o cálculo de volume sólido, árvore a árvore, através de modelos matemáticos, especialmente testados para apresentar os menores erros possíveis. As equações de volume, cujos modelos incluem como variável independente, a altura e o diâmetro à altura do peito da árvore, são mais gerais podendo abranger sítios diferentes. Já o uso do fator de forma médio deve ser restrito às condições locais de sítio e qualquer extrapolação além desses limites pode ser perigosa sob o ponto de vista de previsão dos resultados finais Couto e Bastos (1987).

Os modelos de equações de volume são tradicionalmente aplicados às árvores monopodiais, onde a maior parte do volume de madeira é constituída pelo tronco da árvore (AVERY e BUCKHARTH, 1993). Algumas exceções são a sua aplicação em florestas tropicais nativas (FERNANDES *et al.*, 1983; SOUZA e JESUS, 1991), no cerrado (PINHEIRO *et al.*, 1985) e para espécies do semi-árido nordestino (ZAKIA *et al.*, 1990) citado por Batista *et al*. (2004).

2. OBJETIVO

O objetivo deste trabalho foi descrever os procedimentos necessários à geração de equações volumétricas e identificar os modelos mais utilizados, através de revisão bibliográfica, apresentando o atual estado da arte nesse importante setor da mensuração florestal.

3. MATERIAL E MÉTODO

A metodologia se baseou na revisão da literatura especializada sobre o tema, utilizando-se de trabalhos publicados em revistas científicas atuais, materiais disponibilizados em bibliotecas e internet e acervos particulares.

O material consultado permitiu organizar o trabalho, enfocando os procedimentos mais empregados, desde a coleta dos dados, até a seleção dos melhores modelos. Adicionalmente, foram compilados os resultados referentes à aplicação das equações volumétricas às distintas situações dentro do panorama florestal brasileiro.

3.1 Volume das árvores

Para fins de utilização, a parte aérea das árvores pode ser dividida em:

- Volume comercial, que compreende a parte indivisa de seu fuste até uma bifurcação significativa ou um diâmetro mínimo de utilização e;
- Volume dos galhos e ponta do(s) fuste(s).

Em ambas as situações, esses volumes podem ser calculados com casca e sem casca, e a soma do volume comercial com o dos galhos resulta no volume total.

3.2 Formas usualmente empregadas para cálculo do volume das árvores

O volume individual das árvores pode ser obtido de forma rigorosa ou a partir de estimativas. No primeiro caso, recorre-se ao procedimento conhecido como cubagem rigorosa ou ao emprego de um xilômetro. No segundo caso, o volume das árvores é obtido pela estimativa realizada com o emprego de coeficientes que transformam o volume cilíndrico das árvores em volume real (fatores de forma), ou através de modelos matemáticos.

No presente trabalho, o enfoque principal se dá sobre os modelos matemáticos utilizados para estimar a o volume das árvores.

3.3 Modelos matemáticos utilizados para estimar o volume das árvores

Segundo Péllico Netto (1982), para a estimativa do volume de árvores (total ou parcial), pode-se destacar a existência de quatro processos, quais sejam: utilização de um fator de forma, equações volumétricas, série absoluta de forma e série relativa contínua de forma. O procedimento mais comum utilizado para estimativa de volume por árvore é o emprego de equações em que o volume constitui a variável dependente, estando as variáveis independentes comumente representadas pelo diâmetro à altura do peito e à altura total ou altura comercial (MACHADO *et al*., 2002) citado por Pereira (2008).

Especificamente, para a determinação de equações volumétricas, os procedimentos utilizados para obtenção das mesmas, convergem para as etapas apresentadas a seguir:

- Seleção das árvores que comporão a amostra;
- Forma de obtenção do volume rigoroso dessas árvores;
- Seleção dos modelos a serem testados;
- Ajuste dos modelos;
- Critérios para a seleção do melhor modelo.

3.4 Considerações gerais sobre as equações de volume

As equações de volume apresentam-se como resultantes do processo de determinação do volume do fuste de árvores e, conseqüentemente, das constantes adotadas para a extrapolação deste para o povoamento em questão.

Definem-se como uma relação numérica expressa por equações logarítmicas ou aritméticas capaz de exprimir o volume total ou parcial de uma árvore em função de variáveis independentes como diâmetro, altura, espessura de casca, fator de forma, etc; ou ainda, como a representação tabular do volume individual de árvores inteiras ou em partes delas através de variáveis de fácil medição (FINGER,1992).

Ainda segundo Finger (1992), deve-se admitir que as relações volumétricas permitem a estimativa de volumes médios em torno dos quais os volumes verdadeiros devem se distribuir. Dada a sua construção, as equações estão diretamente ligadas aos povoamentos e, por isso, devem incluir uma compensação dos erros ao se tomar os volumes médios pelos verdadeiros, principalmente quando o número de observações é elevado.

4. RESULTADO E DISCUSSÃO

A consulta bibliográfica evidenciou algumas diferenças nos procedimentos básicos para a determinação de equações volumétricas, mostradas a seguir.

4.1 Tipos de modelos

Na literatura disponível, existem inúmeras referências relacionadas a modelos de equações empregados para expressar o volume das árvores. Esses modelos podem ser classificados em modelos lineares e modelos não lineares.

Os modelos lineares são equações em que os parâmetros estão na forma aditiva. As equações de natureza linear apresentam a forma genérica $Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \cdots + \beta n X n + \varepsilon i$.

Estes modelos apresentam seguinte divisão, segundo Finger (1992) e Scolforo (1997):

a) Equações de simples entrada ou local;

O volume gerado por este tipo de equação é função apenas de uma variável, sendo esta o diâmetro à altura do peito (DAP).

Adota-se este procedimento quando há elevada relação hipsométrica, ou seja, há uma forte correlação entre essas variáveis de modo que se possa explicar a altura através do diâmetro.

b) Equações de dupla entrada ou regional

O volume é gerado através de duas variáveis, mais usualmente o DAP e a altura.

Este modelo é utilizado na maioria das situações, pois normalmente não existe uma forte relação hipsométrica que possibilite um ajuste adequado da equação; sendo este comportamento considerado de ocorrência regional.

c) Equações de tripla ou mais entradas

O volume resulta da utilização de mais de duas variáveis independentes além do dap e da altura, como por exemplo, o fator de forma, a altura da copa e a espessura da casca.

Scolforo (1997) considera as Equações de tripla entrada como equações que utilizam, além das variáveis diâmetro e altura, apenas uma terceira variável com caráter descritivo da forma da árvore.

Contudo, em Scolforo (2005) essa divisão é reconsiderada, mantendo-se três grupos sendo os dois primeiros iguais ao anterior e um terceiro, que ele define como equações ajustadas com variáveis Dummy.

Exemplos de tipos de modelos de equação quanto ao número de variáveis independentes podem ser visualizados nos Anexos I.

Já as equações não lineares são aquelas onde pelo menos um dos parâmetros não está na forma aditiva, podendo representar hipérboles ($Y = 1/(\beta_0 + \beta_1 X)$, formas exponenciais ($Y = \beta_0 e^{\beta_1 X}$) ou geométricas ($Y = \beta_0 X^{\beta_1}$), entre outras.

4.2 Procedimentos

Os procedimentos considerados necessários à obtenção das estimativas volumétricas são: a seleção de árvores-amostras que representem o mais fielmente possível as características do povoamento, abrangendo todas as variações de idade, espaçamento e sítio; a cubagem e a medição das variáveis independentes; a seleção das equações a serem testadas e o ajuste estatístico das diferentes equações, a fim de buscar a que melhor representa os dados.

4.2.1 Seleção das árvores que comporão a amostra

O número de árvores-amostras a serem cubadas está relacionado à variabilidade do povoamento e da precisão desejada nas estimativas do volume. Inicialmente, através de uma amostragem piloto, obtém-se uma estimativa da distribuição diamétrica do povoamento a ser inventariado. A seleção das árvores que comporão a amostra pode ser efetuada das seguintes formas:

- Determinar o número de árvores que serão cubadas por classe, através da expressão Finger (1992):

$$nº/classe = t^2 .\ S^2/E^2$$

Onde:
$E = erro\ admitido\ (E = LE\% .\bar{x})$;
$S^2 = variância$;
$t = valor\ \mathrm{t}\ tabelado$;
$LE = limite\ de\ erro\ admitido$;
$\bar{x} = volume\ médio.$

- Selecionar um número fixo de indivíduos por classe, quando se espera que as regressões que serão geradas tenham o mesmo nível de erro em todas as classes de diâmetros (COUTO, 1984) citado por Couto (1987).
- Selecionar um número de árvores por classe, proporcional à distribuição diamétrica.

Na maior parte da literatura encontrada, utilizam-se o um número fixo de árvores para compor as árvores-amostras por classe. Como pôde ser verificado em Campos et al (1985), Couto e Bastos (1987), Batista *et al*. (2004), Cardoso (2008) e Muniz (2009).

Contudo, nas equações desenvolvidas pela Fundação Centro Tecnológico de Minas Gerais (CETEC, 1995) não se utilizou o procedimento de cubagem de um número constante de árvores-amostras por espécie ou classe de diâmetro para os povoamentos florestais estudados, uma vez que os ajustamentos das equações obtidas não representariam satisfatoriamente aquele povoamento diante do comportamento heterogêneo das árvores nos locais estudados.

O mesmo foi encontrado em Rolim *et al*.(2006) ao estudar modelos volumétricos para a Floresta Nacional do Tapirapé-Aquirí na Serra dos Carajás e em Fraco *et al*. (1997) ao avaliar a eficiência dos métodos para estimativa volumétrica de *Eucalyptus camaldulensis*.

4.2.2 Forma de obtenção do volume rigoroso das árvores

A cubagem rigorosa consiste na determinação do volume real de árvores através da divisão do fuste em *n* seções (toras) e do cálculo do volume de cada uma dessas toras. As fórmulas mais difundidas na literatura esse procedimento são as fórmulas de Huber, Smalian, e Newton, sendo a de Smalian a mais utilizada, como pode ser verificado em Couto e Bastos (1987), Batista *et al*. (2004), Thiersch *et al*. (2006), Tomé *et al*. (2007), Cardoso (2008) e Muniz (2009).

A cubagem rigorosa pode ser realizada por processo de derrubada da árvore (destrutivo) ou com a árvore em pé (não-destrutivo). Nesse último caso, a árvore pode ser escalada, ou os dados coletados com o emprego de instrumentos como: o relascopio, telerelascópio, pentaprisma ou criterion.

Outro procedimento consiste na obtenção do volume rigoroso da árvore com o emprego de um xilômetro, onde a árvore é derrubada, seccionada e o volume dessas toras determinado por esse aparelho.

4.2.3 Seleção dos modelos a serem testados

Consiste na definição dos modelos de equações que serão utilizados e ajustados para a obtenção dos volumes, sendo posteriormente testados através da análise dos resultados para a escolha do melhor modelo.

São selecionados modelos lineares e não lineares, de simples entrada ou mais, de forma a gerar diversos modelos que aumentem as possibilidades de sucesso dos mesmos no âmbito dos parâmetros estatísticos necessários à estimativa desejada.

Machado *et al.* (2002) afirmam que, apesar do uso consagrado de alguns modelos, nenhum deles será sempre o de melhor desempenho para todas as espécies e condições. Por isso, é recomendável testar vários deles e por meio de análises estatísticas, identificar o melhor para cada caso.

4.2.4 Ajuste dos modelos

Os modelos lineares são ajustados através da regressão linear com a utilização do método dos mínimos quadrados para estimativa dos parâmetros, podendo-se adicionar aos mesmos o emprego de variáveis Dummy.

De acordo com Higuchi et al. (2008), o objetivo da regressão é obter uma expressão da dependência de uma variável Y sobre uma ou mais variáveis independentes X. Tal expressão é matematicamente conhecida como função, logo, Y é uma função de X. Sendo a regressão o instrumento que definirá o relacionamento estatístico entre as variáveis tomadas.

A introdução de variáveis qualitativas (Dummy) torna o modelo de regressão linear uma ferramenta extremamente flexível capaz de lidar diversos problemas, principalmente, em estudos empíricos (MISSIO e JACOBI, 2007).

A aplicação da variável Dummy pode ser feita de forma a promover um ajuste único que contemple diversos tipos de volume individual, como o total com casca, o total sem casca, o comercial com casca e o comercial sem casca; sendo estes considerados como grupos de interesse. Dessa forma, a variável irá apresentar o valor 1(um) quando se deseja incluir a observação no grupo de interesse e 0 (zero) quando esta observação pertencer a outro grupo.

Segundo Figueiredo (2005), ao avaliar povoamentos de teca (*Tectona grandis* L. f.), pode concluir que os modelos gerais com variáveis Dummy possibilitam a obtenção de estimativas compatíveis de volumes. Apesar de requererem certa atenção na sua aplicação devido ao maior número de variáveis, após o ajuste e seleção das melhores equações, estas podem ser fragmentadas de acordo com a variável de interesse (grupos volumétricos) sem que ocorram prejuízos na compatibilidade dos modelos.

Uma demonstração de um tipo de arranjo desta variável para grupos de interesses pode ser visualizada na Tabela 1.

Tabela 1: Arranjo matemático das variáveis Dummy para quatro grupos volumétricos de interesse.

		Grupos de interesse			
Grupos de interesse	**Var. Dummy**	**V_1**	**V_2**	**V_3**	**V_4**
volume total com casca (V_1)	D_1	1	0	0	0
volume total sem casca (V_2)	D_2	0	1	0	0
volume comercial com casca (V_3)	D_3	0	0	1	0
volume comercial sem casca (V_4)	D_4	0	0	0	1

Fonte: Scolforo (2005)

A maior importância de se empregar a metodologia com a variável Dummy para a obtenção de diversos volumes é a compatibilidade entre os resultados consolidados nas variáveis dependentes, que se traduz em não haver riscos de superposição dos resultados (SCOLFORO, 2005).

Segundo Higuchi (2008), os modelos não lineares podem ser linearizadas de modo que as estimativas dos coeficientes de regressão possam ser obtidas através dos procedimentos tradicionais de regressão linear. Considerando a estimativa dos coeficientes, no caso de regressão não linear há duas alternativas: linearizar a equação original ou manter a equação original e estimar os coeficientes de regressão através de métodos específicos, como o Gauss-Newton, Quase-Newton e Simplex – opções do software Systat.

Scolforo (2005) mostra que a equação não linear $Y = \beta_0 + \beta_1^X$ não pode ser linearizada, sendo necessária a estimação dos coeficientes de acordo com métodos descritos acima, acrescentando a estes, os métodos de Marquardt e o de Gradiente.

Quando modelos não lineares são linearizados, existem índices a serem adicionados às estatísticas desses modelos para corrigir tendenciosidades promovidas pelo emprego dos logaritmos, como o índice de Furnival e a correção da discrepância logarítmica de Meyer.

Através do índice de Furnival, o erro padrão da estimativa dos modelos logarítmicos é corrigido na escala original da variável dependente, para possibilitar a comparação com os modelos aritméticos. Esta correção feita com o índice de Furnival é dada por: $IF = exp\left(\frac{\sum_{i=1}^{n} \ln Vreal_i}{n}\right) S_{yx}$; onde IF é o índice de Furnival, $Vreal_i$ é o volume individual real em m^3, S_{yx} é o erro padrão da estimativa e n é o número de árvores amostradas.

A correção da discrepância logarítmica de Meyer é utilizada para corrigir o erro sistemático da estimativa da variável dependente causado pela linearização do modelo logarítmico, sendo determinada através de um fator de correção $f_{c=}e^{0,5QMR}$, onde QMR é o quadrado médio do resíduo. Embora essa correção possa muitas vezes ser insignificante (LEITE e REGAZZI, 1992), ela é facilmente obtida e deve ser considerada no modelo (SPRUGEL, 1983) citado por Rolim *et al*. (2006).

4.2.5 Critérios para a seleção do melhor modelo

A escolha de equações é uma fase importante no trabalho do inventário florestal, já que qualquer erro de tendência na estimativa do volume por árvore terá reflexos na estimativa da população, causando uma sub ou sobre avaliação do volume (CAMPOS *et al*., 1985).

O objetivo final de testar vários modelos de regressão é obter um modelo que apresente condições de explicar o evento estudado, com baixa possibilidade de erro. Para isso, dos modelos testados seleciona-se o mais adequados a partir das propriedades estatísticas analisadas.

Estas propriedades estatísticas são, em geral, o coeficiente de correlação (R), a análise de variância, o coeficiente de determinação (R^2), o erro padrão de estimativa (S_{xy}), a existência de dados discrepantes e a distribuição dos resíduos.

O coeficiente de correlação (R) mostra o grau de estreiteza que existe entre as variáveis Ye X_1, X_2, etc. Este coeficiente varia de -1 a +1. Quando ele é igual a -1 ou +1, há uma correlação perfeita, ou seja, a cada unidade acrescentada à X, haverá um aumento proporcional em Y. Quando o sinal é negativo (-), significa que os menores valores de Y tendem aos maiores valores de X ou vice-versa. Já quando o sinal é positivo (+) significa que os menores Y tendem aos menores X e os maiores Y tendem aos maiores X. O teste t é geralmente utilizado para testar a significância de R.

A análise de variância mostra a significância do modelo de regressão. O teste F é o que determina se o modelo é significante ou não. Scolforo (2005) afirma que, como para a análise de uma regressão o valor de F será sempre altamente significativo independente de a regressão estar bem ajustada ou não, é indispensável utilizar medidas de precisão como o coeficiente de determinação e o erro padrão da estimativa.

Outra forma de avaliar a qualidade do ajuste do modelo, é utilizar o teste F proposto por Graybill (1976) onde inicialmente ajusta-se a equação de regressão entre o volume real (V_{Real}) e o estimado ($V_{est.}$): $V_{Real} = \beta_0 + \beta_1 V_{est.} + \varepsilon$. A hipótese nula ($H_0$) é de que $\beta_0 = 0$ e $\beta_1 = 1$, ou seja, o intercepto é igual a zero e a inclinação é igual a 1, contra a hipótese alternativa de rejeição de H_0. Em seguida, o valor de F calculado é comparado com um F tabelado (α; p; $n-p$), ao um determinado nível de significância α com p parâmetros e ($n-p$) graus de liberdade. Se F calculado for menor que o tabelado aceita-se H_0 e a estimativa obtida no modelo é igual ao volume real (Rolim et al., 2006). Na forma matricial F calculado é dado por:

$$F_{calc.} = \frac{[\beta_0(\beta_1 - 1)]\begin{bmatrix} n & \sum V_{est.} \\ \sum V_{est.} & \sum V_{est.}^2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 - 1 \end{bmatrix}}{2QMR}$$

O coeficiente de determinação (R^2) é a medida de precisão da equação ajustada. Expresso em porcentagem (multiplicado por 100) mostra a porcentagem de variação dos dados explicados pelo modelo testado. Quando a regressão é múltipla, é preferível utilizar este coeficiente ajustado ($R^2_{ajust.}$). Contudo, Scolforo (2005) afirma que é recomendável a utilização deste último em todos os casos, visto que o R^2 cresce com o simples incremento de variáveis no modelo, mesmo que o benefício gerado pelas variáveis seja pequeno, sendo mais facilmente observado nas regressões múltiplas.

O erro padrão da estimativa (S_{yx}), determinado por $S_{yx} = \sqrt{QMR}$ onde QMR é o quadrado médio dos resíduos, verifica a dispersão média entre os valores observados e os estimados. Ao comparar duas equações, o uso deste indicador é direto, ou seja, aquela que apresentar o menor erro é a melhor. Quando se utiliza modelos com a variável dependente transformada, como no caso dos modelos que foram linearizados, os valores do erro padrão da estimativa são transformados através do índice de Furnival para serem analisados na mesma unidade.

Quanto à análise dos dados discrepantes, Paula (2004) citado por Pereira (2008), afirma ser uma etapa importante na análise de um ajuste de regressão e consiste na verificação de possíveis afastamentos das suposições feitas para o modelo, especialmente para a parte aleatória e para a parte sistemática, bem como a existência de observações extremas com alguma interferência desproporcional nos resultados do ajuste. Mesmo chegando à conclusão de que um dado é discrepante para determinado modelo, a sua retirada não é obrigatória, visto que, se não for um erro de medição, esse dado que difere do conjunto, é também uma característica da amostra.

Já a distribuição dos resíduos, define-se como sendo a diferença entre os valores estimados e observados pela equação. Uma boa distribuição dos resíduos é quando esta distribuição se dá uniformemente ao longo da curva (ou reta) estimada, ou seja, estas diferenças não aumentam conforme aumenta o tamanho da árvore. Embora não seja uma medida de precisão, é uma importante ferramenta para observar se ocorrem tendenciosidades nas estimativas.

Segundo Regazzi e Leite (1993), citado por Aguiar (2006), os modelos estimadores devem possuir propriedades tais como: não-tendenciosidade, consistência, exatidão (acurácia) e precisão. Chama-se precisão à proximidade de cada observação de sua própria média. A exatidão mede da proximidade de cada observação ao valor alvo que se procura atingir. Assim, um estimador preciso tem variância pequena, mas pode ter quadrado médio do erro grande. Por outro lado, um estimador acurado (exato) é não-tendencioso e tem variância pequena, o que implica em quadrado médio do erro, pequeno. Se o quadrado médio do erro é pequeno, ele é conseqüentemente consistente porque se concentra completamente no seu alvo à medida que o tamanho da amostra aumenta. A não-tendenciosidade ou ausência de viés é uma qualidade desejável. Entretanto, essa qualidade por si só é insuficiente como critério para selecionar um modelo estimador.

Segundo Schneider *et al.* (1988a), a escolha da melhor equação de volume deve ser isenta de critérios pessoais, devendo ser baseada nos valores calculados de coeficientes de determinação, erro padrão residual, distribuição uniforme dos valores residuais e índice de Furnival para equação logarítmica.

Draper e Smith (1966) citado por Pereira (2008) afirmam que do conjunto dos modelos ajustados, poderá ter maior aceitação aquele que possuir poucas variáveis e que sejam fáceis de mensurar com exatidão. Isto é, deve apresentar alto valor do coeficiente de correlação múltipla (R), indicando alta correlação com a variável dependente, baixo valor do erro padrão da estimativa percentual (S_{yx}%) e baixa variação residual.

4.3 Modelos preferencialmente escolhidos

Apesar de existirem diversos modelos de equações, destaca-se o uso mais amplo de alguns como de Schumacher e Hall e o de Spurr. Campos *et al*. (2002) comentam que o modelo de volume de Schumacher e Hall na forma logarítmica tem sido o mais difundido, talvez por suas propriedades estatísticas, uma vez que resulta quase sempre em estimativas não-tendenciosas. O mesmo autor comenta, também, que a grande difusão do modelo de Spurr (1952) deve ser atribuída mais à facilidade de ajustamento, pois, com freqüência, volumes de árvores menores são estimados com imprecisão.

Scolforo *et al.* (2004), no estudo da estimativa de volume, peso seco, peso de óleo e quantidade de moirões para a candeia (*Eremanthus erythropappus* (DC.) MacLeish) na fazenda Bela Vista, no município de Aiuruoca em Minas Gerais, avaliaram doze modelos de equações e o modelo de Schumacher e Hall na forma logarítmica obteve o melhor resultado para estimar o peso de óleo, a quantidade de moirões, o peso seco e o volume para a candeia estado de Minas Gerais.

Batista *et al*. (2004), testaram seis modelos de dupla entrada para estimar o volume comercial com diâmetros mínimos de 7 cm e 12 cm com a espécie caxeta (*Tabebuia cassinoides*) no estado de São Paulo e sul do estado do Rio de Janeiro. O modelo de Schumacher e Hall se mostrou superior aos demais, tendo a forma logarítmica apresentado o melhor desempenho no caso de 7 cm e a forma geral ajustada por regressão não linear para 12 cm obtido o melhor ajuste.

Rolim *et al*. (2006), ao elaborarem modelos volumétricos para a Floresta Nacional do Tapirapé-Aquirí na Serra dos Carajás (PA), analisaram doze modelos volumétricos sendo indicado como mais adequado o modelo de dupla entrada de Schumacher e Hall, mas com possibilidade de uso do modelo de simples entrada de Husch. Estes dois modelos apresentaram maior precisão na estimativa de volume do fuste que modelos atualmente usados no local, como o modelo da Flona do Tapajós ou o modelo com fator de forma 0,7; confirmando a necessidade de se desenvolver modelos específicos de cada localidade.

Da mesma forma, Colpini *et al*. (2009) na determinação do volume, do fator de forma e da porcentagem de casca de árvores individuais em uma Floresta Ombrófila Aberta na região noroeste de Mato Grosso, testaram dez modelos e concluíram que a equação de Schumacher e Hall apresentou maior precisão para estimar o volume em função do diâmetro e da altura total das árvores, sendo a mesma selecionada e recomendada para a área estudada.

Contudo, há também outros trabalhos em que o melhor modelo não é o de Schumacher e Hall. Como em Tonini *et al.* (2005), que ao determinar a dendrometria de espécies nativas em plantios homogêneos no estado de Roraima - andiroba (C*arapa guianensis* Aubl), castanha-do-brasil (*Bertholletia excelsa* Bonpl.), ipê-roxo *(Tabebuia avellanedae* Lorentz ex Griseb) e jatobá (*Hymenaea courbaril* L.), avaliaram nove modelos de simples entrada e dez de dupla entrada e concluíram que ambas apresentaram ajustes semelhantes e que a melhor equação variou com a espécie; sendo selecionadas as equações de dupla entrada: Stoate (australiana), Spurr, Meyer e Stoate, respectivamente.

Veiga *et al*. (2000), determinando equações de volume para árvores de *Acacia mangium* Willd em área com povoamentos de sete anos de idade em Botucatu-SP, testaram sete equações e concluíram que o modelo correspondente à equação de Meyer modificada ($V = \beta_0 + \beta_1 Dap + \beta_2 Dap^2 + \beta_3 DapH + \beta_4 Dap^2 H + \varepsilon_i$) foi o mais adequado para estimar os volumes totais e comerciais, com e sem casca, para árvores de *Acacia mangium.*

Já Pereira (2008), concluiu que entre os quatro modelos selecionados em seu trabalho, o correspondente ao logarítmico de Husch foi o que mostrou o melhor desempenho, sendo, desta forma, o mais adequado para estimar o volume total com casca para árvores de *Gochnatia polymorpha* (Less.) Cabrera, na faixa de servidão da diretriz do eixo do segmento C do Arco Rodoviário Metropolitano do estado do Rio de Janeiro.

Exemplo de modelos de volumes escolhidos, adicionados dos parâmetros e estatísticas determinados para os Biomas Amazônia, Mata Atlântica e Cerrado podem ser visualizados no Anexo II e para plantios comerciais no Anexo III.

4.4 Influência das características do povoamento

O crescimento de espécies arbóreas é afetado pelo estágio de desenvolvimento de um povoamento, que está sempre condicionado à idade, qualidade do sítio, espécie, densidade, e à unidade de medição em que é expresso (TONINI, 2003). Com isso, conseqüentemente, o modelo de equação volumétrica originado também será afetado.

Uma vez identificada a influência destas características, torna-se prudente analisá-las cautelosamente para avaliar se será utilizado um modelo comum para todo o povoamento ou se estas influências causam variações a ponto de ser relevante a estratificação do povoamento por classes comuns de características de acordo com as diferenças apresentadas, tendo como resultado a geração de modelos específicos para cada estrato.

Dentre as características, podem-se citar como relevantes a idade, o sítio, a densidade e a posição sociológica.

4.4.1 Idade

Segundo Assmann (1970) citado por Tonini (2003), uma vez que se tem como objetivo utilizar a madeira que é produzida em uma floresta com propósitos comerciais, o fator tempo assume especial importância. A capacidade produtiva de árvores e povoamentos depende de sua idade, e, somente se a idade é conhecida, torna-se possível fazer inferências sob o desempenho de árvores ou povoamentos.

Segundo Husch *et al*. (1982), quando o tamanho de um organismo (volume, peso, diâmetro ou altura) é relacionado com a sua idade, a curva assim definida é chamada de curva de crescimento. Deste modo, as curvas em forma de S ou sigmóide mostram o tamanho acumulado da variável em qualquer idade. Entretanto, a curva de crescimento verdadeira resulta da relação do incremento sobre a idade.

Desta forma, na fase juvenil a taxa de crescimento aumenta rapidamente até um máximo ponto de inflexão na curva cumulativa. Já a aceleração, inicialmente cresce e depois decresce para zero no segundo ponto de inflexão da curva cumulativa de crescimento.

Como as curvas de incremento corrente anual e incremento médio anual podem ser derivados da curva cumulativa de crescimento, na fase jovem também se verifica maior incremento corrente anual e na fase adulta este se torna mais suave. Diante disto, pode-se inferir que a idade do povoamento afetará a equação volumétrica, uma vez que esta é uma estimativa direta de um parâmetro de crescimento.

4.4.2 Sítio

Davis (1987) citado por Tonini (2003) referiu-se à definição de sítio dada pela Sociedade Americana de Engenheiros Florestais, como sendo uma área considerada segundo os seus fatores ecológicos, em relação a sua capacidade de produzir florestas ou outra vegetação, sob a combinação de condições biológicas, climáticas e edáficas.

Campos *et al*. (2002) confirmam essa definição, indicando que a qualidade do sítio é a soma total dos fatores edáficos, topográficos, biológicos e climáticos, volume do povoamento e altura dominante, que afetam o crescimento das árvores.

Assim como a idade, o sítio também influencia as relações de crescimento. Desse modo, povoamentos jovens em sítios bons, mostram uma curva de altura íngreme, enquanto que em situação contrária as curvas são mais achatadas (ENCINAS *et al*., 2005) citado por (DACOSTA, 2008).

A combinação destes fatores implicará na produtividade intrínseca da área e, consequentemente, na qualidade produtiva do local. Diante disto, em locais mais produtivos o incremento em volume será maior do que em locais menos produtivos, influenciando assim, na equação de volume gerada.

4.4.3 Densidade

A densidade do povoamento é o segundo fator em importância, depois da capacidade produtiva do sítio para a determinação da produtividade de um local, sendo, no entanto, o principal fator que o silvicultor pode manejar durante o desenvolvimento de um povoamento (SCHNEIDER, 1993).

Costas *et al*. (2003), citado por Dacosta (2008), além de constatarem que existem diferenças de volume em diferentes densidades, verificaram em seu estudo sobre a produção de *Pinus taeda* L. em três densidades (525, 760 e 1480 árv./ha) que, aos cinco anos de idade, as densidades menores produzem volumes individuais médios menores e volumes totais por unidade de superfícies maiores. Os mesmos autores observaram, também, que as áreas basais são maiores em maiores densidades.

Assim, quanto maior a densidade, maior é a concorrência e, conseqüentemente, menor será o incremento em volume individual. Esta característica está diretamente associada ao espaçamento do povoamento e implicará no desempenho volumétrico e, da mesma forma, na estimativa do mesmo por modelos de equação.

4.4.4 Posição sociológica

A posição sociológica indica a composição do povoamento florestal nos diferentes estratos em sentido vertical.

Diante disto, as árvores dominantes devido à menor concorrência luminosa apresentam incremento volumétrico maior do que as dominadas, influenciando em um incremento volumétrico diferenciado no povoamento como um todo e nas estimativas volumétricas determinadas pela equação gerada.

5. CONCLUSÃO

• À luz da bibliografia consultada, os procedimentos recomendados para a determinação de equações volumétricas são: a seleção de árvores-amostra, a obtenção do volume real das árvores-amostra e a medição das variáveis independentes, a seleção das equações a serem testadas, o ajuste estatístico dos diferentes modelos e a aplicação de critérios para selecionar o melhor modelo.

• Na maior parte da literatura encontrada, utilizam-se o um número fixo de árvores para compor as árvores-amostras por classe.

•As fórmulas mais empregadas para obtenção do volume rigoroso das árvores são: as fórmulas de Huber, Smalian, e Newton, sendo a de Smalian a mais utilizada.

• Os modelos lineares são mais utilizados do que os modelos não lineares.

• Quanto ao número de variáveis independentes, são preferencialmente utilizados os modelos de simples e dupla entrada. O emprego de variáveis Dummy facilita a estimativa de volumes diferenciados com uma mesma equação.

• O objetivo final é obter um modelo que apresente condições de explicar o fenômeno estudado, com baixa possibilidade de erro. Para isso, dos modelos testados seleciona-se o mais adequados a partir das propriedades estatísticas analisadas.

• Os critérios mais utilizados para selecionar o melhor modelo são, em geral, o coeficiente de correlação (R), a análise de variância, o coeficiente de determinação (R^2ou $R^2_{ajust.}$), o erro padrão de estimativa (S_{xy}), a existência de dados discrepantes e a distribuição dos resíduos.

• Dentre os modelos normalmente testados, o modelo de Schumacher e Hall é o mais utilizado. Contudo, destaca-se a importância de testar outros modelos, visto que para cada caso as características associadas entre espécie e o local de estudo podem demonstrar outros modelos com melhores ajustes.

• O crescimento de espécies arbóreas e, consequentemente, as equações volumétricas, são afetadas pelas características do povoamento, tais como a idade, o sítio, a densidade e a posição sociológica. A identificação dessas influências é relevante no processo de tomada de decisão a respeito da necessidade de estratificação do povoamento e do desenvolvimento de modelos específicos para estimativa do volume por estrato.

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AGUIAR, L. P. **Modelagem do volume do povoamento da *Mimosa scabrella* Benth em bracatingais nativos da região metropolitana de Curitiba.** Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) Setor de Ciências Agrárias, Universidade Federal do Paraná. Curitiba. 120 p. 2006.

ARAÚJO, L. V. C.; LEITE, J. A. N.; PAES, J. B. Estimativa da produção de biomassa de um povoamento de jurema-preta (*Mimosa tenuiflora* (Willd.) Poiret. com cinco anos de idade. **Biomassa & Energia**, v. 1, n. 4, p. 347-352, 2004.

ASSMANN, E. **The principles of forest yield study**. Oxford: Pergamon Press, 1970. 506p.

AVERY, T.; BURKHART, H.; **Forest measurements**. New York: McGraw-Hill, 1983.

BATISTA, J. L. F.; MARQUESINI, M.; VIANA, V. M. Equações de volume para árvores de caxeta (*Tabebuia cassinoides*) no Estado de São Paulo e sul do Estado do Rio de Janeiro. **Scientia Florestalis**, n. 65, p.162-175, jun. 2004.

BELCHIOR, P. R. M. **Estimação de volumes total, de fuste e de galhos em mata secundária no município de Rio Vermelho, MG**. Viçosa: Universidade Federal de Viçosa, 1996. 75 p. Dissertação (Mestrado em Ciência Florestal) – Universidade Federal de Viçosa, 1996.

CAMPOS, J. C. C.; TREVIZOL JUNIOR, T. L.; PAULA NETO, F. Ainda, sobre a seleção de equações de volume. **R. Árvore**, v.9, n.2, p.115-126, 1985.

CAMPOS, J. C. C.; LEITE, H. G. **Mensuração Florestal:** perguntas e respostas. Viçosa: UFV, 2002. 407 p.

CARDOSO, R. M. **Comparação entre o modelo volumétrico de Schumacher & Hall e fatores de forma para estimativa do volume individual de árvores de florestas nativas do estado de Rondônia**. (Monografia) Instituto de Florestas/Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro,UFRRJ. 28 p. 2008.

CETEC. **Desenvolvimento de equações volumétricas aplicáveis ao manejo sustentado de florestas nativas do estado de Minas Gerais e outras regiões do país**. Belo Horizonte: 1995.

COLPINI, C.; TRAVAGIN, D. P.; SOARES, T. S.; SILVA, V. S. M. Determinação do volume, do fator de forma e da porcentagem de casca de árvores individuais em uma Floresta Ombrófila Aberta na região noroeste de Mato Grosso. **Acta Amazonica**, vol. 39(1), p. 97-104, 2009.

COSTAS, R. et al. Efectos de la densidad de plantación y la altura de poda sobre la producción de *Pinus taeda* L. a los 5 años de edad. **Floresta**, Curitiba. v. 33, n. 1, p. 79-87, 2003.

COTTA, T. R.; CEZANA, D. P.; BAUER, M. O.; CHICHORRO, J.F. equação volumétrica para *Tectona grandis* L.F. de um povoamento no município de Cachoeiro de Itapemirim – ES. **XIII Encontro Latino Americano de Iniciação Científica e IX Encontro Latino Americano de Pós-Graduação – Universidade do Vale do Paraíba**, 2009.

COUTO, H.T.Z. do. Sistemas integrados de levantamentos florestais. In: Simpósio sobre Inventário Florestal, 2, Piracicaba, 1984. **Anais**. Piracicaba, IPEF, 1984. p.121-7.

COUTO, H. T. Z.; BASTOS, N. L. M. Modelos de equações de volume e relações hipsométricas para plantações de *Eucalyptus* no estado de São Paulo. **IPEF**, Piracicaba (37): 33-44, 1987.

COUTO, H. T. Z.; VETTORAZZO, S. Seleção de equações de volume e peso seco comercial para *Pinus taeda*. **Cerne**, v.5, n.1, p.69-80, 1999.

DAVIS, L.S., JOHNSON, K.N. **Forest management**. 3.ed, New York: McGraw-Hill, 1987. 790p.

DRAPER, N. R., SMITH, H. **Applied regression analysis**. 2 Ed. New York, John Wiley, 407 p., 1966.

ENCINAS, J. I.; SILVA, G. F. da; PINTO, J. R. Idade e crescimento das árvores. **Comunicações Técnicas Florestais**, Brasília, UFB, v.7, n.1, 25 p., 2005.

FAO. **Manual of forest inventory, with special reference to mixed tropical forest.** Roma, 1973. 200p.

FERNANDES, N. P.; JARDINS, F. C. S.; HIGUCHI, N. Tabelas de volume para a floresta de terra firme da estação experimental de Silvicultura Tropical. **Acta Amazonica**, v. 13, n.3/4, p.537-545, 1983.

FIGUEIREDO, E. O. **Avaliação de povoamentos de teça (*Tectona grandis* L.f.) na microrregião do Baixo Rio Acre**. 2005. 316 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) – Universidade Federal de Lavras, Lavras, MG.

FINGER, C. A. G. **Fundamentos de biometria florestal**. Santa Maria: UFSM/CEPEF/FATEC, 1992. 269 p.

FRANCO, E. J.; SCOLFORO, J. R. S.; MELLO, J. M.; OLIVEIRA, A. D. Eficiência dos métodos para estimativa volumétrica de *Eucalyptus camaldulensis*. **Cerne**, v.3, n.1, p.082-117, 1997.

GIRARD, E. A. **Volume, biomassa e rendimento de óleos essenciais do craveiro (*Pimenta pseudocaryophyllus* (Gomes) Landrum) em Floresta Ombrófila Mista**. 2005. 72 p. Dissertação (mestrado em Engenharia Florestal) – Universidade Federal do Paraná, PR.

GOMES, F. P.; GARCIA, C. H. A Determinação de equações volumétricas na Engenharia Florestal. **Série Técnica IPEF**, Piracicaba, 9(26): 1-36, mar. 1993.

HESS, A. F.; SCHNEIDER, P. R.; ANDRADE, C. M. Crescimento em volume de *Araucaria angustifólia* (Bertol.) Kuntze na serra do sudeste do estado do Rio Grande do Sul. **Ciência Florestal**, v.17, n.3, 2007.

HIGUCHI, N.; SANTOS, J.; LIMA, A. J. N. **Biometria Florestal**. Instituto Nacional de Pesquisas da Amazônia / Coordenação de Pesquisas em Silvicultura Tropical - Laboratório de Manejo Florestal – LMF/ Manaus, AM, 141 p., 2008.

HUSCH, B.; MILLER, C.I.; BEERS, T.W. **Forest mensuration**. 3. Ed. New York: John Wiley, 1982. 401p.

IMAÑA-ENCINAS, J.; SANTANA, O. A.; PAULA, J. E.; IMAÑA, C. R. Equações de volume de madeira para o cerrado de Planaltina de Goiás. **Floresta**, Curitiba, PR, v. 39, n. 1, p. 107-116, jan./mar. 2009.

LEITE, H.G.; REGAZZI, A.J. 1992. Métodos estatísticos para avaliar a igualdade de equações. **R. Árvore**, 16(1): 59-71.

LEITE, H. G.; ANDRADE, V. C. L. Um método para condução de inventários florestais sem o uso de equações volumétricas. **R. Árvore**, Viçosa-MG, v.26, n.3, p.321-328, 2002.

MACHADO, S. A.; CONCEIÇÃO, M. B.; FIGUEIREDO FILHO, A. Modelagem do volume individual para diferentes idades e regimes de desbaste em plantações de *Pinus oocarpa*. **R. Ciências Exatas e Naturais**. v.4, n.2, p.41-50. 2002.

McTAGUE, J. P.; BATISTA, J. L. F.; STEINER, L. H. Equações de volume total, volume comercial e forma do tronco para plantações de *Eucalyptus* nos estados de São Paulo e Rio de Janeiro. **IPEF**, n.41/42, p.56-63, jan./dez.1989.

MISSIO, F.; JACOBI, L. F. Variáveis dummy: especificações de modelos com parâmetros variáveis. **Ciência e Natura**, UFSM, 29 (1): 111 – 135, 2007.

MUNIZ, M. V. O. **Equação de volume para *Tibouchina granulosa* Cogn. na área de implantação do gasoduto Cabiúnas-Reduc (GASDUC III)**. (Monografia) Instituto de Florestas/Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, UFRRJ. 40p. 2009.

OLIVEIRA, M. L. R.; LEITE, H. G.; GARCIA, S. L. R.; CAMPOS, J. C. C.; SOARES, C. P. B.; SANTANA, R. C. Estimação do volume de árvores de clones de eucalipto pelo método da similaridade de perfis. **R. Árvore**, Viçosa-MG, v.33, n.1, p.133-141, 2009.

PAULA, G. A. **Modelos de regressão com apoio computacional**. São Paulo: IME-USP, 2004. 245p.

PÉLLICO NETTO, S. Estimativas volumétricas de árvores individuais síntese teórica. Curitiba, **V Seminário sobre atualidades e Perspectivas Florestais**, p. 15-27, 1982.

PEREIRA, G. M. **Equação de volume para *Gochnatia polymorpha* (Less.) Cabrera presente na faixa de servidão da diretriz do eixo do Arco Rodoviário Metropolitano do Rio de Janeiro**. (Monografia) Instituto de Florestas/Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, UFRRJ. 43p. 2008.

PINHEIRO, G.; GARRIDO, L.; GARRIDO, M. Determinação de equações de volume comercial para cinco espécies de cerrado. **Boletim técnico do Instituto Florestal**, n. 38, p. 1-9, 1985.

REGAZZI, A. J.; LEITE, H. G. **Analise de regressão: teoria e aplicações em manejo florestal**. Universidade Federal de Viçosa - UFV - MG, Departamento de Engenharia Florestal, SIF. 238p. 1993.

REZENDE, A. V.; VALE, A. T.; SANQUETTA, C. R.; FILHO, A. F.; FELFILI, J. M. Comparação de modelos matemáticos para estimativa do volume, biomassa e estoque de carbono da vegetação lenhosa de um cerrado *sensu stricto* em Brasília, DF. **Scientia Florestalis**, n. 71, p. 65-76, 2006.

ROLIM, S. G.; COUTO, H. T. Z.; JESUS, R. M. FRANÇA, J. T. Modelos volumétricos para a Floresta Nacional do Tapirapé-Aquirí, Serra dos Carajás (PA). **Acta Amazonica**, vol. 36(1) p. 107-114, 2006.

SANTOS, K.; SANQUETTA, C. R.; EISFIELD, R. L.; WATZLAWICK, L. F.; ZILIOTTO, M. A. B. Equações volumétricas por classe diamérica para algumas espécies folhosas da Floresta Ombrófila Mista no Paraná, Brasil. **Revista Ciências Exatas e Naturais**, Vol. 8, n° 1, Jan/Jun 2006.

SCHINEIDER, P. R.; FINGER, C. A. G.; KLEIN, J. E.; *et al*. **Fundamentos de planejamento da produção para o manejo florestal de *Eucalyptus grandis* (Hill) Maiden e *Eucalyptus saligna* Smith**. Santa Maria: CEPEF/FATEC, 1988a. 179 p.

SCHNEIDER, P. R. **Introdução ao Manejo florestal**. Santa Maria: Ed. UFSM, 1993. 348 p.

SCHNEIDER, P. R.; COELHO, M. C. B.; ZANON, M. L.; FINGER, C. A. G.; KLEIN, J. E. M. Equações de volume para *Eucalyptus dunii* Maiden, determinadas para a Depressão Central do estado do Rio Grande do Sul. **Ciência Rural**, v.27, n.03, 1997.

SCOLFORO, J. R. S. **Biometria florestal 2: Técnica de regressão aplicada para estimar: volume, biomassa, relação hipsométrica e múltiplos produtos de madeira**. 292 p. Lavras: UFLA/FAEPE, 1997.

________________. **Biometria florestal: Parte I: modelos de regressão linear e não linear; Parte II: modelos para relação hipsométrica, volume, afilamento e peso de matéria seca.** Lavras: UFLA/FAEPE, 2005. 352 p.

SCOLFORO, J. R. S.; PÉREZ, J. F. M.; MELLO, J., M.; OLIVEIRA, A. D.; COMOLESI, J. F.; BORGES, L. F. R.; ACERBI JÚNIOR, F. W. Estimativas de volume, peso seco, peso de óleo e quantidade de moirões para a candeia (*Eremanthus erythropappus* (DC.) MacLeish). **Cerne**, Lavras, v. 10 n. 1, 87-102, 2004.

SILVA, J. N. M.; CARVALHO, M. S. P. Equações de volume para a Floresta Nacional do Tapajós. **Boletim de Pesquisa Florestal**, Colombo, n. 8/9, p. 1-15, Jun./Dez. 1984.

SOARES, C. P. B.; NETO, F. P.; SOUZA, A. L. **Dendrometria e Inventário Florestal**. p.68-69, 276 p., Ed. UFV, 2006.

SOUZA, A.; JESUS, R. Equações de volume comercial e fator de forma para espécies da mata atlântica ocorrentes na reserva florestal da Companhia Vale do Rio Doce, Linhares, ES. **R. Árvore**, v.15, n.3, p.257-273, 1991.

SPRUGEL, D.G. Correcting for bias in log-transformed allometric equations. **Ecology**, 64, 209–210. 1983.

TOMÉ, M.; TOMÉ, J.; RIBEIRO, F.; FAIAS, S. Equação de volume total, volume percentual e de perfil do tronco para *Eucalyptus globulus* LABILL. em Portugal. **Silva Lusitana** 15(1): 25 - 39, 2007 © EFN, Lisboa. Portugal.

TONINI, H. **Crescimento e produção de clones de *Eucalyptus saligna* Smith na depressão central e serra do sudeste, Rio Grande do Sul**. (Tese) Universidade Federal de Santa Maria/UFSM, RS, 2003. 331 p.

TONINI, H. ARCO-VERDE, M. F.; SÁ, S. P. P. Dendrometria de espécies nativas em plantios homogêneos no Estado de Roraima - Andiroba (*Carapa guianensis* Aubl), Castanha do-Brasil (*Bertholletia excelsa* Bonpl.), Ipê-roxo *(Tabebuia avellanedae* Lorentz ex Griseb) e Jatobá (*Hymenaea courbaril* L.). **Acta amazônica**, vol.35(3), p.353-362, 2005.

TONINI, H.; SCHWENGBER, L. A. M. Equações Hipsométricas e Volumétricas para *Acacia mangium* Willd em Roraima. **Revista Ambiência**. v.2, n.2, jul/dez, 2006.

VEIGA, R. A. A.; CARVALHO, C. M.; BRASIL, M. A. M. Determinação de equações de volume para árvores de *Acacia mangium* Willd. **Cerne**, v.6, n.1, p.103-107, 2000.

ZAKIA, M. J. B.; PAREYN, F.; RIEGELHAUPT, E. Equações de peso e volume para oito espécies lenhosas nativas do semi-árido, RN. **Circular Técnica PNUD/FAO/BRA/87/007**, n.9, p. 1-5, 1990.

ANEXOS

Anexo I: Tabelas de modelos volumétricos para árvores individuais.

Anexo I.1 Modelos volumétricos de simples entrada: $V = f(Dap)$.

Autor	**Modelos**
Kopezky – Gehrhardt	$V = \beta_0 + \beta_1 Dap^2 + \varepsilon_i$
Dissescu – Meyer	$V = \beta_1 Dap + \beta_2 Dap^2 + \varepsilon_i$
Hohenadl – Krenm	$V = \beta_0 + \beta_1 Dap + \beta_2 Dap^2 + \varepsilon_i$
Berkhout	$V = \beta_0 Dap^{\beta_1} + \varepsilon_i$
Hush	$\ln(V) = \beta_0 + \beta_1 \ln(Dap) + \ln(\varepsilon_i)$
Brenac	$\ln(V) = \beta_0 + \beta_1 \ln(Dap) + \beta_2(1/Dap) + \ln(\varepsilon_i)$

V- Volume; Dap - Diâmetro à altura do peito (1,30 m do solo); β_i - parâmetros da equação; ε_i- Erro de estimativa.

Anexo I.2 Modelos volumétricos de dupla entrada: $V = f(Dap, H)$.

Autor	**Modelos**
Spurr	$V = \beta_0 + \beta_1 Dap^2 H + \varepsilon_i$
Schumacher e Hall	$V = \beta_0 Dap^{\beta_1} H^{\beta_2} + \varepsilon_i$
Honner	$V = Dap^2/(\beta_0 + \beta_1(1/H) + \varepsilon_i$
Ogaya	$V = Dap^2(\beta_0 + \beta_1 H) + \varepsilon_i$
Stoate (australiana)	$V = \beta_0 + \beta_1 Dap^2 + \beta_2 Dap^2 H + \beta_3 H + \varepsilon_i$
Naslund	$V = \beta_1 Dap^2 + \beta_2 Dap^2 H + \beta_3 Dap H^2 + \beta_4 H^2 + \varepsilon_i$
Takata	$V = (Dap^2 H)/(\beta_0 + \beta_1 Dap) + \varepsilon_i$
Spurr	$\ln(V) = \beta_0 + \beta_1 \ln(Dap^2 H) + \ln(\varepsilon_i)$
Meyer	$V = \beta_0 + \beta_1 Dap + \beta_2 Dap^2 + \beta_3 Dap H + \beta_4 Dap^2 H + \beta_5 H + \varepsilon_i$

V- Volume; Dap - Diâmetro à altura do peito (1,30 m do solo); β_i - parâmetros da equação; ε_i- Erro de estimativa; H- altura total da árvore.

Anexo I.3: Modelos volumétricos de tripla ou mais entradas.

Autor	**Modelos**
Näslund	$V = \beta_1 Dap^2 + \beta_2 Dap^2 H + \beta_3 DapH^2 + \beta_4 H^2 + \beta_5 Dap^2 Hc + \varepsilon_i$
Näslund	$V = \beta_1 Dap^2 + \beta_2 Dap^2 H + \beta_3 DapH^2 + \beta_4 Dap^2 Hc + \beta_5 DapHB + \varepsilon_i$
Näslund	$V = \beta_1 Dap^2 + \beta_2 Dap^2 H + \beta_3 DapH^2 + \beta_4 H^2 + \beta_5 DapHB + \varepsilon_i$
Spurr	$V = \beta_0 + \beta_1 KDap^2 H + \varepsilon_i$
Schiffel	$V = Dap^2 H(\beta_0 + \beta_1 K + \beta_2\, 1/KH) + \varepsilon_i$
Pollanschutz	$V = \pi/4(\beta_0 Dap^2 H + \beta_1 D_{d0,3H} H + \beta_2 H^2) + \varepsilon_i$

Fonte: FINGER (1992) e SCOLFORO (2005)

$d_{0,5H}$- diâmetro relativo; Hc- altura do ponto de incersão da copa; B- dupla espessura da casca; K- coeficiente de forma artificial.

Anexo I.4: Modelos volumétricos utilizando variáveis Dummy.

Anexo I.4.1: Modelos volumétricos de simples entrada para o volume comercial e total, com e sem casca, utilizando variáveis Dummy.

Autor	**Modelos com as variáveis**
Kopezky - Gehrhardt	$(V_1D_1 + V_2D_2 + V_3D_3 + V_4D_4) = \beta_1 D_1 + \beta_2 D_2 + \beta_3 D_3 + \beta_4 D_4 + \beta_5 Dap^2 D_1$ $+\beta_6 Dap^2 D_2 + \beta_7 Dap^2 D_3 + \beta_8 Dap^2 D_4 + \varepsilon_i$
Dissescu - Meyer	$(V_1D_1 + V_2D_2 + V_3D_3 + V_4D_4) = \beta_1 DapD_1 + \beta_2 DapD_2 + \beta_3 DapD_3$ $+\beta_4 DapD_4 + \beta_5 Dap^2 D_1 + \beta_6 Dap^2 D_2 + \beta_7 Dap^2 D_3 + \beta_8 Dap^2 D_4 + \varepsilon_i$
Husch	$[\ln V_1]D_1 + [\ln V_2]D_2 + [\ln V_3]D_3 + [\ln V_4]D_4 = \beta_1 D_1 + \beta_2 D_2 + \beta_3 D_3$ $+\beta_4 D_4 + \beta_5(\ln Dap)D_1$ $+\beta_6(\ln Dap)D_2 + \beta_7(\ln Dap)D_3 + \beta_8(\ln Dap)D_4 + \varepsilon_i$

Anexo I.4.2: Modelos volumétricos de dupla entrada para o volume comercial e total, com e sem casca, utilizando variáveis Dummy.

Autor	**Modelos com as variáveis**
Honner	$(V_1 D_1 + V_2 D_2 + V_3 D_3 + V_4 D_4) = [Dap^2/(\beta_1 + \beta_2 H_T^{-1})]D_1$ $+[Dap^2/(\beta_3 + \beta_4 H_T^{-1})]D_2 + [Dap^2/(\beta_5 + \beta_6 H_T^{-1})]D_3$ $+ [Dap^2/(\beta_7 + \beta_8 H_T^{-1})]D_4 + \varepsilon_i$
Ogaya	$(V_1 D_1 + V_2 D_2 + V_3 D_3 + V_4 D_4) = [Dap^2/(\beta_1 + \beta_2 H)]D_1 +$ $[Dap^2/(\beta_3 + \beta_4 H)]D_2 + [Dap^2/(\beta_5 + \beta_6 H)]D_3 + [Dap^2/(\beta_7 + \beta_8 H)]D_4$
Schumacher & Hall (linear)	$[\ln(V_1)]D_1 + [\ln(V_2)]D_2 + [\ln(V_3)]D_3 + [\ln(V_4)]D_4$ $= \beta_1 D_1 + \beta_2 D_2 + \beta_3 D_3 + \beta_4 D_4$ $+ \beta_5(\ln Dap)D_1 + \beta_6(\ln Dap)D_2 + \beta_7(\ln Dap)D_3 + \beta_8(\ln Dap)D_4$ $+ \beta_9(\ln H)D_1 + \beta_{10}(\ln H)D_2 + \beta_{11}(\ln H)D_3 + \beta_{12}(\ln H)D_4 + \varepsilon_i$

Onde:
V_1 - volume total com casca; V_2 - volume total sem casca; V_3 - volume comercial com casca; V_4 - volume comercial sem casca; D_1 - variável Dummy para V_1; D_2 - variável Dummy para V_2; D_3 - variável Dummy para V_3; D_4 - variável Dummy para V_4; Dap - Diâmetro à altura do peito (1,30 m do solo); β_i - parâmetros da equação; ε_i- Erro de estimativa.

Fonte: Finger (1992) e Scolforo (2005).

Anexo II: Tabelas de modelos de volumes escolhidos, adicionados dos parâmetros e estatísticas determinados para os Biomas Amazônia, Mata Atlântica e Cerrado.

ANEXO II.1: Equações de volume para a Amazônica

Fonte	Espécie	Local	Tipo	Modelo	Equação	Estatística
Silva e Araújo(1984)	árvores de pequenos diâmetros (15 a 45 cm)	Floresta Nacional do Tapajós (PA)	Volume total	Kopezky-Gehrhardt	$V_T = -0{,}0994 + 9{,}1941.10^{-4}.D^2$	$R^2 = 0{,}9576$ $S_{yx} = 0{,}0926$ $S_{yx}\% = 11{,}8$
Rolim et al (2006)	Diversas espécies	Floresta nacional do Tapirapé-Aquirí, Serra dos Carajás (PA)	Volume total	Hush; Schumacher e Hall	$V_T = 11{,}2512D^{2{,}4359}$ $V_T = 1{,}3332D^{2{,}0836}H^{0{,}7320}$	$R^2_{ajust.} = 0{,}91$ $S_{yx} = 0{,}4420$ $R^2_{ajust.} = 0{,}99$ $S_{yx} = 0{,}1122$
Colpini et al (2009)	Diversas espécies	Floresta Ombrófila Aberta, noroeste do Mato Grosso	Volume total	Schumacher e Hall	$\ln V_T = -9{,}1892 + 1{,}9693 \ln D + 0{,}837 \ln H$	$R^2_{ajust.} = 0{,}966$ $S_{yx} = 1{,}16$

Anexo II.2: Equações de volume para a Mata Atlântica

Fonte	Espécie	Local	Tipo	Modelo	Equação	Estatística
Batista et al (2004)	*Tabebuia cassinoides* (caxeta)	Estados de São Paulo e sul do Rio de Janeiro	Volume comercial com diâmetro até 7 cm	Schumacher e Hall	$V_c = e^{-3,1184} D^{2,0584} H^{1,0555}$	$R^2 = 0,9716$ $S_{yx} = 0,04996$
Muniz (2009)	*Tibouchina granulosa* (jacatirão)	Norte do estado do Rio de Janeiro	Volume total	Schumacher e Hall	$\ln V = -10,1246 + 1,88032 \ln D + 1,137029 \ln H$	$R^2 = 0,9731498$ $R^2_{ajust} = 0,9713598$ $IF\% = 5,0$
Pereira (2008)	*Gochnatia polymorpha* (cambará)	sul do estado e a oeste do município do Rio de Janeiro	Volume total	Hush	$\ln V = -7,788579 + 2,018231 \ln D$	$R^2_{ajust.} = 0,8023$ $S_{yx} = 0,01021$
Hess et al (2007)	*Araucaria angustifolia* (araucária)	Serra do Sudeste, RS	Volume total	Naslund modificada	$V_T = 0,0071 + 0,00005D^2 + 0,00003D^2H + 0,00004DH^2 - 0,0006H^2$	$R^2_{ajust.} = 0,9986$ $S_{yx} = 0,254$ $CV\% = 4,16$
Santos et al (2006)	Diversas espécies da Floresta Ombrófila Mista	Município General Carneiro, PR	Volume total	DAP ≤15 cm: Schumacher e Hall; DAP>15 e ≤30 cm: Naslund; DAP≥ 30: Naslund	$\ln V = -8,87590982 + 1,892218745 \ln D + 0,739037687 \ln H$ $V = -0,01295354 + 0,00007636D^2H - 0,000102192DH^2 + 0,001340984H^2$ $V = 0,0190137 - 0,00027165D^2H - 0,000993724DH^2 + 0,023021323H^2$	$R^2 = 0,96141$ $S_{yx}\% = 14,69$ $R^2 = 0,9725$ $S_{yx}\% = 8,8$ $R^2 = 0,9943$ $S_{yx}\% = 7,16$
Scolforo et al (2004)	*Eremanthus erythropappus* (candeia)	Aiuroca, MG	Volume total	Schumacher e Hall	$\ln V_T = -12,021443 + 2,024449 \ln CAP + 0,822959 \ln H$	$R^2_{ajust.}\% = 97,6$ $S_{yx} = 0,052778$

ANEXO II.3: Equações de volume para o Cerrado

Fonte	Espécie	Local	Tipo	Modelo	Equação	Estatística
Rezende et al (2006)	diversas espécies	Brasília , DF	Volume total	Rezende et al (2006)	$V_T = 0{,}000109D_{0,30}^2 + 0{,}0000145D_{0,30}^2H_T$	$R^2\% = 98{,}01$ $S_{yx}\% = 25$
Imaña-Encinas et al (2008)	diversas espécies	Planaltina de Goiás, DF	Volume total	Rezende et al (2006)	$V_T = 12{,}11400D_{0,30}^2 + 16{,}15700D_{0,30}^2H_T$	$R^2_{ajust.} = 0{,}99$ $S_{yx}\% = 10{,}22$

Onde: $D_{0,30}$= diâmetro à altura de 30 cm do solo.

Anexo III: Tabelas de modelos de volumes escolhidos, adicionados dos parâmetros e estatísticas determinados para plantios comerciais.

Tabela 4: Equações de volume para plantios comerciais

Fonte	Espécie	Local	Tipo	Modelo	Equação	Estatística
Tononi et al. (2005)	*Carapa guianensis* (andiroba)	Plantios homogêneos no estado de Roraima	Volume comercial	Stoate	$V_C = 0{,}0212 + 0{,}0004Dap^2 + 2{,}65 * 10^{-6}Dap^2H + 0{,}0016H$	$R^2_{ajust.} = 0{,}91$ $S_{yx}\% = 10{,}9$
Tonini e Schwengber (2006)	*Acacia mangium*	Área de savana em Roraima	Volume total	Spurr	$\ln V_T = -4{,}0658 + 0{,}897882 \ln D^2H$	$R^2_{ajust.} = 0{,}98$ $IF\% = 5{,}0$
Mctague et al. (1989)	*E. grandis*, *E. asligna* e *E. urophylla* (eucalipto)	Estados de São Paulo e Rio de Janeiro	Volume total sem casca	Schumacher e Hall	$V_T = 0{,}000027061D^{1{,}8298}H^{1{,}1712}$	$R^2 = 0{,}989$ $S_{yx} = 0{,}1232$
Cotta et al. (2009)	*Tectona grandis (teca)*	Cachoeiro de Itapemirim, ES	Volume comercial	Schumacher e Hall	$\ln V_T = -8{,}681345 + 1{,}852228 \ln D + 0{,}633129 \ln H_t$	$R^2\% = 98{,}55$ $S_{yx} = 0{,}079265$
Araújo et al. (2004)	*Mimosa tenuiflora* (jurema-preta)	Município de Patos, PB	Volume total	Spurr	$V = 0{,}008657718 + 0{,}000054396Dap^2H$	$R^2 = 0{,}93$ $S_{yx} = 0{,}08$
Schneider et al. (1997)	*Eucalyptus dunnii* (eucalipto)	depressão central do Rio Grande do Sul	Volume comercial sem casca	Spurr	$\log V = -14{,}14078 + 1{,}3960854\log(Dap^2H)$	$R^2 = 0{,}95$ $IF = 0{,}0019$